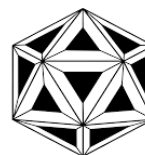




UFOP

Universidade Federal
de Ouro Preto

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA



DEPARTAMENTO DE
MATEMÁTICA

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO

TALES VINICIUS OLIVEIRA

**A ANÁLISE COMBINATÓRIA NO CONTEXTO
DO ENEM: DA FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA À
AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DE
ESTUDANTES DE ESCOLAS PÚBLICAS
ESTADUAIS OURO-PRETANAS**

Ouro Preto

2026

TALES VINICIUS OLIVEIRA

**A ANÁLISE COMBINATÓRIA NO CONTEXTO DO ENEM:
DA FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA À AVALIAÇÃO DO
DESEMPENHO DE ESTUDANTES DE ESCOLAS
PÚBLICAS ESTADUAIS OURO-PRETANAS**

Monografia apresentada ao Curso de Licenciatura
em Matemática da Universidade Federal de Ouro
Preto como requisito parcial para obtenção do
título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Wenderson Marques
Ferreira

Coorientador: Prof. Dr. Eder Marinho Martins

Ouro Preto

2026



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
REITORIA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS
COLEGIADO DO CURSO DE LICENCIATURA EM
MATEMÁTICA



FOLHA DE APROVAÇÃO

Tales Vinícius Oliveira

A análise combinatória no contexto do Enem: da fundamentação teórica à avaliação do desempenho de estudantes de escolas públicas estaduais ouro-pretanas

Monografia apresentada ao Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática

Aprovada em 02 de fevereiro de 2026

Membros da banca

Dr. Wenderson Marques Ferreira - Orientador - Universidade Federal de Ouro Preto
Dr. Eder Marinho Martins - Universidade Federal de Ouro Preto
Me. Vinícius V. Pires de Almeida - Universidade Federal de Ouro Preto

Wenderson Marques Ferreira, orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito na Biblioteca Digital de Trabalhos de Conclusão de Curso da UFOP em 25/02/2026.



Documento assinado eletronicamente por **Wenderson Marques Ferreira, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 27/02/2026, às 14:22, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **1037951** e o código CRC **826C360A**.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a primeiramente à Deus, por ter me dado forças para continuar, apesar de todas adversidades, minha família, especialmente ao meu pai e a minha irmã.

Ao meu professor e orientador Wenderson M. Ferreira pela apoio significativo, pelo profissionalismo, ao coorientador Eder M. Martins pela contribuição, principalmente por ter sido responsável por guiar na reta final do curso, pela oportunidade de ter participado o PETMAT.

Ao professor Edmilson Minoru Torisu, pelos ensinamentos e pela oportunidade de participar do Programa Residência Pedagógica.

Aos amigos do CAMAT, pelo companheirismo.

Aos amigos do Projeto de Extensão de lutas para Comunidade, Jiu Jitsu Ufop, por ser válvula de escape na saúde mental e física.

”Triunfar na vida não é ganhar. Triunfar na vida é se levantar e começar de novo cada vez que se cai”

(José ‘Pepe’ Mujica)

RESUMO

A análise combinatória é um tema fundamental no ensino de Matemática da educação básica. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) indica habilidades e competências específicas e estimula o estudo deste conteúdo desde a educação básica. O estudo da análise combinatória contribui para o desenvolvimento de outras habilidades e competências de forma implícita, como o raciocínio lógico, a capacidade de generalização e a resolução de problemas em contextos diversos, sendo também fundamental para a compreensão de conceitos em probabilidade. Neste trabalho apresentaremos algumas pesquisas recentes de programas de Mestrados Profissionais em Matemática e em Educação Matemática cuja temática se relacione à análise combinatória, desenvolvendo um estudo teórico sobre o tema. Pretendemos também apresentar uma breve análise acerca do desempenho dos estudantes da cidade de Ouro Preto nas questões relativas a este tema nas últimas edições do ENEM. Além de pesquisas feitas na própria BNCC a metodologia envolveu pesquisas teóricas em bancos de dissertações, livros didáticos e artigos que abordam o ensino de análise combinatória. As questões do Enem, com a porcentagem de alunos que assinalaram tanto a alternativa correta quanto cada um dos distratores, foram pesquisadas em plataformas educacionais que organizam os dados, facilitando o acesso a estatísticas. A análise dos dados obtidos indicou que o índice de acerto nas questões foi bastante baixo e nos permitiu identificar habilidades que não foram bem desenvolvidas pelos alunos. Tais resultados estão de acordo com os obtidos em algumas das dissertações analisadas. No trabalho também percebemos que o conhecimento de plataformas (tanto oficiais dos governos, quanto de fundações educacionais) que organizam os dados educacionais pode ser um facilitador para que professores e gestores escolares planejem suas atividades, identificando pontos positivos e fragilidades de suas escolas no Enem e, conseqüentemente, consigam propor melhorias educacionais.

Palavras chaves: Análise Combinatória; BNCC; Enem; Ensino.

ABSTRACT

Combinatorial analysis is a fundamental topic in mathematics education in elementary education. The documents that regulate Brazilian education, in special the National Curriculum Base (BNCC) indicates specific skills and competencies to be developed by students and encourages the study of this content from basic education onwards. The study of combinatorial analysis contributes to the development of other skills and competencies implicitly, such as logical reasoning, the ability to generalize, and problem-solving in diverse contexts, and is also fundamental for understanding concepts in probability. In this work, we will present some recent research from Professional Master's programs in Mathematics and Mathematics Education whose theme relates to combinatorial analysis, developing a theoretical study on the topic. We also intend to present a brief analysis of the performance of students from the city of Ouro Preto in questions related to this topic in the latest editions of the ENEM (Brazilian National High School Exam). In addition to the researches done in BNCC itself, the methodology involved theoretical research in databases of dissertations, textbooks, and articles that address the teaching of combinatorial analysis. The questions from the ENEM exam, along with the percentage of students who selected both the correct answer and each of the distractors, were researched on educational platforms that organize the data, facilitating access to statistics. The analysis of the data obtained indicated that the success rate on the questions was quite low and allowed us to identify skills that were not well developed by the students. These results are in agreement with those obtained in some of the dissertations analyzed. In the work, we also realized that knowledge and usage of platforms (both official government platforms and educational foundation platforms) that organize educational data can be a facilitator for teachers and school administrators to plan their activities, identifying strengths and weaknesses of their schools in the ENEM exam and, consequently, being able to propose educational improvements.

keywords: Combinatorial analysis; BNCC; Enem; Education.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Exemplo de tela disponível na plataforma ZBS. A figura ilustra o filtro relativo à habilidade H2, no ano de 2017, e o retorno de apenas uma questão de Matemática do Enem daquele ano.	19
Figura 2 – Exemplo de tela disponível na plataforma. A figura apresenta o filtro (cidade, tipo de escola), uma questão, seus índices de escolha de cada alternativa, a habilidade e a competência relacionadas.	20
Figura 3 – Questão 153, Enem 2016.	21
Figura 4 – Alternativas assinaladas na questão 153, Enem 2016.	22
Figura 5 – Questão 157, Enem 2016.	23
Figura 6 – Alternativas assinaladas na questão 157, Enem 2016.	24
Figura 7 – Questão 149, Enem 2017.	25
Figura 8 – Alternativas assinaladas na questão 149, Enem 2017.	27
Figura 9 – Questão 161, Enem 2018.	28
Figura 10 – Alternativas assinaladas na questão 161, Enem 2018.	29
Figura 11 – Questão 137, Enem 2019.	30
Figura 12 – Alternativas assinaladas na questão 137, Enem 2019.	31
Figura 13 – Questão 170, Enem 2020.	32
Figura 14 – Alternativas assinaladas na questão 170, Enem 2020.	33
Figura 15 – Questão 139, Enem 2021.	34
Figura 16 – Alternativas assinaladas na questão 139, Enem 2021.	35
Figura 17 – Questão 150, Enem 2022.	36
Figura 18 – Alternativas assinaladas na questão 150, Enem 2022.	37
Figura 19 – Questão 139, Enem 2024.	38
Figura 20 – Alternativas assinaladas na questão 139, Enem 2024.	39
Figura 21 – Mapa de Apoio de Minas Gerais.	43

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO		7
1	ALGUMAS DISSERTAÇÕES DO PROFMAT QUE ABORDAM ANÁLISE COMBINATÓRIA	8
2	O EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO E A BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR	12
2.1	O Enem	12
2.2	A BNCC	14
3	ANÁLISE DE ALGUMAS QUESTÕES DO ENEM E DO DESEMPENHO DOS ALUNOS DA REDE PÚBLICA ESTADUAL DE OURO PRETO	17
3.1	A plataforma ZBS	17
3.2	Distratores	18
3.3	Questões do Enem: análise das respostas	18
3.4	Considerações	40
CONCLUSÃO		44
REFERÊNCIAS		45

INTRODUÇÃO

Avaliar o desempenho de alunos e analisar os dados obtidos a partir de avaliações educacionais é de extrema importância para a busca de melhorias no ensino. Neste trabalho, analisaremos o desempenho de estudantes de escolas públicas de Ouro Preto no Exame Nacional do Ensino Médio - Enem, em questões da área de Análise Combinatória.

A Análise Combinatória é um tema matemático ligado à matemática discreta, de grande aplicabilidade prática e que aborda problemas de contagem. Segundo ([Silva e Vieira , 2021](#)), o matemático Leibniz definiu tal área como o estudo da colocação, ordenação e escolha de objetos.

Tal tema é visto com certa dificuldade por parte de muitos estudantes e até mesmo professores. Consequentemente as avaliações do Enem refletem esta característica, conforme pode ser visto em análises de dados estatísticos do Exame. Os resultados que apresentaremos também indicam que as habilidades que, de acordo com os documentos oficiais deveriam ser alcançadas pelos estudantes, não foram desenvolvidas por grande parcela dos que realizaram o Enem nos anos considerados.

Além disso, nas pesquisas bibliográficas que efetuamos, percebemos que o número de trabalhos que envolvem Análise Combinatória é considerado baixo (ver [Almeida, 2010](#); [Neto, 2024](#)) e, neste sentido, este trabalho pode também contribuir para reflexões acerca do tema. Utilizando uma pesquisa bibliográfica sobre o tema e realizando uma análise interpretativa de dados estatísticos, pretendemos trazer reflexões acerca do ensino de Análise Combinatória.

No capítulo 1, fizemos uma pesquisa bibliográfica em bancos de dissertações, com o intuito de obter informações acerca do que vem sendo pesquisado em relação à Análise Combinatória. Nestes estudos, ficou evidente que é um tema pouco abordado em trabalhos acadêmicos.

No capítulo 2 são apresentados os seguintes temas: Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e a Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). De maneira geral, são apresentadas as competências e habilidades que devem ser trabalhadas no ensino básico. Além disso, apresentaremos um breve histórico do Enem do conteúdo matemático demandado pelo exame, na área de combinatória.

No capítulo 3 serão analisadas algumas questões do Enem e o desempenho dos alunos da rede pública estadual de Ouro Preto, nas edições de 2016 a 2024. Serão apresentadas possíveis maneiras de resolução das questões e também serão analisadas as possíveis razões de se assinalarem os distratores de cada questão. Neste capítulo, utilizaremos a plataforma educacional ZBS Educa para obtermos os dados estatísticos.

CAPÍTULO 1

ALGUMAS DISSERTAÇÕES DO PROFMAT QUE ABORDAM ANÁLISE COMBINATÓRIA

Iniciamos nosso trabalho apresentando os resultados de uma pesquisa feita no Banco de dissertações do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT ([Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional \(PROFMAT\), 2025](#)) e do Programa de Pós Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto - PPGDEMAT ([Programa de Pós Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto, 2025](#)) sobre o tema análise combinatória. Estes bancos de dissertações foram escolhidos como forma de analisarmos tanto trabalhos de mestrado profissional em Matemática quanto em Educação Matemática. Especificamente em relação ao Profmat, um programa de abrangência nacional com estrutura multicampi e do qual participam professores atuantes na educação básica, salientamos que a pesquisa nos permitiu, através das dissertações, verificar o que tem sido estudado acerca do tema pelos mestrandos de diversas partes do país.

A princípio fizemos uma breve consulta a respeito de trabalhos referentes a análise combinatória (palavra chave utilizada nas buscas). Ainda que vários trabalhos obtidos indiquem que o raciocínio lógico combinatório é essencial para o pensamento formal, alguns trabalhos apontam que não existem quantidade significativa de pesquisas na área. Em nossa pesquisa no banco de dados do PPGEDMAT da UFOP, encontramos apenas cinco trabalhos que abordam a Análise Combinatória.

Realizando buscas no banco de dissertações do Profmat pelo tema análise combinatória nas instituições do Estado de Minas Gerais obtemos os seguintes números (obtidos em junho de 2025):

Instituição	Número de trabalhos
UFOP	0
UFV	4
UFU	0
UFJF	1
UFLA	1
UFSJ	0
CEFET	0

Tabela 1 – Número de trabalhos por instituição vinculada ao Profmat em Minas Gerais. Fonte: o autor.

