



Universidade Federal de Ouro Preto
Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas
Departamento de Engenharia Elétrica



Trabalho de Conclusão de Curso

Estimação de estados via filtro de Kalman de uma câmara termoeletricamente controlada

Vitor Emanuel Ferreira Eleutério

João Monlevade, MG
2026

Vitor Emanuel Ferreira Eleutério

**Estimação de estados via filtro de Kalman
de uma câmara termoeletricamente
controlada**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Universidade Federal de Ouro Preto como parte dos requisitos para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Elétrica pelo Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas da Universidade Federal de Ouro Preto.

Orientador: Prof. Dr. Márcio Feliciano Braga

Coorientadora: Profa. Dra. Wendy Yadira Eras Herrera

**Universidade Federal de Ouro Preto
João Monlevade
2026**

SISBIN - SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO

E393e Eleutério, Vítor Emanuel Ferreira.
Estimação de estados via filtro de Kalman de uma câmara
termoeletricamente controlada. [manuscrito] / Vítor Emanuel Ferreira
Eleutério. - 2026.
61 f.: il.: color., gráf., tab..

Orientador: Prof. Dr. Márcio Feliciano Braga.
Coorientadora: Profa. Dra. Wendy Yadira Eras Herrera.
Monografia (Bacharelado). Universidade Federal de Ouro Preto.
Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas. Graduação em Engenharia
Elétrica .

1. Controle de temperatura. 2. Filtragem de Kalman. 3. Identificação
de sistemas. 4. Métodos de espaço de estados. 5. Microcontroladores. I.
Braga, Márcio Feliciano. II. Herrera, Wendy Yadira Eras. III. Universidade
Federal de Ouro Preto. IV. Título.

CDU 681.5.015.44

Bibliotecário(a) Responsável: Flavia Reis - CRB6/2431



FOLHA DE APROVAÇÃO

Vítor Emanuel Ferreira Eleutério

Estimação de estados via filtro de Kalman de uma câmara termoeletricamente controlada

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de bacharel em Engenharia Elétrica

Aprovada em 2 de setembro de 2026.

Membros da banca

Dr. Márcio Feliciano Braga — Orientador — Universidade Federal de Ouro Preto
Dra. Wendy Yadira Eras Herrera — Coorientadora — Universidade Federal de Ouro Preto
Me. Anny Verly — Convidada — Universidade Federal de Ouro Preto
Dr. Rodrigo Augusto Ricco — Convidado — Universidade Federal de Ouro Preto

Márcio Feliciano Braga, orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito na Biblioteca Digital de Trabalhos de Conclusão de Curso da UFOP em 02/09/2026.



Documento assinado eletronicamente por **Marcio Feliciano Braga, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 02/09/2026, às 15:14, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **1182264** e o código CRC **20E28073**.

Dedico este trabalho a Deus, aos meus pais Márcio e Valdirene, à minha irmã Maria Eduarda e, em especial, à memória do meu tio José Silvio Ferreira, cuja humildade e apoio levarei sempre comigo.

Agradecimentos

Gostaria de expressar minha profunda gratidão a Deus, que tem sido minha força constante durante toda a minha vida. Agradeço por me sustentar nas dificuldades e por sempre iluminar meu caminho, guiando-me nos momentos de incerteza. Sua presença tem sido meu alicerce, e sou eternamente grato por sua proteção divina ao longo de cada passo. Em cada momento difícil, Ele me concedeu força e sabedoria para seguir em frente, sendo meu refúgio e a fonte da paz que me acolhe todos os dias.

Aos meus pais, Márcio e Valdirene, meu agradecimento eterno por sempre acreditarem no meu potencial e investirem na minha educação. Desde sempre, colocaram os estudos como prioridade em nossas vidas, demonstrando com seus próprios exemplos o valor do aprendizado e do crescimento pessoal. Sua confiança, amor e apoio foram fundamentais para que eu chegasse até aqui.

À minha irmã, Maria Eduarda, que mesmo com a distância imposta pelos seus próprios estudos, sempre foi minha fonte de força, motivando-me e lembrando-me do meu valor. Seus conselhos, carinho e amizade têm sido uma das maiores bênçãos da minha vida, impulsionando-me nos momentos de fraqueza.

Dedico um agradecimento profundamente especial à memória do meu tio, José Silvio Ferreira. Um grande confidente e alguém por quem eu nutria uma enorme afeição, sendo um exemplo de humildade e prestatividade que hoje faz uma falta imensa. Guardo com muito carinho as lembranças dos nossos momentos em família e passeios, em que compartilhamos tanta cumplicidade. Levo comigo a certeza do seu apoio e suas palavras de profunda felicidade pela minha conquista. Este momento também é dele.

Ao meu amigo e parceiro de estudos, Gabriel Henrique, minha eterna gratidão. Sua amizade foi fundamental nesta jornada, sempre ao meu lado nos desafios, aprendizados e celebrações. As horas de estudo, as conversas e as risadas compartilhadas me fortaleceram a cada passo, tornando-o um verdadeiro pilar nesta caminhada.

Ao meu companheiro de jornada, Álvaro, sou profundamente grato pela amizade, pela parceria e pelas viagens que fizemos juntos. Sua companhia tem sido um presente inestimável, e as experiências compartilhadas ficaram marcadas como lembranças que levarei para sempre, na torcida para que nossa amizade continue sempre forte e se renovando.

Ao meu grande amigo Allanderson, por me ensinar a importância de ser grato pelo que temos enquanto buscamos o que queremos. Seus conselhos me mostraram que a valorização do presente deve andar lado a lado com a coragem de perseguir nossos sonhos e objetivos.

Agradeço profundamente ao meu orientador, Márcio Braga, e à minha coorientadora, Wendy Herrera, pela orientação acadêmica, pela paciência demonstrada ao longo de todo o desenvolvimento deste projeto e pelo suporte técnico fundamental para a via-

bilização deste trabalho.

À turma 19.2, meu sincero agradecimento. Cada um de vocês contribuiu para o meu crescimento, seja com apoio, seja com incentivo. As lembranças dos momentos vividos juntos ficarão para sempre guardadas no meu coração, e a jornada se torna muito mais rica por ter compartilhado essa caminhada com todos vocês.

“Não entregues tua alma à tristeza, não atormentes a ti mesmo em teus pensamentos. A alegria do coração é a vida do homem, e um inesgotável tesouro de santidade. A alegria do homem torna mais longa a sua vida.”
Eclesiástico 30, 22-23.

Resumo

O objetivo deste trabalho é utilizar o Filtro de Kalman para estimar os estados de uma câmara termoeletricamente controlada ([CTC](#), do inglês *Thermoelectrically Controlled Chamber*) presente no Laboratório de Controle e Automação do Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas da Universidade Federal de Ouro Preto. A [CTC](#) é uma caixa isolada termicamente, cujo interior pode ser resfriado ou aquecido, variando a tensão elétrica aplicada a módulos resfriamento termoeletrico ([TEC](#), do inglês *Thermoelectric Cooling*). De modo geral, os módulos TEC funcionam empregando o efeito Peltier, que produz um gradiente de temperatura na junção de dois condutores ou semicondutores quando submetidos à variação da tensão elétrica. Para a aplicação do filtro de Kalman, é necessário um modelo matemático que descreva adequadamente o comportamento dinâmico da [CTC](#). Assim, empregando técnicas de identificação de sistemas, foi obtido um modelo matemático linear em espaço de estados, composto por quatro estados, que permite prever o comportamento térmico e dinâmico da [CTC](#). Projetou-se um sinal de teste do tipo Sequência Binária Pseudoaleatória ([PRBS](#), do inglês *Pseudo-Random Binary Sequence*), empregado para gerar variações controladas na entrada do sistema térmico e registrar sua resposta dinâmica para a posterior identificação do modelo. O processo de identificação compreendeu, ainda, a calibração estática multipontual da malha de instrumentação e a estimação das matrizes dinâmicas do sistema por meio do Método dos Mínimos Quadrados. O filtro de Kalman, estima todos os quatro estados da [CTC](#), mesmo quando somente um dos estados estiver disponível, garantindo a robustez do sistema em cenários de falha dos sensores. Essas afirmações são corroboradas, no transcurso do trabalho, por meio de análises detalhadas, nas quais se avalia a precisão das estimativas por meio do erro médio quadrático normalizado ([NRMSE](#), do inglês *Normalized Mean Squared Error*) e do erro médio absoluto percentual ([MAPE](#), do inglês *Mean Absolute Percentage Error*), comparando o desempenho do sistema em diferentes condições operacionais. Enquanto o [NRMSE](#) mede a diferença absoluta entre os valores estimados e os valores reais medidos, o [MAPE](#) quantifica o erro percentual médio relativo das trajetórias, indicando que, quanto menores forem esses índices, mais precisa será a estimativa. Adicionalmente, o algoritmo foi validado computacionalmente e, subsequentemente, embarcado em um microcontrolador (Arduino Uno), permitindo o monitoramento dinâmico e estável das variáveis térmicas, em tempo real, e consolidando o estimador como uma alternativa viável para a estrutura de sensores virtuais na planta.

Palavras-chave: Filtro de Kalman, CTC, Modelo em Espaços de Estados, Identificação de Sistemas.

Abstract

The objective of this work is to use the Kalman Filter to estimate the states of a câmara termoeletricamente controlada (**CTC**, do inglês *Thermoelectrically Controlled Chamber*) located in the Control and Automation Laboratory at the Institute of Exact and Applied Sciences of the Federal University of Ouro Preto. The **CTC** is a thermally insulated chamber whose interior can be cooled or heated by varying the electrical voltage applied to resfriamento termoeletrico (**TEC**, do inglês *Thermoelectric Cooling*) modules. In general, TEC modules operate based on the Peltier effect, which produces a temperature gradient across the junction of two conductors or semiconductors when subjected to a variation in electrical voltage. To apply the Kalman Filter, a mathematical model that adequately describes the dynamic behavior of the **CTC** is required. Thus, employing system identification techniques, a linear state-space mathematical model with four states was obtained, allowing the prediction of the thermal and dynamic behavior of the **CTC**. A test signal of the Sequência Binária Pseudoaleatória (**PRBS**, do inglês *Pseudo-Random Binary Sequence*) type was designed and applied to generate controlled variations at the input of the thermal system and record its dynamic response for subsequent model identification. The identification process also comprised the multipoint static calibration of the instrumentation loop and the estimation of the system's dynamic matrices using the Least Squares Method. The Kalman Filter estimates all four states of the **CTC**, even when only one state is available, ensuring system robustness in sensor failure scenarios. These claims are corroborated throughout the work through detailed analyses evaluating estimation accuracy using the erro médio quadrático normalizado (**NRMSE**, do inglês *Normalized Mean Squared Error*) and erro médio absoluto percentual (**MAPE**, do inglês *Mean Absolute Percentage Error*), comparing system performance under different operating conditions. While the **NRMSE** measures the absolute difference between estimated and real measured values, the **MAPE** quantifies the relative mean percentage error of the trajectories, indicating that lower values correspond to higher estimation accuracy. Additionally, the algorithm was computationally validated and subsequently embedded into a microcontroller (Arduino Uno), enabling stable, real-time dynamic monitoring of thermal variables and consolidating the estimator as a viable alternative for virtual sensor architecture in the plant.

Keywords: Kalman Filter, TCC, State-Space Model, System Identification.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Funcionamento de uma célula Peltier.	6
Figura 2 – Caixa Termoeletricamente Controlada.	18
Figura 3 – 4 sensores DS18B20 (internos).	18
Figura 4 – Arduino UNO.	20
Figura 5 – Conexões do Arduino com o circuito de controle.	21
Figura 6 – Termovisor infravermelho industrial Fluke, modelo TiS60+, utilizado como instrumento padrão de referência térmica.	23
Figura 7 – Registros termográficos obtidos com o termovisor Fluke TiS60+ durante o ensaio de calibração estática: (a) 0 min. e (b) 40 min.	24
Figura 8 – Registros das grandezas elétricas nos displays das fontes chaveadas obtidos em bancada durante o ensaio: (a) 0 min e (b) 40 min.	24
Figura 9 – Curvas de decaimento térmico e perfis de calibração temporal para os seis canais de transdução ativa.	26
Figura 10 – Sinal PWM de entrada gerado para excitação do sistema.	27
Figura 11 – Comparação entre os sinais medidos da corrente 1 em vermelho e os sinais medidos da corrente 2 em azul.	28
Figura 12 – Comportamento da média das temperaturas internas da CTC.	29
Figura 13 – Sensor de corrente ACS712.	30
Figura 14 – Comparação entre os estados medidos em vermelho e os estados estimados pelo filtro de Kalman em azul para o caso 4, no qual todos os estados x_1 , x_2 , x_3 e x_4 são diretamente observados.	36
Figura 15 – Comparação entre os estados medidos, representados pela linha contínua em vermelho , e os estados estimados pelo filtro de Kalman, representados pela linha tracejada em azul, para o caso 1, no qual se considera x_1 como referência.	37
Figura 16 – Comparação entre os estados medidos e os estados estimados pelo Filtro de Kalman em tempo real para o Caso 4	41
Figura 17 – Comparação entre os estados medidos e os estados estimados pelo Filtro de Kalman em tempo real para o Caso 1	42

Lista de tabelas

Tabela 1	–	Lista de materiais, especificações e dimensões da câmara térmica. . . .	19
Tabela 2	–	Dados experimentais obtidos em campo durante o ensaio de resfriamento $n = 5$	22
Tabela 3	–	Coefficientes lineares e correlação obtidos no ensaio de resfriamento real ($n = 5$).	25
Tabela 4	–	Métricas estatísticas comparativas (NRMSE e MAPE) obtidas para o Caso 4.	36
Tabela 5	–	Métricas estatísticas comparativas (NRMSE e MAPE) obtidas para o Caso 1.	37
Tabela 6	–	Erro Médio Quadrático (NRMSE) para os diferentes cenários de estados observados.	38
Tabela 7	–	Erro Médio Absoluto Percentual (MAPE) para os diferentes cenários de estados observados.	38
Tabela 8	–	Erro Médio Quadrático (NRMSE) obtido durante o monitoramento em tempo real.	40
Tabela 9	–	Erro Médio Absoluto Percentual (MAPE) obtido durante o monitoramento em tempo real.	40

Sumário

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Objetivos	2
1.1.1	Objetivos específicos	2
1.2	Estrutura do trabalho	3
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	5
2.1	Introdução	5
2.2	Efeitos termoelétricos	5
2.2.1	Efeito Seebeck	5
2.2.2	Efeito Peltier	6
2.2.3	Efeito Thomson	7
2.3	Modelagem	7
2.3.1	Modelagem Caixa Branca	8
2.3.2	Modelagem Caixa Preta	8
2.3.3	Modelagem Caixa Cinza	8
2.3.4	Identificação de Sistemas	9
2.4	Representação em Espaços de Estados	9
2.5	Identificação em Espaços de Estados	10
2.5.1	Representação Matemática do Modelo	10
2.5.2	Estimação dos Parâmetros	11
2.6	Filtro de Kalman	12
2.6.1	Algoritmo do Filtro de Kalman	13
2.7	Erro Médio Quadrático Normalizado (NRMSE)	14
2.8	Erro Percentual Absoluto Médio (MAPE)	14
2.9	Método dos Mínimos Quadrados Aplicado à Calibração Linear	14
2.10	Conclusão Parcial	15
3	CARACTERIZAÇÃO DA CAIXA TERMoeLETRICAMENTE CONTROLADA	17
3.1	Caixa Termoeletricamente Controlada	17
3.1.1	Conexões Elétricas	17
3.2	Calibração Estática e Caracterização da Malha de Instrumentação	21
3.2.1	Extração das Curvas de Calibração	23
3.2.2	Condições Experimentais do Ensaio em Banho-Maria	26
3.3	Coleta de Dados e Modelagem	27

3.3.1	Geração do Sinal PWM com Tempo Ativo Aleatório e Definição dos Intervalos	27
3.3.2	Coleta de Dados e Instrumentação Utilizada	28
3.3.3	Identificação das Matrizes A e B	29
3.3.4	Aquisição de Dados e Filtragem em Tempo Real no Arduino	30
3.3.5	Comunicação entre o Arduino e Matlab	31
3.4	Conclusão Parcial	31
4	RESULTADOS	32
4.1	Coleta e Preparação dos Dados	32
4.1.1	Identificação em Espaços de Estados	33
4.2	Implementação do Filtro de Kalman	34
4.2.1	Definição das Matrizes do Filtro	34
4.3	Aplicação do Filtro de Kalman em Ambiente Computacional	35
4.3.1	Caso 4: Projeto do Filtro de Kalman utilizando x_1 , x_2 , x_3 e x_4 como referência	35
4.3.2	Caso 1: Projeto do Filtro de Kalman utilizando x_1 como referência	37
4.3.3	Análise Comparativa de Desempenho	39
4.3.3.1	Análise Comparativa do NRMSE e MAPE	39
4.4	Implementação e Validação em Tempo Real	39
4.4.0.1	Análise Comparativa do NRMSE e MAPE em Tempo Real	39
4.4.1	Análise Gráfica dos Cenários Experimentais	41
4.5	Conclusão Parcial	43
5	CONCLUSÃO	44
5.1	Trabalhos Futuros	45
	REFERÊNCIAS	46

1 Introdução

A estimação de estados é uma ferramenta essencial em diversas aplicações de engenharia e ciência, permitindo obter informações precisas sobre sistemas dinâmicos a partir de medições ruidosas ou incompletas. O Filtro de Kalman ([FK](#), do inglês *Kalman Filter*) se destaca como uma das técnicas mais utilizadas para essa finalidade ([KALMAN, 1960](#)). Originalmente desenvolvido para aplicações em navegação e rastreamento, o [FK](#) tem sido empregado com sucesso em sistemas térmicos, robótica, processamento de sinais e diversas áreas da engenharia ([GAO et al., 2021](#)).

