



Universidade Federal
de Ouro Preto

**Universidade Federal de Ouro Preto
Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas
Departamento de Computação e Sistemas**

Análise do efeito de ordem em sistemas quânticos via operadores de projeção e simulação em Qiskit

Gustavo Moreira Sousa

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

ORIENTAÇÃO:

Prof. Dr. Ronan Silva Ferreira

Julho, 2026

João Monlevade—MG

Gustavo Moreira Sousa

**Análise do efeito de ordem em sistemas
quânticos via operadores de projeção e
simulação em Qiskit**

Orientador: Prof. Dr. Ronan Silva Ferreira

Monografia apresentada ao curso de Engenharia de Computação do Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas, da Universidade Federal de Ouro Preto, como requisito parcial para aprovação na Disciplina “Trabalho de Conclusão de Curso II”.

Universidade Federal de Ouro Preto

João Monlevade

Julho de 2026



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
REITORIA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E APLICADAS
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E APLICADAS



FOLHA DE APROVAÇÃO

Gustavo Moreira Sousa

Análise do efeito de ordem em sistemas quânticos via operadores de projeção e simulação em Qiskit

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia de Computação da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Computação

Aprovada em 27 de Julho de 2026

Membros da banca

Dr. Ronan Silva Ferreira - Orientador (Universidade Federal de Ouro Preto)
Dr. Carlos Henrique Gomes Ferreira (Universidade Federal de Ouro Preto)
Dr. Glauco Ferreira Gazel Yared (Universidade Federal de Ouro Preto)

Ronan Silva Ferreira, orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito na Biblioteca Digital de Trabalhos de Conclusão de Curso da UFOP em 06/10/2026



Documento assinado eletronicamente por **Ronan Silva Ferreira, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 15/10/2026, às 10:08, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **1208774** e o código CRC **3077FCAC**.

Dedico este trabalho à minha família, pelo apoio incondicional e por sempre acreditarem em mim ao longo de toda essa jornada.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente à minha família, cujo apoio foi fundamental não apenas durante a elaboração deste trabalho, mas em todos os anos de dedicação à graduação. Sem o incentivo de vocês, essa conquista não seria possível.

Agradeço ao meu orientador, Ronan Silva Ferreira, pela paciência, dedicação e pelas valiosas orientações.

Agradeço também à Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP) por me proporcionar um ambiente de excelência e por toda a infraestrutura e conhecimento compartilhados ao longo da minha formação acadêmica.

“Science is more than a body of knowledge; it is a way of thinking.”

— Carl Sagan (1934 – 1996),
in: The Demon-Haunted World: Science as a Candle in the Dark.

Resumo

Em contradição à computação clássica, que é comutativa, a computação quântica traz uma característica não-comutativa, ou seja, a ordem das operações interfere no resultado final. Este trabalho utiliza dessa característica não-comutativa da quântica para investigar o fenômeno chamado de efeito de ordem, analisando como medições em sequências distintas podem influenciar no resultado final do sistema. Para isso, utilizam-se sistemas de dois *qubits* para simular grupos de pessoas e projeções para simular perguntas, e assim verificar os resultados estatísticos do sistema. A relevância deste estudo estende-se à Inteligência Artificial e à Teoria da Decisão, áreas em que modelos inspirados na estrutura quântica (*quantum-like models*) têm sido empregados para descrever comportamentos e vieses cognitivos que a lógica clássica falha em capturar. Para uma melhor compreensão do trabalho, utilizou-se uma simulação no *framework* Qiskit da IBM para analisar a influência de todos os parâmetros nesse efeito e a discrepância entre as probabilidades conjuntas na sequência de medições. Os resultados validam a hipótese de que a cronologia das medições atua como um modificador de contexto, oferecendo mapas de influência para grupos específicos e generalizados.

Palavras-chaves: Efeito de Ordem. Operadores de Projeção. Computação Quântica. Inteligência Artificial.

Abstract

In contrast to classical logic, which is commutative, quantum computation brings a non-commutative characteristic, that is, the order of operations interferes with the final result. This work uses this non-commutative characteristic of quantum mechanics to investigate the phenomenon called order effect, analyzing how measurements in different sequences can influence the final result of the system. For this purpose, two-qubit systems are used to simulate groups of people and projections to simulate questions, thus verifying the statistical results of the system. The relevance of this study extends to Artificial Intelligence and Decision Theory, areas in which models inspired by quantum structure (quantum-like models) have been employed to describe behaviors and cognitive biases that classical logic fails to capture. For a comprehensive understanding of the work, a simulation was also performed in IBM's Qiskit framework to thoroughly analyze the influence of all parameters on this effect and the discrepancy between joint probabilities in the sequence of measurements. The results validate the hypothesis that the chronology of measurements acts as a context modifier, providing influence maps for specific and generalized groups.

Key-words: Order Effect. Projection Operators. Quantum Computation. Artificial Intelligence.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Representação da expansão do operador no sistema emaranhado. . . .	16
Figura 2 – Aplicação sequencial das projeções para análise do efeito de ordem. . .	16
Figura 3 – Gráfico com transição pessimista para otimista, cenário um.	24
Figura 4 – Gráfico com transição pessimista para otimista, cenário dois.	25
Figura 5 – Gráfico comparativo entre as perspectivas de Alice e o efeito não emaranhado.	26
Figura 6 – Importação das bibliotecas e módulos necessários.	30
Figura 7 – Funções para criação e interpolação dos estados quânticos.	31
Figura 8 – Função para geração da matriz de projeção expandida.	31
Figura 9 – Cálculo do traço parcial e extração de probabilidades locais.	32
Figura 10 – Motor da simulação para calcular a magnitude do efeito de ordem. . .	32
Figura 11 – Definição dos cenários e laço de repetição da varredura de perfis. . . .	33
Figura 12 – Configurações visuais e plotagem do gráfico pelo Matplotlib.	33

Lista de tabelas

Tabela 1 – Comparação analítica das sequências de medição generalizadas.	23
--	----

Lista de abreviaturas e siglas

CNOT	Controlled-NOT (porta lógica quântica controlada)
------	---

Lista de símbolos

$\alpha, \beta, \gamma, \delta$	Amplitudes de probabilidade complexas do estado base
θ, ϕ	Ângulos de parametrização dos operadores de medição
$ \psi\rangle$	Vetor de estado quântico (<i>Ket</i>) na notação de Dirac
$\langle\psi $	Vetor dual quântico (<i>Bra</i>) na notação de Dirac
$\otimes$	Produto tensorial (Produto de Kronecker)
P	Operador de projeção (ou Matriz de Projeção)
H	Porta lógica quântica Hadamard
$\mathcal{H}$	Espaço de Hilbert
$\mathbb{C}$	Conjunto dos números complexos

Sumário

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	Motivação e Justificativa	14
1.2	Definição do problema	14
1.3	Objetivos	14
1.4	Metodologia	14
1.5	Organização do trabalho	16
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	18
3	DESENVOLVIMENTO	19
4	RESULTADOS	22
5	CONCLUSÃO	27
	REFERÊNCIAS	28
	APÊNDICES	29
	APÊNDICE A – MATERIAIS ELABORADOS PELO AUTOR	30
A.1	Implementação e análise computacional	30
A.1.1	Importação de Bibliotecas	30
A.1.2	Inicialização e interpolação de estados	30
A.1.3	Construção do operador de projeção	30
A.1.4	Extração das perspectivas locais	31
A.1.5	Simulação da dinâmica do efeito de ordem	31
A.1.6	Execução da varredura e mapeamento gráfico	32
	ANEXOS	34

1 Introdução

Diferente dos sistemas computacionais clássicos, fundamentados em estados determinísticos e lógica booleana (MANO; CILETTI, 2017), a computação e informação quântica baseiam-se nos princípios da física quântica, como superposição, emaranhamento e interferência (LAVOR; MANSSUR; PORTUGAL, 2003). Enquanto o *bit* clássico está restrito a um dos estados discretos, 0 ou 1, a unidade fundamental da informação quântica, o *bit quântico* ou *qubit*, opera permitindo o processamento de estados em combinações lineares simultâneas (NIELSEN; CHUANG, 2000).