A seguir, apresentamos um breve resumo de alguns dos trabalhos obtidos nos bancos de dados, embora haja mais estudos que os mencionados. Nossa seleção foi feita no próprio banco de dissertações do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) e optamos por selecionar os trabalhos que tivessem alguma similaridade com o nosso, especialmente aqueles que também abordam as questões de análise combinatória no Exame Nacional do Ensino Médio - Enem.

O primeiro, ([Santos, 2024](#)), que tem como título “Um estudo sobre a análise combinatória nas provas do Enem no período de 2016 a 2022: Desempenho dos alunos do município de Mazagão - AP”, faz, inicialmente, uma abordagem sobre as dificuldades encontradas pelos estudantes na resolução de questões do Enem relativas a combinatória. No trabalho também foi realizada uma investigação, na qual buscamos determinar quais eram os fatores que contribuíram para as dificuldades. O autor indica que um grande obstáculo que os estudantes do ensino médio encontram nesses problemas diz respeito à questão de ler e interpretar, uma vez que tais problemas não vêm pedindo explicitamente o que se usar para determinar sua solução, mas vêm acompanhados de textos nos quais o aluno precisa identificar o que usar dentre os vários tipos de contagem. Dentre os principais erros cometidos, foram listados:

1. Interpretação incorreta do enunciado;
2. Cálculo aritmético incorreto;
3. Utilização incorreta da estratégia escolhida;
4. Escolha de uma estratégia pouco eficaz ou ineficaz;
5. Deixar de considerar alguns agrupamentos possíveis;
6. Não ser capaz de observar padrões e generalizar soluções.

O autor defende que outro fator que corrobora com a dificuldade dos alunos é a aplicação de fórmulas. Como há uma grande variedade de fórmulas, cada uma delas aplicada em contextos específicos, muitas vezes é necessário combiná-las para encontrar a solução correta. Além disso, os professores geralmente apresentam essas fórmulas sem explicar por qual motivo devem ser utilizadas ou como foram desenvolvidas. Partindo dessa ideia, o autor defende que a análise combinatória deve estar presente já no ensino fundamental, mas sem apresentação de fórmulas.

O segundo trabalho que citamos ([Neto, 2024](#)), tem como título “A dedução de fórmulas na resolução de problemas.”, que é algo inerente aos cursos de Licenciatura e Bacharelado, em disciplinas específicas, onde precisa fazer demonstrações e provas de teoremas, o autor traz como

proposta investigar a eficiência das deduções de fórmulas de análise combinatória na resolução de problemas do Enem, algo pouco pesquisado, (Neto, 2024)conforme) A pesquisa desenvolvida teve caráter quantitativo e qualitativo e não visava o rigor matemático propriamente dito. O principal objetivo do autor foi analisar a similaridade entre os processos de resolução de questões do Enem com os raciocínios aplicados nas deduções das fórmulas mais comuns em análise combinatória. O autor utilizou a plataforma Super Professor, que possui um banco de questões com provas do Enem e suas respectivas resoluções.

A pesquisa consistiu em uma tentativa de reconhecer os impactos na resolução das questões, analisando a similaridade entre as resoluções apresentadas e os raciocínios empregados nas deduções de fórmulas. De maneira geral, esperava-se que as deduções de fórmulas fossem uma ferramenta útil para a resolução das questões.

O terceiro trabalho é o (Silva, 2024) , com o título: “Análise combinatória: Uma abordagem com base em questões do Enem.” Utilizando aspectos metodológicos como pesquisa bibliográfica e estudo de caso de natureza exploratório-descritivo, através de métodos de abordagem classificados como qualitativo e quantitativo o autor traz uma abordagem metodológica baseada na BNCC, através de uma pesquisa realizada com estudantes do 3º ano do Ensino Médio, em quatro turmas de uma escola pública, sendo escolhidas dez questões do Enem, considerada como uma atividade diagnóstica. Após os alunos resolverem as questões propostas, as mesmas foram corrigidas e comentadas (em um momento que o autor denomina como intervenção pedagógica). Os erros e acertos foram abordados e também foram ressaltados possíveis razões para que os alunos tenham escolhido as alternativas distratoras de cada questão.

Também foi ressaltada a questão do livro didático Prisma matemática: estatística, combinatória e probabilidade, cujo os autores são; José Roberto Bonjorno, José Ruy Giovanni Junior e Paulo Roberto Câmara de Sousa. O autor faz uma crítica, pelo fato de o livro conter poucas questões de análise combinatória do Enem, citando que de 59 questões de análise combinatória, somente uma era do Enem. Os resultados obtidos na pesquisa demonstraram que a maioria dos estudantes que participaram da pesquisa, não se sentem preparados com isso, se faz necessário uma abordagem mais incisiva nas questões do Enem, como preparação.

Portanto, com base nos resultados obtidos nesta pesquisa, é possível concluir que abordar questões sobre análise combinatória, baseadas em provas anteriores do Enem, relacionando as resoluções elaboradas pelos alunos com os conceitos desse conteúdo, pode contribuir para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Além disso, essa abordagem metodológica pode auxiliar no processo de preparação dos estudantes para responderem à prova do Enem. (Silva, 2024, p. 70).

Por fim foi realizada uma avaliação dos alunos sobre a metodologia utilizada, como um feedback e uma entrevista com o professor regente.

O quarto trabalho que descrevemos é (Silva, 2021) , com o título “análise combinatória no contexto dos concursos e vestibulares.” O autor apresenta uma abordagem contextualizada da análise combinatória, com o objetivo explicar esse assunto de forma prática e objetiva, por meio da exploração de problemas que têm sido cobrados em concursos para magistério, vestibulares, Enem e até mesmo para o acesso ao Mestrado Profissional em Matemática na Rede Nacional - PROF-MAT. O autor afirma que análise combinatória é um tema difícil para estudantes, e até mesmo para professores, em virtude de ser bastante abstrato. O trabalho baseia-se principalmente em resolução de problemas, ressaltando que uma maneira de solucionar problemas em Matemática básica é através de resolução de problemas semelhantes. Há também a questão da rapidez do raciocínio, que é extremamente importante em processos seletivos, visto que há um limite de tempo.

Os próximos capítulos de nosso trabalho apresentam algumas semelhanças com as dissertações analisadas, tanto por abordarem o tema análise combinatória, quanto por terem como foco questões do Enem que abordam tal conteúdo.

CAPÍTULO 2

O EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO E A BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR

Neste capítulo, abordaremos tanto o Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) quanto a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), pois são temas que se relacionam, sendo que o Enem tem como base para a sua elaboração a BNCC. As habilidades e competências indicadas na BNCC estão previstas também na matriz curricular do Enem, que indica que, “além dos currículos, a base nacional influenciará a formação inicial e continuada dos educadores, a produção de materiais didáticos, as matrizes de avaliações e os exames nacionais que serão revistos à luz do texto homologado da Base.” (Silva, 2017).

2.1 O Enem

O Exame Nacional do Ensino Médio Exame (Brasil. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2025) instituído em 1998 pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), órgão vinculado ao Ministério da Educação (MEC), tem como objetivo principal avaliar o desempenho individual dos estudantes ao final da educação básica, conforme previsto em diversos dispositivos legais, como a Constituição Federal, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Lei nº 9.394/1996), a Lei nº 9.448/1997 e a Portaria MEC nº 458/2020 (INEP, 2025). Considerado um avanço quando o Enem propiciou uma mudança no acesso ao ensino superior, substituindo os exames vestibulares, além de ser um meio de avaliação do ensino médio.

A utilização do Enem como forma de ingresso nos cursos oferecidos pelas instituições de ensino superior é prática bastante recente e, assim como o fato de tal exame pretender avaliar a qualidade geral do ensino médio, representa uma tentativa de reforma educacional partindo dos resultados da avaliação desse ciclo de ensino, o que demonstra que o Enem é muito mais que uma mera avaliação institucional. (Oliveira, 2016).

As áreas do conhecimento avaliadas são Linguagens, Códigos e suas Tecnologias (incluindo redação); Ciências Humanas e suas Tecnologias; Ciências da Natureza e suas Tecnologias; Matemática e suas Tecnologias.

O exame é estruturado a partir de matrizes de referência disponíveis no portal do Inep, com base nos seguintes eixos cognitivos (comuns a todas as áreas do conhecimento): dominar linguagens; compreender fenômenos; enfrentar situações-problema; construir argumentação; elaborar propostas ([Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2009](#)). Ao longo do tempo, o ENEM passou por mudanças relevantes em sua estrutura no que diz respeito à abordagem das questões. Houve uma transição de enunciados mais diretos para questões mais contextualizadas, passando a adotar uma abordagem interdisciplinar. Ao longo do tempo, o Enem passou por mudanças relevantes em sua estrutura, transitando de enunciados diretos para questões contextualizadas e interdisciplinares.

A partir de 2009, o Enem passou a ser composto por quatro provas e uma redação, sendo que cada prova objetiva possui 45 questões fechadas (múltipla escolha), totalizando 180 questões. O exame é realizado em dois dias. Durante os anos de 1998 a 2008, o Enem utilizava a Teoria Clássica dos Testes (TCT), para avaliar o desempenho. A partir de 2009, passou-se a utilizar a Teoria da Resposta ao Item (TRI), um conjunto de modelos matemáticos que busca representar a relação entre a probabilidade de o participante responder corretamente a uma questão do .

O que difere a Teoria Clássica dos Testes (TCT) da Teoria de Resposta ao Item (TRI) é a forma de analisar os resultados de um teste. Enquanto a TCT se preocupa em explicar o resultado final total, ou seja, a soma das respostas dadas a vários itens, expressa no chamado *score total* (T) que é a soma de pontos ou respostas corretas em um teste, a TRI se interessa unicamente por cada um dos testes e quer saber qual é a probabilidade de acertar ou errar cada item individualmente, e não num todo. ([Reis, 2012](#), p. 30).

A Matriz de Referência de Matemática e suas Tecnologias ([Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2025](#)) é estruturada em sete competências de área. No que se diz respeito à Análise Combinatória, este conteúdo encontra-se fundamentado na **Competência de Área 1**.

Por sua vez, essa competência tem como objetivo central: “construir significados para os números naturais, inteiros, racionais e reais” ([Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2025](#)).

Além disso, a competência possui cinco habilidades específicas, sendo a Habilidade 2 (H2) referente a Análise Combinatória

H2: Identificar padrões numéricos ou princípios de contagem ([Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2025](#)).

A H2 é essencial para que o estudante consiga discernir entre diferentes tipos de agrupamentos, como permutações, arranjos e combinações, a partir da identificação de padrões de repetição ou ordenação nos problemas propostos pelo exame.

A fim de estabelecer o engajamento dos estudantes com o tema análise combinatória, uma estratégia que pode ser utilizada é trazer situações do cotidiano, como, por exemplo, a marcação de bilhetes da Mega-Sena ou a montagem de um sanduíche em lanchonetes nas quais o cliente escolhe entre várias opções de pães, molhos, saladas, queijos, dentre outros. Além de despertar a atenção dos alunos, situações como as citadas, reais ou simuladas, comumente constam em edições do Enem, e por isso, entendemos que vale a pena serem exploradas em sala de aula.

2.2 A BNCC

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é o principal documento norteador da Educação Básica, nas esferas da Educação Infantil do Ensino Fundamental e Ensino Médio. A ([Brasil. Ministério da Educação, 2025](#)) é definida como:

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE). Este documento normativo aplica-se exclusivamente à educação escolar, tal como a define o § 1º do Artigo 1º da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB, Lei nº 9.394/1996), e está orientado pelos princípios éticos, políticos e estéticos que visam à formação humana integral e à construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva, como fundamentado nas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCNs).

Todavia, ao longo do tempo, tivemos outros documentos oficiais de orientação curricular, que foram precursores da BNCC. Foi o caso dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), criados no ano de 1997. Também vale ressaltar que a Constituição Federal de 1988 já estabelecia conteúdos mínimos para o ensino fundamental. “Serão fixados conteúdos mínimos para o ensino fundamental, de maneira a assegurar formação básica comum e respeito aos valores culturais e artísticos, nacionais e regionais.” ([Brasil. Ministério da Educação, 2025](#)).

A BNCC desempenha um papel fundamental na educação, sendo um documento com orientação das diretrizes básicas.

Em síntese, a BNCC aponta que a Educação Básica brasileira deve promover a formação e o desenvolvimento humano global dos alunos, para que sejam capazes de construir uma sociedade mais justa, ética, democrática, responsável, inclusiva,

sustentável e solidária. Isso significa orientar-se por uma concepção de Educação Integral (que não se refere ao tempo de permanência do estudante no espaço escolar ou a uma determinada modalidade de escola. (PENIDO, 2024).

Por tais normativas, o aprendizado da Matemática não deve se resumir unicamente a fazer contas ou medir objeto, mas associar os conhecimentos matemáticos e relacioná-los com o cotidiano, de tal maneira que se abordem aplicações reais para a sociedade, fazendo sempre que possível conexões com outras áreas, possibilitando uma melhor compreensão de sistemas abstratos.

