



**Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP**  
**Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas**  
**Campus João Monlevade**

---



**UFOP**  
Universidade Federal  
de Ouro Preto

# **ALOCAÇÃO DE GERADORES DISTRIBUÍDOS ORIENTADA POR FLUXO DE POTÊNCIA PROBABILÍSTICO**

**Rafael Marçal Patrocínio Gontijo**

João Monlevade, MG

2017

Rafael Marçal Patrocínio Gontijo

**Alocação de Geradores Distribuídos Orientada por Fluxo de Potência  
Probabilístico**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Universidade Federal de Ouro Preto como parte dos requisitos para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Elétrica pelo Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas da Universidade Federal de Ouro Preto.

Orientador: Prof. Dr. Carlos Henrique Nogueira de Resende Barbosa

João Monlevade, MG

2017

G641a Gontijo, Rafael Marçal Patrocínio.  
Alocação de geradores distribuídos orientada por fluxo de potência probabilístico [manuscrito] / Rafael Marçal Patrocínio Gontijo. - 2017.  
109f.: il.: color; graf.; tabs.  
Orientador: Prof. Dr. Carlos Henrique Nogueira de Resende Barbosa.  
Monografia (Graduação). Universidade Federal de Ouro Preto. Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas. Departamento de Engenharia Elétrica.  
1. Engenharia Elétrica. 2. Fluxo de potência. 3. Geração distribuída de energia elétrica. 4. Energia elétrica - Produção. I. Barbosa, Carlos Henrique Nogueira de Resende. II. Universidade Federal de Ouro Preto. III. Título.

CDU: 621.31

Catálogo: [ficha@sisbin.ufop.br](mailto:ficha@sisbin.ufop.br)



**ANEXO IV - ATA DE DEFESA**

Ao 1º dia do mês de abril de 2017, às 10 horas, no bloco C103 deste instituto, foi realizada a defesa de monografia pelo formando Rafael Marçal Patrocínio Gontijo sendo a comissão examinadora constituída pelos professores: Dr. Carlos Henrique Nogueira de Resende Barbosa, Dr. Juan Carlos Galvis Manso e Dr. Victor Costa da Silva Campos. O candidato apresentou a monografia intitulada: Alocação de Geradores Distribuídos Orientada por Fluxo de Potência Probabilístico. A comissão examinadora deliberou, por unanimidade, pela APROVAÇÃO do candidato, com a nota média 9,77, de acordo com a tabela 1. Na forma regulamentar foi lavrada a presente ata que é assinada pelos membros da comissão examinadora e pelo aluno.


Tabela 1 – Notas de avaliação da banca examinadora


Banca Examinadora	Nota
Dr. Carlos Henrique Nogueira de Resende Barbosa	9,8
Dr. Juan Carlos Galvis Manso	9,5
Dr. Victor Costa da Silva Campos	9,0
<b>Média</b>	<b>9,77</b>

João Monlevade, 01 de abril de 2017.

  
\_\_\_\_\_  
Dr. Carlos Henrique Nogueira de Resende Barbosa

  
\_\_\_\_\_  
Rafael Marçal Patrocínio Gontijo

  
\_\_\_\_\_  
Dr. Juan Carlos Galvis Manso

  
\_\_\_\_\_  
Dr. Victor Costa da Silva Campos



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP  
Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas  
Colegiado do Curso de Engenharia de Elétrica



---

## ANEXO X - TERMO DE RESPONSABILIDADE

O texto do trabalho de conclusão de curso intitulado "Alocação de Geradores Distribuídos Orientada por Fluxo de Potência Probabilístico" é de minha inteira responsabilidade. Declaro que não há utilização indevida de texto, material fotográfico ou qualquer outro material pertencente a terceiros sem a devida citação ou consentimento dos referidos autores.

João Monlevade, 01 de Abril de 2017

Rafael Marçal Patrocínio Gontijo  
Rafael Marçal Patrocínio Gontijo

## Resumo

O aumento da demanda de energia elétrica e a busca por fontes renováveis de energia têm alavancado a necessidade de formas de geração de energia que diferem dos meios convencionais. Nesse contexto, a integração da geração distribuída (GDa) aos sistemas de energia elétrica representa uma forma de gerar energia de modo descentralizado a partir de fontes renováveis. Na maioria dos casos, a potência de saída de uma unidade geradora está atrelada a algum fator externo dependente da sua fonte primária de energia. A proposta do presente trabalho é apresentar um método para a alocação ótima de geradores distribuídos (GDs) em sistemas de distribuição radiais orientada por fluxo de potência probabilístico (FPP). Dessa maneira, as incertezas associadas a cada tipo de GD são consideradas na determinação da alocação ótima de cada unidade no sistema. O Método de Estimação Pontual (do inglês, *Point Estimate Method* (PEM)) é empregado para solucionar o FPP por meio do Método de Varredura Reversa/Direta, determinando os estados da rede, fluxos de potência nas linhas e as perdas totais do sistema elétrico. Além disso, para a resolução do problema de alocação ótima de GDs com o objetivo de minimizar os custos das perdas ativas do sistema e os custos de instalação e de operação e manutenção das unidades de GDa são empregadas três diferentes meta-heurísticas: a Busca em Vizinhança Variável (do inglês, *Variable Neighborhood Search* (VNS)), a Busca Tabu (do inglês, *Tabu Search*) e o Procedimento de Busca Guloso, Aleatório e Adaptativo (do inglês, *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure* (GRASP)). Os métodos desenvolvidos foram aplicados nos sistemas de 12, 33 e 69 barras do IEEE e em um sistema real brasileiro de 136 barras visando avaliar o desempenho dos mesmos. Os resultados dos experimentos constataram que a inclusão de GDa nos sistemas contribui para a melhoria do perfil de tensão da rede e redução das perdas totais. O PEM mostrou-se capaz de representar as características incertas das unidades de GDa por meio de pontos de concentração e as meta-heurísticas implementadas provaram-se capazes de determinar configurações ótimas de alocação de GDs em uma dada rede para determinadas condições climáticas locais.

**Palavras Chaves:** Geração Distribuída, Fluxo de Potência Probabilístico, Método de Estimação Pontual, Busca em Vizinhança Variável, Busca Tabu, Procedimento de Busca Guloso, Aleatório e Adaptativo.

## Abstract

The growth of the electricity demand along with the intensification of the searching for renewable energy sources has boosted the study on reliable energy generation in a distinctly way. In this context, the integration of distributed generation with power systems represents a decentralization of the former generating scheme. In most cases, the output power of a generation unit is associated to some external factor depending of its prime energy source. The main purpose of this work is to present a method for the optimal allocation of distributed generators in radial distribution systems (RDS) whose electrical variables were estimated by means of a probabilistic power flow. Thus, uncertainties associated with each type of distributed generator unit are considered to designate the optimal allocation of those units in the RDS. The Point Estimate Method is used to solve the probabilistic power flow using a Backward/Forward Sweep method, determining the state of the system, power flows through the lines and total active power losses. Additionally, in order to solve the optimal allocation of distributed generation problem which intends to minimize the costs of the system's losses and the costs of installation and operation as well as maintenance of the distributed generation unities, three different meta-heuristics techniques are employed: VNS, Tabu Search and GRASP. The proposed methods were applied to the 12, 33 and 69 IEEE bus systems and to a real 136 bus Brazilian system. The results of the experiments have showed that the inclusion of distributed generation in a RDS contribute to the voltage profile improvement and the reduction of total active losses. The Point Estimate Method has demonstrated its capability of representing some types of uncertainties directly related to the distributed generation by means of concentration points. Also, it was possible to find optimal GDs configurations through meta-heuristics in a given system for some local climatic conditions.

**Keywords:** Distributed Generation, Probabilistic Power Flow, Point Estimate Method, VNS, Tabu Search, Greedy Randomized Adaptive Search Procedure.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Comparação entre geração convencional e distribuída.....	10
Figura 2 – Representação gráfica típica de um sistema de distribuição.....	13
Figura 3 - Modelo simples de linha de distribuição curta. ....	14
Figura 4 - Modelo de carga complexa conectada à barra k. ....	15
Figura 5 – Sistema de distribuição meramente ilustrativo usado para cálculo da matriz de sensibilidade reativa. ....	17
Figura 6 - Distribuições de Weibull para diferentes valores de K e C fixo.....	21
Figura 7 - Distribuições de Weibull para diferentes valores de C e K fixo.....	21
Figura 8 - Distribuições Beta para diferentes valores de $\alpha$ e $\beta$ fixo. ....	22
Figura 9 - Distribuições Beta para diferentes valores de $\beta$ e $\alpha$ fixo. ....	22
Figura 10 - Distribuições Normal para diferentes valores de $\mu$ e $\sigma$ fixo. ....	23
Figure 11 - Distribuições Normal para diferentes valores de $\sigma$ e $\mu$ fixo. ....	23
Figura 12 - Curva de potência típica de um gerador eólico em função da velocidade do vento. ....	26
Figura 13 - Aspecto físico dos geradores eólicos empregados nas análises computacionais realizadas. ....	27
Figura 14 - Comparação física entre painéis solares de potências nominais diferentes.....	29
Figura 15 - Fluxograma do método de varredura. ....	33
Figura 16 – Exemplo de ramo de um sistema de distribuição radial.....	34
Figura 17 - Fluxograma simplificado do método de Monte Carlo (MC). ....	38
Figura 18 - Fluxograma esquemático do método 2-PEM. ....	41
Figura 19 - Fluxograma da abordagem proposta para identificação da solução de alocação de GDs.....	43
Figura 20 - Cotação do dólar em reais empregada no modelo. ....	44
Figura 21 - Sistema de distribuição fictício - Codificação. ....	49
Figura 22 - Codificação do sistema da Figura 16. ....	49
Figura 23 - Solução vizinha obtida pela troca de barras.....	49
Figura 24 - Solução vizinha obtida pela troca de GD.....	50
Figura 25 – Esquema de progressão da exploração do espaço feita pela VNS. ....	51
Figura 26 - Sistema de 12 barras IEEE.....	57
Figura 27 - Sistema de 33 barras IEEE.....	58
Figura 28 – Sistema de 69 barras IEEE.....	58



Figura 29 - Sistema real de 136 barras. ....	59
Figura 30 - Perfil de tensão para o sistema de 12 barras. ....	62
Figura 31 – Perfil de Convergência das meta-heurísticas para o sistema de 12 barras. ....	63
Figura 32 - Perfil de tensão para o sistema de 33 barras. ....	64
Figura 33 - Convergência para o sistema de 33 barras. ....	65
Figura 34 - Perfil de tensão para o sistema de 69 barras. ....	68
Figura 35 - Perfil de tensão obtido pelo VNS para o sistema de 136 barras. ....	70
Figura 36 - Perfil de tensão obtido pela Busca Tabu para o sistema de 136 barras. ....	70
Figura 37 - Perfil de tensão obtido pelo GRASP para o sistema de 136 barras. ....	71
Figura 38 - Comparação entre métodos no sistema de 33 barras. ....	80
Figura 39 - Comparação entre métodos no sistema de 69 barras. ....	81

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Estado da arte. ....	8
Tabela 2 - Classificações de potências de GDa. ....	9
Tabela 3 - Incertezas associadas a cada tipo de GD. ....	24
Tabela 4 - Modelos de turbinas eólicas. ....	26
Tabela 5 - Modelos de geradores solares. ....	29
Tabela 6 – Parâmetros do modelo de gerador a biomassa. ....	31
Tabela 7 - Coeficientes de custo de instalação, operação e manutenção. ....	45
Tabela 8 – Codificação para os sete tipos de geradores distribuídos. ....	48
Tabela 9 – Ampacidades das linhas nos quatro sistemas de teste. ....	60
Tabela 10 – Potências de saída dos GDs – 2-PEM. ....	60
Tabela 11 - Configuração ótima para o sistema de 12 barras. ....	61
Tabela 14 – Resultados para as meta-heurísticas no sistema de 12 barras. ....	63
Tabela 15 - Configuração ótima para o sistema de 33 barras. ....	64
Tabela 18 – Meta-Heurísticas para o sistema de 33 barras. ....	65
Tabela 19 – Dados climáticos reais. ....	66
Tabela 20 – Potências de saída dos GDs obtidas pela aplicação do método de 2-PEM. ....	67
Tabela 21 - Configuração ótima para o sistema de 69 barras. ....	67
Tabela 24 – Meta-Heurísticas para o sistema de 69 barras. ....	68
Tabela 25 - Configuração ótima para o sistema de 136 barras. ....	69
Tabela 26 – Perdas de Potência Ativa para o Sistema de 136 barras. ....	69
Tabela 27 - Perfil de tensão para o sistema de 136 barras. ....	71
Tabela 28 – Meta-Heurísticas para o sistema de 136 barras. ....	72
Tabela 29 - 2-PEM x MC - 33 barras. ....	81
Tabela 30 - 2-PEM x MC - 33 barras. ....	81
Tabela 31 - 2-PEM x MC – 69 barras. ....	82
Tabela 32 - 2-PEM x MC - 69 barras. ....	82
Tabela 33 - Função Rastrigin - VNS ....	84
Tabela 34 - Função Schwefel - VNS ....	84
Tabela 35 - Função Eggholder - VNS ....	84
Tabela 36 - Função Rastrigin – Busca Tabu. ....	85
Tabela 37 - Função Schwefel - Busca Tabu ....	85
Tabela 38 - Função Eggholder - Busca Tabu ....	85

Tabela 39 - Função Rastrigin - GRASP .....	86
Tabela 40 - Função Schwefel - GRASP .....	86
Tabela 41 - Função Eggholder - GRASP .....	86
Tabela 42 - Dados do sistema de 12 barras do IEEE.....	87
Tabela 43 - Dados do sistema de 33 barras do IEEE.....	88
Tabela 44 - Dados do sistema de 69 barras do IEEE.....	89
Tabela 45 - Dados do sistema real de 136 barras. ....	91

## **LISTA DE ABREVIATURAS**

ANEEL – Agência Nacional de Energia Elétrica.

CEMIG – Companhia Energética de Minas Gerais.

FPP – Fluxo de Potência Probabilístico.

GD – Gerador Distribuído.

GDa – Geração Distribuída.

GRASP - Procedimento de Busca Guloso, Aleatório e Adaptativo.

IEEE – Instituto de Engenheiros Eletricistas e Eletrônicos.

INMET – Instituto Nacional de Meteorologia.

MATLAB – Laboratório de Matriz.

MC – Monte Carlo.

MVRD – Método de Varredura Direta/Reversa.

PDF – Função de Densidade de Probabilidade.

PRODIST - Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional.

PEM – Método de Estimação Pontual.

SEP – Sistema Elétrico de Potência.

VNS – Busca em Vizinhança Variável.

## NOMENCLATURA

$R$  – Resistência da linha.

$X$  – Reatância da linha.

$R_{km}$  – Resistência do ramo  $k - m$ .

$X_{km}$  – Reatância do ramo  $k - m$ .

$k$  –  $k$ -ésima barra.

$P_k$  – Potência ativa na  $k$ -ésima barra.

$Q_k$  – Potência reativa na  $k$ -ésima barra.

$S_k$  – Potência complexa da  $k$ -ésima barra.

$P_L$  – Potência ativa consumida.

$Q_L$  – Potência reativa consumida.

$P_g$  – Potência ativa gerada.

$Q_g$  – Potência reativa gerada.

$\mu$  – Valor médio.

$N$  – Número de amostras.

$x$  – Valor correspondente a uma amostra.

$\sigma$  – Desvio Padrão.

$A$  – Evento.

$P_{ROB}$  – Probabilidade.

$C$  – Fator de escala de uma distribuição de Weibull.

$K$  – Fator de forma de uma distribuição de Weibull.

$\alpha$  – Fator de forma de uma distribuição Beta.

$\beta$  – Fator de forma de uma distribuição Beta.

$\Gamma$  – Distribuição Gama.

$v$  – Velocidade do vento.

$P_v$  – Potência de saída de uma turbina eólica.

$P_R$  – Potência nominal de uma turbina eólica.

$v_R$  – Velocidade nominal de uma turbina eólica.

$v_{CI}$  – Velocidade mínima para início da geração de uma turbina eólica.

$v_{CO}$  – Velocidade limite máxima para geração de uma turbina eólica.

$s$  – Irradiação solar.

$P_s$  – Potência de saída de um painel solar.

$T_a$  – Temperatura ambiente.

$N_{ot}$  – Temperatura nominal de operação de uma célula fotovoltaica.

$T_c$  – Temperatura de uma célula fotovoltaica.

$I_{sc}$  – Corrente de curto circuito.

$k_i$  – Coeficiente de temperatura da corrente.

$V_{oc}$  – Tensão de circuito aberto.

$k_v$  – Coeficiente de temperatura da tensão.

$V_{MPP}$  – Tensão de máxima potência.

$I_{MPP}$  – Corrente de máxima potência.

$FF$  – Fill Factor de uma célula fotovoltaica.

$n_a$  – Número de arranjos de painéis solares.

$H$  – Valor de queima de uma biomassa.

$V_k$  – Magnitude da tensão na  $k$ -ésima barra.

$\theta_k$  – Ângulo da tensão na  $k$ -ésima barra.

$G_{km}$  – Condutância do ramo  $k - m$ .

$B_{km}$  – Susceptância do ramo  $k - m$ .

$I_k$  – Corrente na carga conectada na  $k$ -ésima barra.

\* – Conjugado complexo.

$I_{km}$  – Corrente no ramo  $k - m$ .

$F_m$  – Conjunto das barras alimentadas pela  $m$ -ésima barra.

$P_{loss}$  – Perdas ativas totais.

p.u. – Por unidade.

$H_{max}$  – Valor máximo de queima de uma biomassa.

$H_{min}$  – Valor mínimo de queima de uma biomassa.

$P_H$  – Potência de saída de um GD baseado em biomassa.

$S_B$  – Superfície de produção de uma biomassa.

$\delta$  – Densidade líquida de uma biomassa.

$\eta_e$  – Eficiência do motor utilizado no processo de conversão.

$T$  – Tempo de funcionamento da planta que produz a energia a partir da biomassa.

$Y$  – Vetor de variáveis de saída aleatórias.

$X$  – Vetor de variáveis de entrada aleatórias.

$Y^{(k)}$  –  $k$ -ésima iteração do vetor de variáveis de saída aleatórias.

$X^{(k)}$  –  $k$ -ésima iteração do vetor de variáveis de entrada aleatórias.

$L$  – Quantidade de pontos de concentração do PEM.

$\lambda$  – Coeficiente de assimetria.

$n$  – Quantidade de variáveis incertas.

$\varepsilon$  – Localização dos pontos de concentração.

$p$  – Peso do ponto de concentração.

$\chi$  – Ponto de concentração.

$F$  – Função objetivo do problema de otimização.

$C_{perdas}$  – Custo das perdas ativas do sistema.

$C_{GD}$  – Custo das unidades de GDa.

$C_E$  – Custo da energia

$C_I$  – Custo de instalação das unidades de GDa.

$C_{OM}$  – Custo de operação e manutenção das unidades de GDa.

$V_{min}$  – Limite mínimo de tensão em todas barras do sistema.

$V_{max}$  – Limite máximo de tensão em todas barras do sistema.

$I_{max,km}$  – Corrente máximo no ramo  $k - m$ .

$\eta_{GD}$  – Número de GDs conectadas ao sistema.

$\eta_{max,GD}$  – Número máximo de GDs que podem ser alocados no sistema.

$\eta_{GD,k}$  – Número de GDs conectadas em uma barra  $k$  do sistema.

$C_{max}$  – Limite de custo máximo.

$\mathcal{S}_o$  – Solução inicial.

$\mathcal{S}$  – Solução.

$\mathcal{S}'$  – Solução vizinha.

$\mathcal{S}^*$  – Solução ótima.

$N^k(\mathcal{S})$  – Vizinhança em torno da solução.

$r$  – Número de estruturas de vizinhança.

$f$  – Função de mérito gulosa.

$\alpha$  – Nível de gula do algoritmo.

$\alpha_k$  – Fator de sensibilidade de perdas.

# SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	1
1.1	Motivação.....	2
1.2	Objetivos Primários.....	3
1.2.1	Objetivos Secundários .....	4
1.3	Estado da Arte .....	4
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....	9
2.1	Geração Distribuída.....	9
2.1.1	Tipos de Geradores Distribuídos .....	10
2.1.2	Benefícios da Geração Distribuída .....	11
2.1.3	Desafios da Geração Distribuída .....	12
2.2	Sistemas de Distribuição .....	13
2.2.1	Modelagem das Linhas de Distribuição.....	14
2.2.2	Modelagem das Cargas.....	15
2.3.1	Modelo de GD – Barra PQ.....	16
2.3.2	Modelo de GD – Barra PV.....	16
2.4	Conceitos Estatísticos e Probabilísticos .....	18
2.4.1	Valor Médio .....	19
2.4.2	Desvio Padrão .....	19
2.4.3	Probabilidade .....	19
2.4.4	Variável Aleatória.....	20
2.4.5	Função de Densidade de Probabilidade .....	20
2.5	Modelagem Probabilística dos Geradores Distribuídos .....	24



2.5.1	Gerador Eólico .....	24
2.5.1.1	Modelos de Geradores Eólicos.....	26
2.5.2	Gerador Solar .....	27
2.5.2.1	Modelos de Geradores Solares .....	28
2.5.3	Gerador a Biomassa .....	30
2.5.3.1	Modelo de Gerador a Biomassa .....	30
3	METODOLOGIA.....	32
3.1	Fluxo de Potência Monofásico.....	32
3.2	Método de Varredura .....	33
3.2.1	Cálculo das correntes de carga.....	34
3.2.2	Etapa Reversa.....	34
3.2.3	Etapa Direta .....	35
3.2.4	Cálculo das Perdas Ativas.....	35
3.3	Fluxo De Potência Probabilístico.....	35
3.3.1	Definição.....	35
3.3.2	Formulação Básica.....	36
3.3.3	Métodos Probabilísticos.....	36
3.3.3.1	Monte Carlo.....	37
3.3.3.2	Point Estimate Method.....	38
3.4.1	Modelo Matemático do Problema de Otimização de GDs .....	43
3.4.1.1	Função Objetivo .....	43
3.4.1.2	Restrições .....	45
3.4.2	Meta-Heurísticas para Otimização de Natureza Combinatória .....	47
3.4.2.1	Codificação.....	48
3.4.2.2	Variable Neighborhood Search - VNS.....	50

3.4.2.3	Busca Tabu .....	52
3.4.2.4	Greedy Randomized Adaptive Search Procedure – GRASP .....	53
3.4.3	Análise de Sensibilidade de Perdas.....	55
4	TESTES E RESULTADOS .....	57
4.2	Sistema de 12 Barras .....	60
4.3	Sistema de 33 Barras .....	63
4.4	Sistema de 69 Barras .....	66
4.5	Sistema de 136 Barras .....	69
5	CONCLUSÕES.....	73
5.1	Sugestões de Trabalhos Futuros.....	74
	REFERÊNCIAS.....	75

# 1 INTRODUÇÃO

No cenário brasileiro atual do mercado de energia elétrica, os custos financeiros e os riscos devido às dificuldades construtivas para a expansão dos sistemas de geração, transmissão e distribuição podem se tornar demasiadamente altos graças à extensão geográfica do país, à variabilidade climática e de relevo, à diversidade tecnológica instalada, além das práticas de planejamento conservadoras e algumas até mesmo ultrapassadas. Portanto, é de extrema importância investigar a geração de energia elétrica a partir de recursos renováveis como alternativa para atender à demanda de uma dada localidade em tempo reduzido e, dependendo das condições, de modo isolado e independente do sistema elétrico interligado nacional. Para tal, a geração convencional de energia é preterida em favor da geração distribuída (GDa).

Segundo Viral e Khatod (2012), a GDa refere-se a unidades geradoras de energia elétrica diretamente conectadas à rede de distribuição ou situada no perímetro do consumidor. Ainda, diversas vantagens podem ser obtidas quando a GDa bem dimensionada é incorporada ao sistema de distribuição. Tais benefícios incluem a melhoria no perfil de tensão, a diminuição das perdas de potência ativa e o aumento da confiabilidade do sistema.

Com o intuito de determinar a melhor localização de unidades de GDa em um processo de alocação, métodos matemáticos devem ser utilizados para possibilitar o reconhecimento do estado da rede elétrica avaliada em regime permanente senoidal. Nesse caso, o fluxo de potência pode ser utilizado para determinar o estado da rede, além de viabilizar o cálculo das correntes, dos fluxos de potência nas linhas e, em última instância, das perdas de potência (MONTICELLI, 1983).

A grande maioria dos métodos de cálculo de fluxo de potência convencionais são métodos determinísticos, ou seja, tratam a geração e a demanda para uma dada rede como variáveis fixas. Nesse caso, as incertezas que podem estar presentes no sistema são desconsideradas (CHEN; CHEN; BAK-JENSEN, 2008). Caso contrário, a consideração de incertezas pode ser feita durante o cálculo dos fluxos de potência obtidos de um método de cálculo de fluxo de potência probabilístico (FPP). Nele, as incertezas associadas às variáveis de entrada de natureza aleatória são consideradas na resolução e influenciam as variáveis de saída (SANTOS, 2008).

O problema de alocação ótima de GDs pode ser definido basicamente como a busca pelo tipo, localização e tamanho ótimos de unidades de GDa em um sistema de distribuição. A resolução deste problema é de extrema importância, pois a alocação ótima de GDs possibilita melhorar a confiabilidade, perfil de tensão e perdas de potência ativa em um sistema elétrico. Além disso, pela alocação ótima é possível diminuir os custos de investimento e de operação e de manutenção de um dado sistema (JORDEHI, 2016). Existem diversos algoritmos de otimização e funções de objetivo que são utilizadas para resolver o problema de alocação ótima de geradores distribuídos. Neste trabalho, o problema de alocação será tratado com o objetivo de minimizar os custos das perdas ativas do sistema de distribuição e dos custos de instalação, de operação e de manutenção das unidades de GDa.

## 1.1 Motivação

De acordo com Viral e Khatod (2012), a alocação ótima de unidades de GDa em um sistema de distribuição pode produzir melhorias de natureza técnica, econômica e ambiental. Esses benefícios variam de acordo com o tipo de gerador distribuído (GD) a exemplo dos geradores eólicos, dos geradores solares e dos geradores a biomassa.

Nem sempre as unidades de GDa são capazes de manter um valor fixo de potência gerada, dependendo, muitas vezes, da fonte de energia primária. Tal aspecto confere algum grau de incerteza às potências de saída das unidades de GDa. Dessa forma, surge então a motivação de um método que considere as incertezas associadas a cada tipo de GD no processo de alocação destas unidades em um sistema de distribuição.

Os métodos determinísticos na forma original desconsideram as incertezas presentes no problema de planejamento de expansão de um sistema elétrico e, por isso, os resultados esperados de uma análise podem divergir de forma significativa da realidade de um sistema avaliado. É evidente, portanto, a necessidade de utilizar uma abordagem probabilística como forma de tratar a presença de GDa em uma rede elétrica.

A técnica de FPP foi escolhida para tratar o problema de planejamento com incertezas associadas a cada tipo de unidade de GDa e o Point Estimate Method (PEM) foi usado como método de resolução desse tipo de técnica. Tal método destaca-se pela considerável redução do

esforço computacional quando comparado a outros métodos probabilísticos clássicos como o método de Monte Carlo (MC).

Uma meta-heurística é um processo iterativo que age como uma guia para uma heurística com o objetivo de encontrar de forma eficiente o ótimo de um problema de otimização. Essa classe de método é considerada a forma mais recente de resolução de problemas complexos de otimização (VIRAL; KHATOD, 2012). O problema de alocação ótima de GDs é um problema de natureza combinatória, propício ao uso de meta-heurísticas, uma vez que algoritmos exatos são incapazes de obter soluções de boa qualidade em um tempo prático viável (REIS, 2013). Nesse trabalho, as meta-heurísticas Busca em Vizinhança Variável (do inglês, Variable Neighborhood Search (VNS)), Busca Tabu (do inglês, Tabu Search) e Procedimento de Busca Guloso, Aleatório e Adaptativo (do inglês, Greedy Randomized Adaptive Search Procedure (GRASP)) foram utilizadas como forma de resolução do problema de alocação ótima de GDs.

## 1.2 Objetivos Primários

O objetivo principal deste trabalho é a concepção e a implementação de um método de alocação de geradores distribuídos em um sistema de distribuição, utilizando o ambiente matemático MATLAB<sup>TM</sup>, aliado ao tratamento básico da natureza probabilística desses geradores. O objetivo é minimizar os custos das perdas ativas do sistema de distribuição e os custos de instalação, operação e manutenção das unidades de GDa por meio das meta-heurísticas.

Além disso, são considerados três tipos diferentes de unidades de GDa: geradores eólicos, geradores solares e geradores a biomassa. Cada tipo de unidade possui uma modelagem das incertezas associada que deve ser levada em consideração durante a resolução do fluxo de potência.

### 1.2.1 Objetivos Secundários

São eles:

- Implementar um método de fluxo de potência para sistemas de distribuição radiais;
- Implementar modelos probabilísticos relativos aos três tipos de unidades de GDa consideradas;
- Simular os diferentes modelos de cada tipo de unidade de GDa com parâmetros e dados reais;
- Implementar o método de Monte Carlo para servir como base de comparação com o método de FPP desenvolvido;
- Desenvolver o modelo matemático do problema de alocação ótima de GDs;
- Implementar as técnicas de meta-heurísticas VNS, Busca Tabu e GRASP para solucionar o problema de otimização;
- Realizar testes em sistemas de distribuição reais e em sistemas da literatura especializada, considerando as características externas como o comportamento dos ventos e a incidência solar de uma localização geográfica real.