Esse fenômeno é conhecido como superposição quântica, um princípio fundamental em que o sistema possui múltiplos estados simultaneamente. Essa condição de superposição permanece inalterada até que seja feita uma medição, ato intrusivo que ocasionará o colapso irreversível do sistema quântico para um estado definido. Matematicamente, essa dinâmica é descrita através da representação vetorial em espaços de Hilbert, em que os estados são expressos na notação de Dirac, como os vetores de base $|0\rangle$ e $|1\rangle$.

Nos últimos anos, essa modelagem matemática extrapolou a física tradicional e encontrou relevância direta em áreas como a inteligência artificial e a teoria da decisão. Nesses campos, pesquisadores têm adotado modelos inspirados na estrutura quântica para descrever comportamentos, heurísticas e vieses cognitivos humanos que a lógica clássica falha em capturar. Ao representar crenças como vetores em um espaço de Hilbert e perguntas como operadores de projeção, a abordagem quântica oferece uma nova perspectiva para lidar com a ambiguidade e a incerteza da tomada de decisão.

Nesse contexto surge a necessidade de investigar o efeito de ordem (WANG et al., 2014), um fenômeno documentado na literatura no qual a sequência em que as perguntas são apresentadas a um indivíduo altera de forma significativa a sua resposta final. Na matemática e na teoria de probabilidade clássica, esse comportamento cognitivo é frequentemente tratado como uma anomalia, visto que os modelos bayesianos ¹

Em sistemas quânticos, a sequência em que as perguntas (medições) são feitas ao sistema altera as probabilidades de resultados e o estado final resultante, sendo assim naturalmente não-comutativo. Quando dois operadores de projeção não comutam, a aplicação de A seguido de B produz um resultado estatisticamente distinto da aplicação de B seguido de A . Essa mecânica permite modelar e prever o grau de suscetibilidade de um indivíduo a diferentes perguntas sequenciais.

¹ Modelos bayesianos são estruturas probabilísticas fundamentadas no Teorema de Bayes, empregadas para inferir e atualizar a probabilidade de uma hipótese à medida que novas evidências são observadas. Na teoria da probabilidade clássica, esses modelos operam sob a premissa de que a interseção de eventos é comutativa ($P(A \cap B) = P(B \cap A)$).

1.1 Motivação e Justificativa

A motivação deste estudo surge com o intuito de parametrizar o efeito de ordem em um ambiente quântico, um fenômeno no qual a sequência das informações altera a resposta final de um indivíduo. Na matemática e na lógica clássica, esse comportamento seria tratado como uma anomalia, visto que operam sob premissas comutativas, enquanto o efeito de ordem é intrinsecamente não-comutativo.

1.2 Definição do problema

Busca-se analisar essa anomalia através do formalismo quântico, que por padrão já possui a não-comutatividade como característica nativa. Dessa forma, torna-se possível analisar como esse agente é influenciado e o quão suscetível ele está a cada pergunta (modelada como uma projeção), permitindo parametrizar o indivíduo e simular como diferentes convicções prévias reagem exatamente às mesmas interrogações.

1.3 Objetivos

O objetivo do trabalho é expandir a demonstração formal desse fenômeno por meio da generalização analítica dos operadores de projeção em sistemas emaranhados de dois *qubits*. Através dessa parametrização, investiga-se o impacto de diferentes eixos de medição na estatística final, delimitando as regiões de estabilidade e volatilidade do efeito de ordem.

Este trabalho possui aos seguintes objetivos específicos:

- (i) Formular matematicamente os operadores de projeção parametrizados para representar as perguntas sequenciais arbitrárias no espaço de Hilbert.
- (ii) Parametrizar diferentes estados cognitivos através da modulação exata das amplitudes de probabilidade do vetor de estado inicial.
- (iii) Implementar o ambiente de simulação quântica empregando a biblioteca Qiskit.
- (iv) Gerar representações gráficas complementares que ilustrem a magnitude da interferência quântica.

1.4 Metodologia

Antes de analisarmos as projeções, é essencial definir as bases vetoriais que descrevem os estados de um *qubit*. Um sistema quântico de dois níveis é tradicionalmente representado na base computacional, composta por dois vetores ortogonais denotados por $|0\rangle$ e $|1\rangle$.

Matricialmente, estes estados são definidos como os vetores unitários

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

Diferente da computação clássica, um *qubit* pode existir em uma combinação linear destes estados, conhecida como superposição.

Escolhemos trabalhar com um espaço de Hilbert de 4 dimensões, correspondente a um sistema de 2 *qubits*. Para aplicar a projeção corretamente no sistema, expandimos o estado inicial utilizando o produto tensorial

$$|\psi\rangle = |0\rangle \otimes (\alpha |0\rangle + \beta |1\rangle) + |1\rangle \otimes (\gamma |0\rangle + \delta |1\rangle) \quad (1.2)$$

Na mecânica quântica, a medição não é um processo passivo, mas uma operação que projeta o estado atual do sistema em um de seus autoestados. Esse fenômeno é formalizado através de operadores de projeção, que agem como "filtros" contextuais em $\mathcal{H}$. Considerando um estado genérico $|\psi\rangle$ e um vetor de medição $|u\rangle$, o operador de projeção P_u é construído pelo produto externo do vetor pelo seu dual, $P_u = |u\rangle \langle u|$. Diferente dos operadores unitários que rotacionam o estado de forma reversível, os projetores são hermitianos ($P^\dagger = P$) e idempotentes ($P^2 = P$). Fisicamente, isso indica que repetir a mesma medição ou seja, fazer a mesma "pergunta" ao sistema imediatamente após a primeira não alterará o estado resultante (GRIFFITHS; SCHROETER, 2018).

Ao aplicar P_u a um estado $|\psi\rangle$, a operação extrai a componente do sistema que está alinhada com o vetor de base da projeção

$$P_u |\psi\rangle = |u\rangle \langle u|\psi\rangle \quad (1.3)$$

Aqui, o termo $\langle u|\psi\rangle$ é a amplitude de probabilidade. A probabilidade de o sistema colapsar para o estado $|u\rangle$ é determinada pela norma do vetor projetado, o que resulta na regra de Born (ZWIEBACH, 2022)

$$Prob(u) = \|P_u |\psi\rangle\|^2 = |\langle u|\psi\rangle|^2 \quad (1.4)$$

Quando desejamos realizar uma medição ou projeção em apenas um dos *qubits* do sistema, é necessário expandir o operador local para que ele atue sobre o espaço total de 4 dimensões. Isso é feito através do produto tensorial ($\otimes$) entre o operador de projeção desejado e o operador Identidade (I), que atua nos subespaços que não devem ser alterados.