Conforme a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) de Matemática, a análise combinatória contempla habilidades que devem ser desenvolvidas pelos estudantes ao longo de toda a Educação Básica, abrangendo tanto o Ensino Fundamental quanto o Ensino Médio (Brasil. Ministério da Educação, 2025). Para o Ensino Médio, a BNCC estabelece as seguintes habilidades relacionadas à Análise Combinatória, segundo a (Brasil. Ministério da Educação, 2025):

1. (EM13MAT310) Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore.
2. (EM13MAT311) Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade.

O conteúdo de análise combinatória é extremamente importante para o entendimento do conteúdo de Probabilidade. Segundo (Venezuela, 2021) “Usamos as tratativas ‘experimento aleatório’ e ‘espaço amostral’, pois a análise combinatória é aplicada em Probabilidade.”

As seguintes habilidades abaixo, são referentes ao tema Probabilidade:

1. EM13MAT106 Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro, etc.).
2. EM13MAT202 Planejar e executar pesquisa amostral sobre questões relevantes, usando dados coletados diretamente ou em diferentes fontes, e comunicar os resultados por meio de relatório contendo gráficos e interpretação das medidas de tendência central e das medidas de dispersão (amplitude e desvio padrão), utilizando ou não recursos tecnológicos.

Embora a BNCC apresente apenas duas habilidades diretamente relacionadas à análise combinatória, para o Ensino Médio, essas habilidades abrangem amplamente o conteúdo. Como observa Yokoyama (2021):

Apesar da BNCC indicar apenas duas habilidades para o assunto análise combinatória, ela abrange todos os casos ao colocar “...ordenáveis ou não... princípios multiplicativo e aditivo... recorrendo a estratégias diversas”. Além disso, a habilidade 11 prepara o terreno para o assunto Probabilidade. (Yokoyama, 2021).

Cabe ressaltar que, já no Ensino Fundamental, a análise combinatória está presente na matriz curricular, sendo introduzida por meio do Princípio Fundamental da Contagem (PFC). No Ensino Médio, esse conteúdo é retomado e aprofundado, ampliando a compreensão dos estudantes sobre o tema. (Brasil. Ministério da Educação, 2025)

1. (EF05MA09) Resolver e elaborar problemas simples de contagem envolvendo o princípio multiplicativo, como a determinação do número de agrupamentos possíveis ao se combinar cada elemento de uma coleção com todos os elementos de outra coleção, por meio de diagramas de árvore ou por tabelas.

Conforme a descrição da habilidade anterior, o ensino de análise combinatória pode ser introduzido no ensino fundamental. Consideramos que a apresentação neste nível de ensino é possível e de suma importância tanto pela aplicabilidade quanto para a compreensão dos tópicos referentes ao estudo no ensino médio.

CAPÍTULO 3

ANÁLISE DE ALGUMAS QUESTÕES DO ENEM E DO DESEMPENHO DOS ALUNOS DA REDE PÚBLICA ESTADUAL DE OURO PRETO

Nosso objetivo neste capítulo é analisar algumas questões do Enem, dos anos de 2016 a 2024 que abordem o tema análise combinatória, enfocando as competências e habilidades relacionadas a cada questão, bem como seus índices de acerto dentre os alunos da rede pública estadual da cidade de Ouro Preto, do estado de Minas Gerais e do Brasil.

Ao abordarmos o Enem, estamos tratando do principal exame para avaliar a educação em nosso país e também de uma ferramenta que garante acesso às universidades públicas do país. Como os dados das provas são disponibilizados de forma pública, ferramentas estatísticas possuem facilidade de acesso e o uso dessas ferramentas foi fundamental para nossa análise.

Os dados com os quais trabalhamos foram obtidos através da Plataforma ZBS Educação, que possui ferramentas que permitem acesso rápido a microdados do Enem. Vamos iniciar descrevendo a plataforma utilizada.

3.1 A plataforma ZBS

A plataforma ZBS é uma ferramenta gratuita que disponibiliza um banco de questões do Enem, além de oferecer filtros e informações detalhadas sobre notas de corte por curso, rankings de escolas, municípios e estados. Essa estrutura possibilita a realização de pesquisas tanto qualitativas quanto quantitativas, voltadas à avaliação do desempenho educacional em diferentes regiões.

Conjunto de ferramentas pensadas para promover o acesso da população em geral aos microdados do Enem, facilitar o acompanhamento das notas de corte do SISU e auxiliar estudantes na sua preparação para prestar o Enem através da realização de simulados.(ZBS, 2025)

Por meio de gráficos que mostram o percentual de acerto por questão, a plataforma permite uma análise aprofundada dos conteúdos e habilidades que apresentam maior dificuldade para os estudantes. Essa ferramenta auxilia na identificação de possíveis fatores que induzem ao erro, podendo contribuir para um plano de ação, que vise sanar as dificuldades e em consequência, melhorar

os indicadores nos próximos exames.

Conforme informações da plataforma, a ferramenta baseia-se em:

1. Análise dos resultados e microdados do Enem;
2. Análise dos microdados liberados anualmente pelo INEP com dados socioeconômicos dos participantes e seus desempenhos nas provas. A partir dos dados são elaborados também rankings de colégios, estados e municípios;
3. Série de vídeos explicativos no YouTube para melhor entender os recursos da ferramenta;
4. Conteúdo explicativo sobre o funcionamento da prova (Teoria de Resposta ao Item - TRI.)

3.2 Distratores

Conforme indicado no artigo (Oliveira, 2012), (citando também outros autores que abordam o tema) nas questões de múltipla escolha, os distratores são alternativas incorretas incluídas nas opções de respostas que simulam erros comuns de interpretação ou de cálculo, tendo certa plausibilidade de serem escolhidas por alunos que não dominam o conteúdo. Analisar tais distratores e a porcentagem de alunos que os assinalou pode trazer informações sobre habilidades não desenvolvidas em sala de aula.

Pelo exposto, o distrator possui uma importância fundamental no que tange a interpretação das possíveis causas associados ao erro.

O professor, ao ter o contato com os itens, gabarito e distratores, poderá analisar tanto o acerto quanto o erro dos alunos, buscando entender por meio das respostas como está o processo de construção dos conceitos, bem como regular e reorientar o seu planejamento de acordo com o que lhe foi apresentado. (Oliveira, 2012, p. 33).

Para que seja possível uso pedagógico das alternativas incorretas “Os distratores precisam ser respostas plausíveis para que de fato possam ajudar ao professor ou a qualquer educador a compreender como o aluno pensou ao responder um item de múltipla escolha.” (Oliveira, 2012, p. 147).

3.3 Questões do Enem: análise das respostas

A seguir, descreveremos algumas questões do Enem, sua resolução, seus índices de acerto no município de Ouro Preto (MG) e também comentaremos os distratores de cada uma delas. Após

cada questão, apresentaremos um quadro comparativo entre as respostas indicadas pelos alunos de escolas estaduais de Ouro Preto, de Minas Gerais e do Brasil.

Figura 1 – Exemplo de tela disponível na plataforma ZBS. A figura ilustra o filtro relativo à habilidade H2, no ano de 2017, e o retorno de apenas uma questão de Matemática do Enem daquele ano.

The screenshot shows the ZBS platform interface. At the top, there's a navigation bar with a back arrow, a menu icon, and a search icon. The main header is orange and says "MATEMÁTICA - QUESTÕES". On the right, there's a dropdown menu for "APLICAÇÃO" set to "Físico". Below the header, there's a section titled "ESCOLHA A COMPETÊNCIA DESEJADA:" with a list of competencies. The competency "H2 - Identificar padrões numéricos ou princípios de contagem." is selected. To the right of the list, there's a button "FILTRAR COMPETÊNCIA..." and a button "LIMPAR...". Below the list, there's a box showing the description of the competency: "Construir significados para os números naturais, inteiros, racionais e reais." On the right side of the interface, there's a sidebar with the following information: "Habilidade MT", "H2 - Identificar padrões numéricos ou princípios de contagem.", "NOTA MÉDIA MT" (518,80), "% ACERTO CH" (10,6%), and "% ACERTO POR TIPO DE ESCOLA" (Municipal: 11,5%, Estadual: 11,4%, Privada: 7,8%, Federal: 7,8%). At the bottom, there's a button "Ver Detalhes da Questão" and a progress bar showing "A 17%".

Fonte: Plataforma ZBS Educação. Disponível em: <<https://zbseducacao.com.br>>. Acesso em: 08 fev. 2026.

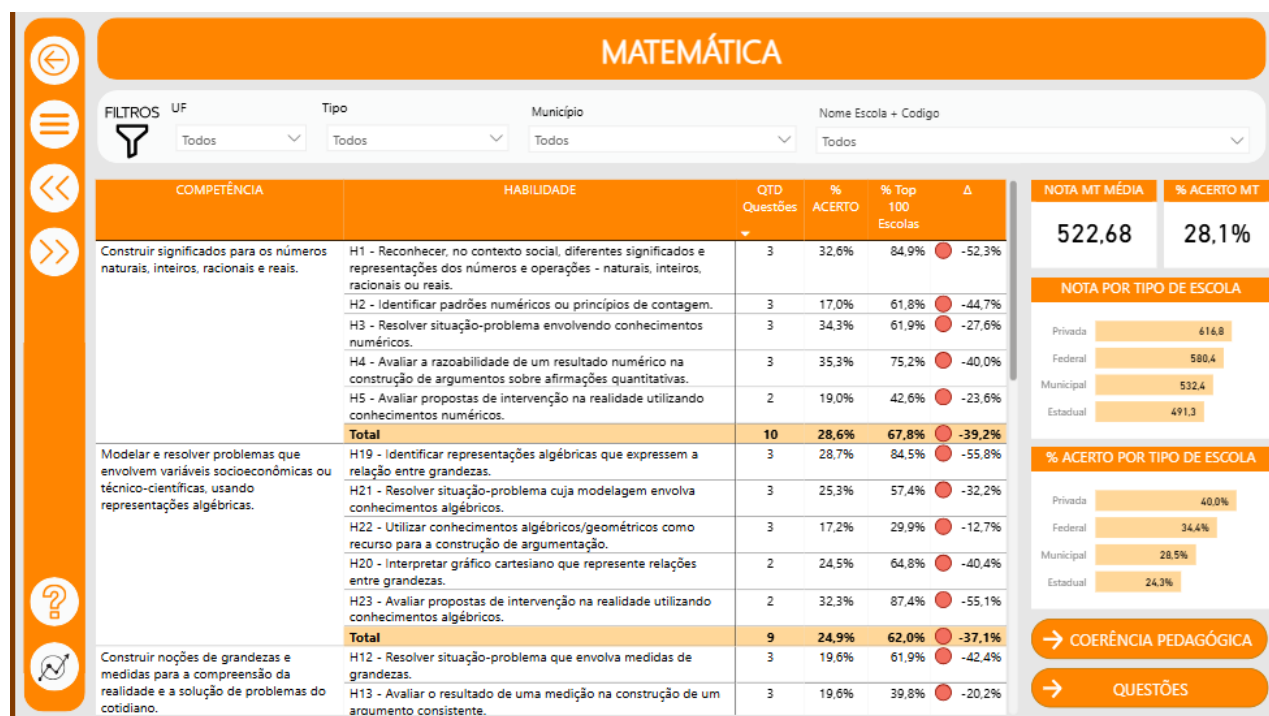
Dentro do site ZBS/Enem, entramos nas opções de seleção referente ao ano, até obtermos os filtros de pesquisa e selecionamos as questões de Matemática.

Em seguida, na aba “Filtrar Competências” a habilidade H2 - Identificar padrões numéricos ou princípios de contagem. Um exemplo dessa tela pode ser visto na Figura 1.

Em seguida, podemos utilizar as opções de filtro por estado, tipo de escola (federal, estadual, municipal, privada) e por município (seria possível até mesmo filtrar escolas específicas, mas esta não foi nossa opção, por não expor a escola).

No filtro, buscamos pelos resultados das escolas estaduais da cidade de Ouro Preto.

Figura 2 – Exemplo de tela disponível na plataforma. A figura apresenta o filtro (cidade, tipo de escola), uma questão, seus índices de escolha de cada alternativa, a habilidade e a competência relacionadas.



Fonte: Plataforma ZBS Educação. Disponível em: <<https://zbseducacao.com.br>>. Acesso em: 08 fev. 2026.

Realizando esta busca em diversas edições do Enem, selecionamos 8 questões dos exames dos anos de 2016 a 2024 que abordam o tema análise combinatória ligadas à habilidade H2. Salientamos que, no ano de 2023, não foi identificada nenhuma questão que atendesse aos filtros já que as questões relativas à habilidade H2 faziam referência à identificação de padrões numéricos e não à análise combinatória.

As figuras a seguir que se referem às questões do Enem foram obtidas na página do INEP (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), 2025) e os dados relativos às opções assinaladas, na página (ZBS, 2025).

Utilizaremos, em cada item que abordaremos, a notação indicada na própria questão do Enem. Por exemplo, há questões que utilizam a notação $C(n, p)$ para uma combinação de n elementos tomados p a p , enquanto outra questão utiliza a notação C_n^p para a mesma operação.

Figura 3 – Questão 153, Enem 2016.