### 1.3 Estado da Arte

O estudo da incorporação da geração distribuída (GDa) ao sistema elétrico e seus desdobramentos tem se intensificado muito nos últimos anos devido à necessidade de se aprimorar o atual cenário de geração de energia elétrica e aos incentivos no uso de energias de fontes renováveis e formas alternativas não agressivas do ponto de vista do impacto ambiental. Algumas publicações científicas relacionadas à GDa e ao FPP que foram utilizadas para o desenvolvimento do presente trabalho são brevemente abordadas a seguir.

Em (VILLANUEVA; PAZOS; FEIJOO, 2011), os autores apresentaram um procedimento de cálculo do fluxo de potência probabilístico em uma rede elétrica mediante a presença de turbinas eólicas. Nele, foi realizada uma modelagem da turbina eólica e a velocidade do vento era obtida a partir de uma distribuição de Weibull. O fluxo de potência CC foi empregado juntamente com a consideração da natureza probabilística dos geradores, cargas e turbinas eólicas. Métodos de convolução e transformada de Fourier foram usados para tratar as

incertezas presentes no problema. Testes foram realizados nos sistemas IEEE 14-RTS (VILLANUEVA; PAZOS; FEIJOO, 2011) e IEEE 96-RTS (VILLANUEVA; PAZOS; FEIJOO, 2011). Os resultados obtidos pelo fluxo CC foram comparados aos resultados alcançados pelo método MC, que é o método mais comum para solucionar o fluxo de potência probabilístico.

Sistemas de distribuição radiais que incorporam painéis solares foram analisados em (RUIZ-RODRIGUEZ; HERNANDEZ; JURADO, 2012). Os modelos dos painéis solares definiam suas potências de saída dependentes da irradiação solar. As cargas do sistema também foram modeladas pelo seu comportamento estocástico. O fluxo de potência probabilístico foi resolvido a partir da Expansão de Cornish-Fisher, em que os momentos e cumulantes das variáveis aleatórias são calculados. A técnica apresentada foi testada no sistema radial de 33 barras do IEEE (BARAN; WU, 1989a). O método MC foi usado para fins de comparação de resultados.

Em (VICENTE; CAIRE; HADJSAID, 2012) uma nova técnica analítica baseada na queda de tensão foi desenvolvida para resolver o fluxo de potência probabilístico em sistemas radiais com a presença de turbinas eólicas. A potência de saída das turbinas eólicas foi modelada de acordo com a velocidade do vento, considerada uma variável aleatória. Além disso, o modelo das cargas retratou um comportamento probabilístico. Testes foram realizados em um sistema de distribuição radial de 28 barras (KHODR et al., 2006). Os resultados foram comparados com aqueles obtidos pelo método MC.

A análise das incertezas presentes em unidades de GDa foi realizada em (LI; ZIO, 2012a) para adequar a modelagem das mesmas quando presentes em sistemas de distribuição. Para tal, painéis solares foram modelados em função da irradiação solar segundo uma distribuição Beta e turbinas eólicas foram modeladas em função da velocidade do vento segundo uma distribuição de Weibull. A Teoria da Evidência foi utilizada pelos autores para tratar as incertezas presentes. Os testes foram realizados em um sistema modificado a partir do sistema de distribuição radial de 34 barras do IEEE (LI; ZIO, 2012a).

Uma nova vertente do PEM foi proposta em (MOHAMMADI; SHAYEGANI; ADAMINEJAD, 2013) para tratar as incertezas presentes em um sistema elétrico. Essas incertezas podem estar presentes nas unidades de geração ou nas cargas e foram modeladas por

diferentes distribuições. No referido trabalho, o PEM convencional foi inicialmente avaliado e, em seguida, um novo método foi proposto. Testes foram realizados em um sistema modificado a partir do sistema de 14 barras do IEEE (MOHAMMADI; SHAYEGANI; ADAMINEJAD, 2013). Os resultados do método proposto foram comparados aos resultados obtidos por diferentes vertentes do PEM e pelo método MC. Segundo os autores, aumentar a quantidade de pontos de concentração presentes neste novo método é mais imediato do que no método convencional.

Em (RUIZ-RODRIGUEZ; GOMEZ-GONZALEZ; JURADO, 2013), os autores consideraram um sistema de distribuição radial com a presença de GDa baseada em biomassa. As cargas do sistema e as unidades de GDa foram modeladas de acordo com as incertezas presentes. A biomassa considerada foi o azeite de oliva. Além disso, o método de Expansão de Cornish-Fisher foi utilizado para considerar as incertezas presentes no sistema e os resultados foram comparados com o método MC. Os resultados foram testados no sistema de distribuição radial de 33 barras do IEEE (BARAN; WU, 1989a).

A presença de painéis solares e turbinas eólicas em um sistema de potência foram tratadas em (AIEN et al., 2014). Os painéis solares foram modelados de acordo com a irradiação solar que segue uma distribuição Beta e as turbinas eólicas, por sua vez, foram modeladas de acordo com a velocidade do vento que segue uma distribuição Weibull. Essas incertezas presentes no problema em questão foram tratadas por meio do 2-PEM. Ainda em (AIEN et al., 2014), um método 2-PEM modificado foi usado para considerar a correlação entre as variáveis incertas. Os métodos foram testados nos sistemas Wood & Wollenberg de 6 barras e no sistema de 118 barras do IEEE (ZIMMERMAN; MURILLO-SANCHEZ; GAN, 2006). O tempo de execução do método 2-PEM modificado foi comparado ao método MC, mostrando ser o primeiro consideravelmente mais rápido.

Em (KEFAYAT; ARA; NIAKI, 2015), um método de alocação ótima probabilística de unidades de GDa foi discutido. A presença de incertezas no problema foi resolvida por um método de resolução de FPP. Nos sistemas considerados, as unidades de GDa, que apresentaram alguma incerteza associada, foram turbinas eólicas modeladas em função da velocidade do vento, considerada como variável aleatória e seguia uma distribuição de Weibull. Já as cargas do sistema apresentavam um comportamento estocástico e seguiam uma distribuição Normal. Os



autores utilizaram o PEM para tratar as incertezas presentes e os métodos foram testados nos sistemas de distribuição de 33 (BARAN; WU, 1989a) e 69 (BARAN; WU, 1989b) barras do IEEE.

Em (ROCCHETTA; LI; ZIO, 2015), o comportamento de sistemas foi analisado mediante a inclusão de GDa sob condições de tempo extremas. Como as unidades de GDa estão diretamente vinculadas às condições de tempo, os autores admitiam que as mesmas fossem analisadas em condições extremas de tempo. A velocidade do vento seguia uma distribuição de Weibull e a irradiação solar era descrita por uma distribuição Beta. Foram ainda realizadas a modelagem de veículos elétricos e baterias para armazenamento de energia. O método MC foi utilizado para tratar as incertezas presentes tanto em condições normais quanto em condições extremas de tempo. Testes foram realizados no sistema de 13 barras do IEEE (KERSTING, 2001).

A necessidade de se considerar o comportamento incerto das unidades de GDa foi enfatizada em (GUPTA, 2016). Para tal, quatro modelos diferentes de turbinas eólicas, cada qual com suas incertezas associadas, foram analisados. Os métodos 3-PEM e 5-PEM foram utilizados para solucionar o fluxo de potência probabilístico e os resultados foram comparados aos obtidos pelo método MC. Testes foram realizados no sistema de 118 barras do IEEE (GUPTA, 2016) com a consideração de cenários onde havia ou não a correlação entre cargas e turbinas eólicas.

A Tabela 1 apresenta o estado da arte brevemente discutido de forma sumarizada.

Tabela 1 - Estado da arte.

Referência Bibliográfica	Unidades de GDa	Incertezas Presentes	Método de FPP	MC como método de comparação	Sistemas de teste
(VILLANUEVA; PAZOS; FEIJOO, 2011)	Gerador eólico.	Velocidade do vento.	Métodos de convolução e transformada de Fourier.	Sim.	14-RTS IEEE; 96-RTS IEEE.
(RUIZ-RODRIGUEZ; HERNANDEZ; JURADO, 2012)	Gerador solar.	Irradiação solar; Cargas.	Expansão de Cornish-Fisher.	Sim.	33 barras IEEE.
(VICENTE; CAIRE; HADJSAID, 2012)	Gerador eólico.	Velocidade do vento.	Baseado na queda de tensão.	Sim	28 barras.
(LI; ZIO, 2012a)	Gerador solar; Gerador eólico.	Irradiação solar; Velocidade do vento.	Teoria da Evidência.	Não.	34 barras IEEE modificado.
(MOHAMMADI; SHAYEGANI; ADAMINEJAD, 2013)	-	Unidades de geração; Cargas.	PEM modificado.	Sim.	14 barras IEEE.
(RUIZ-RODRIGUEZ; GOMEZ-GONZALEZ; JURADO, 2013)	Gerador a Biomassa.	Calor de queima.	Expansão de Cornish-Fisher.	Sim.	33 barras IEEE.
(AIEN et al., 2014)	Gerador solar; Gerador eólico.	Irradiação solar; Velocidade do vento.	2-PEM; 2-PEM modificado.	Sim.	Wood & Wollenberg 6 barras; 118 barras IEEE.
(KEFAYAT; ARA; NIAKI, 2015)	Gerador eólico.	Velocidade do vento; Cargas.	PEM.	Não.	33 barras IEEE; 69 barras IEEE.
(ROCCHETTA; LI; ZIO, 2015)	Gerador solar; Gerador eólico.	Irradiação solar; Velocidade do vento.	Monte Carlo.	Não.	113 barras IEEE.
(GUPTA, 2016)	Gerador eólico.	Velocidade do vento.	3-PEM; 5-PEM.	Sim.	118 barras IEEE.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1 Geração Distribuída

Segundo Jordehi (2016) as unidades de GDa são unidades de geração de pequena escala, instaladas em sistemas de distribuição nas proximidades de centros de cargas. Por sua vez, a ANEEL (Agência Nacional de Energia Elétrica) define a GDa como a geração de energia elétrica próxima ao local de consumo. Segundo a CEMIG (Companhia Energética de Minas Gerais), a GDa é basicamente a produção sistêmica descentralizada de energia elétrica no próprio local ou nas proximidades de onde essa energia é consumida. Geralmente, as unidades de GDa são de pequeno porte, variando de poucos kW a algumas dezenas de MW.

Existem diversas classificações de unidades de GDa em relação às suas respectivas potências. A Tabela 2 mostra a classificação de acordo com alguns trabalhos da literatura técnica especializada.

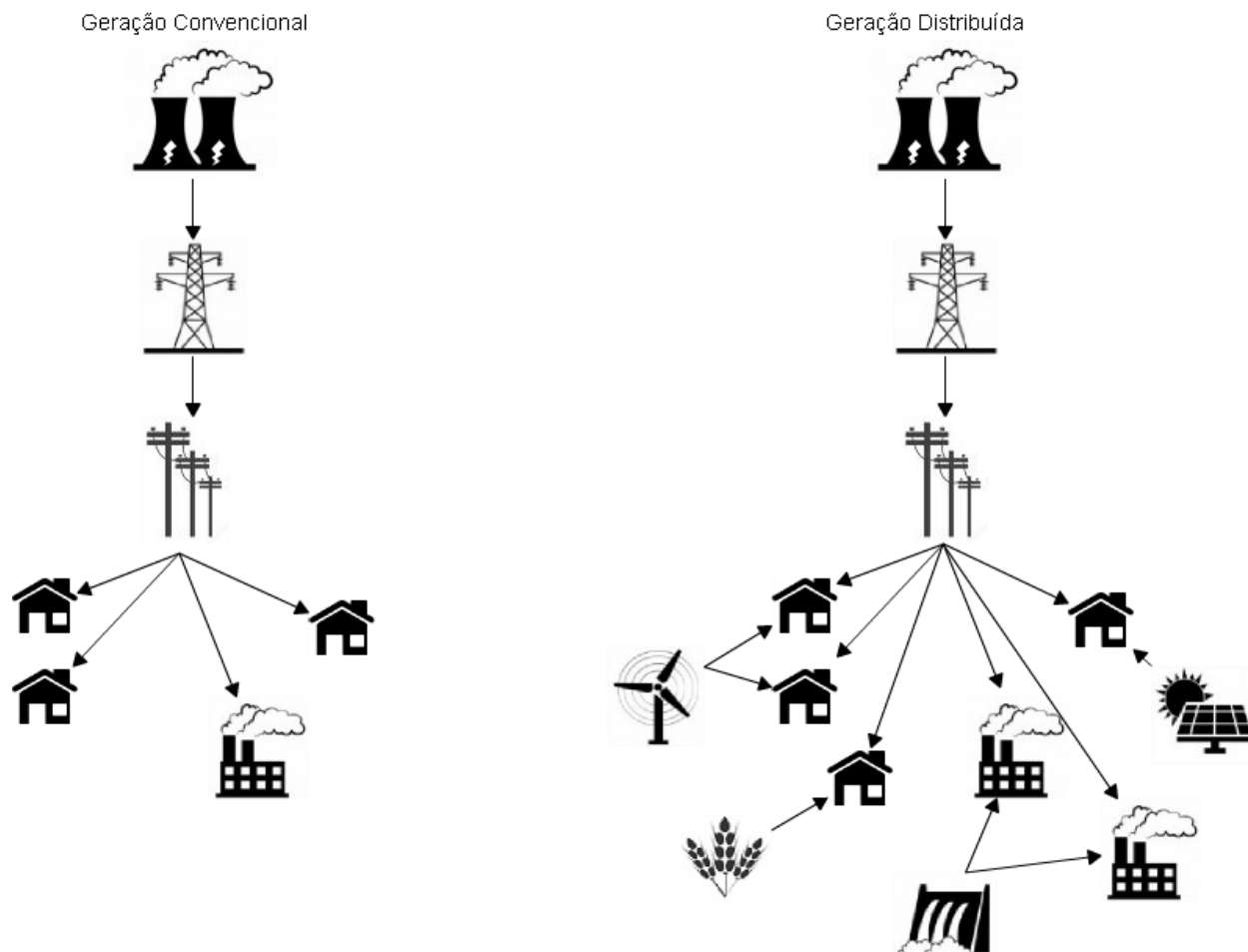
Tabela 2 - Classificações de potências de GDa.

Referência	Micro GDa	Pequena GDa	Média GDa	Grande GDa
(ACKERMANN; ANDERSSON; SÖDER, 2001)	< 5 kW	5 kW a 5 MW	5 MW a 50 MW	50 MW a 300 MW
(SEVERINO, 2011)	< 10 kW	10 kW a 500 kW	500 kW a 30 MW	> 30 MW
(LORA; HADDAD, 2006)	< 10 kW	10 kW a 500 kW	500 kW a 5 MW	5 MW a 100 MW

Geradores distribuídos sempre foram bastante utilizados em áreas rurais remotas onde os custos de transmissão e distribuição são elevados (VIRAL; KHATOD, 2012). Entretanto, nos últimos anos, a presença de GDs em regiões de alta densidade demográfica tem se tornado cada vez maior devido às vantagens que estes oferecem e às dificuldades relacionadas aos novos investimentos de transmissão e distribuição (VIRAL; KHATOD, 2012).

A Figura 1 apresenta uma comparação ilustrativa entre a geração convencional e a geração distribuída.

Figura 1- Comparação entre geração convencional e distribuída.



### 2.1.1 Tipos de Geradores Distribuídos

Atualmente, diferentes tipos de tecnologia são empregados na criação de GDs. Uma breve descrição dos tipos mais comuns de GDs é listada a seguir (JORDEHI, 2016):

- 1) Geradores a diesel: tipo mais popular de tecnologia utilizada. Funcionam bem para operações autônomas e podem ser ligados ou desligados a qualquer momento.
- 2) Microturbinas: são mecanismos simples e de alta velocidade que utilizam gases naturais e biogás como combustíveis. Por emitirem gases poluentes, não são favoráveis ao meio ambiente. Porém, geram menos poluentes do que outros combustíveis fósseis a exemplo dos geradores a diesel.
- 3) Células a combustível: são unidades que convertem energia química de um combustível em energia elétrica através de uma reação química. São eficientes e de

baixo impacto para o meio ambiente. Normalmente, elas utilizam hidrogênio como combustível.

- 4) Pequenas Centrais Hidrelétricas: é o tipo mais comum de energia renovável utilizada no mundo. Geram energia elétrica a partir da força gravitacional das quedas d'água. Possui baixa emissão de poluentes e custos relativamente baixos.
- 5) Geradores a Biomassa: dá-se por meio da conversão de energia elétrica a partir da matéria orgânica incinerada. Possui um grande potencial de crescimento e desenvolvimento para a diversificação da matriz energética.
- 6) Geradores Solares: estruturas compostas de células fotovoltaicas que convertem energia solar em energia elétrica. Conectam-se à rede elétrica necessariamente por meio de circuito inversor. Representam uma forma de energia limpa, sustentável e abundante. O preço dessa tecnologia tem diminuído ao longo dos últimos anos graças a incentivos governamentais que estimulam o uso de energias renováveis. A principal desvantagem dessas estruturas é que não geram uma potência constante visto que a potência de saída depende da incidência da radiação solar e da temperatura.
- 7) Geradores Eólicos: produzem energia limpa e livre de emissão de poluentes a partir da energia contida nas rajadas de vento. Assim como os geradores fotovoltaicos, sua potência gerada não é constante, pois depende de fatores externos, sendo, nesse caso, a velocidade do vento. Geralmente, complementam os geradores solares, uma vez que normalmente dias sem sol tendem a ser ventosos e vice-versa. É um dos tipos de tecnologia que mais tem crescido nos últimos anos.

Nesse trabalho, são estudados os geradores eólicos, geradores solares e os geradores a biomassa. Eles serão explicados detalhadamente na Seção 2.5.

### **2.1.2 Benefícios da Geração Distribuída**

A geração distribuída apresenta diversos benefícios quando implementada de forma correta em locais adequados. Tais benefícios podem ser de natureza técnica, econômica, ambiental e social. Alguns dos muitos aspectos positivos dos GDs são mencionados a seguir (JORDEHI, 2016) (VIRAL; KHATOD, 2012):

- 1) Melhoria do perfil de tensão no sistema elétrico;
- 2) Redução das perdas de potência ativa no sistema elétrico;
- 3) GDs de fontes renováveis não oferecem maiores problemas à degradação do meio ambiente devido a não emissão de poluentes;
- 4) Escolha bastante apropriada para as áreas rurais onde o custo de transmissão e distribuição é elevado;
- 5) Atenuação de sobrecargas nos alimentadores do sistema de distribuição;
- 6) Melhoria da confiabilidade, qualidade e segurança do sistema elétrico;
- 7) Devido à gama de fontes de energia, aumentam a competição no mercado de energia elétrica e, com isso, melhoram a qualidade da mesma e promovem o decréscimo do custo da energia para os consumidores;
- 8) Eliminam o pico de demanda, diminuindo os custos de operação de um sistema; e
- 9) Redução de investimentos em capacidade instalada.

### **2.1.3 Desafios da Geração Distribuída**

Apesar dos diversos benefícios proporcionados pela geração distribuída, os GDs podem acrescentar alguns desafios ao sistema elétrico. Algumas das limitações do uso de GDs são listadas a seguir (JORDEHI, 2016):

- 1) Reversão do sentido convencional dos fluxos de potência (unidirecional) nos trechos do sistema de distribuição, tendo origem em barras consumidoras finais ou intermediárias e fluindo para outras barras do sistema elétrico;
- 2) Dependência de fatores externos como, por exemplo, da irradiação solar e da velocidade do vento, no caso de algumas tecnologias renováveis;
- 3) Podem gerar flutuações de tensão;
- 4) Quando não devidamente projetados, os GDs podem degradar o perfil de tensão da rede ou aumentar as perdas de potência ativa;
- 5) Podem injetar componentes harmônicos no sistema;
- 6) Podem causar instabilidade no sistema elétrico quando mal dimensionados ou mal alocados.

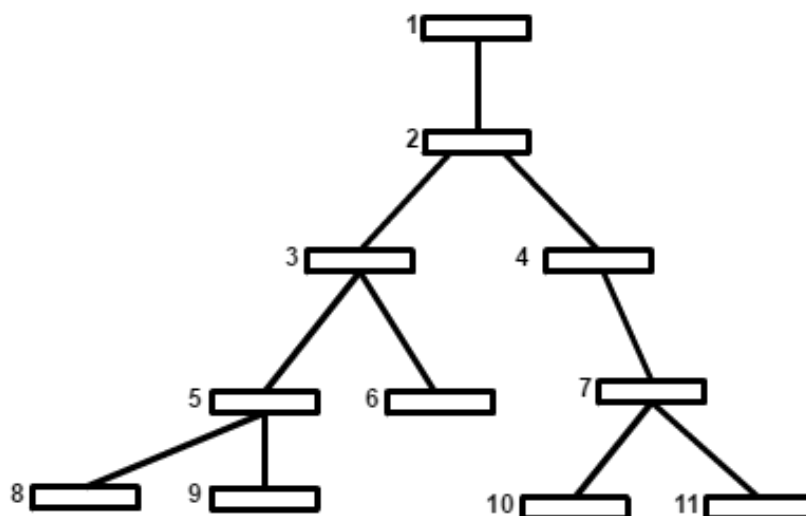
## 2.2 Sistemas de Distribuição

Os sistemas de distribuição são caracterizados por uma topologia tipicamente radial, enquanto os sistemas de transmissão operam normalmente em topologia malhada. Tal característica dos sistemas de distribuição implica na existência de um único caminho entre o consumidor e a subestação. Os sistemas radiais são mais utilizados nas redes de distribuição, pois possuem menor custo e maior simplicidade no seu planejamento, construção, mecanismos de proteção e operação (CARVALHO, 2006).

Ademais, os sistemas de distribuição apresentam uma razão típica entre a reatância série e a resistência série ( $X/R$ ) consideravelmente menor se comparada aos sistemas de transmissão. Tal aspecto implica em problemas numéricos quando os métodos de cálculo de fluxo de potência mais utilizados em sistemas de transmissão são aplicados a sistemas de distribuição (CARVALHO, 2006). Essa dificuldade de convergência numérica cria a clara necessidade de emprego de métodos de cálculo de fluxo de potência especificamente adaptados para os sistemas de distribuição.

Na Figura 2, um sistema de distribuição típico com a barra 1 representando a subestação e as barras restantes representando os consumidores (cargas) ou barras de passagem é apresentado. As linhas entre os nós representam as linhas de distribuição que interconectam as barras de um sistema elétrico.

Figura 2 – Representação gráfica típica de um sistema de distribuição.



Os componentes do sistema de distribuição devem ser modelados matematicamente para que as equações de fluxo de potência sejam solucionadas. É importante ressaltar que a modelagem dos componentes deva ser realizada de acordo com a complexidade do problema a ser tratado. Modelos muito simples podem não representar as características principais de um determinado componente de rede. Caso o modelo seja muito complexo, o custo computacional para realizar a análise requerida pode ser proibitivamente alto ou até mesmo ser irrealizável.

Os modelos das linhas de distribuição e das cargas utilizados para solucionar o problema de fluxo de potência são apresentados nas próximas subseções.

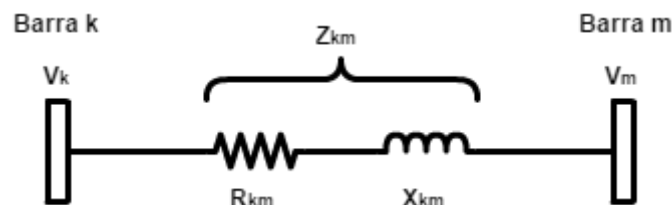
### 2.2.1 Modelagem das Linhas de Distribuição

As linhas de distribuição que interconectam as barras do sistema foram modeladas por uma impedância série, seguindo o modelo de linha curta. Dessa forma, a linha que conecta as barras  $k$  e  $m$  é modelada como uma associação série entre uma resistência  $R_{km}$  e uma reatância indutiva  $X_{km}$  (PANTUZI, 2006).

Como mostrado na Figura 3, a impedância série que representa a linha de distribuição entre as barras  $k$  e  $m$  é dada por:

$$Z_{km} = R_{km} + jX_{km} \quad (1)$$

Figura 3 - Modelo simples de linha de distribuição curta.



O inverso da impedância série corresponde à admitância série da linha, composta pela condutância  $G_{km}$  e pela susceptância  $B_{km}$ :

$$Y_{km} = G_{km} + jB_{km} \quad (2)$$

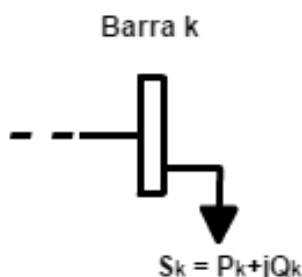


### 2.2.2 Modelagem das Cargas

Em um sistema de distribuição, as cargas podem ser especificadas pela potência complexa consumida. Elas podem ser modeladas por uma potência ativa e reativa constantes, por uma corrente constante ou por uma admitância constante (PANTUZI, 2006).

Dos modelos citados acima, aquele que caracteriza a carga como uma potência ativa e reativa constantes é o mais comum na literatura e, por isso, optou-se por utilizá-lo no presente trabalho. Desse modo, uma dada carga com potência ativa líquida  $P_k$  e potência reativa líquida  $Q_k$  conectada a uma barra  $k$  pode ser representada como mostrado na Figura 4.

Figura 4 - Modelo de carga complexa conectada à barra  $k$ .



### 2.3 Modelagem de Geradores Distribuídos

Na literatura técnica especializada, dois tipos de modelos de GDs são predominantes quando presentes em um sistema elétrico. Nesses modelos, as unidades de GDa são representadas como cargas negativas (modelo PQ) ou como barras de geração (modelo PV). No primeiro modelo, a unidade de GDa injeta potência ativa e reativa constantes na rede, enquanto no segundo a injeção de potência reativa depende do nível desejado de tensão na barra e a potência ativa injetada é mantida constante.

De acordo com Moghaddas-Tafreshi e Mashhour (2009), para determinar o modelo mais adequado para cada classe de GD é necessário conhecer o tipo de operação do GD e sua forma de conexão à rede. Adotando tal sistemática, os geradores eólicos e os geradores a biomassa são modelados como nós PQ e o gerador solar como nó PV (MOGHADDAS-TAFRESHI; MASHHOUR, 2009).

É importante ressaltar que, independente do modelo empregado, a potência injetada por uma unidade de GDa pode ser constante ou estocástica, dependendo da abordagem utilizada.

Nesse trabalho, a potência injetada por um GD varia conforme fatores externos e, portanto, é estocástica. Este tópico será tratado com mais detalhes na Seção 2.5.

### 2.3.1 Modelo de GD – Barra PQ

Considerando uma barra  $k$  com carga especificada por uma potência ativa  $P_L$  e reativa  $Q_L$ , ao conectar um GD modelado como um nó PQ com potência ativa  $P_g$  e reativa  $Q_g$ , as potências líquidas nesta barra são dadas por (MISHRA; DAS; PAUL, 2014):

$$P_k = P_L - P_g \quad (3)$$

$$Q_k = Q_L - Q_g \quad (4)$$

ou seja, o GD comporta-se como uma carga negativa.

### 2.3.2 Modelo de GD – Barra PV

Quando o GD é modelado como um nó PV, é necessário realizar um processo para determinar a quantidade de potência reativa que deve ser injetada para manter a tensão na barra na qual o GD está conectado em um nível desejado. Esse processo é um método de compensação para nós PV, demonstrado a seguir (MOGHADDAS-TAFRESHI; MASHHOUR, 2009):

Passo 1) Realizar o fluxo de potência considerando inicialmente todos os GDs como nós PQ.

Passo 2) Checar se a diferença entre a magnitude da tensão calculada na barra  $k$  na qual o GD está conectado e o nível desejado de tensão está abaixo da tolerância estabelecida por meio da Equação 5:

$$\Delta V_k = |V_k^{esp}| - |V_k^{calc}| \quad (5)$$

em que  $\Delta V_k$  denota a diferença de tensão,  $V_k^{esp}$  é o nível de tensão desejado/especificado na barra  $k$  e  $V_k^{calc}$  é a tensão calculada na barra  $k$  pelo método de cálculo de fluxo de potência.

