



UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO – UFOP

ESCOLA DE MINAS

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA



ULISSES DIAS OLIVEIRA

**ESTUDO DO COMPORTAMENTO DA VIBRAÇÃO MECÂNICA NA
ESTRUTURA DE UMA ROÇADEIRA COSTAL MOTORIZADA**

**OURO PRETO - MG
2025**

ULISSES DIAS OLIVEIRA
ulisses.oliveira@aluno.ufop.edu.br

**ESTUDO DO COMPORTAMENTO DA VIBRAÇÃO MECÂNICA NA
ESTRUTURA DE UMA ROÇADEIRA COSTAL MOTORIZADA**

Monografia apresentada ao Curso de
Graduação em Engenharia Mecânica
da Universidade Federal de Ouro Preto
como requisito para a obtenção do
título de Engenheiro Mecânico.

Orientador: Prof. DSc. Gustavo
Paulinelli Guimarães

OURO PRETO – MG
2025

SISBIN - SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO

O48e Oliveira, Ulisses Dias.
Estudo do comportamento da vibração mecânica na estrutura de uma roçadeira costal motorizada. [manuscrito] / Ulisses Dias Oliveira. - 2025.
70 f.: il.: color., gráf., tab..

Orientador: Prof. Dr. Gustavo Paulinelli Guimarães.
Monografia (Bacharelado). Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de Minas. Graduação em Engenharia Mecânica .

1. Mecânica - Vibração. 2. Mecânica - Máquinas - Vibração. 3. Motores de combustão interna - Máquinas portáteis. 4. Método dos elementos finitos. 5. Mecânica - Vibração - Controle. I. Guimarães, Gustavo Paulinelli. II. Universidade Federal de Ouro Preto. III. Título.

CDU 621

Bibliotecário(a) Responsável: Maristela Sanches Lima Mesquita - CRB-1716



FOLHA DE APROVAÇÃO

Ulisses Dias Oliveira

Estudo do comportamento da vibração mecânica na estrutura de uma roçadeira costal motorizada

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de Engenheiro Mecânico

Aprovada em 10 de setembro de 2025

Membros da banca

Prof. Dr. Gustavo Paulinelli Guimarães - Orientador - Universidade Federal de Ouro Preto
Prof. Dr. Washington Luis Vieira da Silva - Universidade Federal de Ouro Preto
Prof. Dr. Ronilson Rocha - Universidade Federal de Ouro Preto

Prof. Dr. Gustavo Paulinelli Guimarães, orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito na Biblioteca Digital de Trabalhos de Conclusão de Curso da UFOP em 12/09/2025



Documento assinado eletronicamente por **Gustavo Paulinelli Guimaraes, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 12/09/2025, às 13:57, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **0977325** e o código CRC **75AAD37B**.

A Deus dedico mais esta etapa vencida, a todos os meus amigos e, especialmente aos meus pais, e meu irmão pelo imenso apoio.

AGRADECIMENTO

Ao meu orientador DSc. Gustavo Paulinelli Guimarães, pelo incentivo e orientação, não só neste trabalho, mas em todo o desenvolvimento nessa área de conhecimento da engenharia mecânica, que é a dinâmica, durante toda a trajetória acadêmica.

Aos professores do curso de engenharia mecânica por suas importantes contribuições para o aprimoramento do trabalho.

Aos amigos da faculdade e do curso em específico pelo companheirismo e união na caminhada durante todo o curso, por cada momento de construção intelectual em conjunto e demais vivências compartilhadas, além do especial apoio na elaboração deste trabalho.

À minha família, meus pais e meu irmão pelo apoio incondicional e essencial, pela confiança transmitida, pelo amparo, cuidado e união nos momentos de enfrentamento dos vários desafios, no desenvolvimento de toda a graduação e também em especial, desse trabalho final de curso.

“O sucesso não é definitivo. A falha não é fatal. O que importa é a coragem de continuar”.

Winston Churchill

RESUMO

Este trabalho investiga o comportamento da vibração mecânica na estrutura de uma roçadeira costal motorizada por meio de estudo experimental aliado à modelagem numérica. A vibração em máquinas portáteis a combustão constitui um problema recorrente, que afeta tanto a durabilidade do equipamento como a saúde do operador, justificando a necessidade de sua análise detalhada. O objetivo central é caracterizar a vibração gerada nesse tipo de máquina, identificando suas principais causas e avaliando soluções de mitigação. Para isso, foi realizada uma revisão bibliográfica sobre vibrações mecânicas, vibração em motores de combustão interna, desbalanceamento rotativo, entre outros temas, seguida de procedimentos experimentais de quantificação da vibração da roçadeira, como a estimação das frequências naturais através da análise modal experimental, e a medição da vibração forçada da roçadeira em funcionamento, quantificando, assim, a vibração mecânica do equipamento. Em complemento, elaborou-se um modelo numérico em elementos finitos, calibrado com base nos dados coletados experimentalmente, visando permitir a simulação de diferentes condições operacionais e a criação de um ambiente para validação de futuras propostas de melhoria. Os resultados indicam ocorrência de ressonância em rotações de marcha lenta, de aproximadamente 50 Hz, com amplitudes de aceleração de até 3,5 m/s², e níveis excessivos de vibração em regimes de rotação média e alta, com valores indo de 3,58 m/s² até 12,48 m/s², principalmente devido ao movimento das partes móveis do motor e ao desbalanceamento da lâmina. Conclui-se, portanto, que possíveis medidas de controle de vibração a serem tomadas, como o balanceamento de rotor, a aplicação de amortecimento e o aperfeiçoamento construtivo da máquina podem ser eficazes para reduzir a vibração ocupacional, contribuindo para maior segurança e conforto do operador.