QUESTÃO 153

Para cadastrar-se em um *site*, uma pessoa precisa escolher uma senha composta por quatro caracteres, sendo dois algarismos e duas letras (maiúsculas ou minúsculas). As letras e os algarismos podem estar em qualquer posição. Essa pessoa sabe que o alfabeto é composto por vinte e seis letras e que uma letra maiúscula difere da minúscula em uma senha.

Disponível em: www.infowester.com. Acesso em: 14 dez. 2012.

O número total de senhas possíveis para o cadastramento nesse *site* é dado por

- A** $10^2 \cdot 26^2$
- B** $10^2 \cdot 52^2$
- C** $10^2 \cdot 52^2 \cdot \frac{4!}{2!}$
- D** $10^2 \cdot 26^2 \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!}$
- E** $10^2 \cdot 52^2 \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!}$

Fonte: INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Disponível em: https://download.inep.gov.br/enem/provas_e_gabaritos/2016_PV_impresso_D2_CD5.pdf. Acesso em: 14 fev. 2026.

A fim de se evitar o uso excessivo de fórmulas, uma maneira de resolver essa questão é a pessoa se colocar no papel de quem está fazendo a escolha.

O objetivo da questão é a criação de uma senha com 4 caracteres, com as seguintes regras:

1. Dois caracteres devem ser números, de 0 a 9, totalizando 10 opções
2. Dois caracteres devem ser letras, que podem ser maiúsculas ou minúsculas. Logo são 52 possibilidades.

O ponto principal que deve ser observado é que no enunciado indica que letras e números podem estar em qualquer ordem, ou seja, é possível “embaralhar” os caracteres, alternado letras e números,

além de escolhermos as letras e os números. Assim, além de escolher quais números compõem a senha, é também necessário determinar as posições que cada deles irá ocupar. Para a escolha do primeiro número, haverá 10 possibilidades, para a escolha do segundo, idem, pois não existe restrição quanto à repetição. Para a escolha das letras, procedemos de maneira análoga aos números. Pelo Princípio Fundamental da contagem, teremos:

$$10 \times 10 \times 52 \times 52 = 10^2 \times 52^2 \text{ possibilidades de escolha.}$$

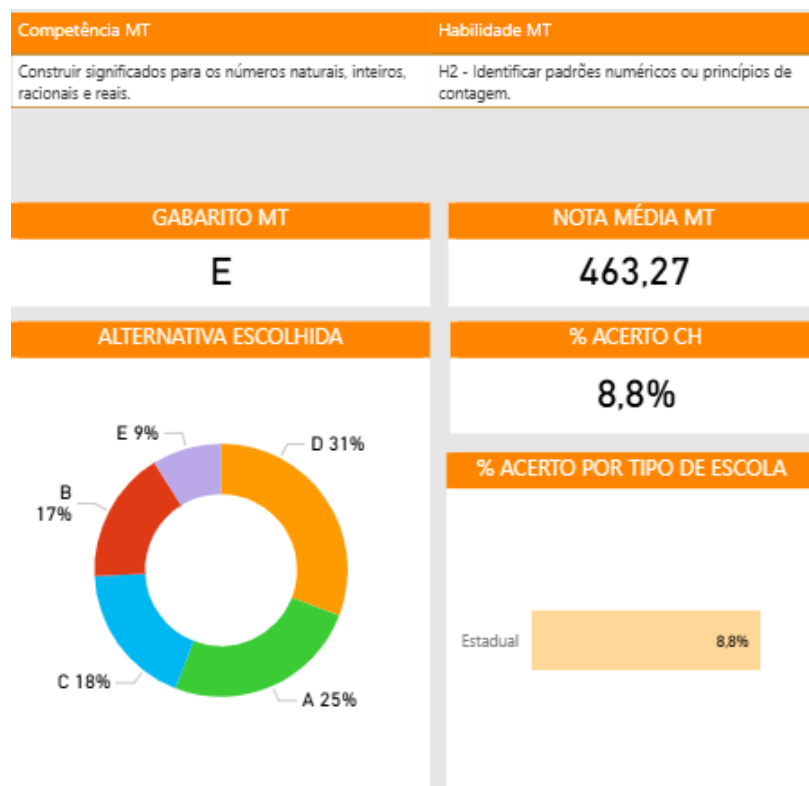
Todavia, como os caracteres serão “embaralhados” é possível permutarmos as posições. Como há duas posições para números e duas posições para letras, excluimos tais repetições, obtendo;

$$\frac{4!}{2! \times 2!} \text{ possibilidades.}$$

Sendo assim, a resposta correta é:

$$(10^2 \times 52^2) \times \frac{4!}{2! \times 2!}.$$

Figura 4 – Alternativas assinaladas na questão 153, Enem 2016.



Conforme a Figura 4, a maioria dos candidatos marcou a letra *D*. Uma possível explicação para esta escolha é que tais alunos não consideraram a distinção entre letras maiúsculas e minúsculas, apesar de terem conseguido raciocinar em relação a observações importantes, como a condição de letras e os números não terem uma ordem padrão. As letras *A* e *B* totalizam juntas 42% das respostas. Os estudantes que assinalaram, possivelmente, não consideraram as possibilidades de permutarem os lugares de letras e números.

Tabela 2 – Questão 153 – Enem 2016: Índice de marcação da alternativa mais escolhida e da correta.

Localidade	Distrator mais marcado	% Marcação	Alternativa correta	% Correta
Ouro Preto	D	31%	E	8,8%
Minas Gerais	D	29%	E	14%
Brasil	D	27%	E	14%

Passemos à análise de outra questão, indicada na figura.

Figura 5 – Questão 157, Enem 2016.

QUESTÃO 157

O tênis é um esporte em que a estratégia de jogo a ser adotada depende, entre outros fatores, de o adversário ser canhoto ou destro.

Um clube tem um grupo de 10 tenistas, sendo que 4 são canhotos e 6 são destros. O técnico do clube deseja realizar uma partida de exibição entre dois desses jogadores, porém, não poderão ser ambos canhotos.

Qual o número de possibilidades de escolha dos tenistas para a partida de exibição?

A $\frac{10!}{2! \times 8!} - \frac{4!}{2! \times 2!}$

B $\frac{10!}{8!} - \frac{4!}{2!}$

C $\frac{10!}{2! \times 8!} - 2$

D $\frac{6!}{4!} + 4 \times 4$

E $\frac{6!}{4!} + 6 \times 4$

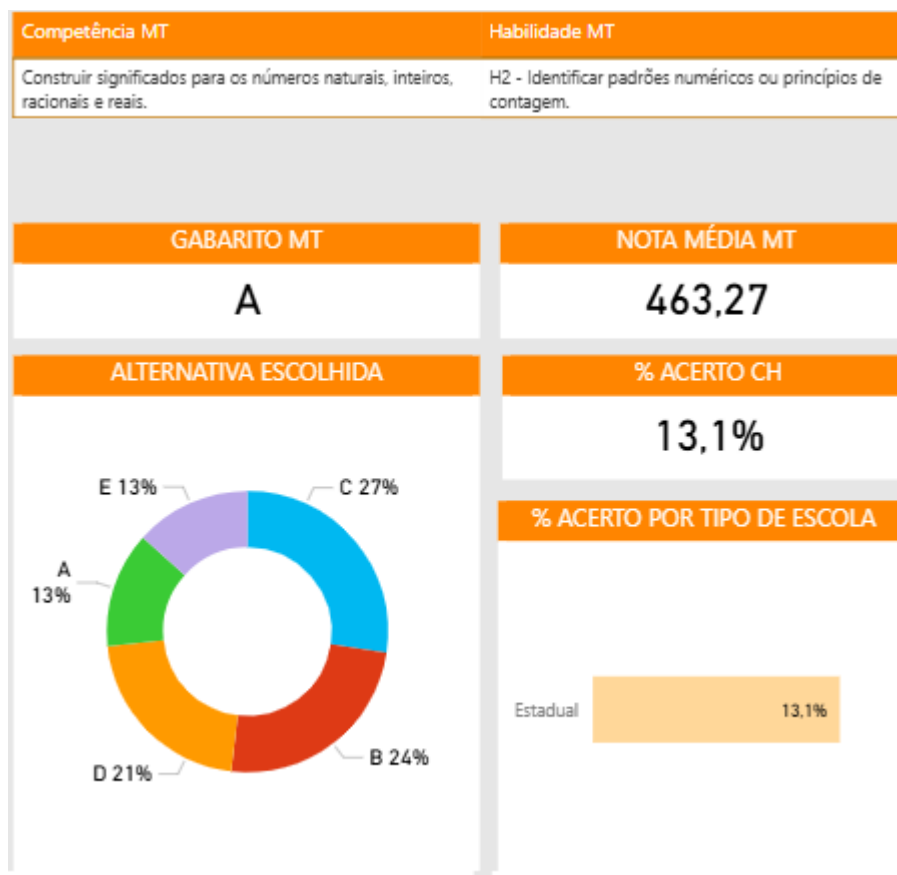
Fonte: INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Disponível em: https://download.inep.gov.br/enem/provas_e_gabaritos/2016_PV_impresso_D2_CD5.pdf. Acesso em: 14 fev. 2026.

Como a resposta é dada em termos de combinação simples, provavelmente seria um pouco difícil compreender a questão sem um mínimo de entendimento acerca do tema. Primeiramente,

o candidato deve saber que a ordem não importa (Uma partida com um destro A e um canhoto B, é a mesma partida com um canhoto B e um destro A). O enunciado pede apenas a expressão algébrica relativa e o primeiro passo é identificar as palavras chave no enunciado, como, por exemplo, o número total de tenistas (10), a restrição (2 tenistas canhotos não podem jogar). De um total de 10 jogadores, 4 são canhotos e 6 são destros. Uma das soluções, é fazer a quantidade total de possibilidades $C(10,2)$ e subtrair a restrição, a combinação de $C(4,2)$.¹

$$\frac{10!}{2!(10-2)!} - \frac{4!}{2!(4-2)!}$$

Figura 6 – Alternativas assinaladas na questão 157, Enem 2016.



Fonte: Plataforma ZBS Educação. Disponível em: <<https://zbseducacao.com.br>>. Acesso em: 08 fev. 2026.

Como podemos observar, alternativa C foi a mais marcada, podendo ser explicada por uma falta de compreensão no enunciado; a restrição exige que não haja dupla de canhotos e o total de duplas a ser descartada é uma combinação de 4 atletas, tomados 2 a 2. Provavelmente os candidatos entenderam que se tratava apenas de dois atletas, quando, na verdade, são 6 duplas distintas de

¹ $C(a, b)$ indica a combinação de a elementos, tomados b a b .

canhotos que podem ser formadas. A alternativa B também foi bastante assinalada. Uma explicação para tal marcação é que os alunos desconsideraram o fato de que a ordem de escolha de uma dupla é irrelevante e não efetuaram a divisão por 2.

Tabela 3 – Questão 157 – Enem 2016: Índice de marcação da alternativa mais escolhida e da correta.

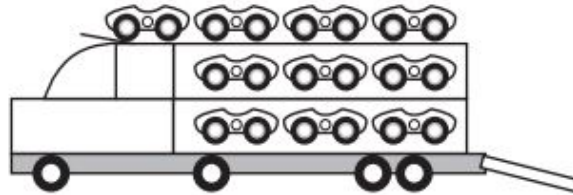
Localidade	Distrator mais marcado	% Marcação	Alternativa correta	% Correta
Ouro Preto	C	27%	A	13,1%
Minas Gerais	B	24%	A	20%
Brasil	B	24%	A	19%

Passemos a outra questão

Figura 7 – Questão 149, Enem 2017.

QUESTÃO 149

Um brinquedo infantil caminhão-cegonha é formado por uma carreta e dez carrinhos nela transportados, conforme a figura.



No setor de produção da empresa que fabrica esse brinquedo, é feita a pintura de todos os carrinhos para que o aspecto do brinquedo fique mais atraente. São utilizadas as cores amarelo, branco, laranja e verde, e cada carrinho é pintado apenas com uma cor. O caminhão-cegonha tem uma cor fixa. A empresa determinou que em todo caminhão-cegonha deve haver pelo menos um carrinho de cada uma das quatro cores disponíveis. Mudança de posição dos carrinhos no caminhão-cegonha não gera um novo modelo do brinquedo.

Com base nessas informações, quantos são os modelos distintos do brinquedo caminhão-cegonha que essa empresa poderá produzir?

- A $C_{6,4}$
- B $C_{9,3}$
- C $C_{10,4}$
- D 6^4
- E 4^6

Pelo enunciado, há 10 carrinhos e 4 cores disponíveis (verde, amarelo, laranja e branco). O caminhão tem uma cor definida, a ordem dos carrinhos não importa. É importante interpretar as palavras chaves, como por exemplo:

1. “pelo menos um de cada cor.”
2. “a ordem não importa.”

Uma maneira de resolver essa questão, de maneira mais fácil, seria utilizar combinação completa, também conhecida como combinação com repetição, “de modo geral C_n^p é o número de modos de escolher p objetos distintos entre n objetos distintos dados, e CR_n^p é o número de modos de escolher p objetos distintos ou não entre n objetos distintos dados. (Morgado et al., 2020).

Como dito no enunciado, de 10 carrinhos, pelo menos um de cada cor precisa compor a cegonha, como são 4 cores disponíveis, então restará combinar 4 cores distintas em 6 carrinhos disponíveis.

