



UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
ESCOLA DE MINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL



BRICIA DE PAIVA BRAGA

**ANÁLISES DE ESTABILIDADE DE TALUDES EM PYTHON/HYRCAN COM
APLICAÇÃO DE REGRESSÃO POLINOMIAL EVOLUCIONÁRIA PARA
REPRODUÇÃO DO FATOR DE SEGURANÇA**

OURO PRETO

Junho 2026

BRICIA DE PAIVA BRAGA

Análises de estabilidade de taludes em Python/HYRCAN com aplicação de Regressão
Polinomial Evolucionária para reprodução do fator de segurança

Monografia apresentada ao Curso de
Engenharia Civil da Universidade Federal de
Ouro Preto como requisito parcial para
obtenção do título de Engenheira Civil.

Orientador: Prof. Dr. Guilherme José Cunha
Gomes

OURO PRETO

Junho 2026

SISBIN - SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO

B813a Braga, Bricia de Paiva.

Análises de estabilidade de taludes em Python/Hyrcan com aplicação de regressão polinomial evolucionária para reprodução do fator de segurança. [manuscrito] / Bricia de Paiva Braga. - 2026.
68 f.: il.: color., tab..

Orientador: Prof. Dr. Guilherme José Cunha Gomes.
Monografia (Bacharelado). Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de Minas. Graduação em Engenharia Civil .

1. Taludes (Mecânica do solo) - Estabilidade - Fator de Segurança (FOS). 2. Aprendizado do computador. 3. Regressão Polinomial Evolucionária (RPE). 4. Multi-Objective Differential Evolution and Genetic Algorithm (MODEGA). 5. HYRCAN (Programa de computador). I. Gomes, Guilherme José Cunha. II. Universidade Federal de Ouro Preto. III. Título.

CDU 624

Bibliotecário(a) Responsável: Maristela Sanches Lima Mesquita - CRB-1716



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
REITORIA
ESCOLA DE MINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL



FOLHA DE APROVAÇÃO

Bricia de Paiva Braga

Análises de estabilidade de taludes em Python/Hyrcan com aplicação de regressão polinomial evolucionária para reprodução do fator de segurança

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia Civil da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de Engenheira Civil

Aprovada em 01 de julho de 2026

Membros da banca

Prof. Dr. Guilherme José Cunha Gomes - Orientador - Universidade Federal de Ouro Preto
Prof. Dr. Felipe de Campos Lock - Universidade Federal de Ouro Preto
Prof. MSc. Bruno Oliveira da Silva - Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

O professor Guilherme José Cunha Gomes, orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito na Biblioteca Digital de Trabalhos de Conclusão de Curso da UFOP em 10/07/2026



Documento assinado eletronicamente por **Geraldo Donizetti de Paula, CHEFE DO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**, em 24/07/2026, às 10:11, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **1146624** e o código CRC **EE3ECB9E**.

Referência: Caso responda este documento, indicar expressamente o Processo nº 23109.008229/2026-27

SEI nº 1146624

R. Diogo de Vasconcelos, 122, - Bairro Pilar Ouro Preto/MG, CEP 35402-163
Telefone: 3135591546 - www.ufop.br

Dedico este trabalho ao meu avô Nelson, com a certeza de que ele está celebrando comigo e de que o seu orgulho é, e sempre será, a minha maior inspiração.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais e à minha irmã Larissa, que sempre incentivaram minha ida, mas sempre me fizeram ter certeza que tenho pra onde voltar. Com todo meu coração, agradeço à vó Maria que fez ser possível essa conquista! À toda minha família por serem sinônimo de amor e porto seguro.

Ao meu namorado, Klever, pelo companheirismo diário, por transformar os dias difíceis em momentos mais leves e felizes, e por sempre acreditar no meu melhor!

À UFOP e ao corpo docente, por proporcionarem uma formação de excelência por meio de um ensino público e de qualidade. À Civil Jr. e à PdA, por terem sido experiências fundamentais na minha trajetória, contribuindo para meu crescimento profissional e pessoal.

Por fim, aos meus amigos, que fizeram essa caminhada ser muito mais leve, divertida e especial. Cada momento compartilhado tornou essa jornada ainda mais inesquecível.

RESUMO

A estabilidade de taludes é um tema de grande relevância na engenharia geotécnica, sendo tradicionalmente avaliada por meio dos Métodos de Equilíbrio Limite para determinação do fator de segurança (FS). Nos últimos anos, técnicas de aprendizado de máquina têm sido empregadas para estimar esse parâmetro de forma mais eficiente, porém muitas delas apresentam caráter caixa-preta, dificultando a interpretação dos resultados. Nesse contexto, este trabalho avaliou a aplicação da Regressão Polinomial Evolucionária, do inglês Evolutionary Polynomial Regression (EPR), na reprodução do FS de taludes, buscando aliar precisão preditiva e interpretabilidade matemática. Para isso, foi desenvolvido um banco de dados com 7.350 cenários, obtidos a partir de automatização implementada em Python, considerando diferentes condições geométricas e geotécnicas dos taludes. O algoritmo MODEGA-SD, que implementa EPR baseada em sensibilidade, foi utilizado neste trabalho. O desempenho dos modelos obtidos foi avaliado por métricas estatísticas de regressão e classificação. Os resultados demonstraram que a EPR foi capaz de reproduzir satisfatoriamente os fatores de segurança, gerando equações explícitas com boa capacidade preditiva e potencial de aplicação prática, destacando-se como uma alternativa promissora aos modelos convencionais de aprendizado de máquina na análise de estabilidade de taludes.

Palavras-chaves: Estabilidade de Taludes; Fator de Segurança; Aprendizado de Máquina; Regressão Polinomial Evolucionária; MODEGA; HYRCAN.

ABSTRACT

Slope stability is a topic of great relevance in geotechnical engineering, traditionally evaluated through Limit Equilibrium Methods to determine the factor of safety (FS). In recent years, machine learning techniques have been employed to estimate this parameter more efficiently; however, many of them exhibit a black-box nature, making it difficult to interpret the results. In this context, this work evaluated the application of Evolutionary Polynomial Regression (EPR) in reproducing the FS of slopes, aiming to combine predictive accuracy and mathematical interpretability. For this purpose, a database with 7,350 scenarios was developed, obtained from an automation implemented in Python, considering different geometric and geotechnical conditions of the slopes. The MODEGA-SD algorithm, which implements sensitivity-based EPR, was used in this work. The performance of the obtained models was evaluated by regression and classification statistical metrics. The results demonstrated that EPR was able to satisfactorily reproduce the safety factors, generating explicit equations with good predictive capability and potential for practical application, standing out as a promising alternative to conventional machine learning models in slope stability analysis.

Keywords: Slope Stability; Factor of Safety; Machine Learning; Evolutionary Polynomial Regression; MODEGA; HYRCAN.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Resistência mobilizável e resistência mobilizada.....	15
Figura 2 – Divisão de um talude em fatias.	17
Figura 3 – Equilíbrio da fatia.....	18
Figura 4 - Equilíbrio de momentos.	18
Figura 5 - Fatia genérica do método de Bishop.....	19
Figura 6 – Hierarquia de aprendizado.....	22
Figura 7 - Um fluxograma representativo do procedimento EPR	28
Figura 8 – Fluxograma da metodologia utilizada	30
Figura 9 – Representação gráfica do talude genérico.	31
Figura 10 - Execução tradicional de EPR.....	37
Figura 11 – Matriz de confusão empregada neste trabalho.	44
Figura 12 – Resultado do Algoritmo 1 executado no ambiente Thonny.	47
Figura 13 – Exemplo da tabela de resultados da execução do Algoritmo 2.....	48
Figura 14 – Resultado de uma das análises de estabilidade para verificação do fator de segurança	48
Figura 15 – Distribuição dos valores de FS utilizados no trabalho.	49
Figura 16 – Matriz de correlação das variáveis do estudo.....	50
Figura 17 – Equação obtida utilizando o algoritmo MODEGA e seus resultados estatísticos.....	52
Figura 18 - Equação obtida utilizando o algoritmo MODEGA-SD e seus resultados estáticos a partir do primeiro lote de dados.....	53

Figura 19 - Equação obtida utilizando o algoritmo MODEGA-SD e seus resultados estáticos a partir do segundo lote de dados.	54
Figura 20 – Resultado da matriz confusão para equação obtida pelo MODEGA.	55
Figura 21 – Resultado da matriz confusão para equação obtida pelo MODEGA-SD lote 1....	55
Figura 22 – Resultado da matriz confusão para equação obtida pelo MODEGA-SD lote 2....	55
Figura 23 – Resultado da avaliação de sensibilidade pra cada equação.	56

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Limite superior e inferior utilizados para gerar o conjunto de dados.	32
Tabela 2 – Resultado da aplicação dos métodos de EPR.....	51

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
DE	Differential Evolution (Evolução Diferencial)
EPR	Evolutionary Polynomial Regression (Regressão Polinomial Evolucionária)
GA	Genetic Algorithm (Algoritmo Genético)
MAE	Mean Absolute Error (Erro Absoluto Médio)
MEL	Método de Equilíbrio Limite
ML	Machine Learning (Aprendizado de Máquina)
MODEGA	Multi-Objective Differential Evolution and Genetic Algorithm (Evolução Diferencial e Algoritmo Genético)
MODEGA-SD	Sensitivity-Driven MODEGA (Orientado por sensibilidade MODEGA)
MSE	Mean Squared Error (Erro Quadrático Médio)
RMSE	Root Mean Squared Error (Raiz do Erro Quadrático Médio)
RNA	Redes Neurais Artificiais
α	Inclinação do talude
c	Coesão
E_{rel}	Eficiência relativa
FS	Fator de segurança
h	Espessura total da camada de solo
h_w	Altura do solo saturado
r	Coefficiente de correlação de Pearson
R^2	Coefficiente de determinação
σ'	Tensão normal na superfície potencial de ruptura
T_{mob}	Tensão mobilizada
Φ	Ângulo de atrito interno

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	12
1.1. Objetivos	13
1.1.1. Objetivos específicos	13
2. REVISÃO DA LITERATURA.....	14
2.1. Conceitos de Análise de estabilidade	14
2.2. Aprendizado de máquina para estabilidade de taludes	21
2.3. Regressão polinomial evolucionária	25
3. METODOLOGIA	30
3.1. Definição do problema.....	30
3.2. Simulações numéricas.....	32
3.3. Regressão Polinomial Evolucionária	35
3.3.1. EPR tradicional	35
3.3.2. MODEGA	37
3.3.3. MODEGA – SD	38
3.3.4. Validação cruzada	40
3.4. Métricas de Avaliação.....	40
4. RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	46
4.1. Avaliação do banco de dados.....	46
4.2. Desempenho dos modelos EPR	50
5. CONCLUSÕES	57
REFERÊNCIAS.....	59
Apêndice A – Algoritmo 1	63
Apêndice B – Algoritmo 2	65

1. INTRODUÇÃO

A estabilidade de taludes naturais é um tema de grande relevância na engenharia geotécnica, uma vez que está diretamente relacionada à gestão de riscos geológicos e à prevenção de desastres naturais. Processos de ruptura em encostas podem causar danos significativos à infraestrutura, prejuízos econômicos e, principalmente, perdas humanas. Nesse contexto, fatores de segurança (FS) são geralmente adotados para verificar se um talude é estável ou não (RIBEIRO *et al.*, 2024). Este valor é utilizado para indicar a condição de estabilidade de um talude frente aos mecanismos potenciais de ruptura.

Para a determinação do FS, os Métodos de Equilíbrio Limite (MEL) são amplamente empregados na prática da engenharia devido à sua simplicidade e confiabilidade. Conforme aponta Silva (2011), esses modelos determinam a estabilidade de um talude unicamente por considerações de equilíbrio, adotando hipóteses para resolver a indeterminação estática associada a cada análise. Entretanto, essas análises dependem do conhecimento detalhado das características geotécnicas dos materiais, como a coesão (c) e o ângulo de atrito interno (ϕ), além dos parâmetros geométricos do talude. Em estudos que envolvem um grande número de cenários ou análises paramétricas extensivas, a execução das simulações pode demandar tempo de processamento elevado.

A partir desse cenário, técnicas de aprendizado de máquina (*Machine Learning* - ML) vêm sendo cada vez mais aplicadas em problemas geotécnicos, oferecendo uma alternativa capaz de identificar padrões em grandes conjuntos de dados e estimar o FS de forma eficiente. Como exemplo, Ribeiro *et al.* (2024) desenvolveram um modelo baseado em Redes Neurais Artificiais (RNA) para a previsão do FS de taludes, considerando diferentes condições de geometrias e parâmetros geotécnicos. Para o treinamento do modelo, os autores utilizaram um banco de dados gerado a partir de milhares de simulações realizadas no software geotécnico HYRCAN®.

Embora as RNAs apresentem elevado desempenho preditivo, sua aplicação é limitada pela baixa interpretabilidade dos resultados. Esses modelos são classificados como métodos do tipo *black-box* (caixa-preta). Segundo Giustolisi e Savic (2006), eles são caracterizados como modelos baseados em dados (*data-driven*) ou regressivos, nos quais a forma matemática que relaciona as variáveis e os seus parâmetros numéricos é desconhecida e precisa ser estimada, não sendo apresentada de forma explícita ao usuário.

Como alternativa a essa limitação, o presente trabalho propõe a utilização da Regressão Polinomial Evolucionária (*Evolutionary Polynomial Regression* – EPR) para a estimativa do FS de taludes finitos. Assim como no estudo de Ribeiro *et al.* (2024), o desenvolvimento dos modelos foi realizado a partir de um banco de dados gerado por simulações numéricas no software HYRCAN, após automatização implementada em Python. A principal característica da EPR consiste na obtenção de equações matemáticas explícitas capazes de representar o comportamento do sistema analisado, permitindo não apenas a previsão do FS, mas também a interpretação da influência dos parâmetros geométricos e geotécnicos na estabilidade dos taludes.

1.1. OBJETIVOS

O objetivo deste trabalho é avaliar o uso de Regressão Polinomial Evolucionária na reprodução de fatores de segurança de taludes.

1.1.1. Objetivos específicos

Dentre os objetivos específicos, destacam-se:

- Desenvolver algoritmo em Python para automatização do HYRCAN;
- Desenvolver e avaliar o banco de dados gerado, garantindo que ele abranja cenários geotécnicos representativos e relevantes para a análise de estabilidade;
- Avaliar o desempenho e a precisão do modelo EPR na estimativa dos fatores de segurança dos taludes;
- Analisar, a partir da análise de sensibilidade, a confiabilidade e a aplicabilidade prática das equações matemáticas geradas para a avaliação da estabilidade de taludes.

2. REVISÃO DA LITERATURA

2.1. CONCEITOS DE ANÁLISE DE ESTABILIDADE

A análise de estabilidade de taludes é um tema de grande importância na engenharia geotécnica, devido aos riscos e às consequências que podem estar associados à instabilidade dessas estruturas. Na prática da engenharia, essa condição é normalmente avaliada por meio do Fator de Segurança (FS). Das e Sobhan (2015) definiram FS como:

$$FS = \frac{\tau_f}{\tau_d} \quad (1)$$

Sendo:

τ_f = resistência média ao cisalhamento do solo;

τ_d = tensão média de cisalhamento desenvolvida ao longo da superfície potencial de ruptura.