Passo 3) Se  $\Delta V_k$  for menor que a tolerância estabelecida então o método convergiu para o valor especificado. Do contrário, deve-se calcular a quantidade de potência reativa adicional necessária

a ser injetada pelo GD para manter a tensão na barra  $k$  no nível desejado. Desconsiderando a variação da tensão com a potência ativa, a quantidade de potência reativa  $Q$  necessária para realizar a compensação é dada por:

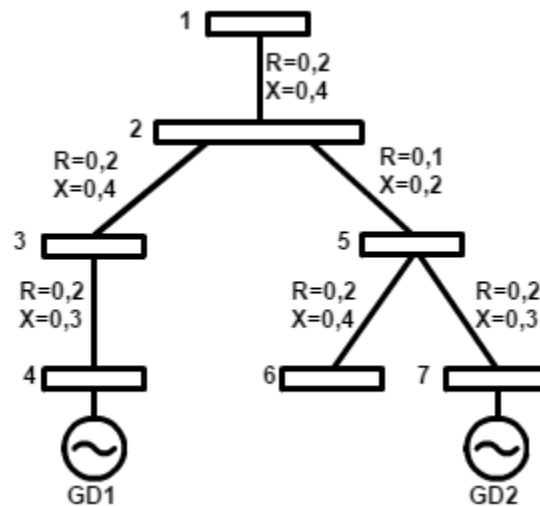
$$X \cdot \Delta Q = \Delta V \quad (6)$$

$$\Delta Q = \Delta V \cdot X^{-1} \quad (7)$$

em que  $X$  é a matriz de sensibilidade reativa ( $n \times n$ ) correspondente aos  $n$  nós PV que não convergiram para o nível de tensão desejado. Os elementos da diagonal principal da matriz  $X$ ,  $X_{kk}$ , equivalem à soma das reatâncias de todas as linhas da barra  $k$  do caminho que leva até o nó raiz. Os elementos fora da diagonal principal,  $X_{km}$ , correspondem à soma das reatâncias das linhas coincidentes ou compartilhadas pelos dois caminhos estabelecidos: da barra  $k$  até o nó raiz e da barra  $m$  até o nó raiz. A quantidade  $\Delta Q$  denota um vetor-coluna formado pelas injeções de potência reativa dos nós PVs que não convergiram e a quantidade  $\Delta V$  é a diferença de tensão dos nós que não convergiram em relação à tensão desejada/especificada. Então, a matriz de sensibilidade reativa para o sistema fictício, apresentado na Figura 5, é dada por:

$$X = \begin{bmatrix} X_{12} + X_{23} + X_{34} & X_{12} \\ X_{12} & X_{12} + X_{25} + X_{57} \end{bmatrix} \rightarrow X = \begin{bmatrix} 0,11 & 0,4 \\ 0,4 & 0,9 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Figura 5 – Sistema de distribuição meramente ilustrativo usado para cálculo da matriz de sensibilidade reativa.



Passo 4) Para cada nó PV que não convergiu, se  $\Delta V_k > 0$ , então a unidade de GDa deve produzir potência reativa para manter a tensão próxima do desejado. Portanto, a nova injeção de potência reativa  $Q_k^{novo}$  é dada por:

$$Q_k^{novo} = Q_k^{velho} + \Delta Q_k \quad (9)$$

Por sua vez, se  $\Delta V_k < 0$  a unidade de GDa deve absorver potência reativa (ou reduzir a produção). Ou seja:

$$Q_k^{novo} = Q_k^{velho} - \Delta Q_k \quad (10)$$

Passo 5) Como na realidade os geradores possuem limites físicos de injeção de potência reativa, é necessário verificar se a quantidade extra de potência reativa injetada encontra-se dentro dos limites do GD. Caso a nova potência reativa injetada esteja fora dos limites (inferior ou superior) do gerador, a tensão de referência é penalizada e a injeção recebe o valor do limite violado. Ou seja, se  $\Delta Q_k < Q_k^{min}$ ,  $\Delta Q_k$  recebe o valor de  $Q_k^{min}$  e  $V_k^{esp} = V_k^{esp} + 0,01$ . Outrossim, se  $\Delta Q_k > Q_k^{max}$ ,  $\Delta Q_k$  recebe o valor de  $Q_k^{max}$  e  $V_k^{esp} = V_k^{esp} - 0,01$ .

O método de compensação finaliza quando todos os nós PV, sem exceção, estiverem com suas tensões dentro dos limites desejados ou quando o processo atingir um número máximo de iterações previamente estabelecido. Tal número máximo de iterações também é importante para evitar que a compensação atinja valores elevados de injeção de reativos no sistema que não condizem com a prática.

## 2.4 Conceitos Estatísticos e Probabilísticos

No decorrer do trabalho, serão introduzidos métodos e modelagens que utilizam parâmetros estatísticos e probabilísticos em suas definições. Portanto, alguns conceitos básicos de estatística e probabilidade são introduzidos a seguir. Esses conceitos são utilizados para representar, de forma reduzida, um conjunto de dados levando em consideração suas características mais relevantes.

### 2.4.1 Valor Médio

O valor médio ( $\mu$ ), ou média aritmética, é o conceito mais utilizado para representar uma série de valores. É uma medida de posição central que se dá pela razão entre a soma de todos os elementos e a cardinalidade (número de elementos) (BUSSAB; MORETTIN, 2004). Matematicamente, é dada por:

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (11)$$

em que  $N$  corresponde ao número de amostras de uma variável e  $x$  são os valores correspondentes às  $N$  amostras.

### 2.4.2 Desvio Padrão

Segundo Bussab e Morettin (2004), a representação de um conjunto de dados por uma única medida de posição central não fornece informações a respeito da variabilidade do conjunto. Portanto, é importante utilizar uma medida que represente a dispersão dos dados em torno de sua média. Para tal, utiliza-se o desvio padrão ( $\sigma$ ). Tal medida é capaz de representar os desvios dos valores em relação à média aritmética. Matematicamente, é dada por:

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^N \frac{(x_i - \mu)^2}{N - 1}} \quad (12)$$

### 2.4.3 Probabilidade

De acordo com Bussab e Morettin (2004), um modelo probabilístico pode ser estabelecido por um espaço amostral formado por todos os resultados possíveis em um dado experimento e por uma probabilidade de ocorrência de cada ponto amostral do espaço a ser encontrado. Tal probabilidade é um valor numérico situado no intervalo entre 0 e 1, em que o primeiro indica um evento impossível e o segundo um evento certo.

$$0 \leq P_{ROB}(A) \leq 1 \quad (13)$$

#### 2.4.4 Variável Aleatória

Um conceito bastante utilizado em probabilidade é o de variável aleatória. Uma variável aleatória, diferentemente de uma variável determinística que possui sempre o mesmo valor, pode assumir diversos valores, cada um associado a uma probabilidade de ocorrência (TIETJEN, 2012).

#### 2.4.5 Função de Densidade de Probabilidade

Toda variável aleatória possui uma função de densidade de probabilidade (do inglês, *Probability Density Function* (PDF)) associada. Tal função representa uma lista de probabilidades associadas a cada possível valor da variável aleatória.

Existem diversos modelos de PDFs que variam de acordo com a distribuição das probabilidades da variável aleatória. Tais PDFs são, muitas vezes, utilizadas para descrever os fenômenos que apresentam algum grau de incerteza associado a seus comportamentos. Nesse trabalho, as distribuições de Weibull, Beta e Normal são empregadas para modelar as incertezas associadas aos diferentes tipos de GDs que serão apresentados na Seção 2.5.

A distribuição de Weibull é uma PDF representada por dois parâmetros: um de escala  $C$  e outro de forma  $K$ . Uma variável aleatória  $x$  qualquer é descrita pela distribuição de Weibull se sua frequência de ocorrência é dada por (KEFAYAT; ARA; NIAKI, 2015):

$$f(x) = \left(\frac{K}{C}\right) \left(\frac{x}{C}\right)^{K-1} e^{-\left(\frac{x}{C}\right)^K} \quad (14)$$

A Figura 6 apresenta curvas da distribuição de Weibull para um  $C$  fixo e diferentes valores de  $K$ . Por sua vez, a Figura 7 apresenta curvas da distribuição de Weibull para um  $K$  fixo e diferentes valores de  $C$ .

Figura 6 - Distribuições de Weibull para diferentes valores de K e C fixo.

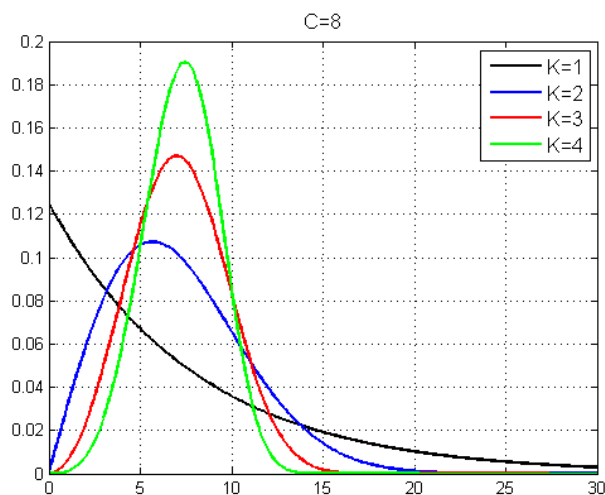
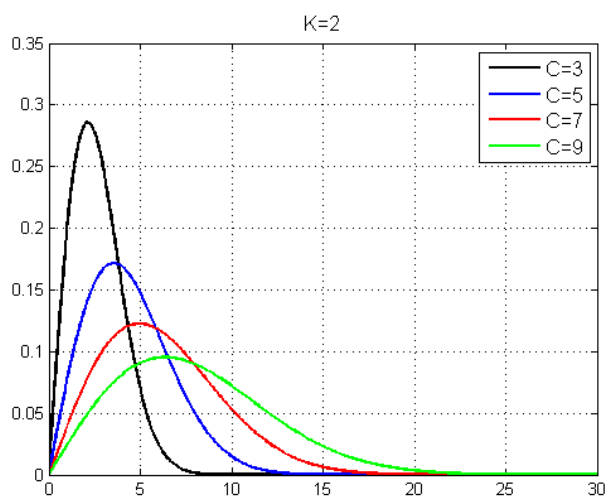


Figura 7 - Distribuições de Weibull para diferentes valores de C e K fixo.



A distribuição Beta é uma PDF caracterizada por dois parâmetros de forma:  $\alpha$  e  $\beta$ . Uma variável aleatória  $x$  qualquer é descrita pela distribuição Beta se sua frequência de ocorrência é dada por:

$$f(x) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha) \Gamma(\beta)} x^{(\alpha-1)} (1-x)^{\beta-1} \quad (15)$$

para  $0 \leq x \leq 1$ ,  $\alpha \geq 0$ ,  $\beta \geq 0$  e  $\Gamma$  representa uma distribuição Gama, que possui um parâmetro de escala e um parâmetro de forma (LI; ZIO, 2012b).

A Figura 8 apresenta curvas da distribuição Beta para um  $\beta$  fixo e diferentes valores de  $\alpha$ . Por sua vez, a Figura 9 apresenta curvas da distribuição de Beta para um  $\alpha$  fixo e diferentes valores de  $\beta$ .

Figura 8 - Distribuições Beta para diferentes valores de  $\alpha$  e  $\beta$  fixo.

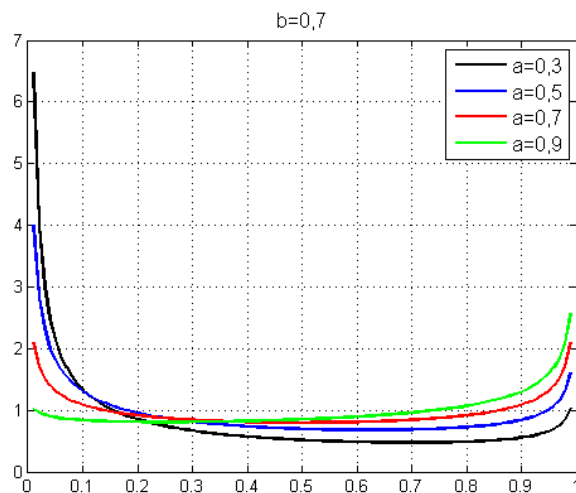
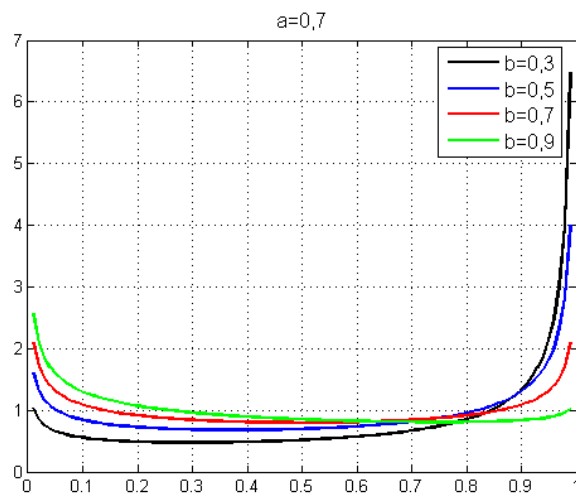


Figura 9 - Distribuições Beta para diferentes valores de  $\beta$  e  $\alpha$  fixo.





A distribuição normal é caracterizada por dois parâmetros: a média  $\mu$  e desvio padrão  $\sigma$ . A frequência de ocorrência de uma variável  $x$  que segue uma distribuição normal é dada por (KEFAYAT; ARA; NIAKI, 2015):

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (16)$$

A Figura 10 apresenta curvas da distribuição Beta para um  $\sigma$  fixo e diferentes valores de  $\mu$ . Por sua vez, a Figura 11 apresenta curvas da distribuição de Weibull para um  $\mu$  fixo e diferentes valores de  $\sigma$ .

Figura 10 - Distribuições Normal para diferentes valores de  $\mu$  e  $\sigma$  fixo.

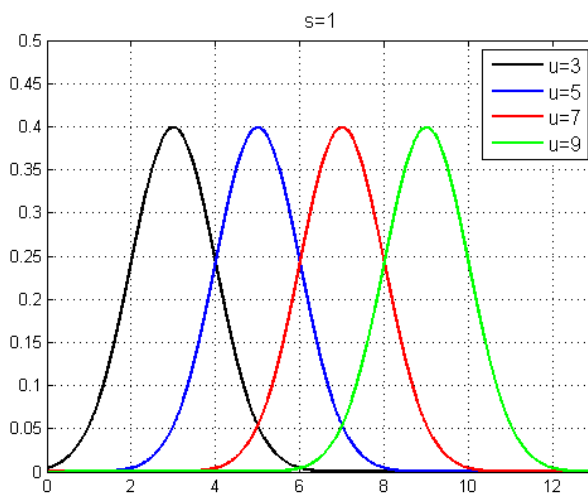
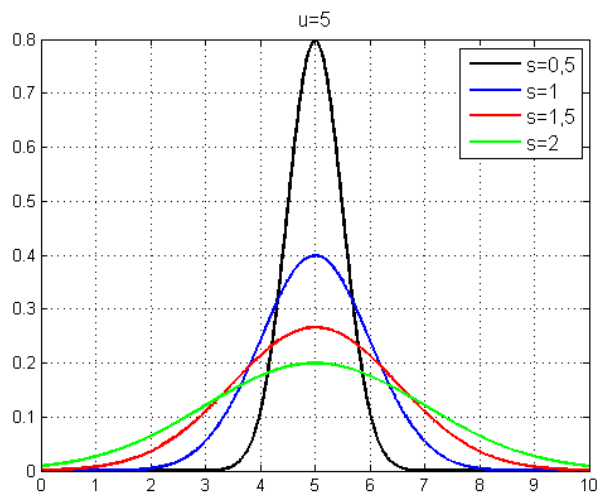


Figure 11 - Distribuições Normal para diferentes valores de  $\sigma$  e  $\mu$  fixo.



## 2.5 Modelagem Probabilística dos Geradores Distribuídos

Nesta seção, são introduzidos os modelos probabilísticos dos diferentes tipos de GDs que são utilizados neste trabalho: geradores eólicos, geradores solares e geradores a biomassa. Como visto na seção anterior, todos os modelos apresentam alguma incerteza associada à sua potência gerada de saída que varia segundo uma determinada PDF. A Tabela 3 sumariza de forma sucinta a natureza da incerteza associada a cada tipo de GD e relaciona à PDF que descreve o seu comportamento. Para que um modelo seja mais realístico, as incertezas devem ser consideradas no processo de análise do fenômeno estudado. A seguir, cada tipo de GD será explicado em detalhes e serão apresentados os diferentes modelos com diferentes dimensões de cada tipo.

Tabela 3 - Incertezas associadas a cada tipo de GD.

<b>Tipo de GD</b>	<b>Incerteza Associada</b>	<b>PDF</b>
Gerador Eólico	Velocidade do Vento	Weibull
Gerador Solar	Irradiação Solar	Beta
Gerador a Biomassa	Calor de Queima	Normal

### 2.5.1 Gerador Eólico

A potência de saída de um gerador eólico é intrinsecamente dependente da velocidade do vento em um dado instante de tempo. Entretanto, a velocidade do vento não possui um valor fixo, ela sofre alterações de acordo com diversos fatores como, por exemplo, a localização geográfica e o horário do dia. Como a velocidade do vento é uma variável aleatória, ela deve seguir o comportamento de uma PDF.

A distribuição de Weibull é utilizada para modelar a frequência de ocorrência de uma velocidade do vento  $v$  em m/s de acordo com um parâmetro de escala  $C$ , em m/s, e um parâmetro de forma  $K=2$ , adimensional (KEFAYAT; ARA; NIAKI, 2015). Quando a distribuição de Weibull possui um parâmetro de forma com valor igual a 2, ela é chamada de distribuição de Rayleigh.

É possível obter o fator de escala de uma distribuição de Weibull com base nos dados da velocidade do vento para um dado local. Para tal, utiliza-se o valor médio da velocidade do vento no local ( $\mu_v$ ). Dessa forma, tem-se que (VILLANUEVA; PAZOS; FEIJOO, 2011):

$$\mu_v = \frac{\sqrt{\pi}}{2} C \quad (17)$$

ou seja,

$$C = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \mu_v \quad (18)$$

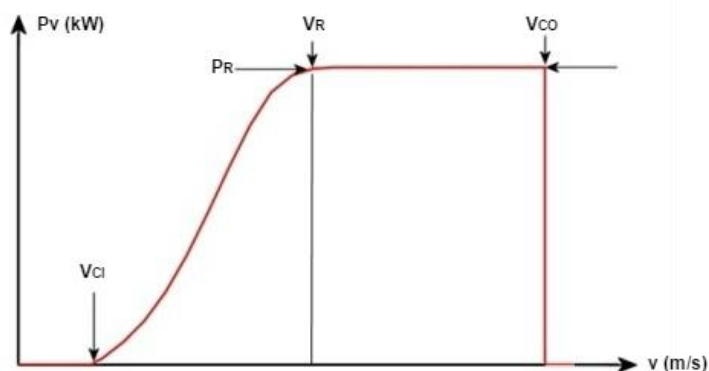
A potência de saída  $P_v$  de uma dada turbina eólica é dada em função da velocidade do vento  $v$ . Segundo Villanueva, Pazos e Feijoo (2011), a curva de potência de uma turbina eólica pode ser modelada por uma função quadrática da seguinte forma:

$$P_v(v) = \begin{cases} 0, & v \leq v_{CI} \\ P_R \frac{v^2 - v_{CI}^2}{v_R^2 - v_{CI}^2}, & v_{CI} < v \leq v_R \\ P_R, & v_R < v \leq v_{CO} \\ 0, & v \geq v_{CO} \end{cases} \quad (19)$$

em que  $P_R$  é a potência nominal da turbina [kW],  $v_R$  é a velocidade nominal [m/s],  $v_{CI}$  é a velocidade mínima para início da geração (do inglês, *cut in wind speed*) [m/s] e  $v_{CO}$  é a velocidade limite máxima para geração (do inglês, *cut out wind speed*) [m/s].

Por meio dos parâmetros de uma distribuição de Weibull é possível gerar uma série de valores aleatórios de velocidades do vento e, então, por meio do modelo apresentado, obter a potência de saída de uma turbina eólica para cada velocidade do vento. A Figura 6 mostra uma curva de potência típica de um gerador eólico.

Figura 12 - Curva de potência típica de um gerador eólico em função da velocidade do vento.



### 2.5.1.1 Modelos de Geradores Eólicos

Nesse trabalho, são considerados três tipos de modelos de geradores eólicos que são apresentados na Tabela 4.

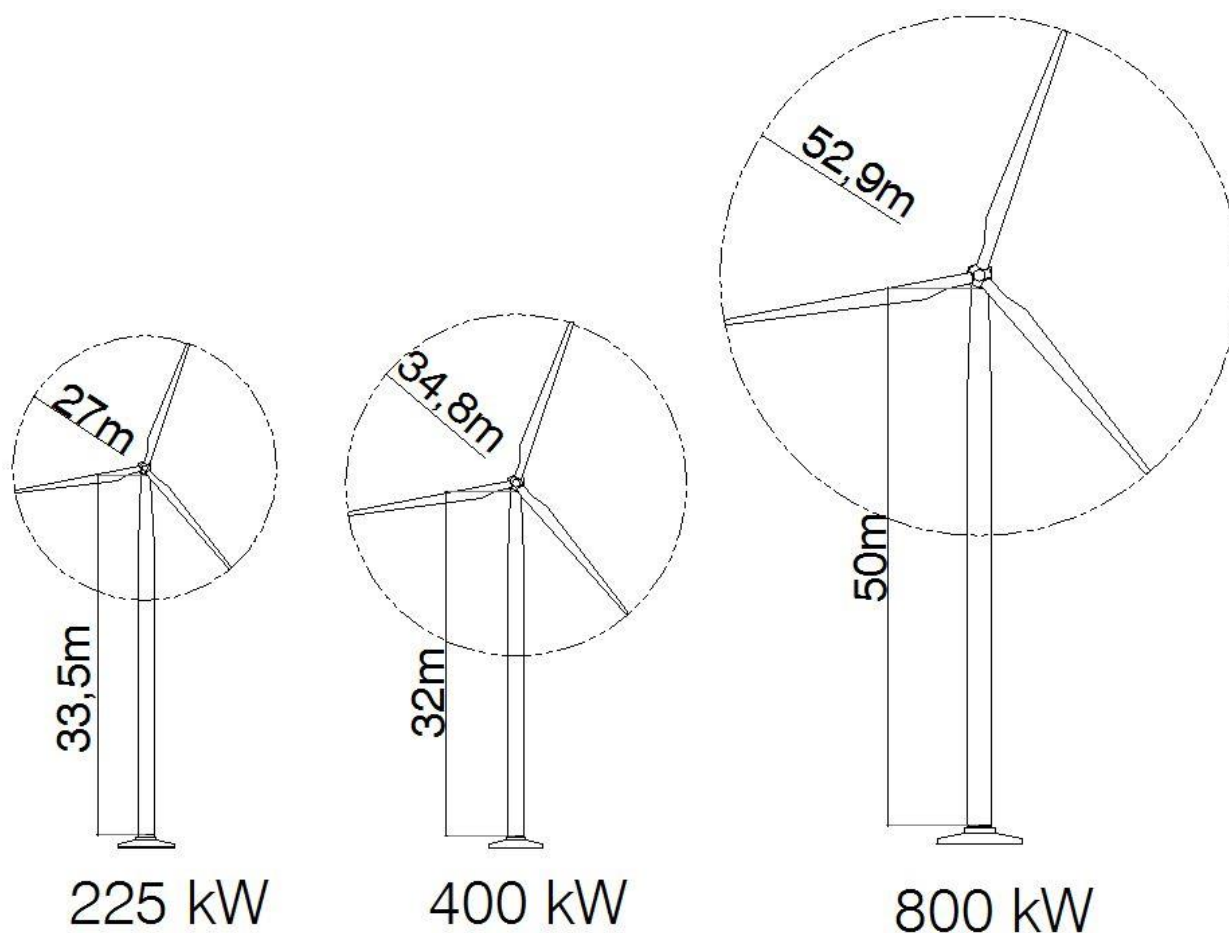
Tabela 4 - Modelos de turbinas eólicas.

	<b>Modelo 1</b>	<b>Modelo 2</b>	<b>Modelo 3</b>
Modelo	Vestas V27	Vestas V34	Enercon E53
Parâmetros	$v_{CI} = 3,5 \text{ m/s}$ $v_{CO} = 25 \text{ m/s}$ $v_R = 14 \text{ m/s}$ $P_R = 225 \text{ kW}$	$v_{CI} = 4 \text{ m/s}$ $v_{CO} = 20 \text{ m/s}$ $v_R = 13,5 \text{ m/s}$ $P_R = 400 \text{ kW}$	$v_{CI} = 3 \text{ m/s}$ $v_{CO} = 28 \text{ m/s}$ $v_R = 13 \text{ m/s}$ $P_R = 800 \text{ kW}$

Os parâmetros apresentados na Tabela 4 estão relacionados a modelos de geradores eólicos reais que podem ser encontradas no endereço eletrônico de seus respectivos fabricantes juntamente com os tamanhos físicos das mesmas (ENERCON) (VESTAS, a) (VESTAS, b).

A Figura 13 apresenta uma comparação dos tamanhos físicos dos modelos de geradores eólicos que serão utilizados para a validação dos modelos matemáticos. Pela mesma figura, é possível obter uma comparação visual entre o diâmetro do rotor e a altura do cubo dos geradores de acordo com suas potências nominais.

Figura 13 - Aspecto físico dos geradores eólicos empregados nas análises computacionais realizadas.



### 2.5.2 Gerador Solar

Um gerador solar é um dispositivo formado por diversas células fotovoltaicas que são capazes de converter energia solar em energia elétrica. A quantidade de energia convertida, ou seja, a potência de saída gerada por uma célula fotovoltaica depende, além dos parâmetros construtivos da célula, de uma variável aleatória: a irradiação solar. Segundo Rocchetta, Li e Zio (2015), a irradiação solar  $s$ , dada em  $\text{kW/m}^2$ , pode ser modelada por uma distribuição Beta. Os parâmetros de forma  $\alpha$  e  $\beta$  podem ser calculados com base no valor médio  $\mu_s$  e no desvio padrão  $\sigma_s$  da irradiação solar para uma dada localização (KAYAL; CHANDA, 2015):

$$\alpha = \frac{\mu_s \beta}{(1 - \mu_s)} \quad (20)$$

$$\beta = (1 - \mu_s) \left( \frac{\mu_s (1 + \mu_s)}{(\sigma_s)^2} - 1 \right) \quad (21)$$

Por sua vez, a potência de saída de um gerador solar  $P_s$  pode ser obtida a partir das Equações 22 a 26, considerando uma irradiação solar aleatória (ROCCHETTA; LI; ZIO, 2015).

$$T_c = T_a + s \left( \frac{N_{ot} - 20}{0.8} \right) \quad (22)$$

$$I = s(I_{sc} + k_i(T_c - 25)) \quad (23)$$

$$V = V_{oc} + k_v T_c \quad (24)$$

$$FF = \frac{V_{MPP} I_{MPP}}{V_{oc} I_{sc}} \quad (25)$$

$$P_s(s) = n_a \times FF \times V \times I \quad (26)$$

em que  $T_a$  é a temperatura ambiente [°C],  $N_{ot}$  é a temperatura nominal de operação da célula [°C],  $T_c$  é a temperatura da célula [°C],  $I_{sc}$  é a corrente de curto-circuito [A],  $k_i$  é o coeficiente de temperatura da corrente [mA/°C],  $V_{oc}$  é a tensão de circuito aberto [V],  $k_v$  é o coeficiente de temperatura da tensão [mV/°C],  $V_{MPP}$  é a tensão de máxima potência [V],  $I_{MPP}$  é a corrente de máxima potência [A],  $FF$  é a eficiência (do inglês, *Fill Factor*) e  $n_a$  é o número de arranjos. A potência de saída do gerador solar  $P_s$  é dada em watts [W].

### 2.5.2.1 Modelos de Geradores Solares

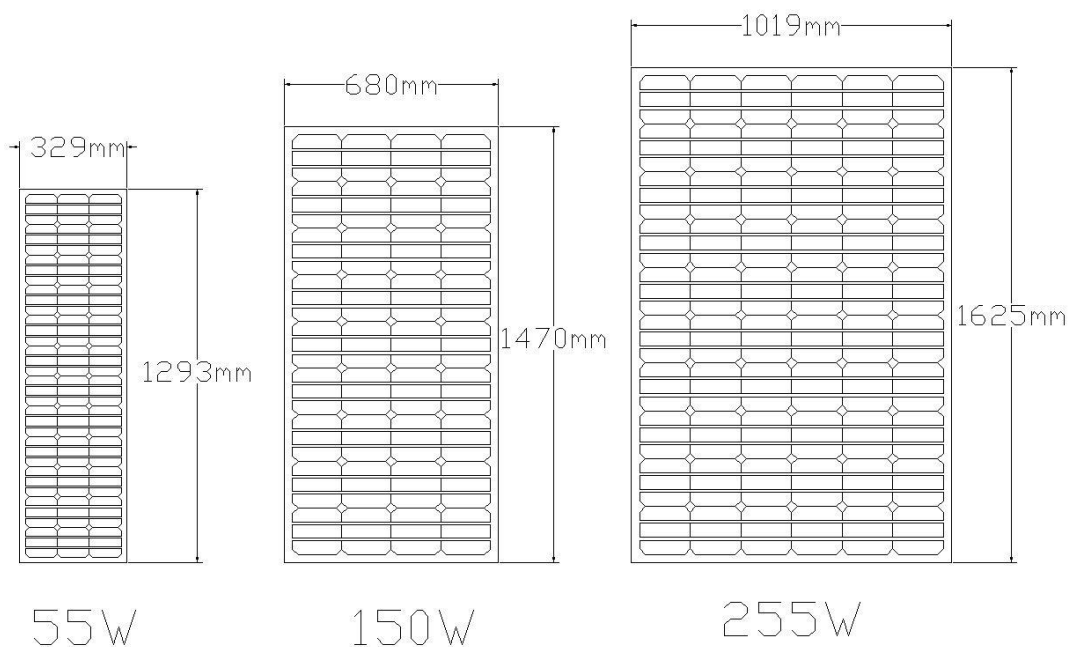
Para a GDa realizada a partir da conversão direta da energia solar em energia elétrica, são utilizados três modelos de geradores solares. Suas características estão sumarizadas na Tabela 5. É considerada uma temperatura ambiente  $T_a$  de 30°C e arranjos de 2000 painéis solares para cada tipo de modelo. Dessa forma, a potência máxima gerada atinge 110 kW no primeiro modelo, 300 kW no segundo e 510 kW para o terceiro.