A aplicação do Filtro de Kalman na modelagem térmica tem sido amplamente explorada na literatura. Estudos demonstram que essa abordagem melhora a confiabilidade na predição de variáveis internas em sistemas térmicos, como câmaras controladas, permitindo maior precisão na análise de dados ([GREWAL; ANDREWS, 2014](#)). A utilização do [FK](#) para estimação de estados tem sido validada em experimentos que envolvem modelagem térmica e avaliação do desempenho de sensores ([ZHANG; YANG; WANG, 2023](#)).

Entre os diversos tipos de sistemas térmicos, destacam-se os que utilizam células de Peltier para aquecimento e resfriamento. As células de Peltier criam um gradiente de temperatura ao serem alimentadas com uma corrente elétrica, permitindo o controle preciso de temperaturas em espaços confinados ([ZHAO; TAN, 2014](#)). Esses sistemas são comumente usados em aplicações que exigem soluções compactas e eficientes, como resfriamento de equipamentos eletrônicos e pequenos dispositivos de refrigeração. Um exemplo de aplicação dessas células é o trabalho de [Pessoa \(2023\)](#), que envolveu a construção de uma câmara termoelectricamente controlada. O sistema foi projetado para atuar como uma caixa isolada termicamente, equipada com células de Peltier e um sistema de refrigeração a água, permitindo análise das temperaturas internas da câmara.

Em aplicações práticas, o Filtro de Kalman tem sido empregado na modelagem térmica de câmaras experimentais para compensar ruídos de sensores e melhorar a precisão da estimativa dos estados ([STENGEL, 2014](#)). Pesquisas apontam que sua aplicação em sistemas térmicos permite maior estabilidade nas medições e redução da variabilidade dos resultados ([MORIARITY; SMITH; SILVA, 2022](#)). Um exemplo disso ocorre no controle de temperatura de precisão, em que o filtro atenua as oscilações de alta frequência causadas por ruídos de chaveamento elétrico. Além disso, sua robustez possibilita que seja empregado em diferentes condições ambientais e operacionais, tornando-se uma ferramenta versátil para análise térmica ([SOARES; OLIVEIRA; SILVA, 2023](#)).

Diversos setores se beneficiam da estimação de estados baseada no Filtro de Kalman, incluindo indústrias farmacêuticas, laboratórios de pesquisa e sistemas de climatização avançados ([ALI et al., 2015](#)). O controle preciso da temperatura em ambientes

críticos depende diretamente de medições confiáveis, e o [FK](#) é uma ferramenta poderosa para compensar variações na temperatura ambiente e ruídos de medição ([ZHANG; LIU; WANG, 2024](#)). Esse aspecto é particularmente relevante em câmaras termoeletricamente controladas, onde a falta de precisão nas estimativas térmicas impacta diretamente o desempenho dos experimentos ([GELB, 1974](#)).

Outrossim, estudos conduzidos no Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE) exploraram o uso do [FK](#) para melhorar a precisão na estimativa de temperatura em satélites, garantindo maior estabilidade térmica e prolongando a vida útil dos equipamentos ([COSTA; ALMEIDA, 2021](#)).

Diante desse contexto, este trabalho tem como objetivo aplicar o Filtro de Kalman para estimar os estados térmicos de uma câmara termoeletricamente controlada desenvolvida em [Pessoa \(2023\)](#), avaliando sua eficácia na obtenção de medições mais precisas. Além disso, o uso do estimador visa mitigar o impacto da ausência de dados decorrente de eventuais falhas parciais ou totais nos sensores físicos, permitindo a continuidade operacional. O estudo se justifica, portanto, pelo potencial de aprimoramento dos sistemas térmicos experimentais e pela necessidade de reconstruir variáveis cruciais para melhorar a regulação de processos dinâmicos. Dessa forma, espera-se contribuir para a disseminação de metodologias mais eficazes na modelagem e monitoramento de sistemas térmicos em ambientes laboratoriais e industriais.

1.1 Objetivos

O objetivo deste trabalho é aplicar e avaliar o [FK](#) para a estimação dos estados de uma câmara termoeletricamente controlada ([CTC](#)), desenvolvida por [Pessoa \(2023\)](#) e localizada no Laboratório de Controle e Automação do Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas da Universidade Federal de Ouro Preto. Para alcançar esse objetivo, pretende-se realizar a calibração estática da malha de sensores de temperatura, identificar um modelo matemático dinâmico em espaço de estados para a planta, projetar o [FK](#) e avaliar sua capacidade de reconstrução dos estados térmicos.

1.1.1 Objetivos específicos

Para alcançar o objetivo geral, os seguintes objetivos específicos devem ser cumpridos:

- Obter um modelo matemático linear em espaço de estados que descreva a dinâmica do sistema térmico utilizando método de mínimos quadrados a partir dos dados experimentais coletados;
- A partir dos dados coletados, estimar os estados da [CTC](#) utilizando o [FK](#);

- Embarcar o filtro de Kalman na câmara termoeletricamente controlada;
- Validar a estimação de estados por meio de métricas quantitativas e qualitativas.

1.2 Estrutura do trabalho

No [Capítulo 1](#), apresentam-se o contexto e a motivação do estudo, destacando a importância do controle térmico em sistemas dinâmicos, em que se discute o uso do Filtro de Kalman como uma possível solução para a estimativa de estados térmicos em uma câmara termoeletricamente controlada.

No [Capítulo 2](#), são explorados os sistemas termoeletricos, com ênfase nos módulos Peltier para controle térmico em diversas aplicações. Destacam-se a importância dos efeitos termoeletricos Seebeck, Peltier e Thomson, que permitem a conversão de temperatura em eletricidade, e vice-versa, e o controle térmico. Apresentam-se também técnicas para a modelagem de sistemas, esclarecendo conceitos como a modelagem caixa branca, caixa preta e caixa cinza. Por fim, apresenta-se a metodologia para a obtenção das representações em espaço de estados para sistemas lineares discretos. Esse modelo matemático fundamenta o projeto do [FK](#). Adicionalmente, descreve-se o Método dos Mínimos Quadrados aplicado à calibração linear dos sensores, bem como as métricas erro médio quadrático normalizado ([NRMSE](#), do inglês *Normalized Mean Squared Error*) e erro médio absoluto percentual ([MAPE](#), do inglês *Mean Absolute Percentage Error*) empregadas na avaliação de desempenho do sistema.

No [Capítulo 3](#), descreve-se o desenvolvimento da câmara termoeletricamente controlada, conforme desenvolvido no trabalho de [Pessoa \(2023\)](#). São apresentados detalhes sobre os materiais utilizados, como MDF e isopor de alta densidade, além do sistema de refrigeração que envolve células Peltier e um circuito de circulação de água. A construção inclui ventiladores, dissipadores de calor e sensores DS18B20, que monitoram a temperatura interna da câmara. A integração do sistema é realizada por meio de um Arduino UNO, que gerencia a aquisição de dados e controla os componentes do sistema. O capítulo também aborda a coleta de dados, incluindo o uso da Modulação de Largura de Pulso ([PWM](#), do inglês *Pulse Width Modulation*) para excitar a corrente elétrica aplicada às células Peltier, permitindo uma análise detalhada da resposta térmica. Ademais, detalha-se o procedimento de calibração estática da malha de instrumentação em banho-maria, bem como a identificação das matrizes em espaço de estados, ambos fundamentados no Método dos Mínimos Quadrados. Por fim, descrevem-se a aquisição e a filtragem de dados em tempo real no Arduino, a implementação do [FK](#) no Matlab e a infraestrutura de comunicação serial entre as plataformas.

No [Capítulo 4](#), por sua vez, apresentam-se os resultados da implementação do Filtro de Kalman. São discutidos os testes realizados com diferentes configurações de sensores e as respectivas estimativas dos estados internos da câmara. A análise é feita

a partir dos dados coletados, aplicando o [NRMSE](#) e [MAPE](#) para avaliar a precisão das estimativas de temperatura em diversos cenários, fornecendo uma visão detalhada do desempenho do sistema implementado.

Finalmente, no [Capítulo 5](#), registram-se as conclusões obtidas a partir dos resultados analisados e a apresentação de recomendações para trabalhos futuros.

2 Revisão Bibliográfica

2.1 Introdução

Este capítulo aborda os fundamentos e as aplicações dos dispositivos termoeletricos, com foco no emprego de células Peltier para a gestão da temperatura. Devido à capacidade de alternar entre aquecimento e resfriamento com elevada precisão, essa tecnologia é amplamente utilizada em ambientes industriais e sistemas eletrônicos. A concepção de soluções eficientes baseia-se na compreensão dos efeitos termoeletricos e nas técnicas de modelagem dinâmica. Dessa forma, o objetivo deste capítulo é apresentar os conceitos teóricos e as metodologias de identificação empregadas na caracterização do sistema em estudo.

2.2 Efeitos termoeletricos

A área da termodinâmica desempenha um papel fundamental na compreensão e análise de processos energéticos e transformações de calor. Além disso, é um ramo da física que estuda as relações entre calor, trabalho e energia, sendo essencial para diversas disciplinas científicas e engenharias. Os efeitos termoeletricos são cruciais para controlar e administrar a energia térmica no campo da termodinâmica. Eles são usados em uma variedade de tecnologias, incluindo geração de energia e sistemas de refrigeração, em que a eficiência térmica é essencial. Esses efeitos permitem a criação de soluções que utilizam mudanças de temperatura para executar tarefas específicas, como resfriar ou transformar calor em eletricidade. A seguir, serão considerados alguns efeitos importantes para o projeto, pois a compreensão e aplicação são essenciais para a inovação em dispositivos.

2.2.1 Efeito Seebeck

O efeito Seebeck é uma conversão de diferenças de temperatura em eletricidade (KISS; FERREIRA, 2016). Esse fenômeno recebeu o nome do físico Thomas Johann Seebeck, que descobriu em 1821 que a agulha de uma bússola era desviada por um circuito fechado formado por metais distintos com uma diferença de temperatura entre suas junções. Um gradiente de temperatura imposto a um condutor gera uma corrente de difusão. Sob condições de circuito aberto, desenvolve-se um campo elétrico oposto a esse gradiente, que equilibra a difusão de carga (KIMLING, 2013). A relação entre a tensão gerada e a variação térmica é dada por

$$\Delta E = S\Delta T, \quad (2.1)$$

em que ΔE é a diferença de potencial (V), S representa o coeficiente de Seebeck ($\mu\text{V}/^\circ\text{C}$) e ΔT denota a variação de temperatura (K).

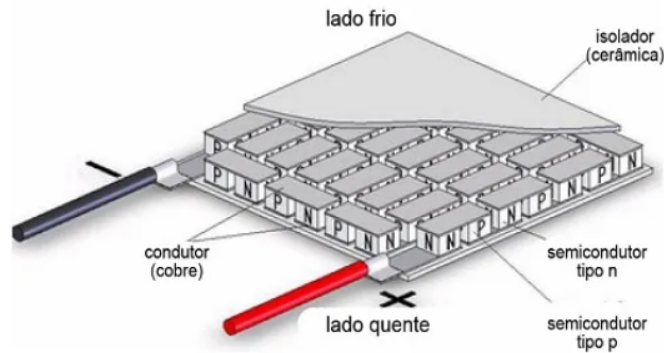
2.2.2 Efeito Peltier

O efeito Peltier é um fenômeno termoelétrico que descreve a absorção ou liberação de calor quando uma corrente elétrica passa por dois condutores diferentes em uma junção. O efeito, descoberto por Jean Charles Athanase Peltier em 1834, é a base para dispositivos termoelétricos, como células de Peltier, que podem realizar resfriamento ou aquecimento controlado e ocorre nas junções de materiais condutores diferentes quando uma corrente elétrica é aplicada. No processo, calor é absorvido em uma junção (efeito de resfriamento) e liberado na outra junção (efeito de aquecimento) (FERNANDES et al., 2010). A Figura 1 ilustra o funcionamento de uma placa Peltier; nela pode-se observar uma junção P e N, mas, na prática, são utilizadas várias dessas combinações. Devido à transferência de energia térmica pelos portadores de carga, geralmente elétrons, nos materiais, o calor gerado Q (cal) pode ser expresso por

$$Q = \rho I, \quad (2.2)$$

sendo ρ (W/r), o coeficiente de Peltier, e I (A), a corrente elétrica.

Figura 1 – Funcionamento de uma célula Peltier.



Fonte: Retirado de Automa3D (2024).

As junções tipo P e tipo N referem-se às regiões do material semicondutor onde ocorrem diferentes tipos de dopagem. A junção tipo P é dopada com impurezas que introduzem “lacunas” no material, enquanto a junção tipo N é dopada com impurezas que introduzem “elétrons livre” (FERNANDES et al., 2010). Durante a operação, a corrente elétrica flui através da junção P-N quando uma diferença de temperatura é aplicada. O lado da junção onde ocorre a absorção de calor é chamado de junção quente (tipo N), enquanto o lado que libera calor é denominado junção fria (tipo P). Esse fluxo de elétrons pela junção gera um efeito de resfriamento na junção quente e um efeito de aquecimento na junção fria, possibilitando a transferência de calor de um lado para o outro.

Essa capacidade de transferir calor torna as células de Peltier valiosas em diversas aplicações. Elas são utilizadas em sistemas de refrigeração compactos, como resfriadores de CPU em computadores, e também em dispositivos de controle térmico para eletrônicos e aplicações científicas. A combinação eficiente das junções tipo P e tipo N nas células de Peltier destaca-se como um exemplo prático e engenhoso de como a tecnologia termoelétrica pode ser aplicada para gerar resfriamento ou aquecimento controlado em diferentes contextos (FERNANDES et al., 2010).

2.2.3 Efeito Thomson

O efeito Thomson é um fenômeno termoelétrico relacionado à transferência de calor que ocorre quando uma corrente elétrica flui por meio de um condutor. Diferentemente do efeito Peltier, o efeito Thomson está associado à variação da temperatura ao longo de um condutor. Nesse efeito, a variação de temperatura ao longo de um condutor provoca uma geração líquida de calor ou uma absorção, dependendo da direção da corrente elétrica. Esse fenômeno é frequentemente descrito como um resfriamento ou aquecimento adiabático, ocorrendo sem transferência de calor para o ambiente externo. O coeficiente Thomson (μ) é uma medida de intensidade e é definido pela relação

$$Q = \rho J^2 - \mu J \frac{dT}{dL}, \quad (2.3)$$

em que Q é a taxa de geração de calor por unidade de volume (W/m^3), ρ representa a resistividade elétrica (Ω/m), J é a densidade de corrente (A/m^2), μ denota o coeficiente de Thomson (V/K) e $\frac{dT}{dL}$ é o gradiente de temperatura ao longo do comprimento do condutor (K/m).

2.3 Modelagem

A modelagem é uma etapa inicial fundamental para a aplicação de muitas técnicas de análise, estimação e controle de sistemas dinâmicos. No caso em estudo, a modelagem é necessária para descrever a dinâmica térmica interna e como as partes da caixa termoeletricamente controlada funcionam. De acordo com Ogata (2010), uma variedade de formas pode ser assumida pelos modelos matemáticos. Um modelo matemático pode ser mais adequado que outro, dependendo do sistema e da aplicação. Por exemplo, a utilização de representações de espaços de estados é vantajosa em situações nas quais as variáveis internas do processo são necessárias para uma descrição mais precisa do processo. Por outro lado, a representação pela função de transferência pode ser mais conveniente que qualquer outro método para a análise da resposta transitória ou da resposta em frequência de um sistema linear, variante no tempo, de entrada e saída únicas.

2.3.1 Modelagem Caixa Branca

A modelagem do tipo caixa branca é aplicada sempre que todos os componentes de um sistema dinâmico são bem compreendidos pelo projetista. Um exemplo é modelar a conservação das temperaturas em líquidos contidos em uma garrafa térmica com ampola de vidro com a lei do resfriamento de Newton. É feita a modelagem para descrever a variação da temperatura do líquido ao longo do tempo contida pela garrafa térmica, considerando a transferência de calor por meio da parede de ampola (MATOS et al., 2017).

2.3.2 Modelagem Caixa Preta

A modelagem caixa-preta analisa o comportamento dinâmico de um sistema a partir de dados de entrada e saída, sem requerer a formulação de equações físicas internas. Essa estratégia é empregada quando os mecanismos do processo são desconhecidos ou de difícil modelagem analítica. Para construir esses modelos empíricos, utilizam-se técnicas de identificação de sistemas que abrangem desde métodos clássicos, como a análise de resposta em frequência, até abordagens baseadas em aprendizado de máquina. A principal vantagem desse método reside na sua simplicidade e na rapidez de implementação. Contudo, modelos fundamentados estritamente em dados podem perder capacidade de predição por diversos fatores, tais como excitação insuficiente do sistema, presença de falhas, janelas de amostragem reduzidas ou escolha inadequada da estrutura do modelo (CALLEGARI et al., 2019). Ademais, as representações resultantes carecem da interpretabilidade física característica dos modelos caixa-branca.

2.3.3 Modelagem Caixa Cinza

A modelagem caixa cinza é uma abordagem posicionada entre a modelagem caixa preta e a modelagem caixa branca no campo de análise de sistemas. A modelagem caixa-cinza combina o conhecimento físico parcial do sistema com dados experimentais de entrada e saída. Dessa forma, equilibra o rigor analítico e a simplicidade empírica. Portanto, a modelagem caixa cinza permite obter um modelo que apresenta um maior conhecimento dos detalhes internos do sistema do que o modelo obtido via caixa preta, mas com menos informações do que o modelo obtido via modelagem caixa branca (DUARTE et al., 2014). Como resultado, ela emprega uma abordagem específica, concentrando-se em elementos específicos e pertinentes da estrutura interna, enquanto simplifica ou negligencia outros componentes menos importantes para a análise em questão.