Considerando uma projeção no estado $|0\rangle$ atuando especificamente no primeiro *qubit*, definimos o operador expandido $P_0^{(4)}$ como

$$P_0^{(4)} = P_0 \otimes I = (|0\rangle\langle 0|) \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.5)$$

Matricialmente, essa expansão resulta em uma matriz 4×4

$$P_0^{(4)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.6)$$

Essa construção é fundamental para a implementação computacional no Qiskit, pois permite isolar a influência de uma medição local sobre o emaranhamento ou a correlação global do sistema de dois *qubits*. Ao aplicar $P_0^{(4)} |\psi\rangle$, filtramos apenas as componentes em que o primeiro *qubit* está no estado $|0\rangle$ (neste caso, as amplitudes α e β), enquanto o segundo *qubit* preserva sua informação original através da operação de identidade. Isso garante que a medição afete o subespaço do primeiro *qubit* enquanto preserva a estrutura de correlação (como o emaranhamento) presente no segundo *qubit*.

Essa expansão se torna evidente quando visualizamos essa estrutura em forma de um circuito quântico.

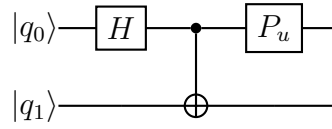


Figura 1 – Representação da expansão do operador no sistema emaranhado.

No Circuito 1, aplicamos a porta H (Hadamard) para colocar o sistema em superposição, seguida da porta CNOT, representada pela linha vertical ligando os 2 *qubits*, essa porta é usada para gerar o emaranhamento. A presença desse emaranhamento é fundamental para criar uma correlação inseparável entre os *qubits* do sistema e desta forma posteriormente ser observado sua influencia.

Logo em seguida, a caixa P_u que representa o projetor, realiza a medição do sistema e retorna o estado colapsado. Como o trabalho busca investigar o efeito de ordem, serão realizadas duas projeções em seguida, estas projeções vão atuar como perguntas do nosso sistema.

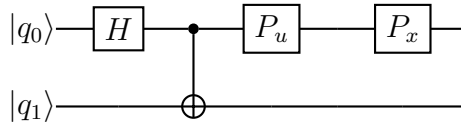


Figura 2 – Aplicação sequencial das projeções para análise do efeito de ordem.

1.5 Organização do trabalho

Este trabalho está dividido em cinco capítulos, estruturados da seguinte forma:

- O capítulo 2 (Revisão Bibliográfica) apresenta os principais estudos e conceitos teóricos que servem de base para a pesquisa, focando no efeito de ordem e na cognição quântica.
- O capítulo 3 (Desenvolvimento) explica a matemática necessária para entender o modelo proposto. A seção detalha o funcionamento dos *qubits* e como as matrizes de projeção alteram o sistema na prática.
- O capítulo 4 (Resultados) aborda o objetivo central do trabalho, trazendo a generalização do fenômeno. Esta etapa mostra as simulações computacionais feitas no *framework* Qiskit e os gráficos gerados com as transições dos perfis cognitivos.
- O capítulo 5 (Conclusão) resume as principais descobertas do texto e discute como esse modelo pode ser aplicado no mundo real, com foco em inteligência artificial e na previsão de comportamentos humanos.

2 Revisão bibliográfica

Para contextualizar as contribuições desta pesquisa, esta seção apresenta um panorama dos principais trabalhos que abordaram o efeito de ordem sob a ótica da mecânica quântica.

No que tange especificamente ao efeito de ordem, Busemeyer, Wang, Solloway e Shiffrin (WANG et al., 2014) mapearam dados de dezenas de pesquisas de opinião em escala nacional. Os autores comprovaram a chamada Igualdade Quântica de Perguntas (*Quantum Question Equality*), demonstrando ser possível quantificar e prever matematicamente a proporção de indivíduos que mudam de opinião simplesmente ao se alterar a ordem das perguntas. O estudo evidenciou que a probabilidade de um indivíduo manter ou alternar suas respostas obedece a uma simetria rigorosa prevista pelos operadores de projeção.

Nesse contexto, o presente trabalho propõe não apenas a constatação teórica, mas a parametrização de matrizes de projeção e um ambiente de simulação. Yearsley e Busemeyer (YEARSLEY; BUSEMEYER, 2016), por sua vez, sistematizaram esses fundamentos em um tutorial voltado à construção prática de modelos quânticos de cognição, detalhando passo a passo como partir dos operadores de projeção até a obtenção de previsões testáveis sobre o comportamento humano. Este trabalho traz esses fundamentos detalhados por Yearsley e Busemeyer (YEARSLEY; BUSEMEYER, 2016) para o *framework* Qiskit, além de expandir os conceitos tratados.

Além da fundamentação teórica em cognição quântica, a escolha da ferramenta computacional para a simulação desempenha um papel crucial nesta pesquisa. Jesus et al. (JESUS et al., 2021) demonstraram a eficácia do *framework* Qiskit como um recurso robusto para a implementação de circuitos e algoritmos quânticos. Os autores exploraram o uso da plataforma tanto em emuladores numéricos locais quanto na execução remota em processadores quânticos reais disponibilizados pelo IBM Quantum Experience.

3 Desenvolvimento

A descrição de fenômenos quânticos exige um arcabouço matemático em que os estados do sistema são representados como vetores unitários em um espaço vetorial $\mathcal{H} \in \mathbb{C}$ equipado com produto interno, chamado espaço de Hilbert (VATHSAN, 2013). É nesse espaço que as operações de projeção do *qubit* são definidas e manipuladas. Para simplificar a manipulação de vetores em $\mathcal{H}$, usamos a notação de Dirac. O vetor de estado é representado pelo *ket* $|\psi\rangle$, enquanto seu adjunto hermitiano (vetor linha com elementos conjugados) é o *bra* $\langle\psi|$. Em $\mathcal{H}$ vamos destacar duas manipulações fundamentais (i) o *produto interno* $\langle\phi|\psi\rangle$, que resulta em um escalar complexo, utilizado para calcular amplitudes de probabilidade e projeções; e (ii) a operação de *produto externo* $|\phi\rangle\langle\psi|$, a qual retorna um operador (matriz). Com isso conseguimos construir os operadores de projeção que serão discutidos adiante.

A unidade básica da informação quântica é o *qubit*. Ele pode ser representado como uma combinação linear dos estados de base, permitindo que o sistema explore múltiplas trajetórias de processamento simultaneamente (NIELSEN; CHUANG, 2000). Um estado genérico $|\psi\rangle$ de um único *qubit* é descrito por

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \quad (3.1)$$

em que os coeficientes $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$ representam amplitudes de probabilidade. Para que o estado seja fisicamente realizável, ele deve obedecer à condição de normalização

$$\langle\psi|\psi\rangle = |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1. \quad (3.2)$$

Essa restrição garante que a soma das probabilidades de todos os resultados possíveis em uma medição seja igual a 100%.