Tabela 5 - Modelos de geradores solares.

	<b>Modelo 1</b>	<b>Modelo 2</b>	<b>Modelo 3</b>
Modelo	SM55	JS 150	MLE255HD
Parâmetros	$V_{OC} = 21,7 V$ $N_{ot} = 45 \text{ }^\circ\text{C}$ $I_{SC} = 3,45 A$ $V_{MPP} = 17,4 V$ $I_{MPP} = 3,15 A$ $k_v = 77 \text{ mV}/^\circ\text{C}$ $k_i = 1,2 \text{ mA}/^\circ\text{C}$ $n_{células} = 36$ $P_R = 55 W$	$V_{OC} = 22,9 V$ $N_{ot} = 46 \text{ }^\circ\text{C}$ $I_{SC} = 8,61 A$ $V_{MPP} = 18,5 V$ $I_{MPP} = 8,12 A$ $k_v = 370 \text{ mV}/^\circ\text{C}$ $k_i = 60 \text{ mA}/^\circ\text{C}$ $n_{células} = 36$ $P_R = 150 W$	$V_{OC} = 37,8 V$ $N_{ot} = 45,7 \text{ }^\circ\text{C}$ $I_{SC} = 8,89 A$ $V_{MPP} = 31,2 V$ $I_{MPP} = 8,18 A$ $k_v = 350 \text{ mV}/^\circ\text{C}$ $k_i = 56 \text{ mA}/^\circ\text{C}$ $n_{células} = 120$ $P_R = 255 W$

Para fins ilustrativos, uma comparação de tamanhos físicos de acordo com a potência de saída de cada gerador solar é ilustrada a seguir. Todas as medidas dos painéis, assim como seus parâmetros, podem ser encontradas nos endereços eletrônicos dos fabricantes (SIEMENS) (GAIN) (MITSUBISHI).

Figura 14 - Comparação física entre painéis solares de potências nominais diferentes.



### 2.5.3 Gerador a Biomassa

A geração de energia elétrica por meio da biomassa ocorre pela conversão de matéria orgânica em produto energético a ser utilizado em uma máquina por meio da queima. Esta máquina produz energia mecânica e aciona um gerador elétrico a partir de seu eixo rotativo. A quantidade de potência gerada pelo gerador a biomassa varia de acordo com o valor do calor de queima  $H$  da biomassa, dado em MWh/ton.

Segundo Ruiz-Rodriguez, Gomez-Gonzalez e Jurado (2013), o calor de queima de uma biomassa é uma variável aleatória que segue o comportamento de uma distribuição normal com parâmetros  $\mu_H$  e  $\sigma_H$ , que são, respectivamente, o valor médio e o desvio padrão do calor de queima. Ainda, o desvio padrão pode ser calculado com base nos dados de queima da biomassa por:

$$\sigma_H = \frac{H_{max} - H_{min}}{6} \quad (27)$$

em que  $H_{max}$  corresponde ao valor máximo de queima da biomassa [MWh/ton] e  $H_{min}$  o valor mínimo de queima da biomassa [MWh/ton].

Então, a potência gerada por meio da biomassa  $P_H$  pode ser calculada pela Equação 28, em que o calor de queima é aleatório e segue uma distribuição normal (RUIZ-RODRIGUEZ; GOMEZ-GONZALEZ; JURADO, 2013):

$$P_H = \frac{S_B \times \delta \times \eta_e \times H}{T} \quad (28)$$

em que  $S_B$  é a superfície de produção da biomassa [km<sup>2</sup>],  $\delta$  é a densidade líquida de biomassa [ton/km<sup>2</sup> ano],  $\eta_e$  é a eficiência do motor utilizado no processo de conversão e  $T$  é o tempo de funcionamento da planta que produz a energia a partir da biomassa [h/ano]. A potência gerada de saída é dada em MW.

#### 2.5.3.1 Modelo de Gerador a Biomassa

A biomassa utilizada como base para a produção de energia elétrica no presente trabalho é o azeite de oliva. Diversos estudos foram realizados considerando este tipo de biomassa como



fonte primária para a produção de energia em um gerador distribuído incluindo (RUIZ-RODRIGUEZ; GOMEZ-GONZALEZ; JURADO, 2013). A dedução da eficiência da máquina motriz foi retirada de (JURADO; CANO, 2006) e tanto os dados de tempo de funcionamento da planta quanto a densidade líquida de biomassa de (LÓPEZ et al., 2008). Os parâmetros desse gerador a biomassa e dos mecanismos utilizados na conversão de energia são mostrados na Tabela 6.

Tabela 6 – Parâmetros do modelo de gerador a biomassa.

	<b>Modelo 1</b>
Biomassa	Azeite de Oliva
Parâmetros	$S_B = 2 \text{ km}^2$ $\delta = 70 \text{ ton/km}^2\text{ano}$ $\eta_e = 0,7$ $T = 4500 \text{ h/ano}$ $\mu_H = 3,9 \text{ MWh/ton}$ $H_{max} = 4,11 \text{ MWh/ton}$ $H_{min} = 3,69 \text{ MWh/ton}$ $P_R = 85 \text{ kW}$

### 3 METODOLOGIA

#### 3.1 Fluxo de Potência Monofásico

O problema do fluxo de potência (ou fluxo de carga) é bastante conhecido e empregado na análise de sistemas elétricos de potência. Ele é fundamental no planejamento, expansão e na determinação do melhor ponto de operação de um sistema elétrico de potência. O problema do fluxo de potência tem por finalidade a determinação (MONTICELLI, 1983):

- do módulo e ângulo das tensões nas barras do sistema;
- das correntes e potências que fluem através das linhas energizadas;
- das perdas totais do sistema.

Nesse tipo de problema, os efeitos transitórios são ignorados e as variações dos sinais elétricos no tempo são assumidas suficientemente lentas, considerando uma condição de regime permanente senoidal. Dessa forma, o sistema é modelado de forma estática com um conjunto de equações e inequações algébricas a serem solucionados por métodos computacionais desenvolvidos especificamente para este contexto (MONTICELLI, 1983).

Os métodos de resolução do sistema elétrico baseiam-se nas equações básicas do fluxo de potência monofásico, apresentadas a seguir:

$$P_k = V_k \sum_{m=1}^{N_B} V_m \cdot (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (29)$$

$$Q_k = V_k \sum_{m=1}^{N_B} V_m \cdot (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (30)$$

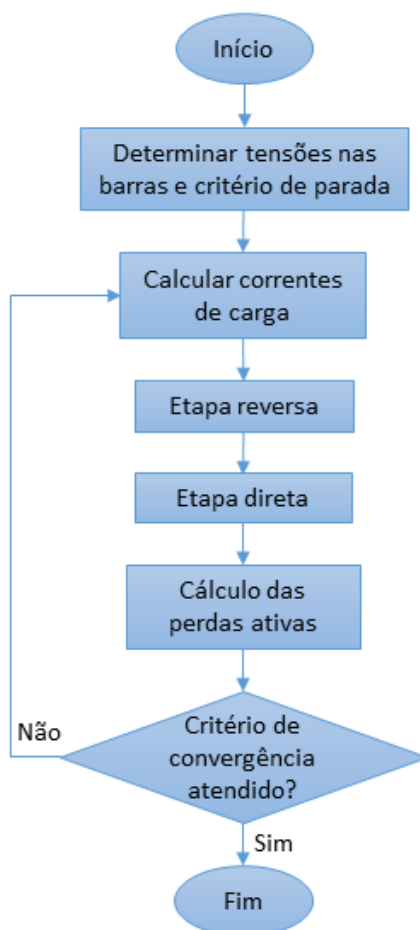
em que  $P_k$  e  $Q_k$  são, respectivamente, as potências ativa e reativa na barra  $k$ ,  $V_k$  e  $V_m$  são as magnitudes da tensão nas barras  $k$  e  $m$ ,  $\theta_{km}$  é a abertura angular entre as barras  $k$  e  $m$ ,  $G_{km}$  e  $B_{km}$  são, respectivamente, a condutância e a susceptância do trecho  $k - m$  e  $N_B$  é o número de barras.

### 3.2 Método de Varredura

O método de varredura é um dos métodos computacionais mais comuns utilizados para solucionar o problema do cálculo do fluxo de potência em sistemas de distribuição. Em especial, esse método é bastante utilizado em sistemas radiais, pois métodos clássicos como o de Newton-Raphson e suas variantes não apresentam bons resultados ou simplesmente não convergem para este tipo de sistema elétrico devido às características do padrão de interconexão e aos parâmetros dos componentes que integram o sistema.

O método de varredura reversa/direta (MVRD) baseia-se no sistema de equações básicas do fluxo de potência, porém adaptadas às características dos sistemas radiais. Esse método pode ser decomposto em duas etapas principais: varredura reversa (*backward sweep*) e varredura direta (*forward sweep*). A Figura 15 apresenta um fluxograma esquemático do método de varredura, implementado para esse trabalho. As etapas do mesmo serão explicadas em detalhes a seguir.

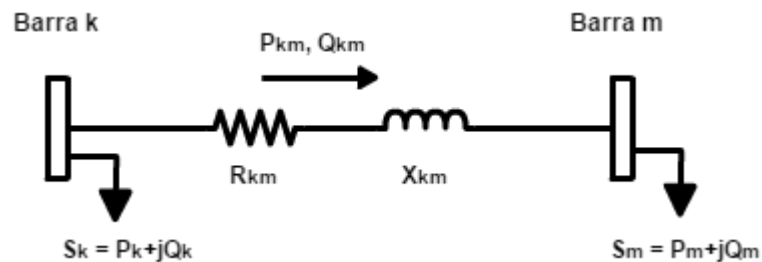
Figura 15 - Fluxograma do método de varredura.



### 3.2.1 Cálculo das correntes de carga

Inicialmente, os módulos das tensões devem ser definidos nas barras do sistema. De praxe, a mesma tensão da subestação é assumida como a referência. Antes das etapas reversa e direta, é necessário realizar o cálculo das correntes de carga em todas as barras do sistema. Considerando a Figura 16, vê-se um trecho de linha de um sistema de distribuição contendo uma carga conectada à barra  $k$  com potência aparente  $S_k$  e tensão  $V_k$  (CARVALHO, 2006).

Figura 16 – Exemplo de ramo de um sistema de distribuição radial.



A corrente de carga na barra  $k$  pode ser calculada por:

$$I_k = \left( \frac{S_k}{V_k} \right)^* \quad (31)$$

### 3.2.2 Etapa Reversa

O processo de varredura reversa é dado pela soma das correntes das cargas calculadas anteriormente para, desta forma, determinar as correntes dos ramos. Este cálculo é feito a partir das barras extremas do sistema de distribuição e segue em direção ao alimentador. Considerando um ramo  $k - m$ , a corrente neste ramo pode ser calculada por:

$$I_{km} = I_m + \sum_{j \in F_m} I_{mj} \quad (32)$$

em que  $F_m$  é o conjunto das barras alimentadas pela barra  $m$  (CARVALHO, 2006), conhecidas como barras a jusante.

### 3.2.3 Etapa Direta

O processo de varredura direta é feito pelo cálculo das tensões nas barras partindo-se da origem do alimentador (barra raiz) para as barras mais extremas (CARVALHO, 2006). Considerando a Figura 11, o cálculo da tensão na barra  $m$  é dado por:

$$V_m = V_k - Z_{km} * I_{km} \quad (33)$$

em que

$$Z_{km} = R_{km} + jX_{km} \quad (34)$$

### 3.2.4 Cálculo das Perdas Ativas

Após a determinação das correntes nos ramos (etapa reversa) e das tensões nas barras (etapa direta), o critério de convergência do método deve ser verificado. Nesse trabalho, o critério de convergência utilizado é a diferença das perdas ativas entre duas iterações consecutivas. O cálculo das perdas ativas totais de sistema um é dado por (CARVALHO, 2006):

$$P_{loss} = \sum_{(k,m) \in \Omega} R_{km} \cdot (I_{km})^2 \quad (35)$$

onde  $\Omega$  é o conjunto de todos os ramos do sistema.

## 3.3 Fluxo De Potência Probabilístico

### 3.3.1 Definição

No fluxo de potência determinístico convencional são utilizados valores fixos e predeterminados de geração e carga para se calcular os fluxos de potência nas linhas do sistema elétrico. Visto que valores específicos são utilizados na solução do fluxo de potência, incertezas no sistema como, por exemplo, a falha de um gerador, mudança na configuração da rede ou variação de demanda são ignoradas. Além disso, a integração de geradores distribuídos introduz de modo inerente variações de potência no sistema, visto que as fontes primárias que produzem a energia têm natureza incontrolável e de difícil previsão (CHEN; CHEN; BAK-JENSEN, 2008).

Como o fluxo de potência determinístico não leva em consideração as incertezas que podem estar presentes em um sistema elétrico, ele fornece resultados para uma análise limitada, podendo ser até pouco útil para se tomar decisões a partir dos mesmos.

A consideração de incertezas presentes no sistema elétrico pode ser feita por meio do fluxo de potência probabilístico (FPP). Essa técnica foi primeiramente proposta em (BORKOWSKA, 1974) e amplamente desenvolvida em (ALLAN; SILVA; BURCHETT, 1981) e, posteriormente, trabalhada em SILVA; ARIENTI; ALLAN, 1984).

Basicamente, o FPP pode ser visto como um método que trata a natureza probabilística dos parâmetros de entrada, levando em consideração as incertezas e variações aleatórias das gerações e/ou cargas em uma simulação computacional. Tais variações aleatórias de entrada podem ser definidas em termos de PDFs. Dessa maneira, as variáveis de saída também serão definidas por uma PDF (SANTOS, 2008).

### 3.3.2 Formulação Básica

O objetivo principal do FPP é determinar os estados do sistema como uma função de variáveis de entrada incertas. Isto pode ser formulado resumidamente como:

$$Y = f(X) \quad (36)$$

em que o vetor  $X$  representa as potências nas barras do sistema, exceto no alimentador, e o vetor  $Y$  representa as variáveis que podem ser obtidas a partir do vetor  $X$ , ou seja, estados do sistema, que, no contexto desse trabalho, são os fluxos de potência e as perdas de potência. Assim, as incertezas associadas às variáveis de entrada serão refletidas nas variáveis de saída (AIEN et al., 2014).

### 3.3.3 Métodos Probabilísticos

Os métodos utilizados para solucionar o FPP podem ser divididos em dois grandes grupos: (i) métodos que utilizam uma abordagem numérica e (ii) métodos que utilizam uma abordagem analítica.

Os métodos numéricos são caracterizados pela substituição de um dado conjunto de valores fixos e predeterminados por variáveis aleatórias e realizam o fluxo de potência determinístico para cada uma das variáveis aleatórias definidas. Já os métodos analíticos utilizam

expressões matemáticas como variáveis de entrada em lugar de valores específicos (CHEN; CHEN; BAK-JENSEN, 2008).

Nesse trabalho, um método de cada tipo de abordagem foi utilizado para solucionar o FPP. Utilizou-se o método de Monte Carlo (MC) para solucionar o FPP pela abordagem numérica e o *Point Estimate Method* (PEM) para solucionar o FPP pela abordagem analítica. Ambos são detalhados nas subseções 3.3.3.1 e 3.3.3.2.

### 3.3.3.1 Monte Carlo

O método MC é um dos métodos mais utilizados na literatura para simular as incertezas dos componentes de um sistema. Nesse método, todas as variáveis de interesse que possuem algum grau de incerteza são associadas a uma PDF e, então, tomando a PDF das variáveis em questão, são gerados números aleatórios para se encontrar os possíveis estados do sistema. No ambiente de simulação escolhido (Matrix Laboratory<sup>TM</sup>), essa geração de números aleatórios é feita por meio das funções *wblrnd* (distribuição de Weibull), *betarnd* (distribuição Beta) e *normrnd* (distribuição Normal). Então, o fluxo de potência determinístico é solucionado para cada um dos valores aleatórios gerados (PAREJA, 2009).

A vantagem do MC é a sua capacidade de solucionar o FPP utilizando o sistema de Equações 29 e 30, utilizadas no fluxo de potência determinístico. Por este motivo, esse método é bastante utilizado na validação de outros métodos utilizados na solução do FPP. Entretanto, para que o método MC possua um grau de precisão apropriado e gere resultados condizentes com o comportamento real do sistema, uma enorme quantidade de números aleatórios deve ser gerada a partir da PDF de uma dada variável aleatória. Isso implica na solução do fluxo de potência inúmeras vezes, o que demanda muito tempo e um grande esforço computacional. Na maioria dos casos, o MC executa de 10.000 a 20.000 iterações para obter resultados confiáveis (VICENTE; CAIRE; HADJSAID, 2012).

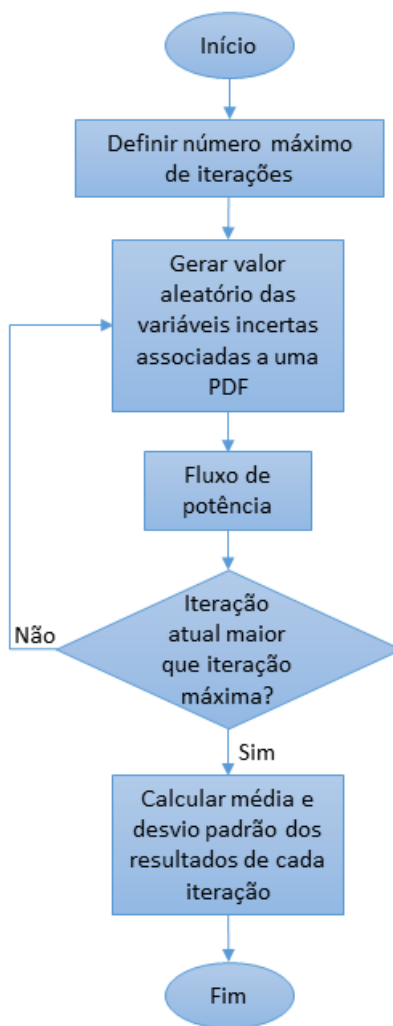
No método MC, as variáveis de saída do fluxo de potência são calculadas a partir de cada conjunto de números aleatórios que foram gerados para as variáveis de entrada:

$$\mathbf{Y}^{(k)} = f(\mathbf{X}_1^{(k)}, \mathbf{X}_2^{(k)}, \dots, \mathbf{X}_n^{(k)}) \quad (37)$$

em que  $\mathbf{Y}^{(k)}$  denota a k-ésima iteração do vetor de variáveis de saída aleatória e  $\mathbf{X}_n^{(k)}$  é a n-ésima posição do vetor de variáveis de entrada da k-ésima iteração do método MC. Então, o valor médio e o desvio padrão são calculados (MOHAMMADI; SHAYEGANI; ADAMINEJAD,

2013). Nesse trabalho, o método MC foi utilizado como um parâmetro de comparação, sendo executado para 20.000 iterações. A Figura 17 apresenta um fluxograma simplificado do método MC.

Figura 17 - Fluxograma simplificado do método de Monte Carlo (MC).



### 3.3.3.2 Point Estimate Method

O PEM é um dos métodos de abordagem analítica utilizado na literatura para tratar o FPP. Esse método foi primeiramente proposto em (ROSENBLUETH, 1975) com o intuito de calcular a esperança ou primeiros momentos de uma função de variáveis estocásticas. Ele é bastante utilizado como uma forma de tratar as incertezas presentes em variáveis aleatórias, necessitando apenas da PDF de uma dada variável para tratar de suas incertezas nos estudos do fluxo de potência (KEFAYAT; ARA; NIAKI, 2015).



Cada uma das variáveis incertas de entrada do fluxo de potência possui  $L$  pontos que são chamados de concentração, nos quais as informações estatísticas dessas variáveis estão concentradas. Esses pontos podem ser calculados a partir dos três primeiros momentos de uma dada variável. A quantidade de concentrações utilizadas define as diferentes variações de PEM, que são chamadas de  $L$ -PEM (DEGHANIAN et al., 2013). Quanto maior o número de concentrações, mais precisa é a aproximação feita pelo PEM.

Segundo Morales e Perez-Ruiz (2007), a quantidade de concentrações a serem utilizadas pelo PEM depende da quantidade de variáveis incertas a serem tratadas e das dimensões do sistema a ser analisado. Nesse trabalho, optou-se por utilizar o 2-PEM para modelar as incertezas presentes no sistema elétrico de potência. Tais incertezas serão tratadas com mais detalhes posteriormente. Devido à quantidade limitada de variáveis incertas e ao foco da análise em sistemas de distribuição, o 2-PEM é capaz de obter resultados precisos. Além disso, o 2-PEM possui um custo computacional muito menor quando comparado com PEMs de ordem superior.

Pelo PEM, cada uma das variáveis aleatórias é substituída por um número específico de variáveis determinísticas que são utilizadas na solução do fluxo de potência para determinar o estado do sistema. No 2-PEM, cada uma das variáveis aleatórias é substituída por 2 novos pontos de concentração, aproximados pelo lado esquerdo (inferior) e pelo lado direito (superior) do valor médio. Dependendo da simetria da PDF da variável aleatória, os novos pontos de concentração podem ou não ter simetria em relação ao valor médio. Portanto, é recomendado utilizar um procedimento assimétrico para a obtenção dos dois pontos de concentração (AIEN et al., 2014).

Segundo Aien et al. (2014), o método para encontrar as duas localizações assimétricas dos pontos de concentração do 2-PEM pode ser descrito pelos sete passos seguintes:

- 1) Determinar o número de variáveis incertas  $n$ ;
- 2) Determinar o coeficiente de assimetria  $\lambda_{k,i}$  calculado por:

$$\lambda_{k,3} = \frac{M'_3(x_k)}{\sigma_{x,k}^3} \quad (38)$$

em que  $M'_3$  corresponde ao terceiro momento central;

- 3) Determinar a localização  $\varepsilon_{k,i}$  e o fator de peso  $p_{k,i}$  de cada um dos pontos de concentração:

$$\varepsilon_{k,1} = \frac{\lambda_{k,3}}{2} + \sqrt{n + (\lambda_{k,3}/2)^2}, \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (39)$$

$$\varepsilon_{k,2} = \frac{\lambda_{k,3}}{2} - \sqrt{n + (\lambda_{k,3}/2)^2}, \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (40)$$

$$p_{k,1} = -\frac{\varepsilon_{k,2}}{n\xi_k} \quad (41)$$

$$p_{k,2} = \frac{\varepsilon_{k,1}}{n\xi_k} \quad (42)$$

$$\xi_k = 2\sqrt{n + (\lambda_{k,3}/2)^2}, \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (43)$$

4) Os pesos devem satisfazer os critérios a seguir:

$$\sum_{k=1}^n p_{k,1} + p_{k,2} = 1 \quad (44)$$

$$p_{k,1} + p_{k,2} = \frac{1}{n} \quad (45)$$

5) Determinar os dois pontos de concentração para cada variável incerta:

$$\chi_{k,1} = \mu_{x,k} + \varepsilon_{k,1}\sigma_{x,k} \quad (46)$$

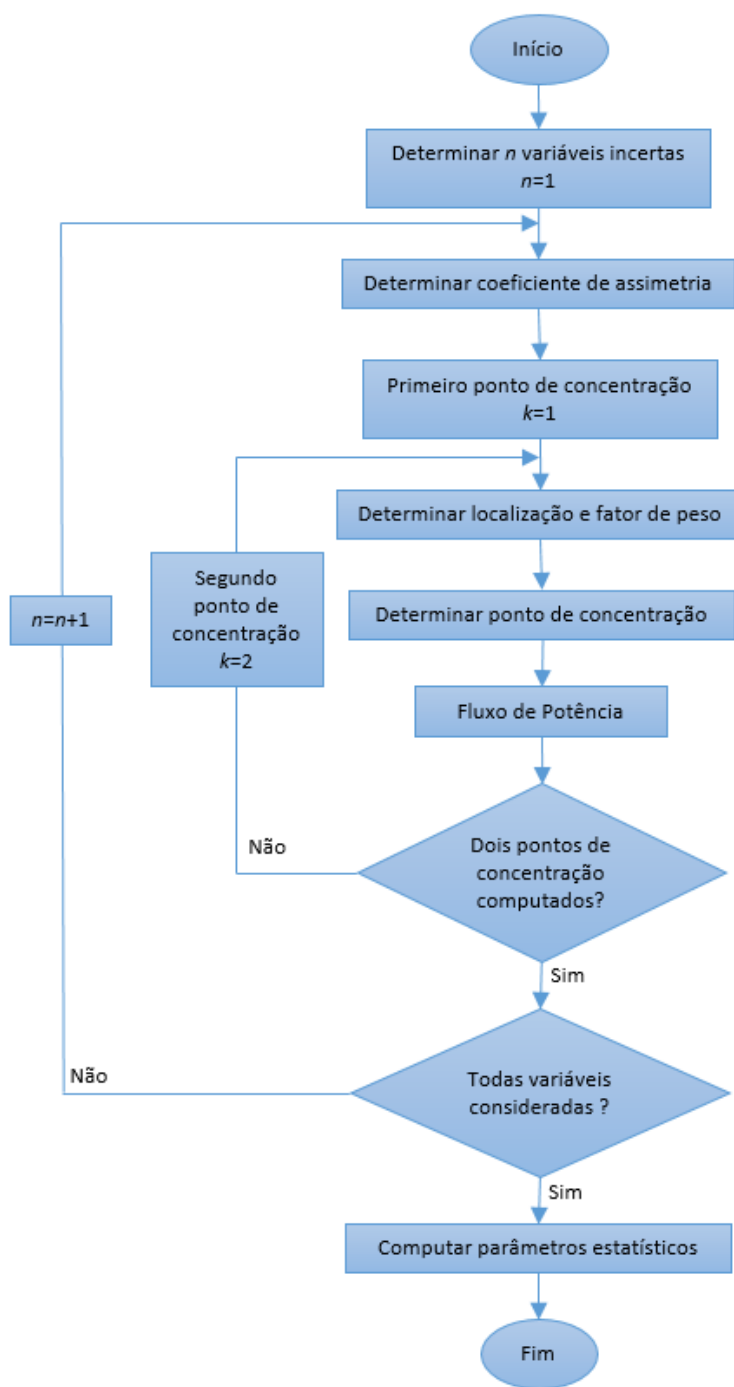
$$\chi_{k,2} = \mu_{x,k} + \varepsilon_{k,2}\sigma_{x,k} \quad (47)$$

6) Executar o fluxo de potência determinístico para as duas concentrações  $\chi_{k,i}$ ;

7) Calcular os parâmetros estatísticos  $\mu_Y$  e  $\sigma_Y$  das variáveis de saída obtidas.

Como pode ser observado nos passos anteriores, a parte principal desse método é a obtenção de informações suficientes sobre as PDFs das variáveis aleatórias de entrada e, então, a obtenção dos pontos de concentração dessas variáveis, diminuindo consideravelmente o tempo e o esforço computacional se comparado ao método MC, conforme apresentado no Apêndice A. A Figura 18 apresenta um fluxograma do método 2-PEM implementado neste trabalho.

Figura 18 - Fluxograma esquemático do método 2-PEM.

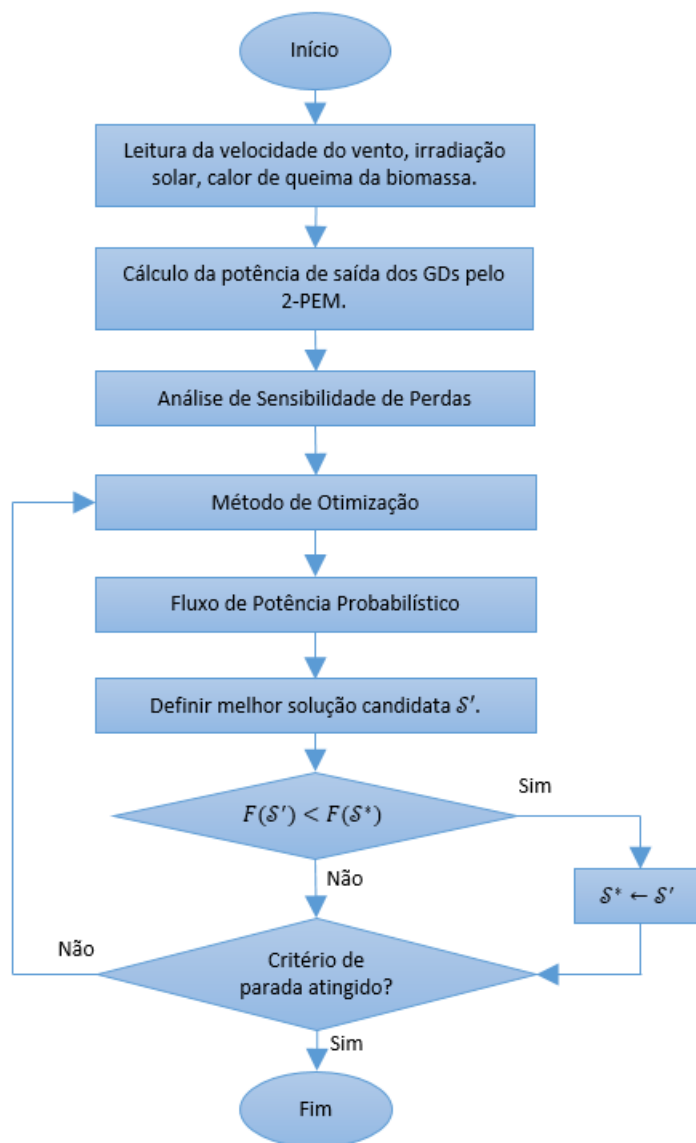


### 3.4 Otimização

O problema de alocação ótima de GDs (PAGD) lida com a determinação da localização e dimensão ótimas de unidades de GDa que serão instaladas em um sistema de distribuição. Esse problema está sujeito a restrições de operação do sistema, de operação dos GDs e de custos financeiros para a viabilização da operação (NETO, 2011). O problema de alocação ótima de GDs é um problema de programação não-linear inteira.