Essa técnica é frequentemente utilizada em situações em que a complexidade do sistema impede uma análise completa, mas em que a compreensão global depende de algumas informações sobre a estrutura interna. Oferece uma alternativa flexível que permite uma análise de sistemas mais realista do que uma modelagem caixa preta, mas sem a

necessidade de detalhes extensos que a modelagem caixa branca exige. Sua capacidade de adaptação torna-se uma ferramenta útil em situações em que a compreensão do sistema é prejudicada por limitações de informações ou complexidade intrínseca. A modelagem caixa cinza pode ser usada em uma variedade de campos, como engenharia de sistemas, controle, estatística e ciências sociais, em que é essencial manter um equilíbrio entre a simplicidade e a precisão da representação.

2.3.4 Identificação de Sistemas

O objetivo principal da identificação de sistemas é obter um modelo matemático que represente o comportamento dinâmico de um processo a partir de dados experimentais (AGUIRRE, 2007). Esse procedimento é estruturado em cinco etapas fundamentais: a aquisição de dados, a análise de dados, a seleção da estrutura do modelo, a estimação de parâmetros e a validação do modelo.

Na etapa de aquisição de dados, o planejamento da excitação de entrada é crucial para capturar características dinâmicas do sistema, tais como constantes de tempo, ganhos estáticos e atrasos de transporte (AGUIRRE, 2007). Por essa razão, a identificação é amplamente empregada na caracterização de plantas térmicas e no controle de processos, fornecendo a base matemática necessária para o projeto de estimadores de estado e controladores.

2.4 Representação em Espaços de Estados

A representação em espaço de estados, usa vetores e matrizes para descrever o comportamento de um sistema de forma compacta e sistemática (OGATA, 2010). O projeto em questão se baseia na análise e modelagem de sistemas lineares discretos, em que as variáveis de interesse são observadas e manipuladas em intervalos de tempo discretos. Isso significa que o comportamento do sistema é descrito por equações de diferença, ao invés de equações diferenciais, típicas de sistemas contínuos. A escolha dessa abordagem discreta é particularmente relevante para aplicações digitais, dado que o processamento e o controle são realizados em intervalos de tempo específicos, como em controladores digitais e sistemas de amostragem.

A representação em espaço de estados é utilizada para modelar a evolução do sistema de um instante de tempo para o próximo. As equações que governam o sistema são descritas como

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k, \quad (2.4)$$

$$y_k = Cx_k + Du_k, \quad (2.5)$$

em que $x_k \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de estados, $u_k \in \mathbb{R}^{n_u}$ é o vetor de entradas e $y_k \in \mathbb{R}^{n_y}$ é o vetor de saídas. Além disso, tem-se que $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ é a matriz de transição de estados,

que descreve como os estados x_k evoluem no tempo; $B \in \mathbb{R}^{n \times n_u}$ é a matriz de entrada, que descreve a influência da entrada u_k no sistema; $C \in \mathbb{R}^{n_y \times n}$ é a matriz de observação, que mapeia os estados para a saída; e $D \in \mathbb{R}^{n_y \times n_u}$ é a matriz de transmissão direta, que descreve como a entrada afeta diretamente a saída. As matrizes são definidas para capturar as características dinâmicas lineares do sistema em intervalos discretos de tempo, o que permite uma modelagem precisa e uma análise rigorosa do comportamento dinâmico do sistema.

Para cada um dos estados (2.4), tem-se que

$$\begin{aligned} x_{1,k+1} &= a_{11}x_{1,k} + a_{12}x_{2,k} + a_{13}x_{3,k} + a_{14}x_{4,k} + b_1u_k, \\ x_{2,k+1} &= a_{21}x_{1,k} + a_{22}x_{2,k} + a_{23}x_{3,k} + a_{24}x_{4,k} + b_2u_k, \\ x_{3,k+1} &= a_{31}x_{1,k} + a_{32}x_{2,k} + a_{33}x_{3,k} + a_{34}x_{4,k} + b_3u_k, \\ x_{4,k+1} &= a_{41}x_{1,k} + a_{42}x_{2,k} + a_{43}x_{3,k} + a_{44}x_{4,k} + b_4u_k. \end{aligned} \quad (2.6)$$

No modelo, os estados x_1 , x_2 , x_3 e x_4 correspondem aos sensores da caixa termoeletricamente controlada. De forma matricial, expressa-se a dinâmica como

$$\begin{bmatrix} x_{1,k+1} \\ x_{2,k+1} \\ x_{3,k+1} \\ x_{4,k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1,k} \\ x_{2,k} \\ x_{3,k} \\ x_{4,k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} u_k, \quad (2.7)$$

em que u_k é a entrada de corrente aplicada ao sistema e x_k representa o vetor de estados do sistema (no caso, as leituras dos sensores de temperatura). Diante disso, definiu-se a adoção de um modelo de quarta ordem, no qual a dimensão do vetor de estados corresponde diretamente às medições obtidas pelos sensores posicionados em quatro pontos distintos no interior da CTC, conforme detalhado na Figura 3.

2.5 Identificação em Espaços de Estados

A modelagem de sistemas dinâmicos é essencial para compreender e prever o comportamento de processos físicos ao longo do tempo. No contexto de uma câmara termoeletricamente controlada, é crucial desenvolver um modelo preciso que represente suas dinâmicas térmicas, permitindo o controle efetivo da temperatura interna. Para aplicar essa representação de forma eficaz, é fundamental identificar os parâmetros que definem o modelo do sistema.

2.5.1 Representação Matemática do Modelo

A equação da dinâmica descrita por (2.4) pode ser reescrita como

$$x_{k+1} = \begin{bmatrix} A & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ u_k \end{bmatrix}. \quad (2.8)$$

Para N instantes de tempo, tem-se que (2.8) pode ser reescrita como

$$\begin{bmatrix} x_{k+1} & x_k & \cdots & x_{k-N-1} & x_{k-N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k & x_{k-1} & \cdots & x_{k-N-2} & x_{k-N-1} \\ u_k & u_{k-1} & \cdots & u_{k-N-2} & u_{k-N-1} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

ou, compactamente, como

$$X = \theta\psi, \quad (2.10)$$

na qual se define

$$X^\top \triangleq \begin{bmatrix} x_{k+1} \\ x_k \\ x_{k-1} \\ \vdots \\ x_{k-N} \end{bmatrix}, \quad \theta \triangleq \begin{bmatrix} A & B \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \psi^\top \triangleq \begin{bmatrix} x_k & u_k \\ x_{k-1} & u_{k-1} \\ \dots & \dots \\ x_{k-N-2} & u_{k-N-2} \\ u_{k-N-1} & x_{k-N-1} \end{bmatrix}. \quad (2.11)$$

Em (2.11), X representa o vetor de estados futuros, θ é a matriz de parâmetros a serem estimados e ψ denota a matriz de regressores contendo os dados de entrada e saída.

Em (2.11), X representa o vetor de estados, θ é a matriz de parâmetros a serem determinados, dada por

$$\theta = \left[\begin{array}{cccc|cccc} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n_u} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n_u} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} & b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nn_u} \end{array} \right], \quad (2.12)$$

e, ψ é a matriz de regressores dos estados e entradas passados.

2.5.2 Estimação dos Parâmetros

Uma das técnicas amplamente utilizadas na literatura para estimar os parâmetros de um modelo é o Método dos Mínimos Quadrados (MMQ, do inglês *Least Squares Method*) (SILVA; MATTOS, 2017). Esse método é adequado quando se dispõe de um conjunto de dados experimentais que relacionam as entradas e saídas do sistema e os parâmetros a serem identificados apresentam-se linearmente no modelo.

Primeiramente, coletam-se os dados dos vetores de estado x_k e os valores das entradas u_k ao longo de N instantes de tempo e definem-se o vetor X e a matriz ψ em (2.11). Dado que o objetivo é encontrar o vetor de parâmetros $\hat{\theta}$ que minimiza a soma dos quadrados dos erros entre as saídas observadas X e as saídas previstas $\hat{X} = \hat{\theta}\psi$, define-se o vetor de erros (resíduos) dado por

$$e = X - \hat{\theta}\psi, \quad (2.13)$$

em que e representa o vetor de resíduos. A função de custo a ser minimizada é dada pela soma dos quadrados dos erros

$$J(\hat{\theta}) = e^\top e = (X - \hat{\theta}\psi)^\top (X - \hat{\theta}\psi). \quad (2.14)$$

Expandindo a função de custo, obtém-se

$$J(\hat{\theta}) = (X^\top - \psi^\top \hat{\theta}^\top)(X - \hat{\theta}\psi) \quad (2.15)$$

$$= X^\top X - X^\top \hat{\theta}\psi - \psi^\top \hat{\theta}^\top X + \psi^\top \hat{\theta}^\top \hat{\theta}\psi. \quad (2.16)$$

Como os termos $X^\top \hat{\theta}\psi$ e $\psi^\top \hat{\theta}^\top X$ são escalares equivalentes, a expressão simplifica para

$$J(\hat{\theta}) = X^\top X - 2\psi^\top \hat{\theta}^\top X + \psi^\top \hat{\theta}^\top \hat{\theta}\psi. \quad (2.17)$$

Para determinar o vetor de parâmetros $\hat{\theta}$ que minimiza a função de custo, calcula-se a derivada parcial de $J(\hat{\theta})$ em relação a $\hat{\theta}$ e iguala-se o resultado a zero

$$\frac{\partial J(\hat{\theta})}{\partial \hat{\theta}} = \frac{\partial}{\partial \hat{\theta}} (X^\top X - 2\psi^\top \hat{\theta}^\top X + \psi^\top \hat{\theta}^\top \hat{\theta}\psi) = 0. \quad (2.18)$$

O termo $X^\top X$ não depende de $\hat{\theta}$, portanto sua derivada é nula. Calculando o gradiente dos demais termos, obtém-se a equação normal

$$-2\psi^\top X + 2\psi\psi^\top \hat{\theta} = 0. \quad (2.19)$$

Dividindo ambos os lados por 2 e rearranjando os termos, tem-se

$$\psi\psi^\top \hat{\theta} = \psi^\top X. \quad (2.20)$$

Finalmente, multiplicando ambos os lados à esquerda pela inversa $(\psi\psi^\top)^{-1}$ assumindo que a matriz $\psi\psi^\top$ possui inversa, característica possível sempre que o sinal utilizado para excitar o sistema é persistentemente excitante ([AGUIRRE, 2007](#)), obtém-se a estimativa de Mínimos Quadrados

$$\hat{\theta} = (\psi\psi^\top)^{-1} \psi^\top X. \quad (2.21)$$

Note que (2.21) fornece a estimativa dos parâmetros que minimizam o erro quadrático médio entre os estados observados e os previstos pelo modelo. O método dos mínimos quadrados, utilizado para derivar essa solução, é amplamente discutido na literatura de identificação de sistemas e pode, por exemplo, ser encontrado em [Ljung \(1999\)](#).

2.6 Filtro de Kalman

Considera-se o sistema linear a tempo discreto variante no tempo descrito por

$$x_k = A_{k-1}x_{k-1} + B_{k-1}u_{k-1} + G_{k-1}w_{k-1}, \quad (2.22)$$

$$y_k = C_k x_k + v_k, \quad (2.23)$$

em que $A_{k-1} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B_{k-1} \in \mathbb{R}^{n \times n_u}$, $G_{k-1} \in \mathbb{R}^{n \times n_w}$ e $C_k \in \mathbb{R}^{n_y \times n}$ são conhecidas. Também se assume que, para todo $k \geq 1$, $w_{k-1} \in \mathbb{R}^{n_w}$ e $v_k \in \mathbb{R}^{n_v}$ são vetores aleatórios brancos, gaussianos, de média nula, mutuamente independentes, com covariâncias conhecidas dadas por Q_{k-1} e R_k , respectivamente.

2.6.1 Algoritmo do Filtro de Kalman

O algoritmo do [FK](#) é dividido em duas etapas: (i) etapa de predição, na qual o modelo matemático do sistema é utilizado para projetar o estado atual e a sua covariância do erro para o próximo instante de tempo e (ii) etapa de assimilação de dados, na qual as novas medições dos sensores são utilizadas para corrigir a projeção realizada, gerando a estimativa final otimizada. Além disso, assume-se que o estado inicial x_0 é um vetor aleatório gaussiano com média conhecida $\bar{x}_0$. A incerteza associada a essa estimativa inicial é representada pela matriz de covariância do erro inicial $P_{0|0}^{xx} \triangleq \mathbb{E}[(x_0 - \bar{x}_0)(x_0 - \bar{x}_0)^\top]$, em que $\mathbb{E}$ denota o operador de esperança matemática.

Nesse caso, $\hat{x}_{k|k}$ representa a melhor estimativa do estado do sistema no instante k . É dada pela etapa de predição do [FK](#), a saber,

$$\hat{x}_{k|k-1} = A_{k-1}\hat{x}_{k-1|k-1} + B_{k-1}u_{k-1}, \quad (2.24)$$

$$P_{k|k-1}^{xx} = A_{k-1}P_{k-1|k-1}^{xx}A_{k-1}^\top + G_{k-1}Q_{k-1}G_{k-1}^\top, \quad (2.25)$$

$$\hat{y}_{k|k-1} = C_k\hat{x}_{k|k-1}, \quad (2.26)$$

$$P_k^{yy} = C_kP_{k|k-1}^{xx}C_k^\top + R_k, \quad (2.27)$$

$$P_{k|k-1}^{xy} = P_{k|k-1}^{xx}C_k^\top, \quad (2.28)$$

em que

$$P_{k|k-1}^{xx} \triangleq \mathbb{E}[(x_k - \hat{x}_{k|k-1})(x_k - \hat{x}_{k|k-1})^\top], \quad (2.29)$$

$$P_{k|k-1}^{yy} \triangleq \mathbb{E}[(y_k - \hat{y}_{k|k-1})(y_k - \hat{y}_{k|k-1})^\top], \quad (2.30)$$

$$P_{k|k-1}^{xy} \triangleq \mathbb{E}[(x_k - \hat{x}_{k|k-1})(y_k - \hat{y}_{k|k-1})^\top], \quad (2.31)$$

e cuja etapa de *assimilação de dados* é dada por

$$K_k = P_{k|k-1}^{xy}(P_{k|k-1}^{yy})^{-1}, \quad (2.32)$$

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1} + K_k(y_k - \hat{y}_{k|k-1}), \quad (2.33)$$

$$P_{k|k}^{xx} = P_{k|k-1}^{xx} - K_kP_{k|k-1}^{yy}K_k^\top. \quad (2.34)$$

em que

$$P_{k|k}^{xx} = \mathbb{E}[(x_k - \hat{x}_{k|k})(x_k - \hat{x}_{k|k})^\top], \quad (2.35)$$

é a covariância do erro de estimação e $K_k \in \mathbb{R}^{n \times n_y}$ é a matriz do ganho de Kalman.

2.7 Erro Médio Quadrático Normalizado (NRMSE)

Para quantificar a qualidade da estimativa, será utilizada a métrica erro médio quadrático normalizado (NRMSE, do inglês *Normalized Mean Squared Error*), descrita por

$$NRMSE = \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^N (y_k - \hat{y}_k)^2}}{\sqrt{\sum_{k=1}^N (y_k - \bar{y})^2}}, \quad (2.36)$$

em que N é o número de amostras, $\hat{y}_k$ é o valor medido e $\bar{y}$ é o valor médio do sinal medido y_k . O NRMSE permite avaliar a precisão da estimativa em relação às medições reais, de modo que menores valores de NRMSE indicam melhores estimativas, assumindo valores entre 0 e 1.

2.8 Erro Percentual Absoluto Médio (MAPE)

Complementarmente ao NRMSE, de modo a avaliar o erro em termos percentuais e relativos, será utilizada a métrica erro médio absoluto percentual (MAPE, do inglês *Mean Absolute Percentage Error*), expressa por

$$MAPE = \left(\frac{100\%}{N} \right) \sum_{k=1}^N \left| \frac{y_k - \hat{y}_k}{y_k} \right|, \quad (2.37)$$

em que N é o número de amostras, y_k representa o valor real observado experimentalmente e $\hat{y}_k$ denota o valor correspondente estimado pelo algoritmo. O MAPE fornece uma interpretação percentual direta do desvio da estimativa, sendo uma métrica robusta para a análise comparativa entre diferentes cenários de sensores operacionais e sob falha.

2.9 Método dos Mínimos Quadrados Aplicado à Calibração Linear

A validação matemática e a calibração de sensores de campo exigem um formalismo estatístico capaz de correlacionar as leituras brutas dos instrumentos com padrões de referência confiáveis. No escopo deste trabalho, adota-se o método dos Mínimos Quadrados (MQ) para regressões lineares de primeira ordem (SKOOG et al., 2006). O objetivo é mapear o comportamento dinâmico e estático dos sensores digitais semicondutores DS18B20. Sob essa abordagem, a relação entre a variável independente de referência x e a resposta instrumental observada y é modelada pela equação de uma linha reta, expressa por

$$y_i = a + bx_i \quad (2.38)$$

em que a representa o intercepto linear (interseção no eixo das ordenadas y) e b denota a inclinação angular da reta. Para determinar analiticamente esses parâmetros, minimizando

a soma dos quadrados dos resíduos, estruturam-se os operadores estatísticos das somas de quadrados dos desvios de x (S_{xx}), de y (S_{yy}) e das somas de produtos cruzados (S_{xy}), definidos, respectivamente, por

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n}, \quad (2.39)$$

$$S_{yy} = \sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)^2}{n}, \quad (2.40)$$

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{\sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n}, \quad (2.41)$$

sendo n o número total de níveis ou patamares amostrais avaliados no ensaio estático.