Nesse contexto, a resistência ao cisalhamento de um solo consiste em dois componentes, coesão e atrito, e pode ser escrita como (DAS; SOBHAN, 2015):

$$\tau_f = c' + \sigma' \operatorname{tg} \phi' \quad (2)$$

Onde:

c' = coesão;

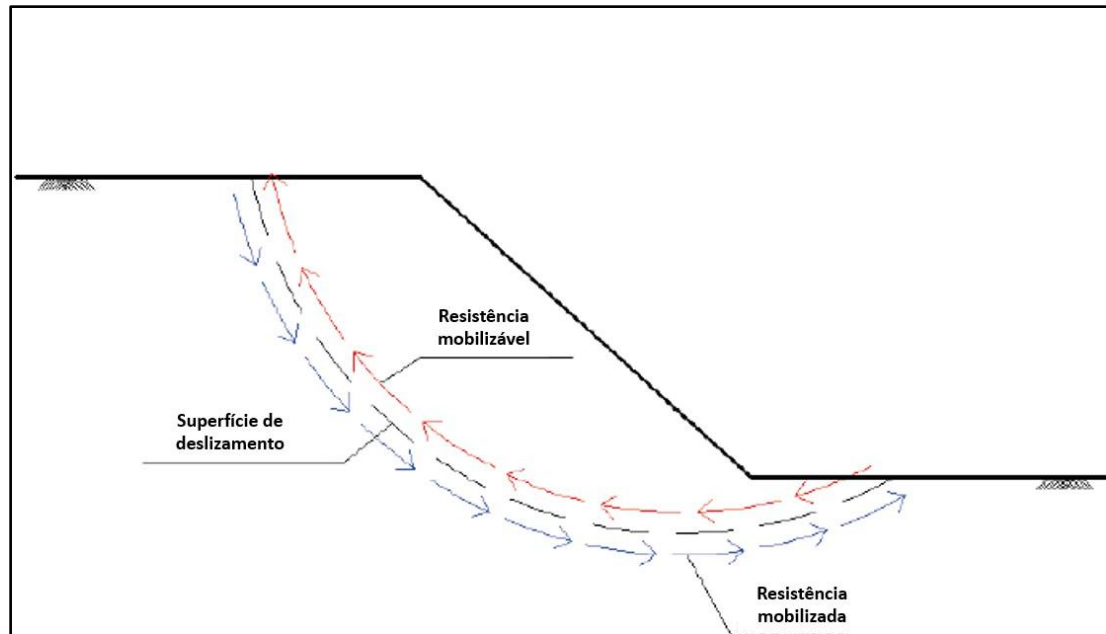
ϕ' = ângulo de atrito;

σ' = tensão normal na superfície potencial de ruptura.

Como resultado, para que não ocorra ruptura no talude é necessário que a tensão que atua, ou seja a tensão mobilizada (τ_{mob}), seja inferior à tensão mobilizante (τ_f), isto é, é necessário que as forças que originam o movimento sejam inferiores às forças que se opõem ao movimento (SILVA, 2013). A Figura 1 representa esse fenômeno.

$$FS = \frac{\tau_f}{\tau_{mob}} \quad (3)$$

Figura 1 – Resistência mobilizável e resistência mobilizada.



Fonte: GERSCOVICH, 2012 *apud* MEJÍA, 2015.

Ademais, é possível concluir que a estabilidade de um talude natural depende diretamente da sua geometria (altura e inclinação) e dos parâmetros de resistência do solo: a coesão e o ângulo de atrito interno. O ângulo de atrito interno (ϕ) representa a resistência ao deslizamento gerada pelo atrito entre as partículas do solo, quanto maior este ângulo, maior tende a ser a resistência ao cisalhamento do material. Define o limite a partir do qual ocorre o deslizamento entre as partículas do solo (MEJÍA, 2015).

A coesão (c), por sua vez, corresponde à parcela da resistência ao cisalhamento decorrente das forças de atração entre as partículas do solo. Diferente do atrito, essas forças atuam de forma independente da tensão normal aplicada ao plano de ruptura. Conforme Viecili (2003 *apud* MEJÍA, 2015), enquanto parte da resistência do solo é proveniente do atrito entre os grãos, a coesão está relacionada às interações físico-químicas existentes entre as partículas.

Para que esses parâmetros de resistência e as características geométricas do talude possam ser integrados em uma análise quantitativa de estabilidade, adota-se frequentemente o Método do Equilíbrio Limite (MEL). Conforme exposto por Gerscovich (2016), o método determina o equilíbrio de uma massa de solo delimitada por uma superfície potencial de ruptura

(circular, poligonal ou de outra geometria), assumindo que todos os pontos ao longo dessa linha atingem simultaneamente a condição limite de $FS = 1$. Essa superfície de ruptura, que pode passar acima ou abaixo do pé do talude (SILVA, 2011), conforme ilustra a Figura 2, define o corpo livre de solo que será subdividido em fatias para a análise de equilíbrio pelas equações da estática, determinando as tensões cisalhantes induzidas.

O método das fatias é amplamente utilizado na análise de estabilidade de taludes por não apresentar restrições quanto ao tipo de análise, à geometria do talude e à homogeneidade do solo (ALVES; ANGELI, 2023). O processo do método consiste que cada fatia genérica deve satisfazer as condições de equilíbrio de forças e momentos, representadas pelas condições de:

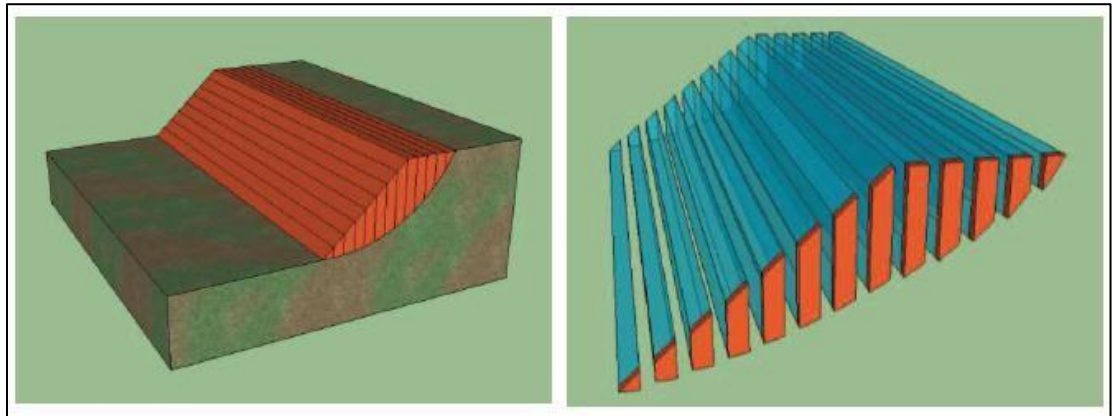
$$\sum F_v = 0 \quad (4)$$

$$\sum F_h = 0 \quad (5)$$

$$\sum M_o = 0 \quad (6)$$

Onde $\sum F_v$ é o somatório de forças verticais, $\sum F_h$ o somatório de forças horizontais e $\sum M_o$ o somatório de momentos.

Figura 2 – Divisão de um talude em fatias.

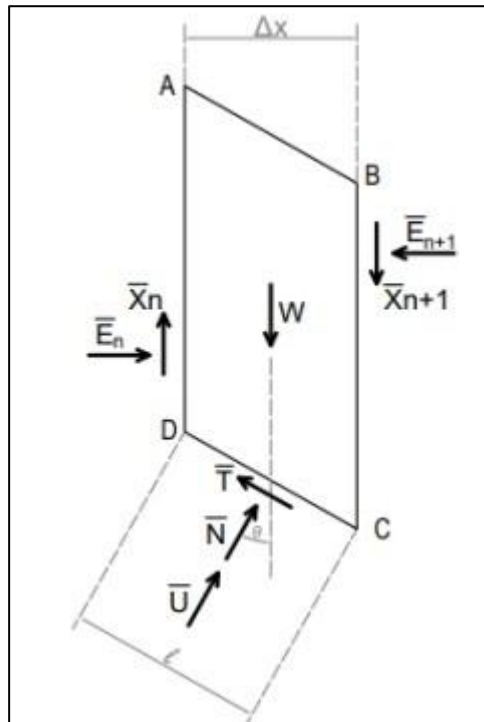


Fonte: SILVA (2011).

Conforme apontado por Gerscovich (2016 *apud* ALVES; ANGELI, 2023) e representado pela Figura 3, as forças atuantes englobam componentes conhecidas, como o peso próprio da fatia (W) e a força resultante das pressões neutras (U), forças horizontais nas laterais das fatias (E), resistência vertical entre fatias (X), força de resistência ao cisalhamento (T) e a força normal na base da fatia (N).

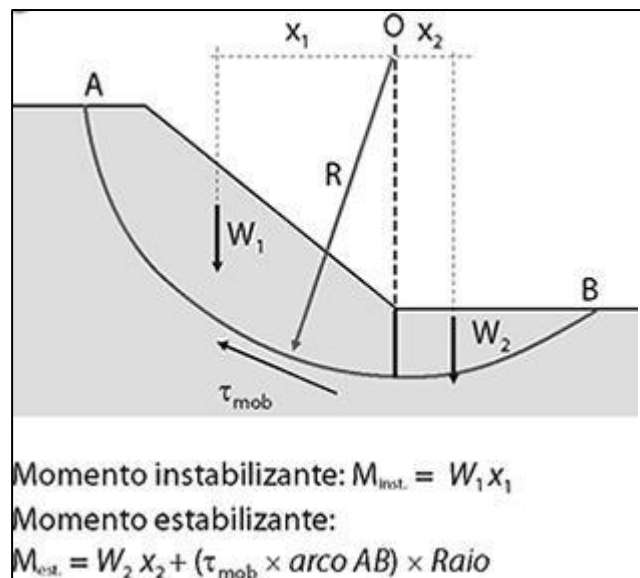
Embora o FS possa ser obtido por meio de uma equação de equilíbrio de forças ou de equilíbrio limite ao corte, a sua determinação a partir da equação de momentos é a mais utilizada pelos diferentes métodos de equilíbrio limite (SILVA, 2011). Na prática, esse cálculo é realizado em relação a um ponto de rotação, comparando o somatório dos momentos estabilizadores, que se opõem ao movimento, com os momentos instabilizadores, que favorecem o deslizamento. Esse equilíbrio de momentos é representado graficamente na Figura 4.

Figura 3 – Equilíbrio da fatia.



Fonte: GERSCOVICH (2016 *apud* ALVES; ANGELI, 2023).

Figura 4 - Equilíbrio de momentos.



Fonte: GERSCOVICH (2016).

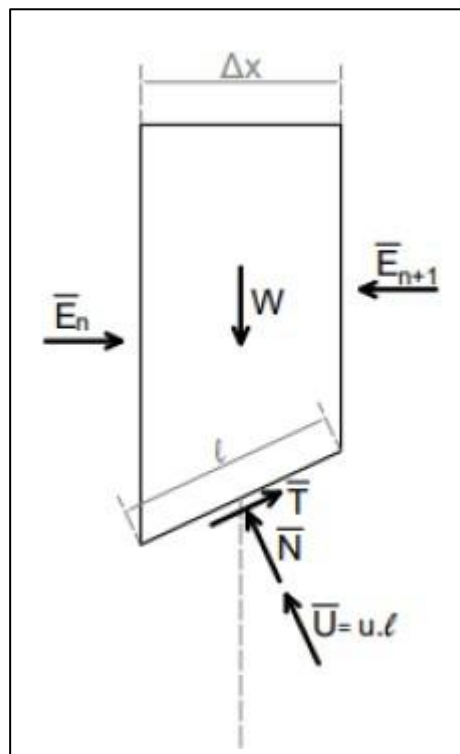
De acordo com Gerscovich (2016) ao avaliar matematicamente o sistema, constata-se que o problema é estaticamente indeterminado, uma vez que o número de equações disponíveis é inferior ao número de incógnitas envolvidas, as quais englobam o FS, as forças atuantes na base e nos contatos laterais, além de seus pontos de aplicação. Para solucionar essa

hiperstaticidade e tornar o problema determinado, os métodos de cálculo da literatura introduzem hipóteses simplificadoras variadas para eliminar as últimas incógnitas pendentes, partindo de uma premissa universal comum a todos eles: assumir que o esforço normal na base de cada fatia atua exatamente em seu ponto central, o que reduz inicialmente o total de incógnitas.

O método de Bishop (1955) destaca-se como uma das abordagens simplificadoras do método das fatias mais difundidas na prática da engenharia, sendo indicado para projetos de menor complexidade. Por adotar hipóteses simplificadoras, é classificado como um método não rigoroso, apresentando versatilidade para ser aplicado tanto em superfícies de ruptura circulares, características de escorregamentos rotacionais, quanto em superfícies não circulares, associadas a escorregamentos planares (SILVA *et al.*, 2025).

Do ponto de vista mecânico, a grande simplificação do método consiste em ignorar as forças de cisalhamento (forças de corte) entre as fatias (SILVA, 2011). A Figura 5 representa a fatia genérica adotado pelo método de Bishop, ela resume todas as forças consideradas na formulação do método.

Figura 5 - Fatia genérica do método de Bishop.



Fonte: MASSAD (2003 *apud* ALVES; ANGELI, 2023).

O cálculo resolve-se focando estritamente no equilíbrio de momentos de toda a massa de solo para extrair o valor do FS, enquanto a força de reação normal, que age perpendicularmente à base de cada fatia, é calculada de forma isolada através do equilíbrio de forças na direção vertical (SILVA, 2011). A sequência matemática segue as seguintes etapas:

A análise inicia-se com o equilíbrio de forças verticais ($\sum F_v = 0$) em uma fatia genérica:

$$W - N' * \cos \theta - U * \cos \theta - T * \sin \theta = 0 \quad (7)$$

Considerando as relações geométricas da base e que a força tangencial (T) depende do critério de resistência do solo e do FS,

$$T = \frac{1}{FS} * (c'l + N' * tg\Phi') \quad (8)$$

$$l = \frac{\Delta x}{\cos \theta} \quad (9)$$

$$U = u * l \quad (10)$$

a força normal efetiva (N') é isolada matematicamente como:

$$N' = \frac{W - u * \Delta x - \frac{1}{FS} * (c' * \Delta x * tg\theta)}{\cos \theta + \frac{tg\Phi' * \sin \theta}{FS}} \quad (11)$$

Ao introduzir essa força normal na equação global de equilíbrio de momentos, encontra-se a fórmula final do FS para o método de Bishop Simplificado:

$$FS = \frac{\sum [c'l + (\frac{W - u * \Delta x - \frac{1}{FS} * (c' * \Delta x * tg\theta)}{\cos \theta + \frac{tg\Phi' * \sin \theta}{FS}}) * tg\Phi']}{\sum W_i * \sin \theta} \quad (12)$$

Como a variável FS aparece em ambos os lados da equação, já que a própria força normal na base depende do fator de segurança, o cálculo não pode ser resolvido de forma direta.

Sua resolução exige, obrigatoriamente, um processo iterativo, no qual se adota um valor estimado inicial (FS_i) calcula-se um novo valor e repete-se o ciclo até que o resultado calculado seja igual ao valor arbitrado (ALVES; ANGELI, 2023).