A proposta desse trabalho é, inicialmente, a partir dos dados de velocidade do vento e irradiação solar de uma dada localidade e do calor de queima de uma dada biomassa, calcular a potência de saída dos diversos tipos de GDs a partir do método 2-PEM. E, então aplicar uma análise de sensibilidade de perdas em conjunto com uma meta-heurística de otimização definindo uma configuração de alocação de GDs no sistema. Em seguida, com o uso do método de cálculo do fluxo de potência probabilístico, é determinado o valor da função objetivo para uma dada configuração, verificando se as restrições são atendidas. Se o critério de parada é satisfeito, o método retorna a configuração ótima de alocação de unidades de GDa para o referido sistema. O fluxograma da metodologia completa é apresentado na Figura 19 e será explicado com mais detalhes nas próximas seções.

Figura 19 - Fluxograma da abordagem proposta para identificação da solução de alocação de GDs.



### 3.4.1 Modelo Matemático do Problema de Otimização de GDs

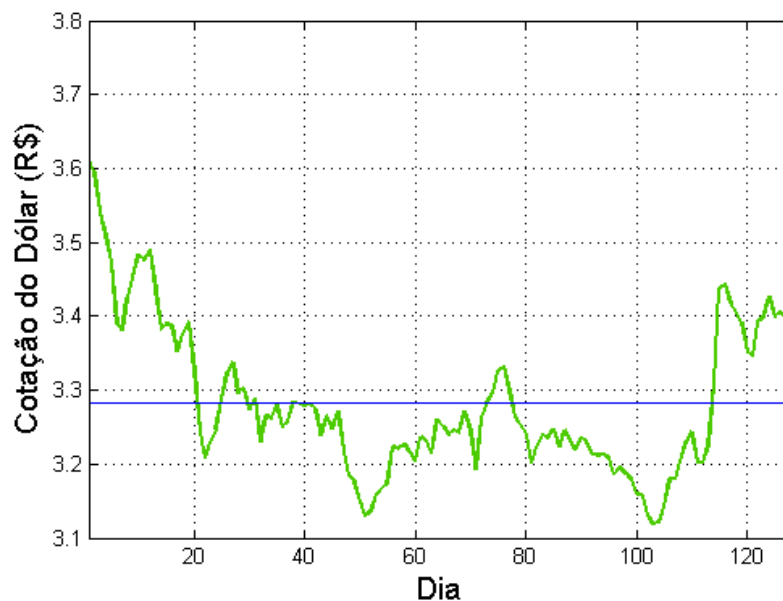
#### 3.4.1.1 Função Objetivo

A função objetivo definida nesse trabalho para tratar o problema de alocação ótima de GDs envolve o custo das perdas ativas do sistema de distribuição e os custos de instalação, operação e manutenção das unidades de GDa, conforme:

$$\min F = C_{perdas} + C_{GDs} \quad (48)$$

O objetivo principal é minimizar a função objetivo de forma a encontrar uma configuração ótima de GDs que atenda às restrições exigidas com o menor custo possível, considerando um período de 1 hora para a simplificação dos cálculos. Como este é um trabalho de planejamento elétrico, este período vai fornecer um prognóstico inicial de qual configuração de GDs atende as restrições estabelecidas com o menor custo. Os custos são calculados em reais (R\$) a partir da conversão da cotação do Dólar no intervalo de 01 de janeiro de 2016 a 12 de dezembro de 2016. Os valores foram retirados do Banco Central do Brasil, resultando em um valor médio de conversão de R\$ 3,2832. A Figura 20 apresenta os valores da cotação do Dólar para o dado período. A linha em azul representa o valor de conversão de R\$ 3,2832 que foi utilizado nesse trabalho.

Figura 20 - Cotação do dólar em reais empregada no modelo.



O cálculo do custo das perdas ativas é feito com base no coeficiente de custo da energia da subestação que foi definido segundo (KEFAYAT; ARA; NIAKI, 2015) e (KOUTSOUKIS; GEORGILAKIS; HATZIARGYRIOU, 2014). Dessa forma, pode ser calculado por:

$$C_{perdas} = (C_E) \times (P_{loss}) \times (1h) \quad (49)$$

$$C_{perdas} = (0,1642) \times (P_{loss}) \times (1h) \quad (50)$$

em que  $C_E$  é o coeficiente de custo da energia da subestação dado em R\$/kWh e  $P_{loss}$  equivale às perdas ativas do sistema, dadas em kW.

Por sua vez, o cálculo dos custos dos GDs é feito com base no coeficiente de custo de instalação das unidades de GDa, segundo (KOUTSOUKIS; GEORGILAKIS; HATZIARGYRIOU, 2014), e no coeficiente de custo de instalação e manutenção das unidades de GDa, segundo (D'OVIDIO; PAGANO, 2009), conforme mostrado na Equação 51.

$$C_{GDs} = (C_I) \times (P_{GD}) + (COM) \times (P_{GD}) \times (1h) \quad (51)$$

em que  $C_I$  é o coeficiente de custo de instalação do GD, dado em R\$/kW,  $COM$  é o coeficiente de custo de operação e manutenção, dado em R\$/kWh, e  $P_{GD}$  é a potência nominal do GD, dada em kW. Os coeficientes de custo de instalação e de custo de operação e manutenção são apresentados na Tabela 7, variando de acordo com o tipo de GD.

Tabela 7 - Coeficientes de custo de instalação, operação e manutenção.

Coeficiente de Custo	Gerador Eólico	Gerador Solar	Gerador a Biomassa
Custo de Instalação [R\$/kW]	5909,8	6566,4	4924,8
Custo de Operação e Manutenção [R\$/kWh]	0,1642	0,4925	0,1313

### 3.4.1.2 Restrições

Como dito anteriormente, o problema de alocação ótima de GDs está sujeito a restrições de operação do sistema, de operação dos GDs e de custos financeiros. Tais restrições são importantes para manter o modelo matemático condizente com as condições reais do problema. As restrições do modelo matemático são apresentadas a seguir:

- 1) **Equilíbrio entre geração e demanda:** as Equações 29 e 30 do fluxo de potência correspondentes às equações de balanço potência real e reativa devem ser satisfeitas;

- 2) **Limites de tensão:** a tensão em todas as barras do sistema deve estar entre os limites mínimo e máximo previamente definidos para garantir a qualidade da energia entregue.

$$V_{min} \leq V_k \leq V_{max} \quad (52)$$

em que  $V_k$  é a tensão na barra  $k$ ,  $V_{min}$  é o limite mínimo de tensão nas barras do sistema e  $V_{max}$  corresponde ao limite máximo.

- 3) **Ampacidade das linhas:**

$$I_{km} \leq I_{max,km} \quad (53)$$

em que  $I_{km}$  é a corrente no ramo  $k - m$  e  $I_{max,km}$  é a corrente máxima no ramo  $k - m$ .

- 4) **Fluxo reverso na subestação:** em sistemas de distribuição radiais não deve existir fluxo reverso para a subestação, pois pode causar aumento de tensão nas barras e perdas de potência ativa nas linhas.

- 5) **Número máximo de unidades de GDa no sistema:**

$$\eta_{GD} \leq \eta_{max,GD} \quad (54)$$

em que  $\eta_{GD}$  é o número de GDs conectados ao sistema e  $\eta_{max,GD}$  é o número máximo de GDs que podem ser alocados.

- 6) **Número máximo de unidades de GDa por barra:**

$$\eta_{GD,k} \leq 1 \quad (55)$$

em que  $\eta_{GD,k}$  é o número de GDs conectados em uma barra  $k$  do sistema. Ou seja, pode haver no máximo um GD em cada barra do sistema, exceto a subestação que não permite conexão.

- 7) **Custo máximo:** limite máximo de custo para uma dada configuração de GDs e de perdas ativas.

$$C_{perdas} + C_{GDs} \leq C_{max} \quad (56)$$



em que  $C_{max}$  é o limite de custo máximo.

- 8) **Radialidade:** sistemas de distribuição em operação normal devem ser estruturas radiais e não possuir ilhas ou malhas.

As soluções infactíveis, ou seja, que não atendem uma ou mais restrições são penalizadas com um custo adicional.

### 3.4.2 Meta-Heurísticas para Otimização de Natureza Combinatória

Os problemas de natureza combinatória demandam esforço computacional que cresce exponencialmente com as dimensões do problema, tornando necessária uma abordagem heurística para a resolução dos mesmos, uma vez que os algoritmos exatos são incapazes de obter soluções ótimas em tempo viável (REIS, 2013).

De forma geral, as meta-heurísticas são técnicas utilizadas para resolver problemas de maximização ou minimização sujeitos a um determinado conjunto de restrições. Elas são apoiadas em alguma abordagem intuitiva que, por meio de combinações de escolhas aleatórias e conhecimento histórico, guiam as buscas pelo espaço de soluções determinando as melhores soluções vizinhas à solução corrente e escapando de ótimos locais (REIS, 2013).

A solução corrente é utilizada para realizar o procedimento de otimização, que é definido por uma dada meta-heurística. A vizinhança é o conjunto de soluções geradas a partir da solução corrente (REIS, 2013). Portanto, as soluções vizinhas são identificadas a partir da solução corrente por meio de movimentos da estrutura de vizinhança.

O problema de alocação ótima de GDs é um problema de natureza combinatória sendo, portanto, apropriado ao uso de meta-heurísticas. Nessa seção, são apresentadas a codificação do problema e as meta-heurísticas utilizadas: a VNS, a Busca Tabu e o GRASP.

As meta-heurísticas mencionadas foram avaliadas e validadas com o auxílio de funções de teste chamadas de Funções de Benchmark. Essas funções são utilizadas para fins de validação, pois possuem ótimos globais conhecidos, possibilitando assim a comparação entre métodos de otimização. Para a validação das meta-heurísticas implementadas, foram utilizadas

as funções *Rastrigin*, *Schwefel* e *Eggholder*. As funções e os resultados obtidos estão descritos no Apêndice B.

### 3.4.2.1 Codificação

A codificação do problema de alocação ótima de GDs para utilização das meta-heurísticas é detalhada agora. Considerando um sistema com  $N_B$  barras, a codificação da solução é feita por um vetor que contém  $N_B$  entradas. Além disso, considerando os sete tipos de unidades de GDa, apresentados nas Tabelas 4, 5 e 6 e, considerando a Tabela 8, a seguir, uma entrada  $k$  do respectivo vetor será dada pelo tipo de GD que está conectado na barra  $k$ . Caso não haja nenhum GD conectado à entrada do vetor na posição  $k$ , a posição correspondente assumirá o valor 0.

Tabela 8 – Codificação para os sete tipos de geradores distribuídos.

<b>Gerador Distribuído</b>	<b>Codificação</b>
Sem Gerador Distribuído	0
Gerador Eólico Modelo 1	1
Gerador Eólico Modelo 2	2
Gerador Eólico Modelo 3	3
Gerador Solar Modelo 1	4
Gerador Solar Modelo 2	5
Gerador Solar Modelo 3	6
Gerador a Biomassa Modelo 1	7

Para ilustrar, considerando o sistema de distribuição fictício, de cinco barras, apresentado na Figura 21 com um gerador eólico do modelo 1 alocado na barra 3 e um gerador solar do modelo 3 alocado na barra 5, a codificação é mostrada na Figura 22.

Figura 21 - Sistema de distribuição fictício - Codificação.

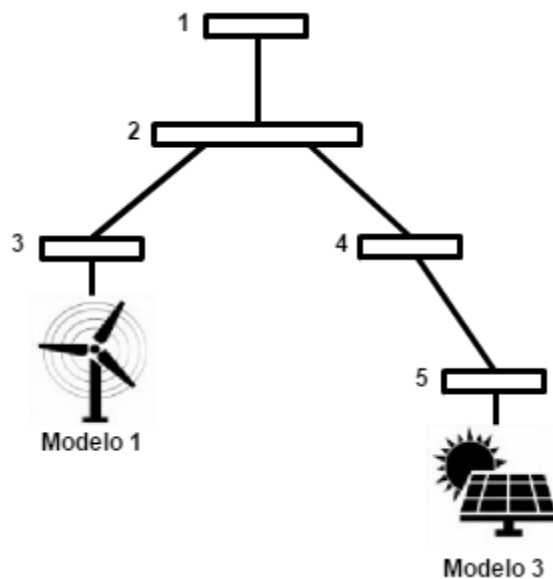


Figura 22 - Codificação do sistema da Figura 21.

0	0	1	0	6
---	---	---	---	---

No problema de alocação ótima de GDs, apresentado nesse trabalho, as soluções vizinhas são criadas a partir da troca da barra onde o GD está conectado ou do tipo de GD que está conectado em uma determinada barra. Por exemplo, uma solução vizinha pode ser criada a partir da solução da Figura 16 trocando o GD alocado na barra 3 para a barra 2, como mostrado na Figura 23. Ou então, uma solução vizinha pode ser criada trocando o gerador solar do modelo 3 conectado na barra 5 por um gerador a biomassa do modelo 1 conectado na mesma barra, como mostrado na Figura 24.

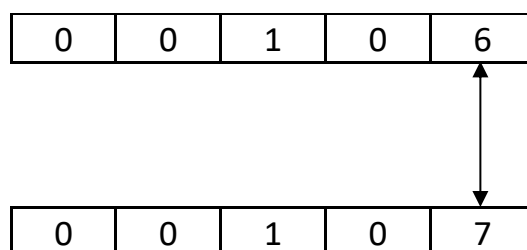
Figura 23 - Solução vizinha obtida pela troca de barras.

0	0	1	0	6
---	---	---	---	---

↓

0	1	0	0	6
---	---	---	---	---

Figura 24 - Solução vizinha obtida pela troca de GD.



Uma nova solução é definida quando esta possui um custo total menor do que a atual e, além disso, atende às restrições que foram inseridas no modelo matemático. O processo de otimização encerra quando um número máximo de iterações é atingido ou quando não há mudança da solução corrente por um número predeterminado de iterações. Esse processo é incorporado nas três meta-heurísticas, explicadas a seguir, diferindo apenas nas características intrínsecas de cada método.

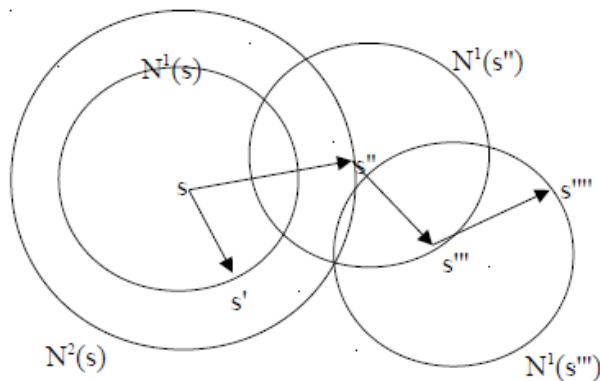
### 3.4.2.2 Variable Neighborhood Search - VNS

A VNS foi primeiramente proposta em (MLADENOVIC; HANSEN, 1997). Essa meta-heurística é um método de busca local que explora o espaço viável de soluções por meio de mudanças sistemáticas nas estruturas de vizinhança, explorando gradativamente soluções vizinhas mais afastadas da solução corrente. O método também inclui um procedimento de busca local que é aplicado em torno da solução corrente. A busca local é realizada em torno de uma nova solução somente quando esta é melhor do que a corrente. Caso uma nova solução seja encontrada, a busca inicia-se novamente na primeira estrutura de vizinhança (REIS, 2013).

Na VNS, parte-se de uma solução inicial  $\mathcal{S}_o$  e, a cada iteração, seleciona-se aleatoriamente um vizinho  $\mathcal{S}'$  dentro da vizinhança  $N^k(\mathcal{S})$ , obtida a partir da estrutura de ordem  $k$  (sendo  $1 \leq k \leq r$ , onde  $r$  é o número de estruturas), partindo-se da solução corrente  $\mathcal{S}$ . Então, o vizinho  $\mathcal{S}'$  passa por um procedimento de busca local que pode variar de acordo com a estrutura de vizinhança. Se a nova solução obtida pela busca local  $\mathcal{S}''$  em torno de  $\mathcal{S}'$  for melhor do que a solução corrente (ou seja,  $F(\mathcal{S}'') < F(\mathcal{S})$ ) a busca prossegue a partir da nova solução encontrada, reiniciando a partir da primeira estrutura de vizinhança ( $k = 1$ ). Caso contrário, a busca prossegue a partir da próxima estrutura de vizinhança  $N^{k+1}(\mathcal{S})$ . O procedimento termina quando uma condição de parada for atingida como, por exemplo, número máximo de iterações

ou número máximo de iterações consecutivas sem melhorias (REIS, 2013). A Figura 25 ilustra tal procedimento.

Figura 25 – Esquema de progressão da exploração do espaço feita pela VNS.



Fonte: (REIS, 2013).

É importante notar que a solução corrente é modificada em diferentes estruturas de vizinhança, o que permite à meta-heurística VNS escapar de ótimos locais. Além disso, como a solução  $S'$  é obtida de forma aleatória, a VNS é capaz de evitar ciclos que podem ocorrer em procedimentos determinísticos (REIS, 2013).

A meta-heurística VNS é apresentada no pseudocódigo do Algoritmo 1.

Algoritmo 1 - VNS.

```

1  Seja  $\mathcal{S}_0$  uma solução inicial e  $r$  o número de estruturas de vizinhança;
2   $\mathcal{S} \leftarrow \mathcal{S}_0$ ;
3  Enquanto critério de parada não satisfeito, faça
4  |    $k \leftarrow 1$ ;
5  |   Enquanto  $k \leq r$  faça
6  | |   Gerar aleatoriamente um vizinho qualquer  $\mathcal{S}' \in N^k(\mathcal{S})$ ;
7  | |    $\mathcal{S}'' \leftarrow BuscaLocal(\mathcal{S}')$ ;
8  | |   Se  $F(\mathcal{S}'') < F(\mathcal{S})$ , então
9  | | |    $\mathcal{S} \leftarrow \mathcal{S}''$ ;
10 | | |    $k \leftarrow 1$ ;
11 | |   Senão
12 | | |    $k \leftarrow k + 1$ ;
13 | |   Fim Se;
14 |   Fim Enquanto;
15 Fim Enquanto;
16 Retornar solução ótima  $\mathcal{S}$ ;

```

São definidas três estruturas de vizinhança que variam em relação à quantidade de trocas que são realizadas em cada movimento. Na primeira vizinhança, apenas uma troca é realizada; na segunda vizinhança, são duas trocas e na terceira, três trocas.

### 3.4.2.3 Busca Tabu

A meta-heurística Busca Tabu foi introduzida em (GLOVER, 1986) com a proposta inicial de incluir uma estrutura de memória em um método de busca local para se evitar soluções que são ótimos locais. A Busca Tabu incorpora elementos de memória de curto prazo que evitam a repetição de movimentos recentes e elementos de memória de longo prazo que reforçam a atração por soluções mais distantes. Seu princípio é realizar buscas locais procurando um ótimo local, permitindo movimentos que não sejam de melhoria e, assim, evitando revisitar as soluções previamente avaliadas (GLOVER, 1986).

As memórias que armazenam os movimentos previamente realizados são conhecidas por listas tabu. Esses movimentos ficam armazenados na lista tabu segundo um determinado critério como, por exemplo, número de iterações e, enquanto um movimento estiver na lista tabu, ele é considerado tabu, ou seja, proibitivo, não podendo ser realizado. Tal mecanismo impede que a busca local reproduza um ciclo. Os movimentos que se encontram na lista tabu são chamados de movimentos proibidos (REIS, 2013).

Outro artifício da Busca Tabu é a chamada função de aspiração. A função de aspiração serve para que, caso uma solução encontrada seja melhor do que a solução corrente, mesmo que o movimento realizado seja proibido, esta solução se torne a nova solução corrente. Nesse caso, o movimento tabu que resulta em uma melhor solução dá-se pela utilização da função de aspiração (REIS, 2013).

A meta-heurística Busca Tabu é apresentada no pseudocódigo do Algoritmo 2. Nesse trabalho, a lista tabu foi definida com tamanho igual a 6.

## Algoritmo 2 – Busca Tabu.

```

1  Seja  $\mathcal{S}_o$  uma solução inicial;
2   $\mathcal{S}^* \leftarrow \mathcal{S}_o$ ;
3  Esvaziar lista tabu;
4  Inicializar função de aspiração;
5  Enquanto critério de parada não satisfeito, faça
6  | Gerar aleatoriamente vizinhos;
7  | Escolher o melhor vizinho  $\mathcal{S}'$  cujo movimento não esteja na lista tabu
   | ou atenda o critério de aspiração;
8  | Atualizar lista tabu;
9  |  $\mathcal{S} \leftarrow \mathcal{S}'$ ;
10 | Se  $F(\mathcal{S}) < F(\mathcal{S}^*)$ , então
11 | |  $\mathcal{S}^* \leftarrow \mathcal{S}$ ;
12 | Fim Se;
13 | Atualizar função de aspiração;
14 Fim Enquanto;
15  $\mathcal{S} \leftarrow \mathcal{S}^*$ ;
16 Retornar solução ótima  $\mathcal{S}$ ;

```

**3.4.2.4 Greedy Randomized Adaptive Search Procedure – GRASP**

A meta-heurística GRASP foi proposta em (FEO; RESENDE, 1989), apresentando uma alternativa para solucionar os problemas que eram difíceis de serem solucionados por técnicas clássicas de otimização. O GRASP é um algoritmo construtivo caracterizado por um processo *multi-start*, iterativo e dividido em duas fases (NETO, 2011):

- 1) Fase de construção: soluções candidatas são produzidas;
- 2) Fase de busca local: ótimo local é procurado na vizinhança da solução encontrada.

O procedimento de construção do GRASP pode ser definido como uma tarefa que realiza  $m$  passos para produzir uma solução  $\mathcal{S}$  com  $m$  elementos, neste caso  $m$  é a quantidade de GDs a serem alocados no sistema, selecionando a cada passo, um entre os  $n$  elementos presente em um dado conjunto  $N$  para fazer parte da solução. Ou seja, os elementos que fazem parte do conjunto  $N$  são os candidatos a fazer parte da solução  $\mathcal{S}$ . Inicialmente, a solução é nula, ou seja,  $\mathcal{S} = \{\phi\}$ . Entretanto, a seleção dos candidatos deve ser feita por meio de escolhas que envolvam componentes gulosos e aleatórios (NETO, 2011).

Na fase de construção do GRASP, todo elemento do conjunto  $N$  é avaliado com uma função de mérito gulosa  $f$  predefinida, ordenado em relação à  $f$  e, então, inseridos em uma lista,

chamada de lista de candidatos restritos (LCR). Essa lista é formada por  $n$  elementos candidatos que satisfazem o critério  $f \geq f_{min} + \alpha(f_{max} - f_{min})$ , isto é, possuem valor da função de mérito menor do que a combinação linear entre os valores mínimo e máximo, ponderada por um fator  $\alpha$  entendido como o nível de gula do algoritmo. Quando  $\alpha = 1$ , o GRASP é dito puramente guloso e, quando  $\alpha = 0$ , é dito puramente aleatório (NETO, 2011).

Após a finalização da LCR, um elemento da lista é escolhido aleatoriamente e inserido na solução  $\mathcal{S}$  e, conseqüentemente, excluído do conjunto de candidatas  $N$ . O processo é então reiniciado até que  $\mathcal{S} < m$ . Ao final desse processo, uma solução factível é proposta (NETO, 2011). Esse procedimento corresponde à fase de construção do GRASP e é apresentada no pseudocódigo do Algoritmo 3.

Algoritmo 3 – Fase de construção do GRASP.

1	Seja $N = \{1,2,3, \dots, n\}$ e $\mathcal{S} \leftarrow \{\phi\}$ .
2	Definir nível de gula $\alpha$ ;
3	<b>Enquanto</b> $\mathcal{S} < m$ , <b>faça</b>
4	Avaliar $f(i)$ para $i = 1:n \in N$ ;
5	$f_{min} \leftarrow \min(f(i))$ ;
6	$f_{max} \leftarrow \max(f(i))$ ;
7	$LCR \leftarrow i \in N \mid f(i) \geq f_{min} + \alpha(f_{max} - f_{min})$ ;
8	Selecionar aleatoriamente $i^* \in LCR$ ;
9	$\mathcal{S} \leftarrow \mathcal{S} + \{i^*\}$ ;
10	$N \leftarrow N - \{i^*\}$ ;
11	<b>Fim Enquanto</b> ;

É importante ressaltar que a solução gerada na fase de construção da meta-heurística GRASP não garante ser ótimo local em uma vizinhança próxima. Portanto, é conveniente realizar um processo de busca local de modo a aperfeiçoar a solução construída. Dessa maneira, a solução inicialmente proposta é aperfeiçoada. Assim como os outros algoritmos de busca local, o GRASP trabalha iterativamente, trocando a solução corrente por uma melhor. O modelo de busca local não possui um padrão definido e deve ser adotado um procedimento de busca em vizinhança que melhor se adapte ao problema proposto (NETO, 2011). Neste trabalho, o procedimento é o mesmo que nas meta-heurísticas VNS e Busca Tabu. Esse procedimento é a fase de busca local do GRASP, apresentada no pseudocódigo do Algoritmo 4.



Algoritmo 4 – Fase de busca local do GRASP.

1	Seja uma solução $\mathcal{S}$ .
2	<b>Enquanto</b> $\mathcal{S}$ não é um ótimo local, <b>faça</b>
3	Encontrar $\mathcal{S}'$ tal que $F(\mathcal{S}') < F(\mathcal{S})$ ;
4	$\mathcal{S} \leftarrow \mathcal{S}'$ ;
5	<b>Fim Enquanto</b> ;

Encerrada a fase de busca local, o algoritmo é reiniciado até que algum critério de parada seja atingido. De forma geral, a meta-heurística GRASP é apresentada no pseudocódigo do Algoritmo 5. Nesse trabalho, foi definido um nível de gula do algoritmo  $\alpha = 0.3$

Algoritmo 5 – Forma geral do GRASP.

1	Seja $F^* = 0$ .
2	<b>Enquanto</b> critério de parada não atingido <b>faça</b>
3	$\mathcal{S} = \text{Construção}()$ ;
4	$\mathcal{S} = \text{BuscaLocal}(\mathcal{S})$ ;
5	<b>Se</b> $F(\mathcal{S}) < F^*$ <b>Então</b>
6	$\mathcal{S}^* \leftarrow \mathcal{S}$ ;
7	$F^* \leftarrow F(\mathcal{S}^*)$ ;
8	<b>Fim Se</b> ;
9	<b>Fim Enquanto</b> ;

### 3.4.3 Análise de Sensibilidade de Perdas

Algumas meta-heurísticas necessitam de uma solução inicial para dar início a seus processos de otimização (como a VNS e a Busca Tabu). Outras necessitam de fatores de mérito para avaliar possíveis soluções (como o GRASP). Na maioria dos casos, a solução inicial é gerada aleatoriamente e o processo de otimização demanda mais tempo do que se a solução inicial proposta fosse mais satisfatória. Tendo tal aspecto em vista, é válido investir um pouco mais de tempo e esforço computacional na concepção de um método que produza uma solução inicial mais apropriada ao problema e, assim, reduzir o processo de convergência da meta-heurística para a solução ótima.

Uma análise de sensibilidade de perdas é realizada para computar os fatores de sensibilidade das barras do sistema e, assim, determinar as barras mais apropriadas a receberem os GDs. O fator de sensibilidade de perdas  $\alpha_k$  de uma barra  $k$  conectada a uma barra adjacente

$m$  é obtido pela derivada das perdas ativas no ramo  $k - m$  em relação à potência ativa na barra  $k$ , ou seja (RAMESH et al., 2008):

$$\alpha_k = \frac{\partial P_{loss,km}}{\partial P_k} = \frac{2 \times P_k \times R_{km}}{V_k^2} \quad (57)$$

Caso a barra  $k$  esteja conectada a mais de uma barra adjacente, realiza-se o cálculo para cada uma das barras e computa-se o maior valor obtido como sendo o fator de sensibilidade da barra  $k$ .

Uma vez realizado o cálculo dos fatores de sensibilidade de todas as barras, os mesmos são ordenados em ordem decrescente. Essa lista de prioridades decide a sequência das barras que devem ser consideradas para a alocação dos GDs e é feita apenas uma vez antes da execução da meta-heurística. As primeiras barras da lista são consideradas como a solução inicial da VNS e da Busca Tabu e, além disso, a lista também é utilizada como função de mérito do GRASP.