A partir do estabelecimento desses operadores estruturais de variância e covariância, a inclinação angular b (que determina a sensibilidade estática do transdutor) e o intercepto linear a (que quantifica o erro estático sistemático de *offset*) são calculados diretamente por meio de

$$b = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} \quad \text{e} \quad a = \bar{y} - b\bar{x}, \quad (2.42)$$

nas quais $\bar{x}$ e $\bar{y}$ denotam as médias aritméticas amostrais da variável de referência e das respostas observadas, respectivamente. Valores de intercepto não nulos explicitam uma tendência constante do encapsulamento do semiconductor em superestimar ou subestimar a grandeza real antes da compensação. Para transdutores térmicos ideais, busca-se uma sensibilidade unitária ($b = 1,0000$), enquanto coeficientes angulares negativos apontam para dinâmicas inversamente proporcionais entre as variáveis físicas associadas.

Complementarmente, a intensidade, direção e grau de aderência do ajuste linear frente aos dados discretos coletados em campo são mensurados analiticamente por meio do Coeficiente de Correlação de Pearson r , expresso matematicamente por

$$r = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx} \cdot S_{yy}}}. \quad (2.43)$$

Destaca-se que o índice (2.43) consiste em uma grandeza adimensional contida estritamente no intervalo $[-1 \ 1]$. A proximidade de seu módulo em relação à unidade ($|r| \rightarrow 1$) convalida estatisticamente o comportamento linear e o alinhamento mútuo entre as respostas de campo e o padrão térmico adotado. Correlações com valores fortes assecuram que as transições térmicas na planta são governadas de forma determinística pelas variáveis de estado, minimizando a influência de ruídos eletromagnéticos ou flutuações estocásticas provenientes do processo de amostragem.

2.10 Conclusão Parcial

Neste capítulo, abordaram-se os princípios fundamentais dos efeitos termoelétricos Seebeck, Peltier e Thomson, fundamentais para a conversão de energia térmica em eletricidade e análise térmica em tecnologias de geração de energia e refrigeração. Também foi

explorada a modelagem de sistemas térmicos, com ênfase nas abordagens de modelagem caixa branca, preta e cinza. Além disso, destaca-se a identificação de sistemas em espaços de estados, que permite obter uma representação dinâmica dos sistemas, e a aplicação do Filtro de Kalman, essencial para estimativas precisas de estados em sistemas sujeitos a ruídos e incertezas.

3 Caracterização da Caixa Termoeletricamente Controlada

Neste capítulo, apresenta-se de forma detalhada o desenvolvimento da câmara termoeletricamente controlada, descrevendo desde o seu princípio de funcionamento até os métodos empregados para coletar e modelar os dados térmicos. O objetivo deste estudo é compreender como a variação da corrente elétrica aplicada às células Peltier influencia a temperatura interna da câmara, possibilitando o aprimoramento do controle térmico do sistema. Inicialmente, a [seção 3.1](#) aborda a estrutura física e a caracterização da câmara térmica. Em seguida, a [seção 3.2](#) descreve o processo de aquisição de dados, a instrumentação utilizada, o procedimento de calibração dos sensores e a estruturação das informações coletadas. Enquanto os fundamentos da geração do sinal Modulação de Largura de Pulso ([PWM](#), do inglês *Pulse Width Modulation*) e sua relevância para a análise do comportamento térmico do sistema são detalhados na [seção 3.3](#). A partir desses dados, são extraídas as matrizes do modelo em espaço de estados, que representam matematicamente a dinâmica térmica do sistema, além dos procedimentos de filtragem essenciais para reduzir ruídos e melhorar a confiabilidade das medições.

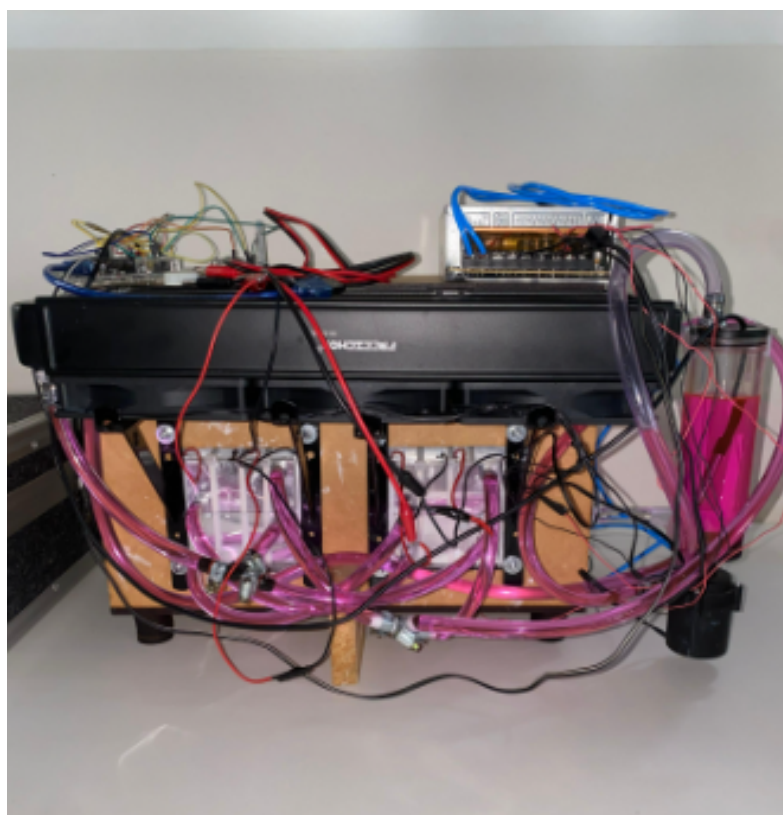
3.1 Caixa Termoeletricamente Controlada

O estudo desenvolvido em [Pessoa \(2023\)](#) propôs a construção de uma caixa térmica, cujo protótipo final é mostrado na [Figura 2](#). Os sensores internos podem ser vistos na [Figura 3](#). A lista detalhada dos componentes, especificações e dimensões da câmara térmica é apresentada na [Tabela 1](#). A [CTC](#) é projetada para controlar a temperatura interna de forma precisa e eficiente. A principal tecnologia empregada para resfriamento é a utilização das células Peltier, que atuam como dispositivos termoeletrônicos. Essas células, quando alimentadas com corrente elétrica, possuem a capacidade de transferir calor de um lado para o outro, resfriando um lado e aquecendo o outro. O sistema é gerido por um microcontrolador Arduino, que coleta informações de sensores de temperatura e corrente.

3.1.1 Conexões Elétricas

As conexões elétricas da [CTC](#) são essenciais para garantir a operação eficiente e segura do sistema de resfriamento. O sistema é composto por vários componentes eletrônicos que interagem para controlar a temperatura interna da caixa. O Arduino UNO é o microcontrolador responsável por coordenar todos esses componentes, regulando a energia fornecida às células Peltier, monitorando os sensores de temperatura e corrente, e garan-

Figura 2 – Caixa Termoeletricamente Controlada.



Fonte: Autoria própria.

Figura 3 – 4 sensores DS18B20 (internos).



Fonte: Autoria própria.

Tabela 1 – Lista de materiais, especificações e dimensões da câmara térmica.

Item	Quantidade	Especificação
Caixa de Madeira em MDF	1	$37 \times 19 \times 22$ cm
Placas de Isopor T5f	2	22 Kg/m ³
Fonte de Tensão Regulável	2	30V, 15A
Fonte de Tensão Não Regulável	1	12V, 360W
Bomba D'água SC600	1	12V, 19W
Dissipador Alumínio Radiador	1	$360 \times 100 \times 45$ mm
Dissipador Alumínio tipo Grade	2	100×25 mm
Cooler Fan Rise	5	120mm, 12V
Bloco Resfriador em Alumínio	4	$80 \times 40 \times 12$ mm
Arduíno UNO	1	R3 Atmega 328p
Células Peltier	4	12V, 15A
Sensores de Temperatura	6	DS18B20
Ponte H	2	BTS7960
Sensor de Corrente	2	ACS712 (5A)
Indutores	2	100 μ H

Fonte: Pessoa (2023).

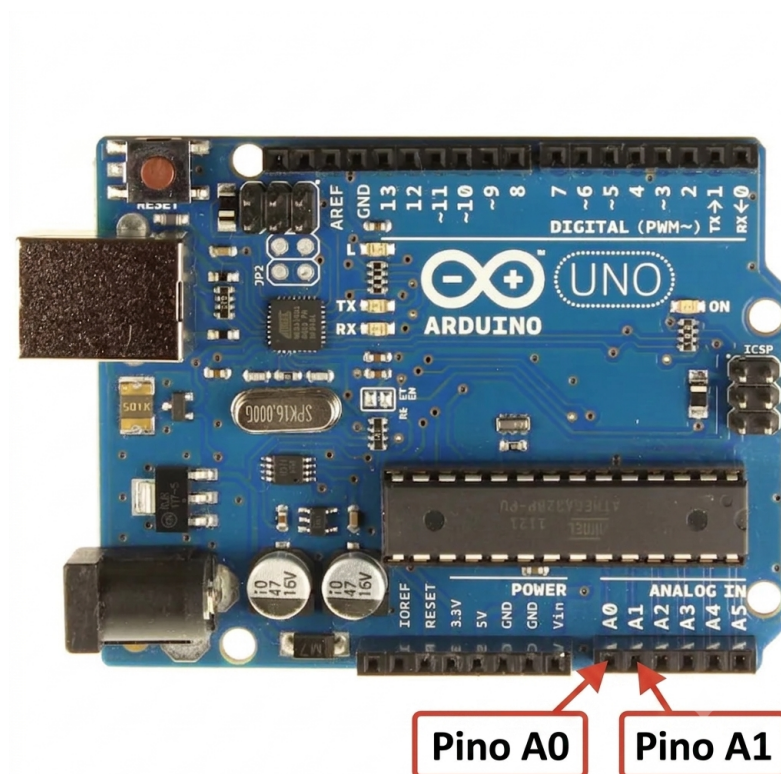
tindo que a operação do sistema de resfriamento seja eficiente. O sistema é alimentado por duas fontes de 24V, cada uma limitada a 3,0A, uma escolha projetada para garantir segurança e eficiência, evitando sobrecargas no sistema. Essas fontes de 24V alimentam principalmente as células Peltier, os ventiladores e a bomba de água. Embora as células Peltier sejam as principais consumidoras de energia, os ventiladores e a bomba de água também são alimentados pelas mesmas fontes, mas com menor demanda de corrente.

As células Peltier, responsáveis pelo controle térmico da câmara, são conectadas a um circuito de acionamento baseado em uma ponte H. Essa topologia permite inverter a polaridade da tensão aplicada e, conseqüentemente, o sentido da corrente elétrica, o que é essencial para alternar entre os modos de resfriamento e aquecimento. A intensidade da potência entregue às células é gerenciada por meio de sinais de Modulação de Largura de Pulso ([PWM](#), do inglês *Pulse Width Modulation*), enviados pelos pinos RPWM1, LPWM1, RPWM2 e LPWM2 do Arduino. O uso do [PWM](#) viabiliza o ajuste da energia fornecida, limitando a corrente em uma faixa de 0A a 3,0A. Esse regime de operação é ditado pelo [PWM](#), detalhado na [subseção 3.3.1](#), cuja finalidade é excitar dinamicamente o sistema por meio de variações térmicas controladas, fornecendo dados ricos em frequências para a correta identificação e modelagem do comportamento da câmara.

Os sensores de corrente ACS712 são conectados aos pinos analógicos A0 e A1 do Arduino que podem ser analisados na [Figura 4](#) e são responsáveis por medir a corrente

elétrica que flui pelas células Peltier. Esses sensores fornecem dados cruciais para garantir que a corrente não ultrapasse os limites de segurança e para monitorar a eficiência do resfriamento. Cada sensor ACS712 opera em uma faixa de 0A a 5A e tem uma sensibilidade de 0,185V/A, permitindo que o Arduino calcule a corrente com base na diferença de tensão medida pelo sensor. As leituras dos sensores de corrente são essenciais para posteriormente ajustar as estimativas de temperatura feitas pelo Filtro de Kalman, melhorando a precisão da temperatura da caixa. O Arduino realiza leituras periódicas dos sensores ACS712 para garantir que o sistema esteja operando dentro dos parâmetros de segurança e para otimizar o desempenho do sistema de resfriamento.

Figura 4 – Arduino UNO.



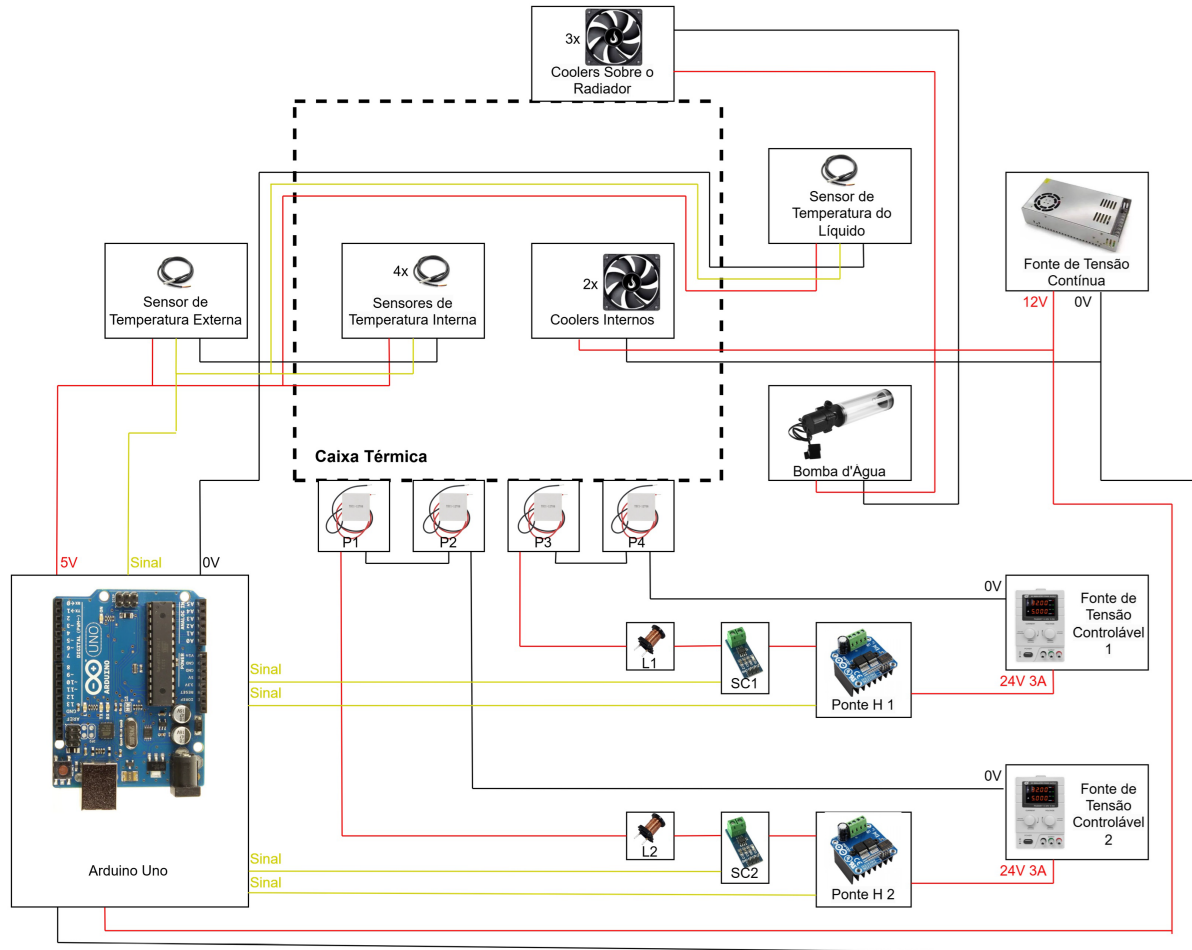
Fonte: Retirado de [Casa da Robótica \(2026\)](#).

Os ventiladores e a bomba de água também desempenham um papel crítico no processo de resfriamento. Os ventiladores são conectados diretamente ao Arduino, e sua velocidade de operação é controlada por sinais **PWM**, permitindo ajustar a intensidade de resfriamento conforme necessário. A bomba de água é responsável por circular o fluido, que ajuda a dissipar o calor extraído pelas células Peltier. Além das conexões diretas entre os componentes, as *protoboards* são utilizadas para facilitar a montagem e os testes das conexões elétricas. As *protoboards* permitem que os componentes sejam conectados de forma temporária, possibilitando ajustes rápidos e a verificação de possíveis falhas antes de realizar as conexões permanentes. Esse processo é crucial para garantir a funcionalidade do sistema e evitar erros de conexão durante a montagem final do circuito. Um conversor

CC-CC do tipo Buck é utilizado para converter a tensão de 24V para 5V, alimentando o Arduino. Esse conversor é essencial para evitar sobrecarregar o Arduino com a quantidade de energia necessária para o seu funcionamento, além de garantir uma operação segura do microcontrolador.

Na Figura 5, podem-se observar as conexões elétricas entre o Arduino e os componentes principais da CTC.

Figura 5 – Conexões do Arduino com o circuito de controle.



Fonte: Retirado de Pessoa (2023).

3.2 Calibração Estática e Caracterização da Malha de Instrumentação

Para garantir a exatidão das medições experimentais, mitigar os erros sistemáticos individuais e caracterizar o comportamento elétrico do sistema sob transição térmica, estruturou-se um procedimento de calibração multipontual assistida. O arranjo experimental avaliado englobou a totalidade dos transdutores de temperatura da planta, compreendendo quatro sensores internos para monitoramento da câmara.