Seja:

1. x_1 a quantidade de carrinhos na cor verde;
2. x_2 a quantidade de carrinhos na cor amarelo;
3. x_3 a quantidade de carrinhos na cor laranja;
4. x_4 a quantidade de carrinhos na cor branco.

Precisamos então resolver a equação:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6$$

x_1, x_2, x_3 e x_4 devem ser inteiros não negativos.

Os livros didáticos, classicamente, utilizam • e | para representar tal situação, onde cada bola representa uma unidade no valor da incógnita; cada traço é usado para separar duas incógnitas. Duas soluções possíveis (2, 2, 1, 1) e (0, 2, 0, 4) são indicadas na figura;

$$\begin{array}{cccc}
 x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\
 2 & 2 & 1 & 1 \\
 \bullet\bullet & | & \bullet\bullet & | & \bullet & | & \bullet \\
 0 & 2 & 0 & 4 \\
 & | & \bullet\bullet & | & & | & \bullet\bullet\bullet\bullet
 \end{array}$$

De modo geral, precisamos "separar" os 6 • por 3 |, o que gera a relação entre combinação e combinação completa

$$CR_n^p = C_{n+p-1}^p.$$

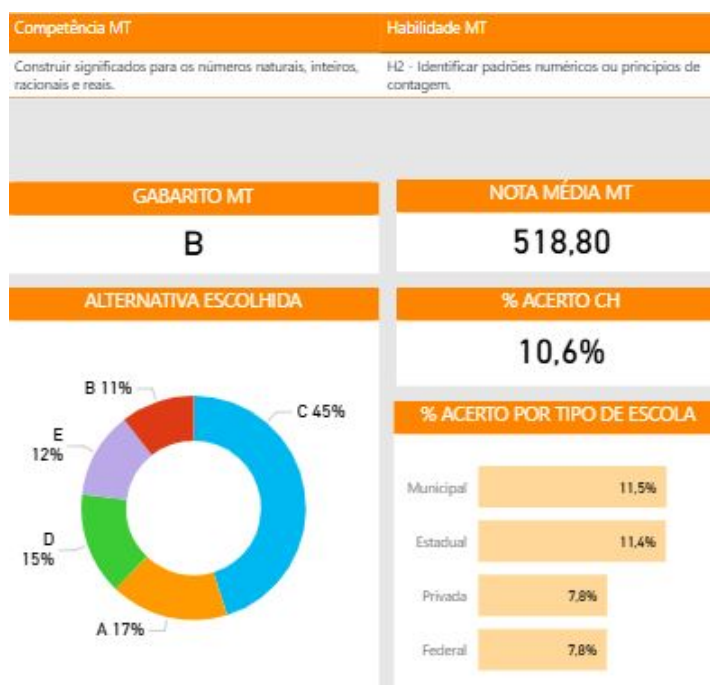
No caso específico, temos;

$$CR_6^4 = C_{6+4-1}^{4-1} = C(9,3).$$

Ou seja, temos 9 "espaços" a serem ocupados por 6 • e 3 |, gerando essa permutação por repetição;

$$\frac{9!}{3!6!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{6} = 56.$$

Figura 8 – Alternativas assinaladas na questão 149, Enem 2017.



Fonte: Plataforma ZBS Educação. Disponível em: <<https://zbseducacao.com.br>>. Acesso em: 08 fev. 2026.

A maioria marcou a alternativa C, subentendendo-se que pensaram em utilizar combinação simples, em função da alternativa marcada. Também percebe-se que essa alternativa corresponde a escolher 4 dentre 10 carrinhos, o que não está de acordo com a ordem solicitada. Os alunos poderiam ter analisado todos os casos possíveis, mas devido aos muitos casos poderiam deixar algum sem considerar. Observamos que o conteúdo de combinação completa raramente é abordado na ensino regular.

Tabela 4 – Questão 149 – Enem 2017: Índice de marcação da alternativa mais escolhida e da correta.

Localidade	Distrator mais marcado	% Marcação	Alternativa correta	% Correta
Ouro Preto	C	40%	B	11,1%
Minas Gerais	C	50%	B	9,33%
Brasil	C	43%	B	11,4%

Passemos a outra questão.

Figura 9 – Questão 161, Enem 2018.

QUESTÃO 161

O Salão do Automóvel de São Paulo é um evento no qual vários fabricantes expõem seus modelos mais recentes de veículos, mostrando, principalmente, suas inovações em *design* e tecnologia.

Disponível em: <http://g1.globo.com>. Acesso em: 4 fev. 2015 (adaptado).

Uma montadora pretende participar desse evento com dois estandes, um na entrada e outro na região central do salão, expondo, em cada um deles, um carro compacto e uma caminhonete.

Para compor os estandes, foram disponibilizados pela montadora quatro carros compactos, de modelos distintos, e seis caminhonetes de diferentes cores para serem escolhidos aqueles que serão expostos. A posição dos carros dentro de cada estande é irrelevante.

Uma expressão que fornece a quantidade de maneiras diferentes que os estandes podem ser compostos é

- A A_{10}^4
- B C_{10}^4
- C $C_4^2 \times C_6^2 \times 2 \times 2$
- D $A_4^2 \times A_6^2 \times 2 \times 2$
- E $C_4^2 \times C_6^2$

Fonte: INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Disponível em: https://download.inep.gov.br/enem/provas_e_gabaritos/2018_PV_impresso_D2_CD5.pdf. Acesso em: 14 fev. 2026.

Apesar de que muitos trabalhos acadêmicos acerca de análise combinatória defendem que

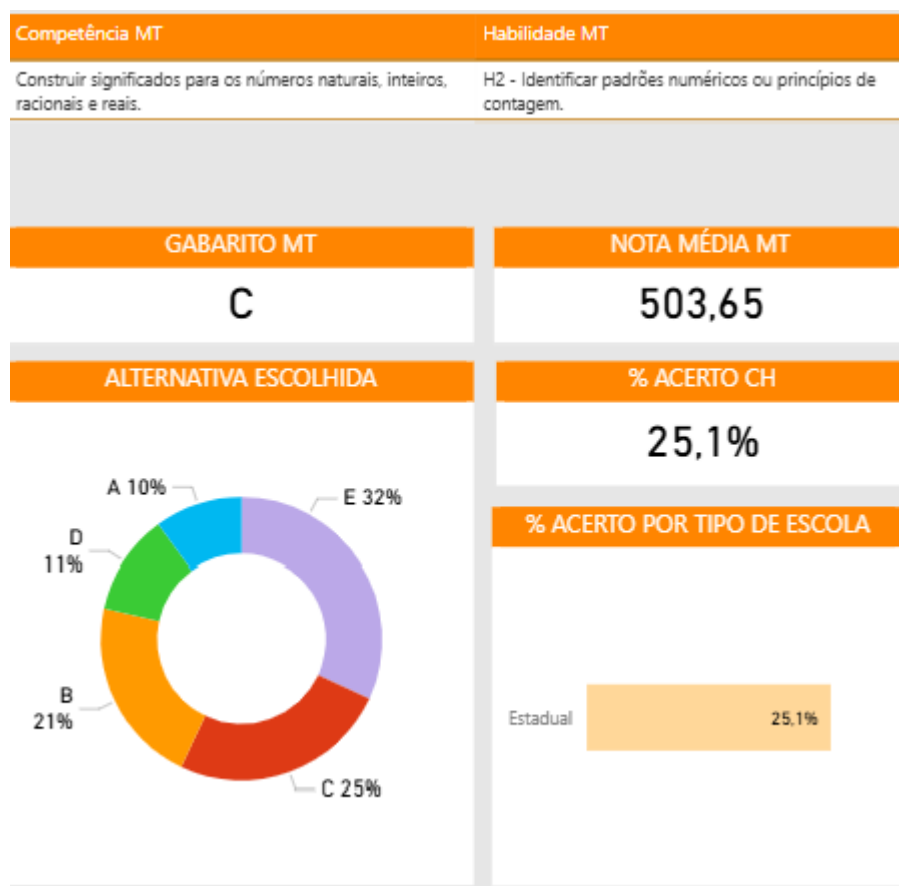
se deve evitar o uso de fórmulas no ensino, as alternativas da questão vão de encontro a essa ideia (o que já foi visto também em outras questões). O pré-requisito para se resolver a questão é o domínio de combinação simples. Pelo enunciado é possível se ter o direcionamento acerca do que se pede pois, dentre as palavras-chave estão dois estandes, duas escolhas para cada estande, “a oposição dos carros dentro de cada estande é irrelevante”. Dado que estão a disposição 4 carros compactos e 6 caminhonetes, podemos combinar da seguinte forma:

$$C_4^2 \times C_6^2.$$

Porém como um compacto específico pode permutar entre o estande de entrada e o estande de centro, multiplicamos o resultado anterior por 2, e de maneira análoga para uma caminhonete específica temos a mesma possibilidade de troca de lugar:

$$C_4^2 \times C_6^2 \times 2 \times 2.$$

Figura 10 – Alternativas assinaladas na questão 161, Enem 2018.



Fonte: Plataforma ZBS Educação. Disponível em: <<https://zbseducacao.com.br>>. Acesso em: 08 fev. 2026.

Observamos que nos distratores cerca de 32% marcaram a alternativa E que considera apenas as escolhas dos carros e caminhonetes, mas não leva em conta as diferentes maneiras de alocação nos dois estandes, o que ocasionou a não multiplicação das escolhas por 2x2.

Tabela 5 – Questão 161 – Enem 2018: Índice de marcação da alternativa mais escolhida e da correta.

Localidade	Distrator mais marcado	% Marcação	Alternativa correta	% Correta
Ouro Preto	E	32%	C	25,1%
Minas Gerais	E	29%	C	26,3%
Brasil	D	27%	C	26%

Passemos a outra questão.

Figura 11 – Questão 137, Enem 2019.

Questão 137

Uma empresa confecciona e comercializa um brinquedo formado por uma locomotiva, pintada na cor preta, mais 12 vagões de iguais formato e tamanho, numerados de 1 a 12. Dos 12 vagões, 4 são pintados na cor vermelha, 3 na cor azul, 3 na cor verde e 2 na cor amarela. O trem é montado utilizando-se uma locomotiva e 12 vagões, ordenados crescentemente segundo suas numerações, conforme ilustrado na figura.



De acordo com as possíveis variações nas colorações dos vagões, a quantidade de trens que podem ser montados, expressa por meio de combinações, é dada por

- A $C_{12}^4 \times C_{12}^3 \times C_{12}^3 \times C_{12}^2$
- B $C_{12}^4 + C_8^3 + C_5^3 + C_2^2$
- C $C_{12}^4 \times 2 \times C_8^3 \times C_5^2$
- D $C_{12}^4 + 2 \times C_{12}^3 + C_{12}^2$
- E $C_{12}^4 \times C_8^3 \times C_5^3 \times C_2^2$

Fonte: INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Disponível em: https://download.inep.gov.br/enem/provas_e_gabaritos/2019_PV_impresso_D2_CD5.pdf. Acesso em: 14 fev. 2026.

A questão pede para pintar 12 vagões, sendo 4 na cor vermelha, 3 na cor azul, 3 na cor verde e 2 na cor amarela.

Iniciando a pintura pela cor vermelha, temos a combinação

$$C_{12}^4,$$

pois a ordem dos vagões não importa, isto é, pintar os vagões 1,2,3,4 ou 3,4,1,2 resulta na mesma configuração.

Em seguida, serão pintados 3 vagões na cor azul. Como já foram pintados 4 dos 12 vagões iniciais, restam 8, o que nos leva à combinação

$$C_8^3.$$

Após isso, serão pintados 3 vagões na cor verde. Restam agora 5 vagões disponíveis, resultando em

$$C_5^3.$$

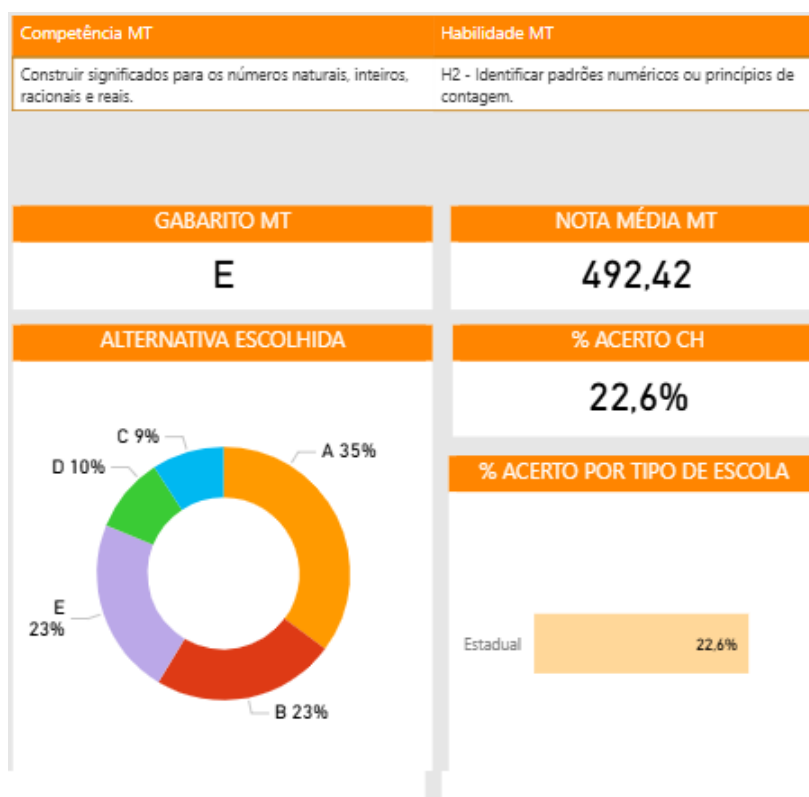
Por fim, serão pintados 2 vagões na cor amarela, dentre os 2 restantes, o que corresponde a

$$C_2^2.$$

Como o enunciado utiliza o conectivo lógico “e” (“... 3 na cor verde e 2 na cor amarela ...”), o número total de maneiras é dado pelo produto das combinações:

$$C_{12}^4 \cdot C_8^3 \cdot C_5^3 \cdot C_2^2.$$

Figura 12 – Alternativas assinaladas na questão 137, Enem 2019.