Para a análise de algoritmos quânticos, define-se uma base ortonormal que descreve o espaço de estados. Para a computação quântica, utiliza-se a base computacional composta pelos vetores ortogonais $|0\rangle$ e $|1\rangle$. Esses vetores correspondem aos autoestados do operador de Pauli Z (NIELSEN; CHUANG, 2000) e possuem as seguintes representações matriciais $|0\rangle = (1 \ 0)^T$ e $|1\rangle = (0 \ 1)^T$.

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

A ortogonalidade da base computacional é expressa pelo produto interno¹ $\langle i|j\rangle = \delta_{ij}$, em que δ_{ij} representa o Delta de Kronecker. Essa propriedade garante que uma medição perfeitamente alinhada possa distinguir os estados da base sem ambiguidade, caracterizando o que se define como uma base ortonormal (GRIFFITHS; SCHROETER, 2018).

¹ O delta de Kronecker $\delta_{ij} = 1$ se $i = j$ e $\delta_{ij} = 0$, caso contrário.

Diferente da física clássica, na qual a medição é um ato passivo, na quântica, a realização dessa medição é um processo ativo que altera o sistema. Ao realizar essa medição, o estado quântico que estava em superposição colapsa de maneira irreversível para um autoestado.

As medições são descritas por operadores de projeção, que são matrizes no espaço de Hilbert. Uma característica intrínseca desses operadores é a não-comutatividade. Dados dois operadores A e B , diz-se que eles não comutam quando a subtração dos seus produtos é diferente de zero, ou seja, $[A, B] = AB - BA \neq 0$.

O ato de medir destrói o estado inicial e prepara um novo estado, sendo desta forma irreversível. Portanto, em um ambiente quântico onde $[A, B] \neq 0$, a aplicação dos operadores em ordens diferentes para um mesmo estado inicial implica em probabilidades distintas.

Para ilustrar matematicamente essa propriedade, considere dois operadores de projeção um *qubit*, o operador P_0 , que projeta o sistema na base $|0\rangle$, e o operador P_+ , que realiza a projeção na base $|+\rangle$. Suas representações matriciais são dadas por

$$P_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad P_+ = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

Calculando a aplicação sequencial P_0P_+ , se obtém

$$P_0P_+ = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

Invertendo a ordem cronológica para P_+P_0 o resultado é

$$P_+P_0 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

Fica evidente que $P_0P_+ \neq P_+P_0$ e demonstra que a medição altera o operador resultante e, conseqüentemente, o estado final do sistema.

Embora o exemplo acima demonstre o fenômeno para um *qubit*, será necessário expandir esse conceito para sistemas compostos por múltiplos *qubits*. Para realizar essa expansão, utiliza-se o produto tensorial, denotado pelo símbolo $\otimes$.

O produto tensorial tem a função de combinar dois ou mais espaços de Hilbert independentes em um único espaço vetorial global de maior dimensionalidade.

$$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} \\ b \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \cdot c \\ a \cdot d \\ b \cdot c \\ b \cdot d \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

O efeito de ordem é um fenômeno amplamente documentado na psicologia. Ele ocorre quando a resposta de um indivíduo a uma série de perguntas é significativamente alterada pela ordem cronológica em que essas perguntas são formuladas. De forma que ao responder a uma primeira pergunta o contexto é alterado, criando uma influência na resposta da próxima questão.

Para parametrizar matematicamente esse fenômeno, esbarra-se nas limitações da lógica clássica. A matemática bayesiana tradicional tem uma característica comutativa, na qual a probabilidade conjunta de dois eventos independe da ordem em que ocorrem a probabilidade de $[A, B]$ é idêntica à de $[B, A]$.

Para contornar essa limitação, este trabalho utiliza o modelo quântico, para aproveitar da sua natureza não-comutativa.

Para a validação analítica do modelo proposto, utiliza-se o *framework* Qiskit, uma biblioteca desenvolvida pela IBM para a linguagem Python. Neste trabalho, a ferramenta atua como o motor computacional, responsável por parametrizar os estados base do sistema e processar as matrizes. Através da manipulação direta dos circuitos quânticos e da aplicação sequencial dos operadores de projeção.

4 Resultados

Para uma formalização mais abrangente, os projetores podem ser generalizados para além dos vetores fixos da base computacional. Utilizando a representação da Esfera de Bloch, definimos estados arbitrários parametrizados pelos ângulos θ e ϕ

$$|\psi(\theta, \phi)\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) |0\rangle + e^{i\phi} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) |1\rangle \quad (4.1)$$

Esta parametrização permite calcular a projeção entre quaisquer dois pontos no espaço bidimensional, mapeando o efeito de ordem. Para demonstrar o impacto cronológico das medições e atestar analiticamente a ocorrência do efeito de ordem, iniciaremos a dedução matemática simulando a primeira sequência temporal possível. Neste cenário, o estado cognitivo inicial do agente $|\psi\rangle$ é primeiramente submetido à projeção parametrizada pelo ângulo θ e, subsequentemente, avaliado pelo ângulo ϕ . O colapso do sistema ocorrerá em duas etapas operacionais distintas, detalhadas a seguir.

Para isolar a ação dessa primeira medição, o operador de projeção é expandido para o primeiro *qubit* utilizando o produto tensorial, resultando em $P_\theta^{(4)} = |\theta\rangle\langle\theta| \otimes I$. Para conduzir as operações algébricas, definimos os vetores de estado locais como

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad |\theta\rangle = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix}, \quad |\phi\rangle = \begin{pmatrix} \cos \phi \\ \sin \phi \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

A aplicação deste operador também será feito no estado inicial Eq. (1.2)

$$P_\theta^{(4)} |\psi\rangle = [|\theta\rangle\langle\theta| \otimes I] \cdot [|0\rangle \otimes (\alpha |0\rangle + \beta |1\rangle) + |1\rangle \otimes (\gamma |0\rangle + \delta |1\rangle)] \quad (4.3)$$

Sabendo que $\langle\theta|0\rangle = \cos \theta$ e $\langle\theta|1\rangle = \sin \theta$ temos

$$P_\theta^{(4)} |\psi\rangle = |\theta\rangle \otimes [(\alpha \cos \theta + \gamma \sin \theta) |0\rangle + (\beta \cos \theta + \delta \sin \theta) |1\rangle] \quad (4.4)$$

Seguimos com a aplicação do operador $P_\phi^{(4)} = |\phi\rangle\langle\phi| \otimes I$ sobre o resultante da primeira operação

$$P_\phi^{(4)} P_\theta^{(4)} |\psi\rangle = [|\phi\rangle\langle\phi| \otimes I] \cdot (|\theta\rangle \otimes [(\alpha \cos \theta + \gamma \sin \theta) |0\rangle + (\beta \cos \theta + \delta \sin \theta) |1\rangle]) \quad (4.5)$$

Considerando que $\langle\phi|\theta\rangle = \cos(\theta - \phi)$, temos

$$|\psi_{final}\rangle = \cos(\theta - \phi) |\phi\rangle \otimes [(\alpha \cos \theta + \gamma \sin \theta) |0\rangle + (\beta \cos \theta + \delta \sin \theta) |1\rangle] \quad (4.6)$$