Para assegurar a eliminação de gradientes térmicos espaciais durante o procedimento, todos os seis sensores foram removidos de suas posições nominais na planta e imersos simultaneamente em um mesmo recipiente contendo água. Esse arranjo operou em concomitância com o monitoramento das duas fontes chaveadas de tensão que alimentam as malhas de controle e de potência.

O ensaio prático baseou-se na análise dinâmica do processo de resfriamento do volume de água contido no recipiente, previamente aquecido em banho-maria. O experimento estendeu-se por um intervalo contínuo de 40 minutos, realizando-se o registro de exatamente cinco patamares de amostragem bem definidos, $n = 5$, distribuídos ao longo da curva de decaimento térmico, anotados a cada intervalo regulamentar de 10 minutos (0, 10, 20, 30 e 40 minutos); capturando-se os instantes em milissegundos mais próximos da transição nominal por meio do terminal microcontrolado.

Como instrumento padrão de referência analítica para a determinação da temperatura real e estável do meio x , utilizou-se um termovisor infravermelho do fabricante *Fluke*, modelo *TiS60+* (Figura 6). O equipamento possui exatidão nominal de $\pm 2^\circ\text{C}$ ou 2% da leitura (a 25°C), sensibilidade térmica (NETD) de $\leq 0,045^\circ\text{C}$ (45 mK) e resolução infravermelha de 320×240 pixels (FLUKE CORPORATION, 2020). Paralelamente, em cada um dos cinco patamares, coletaram-se as respostas instrumentais correspondentes y (temperaturas brutas indicadas pelos seis sensores digitais DS18B20 imersos no barramento microcontrolado, os quais apresentam exatidão nominal de $\pm 0,5^\circ\text{C}$ na faixa de -10°C a $+85^\circ\text{C}$ (MAXIM INTEGRATED, 2019)), o nível de tensão da Fonte 1 e o nível de tensão da Fonte 2.

A documentação visual das medições térmicas efetuadas pelo instrumento padrão ao longo do decaimento pode ser observada no conjunto de capturas que compõem a Figura 7.

Simultaneamente, para fins de conferência elétrica e monitoramento da estabilidade do fornecimento energético sob variação de carga térmica, o comportamento das fontes foi registrado em bancada, conforme documentado pelo conjunto de registros visuais dispostos na Figura 8.

Os dados numéricos brutos coletados em campo em cada uma das janelas temporais marcadas pelas figuras foram organizados na Tabela 2.

Tabela 2 – Dados experimentais obtidos em campo durante o ensaio de resfriamento $n = 5$.

Tempo		Ref. Fluke (x) [$^\circ\text{C}$]	S_{int1} (y_1) [$^\circ\text{C}$]	S_{int2} (y_2) [$^\circ\text{C}$]	S_{int3} (y_3) [$^\circ\text{C}$]	S_{int4} (y_4) [$^\circ\text{C}$]	S_{ext} (y_5) [$^\circ\text{C}$]	S_{agua} (y_6) [$^\circ\text{C}$]	Fonte 1 [V]	Fonte 2 [V]
(min)	(ms)									
0 min.	2779	44,9	44,63	45,38	44,75	45,44	44,81	45,13	15,17	10,76
10 min.	602907	42,7	42,56	43,19	42,63	43,25	42,75	42,94	15,12	10,76
20 min.	1202893	40,6	40,75	41,31	40,81	41,38	40,94	41,13	15,13	10,78
30 min.	1802768	38,7	39,13	39,75	39,25	39,88	39,31	39,56	15,19	10,82
40 min.	2402549	37,9	37,75	38,38	37,81	38,44	37,94	38,13	15,15	10,94

Fonte: Autoria própria.

Figura 6 – Termovisor infravermelho industrial Fluke, modelo TiS60+, utilizado como instrumento padrão de referência térmica.



Fonte: Autoria própria.

3.2.1 Extração das Curvas de Calibração

A fundamentação matemática para a extração das curvas de calibração baseou-se no formalismo estabelecido na [seção 2.9](#), utilizando o número total de patamares amostrais $n = 5$. A partir dos dados compilados na Tabela 2, os passos operacionais intermediários aplicados à variável independente x (Referência Fluke) resultaram no somatório $\sum_{i=1}^5 x_i = 204,8$, cuja média aritmética equivale a $\bar{x} = 40,9600^\circ\text{C}$. Adicionalmente, obteve-se o somatório quadrático $\sum_{i=1}^5 x_i^2 = 8423,5600$, o qual, aplicado ao operador de desvios definido na (2.39), consolidou $S_{xx} = 8423,5600 - \frac{(204,8)^2}{5} = 34,9520$.

Para fins de exemplificação e validação do memorial de cálculo do sistema multi-sensores, apresenta-se a aplicação do algoritmo sobre o vetor do Sensor Interno 1 (y_1). A partir do levantamento experimental, apuraram-se os somatórios parciais $\sum_{i=1}^5 y_{1,i} = 204,8200$, que resulta na média amostral $\bar{y}_1 = 40,9640^\circ\text{C}$, $\sum_{i=1}^5 y_{1,i}^2 = 8424,3544$ e no produto cruzado $\sum_{i=1}^5 x_i y_{1,i} = 8422,4040$.

Substituindo esses somatórios nas relações de covariância e variância residual detalhadas em (2.40) e (2.41), extraem-se os operadores para o primeiro canal de medição

$$S_{yy1} = 8424,3544 - \frac{(204,8200)^2}{5} = 34,1079 \quad (3.1)$$

$$S_{xy1} = 8422,4040 - \frac{204,8 \cdot 204,8200}{5} = 32,9768 \quad (3.2)$$

Figura 7 – Registros termográficos obtidos com o termovisor Fluke TiS60+ durante o ensaio de calibração estática: (a) 0 min. e (b) 40 min.



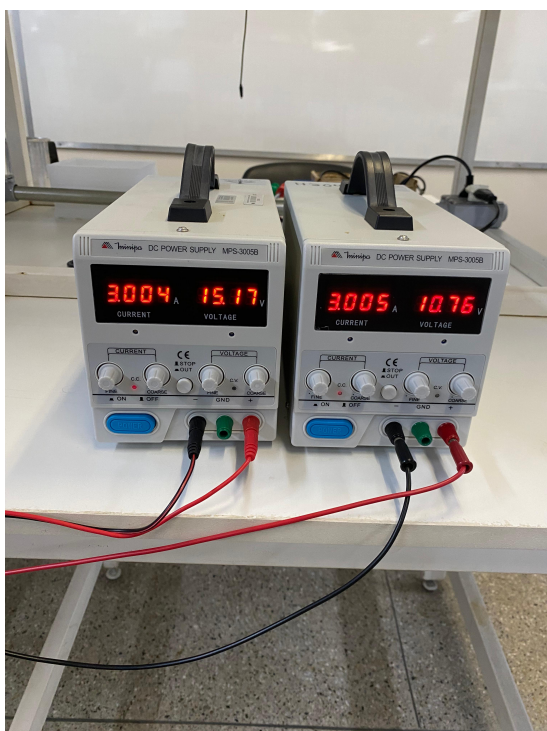
(a) 0 min.



(b) 40 min.

Fonte: Autoria própria.

Figura 8 – Registros das grandezas elétricas nos displays das fontes chaveadas obtidos em bancada durante o ensaio: (a) 0 min e (b) 40 min.



(a) 0 min



(b) 40 min

Fonte: Autoria própria.

Por consequência analítica das formulações expressas em (2.42) e (2.43), a inclinação angular b_1 (sensibilidade), o desvio de *offset* a_1 e o coeficiente de correlação linear de Pearson r_1 para o Sensor Interno 1 são consolidados aritmeticamente por

$$b_1 = \frac{32,9768}{34,9520} = 0,9435 \quad (3.3)$$

$$a_1 = 40,9640 - (0,9435 \cdot 40,9600) = 2,3196 \quad (3.4)$$

$$r_1 = \frac{32,9768}{\sqrt{34,9520 \cdot 34,1079}} = 0,9964 \quad (3.5)$$

Estes mesmos operadores matemáticos foram replicados de forma idêntica e iterativa via rotina computacional desenvolvida no *software* Matlab para os demais vetores de dados y_j . Os coeficientes de calibração estática e caracterização elétrica para todos os canais foram compilados na [Tabela 3](#).

Tabela 3 – Coeficientes lineares e correlação obtidos no ensaio de resfriamento real ($n = 5$).

Canal Analisado	Intercepto a	Inclinação b	Correlação r
Sensor Interno 1	2,3196	0,9435	0,9964
Sensor Interno 2	2,3144	0,9592	0,9969
Sensor Interno 3	2,2596	0,9470	0,9958
Sensor Interno 4	2,5903	0,9543	0,9961
Sensor Externo	2,5264	0,9430	0,9964
Sensor da Água	2,2891	0,9543	0,9960

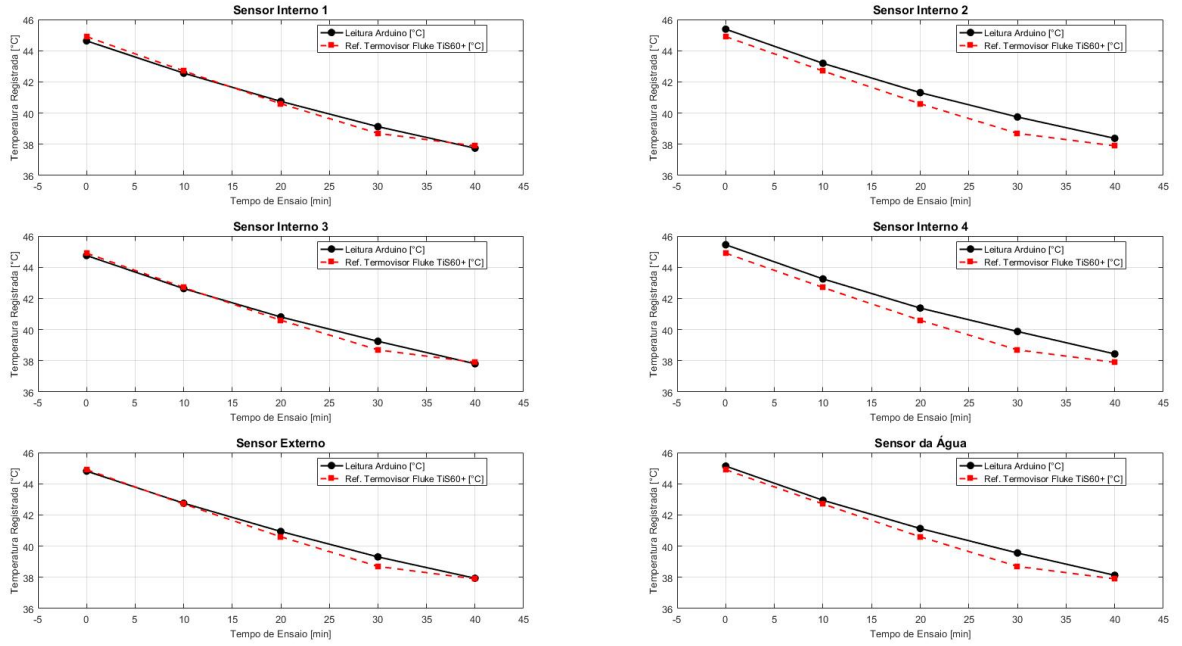
Fonte: Autoria própria.

Com o mapeamento numérico finalizado, estabeleceu-se o conjunto das seis equações características que governam o comportamento estático da instrumentação da planta, dado por

$$\begin{cases} y_{s1} = 2,3196 + 0,9435x & (\text{Sensor Interno 1}) \\ y_{s2} = 2,3144 + 0,9592x & (\text{Sensor Interno 2}) \\ y_{s3} = 2,2596 + 0,9470x & (\text{Sensor Interno 3}) \\ y_{s4} = 2,5903 + 0,9543x & (\text{Sensor Interno 4}) \\ y_{s5} = 2,5264 + 0,9430x & (\text{Sensor Externo}) \\ y_{s6} = 2,2891 + 0,9543x & (\text{Sensor da Água}) \end{cases} \quad (3.6)$$

Para validar e ilustrar graficamente as trajetórias de decaimento térmico dos transdutores em comparação direta com o padrão do termovisor ao longo da variável temporal, na [Figura 9](#), apresentam-se as curvas geradas via Matlab. A análise visual das curvas indica que todos os sensores acompanham o decaimento térmico de 45°C para 38°C. Nota-se, porém, que os sensores Interno 1, Interno 3 e Externo apresentam aderência ao padrão da Fluke. Em contrapartida, os sensores Interno 2, Interno 4 e da Água exibem um *offset*, evidenciando a necessidade da calibração realizada.

Figura 9 – Curvas de decaimento térmico e perfis de calibração temporal para os seis canais de transdução ativa.



Fonte: Autoria própria.

3.2.2 Condições Experimentais do Ensaio em Banho-Maria

É válido destacar que o levantamento desses parâmetros foi executado sob um arranjo experimental em banho-maria associado à imersão coletiva dos sensores. O volume de água atua como um reservatório térmico, o que mitiga a ocorrência de gradientes térmicos ou flutuações localizadas de temperatura (ruídos espaciais) que poderiam comprometer a precisão analítica das leituras superficiais capturadas pelo termovisor de infravermelho (SKOOG et al., 2006).

Ademais, ao agrupar os seis transdutores em um mesmo recipiente sob banho-maria, garantiu-se de forma isomórfica que todas as unidades estivessem submetidas ao mesmíssimo estímulo físico real a cada janela de 10 minutos. Esse acoplamento térmico ideal anula o erro posicional de amostragem e assegura que as curvas de calibração obtidas reflitam com total fidelidade as características estáticas e as discrepâncias relativas reais de fabricação dos próprios sensores, conferindo robustez matemática à compensação inversa que será executada na lógica de medição dos sensores dada por

$$T_{corrigida} = \frac{T_{bruta} - a_j}{b_j}, \quad j = 1, \dots, 4. \quad (3.7)$$

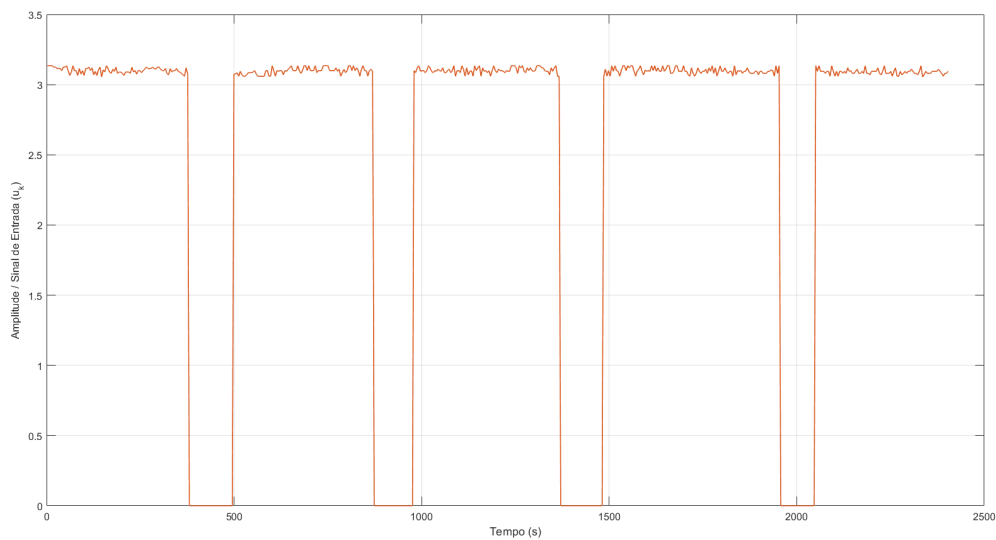
3.3 Coleta de Dados e Modelagem

A modelagem do sistema térmico da caixa termoeletricamente controlada foi realizada com base nos dados coletados, permitindo identificar sua dinâmica térmica e otimizar seu controle. A representação matemática do sistema ([subseção 2.5.1](#)) segue o modelo em espaço de estados ([2.4](#)), que descreve a evolução das temperaturas internas em resposta às variações da corrente elétrica aplicada às células Peltier.

3.3.1 Geração do Sinal PWM com Tempo Ativo Aleatório e Definição dos Intervalos

Como pode ser observado na [Figura 10](#), a Modulação de Largura de Pulso (PWM, do inglês *Pulse Width Modulation*) utilizada no experimento alterna entre dois estados em que a corrente elétrica aplicada às células Peltier é de aproximadamente 3,0 A, quando ativa, e 0 A, quando desativada, sendo a calibração dos sensores de corrente realizada previamente à execução do ensaio. O tempo de permanência em cada estado foi definido aleatoriamente dentro de um intervalo predefinido. Quando ativo, o sinal mantém a corrente por um tempo aleatório entre 360 segundos (6 minutos) e 480 segundos (8 minutos). Quando desativada, a corrente é cortada por um tempo aleatório entre 60 segundos (1 minuto) e 120 segundos (2 minutos).

Figura 10 – Sinal PWM de entrada gerado para excitação do sistema.