Apesar de ser classificado como um método não rigoroso por não satisfazer simultaneamente todas as condições de equilíbrio (como o equilíbrio de forças na horizontal), o método de Bishop Simplificado fornece resultados de excelente acurácia matemática. De acordo com Silva (2011), essa elevada precisão ocorre porque, ao assumir uma distribuição coerente para as forças verticais entre as fatias, um dos termos matemáticos da equação de momentos anula-se naturalmente, permitindo que o método satisfaça, ao mesmo tempo, as condições fundamentais de equilíbrio horizontal.

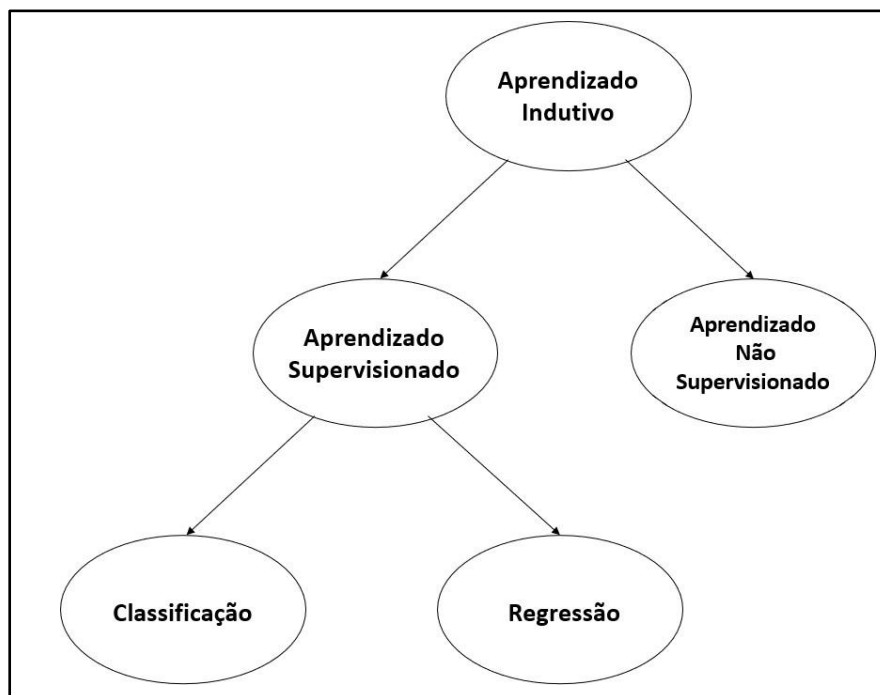
Dentre os diversos MEL, o método de Bishop Simplificado foi adotado neste trabalho devido ao seu equilíbrio entre precisão computacional, ampla aceitação na prática geotécnica e disponibilidade no software HYRCAN.

2.2. APRENDIZADO DE MÁQUINA PARA ESTABILIDADE DE TALUDES

Aprendizado de Máquina (*Machine Learning* – ML) é uma área de pesquisa da Inteligência Artificial que visa o desenvolvimento de programas de computador com a capacidade de aprender a executar uma dada tarefa com sua própria experiência (FACELI et al., 2011 *apud* CERRI e CARVALHO, 2015). Diferente da programação tradicional, onde é dito ao computador exatamente como resolver um problema, o sistema de ML aprende relações e padrões a partir do fornecimento de exemplos (dados), e é capaz de fazer previsões, classificações ou tomar decisões. Como a qualidade e a quantidade dos dados iniciais afetam diretamente o resultado, o sucesso da técnica depende da escolha de características que realmente ajudem a explicar o fenômeno estudado (MONARD e BARANAUSKAS, 2003).

O aprendizado ML é indutivo, ou seja, é efetuado a partir de raciocínio sobre exemplos fornecidos por um processo externo ao sistema. O aprendizado indutivo pode ser dividido em supervisionado e não-supervisionado. (MONARD e BARANAUSKAS, 2003). As tarefas supervisionadas podem ser divididas em tarefas de classificação e tarefas de regressão (CERRI e CARVALHO, 2015). Por sua vez, o aprendizado não supervisionado compreende tarefas como o agrupamento, focadas em identificar padrões em dados não rotulados. A Figura 6 apresenta a hierarquia de aprendizado descrita.

Figura 6 – Hierarquia de aprendizado.



Fonte: Adaptado de MONARD e BARANAUSKAS (2003).

O aprendizado supervisionado por regressão é utilizado quando o objetivo é prever o valor de uma variável numérica, dadas outras variáveis conhecidas (CERRI e CARVALHO, 2015). Segundo Cerri e Carvalho (2015), em tarefas de classificação, busca-se atribuir categorias predefinidas a dados. Para garantir que o modelo realmente aprendeu, os dados costumam ser divididos em dois grupos separados: os dados de treinamento, usados para criar as regras, e os dados de teste, usados apenas para medir se o sistema funciona bem diante de situações totalmente novas (MONARD e BARANAUSKAS, 2003).

Nos últimos anos, a aplicação de técnicas ML na geotecnia tem se intensificado, especialmente em problemas relacionados à análise da estabilidade de taludes. Diversos estudos têm investigado o desempenho de algoritmos como Redes Neurais Artificiais (RNA), Máquinas de Vetores de Suporte (*Support Vector Machines* – SVM) e Florestas Aleatórias (*Random Forests* - RF), comparando seus resultados aos obtidos por métodos tradicionais de equilíbrio limite na estimativa do FS.

O estudo realizado por Nanehkaran *et al.* (2023) teve como objetivo realizar uma análise comparativa para estimar e prever o FS de taludes de terra, buscando preencher a lacuna entre procedimentos tradicionais e avançados. Para isso, os autores utilizaram os algoritmos de

aprendizado de máquina Perceptron Multicamadas (*Multi-Layer Perceptron* - MLP), Árvore de Decisão (*Decision Tree* - DT), SVM e RF. As variáveis consideradas englobaram fatores geométricos (altura do talude, ângulo, topografia, nível da água, número de camadas, profundidade da trinca de tração e da superfície de deslizamento) e geotécnicos (teor de umidade, gravidade específica, densidade seca, coesão, ângulo de atrito interno, coeficiente de *Poisson* e índices de rigidez). O banco de dados contou com 100 registros de estabilidade de taludes coletados no Irã, divididos em 70% para treinamento e 30% para teste. Como resultado, o modelo MLP apresentou os resultados mais precisos, superando os outros classificadores e demonstrando forte concordância com métodos tradicionais de equilíbrio limite.

Com uma abordagem voltada ao mapeamento de riscos e causas de deslizamentos, Mali *et al.* (2021) avaliaram métodos de seleção de atributos para identificar fatores causais de falhas e testar o potencial de técnicas de ML individuais e de conjunto na predição de falhas de taludes. O estudo aplicou técnicas de conjunto (RF, *AdaBoost*, *Bagging*, *Stacking* e *Voting*) e individuais (Rede *Bayesiana*, DT, MLP e SVM) sobre 21 fatores geotécnicos, incluindo granulometria, diâmetros de partículas, limites de *Atterberg*, gravidade específica, porosidade, permeabilidade, umidade *in-situ*, compactação relativa, elevação, ângulo do talude, coesão e atrito. O banco de dados foi composto por informações de 60 locais (43 com falhas e 17 sem falhas) na região de Mandi, Índia. Os resultados indicaram que os modelos de conjunto RF e *AdaBoost* foram os mais eficazes, além de identificar seis fatores críticos como os principais contribuintes para as falhas.

Estudos conduzidos por Soranzo *et al.* (2023) tiveram como objetivo reduzir o alto custo computacional do Método de Redução de Resistência (*Strength Reduction Method* - SRM) na previsão do fator de segurança de taludes estratificados aleatórios. O método de aprendizado de máquina empregado foi a Rede Neural Convolucional (*Convolutional Neural Networks* - CNN), e as variáveis utilizadas incluíram propriedades do solo, como densidade, coesão e ângulo de atrito, além de parâmetros geométricos, como largura, altura e ângulo do talude. O banco de dados consistiu inicialmente em 600 taludes gerados aleatoriamente, os quais foram multiplicadas artificialmente até atingir quase 7.959 amostras para aprimorar o aprendizado do modelo. Como resultado, a CNN previu o FS com alta precisão, evidenciando que o uso de aumento de dados melhorou significativamente o desempenho do modelo.

Huang *et al.* (2023) propôs de forma inovadora o uso do algoritmo Memória de Longo e Curto Prazo (*Long Short-Term Memory* - LSTM) na estimativa da estabilidade de taludes, visando superar limitações de modelos tradicionais em extrair características globais. O método LSTM foi comparado com os algoritmos CNN, SVM e RF, utilizando cinco fatores de controle como variáveis: altura do talude, ângulo do talude, coesão, ângulo de atrito interno e peso volumétrico. O banco de dados reuniu um total de 2.610 amostras (2.160 para treinamento e 450 para teste), baseadas em taludes típicos da cidade de Ganzhou, China. O resultado demonstrou que o LSTM superou todos os demais modelos, apresentando o menor erro relativo e a maior eficiência de modelagem.

A integração entre a mecânica dos solos não saturados e as ferramentas inteligentes de previsão foi o tema central do estudo desenvolvido por Waris *et al.* (2025). Os pesquisadores avaliaram seis modelos computacionais, incluindo Regressão por Processo Gaussiano (*Gaussian Process Regression* - GPR), ANN e algoritmos como Aumento de Gradiente Extremo (*Extreme Gradient Boosting* - XGBoost) e RF, alimentados por um banco de dados com 16.219 cenários por simulações matemáticas clássicas de engenharia. O objetivo foi aplicar essas ferramentas em duas frentes distintas: uma abordagem de regressão para estimar numericamente o fator de segurança exato do terreno e outra de classificação para mapear o risco direto de desabamento. Ao fim das análises, o modelo GPR destacou-se como o mais preciso para calcular o valor numérico da estabilidade, enquanto a rede neural do tipo ANN provou ser altamente eficaz para classificar e identificar se a encosta sofreria ou não uma ruptura estrutural.

Por fim, a integração entre modelos de aprendizado profundo (*Deep Learning* – DL) e algoritmos de otimização inteligente foi explorada por Zerouali *et al.* (2024) com o propósito de classificar com alta exatidão o risco de colapso de estruturas de terra. A metodologia integrou Redes Neurais Recorrentes (*Recurrent Neural Networks* - RNN), LSTM e Redes Adversárias Generativas (*Generative Adversarial Networks* - GAN) ao algoritmo de otimização *Binary Graylag Goose Optimization* (bGGO). As variáveis analisadas contemplaram parâmetros geométricos (altura, ângulo, curvatura), propriedades dos materiais (tipo de solo, coesão, ângulo de atrito, peso unitário) e condições ambientais (razão de pressão de poros e carga sísmica). A pesquisa utilizou um banco de dados substancial composto por 627 amostras de taludes. Como resultado, o modelo bGGO-GAN obteve o melhor desempenho, destacando o ângulo de atrito e a coesão como os determinantes mais críticos da estabilidade.

2.3. REGRESSÃO POLINOMIAL EVOLUCIONÁRIA

A Regressão Polinomial Evolucionária (*Evolutionary Polynomial Regression* – EPR) introduzida por Giustolisi e Savic (2006), é uma técnica de ML baseada em dados que utiliza a computação evolutiva para produzir modelos na forma de equações polinomiais para representar um sistema. A literatura aponta a aplicação da EPR em diferentes problemas da engenharia civil, destacando-se os trabalhos de Savic *et al.* (2006), Berardi *et al.* (2008) e Ahangar-Asr *et al.* (2011), e tem mostrado um alto potencial de aplicação.

Esse desempenho está relacionado à capacidade da técnica de processar grandes volumes de dados e identificar relações complexas entre variáveis por meio do aprendizado a partir de exemplos. Segundo Silva e Gomes (2026), esse processo é realizado por meio do treinamento com conjuntos de dados de entrada e saída, permitindo a construção de modelos capazes de capturar padrões não lineares presentes nos fenômenos analisados. A metodologia combina os princípios dos algoritmos genéticos (*Genetic Algorithm* - GA) com técnicas de regressão linear, buscando determinar a equação polinomial ótima que melhor representa os dados observados.

Entre as principais características da EPR destaca-se a premissa de que um determinado fenômeno físico pode ser descrito, ainda que de forma aproximada, por uma estrutura matemática adequada. A partir dessa premissa, a técnica realiza a seleção do modelo ótimo por meio de um processo de busca no espaço de possíveis estruturas matemáticas, gerando soluções viáveis que atendem simultaneamente a critérios de desempenho e métricas estatísticas previamente estabelecidas (CERRATO *et al.*, 2026).

O processo de execução da EPR pode ser descrito, de forma geral, por meio de duas etapas fundamentais. Na primeira, a seleção da estrutura de modelo mais adequada, representada por expressões polinomiais, é realizada por meio de uma estratégia de busca evolutiva baseada em GA (GOLDBERG, 1989). Na segunda etapa, os coeficientes das expressões matemáticas selecionadas na fase evolutiva são estimados por meio do método dos mínimos quadrados, de forma a minimizar a diferença entre os valores observados e aqueles previstos pelo modelo.

A formulação geral da EPR pode ser expressa da seguinte forma (SAVIC *et al.*, 2006):

$$y = \sum_{j=1}^m f(X, g(X), a_j) + a_0 \quad (13)$$

Em que $X = \{x_1, x_2, \dots, x_k\}$ representa o conjunto das variáveis de entrada; f representa a equação polinomial desenvolvida pela EPR; m é o número de termos da equação; $g(X)$ representa funções matemáticas definidas pelo usuário, como funções exponenciais, logarítmicas ou trigonométricas; a_j são os coeficientes ajustados para cada termo; e a_0 é um termo opcional.

A Equação (13) pode ser escrita em forma matricial (GIUSTOLISI e SAVIC, 2006):

$$y_{n \times 1}(\theta, Z) = [I_{n \times 1} Z^j]_{n \times m} [a_0 a_1 \dots a_j]^T = Z_{n \times d} \times \theta_{d \times 1}^T \quad (14)$$

Onde $y_{n \times 1}$ é o vetor contendo os valores observados da variável de saída; θ representa o vetor dos coeficientes de regressão; e Z corresponde à matriz formada pelos termos polinomiais das variáveis de entrada.

O termo genérico da matriz Z pode ser expresso pela Equação (15):

$$Z_{n \times 1}^j = [x_1^{ES(j,1)} \cdot x_2^{ES(j,2)} \cdot x_3^{ES(j,3)} \dots x_k^{ES(j,k)}] \quad (15)$$

em que ES representa a matriz de expoentes definida pelo usuário. Assim, o principal objetivo da EPR é encontrar automaticamente a combinação de expoentes que melhor representa o comportamento do sistema analisado.

De acordo com Savic *et al.* (2006), a EPR apresenta duas características que a tornam particularmente adequada para a modelagem de fenômenos físicos. A primeira refere-se à possibilidade de incorporar conhecimento prévio sobre o sistema ou processo físico em diferentes fases da modelagem, incluindo os momentos anterior, durante e posterior à calibração do modelo. A segunda característica está associada à geração de expressões matemáticas interpretáveis, que permitem identificar padrões e relações entre as variáveis do sistema, contribuindo para a compreensão e descrição dos parâmetros de interesse.