Para expandir de forma a obter os estados definidos na base computacional, substituímos $|\theta\rangle$ por $\begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix}$, dessa forma obtendo o resultado final da primeira sequência de projeção

$$|\psi_{final}\rangle = a' |00\rangle + b' |01\rangle + c' |10\rangle + d' |11\rangle \quad (4.7)$$

em que os coeficientes a', b', c', d' são definidos como

$$a' = \left[\frac{\cos(2\phi - \theta) + \cos(\theta)}{2} \right] (\alpha \cos \theta + \gamma \sin \theta) \quad (4.8)$$

$$b' = \left[\frac{\cos(2\phi - \theta) + \cos(\theta)}{2} \right] (\beta \cos \theta + \delta \sin \theta) \quad (4.9)$$

$$c' = \left[\frac{\sin(2\phi - \theta) + \sin(\theta)}{2} \right] (\alpha \cos \theta + \gamma \sin \theta) \quad (4.10)$$

$$d' = \left[\frac{\sin(2\phi - \theta) + \sin(\theta)}{2} \right] (\beta \cos \theta + \delta \sin \theta) \quad (4.11)$$

Para a segunda análise, invertemos a ordem para $p(\phi, \theta)$, aplicando $P_\phi^{(4)}$ seguido de $P_\theta^{(4)}$ sobre o mesmo estado inicial $|\psi\rangle$. A primeira projeção resulta em

$$P_\phi^{(4)} |\psi\rangle = |\phi\rangle \otimes [(\alpha \cos \phi + \gamma \sin \phi) |0\rangle + (\beta \cos \phi + \delta \sin \phi) |1\rangle] \quad (4.12)$$

Aplicando a segunda operação resulta em

$$P_\theta^{(4)} P_\phi^{(4)} |\psi\rangle = \cos(\theta - \phi) |\theta\rangle \otimes [(\alpha \cos \phi + \gamma \sin \phi) |0\rangle + (\beta \cos \phi + \delta \sin \phi) |1\rangle] \quad (4.13)$$

substituindo novamente $|\theta\rangle$ obtemos

$$|\psi_{final}\rangle = a'' |00\rangle + b'' |01\rangle + c'' |10\rangle + d'' |11\rangle \quad (4.14)$$

em que os coeficientes a'', b'', c'', d'' são definidos como

$$a'' = \left[\frac{\cos(2\theta - \phi) + \cos(\phi)}{2} \right] (\alpha \cos \phi + \gamma \sin \phi) \quad (4.15)$$

$$b'' = \left[\frac{\cos(2\theta - \phi) + \cos(\phi)}{2} \right] (\beta \cos \phi + \delta \sin \phi) \quad (4.16)$$

$$c'' = \left[\frac{\sin(2\theta - \phi) + \sin(\phi)}{2} \right] (\alpha \cos \phi + \gamma \sin \phi) \quad (4.17)$$

$$d'' = \left[\frac{\sin(2\theta - \phi) + \sin(\phi)}{2} \right] (\beta \cos \phi + \delta \sin \phi) \quad (4.18)$$

Ao analisar a Tabela 1, é possível observar uma diferença matemática intrínseca entre as

Tabela 1 – Comparação analítica das sequências de medição generalizadas.

Sequência	Probabilidade
$p(\theta, \phi)$	$\cos^2(\theta - \phi)[\alpha \cos \theta + \gamma \sin \theta ^2 + \beta \cos \theta + \delta \sin \theta ^2]$
$p(\phi, \theta)$	$\cos^2(\theta - \phi)[\alpha \cos \phi + \gamma \sin \phi ^2 + \beta \cos \phi + \delta \sin \phi ^2]$

probabilidades conjuntas, gerada exclusivamente pela alteração na ordem cronológica das operações de projeção. Essa anomalia mostrada pela equação é a formalização do efeito de ordem. Para realizar uma análise quantitativa desse fenômeno, implementou-se uma

simulação computacional utilizando o *framework* Qiskit. As projeções foram fixadas de forma arbitrária. O vetor de estado inicial $|\psi\rangle$, que atua como o caso base do sistema, foi segmentado em três grupos de controle, assumindo o autoestado $|11\rangle$ como um estado totalmente otimista e $|00\rangle$ como totalmente pessimista:

- Grupo 1: $|\psi_1\rangle = |00\rangle$ (pessimista)
- Grupo 2: $|\psi_2\rangle = |11\rangle$ (otimista)
- Grupo 3: $|\psi_3\rangle = \frac{1}{2}(|00\rangle + |01\rangle + |10\rangle + |11\rangle)$ (neutro)

Realizou-se uma análise gráfica focada na transição contínua dos estados iniciais. Utilizando a técnica de interpolação linear vetorial, foi possível mapear a evolução do efeito de ordem à medida que o estado inicial $|\psi\rangle$ transitava gradualmente entre os extremos de otimismo e pessimismo. No primeiro cenário, um grupo inicialmente pessimista sofreu alterações graduais em suas amplitudes de probabilidade até tornar-se totalmente otimista, com o algoritmo registrando o grau de efeito de ordem a cada incremento percentual.

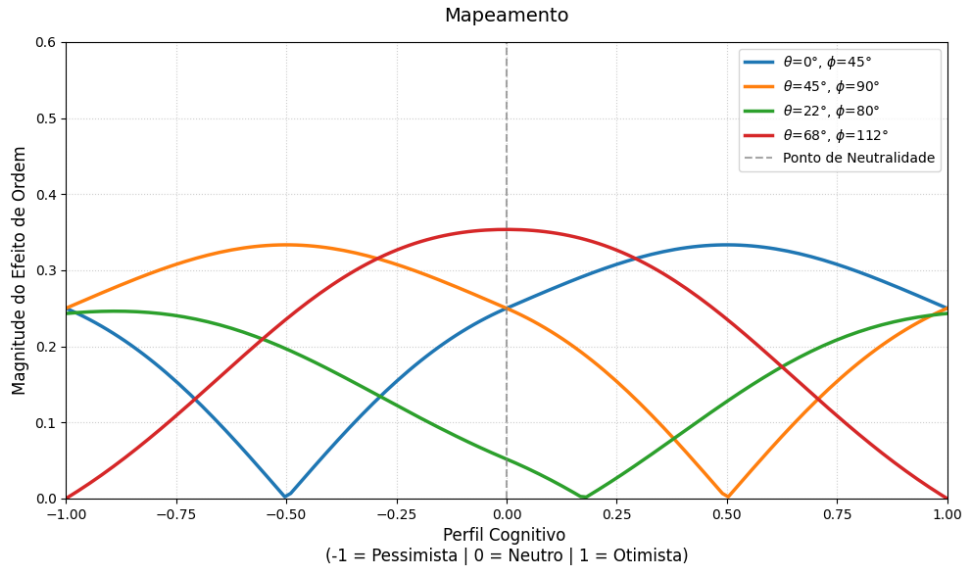


Figura 3 – Gráfico com transição pessimista para otimista, cenário um.