A alternativa mais foi a letra A, que pode indicar uma falta de entendimento dos conceitos. Em cada etapa os alunos desconsideraram os carros já pintados e não levaram em consideração que escolhendo-se 4 entre 12, na primeira etapa, restam 8. Em seguida, escolhendo-se 3 dentre 8, restam 5 carros, e assim sucessivamente. Pode-se observar que os candidatos mantiveram o total de 12 carros em todas combinações.

Tabela 6 – Questão 137 – Enem 2019: Índice de marcação da alternativa mais escolhida e da correta.

Localidade	Distrator mais marcado	% Marcação	Alternativa correta	% Correta
Ouro Preto	A	35%	E	22,6%
Minas Gerais	A	36%	E	19,8%
Brasil	A	37%	E	17,8%

Passemos a outra questão

Figura 13 – Questão 170, Enem 2020.

Questão 170

Nos livros *Harry Potter*, um anagrama do nome do personagem "TOM MARVOLO RIDDLE" gerou a frase "I AM LORD VOLDEMORT".

Suponha que Harry quisesse formar todos os anagramas da frase "I AM POTTER", de tal forma que as vogais e consoantes aparecessem sempre intercaladas, e sem considerar o espaçamento entre as letras.

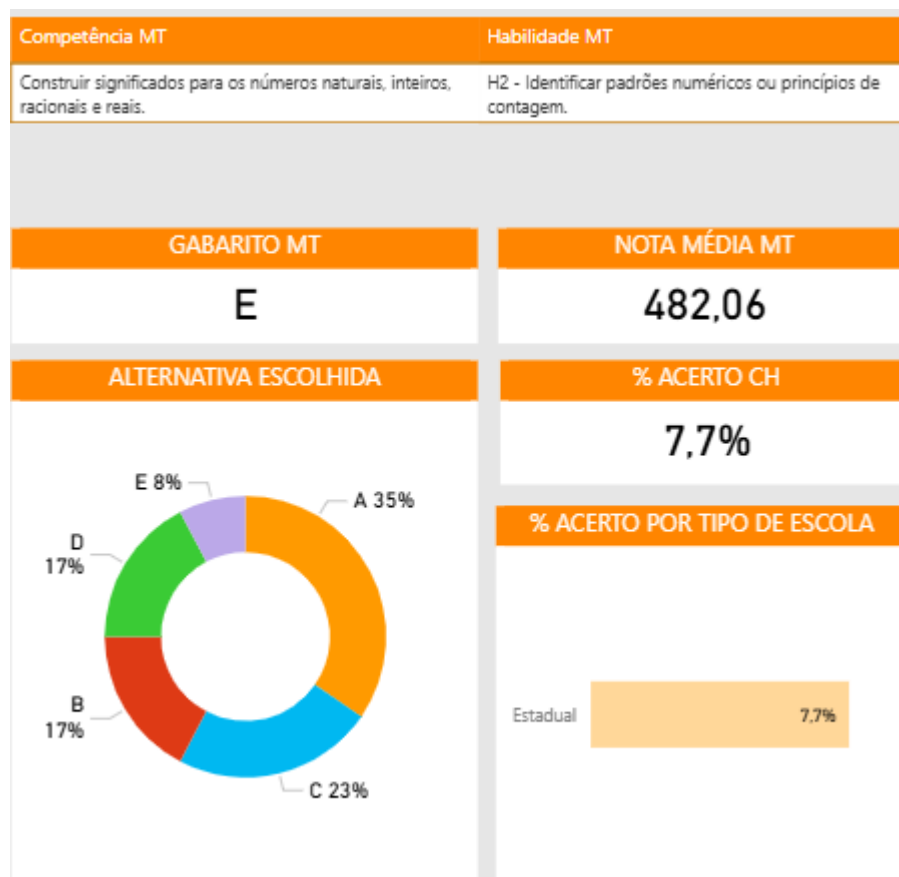
Nessas condições, o número de anagramas formados é dado por

☐ A $9!$
☐ B $4! 5!$
☐ C $2 \times 4! 5!$
☐ D $\frac{9!}{2}$
☐ E $\frac{4! 5!}{2}$

O pré-requisito para a resolução da questão é o entendimento de anagramas e o Princípio Fundamental da Contagem. Pelo enunciado tem-se que as vogais e consoantes devem estar intercaladas. Ao todo são 9 letras, sendo 4 vogais (A, E, I, O) e 5 consoantes (M, P, R, T, T). Observa-se que há mais consoantes do que vogais. Logo, é necessário começar por consoante a fim de que seja possível a intercalação. Também deve-se considerar a repetição da letra T, que fará com que cada anagrama seja contado duas vezes. Com isso, a estrutura do anagrama será a seguinte: Considerando-se as possibilidades, temos

$$\frac{5 \times 4 \times 4 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 1 \times 1}{2} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2} = \frac{5!4!}{2}.$$

Figura 14 – Alternativas assinaladas na questão 170, Enem 2020.



Fonte: Plataforma ZBS Educação. Disponível em: <<https://zbseducacao.com.br>>. Acesso em: 08 fev. 2026.

A alternativa com o maior índice de marcação (letra A), não considera que as vogais e consoantes, estão embaralhadas, e letra T repete por duas vezes.

Tabela 7 – Questão 170 – Enem 2021: Índice de marcação da alternativa mais escolhida e da correta.

Localidade	Distrator mais marcado	% Marcação	Alternativa correta	% Correta
Ouro Preto	A	35%	E	7,7%
Minas Gerais	B	24%	E	20,7%
Brasil	A e B	22%	E	18,3%

Passemos a outra questão.

Figura 15 – Questão 139, Enem 2021.

Questão 139 enem2021

Uma pessoa produzirá uma fantasia utilizando como materiais: 2 tipos de tecidos diferentes e 5 tipos distintos de pedras ornamentais. Essa pessoa tem à sua disposição 6 tecidos diferentes e 15 pedras ornamentais distintas.

A quantidade de fantasias com materiais diferentes que podem ser produzidas é representada pela expressão

A $\frac{6!}{4!2!} \cdot \frac{15!}{10!5!}$
B $\frac{6!}{4!2!} + \frac{15!}{10!5!}$
C $\frac{6!}{2!} + \frac{15!}{5!}$
D $\frac{6!}{2!} \cdot \frac{15!}{5!}$
E $\frac{21!}{7!14!}$

Fonte: INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Disponível em: https://download.inep.gov.br/enem/provas_e_gabaritos/2021_PV_impresso_D2_CD5.pdf. Acesso em: 14 fev. 2026.

A questão trata da escolha de tecidos e pedras, em que a ordem de cada escolha não importa. Sendo assim, utiliza-se primeiro o conceito de combinações, antes de aplicar o PFC. Primeiramente temos que escolher os dois tipos de tecidos dentre 6 disponíveis. Em seguida, escolhemos 5 tipos de pedra entre as 15 disponíveis. Observe que se escolhemos primeiro as pedras e depois os tecidos, não haverá alteração no resultado. Iniciando a escolha dos tecidos, temos;

$$C(6, 2) = \frac{6!}{2!(6-2)!}.$$

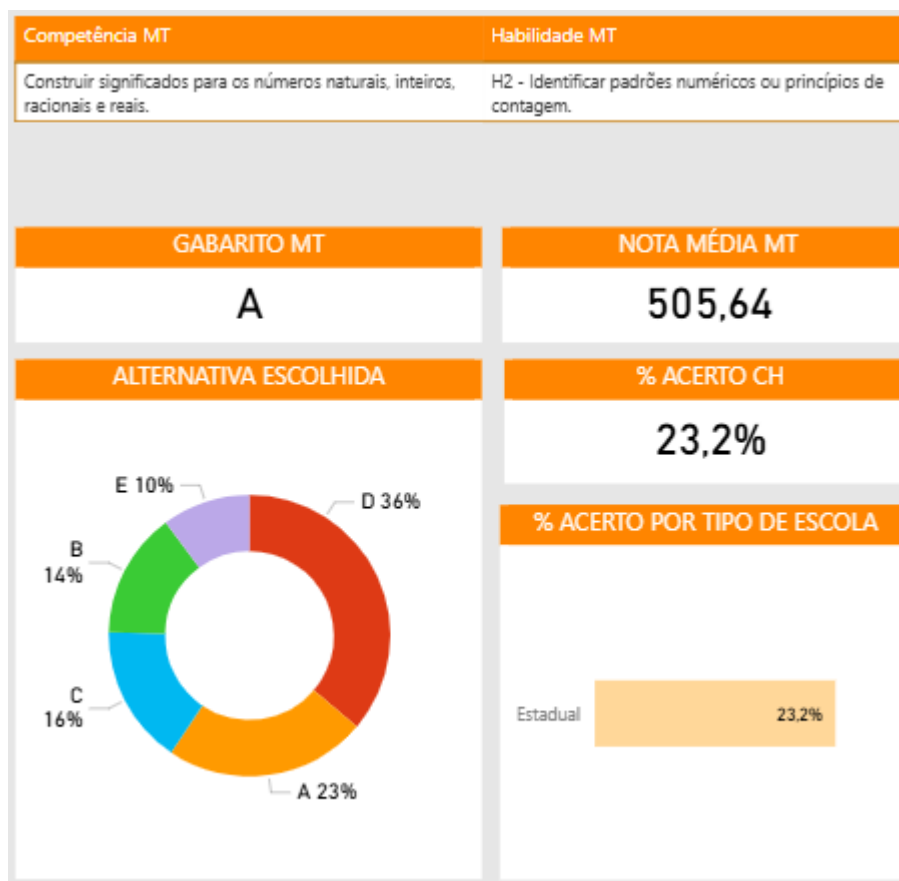
No segundo passo vamos escolher 5 pedras dentre as 15 disponíveis;

$$C(15,5) = \frac{15!}{5!(15-5)!}.$$

O terceiro passo consiste em utilizar o Princípio Multiplicativo ou PFC, para obtermos a composição final, em que multiplicamos o número de combinações de tecidos, pelo número de combinação de pedras:

$$\frac{6!}{2!(6-2)!} \cdot \frac{15!}{5!(15-5)!}.$$

Figura 16 – Alternativas assinaladas na questão 139, Enem 2021.



Fonte: Plataforma ZBS Educação. Disponível em: <<https://zbseducacao.com.br>>. Acesso em: 08 fev. 2026.

A questão com o maior distrator mais foi a letra *D*. Tal alternativa desconsidera o fato de que a ordem de escolha dos tecidos e das pedras não é importante, o que seria válido caso se tratasse de uma questão de arranjo, na qual a ordem é fundamental. Chama a atenção, no quadro a seguir que, em Minas Gerais o item *B*, que utiliza de forma errada principio aditivo, foi o mais assinalado.

Tabela 8 – Questão 139 – Enem 2021: Índice de marcação da alternativa mais escolhida e da correta.

Localidade	Distrator mais marcado	% Marcação	Alternativa correta	% Correta
Ouro Preto	D	36%	A	23,2%
Minas Gerais	B	31%	A	19%
Brasil	D	29%	A	17,2%

Uma vez compreendida a distinção entre os modelos de contagem que fora, abordados nesta questão, passemos para a análise da próxima.

Figura 17 – Questão 150, Enem 2022.

QUESTÃO 150

Um prédio, com 9 andares e 8 apartamentos de 2 quartos por andar, está com todos os seus apartamentos à venda. Os apartamentos são identificados por números formados por dois algarismos, sendo que a dezena indica o andar onde se encontra o apartamento, e a unidade, um algarismo de 1 a 8, que diferencia os apartamentos de um mesmo andar. Quanto à incidência de sol nos quartos desses apartamentos, constata-se as seguintes características, em função de seus números de identificação:

- naqueles que finalizam em 1 ou 2, ambos os quartos recebem sol apenas na parte da manhã;
- naqueles que finalizam em 3, 4, 5 ou 6, apenas um dos quartos recebe sol na parte da manhã;
- naqueles que finalizam em 7 ou 8, ambos os quartos recebem sol apenas na parte da tarde.