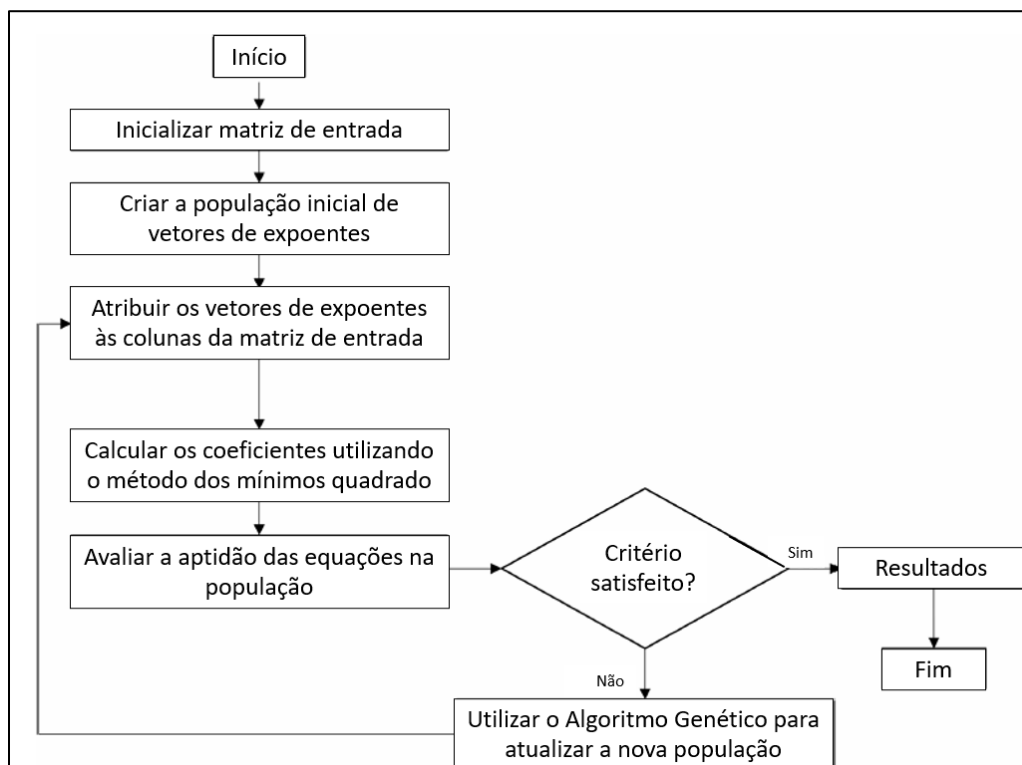
No contexto da primeira característica, antes da construção do modelo EPR, o modelador seleciona as variáveis de entrada consideradas relevantes e as organiza de acordo

com sua interpretação física. Durante o processo de modelagem, as estruturas candidatas são definidas com base em parâmetros estabelecidos pelo usuário, tais como a forma geral do polinômio, os tipos de funções adicionais permitidas por exemplo, funções logarítmicas naturais, exponenciais e tangente hiperbólica, e os parâmetros associados à estratégia de busca evolutiva. Embora a metodologia tenha como ponto de partida estruturas polinomiais convencionais, ela também possibilita a obtenção de expressões não polinomiais por meio da incorporação de funções definidas pelo usuário.

Além disso, a experiência do modelador e o julgamento de engenharia podem ser incorporados ao processo de desenvolvimento do modelo, contribuindo para a formulação de hipóteses relacionadas à composição e à estrutura das funções objetivo e possibilitando o refinamento das soluções obtidas (GIUSTOLISI e SAVIC, 2006). Após a etapa de calibração, o modelo final é selecionado entre o conjunto de soluções geradas, considerando tanto a interpretação do usuário quanto indicadores estatísticos de desempenho, como o coeficiente de determinação R^2 .

Um fluxograma representativo do procedimento EPR é apresentado na Figura 7.

Figura 7 - Um fluxograma representativo do procedimento EPR.



Fonte: adaptado de SILVA e GOMES (2026).

Estudos conduzidos por Giustolisi e Savic 2009; Jin e Yin 2020 e Gomes *et al.* 2021, 2022, ilustram como as formulações multi-objetivo têm sido usadas para melhorar a generalização na modelagem baseada em EPR. Conforme discutido por esses pesquisadores, as estratégias multi-objetivo aplicadas à EPR visam equilibrar a precisão do modelo com a capacidade de generalização através da otimização simultânea de múltiplos critérios, normalmente a minimização do erro e a complexidade do modelo (CERRATO *et al.*, 2026).

Avanços recentes na EPR têm sido apoiados pelo desenvolvimento progressivo da estrutura de Evolução Diferencial e Algoritmo Genético Multi-Objetivo (*Multi-Objective Differential Evolution and Genetic Algorithm - MODEGA*) (GOMES *et al.*, 2021). O método EPR-MODEGA estende a calibração tradicional de objetivo único ao combinar GA e Evolução Diferencial (*Differential Evolution - DE*) para propor estruturas de modelos candidatas e ao selecionar o número de termos polinomiais por meio de um compromisso entre o desempenho preditivo e a simplicidade da equação. Para abordar a lacuna crítica de pesquisa de que modelos preditivamente precisos nem sempre são fisicamente significativos, a metodologia evoluiu para a abordagem MODEGA-SD proposta por Gomes *et al.* (2022) a qual incorpora a análise de sensibilidade diretamente em sua execução.

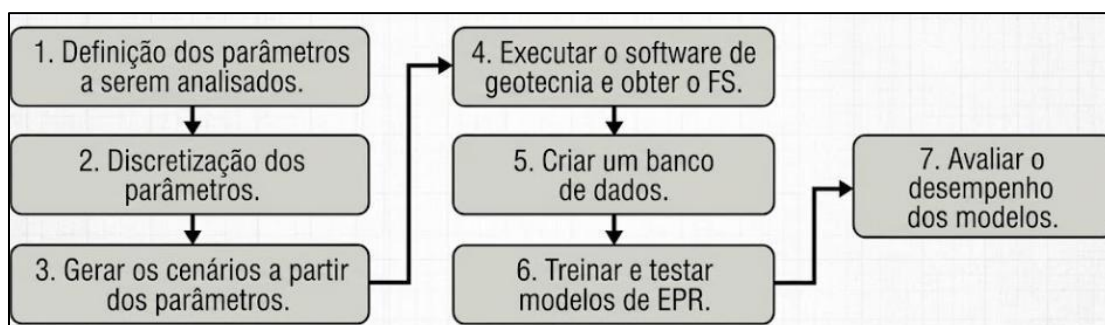
Como base para estudos futuros, o panorama setorial apresentado por Silva e Gomes (2026), demonstraram que a técnica de EPR está consolidada na engenharia geotécnica, com aplicações distribuídas em doze categorias temáticas, incluindo fundações, estruturas de contenção, mecânica dos solos, estabilização de solos e solos congelados. Entretanto, a análise das publicações revela uma concentração significativa dos estudos em poucas áreas. As categorias de Fundações e Estruturas de Contenção (30%), Mecânica dos Solos (27%) e Estabilização do Solo (12%) representam, em conjunto, cerca de 70% das aplicações identificadas pelos autores. Esse resultado indica que diversas áreas da engenharia geotécnica ainda apresentam um número reduzido de estudos utilizando EPR, evidenciando oportunidades para novas pesquisas e para a ampliação do uso da técnica.

3. METODOLOGIA

Neste trabalho, adotou-se uma abordagem numérica e computacional, com a aplicação de técnicas de ML, com o objetivo de avaliar o desempenho da EPR na estimativa do fator de segurança de taludes. Inicialmente, foram definidas as geometrias dos taludes (inclinação, espessura da camada de solo e a espessura de solo saturado) e os parâmetros de resistência do solo (coesão e ângulo de atrito), os quais foram discretizados e combinados de modo a representar diferentes cenários de análise e compor o banco de dados do estudo. Para cada cenário, realizou-se a modelagem numérica por meio do software HYRCAN, utilizado na execução das análises de estabilidade e na obtenção do fator de segurança correspondente a cada configuração geométrica e conjunto de propriedades do solo.

A partir dos resultados dessas análises, foi construído um banco de dados contendo 7.350 valores de FS, utilizado posteriormente no treinamento e na avaliação dos modelos baseados em EPR. A partir do banco de dados gerado, os algoritmos de otimização, MODEGA e MODEGA-SD, desenvolvidos pelo orientador Prof. Dr. Guilherme José Cunha Gomes da Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), foram executados no ambiente MATLAB para obter as equações. Por fim, o desempenho de cada modelo foi avaliado por meio de métricas estatísticas amplamente utilizadas na literatura, com o objetivo de analisar a precisão, robustez e capacidade de generalização em relação aos dados obtidos nas simulações. A Figura 8 apresenta o fluxograma do processo metodológico adotado.

Figura 8 – Fluxograma da metodologia utilizada.



Fonte: Elaborado pelo autor.

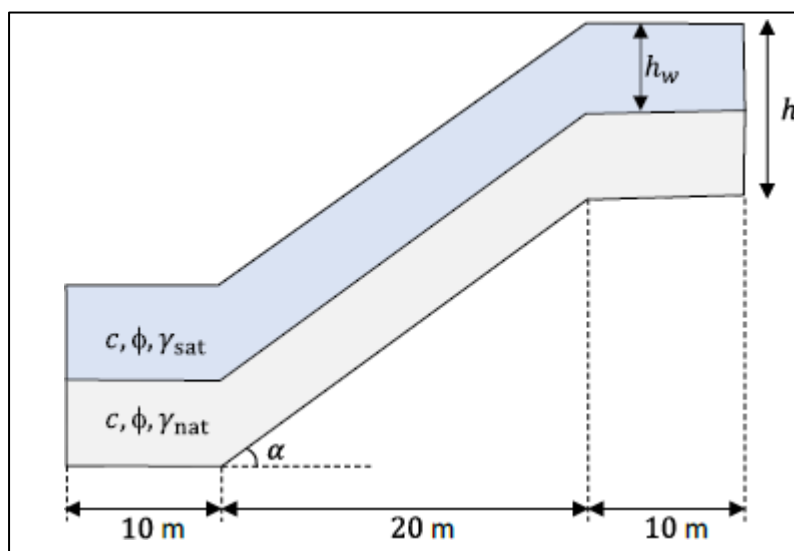
3.1. DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Conforme apresentado anteriormente, o desenvolvimento deste trabalho exigiu a construção de um banco de dados contendo resultados do FS associados à estabilidade de

taludes. Para isso, foram definidos diferentes cenários a partir da combinação de geometrias de taludes e parâmetros geotécnicos dos solos. As variáveis consideradas incluíram a espessura total da camada de solo (h), a inclinação do talude (α), coesão do solo (c) e o ângulo de atrito interno (ϕ). Essa abordagem permitiu abranger uma ampla faixa de condições geotécnicas típicas encontradas em problemas de engenharia.

Com base no estudo realizado por Ribeiro *et al.* (2024), foi considerada a presença de uma camada de solo saturado, com o objetivo de representar os efeitos da infiltração de água da chuva, a qual pode resultar no aumento do peso próprio do solo e, conseqüentemente, influenciar a estabilidade do talude. Dessa forma, o perfil do solo é composto por duas camadas com diferentes pesos específicos. Além disso, definiu-se que a camada mais superficial, representada pela altura (h_w), corresponde ao solo saturado, com peso específico saturado (γ_{sat}) igual a 21 kN/m³, enquanto a camada mais profunda, representada pela altura ($h - h_w$), corresponde ao solo em condições naturais, com peso específico natural (γ_{nat}) de 18 kN/m³. O modelo paramétrico descrito é ilustrado na Figura 9.

Figura 9 – Representação gráfica do talude genérico.



Fonte: RIBEIRO *et al.* (2024).

A Tabela 1 apresenta os limites superiores e inferiores utilizados para a discretização de cada variável. Especificamente, a variável espessura (h) foi discretizada em cinco valores incrementais, enquanto a inclinação do talude (α), a coesão (c) e o ângulo de atrito (ϕ) foram discretizados com um intervalo uniforme de 5 unidades cada. Posteriormente, a discretização da camada de solo saturada (h_w) considerou seis porcentagens da altura total do solo,

correspondentes a 10%, 20%, 40%, 60%, 80% e 90%. Os intervalos e limites das variáveis apresentados na tabela foram definidos com base em dados da literatura, seguindo a parametrização adotada por Ribeiro *et al.* (2024) para garantir a representatividade e a robustez do cenário experimental.

Tabela 1 – Limite superior e inferior utilizados para gerar o conjunto de dados.

Parâmetros	Símbolo	Limite Inferior	Limite Superior	Unidade
Espessura do solo no talude	h	1,0	5,0	m
Espessura do solo saturado	h_w	0,1	4,5	m
Inclinação do talude	α	15,0	45,0	Grau
Coesão	c	0,0	20,0	kPa
Ângulo de atrito	ϕ	15,0	45,0	Grau

Fonte: adaptado de RIBEIRO *et al.* (2024).

A partir dessas definições, todos os valores foram combinados de forma sistemática, resultando em um conjunto abrangente de cenários de análise. Esse procedimento originou um banco de dados composto por 7.350 combinações distintas de parâmetros, o qual serviu de base para a realização das simulações numéricas e para o desenvolvimento dos testes dos modelos de ML propostos neste estudo.

3.2. SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Com base nos valores definidos na Tabela 1, obtidos a partir da discretização dos parâmetros adotados, foram realizadas simulações numéricas para determinação dos fatores de segurança dos taludes utilizando o software de código aberto HYRCAN. Desenvolvido por Roozbeh Geraili Mikola em 2020, o HYRCAN é um programa livre de análise de estabilidade (SILVA *et al.* 2025), empregado neste estudo em sua versão 2.0 (2025). As análises foram executadas por meio do método Bishop Simplificado, um método de equilíbrio limite amplamente empregado na engenharia geotécnica devido à sua simplicidade de aplicação e à boa precisão na avaliação da estabilidade de taludes.

No HYRCAN, a geometria dos taludes é definida a partir da inserção direta de coordenadas, o que permite representar diferentes configurações geométricas de forma precisa. Considerando o elevado número de combinações analisadas (7.350 cenários), tornou-se inviável a modelagem manual de todas as geometrias e variações de parâmetros. Dessa forma,

foi desenvolvido um primeiro código em linguagem Python, executado no ambiente Thonny, com o objetivo de automatizar a geração e organização das coordenadas correspondentes às diferentes geometrias dos taludes analisados.

Esse código foi responsável por combinar sistematicamente os valores de altura do talude, inclinação e espessura da camada saturada, gerando as coordenadas do contorno externo do talude e da interface entre as camadas de solo. O procedimento adotado é descrito no Algoritmo 1.