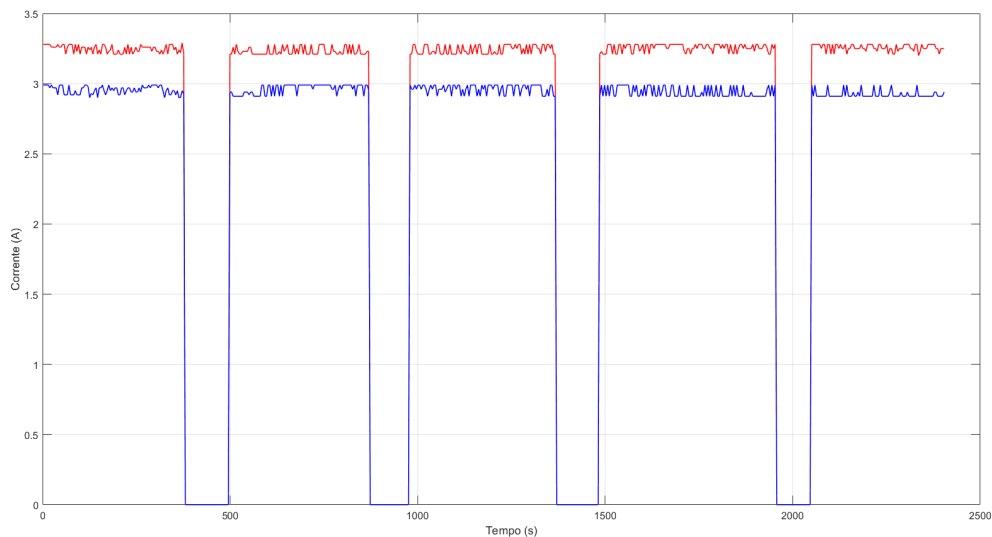
Fonte: Autoria própria.

Esse padrão foi projetado para permitir uma análise detalhada da resposta térmica do sistema. O comportamento dinâmico dos sinais de corrente resultantes dessa excitação pode ser verificado na [Figura 11](#).

Durante o período em que a corrente está ativa, a temperatura interna da câmara reduz progressivamente devido ao resfriamento gerado pelas células Peltier. Quando a corrente é desativada, ocorre um leve aquecimento devido à dissipação térmica natural e à troca de calor com o ambiente externo. Essa variação térmica, cujo perfil resultante pode ser visualizado por meio da [Figura 12](#).

As coletas de dados foram realizadas ao longo de aproximadamente 40 minutos, utilizando um [PWM](#) ajustado para 255, que corresponde ao valor digital máximo para uma resolução de 8 bits (equivalente a um ciclo de trabalho de 100%), ou seja, na máxima eficiência do sistema de resfriamento.

Figura 11 – Comparação entre os sinais medidos da corrente 1 em [vermelho](#) e os sinais medidos da corrente 2 em [azul](#).

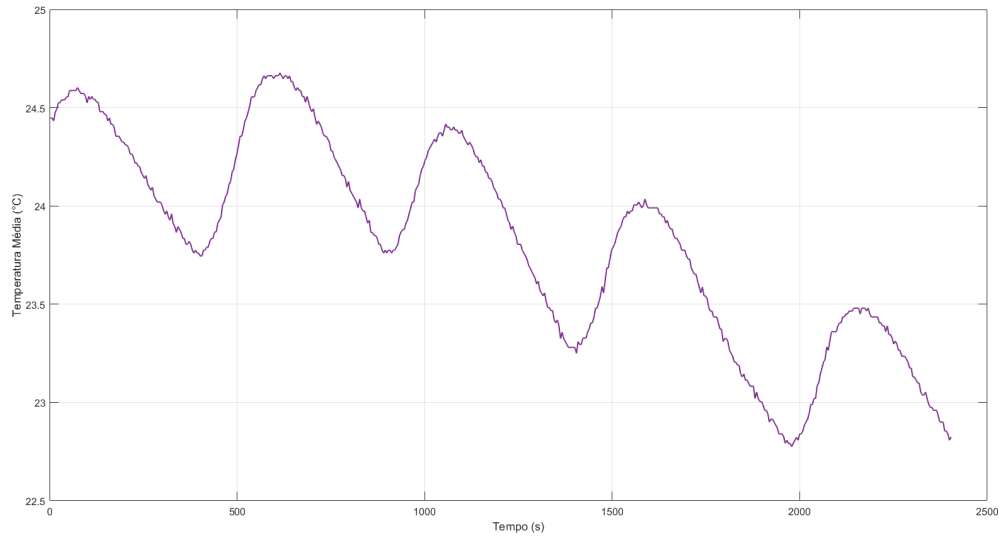


Fonte: Autoria própria.

3.3.2 Coleta de Dados e Instrumentação Utilizada

Os dados foram adquiridos por meio dos sensores de temperatura DS18B20 (sensores de estado sólido), que podem ser analisados na [Figura 3](#), e os sensores de corrente ACS712, mostrados na [Figura 13](#), que foram estrategicamente posicionados para capturar tanto as variações internas quanto as condições externas do sistema. A comunicação entre os sensores e o Arduino UNO foi realizada por meio do protocolo 1-Wire, que possibilita a conexão de múltiplos sensores de temperatura utilizando um único pino de comunicação digital. O protocolo 1-Wire é um padrão de comunicação serial desenvolvido para permitir a interconexão de diversos dispositivos usando apenas um fio de dados, além do fio de alimentação e do terra ([DALLAS SEMICONDUCTOR, 2002](#)). Esse protocolo reduz a complexidade do cabeamento e facilita a aquisição simultânea de dados de múltiplos sensores.

Figura 12 – Comportamento da média das temperaturas internas da CTC.



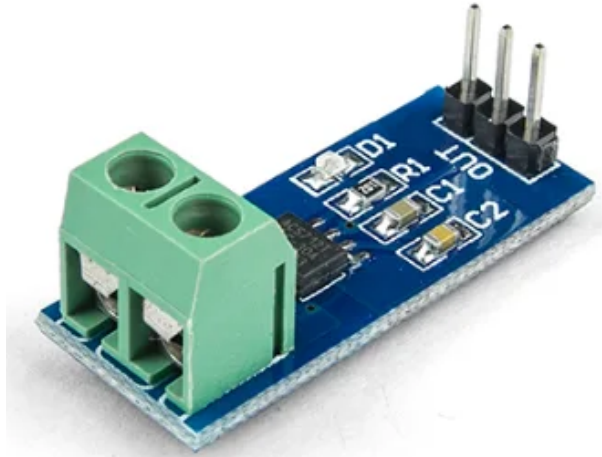
Fonte: Autoria própria.

Os dados coletados são registrados em um arquivo de texto contendo 10 colunas, representando as seguintes informações de forma organizada. A primeira coluna armazena o tempo em milissegundos desde o início da coleta, servindo como referência temporal para cada amostra. As colunas seguintes registram as leituras das temperaturas internas dos quatro sensores DS18B20 distribuídos estrategicamente na câmara, seguidas pela temperatura média interna calculada como a média das quatro temperaturas individuais. A próxima coluna contém a temperatura externa, permitindo avaliar a influência do ambiente na variação térmica da câmara. Em seguida, registra-se a temperatura da água utilizada no sistema de resfriamento, essencial para entender a eficiência térmica do conjunto. Por fim, as duas últimas colunas armazenam as leituras das correntes elétricas aplicadas às células Peltier. Esses dados permitem estimar a potência instantânea dissipada pelo atuador por meio do produto entre a corrente medida e a tensão média calculada a partir do ciclo de trabalho (*duty cycle*) do PWM e da tensão nominal da fonte. A partir da integração dessa potência ao longo do tempo, quantifica-se o consumo energético do sistema, viabilizando a análise de sua eficiência e de sua relação direta com a dinâmica térmica observada na câmara. Por fim, tais dados são transmitidos via comunicação serial e armazenados em um arquivo de texto, possibilitando sua utilização posterior para modelagem do sistema em espaço de estados.

3.3.3 Identificação das Matrizes A e B

Utilizando a entrada do sistema, definida pela corrente elétrica aplicada às células Peltier, e as saídas, temperaturas internas medidas pelos sensores 1, 2, 3 e 4, pode-se

Figura 13 – Sensor de corrente ACS712.



Fonte: Retirado de [A2 Robotics \(2024\)](#).

obter o modelo matemático do sistema. Para isso, a partir do arquivo de texto gerado, os dados são processados em um *script* Matlab que realiza a modelagem térmica da câmara. Para isso, estimam-se as matrizes dinâmicas do modelo (2.4) e (2.5), empregando o procedimento detalhado na seção 2.5.

Para a validação experimental, as matrizes A e B identificadas foram salvas como constantes na memória do Arduino UNO. A estimação de estados foi implementada por meio do algoritmo do Filtro de Kalman rodando embarcado e em tempo real no microcontrolador.

O Arduino UNO lê a corrente média (u_k) e as temperaturas dos quatro sensores (y_k). O processador executa laços (*for*) para computar as multiplicações matriciais de predição e atualização do filtro, gerando instantaneamente os estados estimados $\hat{x}_k$. Esses dados consolidados são enviados via porta serial, gerando diretamente o arquivo de log para a análise estatística de desempenho.

3.3.4 Aquisição de Dados e Filtragem em Tempo Real no Arduino

A leitura dos transdutores de temperatura DS18B20 foi implementada diretamente em ambiente microcontrolado por meio do Arduino UNO. O *firmware* desenvolvido foi projetado para executar a aquisição de dados em tempo real, realizando não somente a leitura direta dos canais analógico-digitais, mas também o processamento local do algoritmo do Filtro de Kalman em tempo real.

A cada ciclo de execução, as temperaturas são submetidas a ação da filtragem estocástica local, gerando instantaneamente os estados estimados. Por fim, tanto as variáveis brutas quanto os estados corrigidos e observados pelo Filtro de Kalman em tempo real são encapsulados e transmitidos via protocolo de comunicação serial para o *software* Matlab, o qual atua estritamente como ferramenta de suporte para monitoramento gráfico

e armazenamento (*data logging*) dos registros experimentais.

3.3.5 Comunicação entre o Arduino e Matlab

A integração entre o Arduino e o Matlab foi implementada para permitir a visualização e validação das estimativas obtidas pelo filtro de Kalman. Para esse fim, foi estabelecida uma comunicação via porta serial, por meio da qual os dados de temperatura foram transmitidos do Arduino para o Matlab em tempo real.

O *baud rate* utilizado foi de 9600 bps, pois tal valor representa um equilíbrio entre velocidade de transmissão e confiabilidade dos dados. Valores mais altos, como 115200 bps, poderiam resultar em perda de pacotes ou erros na recepção dos dados devido a limitações no processamento do Arduino e ruídos na comunicação serial. Como o sistema opera em tempo real, mas não exige transmissão de grandes volumes de dados em alta frequência, um *baud rate* de 9600 bps garante uma comunicação estável e confiável.

3.4 Conclusão Parcial

Neste capítulo, abordou-se o desenvolvimento de uma câmara termoeletricamente controlada, detalhando as etapas de implementação do sistema de refrigeração e montagem do circuito elétrico. O foco está na utilização de células Peltier para análise térmica, acompanhadas de dissipadores, ventiladores e uma bomba d'água para otimizar a troca de calor. Além disso, foram discutidos os sensores de temperatura DS18B20, que monitoram a temperatura interna e externa da câmara, e a implementação de um sistema utilizando o Arduino UNO. A especificação da fonte de alimentação foi dimensionada com base na demanda de potência máxima das células Peltier, visando a operação segura e estável do circuito de acionamento. Adicionalmente, detalha-se o papel do ambiente Matlab para o processamento numérico e identificação do sistema, bem como a integração com a IDE do Arduino para a aquisição automatizada de dados experimentais em tempo real. Ademais, o capítulo consolidou a calibração estática e a caracterização da malha de instrumentação por meio do Método dos Mínimos Quadrados sob ensaio em banho-maria, garantindo a correção de erros sistemáticos nos sensores.

4 Resultados

Neste capítulo, são apresentados os resultados obtidos na estimação dos estados de uma câmara termoeletricamente controlada via Filtro de Kalman. Para evitar a redundância de informações e estruturar uma análise mais sucinta, o texto organiza-se na descrição do Caso 4 (operação com todos os quatro sensores de temperatura ativos), detalhado na [subseção 4.3.1](#), e do Caso 1 (utilização de somente um sensor ativo para a estimação dos quatro estados térmicos do sistema), abordado na [subseção 4.3.2](#). Essa escolha justifica-se pelo fato de ambos os cenários fornecerem os dados mais representativos para validar a eficácia e a robustez do algoritmo de estimação diante de diferentes níveis de observabilidade e condições de contorno. Em ambas as seções, descrevem-se detalhadamente as etapas seguidas, os processos aplicados e como os resultados foram alcançados no ambiente de simulação do Matlab.

4.1 Coleta e Preparação dos Dados

O sistema é excitado por uma Modulação de Largura de Pulso ([PWM](#), do inglês *Pulse Width Modulation*) para controlar a corrente aplicada às células Peltier, alternando entre dois estados: ativo (corrente de 3,0A) e desativado (corrente de 0A). A sequência [PWM](#) garante uma alternância imprevisível, com a duração dos estados variando aleatoriamente. No estado ativo, o tempo varia entre 360 e 480 segundos e, no estado desativado, entre 60 e 120 segundos. O sinal [PWM](#) é gerado a partir de uma semente fixa, 0b1010101010101010 (em que o prefixo “0b” denota a representação binária, equivalente a 43690 em decimal), que serve como base para a alternância entre 1 e 0. O bit menos significativo da semente determina o estado do sistema, ou seja, quando o bit é 1, o sistema está no estado ativo, e quando é 0, está no estado desativado.

A excitação da corrente é realizada por meio do sinal [PWM](#), cuja duração nos estados ativo e inativo é regida por uma sequência [PWM](#). Quando o sistema está no estado ativo, o [PWM](#) é ajustado para o valor máximo de 255 (conforme detalhado na [subseção 3.3.1](#)), permitindo uma corrente de 3,0 A; quando o sistema está desativado, o [PWM](#) é ajustado para 0, cortando a corrente. Apesar de a semente ser fixa, a sequência gerada se comporta de maneira pseudoaleatória. Sob o ponto de vista de identificação de sistemas, a função de autocorrelação do sinal [PWM](#) aproxima-se daquela de um impulso (propriedade do ruído branco).

O Matlab foi utilizado não somente para registrar os dados, mas também para organizar as medições, calcular médias e gerar gráficos que facilitam a visualização do comportamento térmico do sistema em estudo. Essas informações foram fundamentais para a implementação e a validação do Filtro de Kalman, que é utilizado para estimar os

estados internos da caixa minimizando o impacto de ruídos e incertezas nas medições. O método de coleta e preparação dos dados foi cuidadosamente desenvolvido para garantir que as medições fossem precisas e representativas, contribuindo para a construção de um modelo térmico adequado da caixa.

Para o modelo, de modo a representar de forma mais precisa as condições experimentais, a entrada de controle u_k foi ajustada para corresponder à média das correntes elétricas aplicadas às células Peltier (Corrente 1 e Corrente 2). A opção por uma única entrada escalar u_k , em detrimento de duas entradas independentes, justifica-se pelo acionamento simétrico e síncrono de ambas as células via [PWM](#). Como os dois atuadores operam sob o mesmo sinal de comando, a imposição de duas entradas resultaria em colinearidade entre os sinais, comprometendo a identificabilidade das matrizes do sistema em espaço de estados. Assim, a média reduz o ruído de medição da atuação e representa a potência térmica total fornecida à câmara, sendo calculada por

$$u_k = \frac{\text{Corrente 1} + \text{Corrente 2}}{2}.$$

As temperaturas internas medidas pelos 4 sensores foram consideradas como sendo os estados x_k do sistema.

4.1.1 Identificação em Espaços de Estados

A identificação do modelo em espaços de estados para representar a dinâmica térmica da caixa é fundamental para determinar as matrizes A_{k-1} e B_{k-1} , que pode ser vista pela relação descrita na [seção 2.5](#) que descreve a evolução dos estados e a influência das entradas no sistema. Por simplicidade, o subíndice k para as matrizes do sistema é omitido a partir deste ponto, dado que elas são invariantes.

Aplicando o procedimento de identificação delineado na [seção 2.5](#), foram obtidas as matrizes de transição de estados A

$$A = \begin{bmatrix} 0,8179 & 0,1538 & 0,0819 & -0,0567 \\ 0,2987 & 0,7097 & -0,0002 & 0,0018 \\ 0,4241 & 0,1313 & 0,4991 & -0,0539 \\ 0,1372 & 0,0535 & -0,1030 & 0,9196 \end{bmatrix}, \quad (4.1)$$

e de entradas B

$$B = \begin{bmatrix} -0,0090 \\ -0,0061 \\ -0,0006 \\ -0,0036 \end{bmatrix}. \quad (4.2)$$

A matriz A representa a relação entre os estados anteriores e futuros, ou seja, como as temperaturas internas evoluem ao longo do tempo com base nos estados anteriores, enquanto a matriz B indica como a corrente aplicada às placas de Peltier influencia a evolução das temperaturas internas.

4.2 Implementação do Filtro de Kalman

Com o modelo identificado, foi implementado o Filtro de Kalman para estimar os estados internos da caixa, minimizando o impacto de ruídos e incertezas nas medições.

4.2.1 Definição das Matrizes do Filtro

Para a implementação no Filtro de Kalman, foram utilizadas matrizes de observação C_i , $i = 1, 2, 3, 4$, que foram diferentemente analisadas em 4 modos distintos, e a matriz D foi considerada igual a zero em todos os casos.

No primeiro caso, somente o sensor correspondente ao estado x_1 é utilizado para observar o sistema. A matriz de observação C_1 é definida de forma a selecionar somente o estado x_1 , ou seja,

$$C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.3)$$

No segundo caso, são utilizados os sensores correspondentes aos estados x_1 e x_2 . A matriz de observação C_2 é definida como

$$C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.4)$$

No terceiro caso, os sensores correspondentes aos estados x_1 , x_2 e x_3 são utilizados para observar o sistema. A matriz de observação C_3 é definida como

$$C_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.5)$$

Por fim, no quarto caso, todos os estados são observados, utilizando os sensores correspondentes a x_1 , x_2 , x_3 e x_4 . A matriz de observação C_4 é a matriz identidade de dimensão 4, ou seja,

$$C_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.6)$$

Essas diferentes configurações da matriz C_i permitem analisar como a quantidade e a seleção dos estados observados influenciam a eficiência do Filtro de Kalman na estimação dos estados internos do sistema. Ao variar o número de sensores utilizados, é possível avaliar o desempenho do filtro em condições de observabilidade parcial e completa, bem como compreender o impacto de cada estado observado na qualidade das estimativas.