Uma pessoa pretende comprar 2 desses apartamentos em um mesmo andar, mas quer que, em ambos, pelo menos um dos quartos receba sol na parte da manhã.

De quantas maneiras diferentes essa pessoa poderá escolher 2 desses apartamentos para compra nas condições desejadas?

A $9 \times \frac{6!}{(6-2)!}$

B $9 \times \frac{6!}{(6-2)! \times 2!}$

C $9 \times \frac{4!}{(4-2)! \times 2!}$

D $9 \times \frac{2!}{(2-2)! \times 2!}$

E $9 \times \left(\frac{8!}{(8-2)! \times 2!} - 1 \right)$

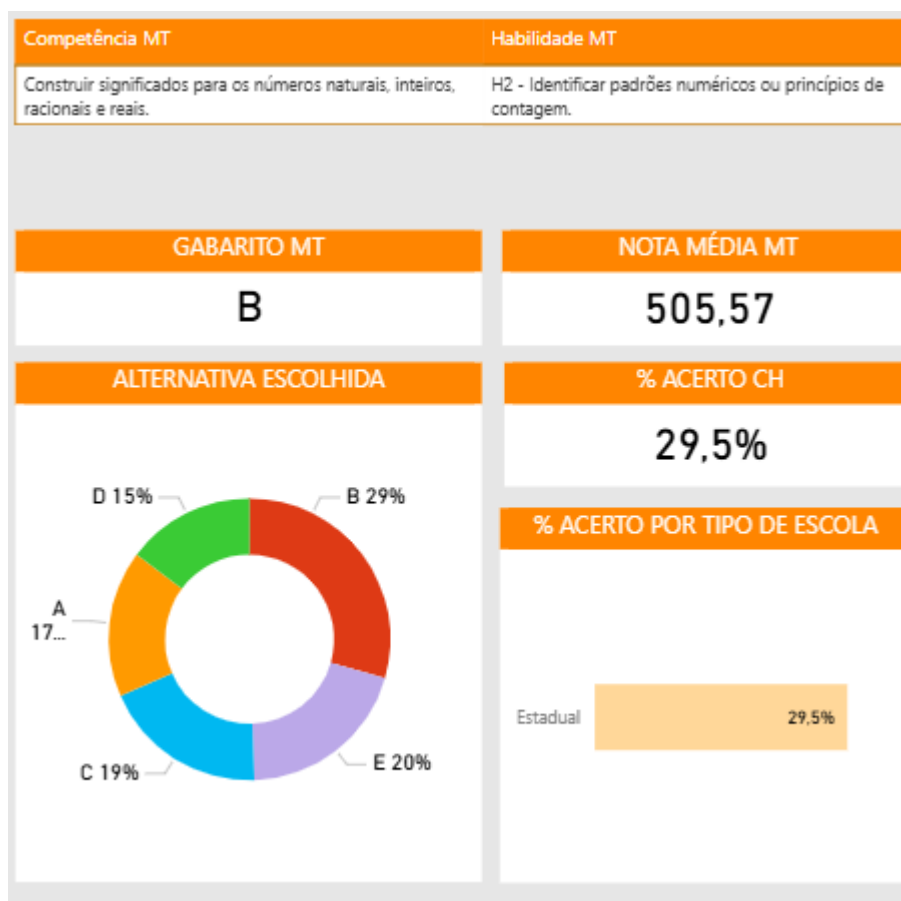
Fonte: INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Disponível em: https://download.inep.gov.br/enem/provas_e_gabaritos/2022_PV_impresso_D2_CD5.pdf. Acesso em: 14 fev. 2026.

De acordo com o enunciado, temos que:

1. Ambos os quartos recebem sol de manhã nos apartamentos 1 e 2.
2. Apenas um quarto recebe sol de manhã nos apartamentos 3, 4, 5 e 6.
3. Ambos os quartos recebem sol apenas à tarde nos apartamentos 7 e 8.

No enunciado há uma informação importante para a resolução: os apartamentos com a numeração terminada em 7 e 8, não serão escolhidos e devem ser descartados de imediato. Logo, dos 8 opções disponíveis, retiram-se duas disponíveis inicialmente por andar, e restam apenas 6 opções de escolha. Como a a ordem de escolha dos apartamentos não altera o grupo selecionado, trata-se de combinação. O objetivo é escolher 2 apartamentos dentre 6 $C(n,p) = C(6,2)$ opções, já consideradas as restrições. Como o edifício possui 9 andares, pelo PFC, multiplica-se por 9 o número de combinações obtidas.

Figura 18 – Alternativas assinaladas na questão 150, Enem 2022.



Fonte: Plataforma ZBS Educação. Disponível em: <<https://zbseducacao.com.br>>. Acesso em: 08 fev. 2026.

A maioria dos estudantes obtiveram êxito na resposta. Mesmo assim, o número de estudantes que acertaram não passou de 30% , levando-se a entender que existe uma certa dificuldade na compreensão de definições de combinatória. Os candidatos que assinalaram as alternativas *C*, *D* e *E*, por exemplo, podem não ter identificado no enunciado quantos apartamentos poderiam não conseguiram identificar no enunciado quantos apartamentos poderiam ser escolhidos em cada andar, indicando dificuldade de interpretação do texto.

Tabela 9 – Questão 150 – Enem 2022: Índice de marcação da alternativa mais escolhida e da correta.

Localidade	Distrator mais marcado	% Marcação	Alternativa correta	% Correta
Ouro Preto	E	20%	B	29,5%
Minas Gerais	E	20%	B	30,1%
Brasil	C	20%	B	28,7%

Dando continuidade, analisaremos agora a próxima questão:

Figura 19 – Questão 139, Enem 2024.

QUESTÃO 139

Um hospital tem 7 médicos cardiologistas e 6 médicos neurologistas em seu quadro de funcionários. Para executar determinada atividade, a direção desse hospital formará uma equipe com 5 médicos, sendo, pelo menos, 3 cardiologistas.

A expressão numérica que representa o número máximo de maneiras distintas de formar essa equipe é

- A** $\frac{7!}{4!} \times \frac{6!}{4!}$
- B** $\frac{7!}{3! \times 4!} \times \frac{6!}{2! \times 4!}$
- C** $\frac{7!}{3! \times 4!} + \frac{6!}{2! \times 4!} + \frac{5!}{1! \times 4!}$
- D** $\left(\frac{7!}{3! \times 4!} + \frac{6!}{2! \times 4!} \right) \times \left(\frac{7!}{4! \times 3!} + \frac{6!}{1! \times 5!} \right) \times \left(\frac{7!}{5! \times 2!} + \frac{6!}{0! \times 6!} \right)$
- E** $\left(\frac{7!}{3! \times 4!} \times \frac{6!}{2! \times 4!} \right) + \left(\frac{7!}{4! \times 3!} \times \frac{6!}{1! \times 5!} \right) + \left(\frac{7!}{5! \times 2!} \times \frac{6!}{0! \times 6!} \right)$

Fonte: INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Disponível em: https://download.inep.gov.br/enem/provas_e_gabaritos/2024_PV_impresso_D2_CD5.pdf. Acesso em: 14 fev. 2026.

A questão pede a expressão que representa as possibilidades de escolhas possíveis, respei-

tando: haver pelo menos 3 cardiologistas. Portanto se entende-se que a equipe deve ter no mínimo três, no máximo 5 cardiologistas. Também é preciso diferenciar os conectivos “e” e “ou”, neste caso, como as situações são excludentes, utiliza-se o “ou”. Assim, fazemos as combinações de 3 a 5 cardiologistas multiplicadas pelas combinações de neurologistas restantes. Podemos ter uma equipe formada por:

- 3 cardiologistas e 2 neurologistas: $C_7^3 \times C_6^2$.
- 4 cardiologistas e 1 neurologista: $C_7^4 \times C_6^1$.
- 5 cardiologistas e 0 neurologista: $C_7^5 \times C_6^0$.

Escrevendo as combinações, obtemos a expressão numérica:

$$(C_7^3 \times C_6^2) + (C_7^4 \times C_6^1) + (C_7^5 \times C_6^0).$$

que nos dá;

$$\frac{7!}{3!(7-3)!} \times \frac{6!}{3!(6-3)!} + \frac{7!}{4!(7-4)!} \times \frac{6!}{1!(6-1)!} + \frac{7!}{5!(7-5)!} \times \frac{6!}{0!(6-0)!}.$$

Figura 20 – Alternativas assinaladas na questão 139, Enem 2024.



A alternativa com maior percentual de marcação pelos candidatos de Ouro Preto, a letra *B*. Provavelmente, os candidatos consideraram apenas a situação de escolha com 3 cardiologistas entre 7, e 2 neurologistas entre 6. Não sendo consideradas as demais possibilidades de escolha. Isso dá a entender que a palavra “mínimo” foi desconsiderada no enunciado. A alternativa *D* também foi bastante assinalada, indicando o uso do Princípio Multiplicativo em vez do Aditivo.

Tabela 10 – Questão 139 – Enem 2024: Índice de marcação da alternativa mais escolhida e da correta.

Localidade	Distrator mais marcado	% Marcação	Alternativa correta	% Correta
Ouro Preto	B	32%	E	10,7%
Minas Gerais	C	30%	E	12%
Brasil	C	31%	E	12%

A tabela a seguir tem como objetivo apresentar um quadro comparativo sobre a escolha das alternativas, verificando se existe uma correlação entre as alternativas marcadas pelos estudantes do município de Ouro Preto, Minas Gerais e do Brasil, considerando somente as escolas estaduais. Observa-se que somente a questão 150, no ano de 2022, obteve, de modo geral, o maior índice de acerto. Tais resultados nos permite refletir que o estudo de análise combinatória pode ser considerado uma lacuna de aprendizado que deve ser tratada não somente em Ouro Preto, mas em todo o estado e no país.

Tabela 11 – Quadro comparativo

Questão	Ano	Brasil	MG	Ouro Preto	Gabarito
153	2016	D	D	D	E
157	2016	B	D	C	A
143	2017	C	C	C	B
161	2018	C	E	E	C
137	2019	A	A	A	E
170	2020	B	B	A	E
139	2021	D	D	D	A
150	2022	B	B	B	B
139	2024	C	C	B	E

3.4 Considerações

Percebemos que, dentre as questões analisadas, há tanto itens cuja resolução é feita diretamente pelo uso do Princípio Fundamental da Contagem (PFC), quanto questões que, de alguma forma, demandavam o conhecimento de fórmulas. Além disso: diversas questões apresentaram

como alternativas, expressões que fazem referência a notações clássicas, em especial às de combinações, o que exige do candidato não apenas raciocínio lógico, mas também o domínio da parte simbólica.

Diversos autores propõem o estudo de combinatória com menos ênfase em fórmulas, dentre os quais destacamos:

Para distanciarmos da prática do ensino da Combinatória através de fórmulas sem sentido e aplicadas de forma mecânica, é necessária uma abordagem que proporcione ao aluno entender os procedimentos adotados, tendo estes significado, partindo de conhecimentos prévios tanto inerentes à escola ou não. (Oliveira, 2015, p. 36)

E também:

Apesar de repleta de problemas capazes de motivar os alunos, é considerada uma disciplina complicada, em que os alunos têm dificuldade de encontrar a fórmula correta para cada problema. Neste texto procuramos resolver problemas de contagem através do uso de alguns princípios fundamentais, evitando, sempre que possível, recorrer ao uso de fórmulas. (Morgado et al., 2020).

Mesmo concordando com os autores e entendendo que seria possível um trabalho com menos fórmulas, a análise das questões apresentadas no Enem mostra que várias delas demandam dos candidatos o conhecimento das fórmulas e nomenclaturas clássicas. Consequentemente isso faz que se tenha por parte dos professores, adotem uma abordagem direcionada ao exame, em detrimento ao pleno entendimento, ao domínio do método Princípio Fundamental da Contagem e posteriormente ao método Conceitos e Fórmulas. Diante desta realidade, especificamente nas escolas públicas estaduais, fica subentendido que é necessária uma explanação do uso de fórmulas objetivando o Enem.

Em relação aos distratores, conforme discutido na Revista Tangram e nos trabalhos de Martins e Beck (2018), podemos classificá-los de acordo com a frequência com que são escolhidos pelos estudantes.

Tabela 12 – Escala para determinar o nível de distração

Probabilidade de escolha	Classificação
0% até 10%	Não distrator
11% até 20%	Fraco
21% até 30%	Moderado
31% até 80%	Forte
81% até 100%	Absoluto

Fonte: Tabela elaborada por Martins e Beck (2018), *apud* (Silva e Beck, 2018).