Algoritmo 1: Lista da combinação de coordenadas de cada geometria possível	
1:	Definir conjunto das alturas totais (h) do solo
2:	Definir conjunto de espessura da camada saturada (h_w)
3:	Definir conjunto de inclinações do talude (α)
4:	Iniciar laço a partir do contador “0”
5:	Calcular espessura da camada saturada
6:	Calcular parâmetros geométricos auxiliares
7:	Definir coordenadas do contorno externo do talude
8:	Definir coordenadas do contorno da camada saturada
9:	Contador = contador + 1
10:	Imprimir contador, valor da altura da camada de solo e camada saturada
11:	Imprimir coordenadas do contorno externo do talude
12:	Imprimir coordenadas do contorno da camada saturada

Além da geração das geometrias, foi necessária a automatização da variação dos parâmetros de resistência do solo e da execução das análises de estabilidade no HYRCAN. Para isso, foi desenvolvido um segundo código em Python, responsável por integrar as informações geométricas geradas com os diferentes conjuntos de propriedades dos materiais, executar automaticamente as simulações e registrar os resultados obtidos.

Esse segundo código realiza a comunicação com o HYRCAN, inserindo as coordenadas das geometrias, atribuindo as propriedades dos materiais e configurando os parâmetros de análise, como o método de Bishop Simplificado e as superfícies potenciais de ruptura. Além disso, os resultados de cada simulação, incluindo os valores de coesão, ângulo de atrito e o fator

de segurança correspondente, são armazenados automaticamente em uma planilha, formando o banco de dados utilizado neste estudo. O procedimento geral adotado é descrito no Algoritmo 2.

Algoritmo 2: Coordenadas do talude e propriedades do solo para o HYRCAN	
1:	Definir conjunto de valores de coesão (c)
2:	Definir conjunto de valores de ângulo de atrito (ϕ)
3:	Criar arquivo Excel para armazenamento dos resultados
4:	Criar planilha e definir conteúdo do cabeçalho
5:	Iniciar contador de linhas da planilha
6:	Criar modelo base no HYRCAN
7:	Definir direção de ruptura
8:	Armazenar coordenadas do contorno externo do talude
9:	Armazenar coordenadas da camada saturada
10:	Atribuir materiais ao modelo
11:	Definir coordenadas de buscas da superfície de ruptura
12:	Definir método de análise (Bishop Simplificado)
13:	Criar laço para variação do valor de coesão
14:	Criar laço para variação do valor de ângulo de atrito
15:	Atualizar propriedades dos materiais
16:	Executar análise de estabilidade
17:	Armazenar coesão, ângulo de atrito e fator de segurança na planilha
18:	Salvar e fechar arquivo Excel

A utilização desses dois códigos permitiu automatizar todo o processo de geração de geometrias, variação dos parâmetros geotécnicos e execução das análises, tornando viável a realização de um grande número de simulações de forma eficiente, consistente e com redução de erros operacionais. Os códigos desenvolvidos estão disponíveis na íntegra nos Apêndices A e B.

Para fins de verificação e validação do procedimento automatizado, foram realizadas análises de estabilidade manualmente no software HYRCAN para um conjunto representativo

de geometrias, considerando uma análise para cada configuração geométrica adotada no estudo. Os FSs obtidos manualmente foram comparados aos resultados gerados automaticamente pelos códigos desenvolvidos em Python, apresentando concordância satisfatória entre os valores. Essa comparação permitiu validar o processo de automatização implementado e garantiu maior confiabilidade ao banco de dados utilizado nas etapas posteriores do trabalho.

3.3. REGRESSÃO POLINOMIAL EVOLUCIONÁRIA

Com o objetivo de representar a relação não linear existente entre as variáveis de entrada, características geométricas e geotécnicas do talude, e a variável de saída, o FS, a EPR foi utilizada neste estudo como ferramenta de ML.

Devido ao caráter não linear e à interação entre as variáveis envolvidas, a obtenção de uma equação analítica simples que represente adequadamente esse comportamento torna-se uma tarefa complexa. Nesse contexto, a EPR é empregada como uma técnica capaz de identificar, a partir do banco de dados, modelos matemáticos que descrevem essa relação de forma consistente.

Diferentemente de outros métodos de ML classificados como *black-box*, a EPR fornece expressões matemáticas explícitas, permitindo não apenas a previsão do FS, mas também a identificação direta das variáveis com maior influência no modelo gerado, o que é particularmente relevante em aplicações de engenharia.

3.3.1. EPR tradicional

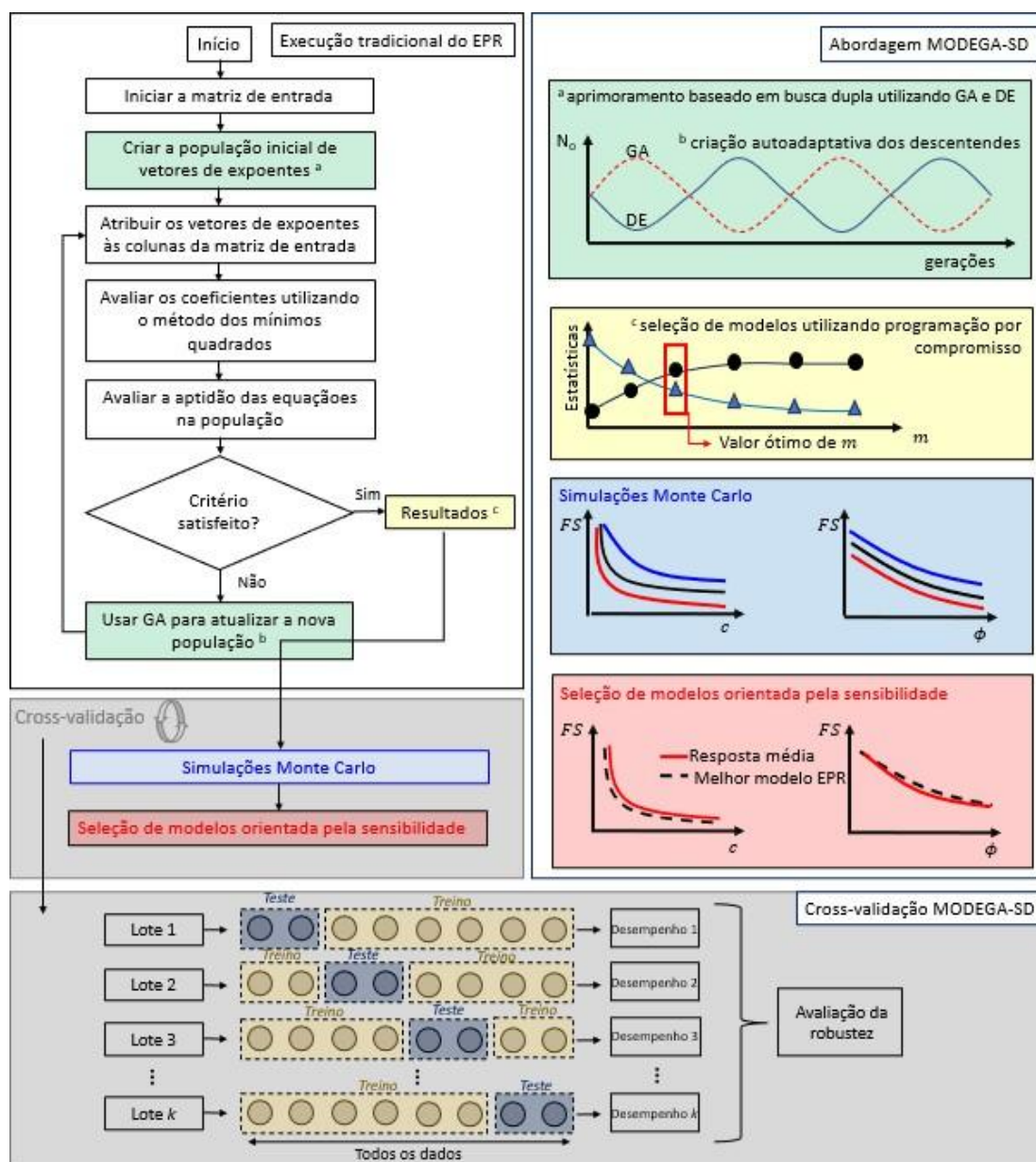
A EPR nesse trabalho foi aplicada para prever FS de taludes e, para alimentar o modelo, foram selecionadas cinco variáveis de entrada fundamentais para o problema geotécnico: a espessura da camada de solo (h), altura da camada saturada (hw), inclinação do talude (α), coesão do solo (c) e ângulo de atrito interno (ϕ). Além disso, definiu-se previamente a utilização de uma equação polinomial de segundo grau, uma estratégia adotada para obter um modelo final com menor complexidade matemática e maior facilidade de interpretação física.

Entretanto, como já foi comentado anteriormente a EPR tradicional possui abordagem mono-objetiva, que consiste na otimização de um único critério, geralmente a minimização do erro entre os valores previstos e observados. Como consequência, pode ocorrer o sobreajuste do modelo, caracterizado pelo ajuste excessivo aos dados de treinamento e pela consequente

perda de desempenho quando aplicado a novos dados. Para solucionar essa limitação, também foram utilizados métodos de otimização multiobjetivo, que buscam gerar equações com maior capacidade de generalização, ou seja, que se adaptam melhor a dados não observados.

A Figura 10 apresenta, destacado em verde e amarelo na caixa localizada à esquerda, o algoritmo MODEGA que introduz tais melhorias, e também foi testado com o banco de dados gerado após as simulações numéricas. Além disso, o aprimoramento decorrente do processo de Validação Cruzada é representado pela caixa cinza posicionada na parte inferior da figura. Enquanto os painéis vermelho e azul, indicam o processo de desenvolvimento do algoritmo MODEGA-SD, que também foi usado no trabalho e será explicado nos próximos itens.

Figura 10 - Execução tradicional de EPR.



Fonte: adaptado de SILVA e GOMES (2025).

3.3.2. MODEGA

O algoritmo MODEGA é utilizado como uma otimização do método EPR tradicional, com o objetivo de selecionar automaticamente a estrutura mais adequada do modelo, reduzindo o risco de sobreajuste e melhorando a capacidade de generalização das equações resultantes. O algoritmo trás melhorias permitindo que o modelo busque simultaneamente bom desempenho estatístico e menor complexidade matemática. Essa característica torna o método mais adequado para aplicações envolvendo conjuntos de dados maiores e mais variado. Isso se deve

a três aprimoramentos do algoritmo: (i) mecanismo de dupla busca, (ii) descendência auto adaptativa e (iii) seleção de modelos por programação por compromisso.

Inicialmente, o algoritmo genético (*Genetic Algorithm* - GA) e a evolução diferencial (*Differential Evolution* - DE) atuam conjuntamente durante o processo de otimização, propondo diferentes combinações de expoentes para a estrutura polinomial da EPR. Dessa forma, dois métodos de busca evolutiva exploram simultaneamente o espaço de soluções possíveis, aumentando a diversidade de modelos avaliados. O MODEGA incorpora um mecanismo de descendência auto adaptativa, no qual o desempenho dos modelos gerados pelos métodos GA e DE é avaliado a cada geração. A partir dessa avaliação, o método de busca que apresentar melhor desempenho passa a contribuir com uma maior quantidade de descendentes para a geração seguinte, tornando o processo evolutivo mais eficiente e adaptativo.

Conforme citado anteriormente, a estratégia multiobjetivos é utilizada para evitar o sobreajuste dos modelos. Equações com número excessivo de termos polinomiais tendem a se tornar excessivamente complexas, ajustando-se excessivamente aos dados de treinamento e reduzindo sua capacidade de generalização para novos dados. Isso é efetivado no algoritmo MODEGA através da ferramenta de programação por compromisso, em que após o usuário definir um número máximo de termos polinomiais a ser considerado no processo de busca, será selecionado o modelo que tenha o melhor equilíbrio entre desempenho estatístico e simplicidade matemática. Essa seleção é realizada com base em múltiplos critérios, incluindo: minimização do número de termos polinomiais (m), do erro quadrático médio (*Mean Squared Error* - MSE), maximização do coeficiente de determinação (R^2), do coeficiente de correlação (r) e da eficiência relativa (E_{rel}). Assim, o MODEGA busca gerar equações mais compactas, interpretáveis e com maior capacidade de aplicação a dados não observados.

3.3.3. MODEGA – SD

A metodologia MODEGA-SD (*Sensitivity-Driven* MODEGA) tem como objetivo incorporar análises de sensibilidade e simulações de Monte Carlo, baseadas em reamostragem aleatória, ao processo de seleção da estrutura final dos modelos EPR, buscando gerar equações com maior significado físico e melhor capacidade de generalização. Diferentemente das abordagens tradicionais, nas quais a escolha do modelo é baseada principalmente na minimização do erro estatístico, o MODEGA-SD também considera a coerência física do comportamento das variáveis do modelo.

Nesse método, a análise de sensibilidade passa a atuar como um critério adicional de seleção. Isso significa que o algoritmo não busca apenas equações com boa capacidade de ajuste aos dados, mas também modelos cuja resposta às variações das variáveis de entrada seja compatível com o comportamento físico esperado do problema analisado.

Inicialmente, são definidos os conjuntos de treinamento e teste e os parâmetros do algoritmo MODEGA. Em seguida, são realizadas múltiplas simulações de Monte Carlo, nas quais diferentes modelos EPR são gerados a partir de inicializações aleatórias dos expoentes candidatos. Embora todas as simulações utilizem os mesmos dados e parâmetros, pequenas variações no processo evolutivo resultam em equações distintas ou ligeiramente diferentes entre si.

Para cada modelo gerado, é realizada uma análise de sensibilidade das variáveis independentes. Essa análise permite avaliar como alterações em cada variável de entrada influenciam a resposta do modelo, isto é, o FS dos taludes. Assume-se que o comportamento médio observado entre todas as simulações representa, de forma mais confiável, a tendência física do sistema analisado.

Com base nisso, o MODEGA-SD seleciona o modelo cuja resposta paramétrica permanece mais próxima da resposta média obtida entre todas as simulações. Dessa forma, o modelo escolhido tende a apresentar maior estabilidade, menor influência de variações aleatórias do processo de otimização e maior coerência física.

Além da seleção do modelo, o MODEGA-SD utiliza todas as informações obtidas nas simulações de Monte Carlo para estimar intervalos de confiança de 95% associados à sensibilidade de cada variável de entrada. Essa análise permite avaliar o nível de incerteza relacionado à influência de cada variável no modelo. Intervalos de confiança excessivamente amplos indicam elevada variabilidade nas respostas paramétricas, sugerindo que determinada variável pode estar introduzindo ruído ao modelo, em vez de contribuir efetivamente para a representação do fenômeno físico analisado. Nessas situações, a variável pode ser reconsiderada ou até mesmo excluída do processo de modelagem.

Por fim, o MODEGA-SD também permite incorporar técnicas de validação cruzada ao processo de modelagem, possibilitando avaliar a influência de diferentes conjuntos de

treinamento e teste sobre o desempenho das equações geradas e sobre as incertezas associadas às previsões do modelo.

3.3.4. Validação cruzada

A validação cruzada é a última otimização incorporada ao fluxo de execução da metodologia MODEGA-SD. Neste trabalho, foi utilizada a estratégia de validação baseada em simulações de Monte Carlo, com o objetivo de avaliar a estabilidade e a capacidade de generalização dos modelos EPR gerados. Nesse contexto, o método de Monte Carlo atua exclusivamente na amostragem e divisão dos dados, diferindo das simulações internas aplicadas na análise de sensibilidade.