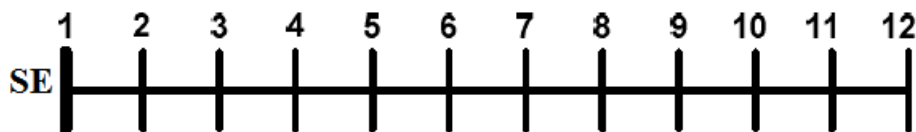
## 4 TESTES E RESULTADOS

Nesse capítulo, serão detalhados os sistemas utilizados para validar e testar os métodos e modelos propostos nos capítulos anteriores. Em cada sistema, foram aplicadas as três meta-heurísticas implementadas com o objetivo de solucionar o problema de alocação ótima dos GDs.

### 4.1 Sistemas de Teste e Considerações Feitas para as Simulações

O primeiro sistema utilizado é o de 12 barras do IEEE, ilustrado na Figura 26, e disponível em (MISHRA; DAS; PAUL, 2014). Esse sistema opera com tensão nominal de 11 kV e potência nominal de 10 MVA. Os dados referentes às barras e às linhas desse sistema encontram-se no ANEXO A.

Figura 26 - Sistema de 12 barras IEEE.

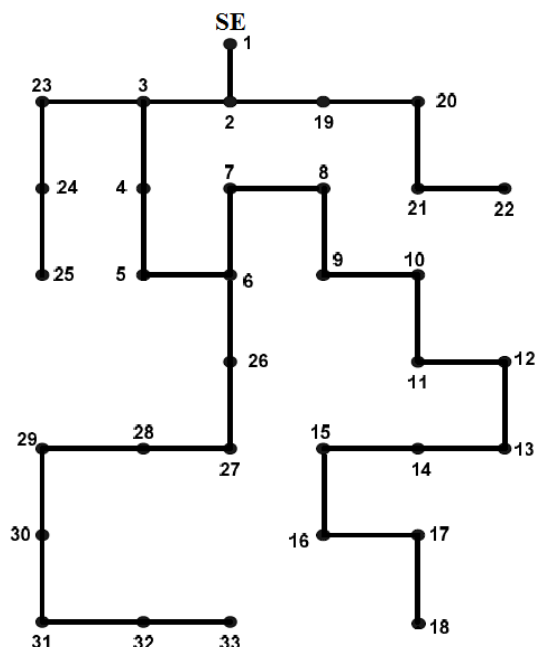


Fonte: Adaptado de (MISHRA; DAS; PAUL, 2014).

O segundo sistema é o de 33 barras do IEEE, disponível em Baran e Wu (1989a) e representado na Figura 27. O terceiro é o de 69 barras do IEEE, disponível em Baran e Wu (1989b) e representado na Figura 28. Os dois sistemas operam com tensão nominal de 12,66 kV e potência nominal de 10 MVA. Os dados referentes às barras e às linhas desses sistemas encontram-se nos ANEXO B e ANEXO C.

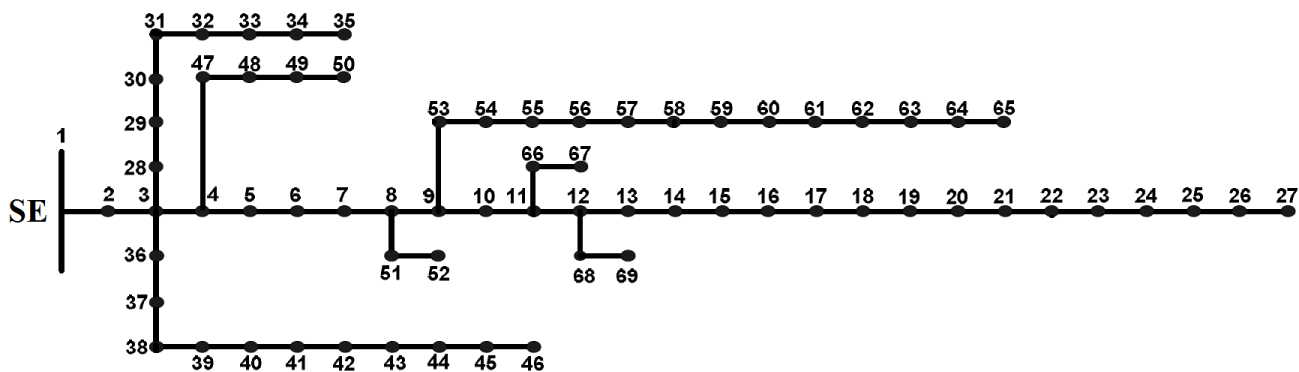
É importante citar que os sistemas de 12 e 33 barras também serviram como validação das meta-heurísticas implementadas, uma vez que os resultados obtidos pela aplicação das meta-heurísticas a essas redes foram comparados aos resultados obtidos por Busca Exaustiva, isto é, todas as soluções do espaço de busca foram avaliadas.

Figura 27 - Sistema de 33 barras IEEE.



Fonte: Adaptado de (MISHRA; DAS; PAUL, 2014).

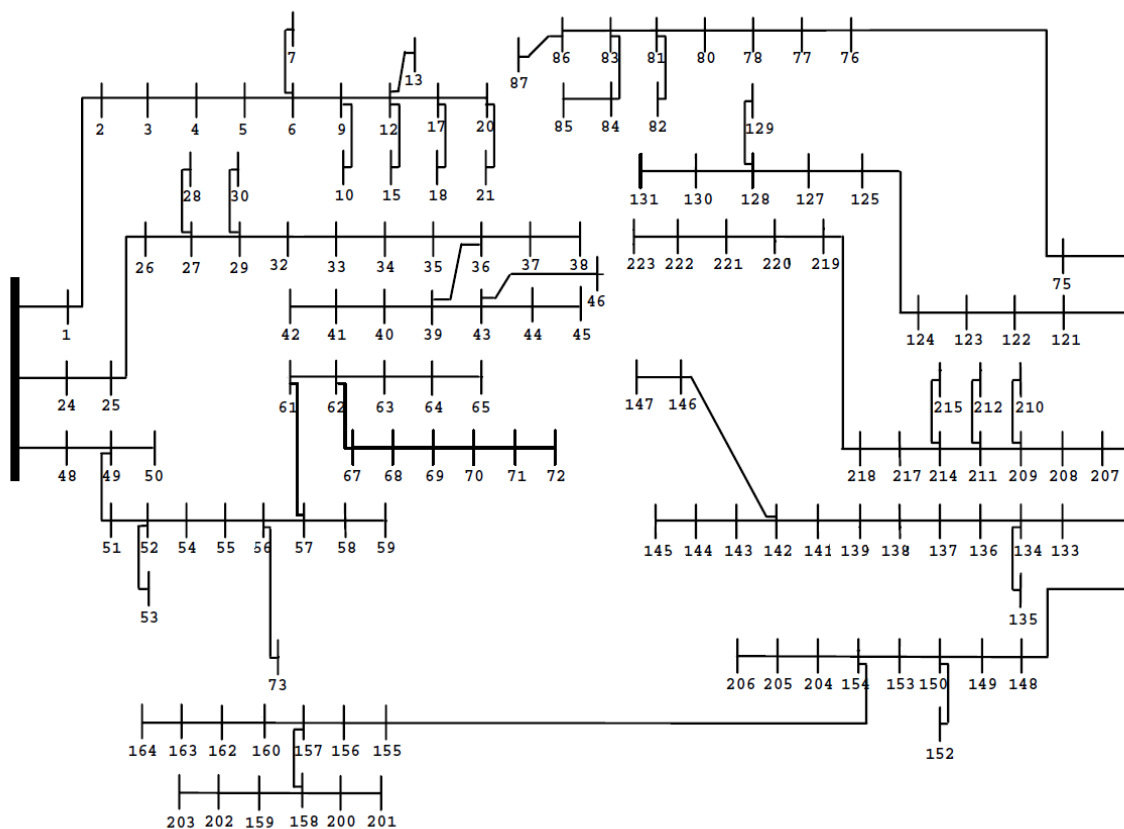
Figura 28 – Sistema de 69 barras IEEE.



Fonte: Adaptado de (MISHRA; DAS; PAUL, 2014).

O quarto sistema utilizado nesse trabalho é o sistema real de 136 barras, localizado em uma cidade de médio porte do Brasil. O sistema é mostrado na Figura 29 e disponível em (CARRENO; ROMERO; PADILHA-FELTRIN, 2008). Esse sistema opera com tensão nominal de 13,8 kV e potência nominal de 100 MVA. Os dados referentes às barras e às linhas desse sistema encontram-se no ANEXO D.

Figura 29 - Sistema real de 136 barras.



Fonte: Adaptado de (CARRENO; ROMERO; PADILHA-FELTRIN, 2008).

As considerações a seguir foram levadas em conta durante a implementação e a execução do método proposto nesse trabalho. A quantidade máxima estipulada de GDs a serem alocados no sistema analisado é 3. Essa quantidade foi definida visto que maior quantidade de GDs alocados no sistema implica em maior complexidade do problema e, conseqüentemente, do espaço de busca, demandando muito mais tempo das simulações e, com isso, inviabilizando a análise preliminar da proposta. Segundo o Módulo 8 – Qualidade da Energia Elétrica do PRODIST, foram definidos os limites de tensão para todas as barras do sistema entre 0,95 p.u. e 1,05 p.u. O custo máximo da configuração ótima dos GDs estipulado foi baseado na unidade de GDa de maior potência disponível e no número máximo permitido de unidades instaladas, resultando em um custo máximo de R\$15.000.000,00. Finalmente, cada sistema possui limites de ampacidade nas linhas. Tais limites são mostrados na Tabela 9.

Tabela 9 – Ampacidades das linhas nos quatro sistemas de teste.

<b>Sistema</b>	<b>Ampacidade (A)</b>
12 Barras	70
33 Barras	400
69 Barras	400
136 Barras	400

Ainda, foi definido como critério de parada para as meta-heurísticas o número máximo de 15.000 iterações sem melhoria para os casos em que não se conhecia o ótimo. Para os sistemas de 12 e 33 barras, a obtenção da melhor solução obtida pela Busca Exaustiva (solução ótima) era a condição necessária para a finalização do processo de busca.

## 4.2 Sistema de 12 Barras

Para o sistema de 12 barras, considerou-se que a velocidade do vento no local da rede seguia uma distribuição de Weibull com parâmetros  $C = 11$  e  $K = 2$ , que a irradiação solar seguia uma distribuição Beta com parâmetros  $\alpha = 0,26$  e  $\beta = 0,73$  e que o calor de queima da biomassa seguia uma distribuição Normal com parâmetros  $\mu_H = 3,9$  e  $\sigma_H = 0,07$ . Dessa maneira, por meio do método 2-PEM, as unidades disponíveis de GDa apresentaram uma potência de saída dada pelas concentrações apresentadas na Tabela 10.

Tabela 10 – Potências de saída dos GDs – 2-PEM.

<b>Gerador Distribuído</b>	<b>Ponto de Concentração 1 Potência de Saída [kW]</b>	<b>Ponto de Concentração 2 Potência de Saída [kW]</b>
Gerador Eólico 1	199,0911	31,9385
Gerador Eólico 2	353,8965	49,9075
Gerador Eólico 3	723,1476	123,5959
Gerador Solar 1	109,1998	8,7824
Gerador Solar 2	299,3507	23,8588
Gerador Solar 3	508,5329	43,4175
Gerador a Biomassa 1	86,4516	83,4000

Considerando a alocação máxima de 3 GDs; que todas as barras são passíveis de receberem um GD, com exceção da subestação; que os sete tipos de unidades de GDa estão presentes, o sistema de 12 barras apresentou um total de 98.098 configurações distintas de alocação de GDs. Essas soluções foram testadas por meio da Busca Exaustiva, resultando na configuração ótima apresentada na Tabela 11.

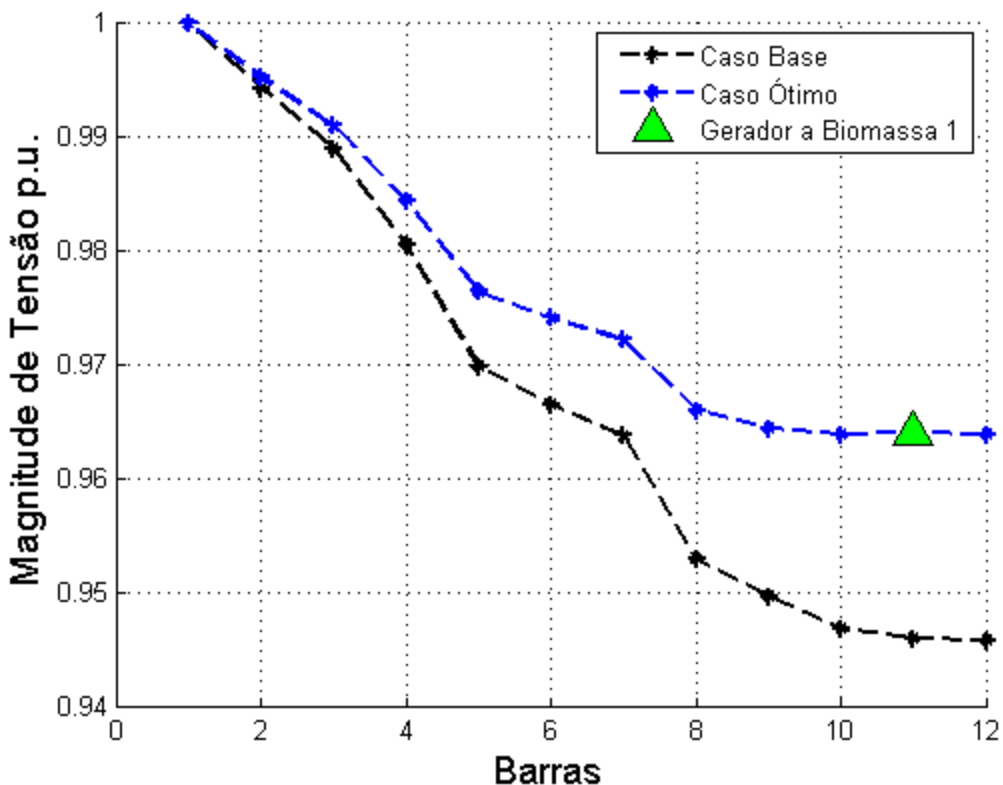
Tabela 11 - Configuração ótima para o sistema de 12 barras.

<b>Gerador Distribuído</b>	<b>Potência Nominal [kW]</b>	<b>Barra</b>
Gerador a Biomassa 1	85	11

Para o caso base, o sistema de 12 barras apresenta perdas ativas de 20,3050 kW e, para o caso ótimo obtido pela Busca Exaustiva, o mesmo sistema apresenta perdas de 14,2838 kW, resultando na redução de perdas de 29,6538%.

Com relação ao perfil de tensão, a Figura 30 apresenta uma comparação antes e após a alocação ótima de GDs. A tensão mínima no sistema, barra 12, na pré-alocação era de 0,9459 p.u., já pós-alocação é de 0,9642 p.u., o que atende às restrições impostas.

Figura 30 - Perfil de tensão para o sistema de 12 barras.



A configuração ótima obtida pela Busca Exaustiva tem associado um custo total de R\$ 418.621,5077 e foi obtida em um tempo de 757,1065 segundos (aproximadamente 12 minutos e 6 segundos).

Como dito anteriormente, para validar as meta-heurísticas implementadas, os resultados obtidos foram comparados com os obtidos pela Busca Exaustiva. Cada meta-heurística foi executada consecutivamente 15 vezes para se garantir condições justas dos resultados obtidos. Das 15 vezes executadas, para cada uma das três meta-heurísticas implementadas, 100% das tentativas resultou em convergência para a mesma solução obtida na Busca Exaustiva. Os resultados que apresentaram o menor tempo de execução dentre as 15 vezes em cada meta-heurística, são apresentados na Tabela 12. A Tabela 12 mostra o número de iterações até o método convergir para o ótimo global, a porcentagem do espaço de busca total averiguada, o número de mudanças no valor da função objetivo e o tempo de execução necessário.

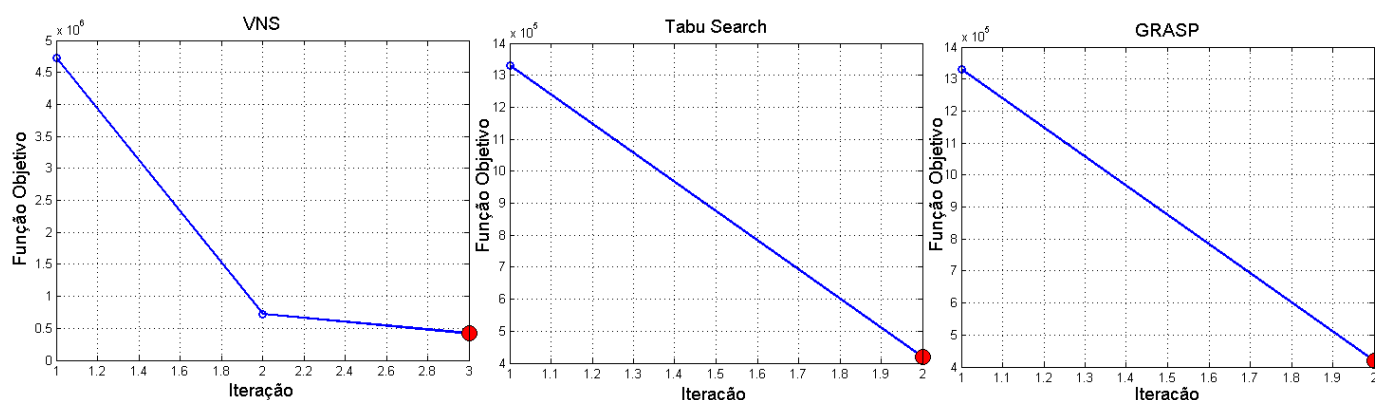


Tabela 12 – Resultados para as meta-heurísticas no sistema de 12 barras.

Meta-Heurística	Iterações	% do Espaço de Busca	Nº de Mudanças na FO	Tempo (s)
VNS	3	0,0031	3	0,481751
Busca Tabu	2	0,0020	2	0,068677
GRASP	2	0,0020	2	0,47931

A Figura 31 apresenta as curvas de convergência das três meta-heurísticas empregadas na resolução do problema de alocação ótima de GDs para o sistema de 12 barras.

Figura 31 – Perfil de Convergência das meta-heurísticas para o sistema de 12 barras.



### 4.3 Sistema de 33 Barras

Para o sistema de 33 barras, foram feitas as mesmas considerações usadas para o sistema de 12 barras com o intuito de uniformizar a comparação de resultados obtidos pelas meta-heurísticas com os da Busca Exaustiva.

O sistema de 33 barras apresentou um total de 2.052.512 configurações distintas para a alocação de GDs. Essas soluções foram testadas por meio da Busca Exaustiva, resultando na configuração ótima apresentada na Tabela 13.

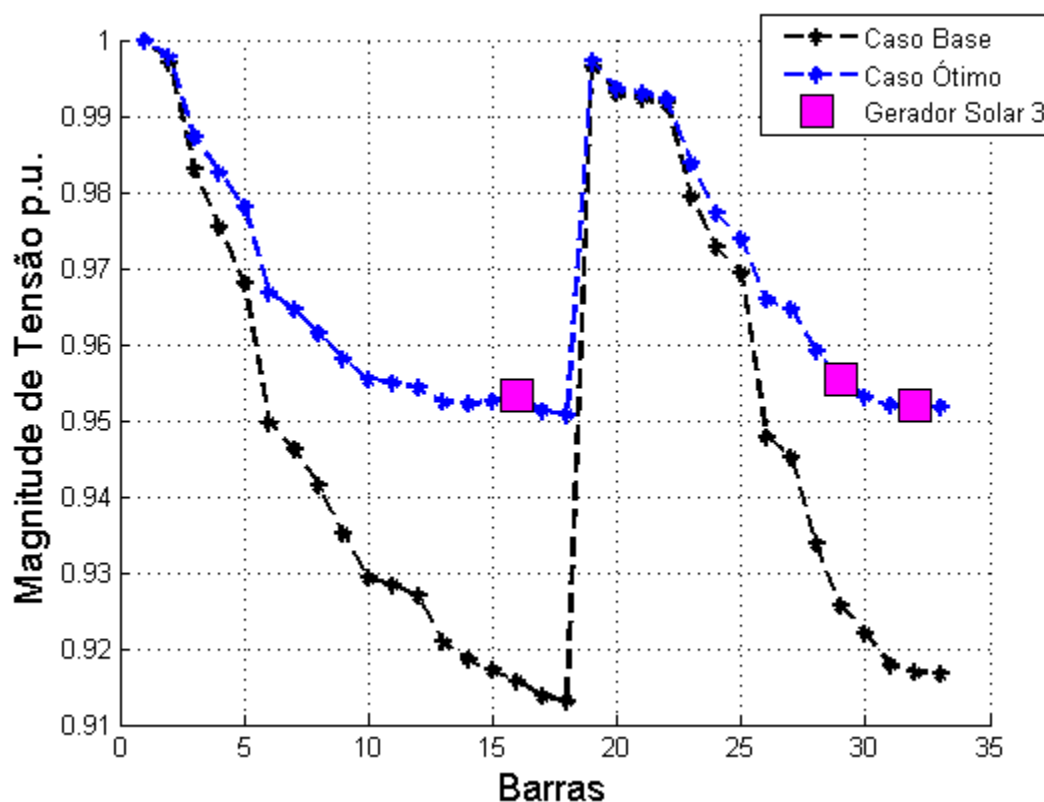
Tabela 13 - Configuração ótima para o sistema de 33 barras.

Gerador Distribuído	Potência Nominal [kW]	Barra
Gerador Solar 3	510	16
Gerador Solar 3	510	29
Gerador Solar 3	510	32

O sistema de 33 barras apresenta no caso base perdas ativas iguais a 202,6650 kW e, no caso ótimo, obtido pela Busca Exaustiva, apresenta perdas de 110,7331 kW, resultando uma em redução de perdas de 45,3615%.

A Figura 32 apresenta os perfis de tensão para os dois casos. A tensão mínima no sistema, barra 18, na pré-alocação era de 0,9131 p.u., já pós-alocação é de 0,9507 p.u., o que atende às restrições impostas.

Figura 32 - Perfil de tensão para o sistema de 33 barras.



A configuração ótima obtida pela Busca Exaustiva possui um custo total de R\$ 10.047.363,6723 e foi obtida em um tempo de 35043,3428 segundos (9 horas e 44 minutos).

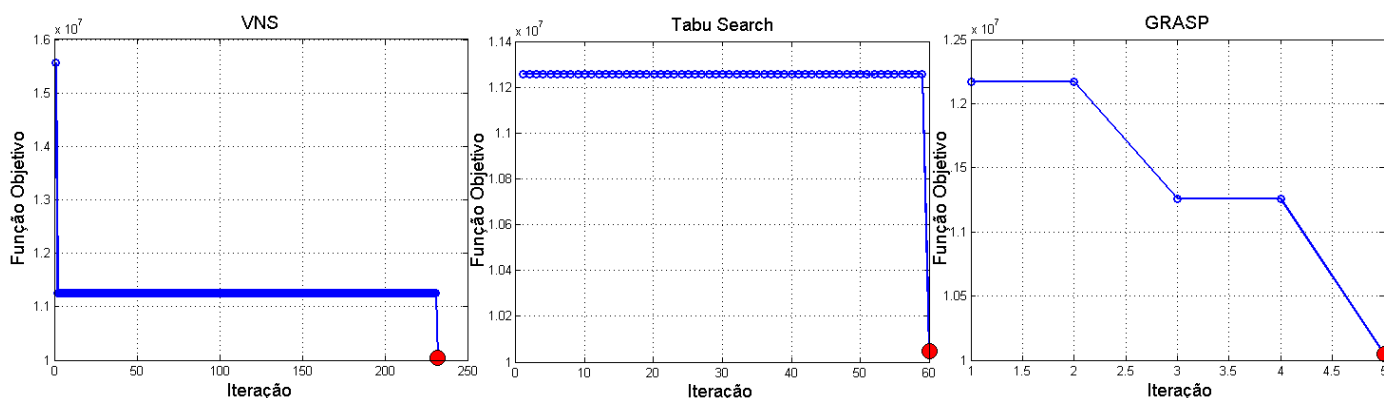
Assim, como no sistema de 12 barras, das 15 execuções realizadas, para cada uma das três meta-heurísticas implementadas, 100% das vezes os algoritmos identificaram a mesma solução obtida pela Busca Exaustiva. Os melhores resultados são apresentados na Tabela 14.

Tabela 14 – Meta-Heurísticas para o sistema de 33 barras.

Meta-Heurística	Iterações	% do Espaço de Busca	Nº de Mudanças na FO	Tempo (s)
VNS	232	0,0113	6	16,0247
Busca Tabu	60	0,0029	3	5,3352
GRASP	5	0,0002	3	0,9010

A Figura 33 apresenta as curvas de convergência para o sistema de 33 barras.

Figura 33 - Convergência para o sistema de 33 barras.



Os resultados obtidos para os sistemas de 12 e de 33 barras demonstram visivelmente os benefícios da alocação de unidades de GDa em um sistema elétrico. A alocação de GDs foi capaz de reduzir consideravelmente as perdas ativas do sistema e manter todas as barras nos limites desejados de tensão. Além disso, a comparação entre os resultados obtidos pelas meta-heurísticas implementadas e os resultados da Busca Exaustiva são essenciais para comprovar a eficiência destas meta-heurísticas na resolução de problemas de otimização de natureza

combinatória. A quantidade de soluções que foram visitadas pelas meta-heurísticas é consideravelmente pequena quando comparada ao espaço de busca total, e, conseqüentemente, também diminui consideravelmente o tempo de convergência do processo.

#### 4.4 Sistema de 69 Barras

Para os testes no sistema de 69 barras, dados climáticos reais foram considerados. Os dados de velocidade do vento e de irradiação solar foram retirados de estações de medição da cidade brasileira de Calcanhar, no estado do Rio Grande do Norte. Esta cidade foi escolhida devido a boa incidência solar e padrão de vento bem comportado presente na sua localidade. Os dados foram retirados do banco de dados do Instituto Nacional de Meteorologia (INMET) relativos ao dia 07 de novembro de 2016. A Tabela 15 apresenta os dados deste dia, de hora em hora.

Tabela 15 – Dados climáticos reais.

<b>Hora</b>	<b>Velocidade do Vento [m/s]</b>	<b>Irradiação Solar [kW/m<sup>2</sup>]</b>
0	10,2	0
1	9,6	0
2	10,9	0
3	10,6	0
4	10,4	0
5	7,8	0
6	8,1	0
7	7,4	0
8	6,5	0
9	7,7	0,0408
10	9,6	0,2041
11	10,1	0,5102
12	9,7	0,7143
13	10,6	0,9138
14	10,6	1
15	11,1	0,9796
16	10,6	0,9183
17	10,2	0,7960
18	10,3	0,5714
19	10,2	0,3470
20	9,9	0,1224
21	10	0
22	11,3	0
23	10,5	0

Com base na Tabela 15 e na Equação 18, determina-se que a velocidade do vento no local da rede segue uma distribuição de Weibull com parâmetros  $C = 10,9970$  e  $K = 2$ . Por sua vez, com base nas Equações 20 e 21, determina-se que a irradiação solar segue uma distribuição Beta com parâmetros  $\alpha = 0,4664$  e  $\beta = 1,1052$ . Já o calor de queima da biomassa seguia uma distribuição Normal com parâmetros  $\mu_H = 3,9$  e  $\sigma_H = 0,07$ . Portanto, pelo método 2-PEM, as unidades disponíveis de GDa para esta localização com dada condição climática apresentam uma potência de saída fornecida pelos pontos de concentração apresentados na Tabela 16.

Tabela 16 – Potências de saída dos GDs obtidas pela aplicação do método de 2-PEM.

<b>Gerador Distribuído</b>	<b>Ponto de Concentração 1 Potência de Saída [kW]</b>	<b>Ponto de Concentração 2 Potência de Saída [kW]</b>
Gerador Eólico 1	199,2703	32,3499
Gerador Eólico 2	352,8413	49,2268
Gerador Eólico 3	723,2053	125,8177
Gerador Solar 1	109,6104	15,7168
Gerador Solar 2	299,8604	35,5045
Gerador Solar 3	509,6951	66,5856
Gerador a Biomassa 1	86,4198	83,3745

As três meta-heurísticas aplicadas no sistema de 69 barras convergiram para a mesma solução ótima, mostrada na Tabela 17.