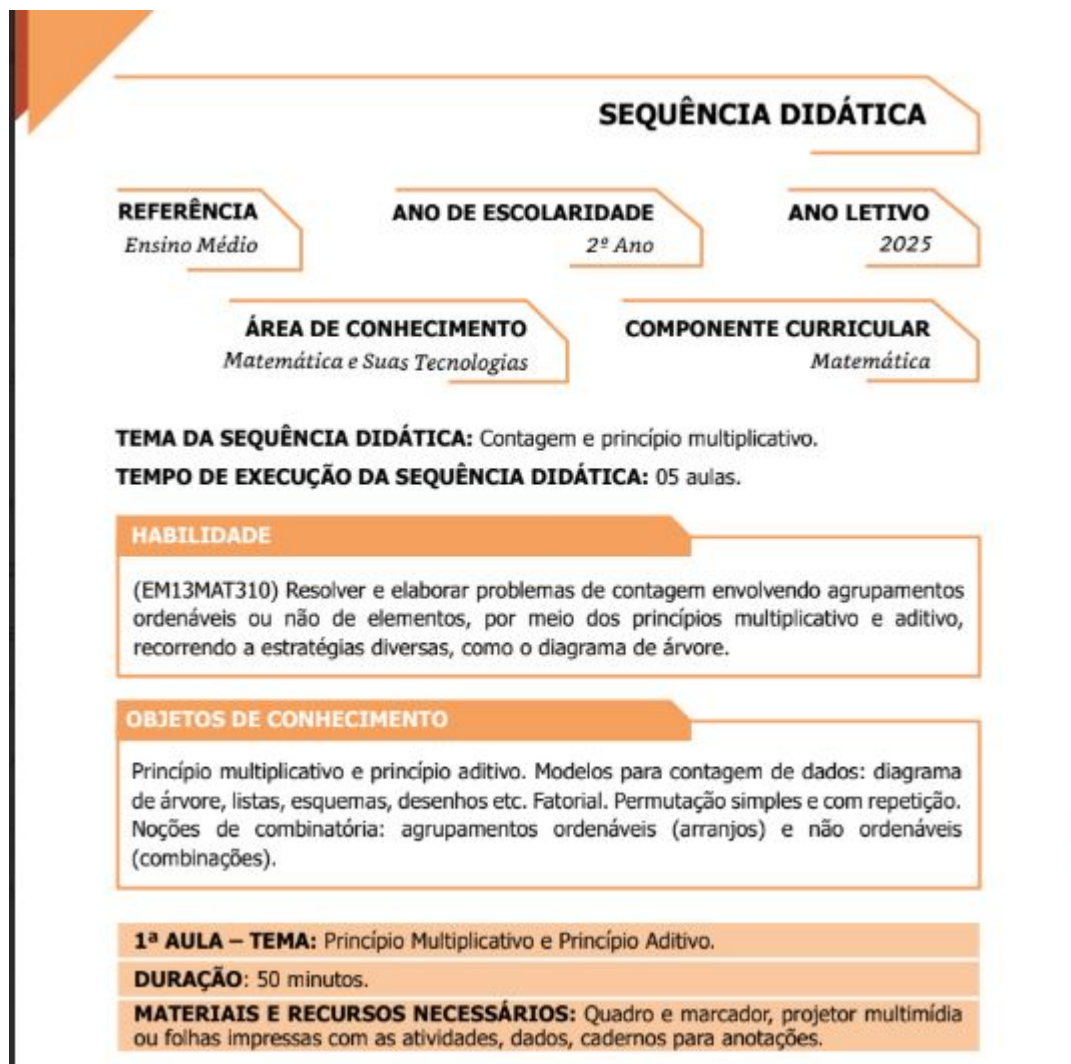
Ao analisar as questões assinaladas nos exames, percebe-se que várias apresentaram distratores caracterizados como fortes, além de um moderado e um fraco, sendo que, somente em uma questão analisada o gabarito foi a alternativa mais marcada. Com base nessa classificação, utilizada na análise de dados quantitativos, observa-se um nível elevado de distração. Na tabela abaixo, são apresentados os resultados referentes a Ouro Preto nas questões analisadas e o distrator mais marcado é classificado de acordo com Martins e Beck.

Tabela 13 – Nível de distração dos candidatos de Ouro Preto

Questão(ano)	Distrator mais marcado	Percentual	Classificação
153 (2016)	D	31%	forte
157 (2016)	C	27%	moderado
143 (2017)	C	40%	forte
161 (2018)	E	32%	forte
137 (2019)	A	35%	forte
170 (2020)	A	35%	forte
139 (2021)	D	36%	forte
150 (2022)	E	20%	fraco
139 (2024)	B	32%	forte

Observamos também que o mapa de apoio do estado de Minas Gerais ([Minas Gerais. Secretaria de Estado de Educação, 2025](#)), estabelecido pela Secretaria de Estado de Educação, indica apenas cinco aulas para abordar temas como contagem e princípio multiplicativo, o que consideramos insuficiente para o desenvolvimento do trabalho. Outro ponto que não aprofundaremos neste trabalho é a diferença entre as questões propostas no material didático e as questões propostas no Enem.

Figura 21 – Mapa de Apoio de Minas Gerais.



Fonte: Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais. Disponível em: <https://seliga.educacao.mg.gov.br/cadernos-mapa-2025/ensino-medio-2025>. Acesso em: 08 fev. 2026.

CONCLUSÃO

A Análise Combinatória é uma área da Matemática com grande aplicabilidade e um dos principais motivos para a escolha deste tema para a elaboração deste Trabalho de Conclusão de Curso foi buscar conhecer e analisar os dados de desempenho dos estudantes das escolas estaduais de Ouro Preto em questões do Enem que abordem tal tema.

A revisão bibliográfica demonstrou que não há muitos trabalhos na área de Análise Combinatória e também constatamos que, no Enem, o número de questões ligadas ao tema é relativamente baixo em cada edição.

Ao concluirmos o trabalho, pudemos perceber que o desempenho dos alunos da cidade é baixo, assim como o desempenho de alunos de escolas públicas de Minas Gerais e do Brasil, ou seja, tomando por base o Enem, podemos concluir que as habilidades esperadas dos alunos (indicadas na BNCC) e os objetos do conhecimento (indicados no Mapa de Apoio de Minas Gerais) não foram alcançadas.

Os dados que nos permitiram concluir o exposto anteriormente foram obtidos em uma plataforma que apresenta dados estatísticos do Enem, com índices de acerto e de marcação dos distratores. A ferramenta utilizada demonstrou ser útil na elaboração de diagnósticos que possam ser usados para uma melhor compreensão e para a proposição de melhorias no ensino, especialmente por mostrar quais habilidades possuem menores índices de acerto, permitindo intervenções. Analisando-se os índices de acerto, pode-se criar um planejamento na preparação dos estudantes, não apenas para futuras edições do Enem, mas, principalmente, para que tenham maior domínio do conteúdo.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, A. L. d. *Ensinando e Aprendendo Análise Combinatória com Ênfase na Comunicação Matemática: um estudo com o 2º ano do Ensino Médio*. Ouro Preto - Brasil: Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática), Universidade Federal de Ouro Preto, 2010. Citado na página 7.

Brasil. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular: ensino médio*. 2025. Disponível em: <https://www.gov.br/mec/pt-br/cne/bncc_ensino_medio.pdf>. Citado 3 vezes nas páginas 14, 15 e 16.

Brasil. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. *Exame Nacional do Ensino Médio*. 2025. Disponível em: <<https://www.gov.br/inep/pt-br/assuntos/avaliacao-e-exames-educacionais/enem>>. Citado na página 12.

Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, B. M. *Matriz de referência para o ENEM 2009*. Brasília: [s.n.], 2009. Disponível em: <https://download.inep.gov.br/download/enem/matriz_referencia.pdf>. Citado na página 13.

Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, B. M. *Matriz de referência do Exame Nacional do Ensino Médio*. 2025. Disponível em: <<https://www.gov.br/inep/pt-br/assuntos/avaliacao-e-exames-educacionais/enem>>. Citado na página 13.

Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). *Provas e gabaritos – ENEM*. 2025. Disponível em: <<https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos>>. Citado na página 20.

Minas Gerais. Secretaria de Estado de Educação. *Material de Apoio Pedagógico para Aprendizagens – MAPA 2025: Ensino Médio*. 2025. Acesso em: 10 fev. 2026. Disponível em: <<https://seliga.educacao.mg.gov.br/cadernos-mapa-2025/ensino-medio-2025>>. Citado na página 42.

MORGADO, A. C. et al. *Análise Combinatória e Probabilidade*. 11. ed. Rio de Janeiro - Brasil: SBM, 2020. (Coleção do Professor de Matemática). Citado 2 vezes nas páginas 26 e 41.

NETO, G. V. R. *A dedução de fórmulas na resolução de problemas*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Piauí, 2024. Disponível em: <https://sca.proformat-sbm.org.br/busca_tcc_det.php?id=171057973&id1=7717>. Citado 3 vezes nas páginas 7, 9 e 10.

OLIVEIRA, C. A. L. d. S. de. *Análise Combinatória: raciocínio recursivo e processos de enumeração*. 36 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro (UENF), Campos dos Goytacazes, RJ, 2015. Disponível em: <<https://uenf.br/posgraduacao/matematica/wp-content/uploads/sites/14/2017/09/16092015Carlos-Alberto-Lopes-dos-Santos-de-Oliveira.pdf>>. Citado na página 41.

OLIVEIRA, P. N. de. *A Provinha Brasil de Matemática e o conhecimento estatístico: instrumento avaliativo a ser utilizado pelo professor?* Dissertação (Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica)) — Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2012. Disponível em:

<<https://editorarealize.com.br/editora/anais/ebiapem/2011/9ac77fa4cd16f7c7061481a85c4a067f.pdf>>. Citado na página 18.

OLIVEIRA, T. S. de. O ENEM: breves considerações sobre importância avaliativa e reforma educacional. *Educação Por Escrito*, v. 7, n. 2, p. 275–285, 2016. Disponível em: <<https://revistaseletronicas.pucrs.br/poescrito/article/view/23995>>. Citado na página 12.

PENIDO, A. *Qual aluno queremos formar?*: Bncc quer formar jovens de modo integral, capazes de lidar com desafios individuais e coletivos. 2024. Disponível em: <<https://novaescola.org.br/bncc/conteudo/2/qual-aluno-queremos-formar>>. Citado na página 15.

Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT). *Dissertações*. 2025. Disponível em: <<https://profmatsbm.org.br/dissertacoes/>>. Citado na página 8.

Programa de Pós Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto. *PPGEDMAT: dissertações*. 2025. Disponível em: <<https://ppgedmat.ufop.br/disserta%C3%A7%C3%B5es>>. Citado na página 8.

REIS, J. Leal dos. *O que nos revela a teoria de resposta ao item utilizada em avaliações de grande escala*. São Paulo - Brasil: Trabalho de Conclusão de Curso, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia, 2012. Disponível em: <https://eadcampus.spo.ifsp.edu.br/pluginfile.php/86508/mod_resource/content/1/TCC%20Jessica%20Leal%20dos%20Reis.pdf>. Citado na página 13.

SANTOS, R. L. d. *Um estudo sobre a Análise Combinatória nas provas do ENEM no período de 2016 a 2022*. Macapá - Brasil: Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), Universidade Federal do Amapá, 2024. Disponível em: <<https://sca.profmatsbm.org.br/profmattcc.php?id1=7659&id2=171058410>>. Citado na página 9.

SILVA, A. J. N. d.; VIEIRA, A. R. L. (Ed.). *Pesquisas de vanguarda em matemática e suas aplicações*. Ponta Grossa, PR: Atena Editora, 2021. Disponível em: <<https://atenaeditora.com.br/catalogo/ebook/pesquisas-de-vanguarda-em-matematica-e-suas-aplicacoes>>. Citado na página 7.

SILVA, I. B. d. A. *Análise Combinatória: uma abordagem com base em questões do ENEM*. Brasília - Brasil: Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), Universidade de Brasília, 2024. Disponível em: <<https://sca.profmatsbm.org.br/profmattcc.php?id1=7535&id2=171058144>>. Citado na página 10.

SILVA, J. B. *Análise Combinatória no contexto dos concursos e vestibulares*. Ceará - Brasil: Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), Universidade Federal do Cariri, 2021. Disponível em: <<https://sca.profmatsbm.org.br/profmattcc.php?id1=5895&id2=171053185>>. Citado na página 11.

SILVA, R. Soares da. Apresentação. In: *Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental*. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2017. Disponível em: <https://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 17 jun. 2025. Citado na página 12.

SILVA, V. B. d.; BECK, V. C. Distratores monetários na prova brasil aplicada em pelotas-rs. *Tangram – Revista de Educação Matemática*, Dourados, MS, v. 1, n. 4, p. 108–127, 2018. Disponível em: <<https://ojs.ufgd.edu.br/tangram/article/view/8811/4813>>. Citado na página 41.

VENEZUELA, A. L. Análise combinatória: metodologia de apoio ao professor. *REAMEC – Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática*, v. 9, n. 1, p. e21015, jan–abr 2021. ISSN 2318-6674. Disponível em: <<https://periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/reamec/article/view/10440/7925>>. Citado na página 15.

YOKOYAMA, L. A. *BNCC do Ensino Médio – Matemática*. 2021. Acesso em: 8 jun. 2025. Disponível em: <<https://www.professoresdematematica.com.br/bncc-em-matematica.html>>. Citado na página 16.

ZBS. *ZBS Educa – ferramentas e análises para o ENEM*. 2025. Acesso em: 2 set. 2025. Disponível em: <<https://www.zbs.com.br/educa>>. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 20.