No segundo cenário, o grupo neutro passou por uma alteração, sendo agora representado por um estado inicial $|\psi_3\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |10\rangle)$, e repetiu-se o algoritmo registrando o grau do efeito de ordem.

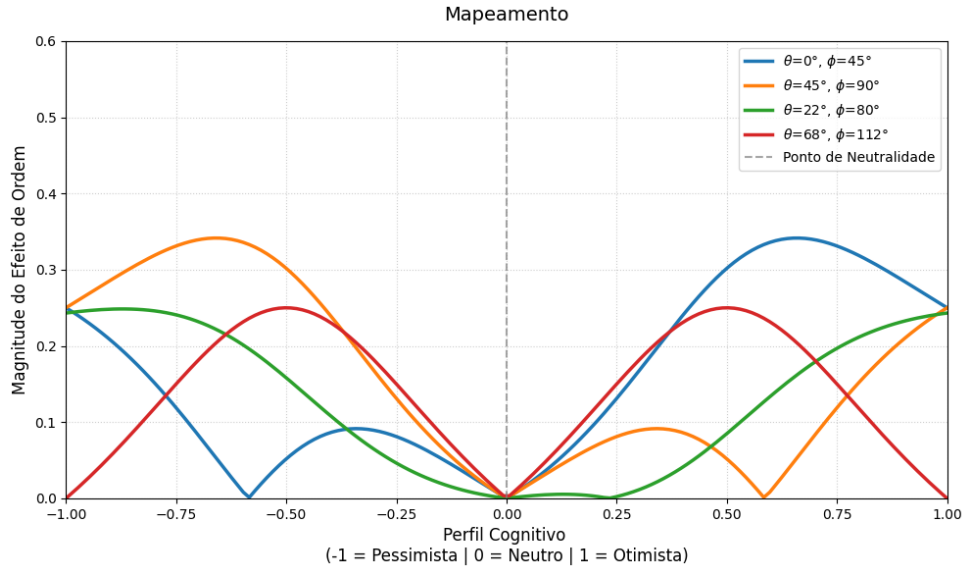


Figura 4 – Gráfico com transição pessimista para otimista, cenário dois.

Para que possamos ter uma análise do impacto do efeito de ordem em sistemas emaranhados, em que esse emaranhamento irá representar uma ideologia ou crença desta pessoa, de forma que essa ideologia seja fixa do indivíduo podendo interferir nas respostas da pergunta.

A análise do emaranhamento na literatura é explicada da seguinte forma, imaginando dois indivíduos Alice e Bob, representados pela equação:

$$|\psi\rangle = \alpha |0_A 0_B\rangle + \beta |0_A 1_B\rangle + \gamma |1_A 0_B\rangle + \delta |1_A 1_B\rangle \quad (4.19)$$

O primeiro passo é obter a perspectiva local de cada indivíduo para que possamos ver o impacto do emaranhamento, começando em Alice, ao separar a equação e normalizar a conta, $h = \sqrt{|\alpha|^2 + |\beta|^2}$ e $\ell = \sqrt{|\gamma|^2 + |\delta|^2}$, podemos observar o seguinte:

$$|\psi\rangle_A = h |0\rangle_A \left(\frac{\alpha}{h} |0\rangle_B + \frac{\beta}{h} |1\rangle_B \right) + \ell |1\rangle_A \left(\frac{\gamma}{\ell} |0\rangle_B + \frac{\delta}{\ell} |1\rangle_B \right) \quad (4.20)$$

Dessa forma a resposta que Alice obtiver influencia diretamente a resposta de Bob, sendo obrigatoriamente a acompanhar a resposta de Alice, agora na perspectiva de Bob:

$$|\psi\rangle_B = m \left(\frac{\alpha}{m} |0\rangle_A + \frac{\gamma}{m} |1\rangle_A \right) |0\rangle_B + n \left(\frac{\beta}{n} |0\rangle_A + \frac{\delta}{n} |1\rangle_A \right) |1\rangle_B \quad (4.21)$$

Essa perspectiva demonstra matematicamente como a ideologia atua no indivíduo. Como a ideologia ou crença (representada por Bob) é uma variável fixa e não é medida diretamente pelas perguntas do questionário, o emaranhamento garante que qualquer tentativa de interrogar o indivíduo (Alice) estará sempre condicionada aos pesos e superposições originais dessa crença (Bob).

Dessa forma faremos uma análise do efeito de ordem nas perspectivas específicas de Alice e Bob, para que possamos observar o impacto do emaranhamento na magnitude do efeito de ordem. A seguir, apresentamos os resultados obtidos a partir da simulação computacional:

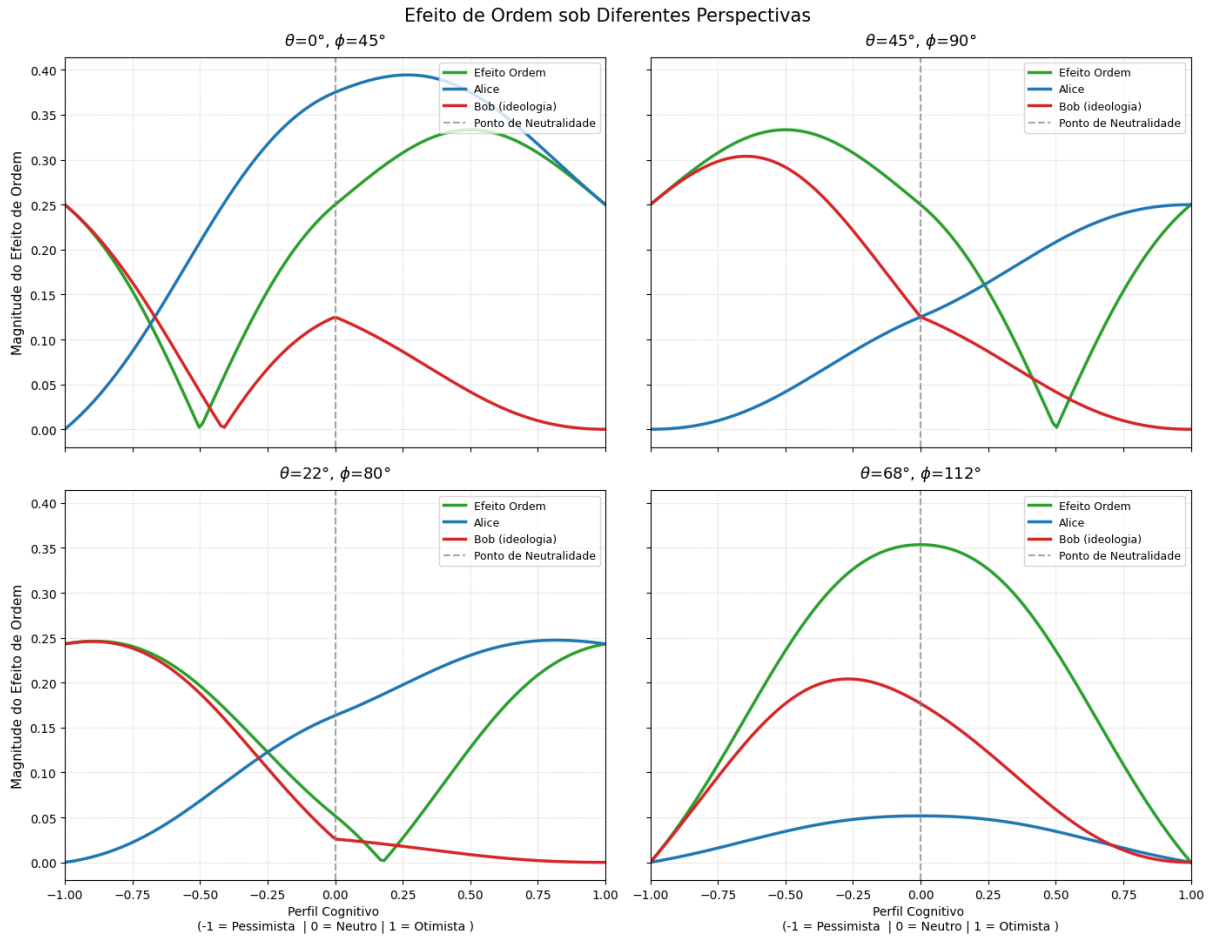


Figura 5 – Gráfico comparativo entre as perspectivas de Alice e o efeito não emaranhado.

A partir da análise do gráfico da Figura 5, podemos observar que a perspectiva de Alice, que está emaranhada com a ideologia de Bob, apresenta uma magnitude diferente em comparação com o cenário não emaranhado. Isso evidencia que o emaranhamento atua como um modulador do efeito de ordem, reforçando a ideia que uma ideologia também influencia as respostas subsequentes.

5 Conclusão

Este trabalho apresentou uma generalização do efeito de ordem por meio da parametrização de estados e operadores de projeção no espaço de Hilbert. Aproveitando da característica não-comutativa da computação quântica, foi possível demonstrar que a ordem das medições afeta o resultado final do sistema, corroborando a hipótese de que a cronologia das operações atua como um modificador de contexto.

A parametrização demonstrou que a magnitude do efeito de ordem não é uma característica estática dos operadores, mas uma variável sensível ao estado inicial do sistema.

Através da criação de diferentes grupos iniciais variando otimismo e pessimismo, foi possível analisar o comportamento não-comutativo em cada cenário. Com o suporte das simulações computacionais realizadas no *framework* Qiskit, foi possível gerar gráficos que demonstram o impacto do efeito de ordem, sendo possível observar a magnitude do efeito para diferentes estados iniciais e operadores de projeção. No contexto aplicado, a formalização desenvolvida neste estudo oferece contribuições diretas para as áreas de Inteligência Artificial e Teoria da Decisão. O modelo *quantum-like* estruturado permite que agentes artificiais simulem grupos e perguntas específicas, dispensando o uso dos modelos engessados tradicionais.

Destaca-se o potencial de aplicação prática do formalismo validado para a predição de cenários reais e a análise de mudanças de opinião. Uma vez que o modelo permite estruturar pessoas e perguntas específicas de forma parametrizada, trabalhos futuros podem utilizar essa arquitetura para realizar análises prévias. Isso possibilitaria mapear, por exemplo, como diferentes sequências de informações afetam a capacidade de persuasão ou a tomada de decisão de grupos-alvo específicos antes mesmo da aplicação de questionários ou campanhas reais.

Além disso, a integração deste modelo com algoritmos de Aprendizado de Máquina. O motor computacional desenvolvido neste trabalho pode servir como base analítica para treinar agentes de Inteligência Artificial voltados à predição de comportamento. Ao incorporar a lógica *quantum-like*, essas IAs seriam capazes de processar a dependência contextual humana, modelando mudanças de ideias e superando as limitações preditivas da probabilidade clássica.

Referências

GRIFFITHS, D. J.; SCHROETER, D. F. *Introduction to Quantum Mechanics*. 3rd. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2018. ISBN 978-1-107-18963-8. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 19.

JESUS, G. F. de et al. Computação quântica: uma abordagem para a graduação usando o qiskit. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, Sociedade Brasileira de Física, v. 43, p. e20210033, 2021. Citado na página 18.

LAVOR, C.; MANSSUR, L. R. S.; PORTUGAL, R. Uma introdução à computação quântica. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, Sociedade Brasileira de Física, v. 25, n. 4, p. 338–356, 2003. Citado na página 13.

MANO, M. M.; CILETTI, M. D. *Digital Design: With an Introduction to the Verilog HDL, VHDL, and SystemVerilog*. 6th. ed. New York: Pearson, 2017. Citado na página 13.

NIELSEN, M. A.; CHUANG, I. L. *Quantum Computation and Quantum Information*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2000. ISBN 978-0-521-63503-5. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 19.

VATHSAN, R. S. An introduction to quantum computing. *Resonance*, Springer, v. 18, n. 6, p. 524–539, 2013. Citado na página 19.

WANG, Z. et al. Context effects produced by question order reveal quantum nature of human judgments. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, National Acad Sciences, v. 111, n. 26, p. 9431–9436, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 18.

YEARSLEY, J. M.; BUSEMEYER, J. R. Quantum cognition and decision theories: A tutorial. *Journal of Mathematical Psychology*, Elsevier, v. 74, p. 99–116, 2016. Citado na página 18.

ZWIEBACH, B. *Mastering Quantum Mechanics: Essentials, Theory, and Applications*. Cambridge: MIT Press, 2022. Capítulo 5: The Postulates of Quantum Mechanics. Citado na página 15.

Apêndices

APÊNDICE A – Materiais elaborados pelo autor

A.1 Implementação e análise computacional

Para facilitar a compreensão do modelo computacional desenvolvido neste trabalho, o algoritmo de simulação foi estruturado em blocos lógicos.

A.1.1 Importação de Bibliotecas

Nesta etapa inicial, preparamos o ambiente de simulação carregando as dependências necessárias. Utilizamos o NumPy para as operações algébricas e trigonométricas, o Matplotlib para a geração dos gráficos finais, e os módulos do *framework* Qiskit para a manipulação dos estados quânticos, operadores de projeção.

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from qiskit.quantum_info import Statevector, Operator, partial_trace
```

Figura 6 – Importação das bibliotecas e módulos necessários.

A.1.2 Inicialização e interpolação de estados

Nesta fase, construímos as funções responsáveis por gerar os perfis cognitivos do sistema. A função `criar_estado_inicial` recebe as amplitudes de probabilidade e retorna um vetor de estado devidamente normalizado. Já a função `interpolar_estados` realiza uma transição linear suave entre dois perfis distintos.

A.1.3 Construção do operador de projeção

Para simular o ato da medição (as perguntas ao sistema), precisamos de uma função que crie a matriz de projeção adequada para um determinado ângulo paramétrico. A função `projektor_expandido` gera o projetor local de um *qubit* e, em seguida, utiliza o produto tensorial com a matriz identidade para expandir o operador, garantindo que a medição afete apenas o *qubit* desejado.