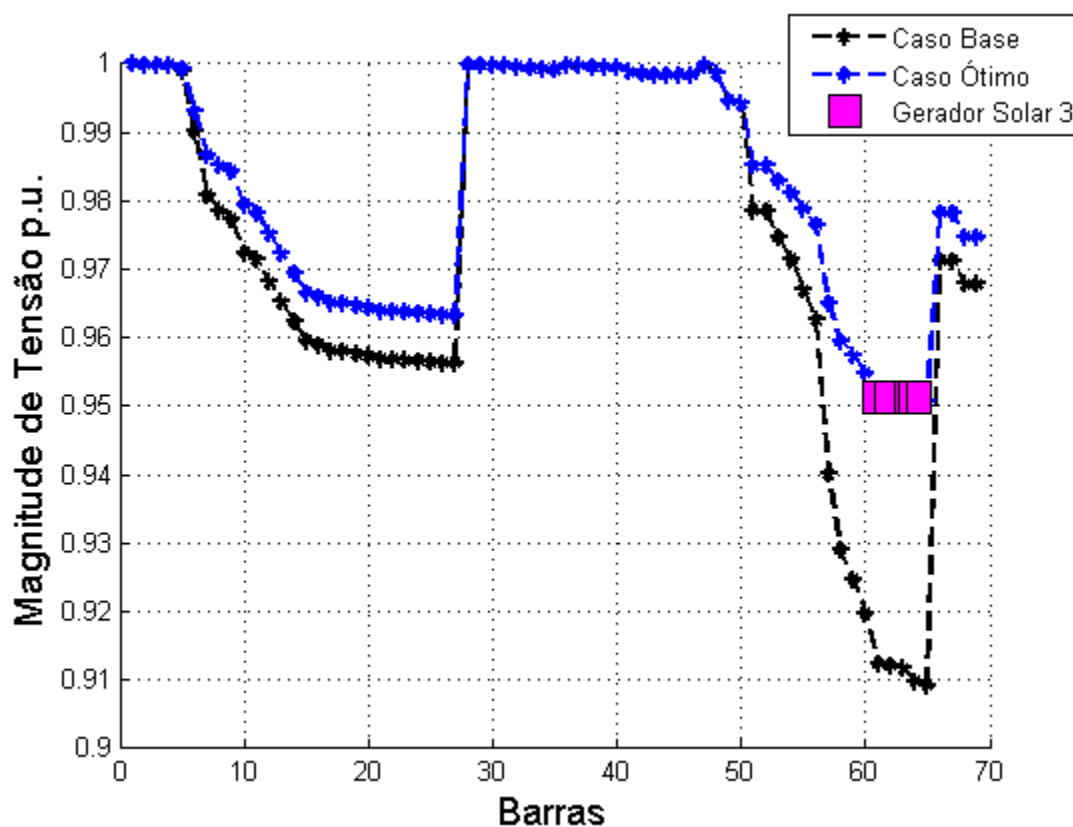
Tabela 17 - Configuração ótima para o sistema de 69 barras.

<b>Gerador Distribuído</b>	<b>Potência Nominal [kW]</b>	<b>Barra</b>
Gerador Solar 3	510	61
Gerador Solar 3	510	62
Gerador Solar 3	510	64

O sistema de 69 barras apresenta, para o caso base, perdas ativas de 224,9219 kW e, no caso ótimo obtido pelas meta-heurísticas, apresenta perdas de 110,1674 kW, resultando em uma redução de perdas de 48,9803 %.

Com relação ao perfil de tensão, a Figura 34 apresenta uma comparação do mesmo antes e após a alocação ótima de GDs. A tensão mínima no sistema, barra 65, na pré-alocação era de 0,9093 p.u., já pós-alocação é de 0,9506 p.u., o que atende às restrições impostas.

Figura 34 - Perfil de tensão para o sistema de 69 barras.



A configuração ótima obtida possui um custo total de R\$ 10.047.363,5795. A Tabela 18 mostra, em detalhes, as características de execução para cada uma das meta-heurísticas empregadas.

Tabela 18 – Meta-Heurísticas para o sistema de 69 barras.

Meta-Heurística	Iterações	Nº de Mudanças na FO	Tempo
VNS	31456	21	3 h e 3 min
Busca Tabu	16150	4	1 h e 31 min
GRASP	23324	8	2 h e 12 min

## 4.5 Sistema de 136 Barras

Para os testes no sistema de 136 barras, foram feitas as mesmas considerações aplicadas ao sistema de 69 barras. Entretanto, as meta-heurísticas aplicadas encontraram soluções distintas. A Tabela 19 apresenta as soluções, com seus respectivos custos, encontradas em cada meta-heurística aplicada.

Tabela 19 - Configuração ótima para o sistema de 136 barras.

Meta-Heurística	Gerador Distribuído	Potência Nominal [kW]	Barra
VNS R\$ 12.805.037,0720	Gerador Eólico 3	800	109
	Gerador Eólico 3	800	112
	Gerador Solar 3	510	117
Busca Tabu R\$ 12.805.036,9565	Gerador Eólico 3	800	107
	Gerador Eólico 3	800	115
	Gerador Solar 3	510	117
GRASP R\$ 12.805.036,9923	Gerador Eólico 3	800	106
	Gerador Eólico 3	800	115
	Gerador Solar 3	510	117

O sistema de 136 barras apresenta no caso base perdas ativas de 320,2432 kW. As perdas de potência ativa das configurações obtidas pelas meta-heurísticas são apresentadas na Tabela 20.

Tabela 20 – Perdas de Potência Ativa para o Sistema de 136 barras.

Meta-Heurística	Perdas Caso Ótimo [kW]	Redução [%]
VNS	263,4699	17,7282
Busca Tabu	262,7661	17,9480
GRASP	262,9842	17,8798

Com relação ao perfil de tensão, as Figura 35, 36 e 37 apresentam uma comparação antes e após a alocação ótima de GDs para a VNS, Busca Tabu e GRASP, respectivamente.

Figura 35 - Perfil de tensão obtido pelo VNS para o sistema de 136 barras.

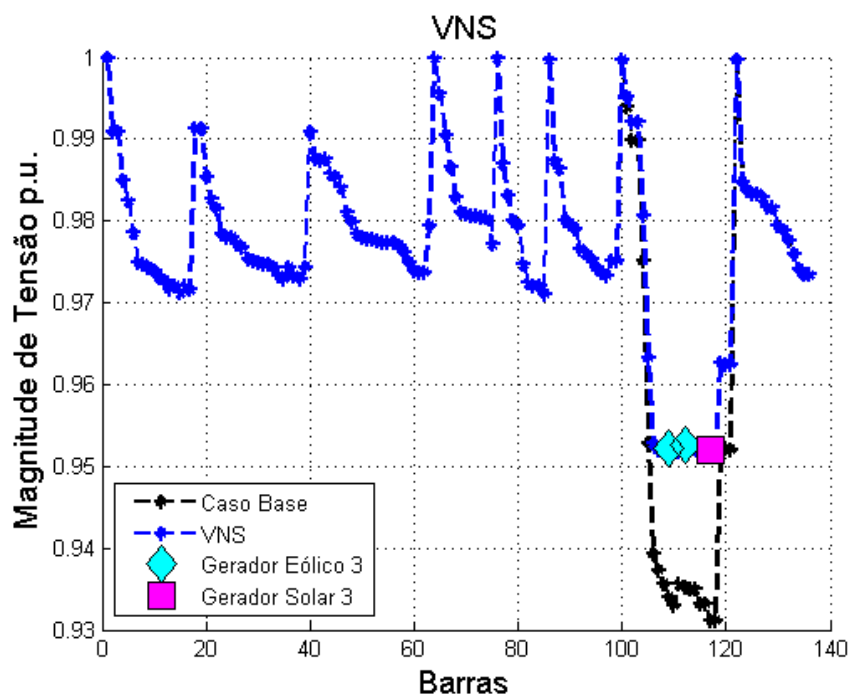


Figura 36 - Perfil de tensão obtido pela Busca Tabu para o sistema de 136 barras.

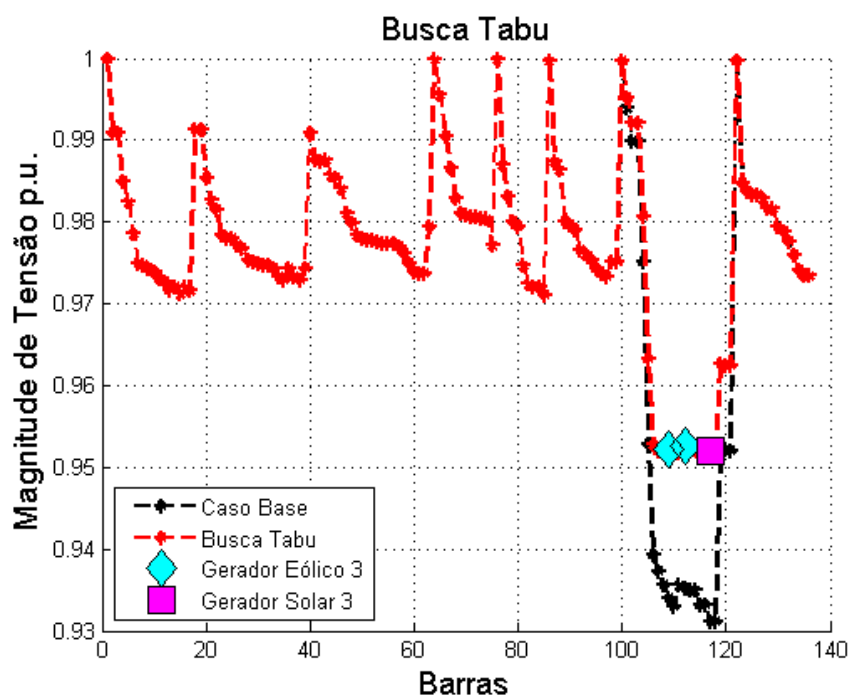
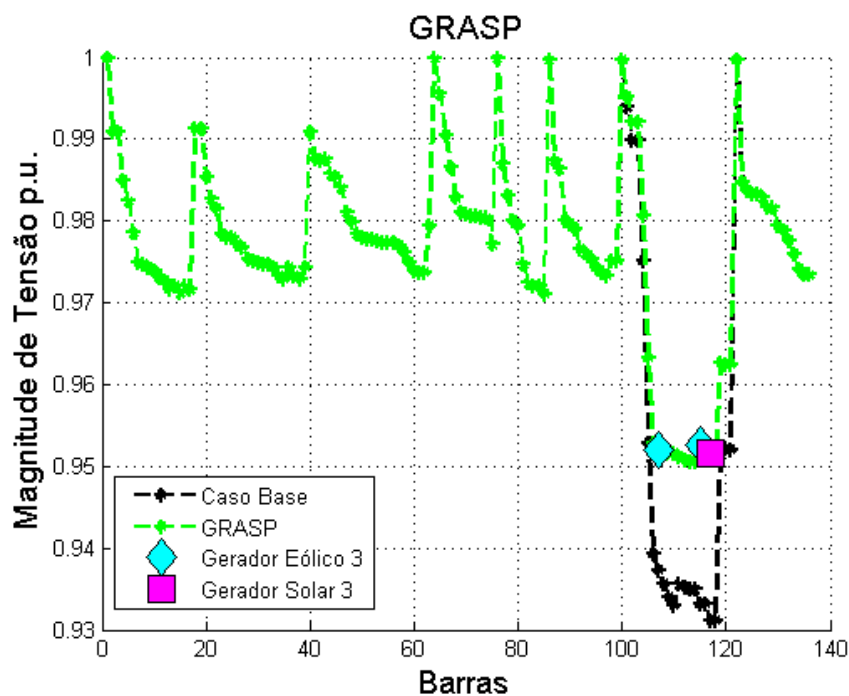




Figura 37 - Perfil de tensão obtido pelo GRASP para o sistema de 136 barras.



A tensão mínima no sistema antes da alocação é de 0,9312 p.u., o que não atende às restrições impostas. Já as tensões mínimas obtidas após a alocação dos GDs pelas meta-heurísticas atendem aos limites necessário e são mostradas na Tabela 21.

Tabela 21 - Perfil de tensão para o sistema de 136 barras.

Meta-Heurística	$V_{\min}$ Caso Base [p.u.]	Barra	$V_{\min}$ Caso Ótimo [p.u.]	Barra
VNS	0,9312	118	0,9514	116
Busca Tabu	0,9312	118	0,9514	116
GRASP	0,9312	118	0,9506	114

A Tabela 22 mostra em detalhes as características de execução de cada uma das meta-heurísticas empregadas.

Tabela 22 – Meta-Heurísticas para o sistema de 136 barras.

<b>Meta-Heurística</b>	<b>Iterações</b>	<b>Nº de Mudanças na FO</b>	<b>Tempo</b>
VNS	30013	14	12 h e 54 min
Busca Tabu	15300	3	4 h e 15 min
GRASP	26008	18	7 h e 14 min

Os resultados obtidos para os sistemas de 69 e de 136 barras demonstram a possibilidade de se aplicar o método desenvolvido em sistemas maiores considerando dados climáticos reais. Mais uma vez, as meta-heurísticas provaram ser viáveis para este tipo de problema de otimização. No sistema de 69 barras, as três meta-heurísticas implementadas convergiram para a mesma solução. E no sistema de 136 barras, apesar das soluções não serem a mesma, elas são bastante semelhantes do ponto de vista de desempenho e dos efeitos da alocação de GDs no perfil de tensão, nas perdas de potência ativa e nos custos associados.

## 5 CONCLUSÕES

A inserção de unidades de GDa em um sistema elétrico traz diversos benefícios para o mesmo incluindo a melhoria do perfil de tensão e a redução das perdas ativas. Sendo assim, o processo de alocação de GDs na rede deve ser realizado da forma mais realista possível para maximizar os efeitos positivos da mesma e minimizar conflitos operacionais como riscos de instabilidade, atuações dos dispositivos de proteção, desbalanceamentos, etc. Entretanto, para obter valores do sistema mais realistas é necessário realizar uma abordagem probabilística, considerando as incertezas associadas a cada tipo de GD durante a resolução do problema de fluxo de potência.

Como foi mostrado, o método 2-PEM pode ser utilizado para solucionar o problema do FPP considerando uma incerteza associada a cada tipo de unidade de GDa, obtendo resultados condizentes com o método MC, mais utilizado para a solução do FPP.

Nesse trabalho, foram considerados vários modelos de diferentes tipos de unidades de GDa, incluindo os geradores eólicos, os geradores solares e os geradores a biomassa. A potência de saída de cada uma dessas unidades varia de acordo com algum fator externo como, por exemplo, a velocidade do vento, a irradiação solar ou o calor proveniente do processo de queima da biomassa. Esses fatores externos são admitidos como variáveis de natureza aleatória e, por isso, fica evidente a utilização de uma abordagem probabilística na resolução do planejamento de sistemas elétricos com inclusão de GDa.

O problema de alocação ótima de GDs pode ser visto como um problema de otimização no qual o objetivo é minimizar os custos das perdas ativas do sistema e dos custos de instalação, de operação e manutenção das unidades de GDa. Esse problema é um problema do tipo combinatório, solucionado nesse trabalho por meio das meta-heurísticas VNS, Busca Tabu e GRASP.

A partir dos testes realizados, fica evidente que o perfil de tensão da rede e as perdas ativas variam de acordo com a potência da unidade de GDa inserida em uma barra específica. Além disso, a potência de cada tipo de unidade varia de acordo com um fator externo. Dessa forma, torna-se interessante o agrupamento de diferentes tipos de unidades para uma dada

condição. Por exemplo, dias ensolarados tendem a ser menos ventosos; por outro lado, dias ventosos tendem a ser menos ensolarados. Desse modo, a combinação de unidades eólicas e solares confere maior resiliência ao sistema final expandido. Como a potência de saída das unidades baseadas em biomassa depende apenas do calor de queima do material a ser utilizado, essas unidades podem ser utilizadas para fornecer uma potência praticamente constante que depende menos das condições climáticas.

O método PEM mostrou-se eficiente para o tratamento das incertezas associadas a cada um dos tipos de unidade de GDa, refletindo as características estatísticas de cada tipo em seus dois pontos de concentração. Por sua vez, as meta-heurísticas implementadas provaram-se capazes de obter configurações de GDs com custo total mínimo e que atendem às restrições técnicas, operacionais e financeiras impostas pelo problema, obtendo uma boa performance para este problema de natureza combinatória. Por último, a análise de sensibilidade de perdas foi importante no processo de produção de uma solução inicial de melhor qualidade, otimizando o processo de convergência das meta-heurísticas.

## **5.1 Sugestões de Trabalhos Futuros**

Como trabalhos futuros, pode-se considerar a aplicação da metodologia implementada considerando dados climáticos de velocidade do vento e irradiação solar, hora-a-hora, em diferentes estações do ano. Dessa maneira, as meta-heurísticas devem retornar uma configuração ótima de alocação de GDs que atenderia o pior cenário do dia. Também pode ser considerada a modelagem das cargas por meio de curvas de carga de diferentes classes (residencial, comercial e industrial) com valores hora-a-hora ou cargas modeladas por meio de uma distribuição Normal de valor médio e desvio padrão conhecidos. Além disso, a alocação de reguladores de tensão pode ser contemplada neste trabalho para realizar a regulação do nível de tensão nas barras do sistema quando as unidades de GDa são desconectadas do sistema.

## REFERÊNCIAS

ACKERMANN, T.; ANDERSSON, G.; SÖDER, L. Distributed generation: a definition. *Electric power systems research*, Elsevier, v. 57, n. 3, p. 195–204, 2001.

AIEN, M.; KHAJEH, M. G.; RASHIDINEJAD, M.; FOTUHI-FIRUZABAD, M. Probabilistic power flow of correlated hybrid wind-photovoltaic power systems. *IET Renewable Power Generation*, IET, v. 8, n. 6, p. 649–658, 2014.

ALLAN, R.; SILVA, A. D.; BURCHETT, R. Evaluation methods and accuracy in probabilistic load flow solutions. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 5, n. PAS-100, p. 2539–2546, 1981.

ANEEL. Geração Distribuída. Acesso em: 08 set. 2016. Disponível em: <[http://www2.aneel.gov.br/aplicacoes/noticias/Output\\_Noticias.cfm?Identidade=8899&id\\_area=90](http://www2.aneel.gov.br/aplicacoes/noticias/Output_Noticias.cfm?Identidade=8899&id_area=90)>.

ANEEL. Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional - PRODIST. [S.l.], 2016.

BANCO CENTRAL DO BRASIL. Taxas de Câmbio. Acesso em: 12 dez. 2016. Disponível em: <<http://www4.bcb.gov.br/pec/taxas/port/ptaxnpsq.asp?id=txcotacao>>.

BARAN, M. E.; WU, F. F. Network reconfiguration in distribution systems for loss reduction and load balancing. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 1989.

BARAN, M. E.; WU, F. F. Optimal capacitor placement on radial distribution systems. *IEEE Transactions on power Delivery*, 1989.

BORKOWSKA, B. Probabilistic load flow. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, IEEE, v. 93, n. 3, p. 752–759, 1974.

BUSSAB, W. O.; MORETTIN, P. Estatística básica. Editora Saraiva, 5a. edição. São Paulo, 2004.

CARRENO, E. M.; ROMERO, R.; PADILHA-FELTRIN, A. An efficient codification to solve distribution network reconfiguration for loss reduction problem. *IEEE Transactions on Power Systems*, IEEE, v. 23, n. 4, p. 1542–1551, 2008.

CARVALHO, M. R. Estudo comparativo de fluxo de potência para sistemas de distribuição radial. São Carlos, SP. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade de São Carlos, 2006.

CEMIG. Tecnologia de Geração Distribuída. Acesso em: 22 jun. 2016. Disponível em: <[http://www.cemig.com.br/pt-br/A\\_Cemig\\_e\\_o\\_Futuro/inovacao/Alternativas\\_Energeticas/Paginas/tecnologia\\_de\\_geracao\\_distribuida.aspx](http://www.cemig.com.br/pt-br/A_Cemig_e_o_Futuro/inovacao/Alternativas_Energeticas/Paginas/tecnologia_de_geracao_distribuida.aspx)>.

CHEN, P.; CHEN, Z.; BAK-JENSEN, B. Probabilistic load flow: A review. In: IEEE. Electric Utility Deregulation and Restructuring and Power Technologies, 2008. DRPT 2008. Third International Conference on. [S.l.], 2008. p. 1586–1591.

DEHGHANIAN, P.; HOSSEINI, S. H.; MOEINI-AGHTAIE, M.; ARABALI, A. Optimal siting of DG units in power systems from a probabilistic multi-objective optimization perspective. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Elsevier, v. 51, p. 14–26, 2013.

D’OVIDIO, A.; PAGANO, M. Probabilistic multicriteria analyses for optimal biomass power plant design. *Electric Power Systems Research*, Elsevier, v. 79, n. 4, p. 645–652, 2009.

ENERCON. Eneron E-53. Acesso em: 25 mai. 2016. Disponível em: <<http://www.enercon.de/en/products/ep-1/e-53/>>.

FEO, T. A.; RESENDE, M. G. A probabilistic heuristic for a computationally difficult set covering problem. *Operations research letters*, Elsevier, v. 8, n. 2, p. 67–71, 1989.

GAIN. JS 150. Acesso em: 9 jul. 2016. Disponível em: <<http://www.neosolar.com.br/loja/painel-solar-fotovoltaico-150wp-yingli-solar-yl150p-17b.html>>.

GLOVER, F. Future paths for integer programming and links to artificial intelligence. *Computers & operations research*, Elsevier, v. 13, n. 5, p. 533–549, 1986.

GUPTA, N. Probabilistic load flow with detailed wind generator models considering correlated wind generation and correlated loads. *Renewable Energy*, Elsevier, v. 94, p. 96–105, 2016.

INMET, Instituto Nacional de Meteorologia. Acesso em: 7 nov. 2016. Disponível em: <[http://www.inmet.gov.br/portal/index.php?r=home/page&page=rede\\_estacoes\\_auto\\_graf](http://www.inmet.gov.br/portal/index.php?r=home/page&page=rede_estacoes_auto_graf)>.

JORDEHI, A. R. Allocation of distributed generation units in electric power systems: A review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Elsevier, v. 56, p. 893–905, 2016.

JURADO, F.; CANO, A. Optimal placement of biomass fuelled gas turbines for reduced losses. *Energy Conversion and Management*, Elsevier, v. 47, n. 15, p. 2673–2681, 2006.

KAYAL, P.; CHANDA, C. Optimal mix of solar and wind distributed generations considering performance improvement of electrical distribution network. *Renewable Energy*, Elsevier, v. 75, p. 173–186, 2015.

KEFAYAT, M.; ARA, A. L.; NIAKI, S. N. A hybrid of ant colony optimization and artificial bee colony algorithm for probabilistic optimal placement and sizing of distributed energy resources. *Energy Conversion and Management*, Elsevier, v. 92, p. 149–161, 2015.

KERSTING, W. H. Radial distribution test feeders. In: IEEE. Power Engineering Society Winter Meeting, 2001. IEEE. [S.l.], 2001. v. 2, p. 908–912.

KHODR, H. M.; OCQUE, L.; YUSTA, J. M.; ROSA, M. A. New load flow method SE oriented for large radial distribution networks. In: IEEE. 2006 IEEE/PES Transmission & Distribution Conference and Exposition: Latin America. [S.l.], 2006. p. 1–6.

KOUTSOUKIS, N.; GEORGILAKIS, P.; HATZIARGYRIOU, N. A tabu search method for distribution network planning considering distributed generation and uncertainties. p. 1–6, 2014.

LI, Y.; ZIO, E. Uncertainty analysis of the adequacy assessment model of a distributed generation system. *Renewable Energy*, Elsevier, v. 41, p. 235–244, 2012.

LI, Y.-F.; ZIO, E. A multi-state model for the reliability assessment of a distributed generation system via universal generating function. *Reliability Engineering & System Safety*, Elsevier, v. 106, p. 28–36, 2012.

LÓPEZ, P. R.; GONZÁLEZ, M. G.; REYES, N. R.; JURADO, F. Optimization of biomass fuelled systems for distributed power generation using particle swarm optimization. *Electric Power Systems Research*, Elsevier, v. 78, n. 8, p. 1448–1455, 2008.

LORA, E. E. S.; HADDAD, J. Geração distribuída: aspectos tecnológicos, ambientais e institucionais. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

MISHRA, S.; DAS, D.; PAUL, S. A simple algorithm for distribution system load flow with distributed generation. In *Recent Advances and Innovations in Engineering (ICRAIE)*, IEEE. p. 1-5, 2014.

MITSUBISHI. MLE255HD. Acesso em: 10 jul. 2016. Disponível em: <[http://www.mitsubishielectric.com/bu/solar/pv\\_modules/pdf/L-175-2-B9064-A.pdf](http://www.mitsubishielectric.com/bu/solar/pv_modules/pdf/L-175-2-B9064-A.pdf)>.

MLADENOVIC, N.; HANSEN, P. Variable neighborhood search. *Computers & operations research*, Elsevier, v. 24, n. 11, p. 1097–1100, 1997.

MOGHADDAS-TAFRESHI, S.; MASHHOUR, E. Distributed generation modeling for power flow studies and a three-phase unbalanced power flow solution for radial distribution systems considering distributed generation. *Electric Power Systems Research*, Elsevier, v. 79, n. 4, p. 680–686, 2009.

MOHAMMADI, M.; SHAYEGANI, A.; ADAMINEJAD, H. A new approach of point estimate method for probabilistic load flow. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Elsevier, v. 51, p. 54–60, 2013.

MONTICELLI, A. J. Fluxo de carga em redes de energia elétrica. [S.l.]: E. Blucher, 1983.

MORALES, J. M.; PEREZ-RUIZ, J. Point estimate schemes to solve the probabilistic power flow. *IEEE Transactions on Power Systems*, IEEE, v. 22, n. 4, p. 1594–1601, 2007.

NETO, W. M. P. Restauração automática de redes de distribuição de energia elétrica de grande porte com geração distribuída. Tese (Doutorado) — Universidade Estadual Paulista (UNESP), 2011.

PANTUZI, A. V. Desempenho de um algoritmo backward-forward sweep de cálculo de fluxo de potência. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Estadual Paulista (UNESP), 2006.

PAREJA, L. A. G. Fluxo de potência em redes de distribuição de energia elétrica considerando incertezas. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual Paulista (UNESP), 2009.

RAMESH, L.; CHOWDHUTY, S. P.; CHOWDHURY, S.; SONG, Y. H.; NATARAJAN, A. A. Voltage stability analysis and real power loss reduction in distributed distribution system. p. 1–6, 2008.

REIS, J. V. A. D. Meta-heurísticas baseadas em busca em vizinhança variável aplicadas a problemas de operação de transportes. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2013.

ROCCHETTA, R.; LI, Y.; ZIO, E. Risk assessment and risk-cost optimization of distributed power generation systems considering extreme weather conditions. *Reliability Engineering & System Safety*, Elsevier, v. 136, p. 47–61, 2015.

ROSENBLUETH, E. Point estimates for probability moments. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, National Academy Sciences, v. 72, n. 10, p. 3812–3814, 1975.

RUIZ-RODRIGUEZ, F.; GOMEZ-GONZALEZ, M.; JURADO, F. Optimization of radial systems with biomass fueled gas engine from a metaheuristic and probabilistic point of view. *Energy Conversion and Management*, Elsevier, v. 65, p. 343–350, 2013.

RUIZ-RODRIGUEZ, F.; HERNANDEZ, J.; JURADO, F. Probabilistic load flow for photovoltaic distributed generation using the Cornish–Fisher expansion. *Electric Power Systems Research*, Elsevier, v. 89, p. 129–138, 2012.

SANTOS, M. J. dos. Modelagem de Incertezas no Problema de Fluxo de Potência. Tese (Doutorado) — UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO, 2008.

SEVERINO, M. M. Avaliação técnico-econômica de um sistema híbrido de geração distribuída para o atendimento a comunidades isoladas da Amazônia. Tese (Doutorado) – Universidade de Brasília, 2011.

SIEMENS. SM55. Acesso em: 20 jun. 2016. Disponível em: <<http://www.solarquest.com/microsolar/suppliers/siemens/sm55.pdf>>.

SILVA, A. D.; ARIENTI, V.; ALLAN, R. Probabilistic load flow considering dependence between input nodal powers. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 6, n. PAS-103, p. 1524–1530, 1984.

TIETJEN, G. L. A topical dictionary of statistics. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2012.

VESTAS. Vestas V27/225. Acesso em: 25 mai. 2016. Disponível em: <[http://www.thewindpower.net/turbine\\_en\\_208\\_vestas\\_225.php](http://www.thewindpower.net/turbine_en_208_vestas_225.php)>.

VESTAS. Vestas V34/400. Acesso em: 25 mai. 2016. Disponível em: <[http://www.thewindpower.net/turbine\\_en\\_349\\_vestas\\_400.php](http://www.thewindpower.net/turbine_en_349_vestas_400.php)>.



VICENTE, W. B.; CAIRE, R.; HADJSAID, N. Probabilistic load flow for voltage assessment in radial systems with wind power. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Elsevier, v. 41, n. 1, p. 27–33, 2012.

VILLANUEVA, D.; PAZOS, J. L.; FEIJOO, A. Probabilistic load flow including wind power generation. *IEEE Transactions on Power Systems*, IEEE, v. 26, n. 3, p. 1659–1667, 2011.

VIRAL, R.; KHATOD, D. Optimal planning of distributed generation systems in distribution system: A review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Elsevier, v. 16, n. 7, p. 5146–5165, 2012.

VIRTUAL LIBRARY OF SIMULATION EXPERIMENTS. Optimization Teste Problems. Acesso em: 26 dez. 2016. Disponível em: <<https://www.sfu.ca/~ssurjano/optimization.html>>.

ZIMMERMAN, R.; MURILLO-SANCHEZ, C.; GAN, D. Matpower: A matlab power system simulation package. 2006.

## APÊNDICE A

Neste apêndice é apresentada uma comparação entre o método de fluxo de potência probabilístico proposto, o 2-PEM, e o método mais utilizado na literatura especializada, o MC.

Para tal, utiliza-se a o valor médio  $\mu_V$  e o desvio padrão  $\sigma_V$  do módulo das tensões das barras dos sistemas de teste. Além disso, é feita uma comparação entre o tempo computacional para a resolução do FPP através de cada um dos métodos. Desta forma, pode-se averiguar qual dos métodos é mais eficiente.