Nesta etapa, o conjunto de dados foi dividido aleatoriamente em lotes de treinamento (75%) e testes (25%), sendo esse procedimento repetido k vezes por meio de diferentes reorganizações aleatória dos dados. Em cada iteração, novos conjuntos de treinamento e testes são utilizados, permitindo a avaliação do desempenho do modelo sob diferentes combinações dos dados disponíveis. Dessa forma, torna-se possível reduzir a dependência de uma única divisão do banco de dados e obter uma análise mais confiável da capacidade preditiva do modelo.

Para cada conjunto gerado, o processo completo do MODEGA-SD é executado, incluindo a geração das equações EPR, a análise de sensibilidade e a seleção da estrutura ótima do modelo. Os resultados obtidos em cada iteração são armazenados em matrizes estruturadas para posterior análise estatística e comparação entre os diferentes cenários de treinamento e teste.

O refinamento associado à validação cruzada, representado pelas caixas cinzas na Figura 10, tem como principal objetivo reduzir a dependência de uma única divisão dos dados e aumentar a confiabilidade dos resultados obtidos, contribuindo para a obtenção de modelos mais robustos e menos suscetíveis ao sobreajuste.

3.4. MÉTRICAS DE AVALIAÇÃO

Para avaliar o desempenho dos modelos de ML, foram utilizadas duas abordagens complementares: (i) análise de regressão, destinada à comparação entre os valores previstos e

os valores calculados para o FS, e (ii) análise de classificação, relacionada à capacidade do modelo em distinguir corretamente taludes estáveis e instáveis.

Inicialmente, para avaliar a proximidade entre os valores previstos e os valores de referência do FS, foram empregadas métricas tradicionais de regressão: o Coeficiente de Determinação (R^2), a Raiz do Erro Quadrático Médio (Root Mean Squared Error - RMSE) e o Erro Absoluto Médio (Mean Absolute Error - MAE).

Considerando um conjunto com m observações, define-se:

- FS_i : fator de segurança calculado analiticamente;
- FS_i^* : fator de segurança previsto pelo modelo de aprendizado de máquina;
- $\bar{FS}$: média aritmética dos valores observados;
- $\bar{FS}^*$: média aritmética dos valores previstos;
- m : número total de observações.

As métricas são apresentadas pelas Equações (16), (17) e (18), respectivamente:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^m (FS_i - FS_i^*)^2}{\sum_{i=1}^m (FS_i - \bar{FS})^2} \quad (16)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (FS_i - FS_i^*)^2} \quad (17)$$

$$MAE = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m |FS_i - FS_i^*| \quad (18)$$

O coeficiente de determinação R^2 indica a proporção das variabilidades dos resultados de FS explicada pelo modelo polinomial obtido, sendo que valores próximos de 1 apontam para um ajuste ideal entre os valores de FS previstos pela EPR e aqueles observados nas simulações numéricas. A RMSE quantifica a magnitude média dos erros nessas previsões, atribuindo maior peso a discrepâncias mais elevadas devido ao termo quadrático, o que ajuda a identificar se o modelo comete superestimativas ou subestimativas graves do FS em taludes específicos. Já o MAE fornece a média absoluta dos desvios, permitindo uma interpretação direta da diferença

média entre os valores previstos e os valores de referência de FS. Em ambos os casos, menores valores indicam melhor desempenho do modelo.

Além dessas métricas, foram utilizadas duas medidas complementares. O coeficiente de correlação de Pearson (r) avalia estritamente a intensidade da relação linear entre os valores previstos e observados de FS; contudo, por medir apenas a tendência de comportamento (variando de -1 a 1), ele pode indicar uma forte correlação positiva (próxima a 1) mesmo se houver desvios de escala nos valores reais:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^m (FS_i - \bar{FS})(FS_i^* - \bar{FS}^*)}{\sqrt{\sum_{i=1}^m (FS_i - \bar{FS})^2 (FS_i^* - \bar{FS}^*)^2}} \quad (19)$$

A eficiência relativa (E_{rel}) foi aplicada para quantificar a acurácia e o grau de concordância exata do modelo em relação ao valor real do FS. Diferente de Pearson, esta métrica pune distorções numéricas, de modo que o valor igual a 1 indica o desempenho perfeito, enquanto valores inferiores refletem a presença de desvios reais, conforme expresso na Equação (20):

$$E_{rel} = 1 - \frac{|FS_i - FS_i^*|}{|FS_i|} \quad (20)$$

Dessa forma, enquanto o RMSE e o MAE avaliam a magnitude absoluta dos erros, a eficiência relativa permite interpretar esses desvios de forma proporcional aos valores reais do FS, ao passo que o coeficiente de Pearson complementa a análise ao assegurar a consistência na associação linear entre os resultados previstos e observados.

Complementarmente, para avaliar a capacidade do modelo em classificar corretamente os taludes como estáveis ou instáveis, foram utilizadas métricas de classificação baseadas na matriz de confusão: Precisão, Sensibilidade (*recall*), F1-score, Especificidade e Acurácia. Nesta avaliação, adotou-se como critério valores de $FS \geq 1,5$ para taludes considerados estáveis e valores de $FS < 1,5$ para taludes considerados instáveis. Esse limite foi considerado com base na norma ABNT NBR 11682:2009, que estabelece critérios para o controle de estabilidade de encostas e taludes e indica fator de segurança mínimo de 1,5 para condições associadas a alto nível de segurança contra danos materiais e ambientais.

A Precisão mede a proporção de taludes corretamente classificados como estáveis (Verdadeiros Positivos) dentre aqueles que o modelo previu como estáveis:

$$Precisão = \frac{VP}{VP + FP} \quad (21)$$

A Sensibilidade (*recall*) avalia a capacidade do modelo em identificar corretamente os taludes que são efetivamente estáveis:

$$Sensibilidade = \frac{VP}{VP + FN} \quad (22)$$

O F1-score representa um equilíbrio entre precisão e sensibilidade:

$$F1 = 2 \times \frac{Precisão \times Sensibilidade}{Precisão + Sensibilidade} \quad (23)$$

A Especificidade indica a capacidade do modelo de identificar corretamente os taludes em condição de falha (Verdadeiros Negativos):

$$Especificidade = \frac{VN}{VN + FP} \quad (24)$$

Por fim, a Acurácia representa a proporção total de classificações corretas realizadas pelo modelo em relação ao total de casos:

$$Acurácia = \frac{VP + VN}{VP + VN + FP + FN} \quad (25)$$

Em que VP , VN , FP e FN representam, respectivamente, os Verdadeiros Positivos (taludes estáveis classificados como estáveis), Verdadeiros Negativos (taludes instáveis classificados como instáveis), Falsos Positivos (taludes instáveis classificados incorretamente como estáveis) e Falsos Negativos (taludes estáveis classificados incorretamente como instáveis).

A utilização conjunta dessas métricas permite uma avaliação abrangente do desempenho dos modelos propostos. Enquanto as métricas de regressão analisam a precisão numérica na estimativa do FS, as métricas de classificação avaliam a confiabilidade do modelo na tomada de decisão de engenharia quanto à segurança dos taludes. Dessa forma, garante-se uma análise robusta, fundamental para aplicações geotécnicas que demandam elevado grau de confiabilidade.

Por fim, ressalta-se que a matriz de confusão foi representada graficamente (Figura 11), com o objetivo de facilitar a interpretação dos resultados e evidenciar a distribuição dos acertos e erros do modelo.

Figura 11 – Matriz de confusão empregada neste trabalho.

		Classe prevista		
		Falha do talude (0)	Talude estável (1)	
Classe real	Falha do talude (0)	(VN) Número total de taludes instáveis classificados como instáveis	(FP) Número total de casos em que o talude falha e é previsto como estável	Especificidade $(VN)/(VN+FP)$
	Talude estável (1)	(FN) Número total de casos em que o talude é estável, mas é previsto como falha	(VP) Número total de taludes estáveis classificados como estáveis	Sensibilidade $(VP)/(VP+FN)$
		F1 Score $2(P \cdot R)/(P+R)$	Precisão $VP/(VP+FP)$	Acurácia

Fonte: adaptado de WARIS, RAHAMAN e BASHA (2025).

Conforme discutido no item 3.3.3, o algoritmo MODEGA-SD incorpora a análise de sensibilidade como um critério de seleção. Isso significa que a busca não se restringe a modelos com boa capacidade de ajuste estatístico aos dados, mas prioriza aqueles cuja resposta às variações das variáveis de entrada seja compatível com o comportamento físico esperado. Dado que uma das características da EPR é formular equações que traduzam os fenômenos reais, a coerência da sensibilidade de cada expressão gerada foi avaliada individualmente em relação a cada variável de entrada.

Para isso, a partir da equação obtida por cada método, analisou-se o efeito de cada variável isoladamente. Cada uma delas variou por toda a sua faixa de valores, enquanto as outras foram mantidas fixas na média. O gráfico gerado mostra a resposta de FS no eixo vertical e os valores da variável no eixo horizontal, o que permite concluir qual é a influência de cada parâmetro no resultado de FS.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta seção, são apresentados e discutidos os resultados obtidos a partir da aplicação da metodologia descrita no item 3. Inicialmente, é realizada uma análise do banco de dados gerado para o estudo, destacando o comportamento das variáveis geotécnicas e geométricas utilizadas. Em seguida, são apresentados os resultados das equações obtidas pela Regressão Polinomial Evolucionária (*Evolutionary Polynomial Regression – EPR*) e por suas metodologias de otimização, o desempenho dos modelos de ML foi avaliado por meio de métricas estatísticas. Por fim, é analisada a confiabilidade das estimativas obtidas para aplicação em problemas de estabilidade de taludes na engenharia geotécnica.

4.1. AVALIAÇÃO DO BANCO DE DADOS

Os algoritmos descritos no Item 3.2 resultaram na geração automática das geometrias dos taludes e na execução das análises de estabilidade utilizadas para compor o banco de dados deste trabalho.

Inicialmente, a Figura 12 apresenta parte do resultado da execução do Algoritmo 1, responsável pela geração automática das 210 geometrias de taludes consideradas no estudo. Como o software HYRCAN utiliza coordenadas para definir geometricamente os modelos analisados, o algoritmo foi desenvolvido para gerar automaticamente essas combinações de coordenadas. Na figura, a função *extboundary* define o contorno externo do talude, enquanto a função *matboundary* representa a interface entre a camada de solo natural e a camada saturada, permitindo a definição dos diferentes materiais utilizados nas análises.

Figura 12 – Resultado do Algoritmo 1 executado no ambiente Thonny.

```

### 1. h = 1 | a = 5.36 | hw = 0.1 (10%)
extboundary = (0,0,10,0,30,5.36,40,5.36,40,6.36,30,6.36,10,1.00,0,1.00,0,0)
matboundary = (0,0.90,10,0.90,30,6.26,40,6.26)

### 2. h = 1 | a = 5.36 | hw = 0.2 (20%)
extboundary = (0,0,10,0,30,5.36,40,5.36,40,6.36,30,6.36,10,1.00,0,1.00,0,0)
matboundary = (0,0.80,10,0.80,30,6.16,40,6.16)

### 3. h = 1 | a = 5.36 | hw = 0.4 (40%)
extboundary = (0,0,10,0,30,5.36,40,5.36,40,6.36,30,6.36,10,1.00,0,1.00,0,0)
matboundary = (0,0.60,10,0.60,30,5.96,40,5.96)

[...]

### 208. h = 5 | a = 16.08 | hw = 3.0 (60%)
extboundary = (0,0,10,0,30,16.08,40,16.08,40,21.08,30,21.08,10,5.00,0,5.00,0,0)
matboundary = (0,2.00,10,2.00,30,18.08,40,18.08)

### 209. h = 5 | a = 16.08 | hw = 4.0 (80%)
extboundary = (0,0,10,0,30,16.08,40,16.08,40,21.08,30,21.08,10,5.00,0,5.00,0,0)
matboundary = (0,1.00,10,1.00,30,17.08,40,17.08)

### 210. h = 5 | a = 16.08 | hw = 4.5 (90%)
extboundary = (0,0,10,0,30,16.08,40,16.08,40,21.08,30,21.08,10,5.00,0,5.00,0,0)
matboundary = (0,0.50,10,0.50,30,16.58,40,16.58)

```

Fonte: Elaborado pelo autor.

Posteriormente, as geometrias geradas pelo Algoritmo 1 foram utilizadas como dados de entrada no Algoritmo 2, aplicado em conjunto ao software HYRCAN, responsável pela automatização das análises de estabilidade e pela variação dos parâmetros geotécnicos do solo. Como resultado desse processo, foi obtida a planilha final contendo 7.350 valores de FS, juntamente com os respectivos parâmetros geométricos e geotécnicos adotados em cada simulação. Devido ao elevado volume de informações geradas, a Figura 13 apresenta um exemplo representativo da tabela de resultados produzida pelo processo automatizado.

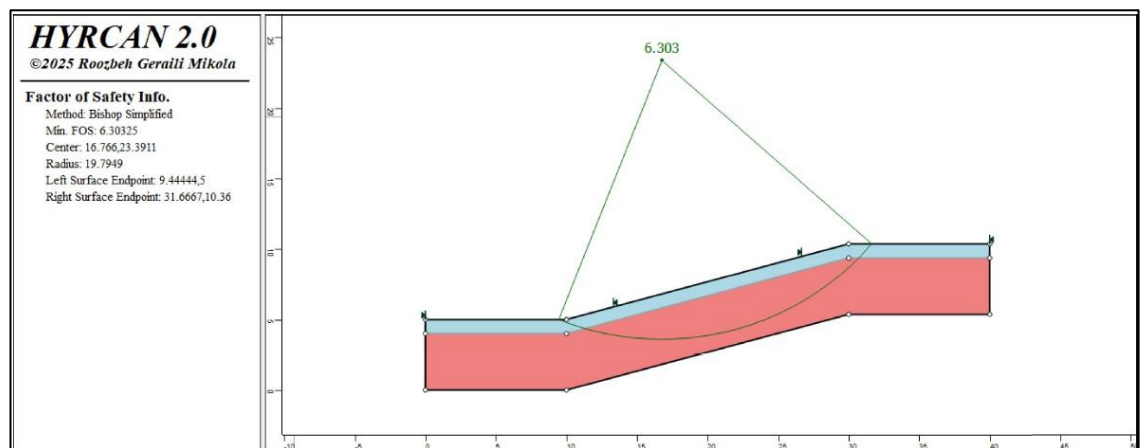
Figura 13 – Exemplo da tabela de resultados da execução do Algoritmo 2.

H	HW	ÂNGULO DO TALUDE	COESÃO	ÂNGULO DE ATRITO	FS
5	0.1	5.36	0	15	1.01073
5	0.1	5.36	0	20	1.372931
5	0.1	5.36	0	25	1.758958
5	0.1	5.36	0	30	2.177821
5	0.1	5.36	0	35	2.641251
5	0.1	5.36	0	40	3.165165
5	0.1	5.36	0	45	3.772097
5	0.1	5.36	5	15	1.705026
5	0.1	5.36	5	20	2.124566
5	0.1	5.36	5	25	2.564014
5	0.1	5.36	5	30	3.028705
5	0.1	5.36	5	35	3.536605
5	0.1	5.36	5	40	4.110792
5	0.1	5.36	5	45	4.767715
5	0.1	5.36	10	15	2.177501
5	0.1	5.36	10	20	2.629704
5	0.1	5.36	10	25	3.097962

Fonte: Elaborado pelo autor.