Para as matrizes Q_{k-1} , R_k e $P_{k-1|k-1}^{xx}$ do filtro de Kalman, (2.24) a (2.34), foram testadas diferentes configurações via sintonização heurística, selecionando-se as que apresentaram o melhor compromisso entre a velocidade de resposta e a atenuação de ruídos.

A matriz de covariância do ruído do processo foi configurada como $Q_{k-1} = 0,01 \cdot I_4$, em que I_4 representa a matriz identidade de ordem 4, mantendo a ponderação sobre os quatro estados térmicos do sistema.

A matriz de covariância do ruído da observação R_k foi definida com base nas especificações técnicas de precisão fornecidas pelos fabricantes dos sensores DS18B20. Considerando a variância típica do ruído de leitura estabeleceu-se $R_k = 0,1 \cdot C_i$, valor coerente com a exatidão nominal descrita no *datasheet* do componente ([MAXIM INTEGRATED / ANALOG DEVICES, 2019](#)). Essa matriz assume dimensões equivalentes às do vetor de medições físicas ativas em cada cenário do experimento.

A matriz de covariância inicial da estimativa $P_{0|0}^{xx}$ foi configurada como uma matriz identidade

$$P_{0|0}^{xx} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Essa escolha estabelece uma confiança moderada nas estimativas iniciais, permitindo que as observações reais corrijam rapidamente as incertezas do filtro nas primeiras iterações.

Finalmente, o vetor de estados estimados inicial $\hat{x}_0$ foi configurado com valores realistas de temperatura, próximos aos dados experimentais iniciais

$$\hat{x}_0 = \begin{bmatrix} 23,48 \\ 24,27 \\ 23,70 \\ 24,07 \end{bmatrix}. \quad (4.8)$$

4.3 Aplicação do Filtro de Kalman em Ambiente Computacional

Foi realizada a simulação em que o número de amostras foi baseado nos dados coletados. Em cada iteração, foi aplicada a média do somatório da corrente 1 e corrente 2, constante de 3,0 A, ao sistema e atualizado o estado verdadeiro utilizando as matrizes A e B . As etapas do Filtro de Kalman foram aplicadas em cada passo de tempo, seguindo os procedimentos de predição e atualização, como descrito na [subseção 2.6.1](#).

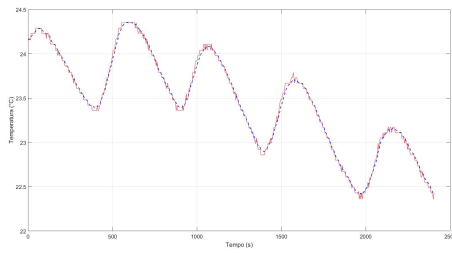
4.3.1 Caso 4: Projeto do Filtro de Kalman utilizando x_1 , x_2 , x_3 e x_4 como referência

Os resultados, mostrados na [Figura 14](#), referem-se ao uso do Filtro de Kalman para a estimação de quatro estados de um sistema dinâmico, em que todos os estados x_1 , x_2 , x_3 e x_4 foram diretamente observados. As métricas de erro estatístico obtidas para o presente cenário estão sintetizadas na [Tabela 4](#).

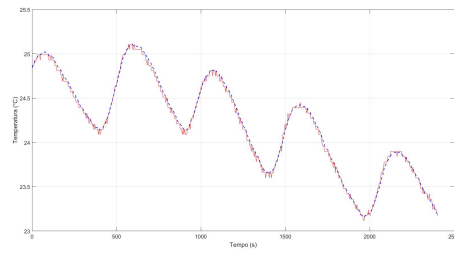
Tabela 4 – Métricas estatísticas comparativas (**NRMSE** e **MAPE**) obtidas para o Caso 4.

	Estado 1 (x_1)		Estado 2 (x_2)		Estado 3 (x_3)		Estado 4 (x_4)	
Filtro Projetado	NRMSE	MAPE	NRMSE	MAPE	NRMSE	MAPE	NRMSE	MAPE
Filtro Kalman	0,0302	0,0975%	0,0295	0,0991%	0,0234	0,0800%	0,0201	0,0653%

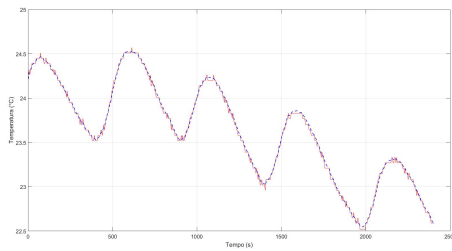
Fonte: Autoria própria.

Figura 14 – Comparação entre os estados medidos em **vermelho** e os estados estimados pelo filtro de Kalman em **azul** para o caso 4, no qual todos os estados x_1 , x_2 , x_3 e x_4 são diretamente observados.

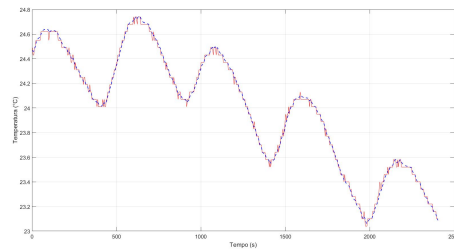
(a) Estimativa do Estado 1.



(b) Estimativa do Estado 2.



(c) Estimativa do Estado 3.



(d) Estimativa do Estado 4.

Fonte: Autoria própria.

Nos gráficos dos quatro estados diretamente observados na **Figura 14**, o Filtro de Kalman apresentou resultados consistentes, com valores residuais de **NRMSE** situados entre 0,0201 e 0,0302, e índices de **MAPE** inferiores a 0,1000% para todas as variáveis analíticas. Em todas as janelas amostrais, as curvas vermelha e azul mantiveram-se sobrepostas, demonstrando o rastreamento do comportamento dinâmico real da bancada com desvios mínimos.

A convergência obtida neste cenário ideal valida o modelo identificado e estabelece a linha de base para a análise dos casos subsequentes, os quais simulam a redução progressiva de hardware ou cenários de falha nos sensores. A transição para os Casos 1, 2 e 3 evidencia o comportamento do estimador: embora o uso de quatro sensores físicos forneça o menor limite de erro, os resultados posteriores indicam que a utilização de apenas um sensor ativo é suficiente para monitorar e reconstruir a dinâmica térmica interna da **CTC**.

4.3.2 Caso 1: Projeto do Filtro de Kalman utilizando x_1 como referência

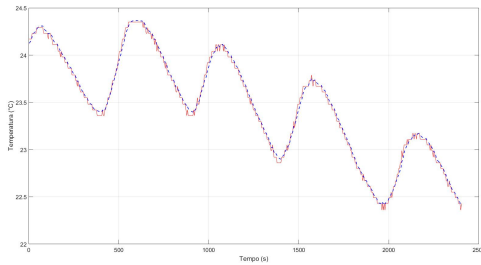
Os resultados da Figura 15 referem-se à estimação dos quatro estados térmicos utilizando apenas o estado 1 como referência de medição, via matriz C_1 (Equação 4.3). O decréscimo observado nas temperaturas decorre da dinâmica de resfriamento ativo imposta pela célula Peltier sob ação da corrente de controle. Enquanto o estado 1 é corrigido diretamente pelas medições do sensor, o filtro de Kalman reconstrói a queda térmica nos estados 2, 3 e 4. As métricas de erro estatístico obtidas para o presente cenário estão sintetizadas na Tabela 5.

Tabela 5 – Métricas estatísticas comparativas (NRMSE e MAPE) obtidas para o Caso 1.

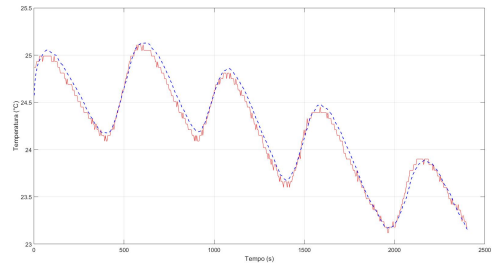
	Estado 1 (x_1)		Estado 2 (x_2)		Estado 3 (x_3)		Estado 4 (x_4)	
Filtro Projetado	NRMSE	MAPE	NRMSE	MAPE	NRMSE	MAPE	NRMSE	MAPE
Filtro Kalman	0,0313	0,1032%	0,0618	0,2098%	0,0424	0,1441%	0,0927	0,3013%

Fonte: Autoria própria.

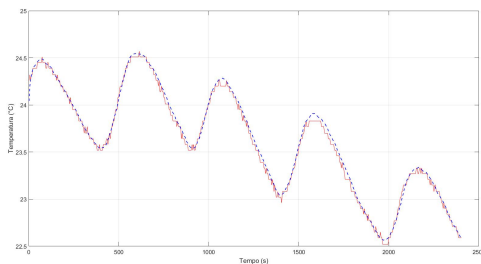
Figura 15 – Comparação entre os estados medidos, representados pela linha contínua em **vermelho**, e os estados estimados pelo filtro de Kalman, representados pela linha tracejada em **azul**, para o caso 1, no qual se considera x_1 como referência.



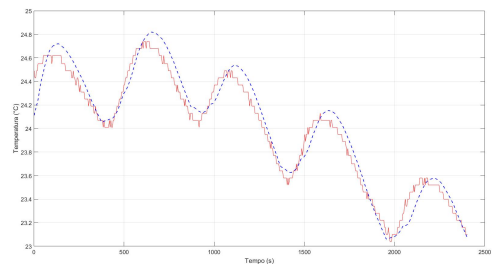
(a) Estimativa do Estado 1.



(b) Estimativa do Estado 2.



(c) Estimativa do Estado 3.



(d) Estimativa do Estado 4.

Fonte: Autoria própria.

No caso da Figura 15(a), o NRMSE obtido foi de 0,0313 e o MAPE foi de 0,1032%, indicando a precisão do Filtro de Kalman no rastreamento do Estado 1. Esse desempenho superior era esperado, uma vez que esse foi o único estado diretamente observado durante

o ensaio experimental. O algoritmo corrigiu rapidamente as incertezas iniciais, mantendo o erro estabilizado em patamares residuais ao longo de todo o período.

Para os estados 2, 3 e 4 (Figura 15(b), Figura 15(c) e Figura 15(d)), os resultados apresentam um comportamento similar, justificando-se pelo fato de compartilharem a mesma condição de estimativa, a partir do acoplamento matemático. O Estado 2 registrou um desempenho notável com **NRMSE** de 0,0618 e **MAPE** de 0,2098%, enquanto os índices do Estado 3 ratificaram a robustez do algoritmo ao assinalar **NRMSE** de 0,0424 e **MAPE** de 0,1441%.

Por fim, o Estado 4 concentrou o maior limite de erro do cenário, obtendo um **NRMSE** de 0,0927 e um **MAPE** de 0,3013%, comportamento esperado devido à sua dinâmica ligeiramente mais lenta e maior susceptibilidade a distorções térmicas periféricas na bancada. Contudo, as pequenas ordens de grandeza desses desvios residuais comprovam que a propagação das incertezas pelo modelo acoplado foi bem-sucedida, validando categoricamente o Filtro de Kalman como uma alternativa confiável para a substituição de sensores físicos por estimadores virtuais em tempo real.

Os valores de **NRMSE** e **MAPE** para todos os casos analisados podem ser observados comparativamente na Tabela 6 e na Tabela 7, respectivamente.

Tabela 6 – Erro Médio Quadrático (**NRMSE**) para os diferentes cenários de estados observados.

Estados Observados	Erro Médio Quadrático (NRMSE)			
	x_1	x_2	x_3	x_4
x_1	0,0313	0,0618	0,0424	0,0927
x_1, x_2	0,0272	0,0302	0,0366	0,0794
x_1, x_2, x_3	0,0278	0,0298	0,0230	0,0756
x_1, x_2, x_3, x_4	0,0302	0,0295	0,0234	0,0201

Fonte: Autoria própria.

Tabela 7 – Erro Médio Absoluto Percentual (**MAPE**) para os diferentes cenários de estados observados.

Estados Observados	Erro Médio Absoluto Percentual (MAPE)			
	x_1	x_2	x_3	x_4
x_1	0,1032%	0,2098%	0,1441%	0,3013%
x_1, x_2	0,0882%	0,1017%	0,1244%	0,2491%
x_1, x_2, x_3	0,0902%	0,1002%	0,0791%	0,2403%
x_1, x_2, x_3, x_4	0,0975%	0,0991%	0,0800%	0,0653%

Fonte: Autoria própria.

4.3.3 Análise Comparativa de Desempenho

Nesta subseção, apresenta-se uma análise comparativa do desempenho do Filtro de Kalman operando em modo *offline* sob quatro cenários distintos de disponibilidade de sensores físicos. A avaliação é fundamentada em duas métricas estatísticas de erro, sendo o Erro Médio Quadrático ([NRMSE](#)) e o Erro Médio Absoluto Percentual ([MAPE](#)).

4.3.3.1 Análise Comparativa do [NRMSE](#) e [MAPE](#)

Como observado na [Tabela 6](#), a linha destacada em azul representa o cenário, no qual todos os estados são diretamente observados por sensores físicos. Sob essa condição, o filtro atinge o menor erro absoluto para o Estado 4 ($x_4 = 0,0201$). Por outro lado, a linha destacada em vermelho reflete o caso mais restritivo (somente x_1 medido). Embora esse cenário registre as maiores magnitudes de [NRMSE](#), devido à ausência de correção direta nos estados virtuais, os desvios mantiveram-se estritamente abaixo de 0,1, validando a alta fidelidade preditiva do modelo matemático identificado.

A [Tabela 7](#) complementa a análise estatística ao expressar os desvios de forma relativa percentual. Adotando a mesma convenção, nota-se que o erro relativo máximo não superou o teto de 0,31% (observado no comportamento virtual de x_4 sob a influência restrita de x_1). À medida que novos sensores de medição são inseridos na matriz de observação, a variância da estimativa decresce de forma consistente, permitindo que os erros médios percentuais estabilizem em patamares inferiores a 0,10% no Caso 4.

4.4 Implementação e Validação em Tempo Real

Após a validação do algoritmo em ambiente computacional simulado, realizou-se a validação experimental em tempo real, executando o Filtro de Kalman embarcado no Arduino UNO. Essa etapa visa averiguar o comportamento do estimador em face das restrições e perturbações inerentes ao mundo físico. Os dados foram coletados sob os mesmos quatro cenários de observabilidade investigados anteriormente.

4.4.0.1 Análise Comparativa do [NRMSE](#) e [MAPE](#) em Tempo Real

Nas Tabelas [8](#) e [9](#), encontram-se sumarizados os índices de erro estatístico obtidos a partir do rastreamento em tempo real do sistema. Ao contrastar os índices obtidos em tempo real com os resultados obtidos na análise *offline*, constata-se uma variação numérica sutil, caracterizada por um acréscimo marginal nos valores globais de [NRMSE](#) e [MAPE](#) em todos os estados. Embora o desvio acumulado nas métricas estatísticas pareça discreto, os efeitos práticos da implementação embarcada manifestam-se de forma nítida diretamente nos dados e nos sinais temporais gerados.

Tabela 8 – Erro Médio Quadrático (**NRMSE**) obtido durante o monitoramento em tempo real.

Estados Observados	Erro Médio Quadrático (NRMSE)			
	x_1	x_2	x_3	x_4
x_1	0,1116	0,1101	0,1055	0,1073
x_1, x_2	0,0920	0,0869	0,0875	0,0956
x_1, x_2, x_3	0,0799	0,0808	0,0761	0,0976
x_1, x_2, x_3, x_4	0,0820	0,0803	0,0753	0,0860

Fonte: Autoria própria.

Tabela 9 – Erro Médio Absoluto Percentual (**MAPE**) obtido durante o monitoramento em tempo real.

Estados Observados	Erro Médio Absoluto Percentual (MAPE)			
	x_1	x_2	x_3	x_4
x_1	0,3888%	0,3686%	0,3573%	0,3619%
x_1, x_2	0,3213%	0,2876%	0,3021%	0,3053%
x_1, x_2, x_3	0,2674%	0,2673%	0,2608%	0,3006%
x_1, x_2, x_3, x_4	0,2811%	0,2670%	0,2558%	0,2841%

Fonte: Autoria própria.

No processamento *offline*, o filtro atua sobre um banco de dados estático e idealizado, valendo-se da capacidade computacional de ponto flutuante de dupla precisão (64 *bits*). Em contrapartida, a execução em tempo real na plataforma Arduino UNO introduz restrições de *hardware* e perturbações estocásticas. A arquitetura de 8 *bits* do microcontrolador força a execução do algoritmo em precisão simples (32 *bits*), limitando a resolução numérica na propagação das matrizes de covariância.

Além disso, os efeitos físicos são diretamente observáveis nos dados experimentais por meio do ruído de alta frequência sobreposto às leituras analógicas e, fundamentalmente, pelo erro de quantização do conversor analógico-digital (A/D) de 10 *bits*. Essa resolução de amostragem gera degraus discretos nas medições térmicas que desafiam a etapa de atualização do filtro. Esse cenário é agravado por pequenas variações temporais (*jitter*) na taxa de amostragem T_s , decorrentes do tempo de ciclo das rotinas de interrupção do microcontrolador. Portanto, a proximidade dos índices estatísticos não omite as perturbações do ambiente real pelo contrário, evidencia a robustez do Filtro de Kalman, que conseguiu filtrar os ruídos analógicos e os efeitos de quantização visíveis no sinal, mantendo a estimativa estável e aderente à dinâmica térmica real.