Para o sistema de 33 barras do IEEE alocou-se um arranjo de geradores solares de 255 kW na barra 5, um gerador eólico de 800 kW na barra 18 e um gerador a biomassa na barra 33. Os perfis de tensão para ambos métodos são mostrados na Figura 38 e os resultados nas Tabela 23 e 24.

Figura 38 - Comparação entre métodos no sistema de 33 barras.

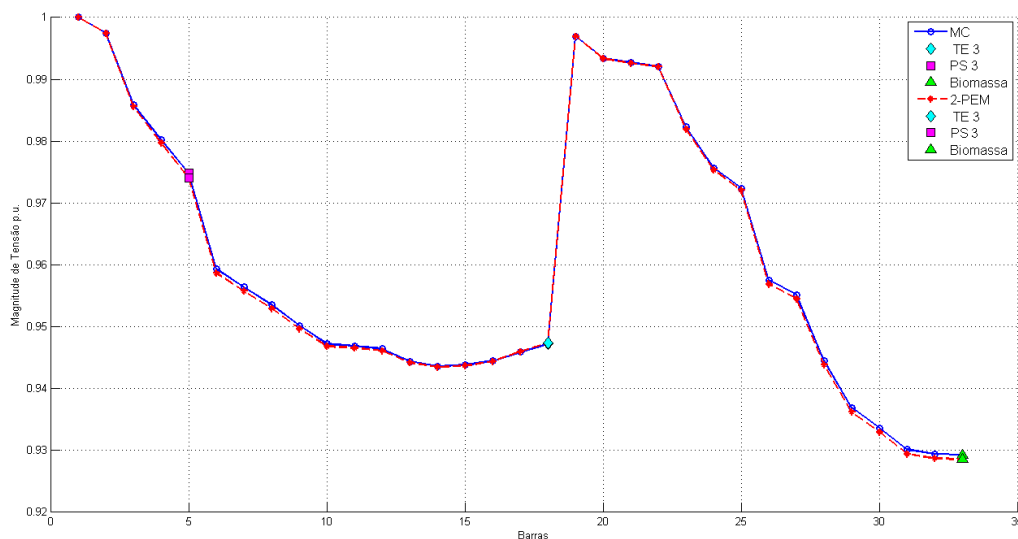


Tabela 23 - 2-PEM x MC - 33 barras.

	$\mu_V$	$\sigma_V$	Tempo (s)
<b>MC</b>	0,960298	0,02242874	101,49
<b>PEM</b>	0,959929	0,02255977	1,44

Tabela 24 - 2-PEM x MC - 33 barras.

MSE - $\mu_V$	MSE - $\sigma_V$	Razão de Tempo
1,36E-07	2,93E-08	71

Por sua vez, para o sistema de 69 barras do IEEE alocou-se um arranjo de geradores solares de 255 kW nas barras 11 e 38, geradores eólicos de 800 kW nas barras 22 e 53 e geradores a biomassa nas barras 31 e 68. Os perfis de tensão para ambos métodos são mostrados na Figura 39 e os resultados na Tabela 25 e 26.

Figura 39 - Comparação entre métodos no sistema de 69 barras.

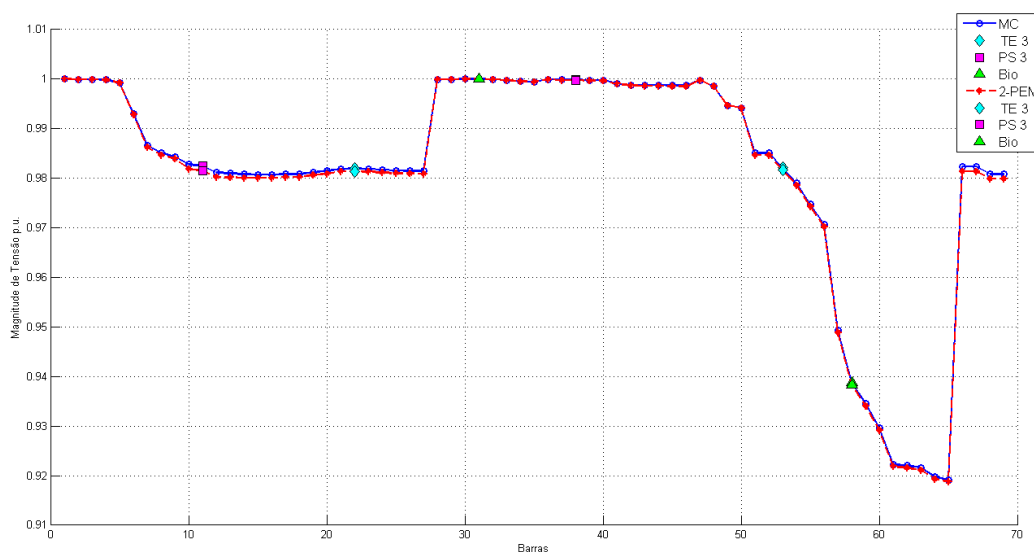


Tabela 25 - 2-PEM x MC – 69 barras.

	$\mu_V$	$\sigma_V$	Tempo
<b>MC</b>	0,981895	0,02278057	17 min 13 s
<b>PEM</b>	0,981558	0,0229076	1,64 s

Tabela 26 - 2-PEM x MC - 69 barras.

MSE - $\mu_V$	MSE - $\sigma_V$	Razão de Tempo
1,14E-07	1,61E-08	627

Como pode-se observar pelas Figuras 28 e 39 os resultados obtidos pelo método 2-PEM são praticamente os mesmos obtidos pelo MC, pois as curvas de perfil de tensão praticamente se sobrepõem. Este fato pode ser confirmado pelos resultados apresentados nas tabelas acima. Para ambos sistemas, o valor médio e desvio padrão do módulo das tensões obtidos são muito semelhantes. O erro médio quadrático (do inglês, *Mean Square Error* (MSE)) que é o quadrado da diferença entre os valores obtidos é muito pequeno, comprovando que os resultados obtidos pelo 2-PEM se aproximam e muito daqueles obtidos pelo MC.

Além disso, a grande vantagem do método 2-PEM em relação ao MC, que é a drástica redução do tempo e esforço computacional também é apresentada nas tabelas citadas. Para o sistema de 33 barras o método 2-PEM solucionou o problema do FPP 71 vezes mais rápido que o MC. Já para o sistema de 69 barras esta razão aumentou para incríveis 627 vezes. Isto prova a eficácia do método proposto para a resolução do fluxo de potência em sistemas que contam com a presença de unidades de GDa com alguma incerteza associada.

## APÊNDICE B

Neste apêndice são apresentados os resultados dos testes de validação das meta-heurísticas implementadas através das funções de Benchmark *Rastrigin*, *Schwefel* e *Eggholder*. Para cada meta-heurística implementada o processo foi realizado 10 vezes para cada uma das funções de Benchmark com o objetivo de obter resultados concisos que comprovem a eficiência das meta-heurísticas implementadas. As funções de Benchmark são apresentadas a seguir e podem ser encontradas em Virtual Library of Simulation Experiments.

A função *Rastrigin* é dada por:

$$f(x) = 10d + \sum_{i=1}^d [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i)]$$

onde  $d$  é a dimensão do problema. Esta função é avaliada em  $x_i \in [-5,12, 5,12]$  para  $i = 1, \dots, d$  e possui um mínimo global  $f(x^*) = 0$  em  $x^* = (0, \dots, 0)$ .

A função *Schwefel* é dada por

$$f(x) = 418,9829d - \sum_{i=1}^d [x_i \sin(\sqrt{|x_i|})]$$

onde  $d$  é a dimensão do problema. Esta função é avaliada em  $x_i \in [-500, 500]$  para  $i = 1, \dots, d$  e possui um mínimo global  $f(x^*) = 0$  em  $x^* = (420,9687, \dots, 420,9687)$ .

A função *Eggholder* é dada por

$$f(x) = -(x^2 + 47) \sin\left(\sqrt{\left|x_2 + \frac{x_1}{2} + 47\right|}\right) - x_1 \sin\left(\sqrt{\left|x_2 + \frac{x_1}{2} + 47\right|}\right)$$

onde  $d = 2$  é a dimensão do problema. Esta função é avaliada em  $x_i \in [-512, 512]$  para  $i = 1, 2$  e possui um mínimo global  $f(x^*) = -959,6407$  em  $x^* = (512, 404,2319)$ .

Os resultados para cada meta-heurística implementada são apresentados a seguir. Os resultados comprovam a eficácia das meta-heurísticas, validando o uso das mesmas para a resolução do problema de alocação ótima de GDs.

Tabela 27 - Função Rastrigin - VNS

ID	$f(x)$	$x_1$	$x_2$	Iteração	Tempo (s)
1	0,0026	-0,0036	-0,0007	189	15,618
2	0,0041	0,0011	-0,0044	203	1,037
3	0,0054	-0,0007	0,0051	56	0,0774
4	0,0001	-0,0009	0	21	0,058
5	0,0015	0,0026	-0,0007	109	0,0916
6	0,005	0,0046	0,002	138	0,1028
7	0,0043	-0,0017	0,0043	431	0,213
8	0,0097	-0,0069	-0,001	160	0,1019
9	0,0094	0,0068	-0,0004	334	0,1662
10	0,0013	0	0,0025	314	0,1555
Média	0,0043	0,0001	0,0006	195	0,3565

Tabela 28 - Função Schwefel - VNS

ID	$f(x)$	$x_1$	$x_2$	Iteração	Tempo (s)
1	0,0074	421,0112	420,7305	865	0,3312
2	0,0059	421,1025	420,7977	271	0,1091
3	0,0072	421,075	420,755	261	0,093
4	0	420,9714	420,965	536	0,1934
5	0,0096	420,9372	420,6948	415	0,1532
6	0,0088	421,157	420,7839	40	0,0186
7	0,0055	420,9582	420,7594	178	0,0736
8	0,0078	421,1481	420,7956	64	0,0286
9	0,0091	421,2359	420,9959	76	0,0334
10	0,0082	420,7168	420,9279	151	0,0539
Média	0,0069	421,0313	420,8206	285	0,1088

Tabela 29 - Função Eggholder - VNS

ID	$f(x)$	$x_1$	$x_2$	Iteração	Tempo (s)
1	-959,6014	512	403,6787	1050	0,3759
2	-957,9843	512	406,1111	17975	10,6599
3	-959,5790	512	403,9812	10353	3,8258
4	-959,5533	512	403,7301	9286	3,3674
5	-959,6796	512	405,0729	380	0,1334
6	-959,5489	512	403,8648	1130	0,3983
7	-959,5703	512	405,5926	1202	0,4226
8	-959,5481	512	403,9207	3372	1,2229
9	-959,5746	512	403,9907	4324	1,7198
10	-959,5428	512	403,7028	2946	1,0547
Média	-959,4182	512	404,3646	5200	2,3200

Tabela 30 - Função Rastrigin – Busca Tabu

ID	$f(x)$	$x_1$	$x_2$	Iteração	Tempo (s)
1	0,0548	0,0141	0,0088	12419	13,1937
2	0,0226	-0,0061	-0,0088	8068	2,9297
3	0,0658	0,0067	0,017	397	0,1348
4	0,0079	0,002	-0,006	1775	0,6512
5	0,0252	0,0111	-0,0022	4647	2,0268
6	0,0755	0,0113	0,0159	11786	5,4658
7	0,0062	0,0051	-0,0022	3251	1,2272
8	0,0553	0,0147	0,0079	1834	0,5390
9	0,0041	0,0017	0,0042	1808	0,5403
10	0,0313	0,004	-0,0119	6818	2,8470
Média	0,0348	0,006	0,0022	5280	2,9555

Tabela 31 - Função Schwefel - Busca Tabu

ID	$f(x)$	$x_1$	$x_2$	Iteração	Tempo (s)
1	0,0164	421,2651	421,174	2434	0,8079
2	0,0227	421,352	421,1507	15286	5,2005
3	0,0675	420,453	421,487	1284	0,4683
4	0,1828	420,2559	421,9384	24018	7,8971
5	0,0583	421,0279	420,2914	9804	3,197
6	0,0747	420,3874	421,4729	12119	4,1777
7	0,0081	420,7457	420,85	22110	7,3336
8	0,0486	421,1355	420,3711	11694	3,5840
9	0,0307	420,5227	421,1798	8718	2,7358
10	0,1993	419,81	421,4556	12122	4,5566
Média	0,0709	420,6955	421,1371	11958.9	3,9959

Tabela 32 - Função Eggholder - Busca Tabu

ID	$f(x)$	$x_1$	$x_2$	Iteração	Tempo (s)
1	-959,633	512	404,1516	20773	5,8457
2	-959,64	512	404,2161	46860	17,0401
3	-959,083	511,895	404,5577	15396	4,3599
4	-958,928	511,8334	404,4386	30287	8,9679
5	-959,048	511,8464	404,3409	34152	13,0591
6	-959,263	511,964	403,7242	27429	8,3708
7	-959,501	511,9604	404,1267	31823	8,6299
8	-959,461	511,9471	404,1958	28840	8,0665
9	-959,202	511,8735	404,0342	34727	9,3478
10	-959,208	511,8764	404,0173	21824	5,9168
Média	-959,296	511,9196	404,1803	29211.1	8,9604

Tabela 33 - Função Rastrigin - GRASP

ID	$f(x)$	$x_1$	$x_2$	Iteração	Tempo (s)
1	0,0095	-0,0069	0	166	0,0571
2	0,0009	-0,0022	0	275	0,0886
3	0,0000	0,0006	0	570	0,1653
4	0,0001	0,0008	0	163	0,0562
5	0,0001	0,0007	0	138	0,0426
6	0,0016	-0,0029	0	155	0,0530
7	0,0068	0,0058	0	78	0,0308
8	0,0004	-0,0014	0	11	0,0037
9	0,0078	0,0062	0	284	0,0957
10	0,0000	-0,0003	0	596	0,1587
Média	0,0027	0,0000	0	243	0,0752

Tabela 34 - Função Schwefel - GRASP

ID	$f(x)$	$x_1$	$x_2$	Iteração	Tempo (s)
1	0,2813	420,1285	419,7343	13473	5,8539
2	0,0951	421,7732	420,6428	11301	3,8117
3	0,0448	420,8743	420,3803	17938	5,772
4	0,0495	420,3838	420,7453	564	0,1325
5	0,0638	420,8781	420,2637	8900	2,7833
6	0,0168	421,2817	420,7818	19097	6,0793
7	0,1788	422,0713	421,4169	20718	7,0950
8	0,0595	420,5071	421,4772	9790	3,0270
9	0,0416	421,2158	420,4509	13431	5,3840
10	0,0082	421,2212	420,9309	20810	6,7549
Média	0,0839	421,0335	420,6824	13602	4,6693

Tabela 35 - Função Eggholder - GRASP

ID	$f(x)$	$x_1$	$x_2$	Iteração	Tempo (s)
1	-959,397	511,9743	404,5798	23126	11,1836
2	-958,237	511,9568	405,2413	15711	5,0417
3	-959	511,8336	404,3348	23421	7,4958
4	-959,433	511,9616	404,4588	19269	10,9867
5	-959,197	511,9879	403,6246	31642	14,3127
6	-959,308	511,9133	403,9706	46311	20,0278
7	-959,45	511,9698	404,4832	30807	14,3386
8	-959,112	511,847	404,0182	18482	8,4078
9	-959,51	511,9782	404,4351	43920	19,3273
10	-959,259	511,8883	404,1695	41597	19,9862
Média	-959,19	511,9311	404,3316	29428	13,1107



## ANEXO A

Tabela 36 - Dados do sistema de 12 barras do IEEE.

Barras	P (kW)	Q (kVAr)	Linhas			
			Barra Emissora	Barra Receptora	R ( $\Omega$ )	X ( $\Omega$ )
1	0	0				
2	60	60	1	2	1,0890	0,4598
3	40	30	2	3	1,1858	0,4961
4	55	55	3	4	2,0933	0,8712
5	30	30	4	5	3,1823	1,3310
6	20	15	5	6	1,0890	0,4598
7	55	55	6	7	1,0043	0,4114
8	45	45	7	8	5,6386	1,5972
9	40	40	8	9	2,0933	0,8712
10	35	30	9	10	2,8919	0,8228
11	40	30	10	11	1,5125	0,4235
12	15	15	11	12	1,2342	0,3509

## ANEXO B

Tabela 37 - Dados do sistema de 33 barras do IEEE.

Barras	P (kW)	Q (kVAr)	Linhas			
			Barra Emissora	Barra Receptora	R ( $\Omega$ )	X ( $\Omega$ )
1	0	0				
2	100	60	1	2	0,0922	0,047
3	90	40	2	3	0,493	0,2511
4	120	80	3	4	0,366	0,1864
5	60	30	4	5	0,3811	0,1941
6	60	20	5	6	0,819	0,707
7	200	100	6	7	0,1872	0,6188
8	200	100	7	8	0,7114	0,2351
9	60	20	8	9	1,03	0,74
10	60	20	9	10	1,044	0,74
11	45	30	10	11	0,1966	0,065
12	60	35	11	12	0,3744	0,1238
13	60	35	12	13	1,468	1,155
14	120	80	13	14	0,5416	0,7129
15	60	10	14	15	0,591	0,526
16	60	20	15	16	0,7463	0,545
17	60	20	16	17	1,289	1,721
18	90	40	17	18	0,732	0,574
19	90	40	2	19	0,164	0,1565
20	90	40	19	20	1,5042	1,3554
21	90	40	20	21	0,4095	0,4784
22	90	40	21	22	0,7089	0,9373
23	90	50	3	23	0,4512	0,3083
24	420	200	23	24	0,898	0,7091
25	420	200	24	25	0,896	0,7011
26	60	25	6	26	0,203	0,1034
27	60	25	26	27	0,2842	0,1447
28	60	20	27	28	1,059	0,9337
29	120	70	28	29	0,8042	0,7006
30	200	600	29	30	0,5075	0,2585
31	150	70	30	31	0,9744	0,963
32	210	100	31	32	0,3105	0,3619
33	60	40	32	33	0,341	0,5302

## ANEXO C

Tabela 38 - Dados do sistema de 69 barras do IEEE.

Barras	P (kW)	Q (kVAr)	Linhas			
			Barra Emissora	Barra Receptora	R ( $\Omega$ )	X ( $\Omega$ )
1	0	0				
2	0	0	1	2	0,0005	0,0012
3	0	0	2	3	0,0005	0,0012
4	0	0	3	4	0,0015	0,0036
5	0	0	4	5	0,0251	0,0294
6	2,6	2,2	5	6	0,366	0,1864
7	40,4	30	6	7	0,3811	0,1941
8	75	54	7	8	0,0922	0,047
9	30	22	8	9	0,0493	0,0251
10	28	19	9	10	0,819	0,2707
11	145	104	10	11	0,1872	0,0619
12	145	104	11	12	0,7114	0,2351
13	8	5	12	13	1,03	0,34
14	8	5,5	13	14	1,044	0,345
15	0	0	14	15	1,058	0,3496
16	45,5	30	15	16	0,1966	0,065
17	60	35	16	17	0,3744	0,1238
18	60	35	17	18	0,0047	0,0016
19	0	0	18	19	0,3276	0,1083
20	1	0,6	19	20	0,2106	0,069
21	114	81	20	21	0,3416	0,1129
22	5	3,5	21	22	0,014	0,0046
23	0	0	22	23	0,1591	0,0526
24	28	20	23	24	0,3463	0,1145
25	0	0	24	25	0,7488	0,2475
26	14	10	25	26	0,3089	0,1021
27	14	10	26	27	0,1732	0,0572
28	26	18,6	3	28	0,0044	0,0108
29	26	18,6	28	29	0,064	0,1565
30	0	0	29	30	0,3978	0,1315
31	0	0	30	31	0,0702	0,0232
32	0	0	31	32	0,351	0,116
33	14	10	32	33	0,839	0,2816
34	9,5	14	33	34	1,708	0,5646
35	6	4	34	35	1,474	0,4873
36	26	18,55	3	36	0,0044	0,0108
37	26	18,55	36	37	0,064	0,1565

38	0	0	37	38	0,1053	0,123
39	24	17	38	39	0,0304	0,0355
40	24	17	39	40	0,0018	0,0021
41	1,2	1	40	41	0,7283	0,8509
42	0	0	41	42	0,31	0,3623
43	6	4,3	42	43	0,041	0,0478
44	0	0	43	44	0,0092	0,0116
45	39,22	26,3	44	45	0,1089	0,1373
46	39,22	26,3	45	46	0,0009	0,0012
47	0	0	4	47	0,0034	0,0084
48	79	56,4	47	48	0,0851	0,2083
49	384,7	274,5	48	49	0,2898	0,7091
50	384,7	274,5	49	50	0,0822	0,2011
51	40,5	28,3	8	51	0,0928	0,0473
52	3,6	2,7	51	52	0,3319	0,1114
53	4,35	3,5	9	53	0,174	0,0886
54	26,4	19	53	54	0,203	0,1034
55	24	17,2	54	55	0,2842	0,1447
56	0	0	55	56	0,2813	0,1433
57	0	0	56	57	1,59	0,5337
58	0	0	57	58	0,7837	0,263
59	100	72	58	59	0,3042	0,1006
60	0	0	59	60	0,3861	0,1172
61	1244	888	60	61	0,5075	0,2585
62	32	23	61	62	0,0974	0,0496
63	0	0	62	63	0,145	0,0738
64	227	162	63	64	0,7105	0,3619
65	59	42	64	65	1,041	0,5302
66	18	13	11	66	0,2012	0,0611
67	18	13	66	67	0,0047	0,0014
68	28	20	12	68	0,7394	0,2444
69	28	20	68	69	0,0047	0,0016

## ANEXO D

Tabela 39 - Dados do sistema real de 136 barras.

Barras	P (kW)	Q (kVAr)	Linhas			
			Barra Emissora	Barra Receptora	R ( $\Omega$ )	X ( $\Omega$ )
1	0	0				
2	0	0	1	2	0,33205	0,76653
3	47,78	19,009	2	3	0,00188	0,00433
4	42,551	16,929	3	4	0,22324	0,51535
5	87,022	34,622	4	5	0,09943	0,22953
6	311,31	123,855	5	6	0,15571	0,35945
7	148,869	59,228	6	7	0,16321	0,37677
8	238,672	94,956	7	8	0,11444	0,26417
9	62,299	24,786	7	9	0,05675	0,05666
10	124,598	49,571	9	10	0,52124	0,27418
11	140,175	55,768	9	11	0,10877	0,1086
12	116,813	46,474	11	12	0,39803	0,20937
13	249,203	99,145	11	13	0,91744	0,31469
14	291,447	115,952	11	14	0,11823	0,11805
15	303,72	120,835	14	15	0,50228	0,26421
16	215,396	85,695	14	16	0,05675	0,05666
17	198,586	79,007	16	17	0,29379	0,15454
18	0	0	1	18	0,33205	0,76653
19	0	0	18	19	0,00188	0,00433
20	0	0	19	20	0,22324	0,51535
21	30,127	14,729	20	21	0,10881	0,25118
22	230,972	112,92	21	22	0,71078	0,37388
23	60,256	29,458	21	23	0,18197	0,42008
24	230,972	112,92	23	24	0,30326	0,15952
25	120,507	58,915	23	25	0,02439	0,0563
26	0	0	25	26	0,04502	0,10394
27	56,981	27,857	26	27	0,01876	0,04331
28	364,665	178,281	27	28	0,11823	0,11805
29	0	0	28	29	0,02365	0,02361
30	124,647	60,939	29	30	0,18954	0,0997
31	56,981	27,857	30	31	0,39803	0,20937
32	0	0	29	32	0,05675	0,05666
33	85,473	41,787	32	33	0,09477	0,04985
34	0	0	33	34	0,41699	0,21934
35	396,735	193,96	34	35	0,11372	0,05982
36	0	0	32	36	0,07566	0,07555
37	181,152	88,563	36	37	0,3696	0,19442

38	242,172	118,395	37	38	0,26536	0,13958
39	75,316	36,821	36	39	0,05675	0,05666
40	0	0	1	40	0,33205	0,76653
41	1,254	0,531	40	41	0,11819	0,27283
42	6,274	2,66	41	42	296,288	101,628
43	0	0	41	43	0,00188	0,00433
44	117,88	49,971	43	44	0,06941	0,16024
45	62,668	26,566	44	45	0,81502	0,42872
46	172,285	73,034	44	46	0,06378	0,14724
47	458,556	194,388	46	47	0,13132	0,30315
48	262,962	111,473	47	48	0,06191	0,14291
49	235,761	99,942	48	49	0,11444	0,26417
50	0	0	49	50	0,28374	0,28331
51	109,215	46,298	50	51	0,28374	0,28331
52	0	0	49	52	0,04502	0,10394
53	72,809	30,865	52	53	0,02626	0,06063
54	258,473	109,57	53	54	0,06003	0,13858
55	69,169	29,322	54	55	0,03002	0,06929
56	21,843	9,26	55	56	0,02064	0,04764
57	0	0	53	57	0,10881	0,25118
58	20,527	8,702	57	58	0,25588	0,1346
59	150,548	63,819	58	59	0,41699	0,21934
60	220,687	93,552	59	60	0,50228	0,26421
61	92,384	39,163	60	61	0,3317	0,17448
62	0	0	61	62	0,20849	0,10967
63	226,693	96,098	48	63	0,13882	0,32047
64	0	0	1	64	0,0075	0,01732
65	294,016	116,974	64	65	0,27014	0,62362
66	83,015	33,028	65	66	0,3827	0,88346
67	83,015	33,028	66	67	0,33018	0,7622
68	103,77	41,285	67	68	0,3283	0,75787
69	176,408	70,184	68	69	0,17072	0,39409
70	83,015	33,028	69	70	0,55914	0,29412
71	217,917	86,698	69	71	0,05816	0,13425
72	23,294	9,267	71	72	0,7013	0,3689
73	5,075	2,019	72	73	102,352	0,53839
74	72,638	28,899	71	74	0,06754	0,15591
75	405,99	161,523	74	75	132,352	0,45397
76	0	0	1	76	0,01126	0,02598
77	100,182	42,468	76	77	0,72976	168,464
78	142,523	60,417	77	78	0,22512	0,51968
79	96,042	40,713	78	79	0,20824	0,48071
80	300,454	127,366	79	80	0,0469	0,10827

81	141,238	59,873	80	81	0,6195	0,61857
82	279,847	118,631	81	82	0,34049	0,33998
83	87,312	37,013	82	83	0,56862	0,29911
84	243,849	103,371	82	84	0,10877	0,1086
85	247,75	105,025	84	85	0,56862	0,29911
86	0	0	1	86	0,01126	0,02598
87	89,878	38,101	86	87	0,41835	0,96575
88	1137,28	482,108	87	88	0,10499	0,13641
89	458,339	194,296	87	89	0,43898	101,338
90	385,197	163,29	89	90	0,0752	0,02579
91	0	0	90	91	0,07692	0,17756
92	79,608	33,747	91	92	0,33205	0,76653
93	87,312	37,013	92	93	0,08442	0,19488
94	0	0	93	94	0,1332	0,30748
95	74,001	31,37	94	95	0,2932	0,29276
96	232,05	98,369	95	96	0,21753	0,21721
97	141,819	60,119	96	97	0,26482	0,26443
98	0	0	94	98	0,10318	0,23819
99	76,449	32,408	98	99	0,13507	0,31181
100	0	0	1	100	0,00938	0,02165
101	51,322	21,756	100	101	0,16884	0,38976
102	59,874	25,381	101	102	0,11819	0,27283
103	9,065	3,843	102	103	228,608	0,78414
104	2,092	0,887	102	104	0,45587	105,236
105	16,735	7,094	104	105	0,696	160,669
106	1,506,522	638,634	105	106	0,45774	105,669
107	313,023	132,694	106	107	0,20298	0,26373
108	79,831	33,842	107	108	0,21348	0,27737
109	51,322	21,756	108	109	0,54967	0,28914
110	0	0	109	110	0,54019	0,28415
111	202,435	85,815	108	111	0,0455	0,05911
112	60,823	25,784	111	112	0,47385	0,24926
113	45,618	19,338	112	113	0,86241	0,45364
114	0	0	113	114	0,56862	0,29911
115	157,07	66,584	109	115	0,77711	0,40878
116	0	0	115	116	108,038	0,5683
117	250,148	106,041	110	117	109,933	0,57827
118	0	0	117	118	0,47385	0,24926
119	69,809	29,593	105	119	0,32267	0,74488
120	32,072	13,596	119	120	0,14633	0,33779
121	61,084	25,894	120	121	0,12382	0,28583
122	0	0	1	122	0,01126	0,02598
123	94,622	46,26	122	123	0,6491	149,842

124	49,858	24,375	123	124	0,04502	0,10394
125	123,164	60,214	124	125	0,5264	0,18056
126	78,35	38,304	124	126	0,02064	0,04764
127	145,475	71,121	126	127	0,53071	0,27917
128	21,369	10,447	126	128	0,09755	0,2252
129	74,789	36,564	128	129	0,11819	0,27283
130	227,926	111,431	128	130	0,13882	0,32047
131	35,614	17,411	130	131	0,04315	0,09961
132	249,295	121,877	131	132	0,09192	0,2122
133	316,722	154,842	132	133	0,16134	0,37244
134	333,817	163,199	133	134	0,37832	0,37775
135	249,295	121,877	134	135	0,39724	0,39664
136	0	0	135	136	0,2932	0,29276