Conforme mencionado anteriormente, com o objetivo de verificar a confiabilidade dos resultados gerados automaticamente pelo código em Python, algumas análises de estabilidade foram realizadas manualmente no software HYRCAN. Os resultados obtidos apresentaram boa concordância com aqueles gerados pelo procedimento automatizado, confirmando a consistência e a confiabilidade do código desenvolvido. A Figura 14 apresenta uma captura de tela do software HYRCAN, ilustrando a forma de visualização dos resultados das análises de estabilidade realizadas neste estudo.

Figura 14 – Resultado de uma das análises de estabilidade para verificação do fator de segurança .

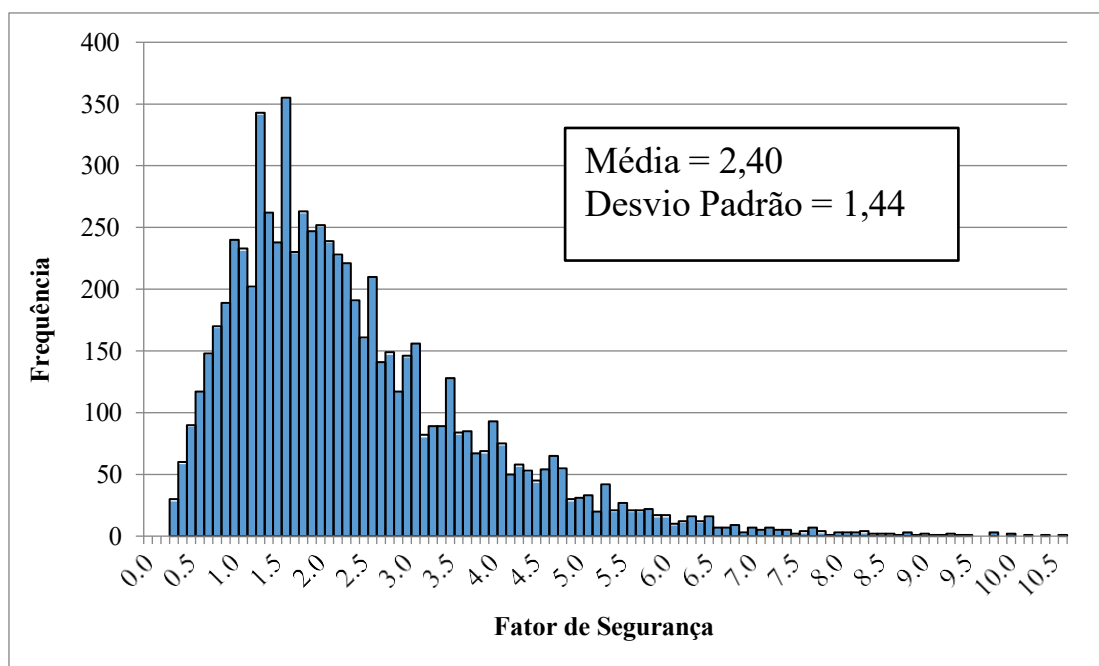


Fonte: Elaborado pelo autor.

Considerando uma análise estatística preliminar dos valores de FS do banco de dados, observa-se que a média dos resultados foi de 2,40, com desvio padrão de 1,44. A distribuição dos dados, apresentada na Figura 15, caracteriza-se por um ajuste log-normal identificado por meio de inspeção visual do comportamento gráfico, apresentando concordância com o estudo realizado por Ribeiro *et al.* (2024), que serviu como base para construção deste banco de dados. Essa característica é evidenciada na maior concentração de valores baixos de FS e na presença de alguns valores significativamente elevados.

O comportamento assimétrico demonstra que o banco de dados contempla tanto condições próximas à instabilidade quanto situações com elevados níveis de segurança, contribuindo para a representatividade dos diferentes cenários geotécnicos analisados neste trabalho. Além disso, a variabilidade observada nos resultados é importante para a etapa de treinamento e avaliação dos modelos EPR, uma vez que permite analisar o desempenho das equações em diferentes faixas de estabilidade dos taludes.

Figura 15 – Distribuição dos valores de FS utilizados no trabalho.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A Figura 16 apresenta a matriz de correlação entre as variáveis de entrada e o FS do estudo. Observa-se que a inclinação do talude (α) apresentou a maior correlação negativa com o FS (-0,52), indicando que o aumento da inclinação tende a reduzir a estabilidade do talude. A

espessura do solo do talude (h) também apresentou correlação negativa moderada (-0,31), mostrando que taludes mais altos tendem a apresentar menores valores de fator de segurança.

Por outro lado, os parâmetros de resistência do solo, representados pela coesão (c) e pelo ângulo de atrito interno (ϕ), apresentaram correlação positiva com o FS, evidenciando que o aumento da resistência do material contribui para maiores condições de estabilidade. Já a espessura da camada saturada (hw) apresentou baixa correlação linear isolada com o fator de segurança, sugerindo que sua influência ocorre de forma combinada com as demais variáveis do problema. De modo geral, os resultados obtidos apresentam comportamento compatível com os princípios da mecânica dos solos e da estabilidade de taludes.

Figura 16 – Matriz de correlação das variáveis do estudo.

Matriz de Correlação das Variáveis do Estudo						
h	1.00	2.0E-18	-5.8E-18	0.00	0.00	-0.31
hw	2.0E-18	1.00	-3.0E-16	-1.6E-17	0.00	-0.03
α	-5.8E-18	-3.0E-16	1.00	3.8E-19	-1.1E-19	-0.52
c	0.00	-1.6E-17	3.8E-19	1.00	0.00	0.52
ϕ	0.00	0.00	-1.1E-19	0.00	1.00	0.39
FS	-0.31	-0.03	-0.52	0.52	0.39	1.00
	h	hw	α	c	ϕ	FS

Fonte: Elaborado pelo autor.

4.2. DESEMPENHO DOS MODELOS EPR

As equações polinomiais obtidas por meio da aplicação dos algoritmos MODEGA e MODEGA-SD revelam que os três modelos de ML avaliados apresentaram um desempenho preditivo robusto e notavelmente homogêneo na estimativa do FS. A Tabela 2 sintetiza os valores obtidos para as métricas de desempenho e as equações de cada modelo. Destaca-se que, as equações possuem variáveis definidas conforme segue: x_1 corresponde à altura (h), x_2 à altura da camada saturada (hw), x_3 à inclinação do talude (α), x_4 à coesão do solo (c) e x_5 ao ângulo de atrito (ϕ).

Tabela 2 – Resultado da aplicação dos métodos de EPR.

Método	Equação	R ²	RMSE	MAE	r	E _{rel}
MODEGA	FS = - 0,366 + 0,819 * ($\alpha^{-1,2} * \phi$) + 0,186 * ($h^{-0,8} * h_w^{-0,1} * c$)	0,961	0,283	0,196	0,981	0,943
MODEGA-SD (primeiro lote de dados)	FS = - 0,306 + 0,188 * ($h^{-0,9} * h_w^{-0,1} * c$) + 0,819 * ($\alpha^{-1,2} * \phi$)	0,961	0,285	0,195	0,980	0,955
MODEGA-SD (segundo lote de dados)	FS = - 0,353 + 0,186 * ($h^{-0,8} * h_w^{-0,1} * c$) + 0,812 * ($\alpha^{-1,2} * \phi$)	0,961	0,288	0,201	0,980	0,946

Fonte: Elaborado pelo autor.

O Coeficiente de Determinação (R^2) indica que cerca de 96,1% da variação dos fatores de segurança reais é explicada pelas equações criadas pelo algoritmo. Esse ótimo resultado é confirmado pelo coeficiente de Pearson (r), que ficou entre 0,980 e 0,981. Isso indica elevada concordância entre os valores previstos pelo modelo e os valores de fator de segurança obtidos nas análises dos taludes. Quando comparado aos resultados obtidos por outros métodos de ML apresentados no estudo de Waris *et al.* (2025), no qual os algoritmos de RNA ($R^2 = 0,997$), GPR ($R^2 = 0,996$) e RF ($R^2 = 0,990$) alcançaram ajustes estatísticos ligeiramente superiores, a proximidade entre esses índices demonstra a contribuição deste trabalho ao alcançar níveis de precisão e desempenho equivalentes aos da literatura, confirmando a confiabilidade do modelo desenvolvido.

Sobre os erros de previsão, o Erro Absoluto Médio (MAE) ficou entre 0,195 e 0,201. Na prática, isso significa que, em média, o modelo erra por apenas cerca de $\pm 0,2$ no valor do FS, o que é uma margem muito baixa e segura. Já a Raiz do Erro Quadrático Médio (RMSE) ficou ligeiramente maior (entre 0,283 e 0,288). Como o RMSE e o MAE ficaram com valores muito próximos, isso mostra que o modelo teve erros bem distribuídos e não sofreu com erros muito grandes ou discrepantes.

Além disso, a Eficiência Relativa (E_{rel}) mostrou que os modelos operam com um nível de eficiência preditiva entre 0,943 e 0,955 em relação ao cenário ideal. Essa métrica reforça que as fórmulas geradas pela EPR são estatisticamente robustas e confiáveis para o uso na rotina da

engenharia geotécnica, mantendo um elevado desempenho preditivo mesmo quando testadas em taludes com diferentes níveis de estabilidade.

A Figura 17, Figura 18 e Figura 19 apresentam capturas de tela do MATLAB contendo os resultados da execução de cada modelo.

Figura 17 – Equação obtida utilizando o algoritmo MODEGA e seus resultados estatísticos.

```

-----
Equation (MODEGA)

-0.365808593898 +
0.819014357894 * [x1^(0.0)*x2^(0.0)*x3^(-1.2)*x4^(0.0)*x5^(1.0)] +
0.186238522437 * [x1^(-0.8)*x2^(-0.1)*x3^(0.0)*x4^(1.0)*x5^(0.0)]
-----

Calibration statistics

      R^2 =  0.963

      RMSE =  0.278

      MAE =  0.193

      r =  0.981

      E_rel =  0.943
-----

Evaluation statistics

      R^2 =  0.961

      RMSE =  0.283

      MAE =  0.196

      r =  0.981

      E_rel =  0.943

```

Fonte: Elaborado pelo orientador.

Figura 18 - Equação obtida utilizando o algoritmo MODEGA-SD e seus resultados estáticos a partir do primeiro lote de dados .

```

-----
Equation (MODEGA-SD) batch number 1

-0.305823573591 +
0.187898171048 * [x1^(-0.9)*x2^(-0.1)*x3^(0.0)*x4^(1.0)*x5^(0.0)] +
0.818810852604 * [x1^(0.0)*x2^(0.0)*x3^(-1.2)*x4^(0.0)*x5^(1.0)]
-----

Calibration statistics

      R^2 =  0.963

      RMSE =  0.277

      MAE =  0.191

      r =  0.981

      E_rel =  0.956

      IA =  0.991

-----

Evaluation statistics

      R^2 =  0.961

      RMSE =  0.285

      MAE =  0.195

      r =  0.980

      E_rel =  0.955

      IA =  0.990

```

Fonte: Elaborado pelo orientador.

Figura 19 - Equação obtida utilizando o algoritmo MODEGA-SD e seus resultados estáticos a partir do segundo lote de dados.

```

-----
Equation (MODEGA-SD) batch number 2

-0.352599015535 +
0.185541200008 * [x1^(-0.8)*x2^(-0.1)*x3^(0.0)*x4^(1.0)*x5^(0.0)] +
0.811628525920 * [x1^(0.0)*x2^(0.0)*x3^(-1.2)*x4^(0.0)*x5^(1.0)]
-----

Calibration statistics

      R^2 =  0.963

      RMSE =  0.276

      MAE =  0.190

      r =  0.981

      E_rel =  0.945

      IA =  0.991

-----

Evaluation statistics

      R^2 =  0.961

      RMSE =  0.288

      MAE =  0.201

      r =  0.980

      E_rel =  0.946

      IA =  0.990

-----

```

Fonte: Elaborado pelo orientador.

Além de avaliar a precisão numérica na estimativa do fator de segurança, também foi analisada a capacidade do algoritmo de tomar a decisão correta sobre a segurança do talude. Para isso, os resultados foram transformados em duas classes: estáveis ($FS \geq 1,5$) e instáveis ($FS < 1,5$), conforme os critérios da ABNT NBR 11682:2009 adotados na metodologia.

Para avaliar o desempenho dos modelos nessa tarefa, utilizou-se a matriz de confusão. Ela funciona como um mapeamento cruzado que contrapõe as condições reais dos taludes com as classificações previstas pelo modelo EPR, permitindo visualizar exatamente onde ocorreram os acertos e os erros de previsão. As figuras abaixo apresentam a matriz de confusão obtida para cada um dos modelos testados.

Figura 20 – Resultado da matriz confusão para equação obtida pelo MODEGA.

MODEGA		
2001	164	92.4
209	4976	96.0
96.4	96.8	94.9

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 21 – Resultado da matriz confusão para equação obtida pelo MODEGA-SD lote 1.

MODEGA-SD lote 1		
2028	137	93.7
213	4972	95.9
96.6	97.3	95.2

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 22 – Resultado da matriz confusão para equação obtida pelo MODEGA-SD lote 2.

MODEGA-SD lote 2		
2000	165	92.4
211	4974	95.9
96.4	96.8	94.9

Fonte: Elaborado pelo autor.

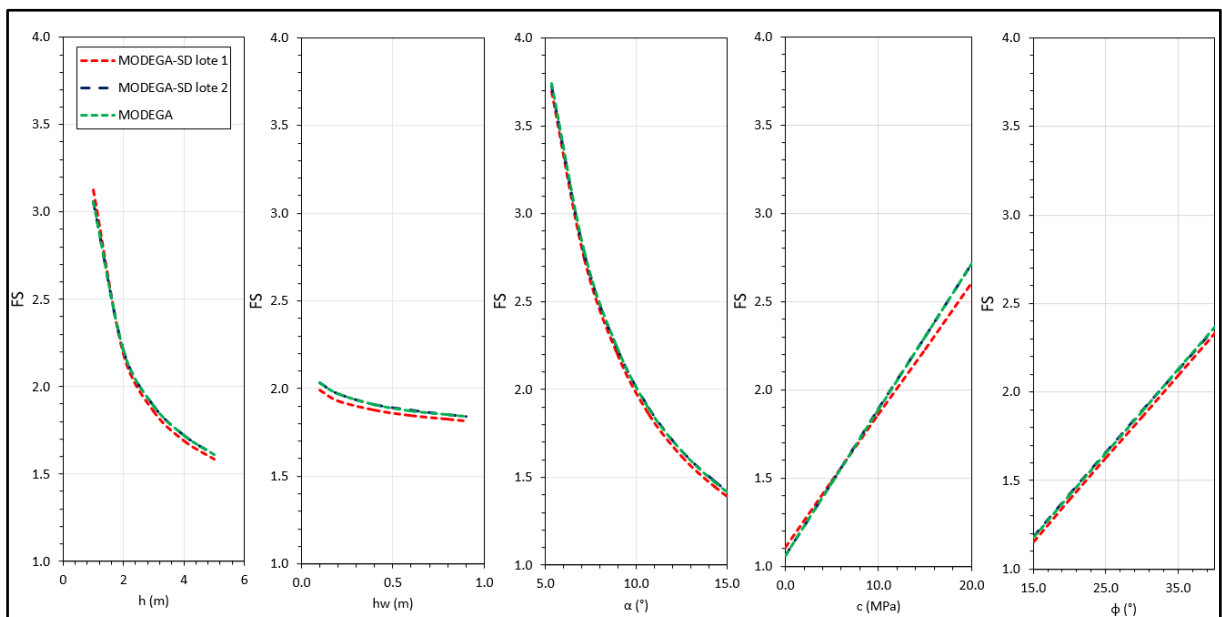
A análise da matriz de confusão revelou resultados excelentes, com índices de acurácia global que variaram entre 94,9% e 95,2%. Isso significa que, em cerca de 95% dos casos

testados, o modelo EPR conseguiu classificar perfeitamente se o talude era seguro ou se apresentava risco de ruptura.