Contudo, convém salientar que tais desvios permanecem dentro de limites operacionais aceitáveis e não comprometem o propósito da metodologia desenvolvida. Mesmo operando sob as restrições de *hardware* e ruídos da bancada experimental, o pior índice relativo registrado permaneceu restrito a um patamar reduzido (análise do **MAPE** máximo de 0,3888% no Estado 1 sob observação parcial) Tabela 9. Portanto, a fidelidade

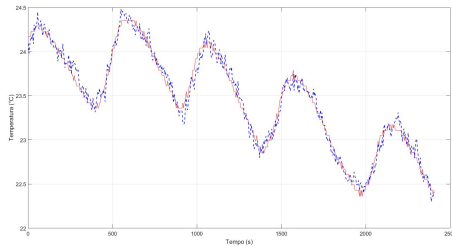
e a eficácia do Filtro de Kalman como um sensor virtual robusto em tempo real ficam empiricamente ratificadas, demonstrando sua aplicabilidade prática.

4.4.1 Análise Gráfica dos Cenários Experimentais

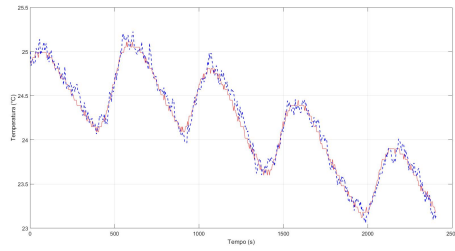
Para validar visualmente o comportamento dinâmico do estimador em malha fechada de tempo real, apresentam-se a seguir os resultados gráficos obtidos, iniciando pelo cenário de instrumentação completa (Caso 4) e, na sequência, pelo cenário mais restrito de medição (Caso 1).

Os resultados obtidos sob a condição de observabilidade total (Caso 4) estão consolidados graficamente na Figura 16. Com o algoritmo em malha fechada recebendo informações de atualização de *hardware* para todos os estados simultaneamente, a variância do erro de estimação é mitigada de forma substancial.

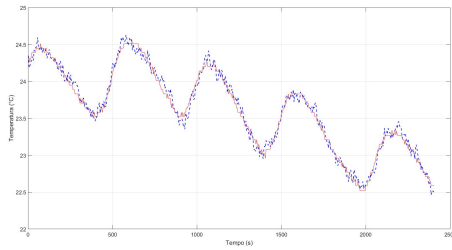
Figura 16 – Comparação entre os estados medidos em vermelho e os estados estimados pelo Filtro de Kalman em tempo real em azul para o Caso 4, no qual todos os estados x_1 , x_2 , x_3 e x_4 são diretamente observados.



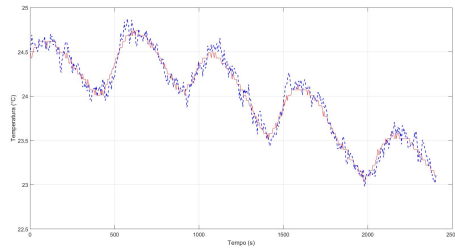
(a) Estimativa do Estado 1.



(b) Estimativa do Estado 2.



(c) Estimativa do Estado 3.



(d) Estimativa do Estado 4.

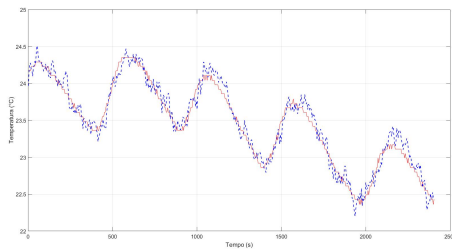
Fonte: Autoria própria.

A análise quantitativa deste cenário confirma que o erro quadrático médio atinge o patamar mínimo global de **NRMSE** igual a 0,0753 no Estado 3 (x_3) e um erro relativo **MAPE** de somente 0,2558% na mesma variável. Embora o patamar de ruído instrumental analógico e os efeitos de acoplamento térmico periférico injetem pequenas perturbações contínuas, a matriz de covariância do filtro impede a divergência das variáveis estimadas. Tais resultados consolidam a arquitetura em tempo real como uma solução estável para

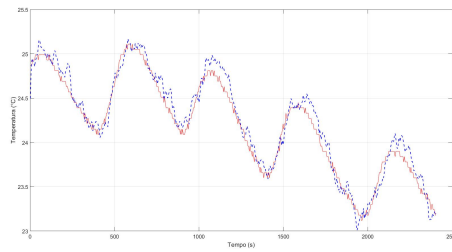
malhas de controle e monitoramento preditivo de temperatura, servindo como linha de base ideal para a avaliação de cenários de falha.

Em seguida, a [Figura 17](#) ilustra as curvas de rastreamento temporal para o Caso 1 em modo experimental ativo. Neste cenário de instrumentação restrita, o Filtro de Kalman opera como um sensor virtual para reconstruir as dinâmicas de x_2 , x_3 e x_4 a partir do vetor de correção originado exclusivamente de x_1 . Conforme verificado nos perfis gráficos, mesmo exposto a transientes de inicialização e pequenas oscilações de alta frequência oriundas do circuito condicionador de sinal da bancada física, o algoritmo convergiu de forma consistente para a tendência real do processo.

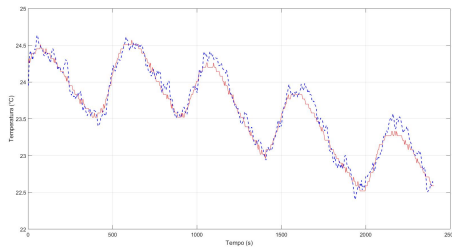
Figura 17 – Comparação entre os estados medidos (em vermelho) e os estados estimados pelo Filtro de Kalman em tempo real (em azul) para o Caso 1, no qual somente o estado x_1 é diretamente observado.



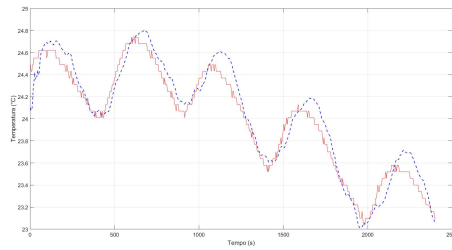
(a) Estimativa do Estado 1.



(b) Estimativa do Estado 2.



(c) Estimativa do Estado 3.



(d) Estimativa do Estado 4.

Fonte: Autoria própria.

Como consequência direta da ausência de medições físicas diretas nas demais posições da câmara, a propagação das incertezas do acoplamento térmico resultou no maior limite de erro relativo do ensaio, apresentando um [MAPE](#) de 0,3888% em x_1 e um [NRMSE](#) de 0,1116 em x_1 . Esse efeito manifesta-se geometricamente por meio das oscilações perceptíveis nas curvas azuis das subfiguras de estimativa dos sensores virtuais. Todavia, a manutenção das variáveis dentro desses patamares percentuais valida a robustez do estimador em manter o monitoramento íntegro mesmo sob perda severa de redundância de hardware.

4.5 Conclusão Parcial

A análise consolidada do desempenho do Filtro de Kalman demonstrou que sua eficácia preditiva está intrinsecamente vinculada ao grau de observabilidade do sistema e, fundamentalmente, ao emprego de um modelo matemático preciso e bem ajustado ao processo real. A exatidão das matrizes de estado identificadas permitiu que o algoritmo realizasse predições coerentes com a dinâmica térmica da bancada, garantindo que a inserção progressiva de sensores reais mitigasse as incertezas estocásticas e o ruído térmico de *hardware*. Como consequência, o sistema convergiu para um rastreamento com desvios mínimos quando monitorado integralmente (Caso 4), mantendo a estabilidade mesmo nas condições de maior restrição de sensores.

Diante disso, os resultados obtidos confirmaram a viabilidade de integração do estimador ao monitoramento em tempo real, condicionado à calibração rigorosa do modelo representativo da planta.

5 Conclusão

O objetivo deste trabalho foi aplicar o Filtro de Kalman para estimar as temperaturas de uma câmara termoeletricamente controlada, analisando o comportamento e a robustez do algoritmo. O estimador apresentou elevados índices de aderência e estabilidade tanto em ambiente simulado quanto na validação experimental em tempo real, evidenciando que a precisão das estimativas em malha fechada depende diretamente da quantidade de sensores ativos no sistema e da qualidade do modelo dinâmico representativo. No cenário de observabilidade total (Caso 4), o algoritmo mitigou eficientemente os ruídos de alta frequência e os erros de quantização do *hardware*, operando com o menor índice de erro. Por sua vez, nos (Casos 1, 2 e 3) confirmaram que o modelo matemático adotado descreve com fidelidade a dinâmica real do sistema.

A convergência e a precisão do Filtro de Kalman estão diretamente vinculadas à qualidade da modelagem matemática estruturada via identificação de sistemas por matrizes caixa-preta. A metodologia empírica permitiu obter a matriz de parâmetros $\theta = [A \mid B]$ a partir do vetor de estados X e da matriz de regressores ψ coletados experimentalmente. A exatidão desse ajuste paramétrico discreto foi capaz de capturar o acoplamento térmico entre as zonas da câmara, fornecendo ao estimador uma base preditiva estável. Assim, mesmo diante da ausência de medições físicas diretas no cenário mais restrito, o acoplamento matemático contido na estrutura identificada foi suficiente para que o filtro operasse.

A utilização das células Peltier e a modelagem por caixa preta com sinais [PWM](#) constituíram a base de dados para o desenvolvimento do estimador. O modelo linear obtido permitiu que o Filtro de Kalman atenuasse as falhas de medição e os ruídos de leitura dentro do tempo de amostragem, configurando uma alternativa para o monitoramento térmico em pequena escala. Na validação em ambiente simulado, o filtro apresentou convergência das variáveis, comportamento verificado também nos ensaios com a bancada física.

A análise numérica dos resultados experimentais em tempo real aponta que, sob condição de observabilidade total (Caso 4), o erro quadrático médio atingiu o patamar mínimo de [NRMSE](#) igual a 0,0753 (com [MAPE](#) de 0,2558% no estado x_3). No (Caso 1), o erro relativo máximo apurado foi de 0,3888% em x_1 (com [NRMSE](#) de 0,1116), estabelecendo os limites quantitativos de precisão do estimador.

O principal avanço desta etapa foi comprovar a viabilidade técnica de executar o Filtro de Kalman em tempo real utilizando a plataforma Arduino Uno. O algoritmo respondeu adequadamente dentro do tempo de amostragem requerido, garantindo o processamento contínuo das variáveis térmicas e a filtragem das leituras de forma eficiente, superando as limitações numéricas da aritmética de precisão simples (32 *bits*) nativa do

microcontrolador.

5.1 Trabalhos Futuros

Como desdobramentos deste projeto e visando à continuidade da pesquisa em monitoramento e controle térmico, recomendam-se três frentes principais de investigação.

A primeira proposta consiste na análise quantitativa do impacto da variação do período de amostragem sobre o esforço computacional do microcontrolador e sobre a velocidade de convergência da matriz de covariância do erro. Essa análise permitirá determinar os limites de estabilidade temporal do algoritmo frente à dinâmica de transferência de calor da planta e definir a taxa mínima de atualização que garanta a precisão das estimativas.

A segunda vertente envolve a avaliação do estimador sob condições variadas de carregamento térmico e perturbações externas na câmara.

Por fim, sugere-se a integração do estimador e da estrutura de sensores, cuja precisão foi validada neste trabalho por meio das métricas de [NRMSE](#) e [MAPE](#) com base em dados físicos reais, a um algoritmo de controle ativo de temperatura em malha fechada (como um controlador Proporcional Integral e Derivativo ([PID](#))) executado em tempo real na plataforma Arduino Uno. Nesta configuração de controle tolerante a falhas, a entrada de corrente u_k deixará de ser um perfil de dados previamente coletados e passará a ser calculada dinamicamente por uma lei de controle alimentada pelas estimativas do Filtro de Kalman. Desse modo, na ocorrência de uma falha física em qualquer um dos sensores analógicos, a malha de controle utilizará a leitura do sensor correspondente para calcular a nova variável de atuação, mantendo a regulação térmica da câmara e a estabilidade do processo sem interrupções operacionais.

Referências

- A2 Robotics. *Módulo Sensor de Corrente ACS712 30A*. [S.l.]: A2 Robotics, 2024. <<https://www.a2robotics.com.br/modulo-sensor-de-corrente-ac712-30a>>.
- AGUIRRE, L. A. *Introdução à Identificação de Sistemas: Técnicas Lineares e Não Lineares Aplicadas a Sistemas Reais*. 3ª edição revista e ampliada. ed. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2007.
- ALI, J. M. et al. Review and classification of recent applications of state observers in chemical and process systems. *Control Engineering Practice*, Elsevier, v. 40, p. 43–63, 2015.
- AUTOMA3D. *Ventilador movido a vela: o efeito Peltier*. 2024. Acesso em: 1 set. 2024. Disponível em: <<http://automa3d.com/ventilador-movido-a-vela-o-efeito-peltier/>>.
- CALLEGARI, J. M. S. et al. Modelagem Caixa Preta do Tanque de Aquecimento da Planta Didática SMAR PD3: Uma Atualização. *The Journal of Engineering and Exact Sciences*, v. 5, n. 3, p. 0220–0227, jun 2019. Disponível em: <<https://periodicos.ufv.br/jcec/article/view/3559>>. doi: 10.18540/jcec.v5iss3pp0220-0227.
- Casa da Robótica. *Placa Uno R3 SMD ATmega328 sem cabo*. 2026. Disponível em: <<https://www.casadarobotica.com/placas-embarcadas/arduino/placas/placa-uno-r3-smd-atmega328-sem-cabo>>.
- COSTA, F. R.; ALMEIDA, J. P. Aplicação do Filtro de Kalman em Estimativas Térmicas de Satélites Brasileiros. *Revista Brasileira de Engenharia Espacial*, v. 17, p. 45–58, 2021.
- DALLAS SEMICONDUCTOR. *Guidelines for Reliable Long 1-Wire Networks*. [S.l.], 2002. (Application Note 148). Maxim Integrated.
- DUARTE, W. et al. Modelagem matemática e simulação de um compressor alternativo para sistemas de refrigeração. In: *Anais do Congresso de Engenharia*. [S.l.: s.n.], 2014.
- FERNANDES, J. D. F. S. F. et al. Refrigeração Utilizando Pastilhas de Efeito Peltier. *HOLOS*, v. 2, p. 25–31, 2010. Disponível em: <<https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=481549220003>>.
- FLUKE CORPORATION. *Fluke TiS60+ Thermal Imager: Specification Sheet*. Everett, WA, 2020.
- GAO, B. et al. Multi-sensor information fusion kalman filtering and its applications: A review. *IEEE Access*, v. 9, 2021.
- GELB, A. *Applied Optimal Estimation*. [S.l.]: MIT Press, 1974.
- GREWAL, M. S.; ANDREWS, A. P. *Kalman Filtering: Theory and Practice with MATLAB*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2014.
- KALMAN, R. E. A new approach to linear filtering and prediction problems. *Transactions of the ASME – Journal of Basic Engineering*, American Society of Mechanical Engineers, v. 82, p. 35–45, 1960.

- KIMLING, J. *Transport Phenomena in Thermoelectric and Ferromagnetic Nanostructures*. Cuvillier Verlag, 2013. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=5eX-DwAAQBAJ>>.
- KISS, A. A.; FERREIRA, C. A. I. *Heat Pumps in Chemical Process Industry*. CRC Press, 2016. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=zx8NDgAAQBAJ>>.
- LJUNG, L. *System Identification: Theory for the User*. 2nd. ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1999.
- MATOS, D. B. et al. Modelagem matemática da conservação de temperaturas de líquidos em uma garrafa térmica com ampola de vidro: Uma aplicação da lei de resfriamento de Newton. *IV CIECITEC*, 2017.
- MAXIM INTEGRATED. *DS18B20: Programmable Resolution 1-Wire Digital Thermometer Data Sheet*. San Jose, CA, 2019. Rev. 6.
- MAXIM INTEGRATED / ANALOG DEVICES. *DS18B20: Programmable Resolution 1-Wire Digital Thermometer*. [S.l.], 2019. Datasheet Rev. 6.
- MORIARITY, R.; SMITH, J.; SILVA, M. Experimental validation of state estimation in thermal systems using discrete-time kalman filtering. *Control Engineering Practice*, v. 9, 2022.
- OGATA, K. *Engenharia de Controle Moderno*. 5. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010. 521 p.
- PESSOA, A. P. S. *Construção e controle de uma câmara termoeletricamente controlada*. Monografia — Universidade Federal de Ouro Preto, João Monlevade, Brazil, 2023. Bacharel em Engenharia Elétrica.
- SILVA, V. M. da; MATTOS, V. L. D. O método dos mínimos quadrados no ajuste de um modelo polinomial. *Scientia Plena*, v. 13, n. 4, p. 1–15, 2017.
- SKOOG, D. A. et al. *Fundamentos de Química Analítica*. 8. ed. São Paulo: Thomson Learning, 2006.
- SOARES, R. M.; OLIVEIRA, L. F.; SILVA, A. C. Advanced thermal analysis and robust modelling under variable operational conditions. *Applied Thermal Engineering*, Elsevier, v. 28, 2023.
- STENGEL, R. F. *Optimal Control and Estimation*. [S.l.]: Courier Corporation, 2014.
- ZHANG, X.; YANG, L.; WANG, Y. Thermal state estimation and dynamic modeling using adaptive kalman filtering techniques. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 70, n. 4, 2023.
- ZHANG, Y.; LIU, X.; WANG, H. Kalman filtering strategies for precise thermal control and noise reduction in critical environmental systems. *Measurement*, Elsevier, v. 26, 2024.
- ZHAO, D.; TAN, G. A review of thermoelectric cooling: Materials, modeling and applications. *Applied Thermal Engineering*, Elsevier, v. 66, n. 1-2, p. 15–24, 2014.