```

def criar_estado_inicial(alpha, beta, gamma, delta):
    norma = np.sqrt(np.abs(alpha)**2 + np.abs(beta)**2 + np.abs(gamma)**2 + np.abs(delta)**2)
    return Statevector([alpha/norma, beta/norma, gamma/norma, delta/norma])

def projetor_expandido(angulo):
    cos_a = np.cos(angulo)
    sin_a = np.sin(angulo)
    P_local = np.array([
        [cos_a**2,      cos_a * sin_a],
        [cos_a * sin_a, sin_a**2]
    ])
    I = np.eye(2)
    return Operator(np.kron(P_local, I))

def interpolar_estados(estado_origem, estado_destino, t):
    vetor_misto = (1 - t) * estado_origem.data + t * estado_destino.data
    vetor_normalizado = vetor_misto / np.linalg.norm(vetor_misto)
    return Statevector(vetor_normalizado)

```

Figura 7 – Funções para criação e interpolação dos estados quânticos.

```

def projetor_expandido(angulo):
    cos_a = np.cos(angulo)
    sin_a = np.sin(angulo)
    P_local = np.array([
        [cos_a**2,      cos_a * sin_a],
        [cos_a * sin_a, sin_a**2]
    ])
    I = np.eye(2)
    return Operator(np.kron(P_local, I))

```

Figura 8 – Função para geração da matriz de projeção expandida.

A.1.4 Extração das perspectivas locais

Para analisar o impacto da medição em perspectivas isoladas utilizamos (`partial_trace`). Essa operação matemática ignora um dos *qubits*, retornando a matriz de densidade reduzida do subsistema de interesse. Com isso, conseguimos isolar estatisticamente a perspectiva de Alice e a perspectiva ideológica de Bob.

A.1.5 Simulação da dinâmica do efeito de ordem

Esta é a função central do algoritmo. Ela recebe o estado quântico base e os dois ângulos de projeção. O código evolui o estado aplicando as medições em ordens cronológicas opostas (primeiro o ângulo teta e depois o phi, e vice-versa). A diferença entre as probabilidades das duas sequências representa a magnitude do efeito de ordem. A função calcula e retorna esse fenômeno em três perspectivas simultâneas: o sistema global, Alice e Bob.

```

QUBIT_BOB = 0
QUBIT_ALICE = 1

def obter_perspectiva(estado, quem):
    if quem == 'alice':
        return partial_trace(estado, [QUBIT_BOB])
    elif quem == 'bob':
        return partial_trace(estado, [QUBIT_ALICE])
    else:
        raise ValueError("quem deve ser 'alice' ou 'bob'")

def prob_estado_0(rho):
    return float(np.real(rho.data[0, 0]))

```

Figura 9 – Cálculo do traço parcial e extração de probabilidades locais.

```

def simular_efeito_ordem_completo(estado_base, theta, phi):
    P_theta = projetor_expandido(theta)
    P_phi = projetor_expandido(phi)

    estado_seq1 = estado_base.evolve(P_theta).evolve(P_phi)
    estado_seq2 = estado_base.evolve(P_phi).evolve(P_theta)

    prob_seq1 = np.linalg.norm(estado_seq1.data) ** 2
    prob_seq2 = np.linalg.norm(estado_seq2.data) ** 2
    gap_normal = abs(prob_seq1 - prob_seq2)

    p_alice_seq1 = prob_estado_0(obter_perspectiva(estado_seq1, 'alice'))
    p_alice_seq2 = prob_estado_0(obter_perspectiva(estado_seq2, 'alice'))
    gap_alice = abs(p_alice_seq1 - p_alice_seq2)

    p_bob_seq1 = prob_estado_0(obter_perspectiva(estado_seq1, 'bob'))
    p_bob_seq2 = prob_estado_0(obter_perspectiva(estado_seq2, 'bob'))
    gap_bob = abs(p_bob_seq1 - p_bob_seq2)

    return gap_normal, gap_alice, gap_bob

```

Figura 10 – Motor da simulação para calcular a magnitude do efeito de ordem.

A.1.6 Execução da varredura e mapeamento gráfico

Por fim, realizamos a execução de todos os testes iterando sobre um eixo contínuo que transita do perfil pessimista (-1) ao otimista (1), passando pelo estado neutro (0).

```

estado_neutro = criar_estado_inicial(0.5, 0.5, 0.5, 0.5)
estado_otimista = criar_estado_inicial(0.0, 0.0, 0.0, 1.0)
estado_pessimista = criar_estado_inicial(1.0, 0.0, 0.0, 0.0)

passos = 150
eixo_X = np.linspace(-1, 1, passos)

cenarios_de_perguntas = [
    (0, np.pi / 4),
    (np.pi / 4, np.pi / 2),
    (np.pi / 8, 1.178097 * (6 * np.pi) / 16),
    ((6 * np.pi) / 16, (5 * np.pi) / 8),
]

n_cenarios = len(cenarios_de_perguntas)
n_col = 2
n_lin = int(np.ceil(n_cenarios / n_col))

fig, axes = plt.subplots(n_lin, n_col, figsize=(14, 5.5 * n_lin), sharex=True, sharey=True)
axes = np.array(axes).flatten()

for idx, (angulo_theta, angulo_phi) in enumerate(cenarios_de_perguntas):
    trilha_normal = []
    trilha_alice = []
    trilha_bob = []

    for x in eixo_X:
        if x < 0:
            t = x + 1
            estado_atual = interpolar_estados(estado_pessimista, estado_neutro, t)
        else:
            t = x
            estado_atual = interpolar_estados(estado_neutro, estado_otimista, t)

        gap_normal, gap_alice, gap_bob = simular_efeito_ordem_completo(estado_atual, angulo_theta, angulo_phi)
        trilha_normal.append(gap_normal)
        trilha_alice.append(gap_alice)
        trilha_bob.append(gap_bob)

```

Figura 11 – Definição dos cenários e laço de repetição da varredura de perfis.

```

ax = axes[idx]
ax.plot(eixo_X, trilha_normal, linewidth=2.5, color='tab:green', label='Efeito Ordem')
ax.plot(eixo_X, trilha_alice, linewidth=2.5, color='tab:blue', label='Alice')
ax.plot(eixo_X, trilha_bob, linewidth=2.5, color='tab:red', label='Bob (ideologia)')
ax.axvline(x=0, color='gray', linestyle='--', alpha=0.7, label='Ponto de Neutralidade')

titulo_cenario = f'$\\theta$={np.degrees(angulo_theta):.0f}°, $\\phi$={np.degrees(angulo_phi):.0f}°'
ax.set_title(titulo_cenario, fontsize=13, pad=10)
ax.set_xlim(-1, 1)
ax.grid(True, linestyle=':', alpha=0.6)
ax.legend(loc='upper right', fontsize=9)

for ax in axes[n_cenarios:]:
    ax.axis('off')

for idx in range(n_cenarios):
    if idx >= n_cenarios - n_col:
        axes[idx].set_xlabel('Perfil Cognitivo \\n(-1 = Pessimista | 0 = Neutro | 1 = Otimista )', fontsize=10)
    if idx % n_col == 0:
        axes[idx].set_ylabel('Magnitude do Efeito de Ordem', fontsize=11)

plt.suptitle('Efeito de Ordem sob Diferentes Perspectivas', fontsize=15)
plt.tight_layout()
plt.show()

```

Figura 12 – Configurações visuais e plotagem do gráfico pelo Matplotlib.

Anexos