Esse alto índice de acerto, combinado com as métricas de classificação, mostra que o método é altamente eficaz como ferramenta de apoio à tomada de decisão. O modelo se mostrou seguro principalmente por evitar erros graves, como classificar um talude instável como seguro. Portanto, os resultados confirmam a robustez e a confiabilidade da EPR para aplicações práticas de segurança na engenharia geotécnica.

A análise de sensibilidade realizada mostrou que as equações obtidas por cada método incorporaram de forma muito fiel o significado físico de cada variável em relação ao FS. Como observado na Figura 23, o aumento das variáveis h e α resultou na redução do FS, enquanto o aumento de c e ϕ causou o efeito inverso. Esse comportamento valida os modelos, alinhando-se estritamente ao que é observado fisicamente na mecânica dos solos. Em contrapartida, a variável hw apresentou baixa magnitude de sensibilidade, justificando o reduzido valor do expoente a ela associado nas estruturas matemáticas geradas. Esse comportamento converge com a análise preliminar do banco de dados, na qual hw já manifestava fraca correlação com o FS.

Figura 23 – Resultado da avaliação de sensibilidade pra cada equação.



Fonte: Elaborado pelo autor.

5. CONCLUSÕES

Diante dos resultados apresentados, conclui-se que este trabalho cumpriu com os objetivos propostos ao validar a eficácia da Regressão Polinomial Evolucionária (EPR) na estimativa do fator de segurança (FS) de taludes. O primeiro objetivo foi concluído por meio da automatização eficaz do HYRCAN a partir do algoritmo em Python. A consistência do código foi atestada pela forte concordância entre os resultados automatizados e as análises manuais, confirmando confiabilidade e eficácia da automação no desenvolvimento do banco de dados.

O segundo objetivo específico foi plenamente atendido pela validação do banco de dados, que se mostrou estatisticamente representativo. A média de FS de 2,40, o desvio padrão de 1,44 e a distribuição log-normal alinham-se ao estudo de referência de Ribeiro *et al.* (2024), garantindo o treinamento do modelo tanto em cenários de estabilidade quanto de instabilidade. Além disso, a análise de correlação validou a consistência física do banco de dados com a mecânica dos solos, destacando a forte relação inversa da inclinação do talude (α) e a contribuição direta dos parâmetros de resistência (c e ϕ) na variação do FS.

O terceiro objetivo, focado na precisão do modelo EPR, foi confirmado pelos excelentes índices estatísticos alcançados pelas equações. O coeficiente de determinação (R^2) de 96,1% e o coeficiente de Pearson (r) entre 0,980 e 0,981 comprovaram a elevada concordância do modelo com os dados reais. Os baixos valores de erro obtidos, com o MAE entre 0,195 e 0,201 e o RMSE entre 0,283 e 0,288, demonstram uma alta robustez. A proximidade numérica entre essas duas métricas atestou que os erros de previsão são bem distribuídos e que a formulação desenvolvida não sofre com a ocorrência de desvios discrepantes.

Por fim, o quarto objetivo foi consolidado ao demonstrar a confiabilidade e a aplicabilidade prática das equações matemáticas obtidas. A eficiência relativa entre 0,943 e 0,955 indicou um desempenho preditivo muito próximo do cenário ideal. Esse comportamento foi evidenciado pelos resultados da matriz de confusão, cuja acurácia global entre 94,9% e 95,2% comprovou a alta capacidade do modelo em classificar corretamente os estados de estabilidade e instabilidade.

Além do desenvolvimento da automatização em Python/HYRCAN, este trabalho traz uma contribuição científica significativa ao demonstrar que a EPR pode reproduzir o FS de

taludes por meio de equações explícitas. Essa abordagem concilia uma elevada precisão preditiva com a interpretabilidade matemática, uma característica ainda pouco explorada em aplicações de ML voltadas à estabilidade de taludes.

Como limitação do estudo, ressalta-se a ausência de solos estratificados e a não inclusão de carregamentos externos. O modelo foi desenvolvido com base nas geometrias propostas e nas propriedades geotécnicas do perfil, utilizando exclusivamente o método de Bishop Simplificado bidimensional. Desse modo, a aplicação do modelo em cenários com maior nível de complexidade geométrica ou geológica deve ser conduzida com cautela.

Conclui-se, em suma, que a EPR gerou um modelo matematicamente robusto, com capacidade de generalização e transparência física. Diante do panorama de aplicações na Engenharia Geotécnica apresentado por Silva e Gomes (2026), este trabalho reforça o potencial da metodologia e abre caminho para pesquisas futuras. Recomenda-se, portanto, expandir essa abordagem para cenários mais complexos, consolidando a EPR como uma ferramenta promissora, interpretável e eficiente para a análise da estabilidade de taludes.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 11682: Estabilidade de encostas. Rio de Janeiro: ABNT, 2009.

AHANGAR-ASR, A. *et al.* Modeling of permeability and compaction characteristics of soils using evolutionary polynomial regression. *Computers and Geosciences*, [S. l.], v. 37, p. 1860–1869, 2011.

ALVES, M. P.; ANGELI, S. R. *Estudo da estabilidade de um talude por diferentes métodos*. 2023. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil) – Centro Tecnológico, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2023.

BERARDI, L. *et al.* Development of pipe deterioration models for water distribution systems using EPR. *Journal of Hydroinformatics*, [S. l.], v. 10, n. 2, p. 113–126, 2008.

CERRI, R.; CARVALHO, A. C. P. de L. F. de. *Aprendizado de máquina: breve introdução e aplicações*. *Cadernos de Ciência & Tecnologia*, Brasília, v. 34, n. 3, p. 297-313, set./dez. 2017.

CERRATO, S. A. R. *et al.* Prediction rock strength anisotropy using a sensitivity-driven evolutionary polynomial regression. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, [S. l.], v. 85, n. 299, 2026.

DAS, Braja M.; SOBHAN, Khaled. *Fundamentos de engenharia geotécnica*. 7. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2015.

GERSCOVICH, D. M. S. *Estabilidade de Taludes*. 2. ed. São Paulo: Oficina de Textos, 2016.

GIUSTOLISI, O.; SAVIC, D. A. A symbolic data-driven technique based on evolutionary polynomial regression. *Journal of Hydroinformatics*, [S. l.], v. 8, n. 3, p. 207-222, 2006.

GIUSTOLISI, O.; SAVIC, D. A. Advances in data-driven analyses and modelling using EPR-MOGA. *Journal of Hydroinformatics*, [S. l.], v. 11, p. 225–236, 2009.

GOLDBERG, D. E. *Genetic Algorithms in Search Optimization and Machine Learning*. Reading, MA: Addison-Wesley, 1989.

GOMES, G. J. C.; GOMES, R.; VARGAS, E. *A dual search-based EPR with self-adaptive offspring creation and compromise programming model selection*. *Engineering Computations*, [S. l.], v. 38, p. 2155–2173, 2021.

GOMES, R. G. S.; GOMES, G. J. C.; VRUGT, J. A. *A hybrid multi-step sensitivity-driven evolutionary polynomial regression enables robust model structure selection*. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, [S. l.], v. 116, art. 105421, 2022.

GOMES, R. G. S. *et al.* *Permeability of Tight Carbonate Rocks from Sensitivity-Driven Evolutionary Polynomial Regression*. *Geotech and Geological Engineering*, [S.I.], v. 43, art. 61, 2025.

HUANG, F. *et al.* *Slope stability prediction based on a long short-term memory neural network: comparisons with convolutional neural networks, support vector machines and random forest models*. *International Journal of Coal Science & Technology*, [S. l.], v. 10, n. 18, 2023.

JIN, Y. F.; YIN, Z. Y. *An intelligent multi-objective EPR technique with multi-step model selection for correlations of soil properties*. *Acta Geotechnica*, [S. l.], v. 15, p. 2053–2073, 2020.

MALI, N.; DUTT, V.; UDAY, K. V. *Determining the geotechnical slope failure factors via ensemble and individual machine learning techniques: A case study in Mandi, India*. *Frontiers in Earth Science*, [S. l.], v. 9, art. 701837, 2021.

RIBEIRO, L. F. dos S. *et al.* *Assessment of safety factors of natural slopes based on the Limit Equilibrium Method and Artificial Neural Networks*. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE MECÂNICA DOS SOLOS E ENGENHARIA GEOTÉCNICA (COBRAMSEG), 21., 2024, Balneário Camboriú. Anais [...]. Balneário Camboriú: ABMS, 2024.

MEJÍA, José Luis Leiva. *Estabilidade de talude com efeito sísmico a partir dos métodos de equilíbrio limite e de elementos finitos*. 2015. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2015.

MONARD, M. C.; BARANAUSKAS, J. A. *Aprendizado de máquina supervisionado*. In: REZENDE, Solange Oliveira (org.). *Sistemas Inteligentes: fundamentos e aplicações*. Barueri: Manole, 2003. cap. 4, p. 89-114.

NANEHKARAN, Y. A. *et al.* *Comparative Analysis for Slope Stability by Using Machine Learning Methods*. *Applied Sciences*, [S. l.], v. 13, n. 1555, jan. 2023.

SAVIC, D. A.; GIUSTOLISI, O.; BERARDI, L.; SHEPHERD, W.; DJORDJEVIC, S.; SAUL, A. *Modelling sewer failure by evolutionary computing*. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Water Management*, p. 111–118, 2006.

SILVA, B. A. *et al.* *Estabilização de taludes com bioengenharia: avaliação do capim vetiver pelo HYRCAN*. *Revista Foco*, [S. l.], v. 18, n. 4, e8164, p. 1-20, 2025.

SILVA, B. O. da; GOMES, G. J. C. *Evolutionary polynomial regression (EPR) applications in geotechnical engineering: A comprehensive survey, uncertainty analysis, and physical interpretation of models*. *Arabian Journal of Geosciences*, [S. l.], v. 19, n. 76, 2026.

SILVA, B. O. da; GOMES, G. J. C. *Resilient modulus of fine-grained tropical soils from sensitivity-driven evolutionary polynomial regression*. *Transportation Geotechnics*, [S. l.], v. 55, art. 101709, 2025.

SILVA, João Paulo Moreira da. *Os métodos de equilíbrio limite e dos elementos finitos na análise de estabilidade de taludes*. 2011. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, Porto, 2011.

SILVA, Maria João Félix da. *Análise de estabilidade de taludes pelo método de equilíbrio limite geral*. 2013. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, Porto, 2013.

SORANZO, E. *et al.* *Convolutional neural networks prediction of the factor of safety of random layered slopes by the strength reduction method*. *Acta Geotechnica*, [S. l.], v. 18, p. 3391-3402, 2023.

WARIS, K. A.; RAHAMAN, M. A. ur; BASHA, B. M. *Detection and prediction of slope stability in unsaturated finite slopes using interpretable machine learning*. *Modeling Earth Systems and Environment*, [S. l.], v. 11, n. 273, jun. 2025.

ZEROUALI, B. *et al.* *Enhancing deep learning-based slope stability classification using a novel metaheuristic optimization algorithm for feature selection*. *Scientific Reports*, [S. l.], v. 14, n. 21812, 2024.

APÊNDICE A – ALGORITMO 1

```
# Lista de alturas totais do solo
h_valores = [1, 2, 3, 4, 5]

# Percentuais da camada saturada
hw_percentuais = [0.1, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 0.9]

# Inclinações do talude
a_valores = [5.36, 7.15, 8.93, 10.72, 12.51, 14.29, 16.08]

contador = 0

for h in h_valores:
    for a in a_valores:
        for pct in hw_percentuais:
            hw = round(h * pct, 2)
            h_val = round(h, 2)
            a_val = round(a, 2)
            ah = round(a + h, 2)
            ah_hw = round(a + h - hw, 2)
            h_hw = round(h - hw, 2)

            # Contorno externo do talude
            extboundary = (
f"(0,0,10,0,30,{a_val:.2f},40,{a_val:.2f},40,{ah:.2f},30,{ah:.2f},10
,{h_val:.2f},0,{h_val:.2f},0,0)"
            )

            # Contorno da camada saturada
            matboundary = (
f"(0,{h_hw:.2f},10,{h_hw:.2f},30,{ah_hw:.2f},40,{ah_hw:.2f})"
            )

            contador += 1
            print(f"\n### {contador}. h = {h_val} | a = {a_val} | hw
= {hw} ({int(pct*100)}%)")
```

```
print(f"extboundary = {extboundary}")  
print(f"matboundary = {matboundary}")
```

APÊNDICE B – ALGORITMO 2

```

import hyrcan as hy
import xlswriter

# Valores a variar
coesao_valores = [0, 5, 10, 15, 20]
atrito_valores = [15, 20, 25, 30, 35, 40, 45]

# Criar o arquivo Excel
workbook = xlswriter.Workbook('resultados42.xlsx')
worksheet = workbook.add_worksheet()
worksheet.write_row('A1', ['Coesão (kPa)', 'Atrito (°)', 'FS'])

linha = 1

# Criar modelo base
hy.command("""
newmodel()
set('failureDir','r21')
extboundary(0,0,10,0,30,5.36,40,5.36,40,10.36,30,10.36,10,5.00,0,5.0
0,0,0)
matboundary(0,4.00,10,4.00,30,9.36,40,9.36)
definemat('ground','matID',1,'matName','NSaturado','uw',18,'cohesion'
',0','friction',15)
definemat('ground','matID',2,'matName','Saturado','uw',21,'cohesion'
',0','friction',15)
assignsoilmat("matid",2,"atpoint",16.9748,2.80413)
definelimits('limit',20,65,'limit2',80,100)
set('Method','BishopSim','on')
""")

# Laço para variar coesão e atrito
for coesao in coesao_valores:
    for atrito in atrito_valores:
        # Atualiza os dois materiais com os novos parâmetros
        hy.command(f"definemat('ground','matID',1,'matName','NSaturado','uw'
        ',18,'cohesion',{coesao},'friction',{atrito})")

```

```
hy.command(f"definemat('ground','matID',2,'matName','Saturado','uw',  
21,'cohesion',{coesao},'friction',{atrito}))")  
  
# Executa a análise  
hy.command("compute('silence')")  
fs = hy.min_fs('BishopSim')  
  
# Escreve no Excel  
worksheet.write_row(linha, 0, [coesao, atrito, fs])  
linha += 1  
  
# Finaliza a planilha  
workbook.close()
```