Palavras-chave: Vibração mecânica. Vibração de máquinas. Máquinas portáteis a combustão. Elementos finitos. Controle de vibração.

ABSTRACT

This work investigates the behavior of mechanical vibration in the structure of a backpack brushcutter powered by an internal combustion engine through an experimental study combined with numerical modeling. Vibration in portable combustion-powered machines is a recurring issue that affects both the durability of the equipment and the operator's health, justifying the need for detailed analysis. The main objective is to characterize the vibration generated in this type of machine, identifying its primary causes and evaluating mitigation solutions. For this purpose, a literature review was carried out on mechanical vibrations, vibration in internal combustion engines, and rotary unbalance, among other topics, followed by experimental procedures for quantifying the brushcutter's vibration, such as the estimation of natural frequencies through experimental modal analysis, and the measurement of forced vibration of the brushcutter in operation, thereby quantifying the mechanical vibration of the equipment. In addition, a finite element numerical model was developed and calibrated based on the experimental data collected, aiming to allow the simulation of different operating conditions and the creation of an environment for validating future improvement proposals. The results indicate the occurrence of resonance at idle speeds, around 50 Hz, with acceleration amplitudes of up to 3.5 m/s^2 , and excessive vibration levels at medium and high rotation regimes, with values ranging from 3.58 m/s^2 to 12.48 m/s^2 , mainly due to the movement of the engine's moving parts and blade unbalance. It is concluded, therefore, that possible vibration control measures, such as rotor balancing, the application of damping, and constructive improvements to the machine, may be effective in reducing occupational vibration, contributing to greater operator safety and comfort.

Keywords: Mechanical vibration. Machine vibration. Portable combustion-powered machines. Finite element method. Vibration control.

LISTA DE SIMBOLOS

m = Massa [kg]

k = Coeficiente de rigidez [N/m]

c = Coeficiente de amortecimento [N s/m]

P_0 = Magnitude da força externa [N]

ω = Frequência da força [rad/s]

t = Tempo [s]

x, y, w = Deslocamento [m]

ω_n = Frequência natural [rad/s]

x_0 = Posição inicial [m]

\dot{x}_0 = Velocidade inicial [m/s]

t_θ = Torque por unidade de comprimento [N]

E = Módulo de elasticidade [Pa]

I = Momento de inércia de área da seção transversal [m⁴]

ρ = Densidade [kg/m³]

A = Área da seção transversal [m²]

F_0 = Força desbalanceadora [N]

m_0 = Massa desbalanceada [kg]

e = Excentricidade [m]

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Sistema fundamental de um grau de liberdade	7
Figura 2 – (a) Haste sofrendo deformação torcional; (b) Diagrama de corpo livre.....	13
Figura 3 – Condições de contorno para eixos (hastes) uniformes sujeitos a vibração torcional.....	16
Figura 4 – Ilustração das equações diferenciais de uma viga em flexão.....	17
Figura 5 – Condições de contorno para a vibração transversal de uma viga.....	19
Figura 6 – Geometria, cargas e malhas de elementos finitos.....	22
Figura 7– Máquina sujeita ao desbalanceamento rotativo e seu diagrama de corpo livre.....	27
Figura 8 – Fluxograma de organização da pesquisa.....	34
Figura 9 – Roçadeira motorizada Toyama TBC43H.....	35
Figura 10 – Passo a passo da análise modal experimental.....	37
Figura 11 – Equipamentos de medição empregados na análise modal experimental.....	38
Figura 12 – Pontos de medição na lâmina.....	39
Figura 13 – Posição do acelerômetro na lâmina.....	40
Figura 14 – Pontos de medição na roçadeira.....	40
Figura 15 – Uso do computador do laboratório durante o experimento.....	42
Figura 16 – Posicionamento dos acelerômetros na medição da vibração forçada.....	43
Figura 17 – Modelo 3D simplificado do motor da roçadeira.....	48
Figura 18 – Modelo 3D simplificado do acoplamento.....	49
Figura 19 – Modelo 3D do conjunto central.....	49
Figura 20 – Modelo 3D do conjunto do guidão.....	50
Figura 21 – Modelo 3D simplificado do conjunto de transmissão e corte.....	50
Figura 22 – Montagem final da roçadeira.....	51
Figura 23 – Função de resposta em frequência da lâmina no ponto 1-4.....	52

Figura 24 – Função de resposta em frequência da roçadeira no ponto 2+X_5-Y.....	53
Figura 25 – Frequências de rotação do motor da roçadeira.....	56
Figura 26 – Vibração da roçadeira em marcha lenta.....	57
Figura 27 – Vibração da roçadeira em meia carga.....	58
Figura 28 – Vibração da roçadeira em rotação máxima.....	59
Figura 29 – Validação do modelo numérico.....	61

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Relação entre os sistemas linear e torcional.....	13
Tabela 2 – Coordenadas dos pontos na lâmina.....	39
Tabela 3 – Coordenadas dos pontos na roçadeira.....	41
Tabela 4 - Variáveis e Indicadores.....	46
Tabela 5 - Medição da análise modal experimental no ponto Lâmina_FRF_1-1 da lâmina.....	52
Tabela 6 - Análise modal experimental da lâmina.....	54
Tabela 7 - Análise modal experimental da roçadeira.....	54
Tabela 8 - Medição da vibração forçada da roçadeira.....	55
Tabela 9 - Calibração da lâmina.....	60
Tabela 10 - Calibração da roçadeira.....	60

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Formulação do Problema.....	1
1.2	Justificativa.....	3
1.3	Objetivos.....	3
1.3.1	Geral	3
1.3.2	Específicos.....	4
1.4	Estrutura do Trabalho	4
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	6
2.1	Vibração Mecânica	6
2.2	Vibração de Sistemas Contínuos	11
2.2.1	Vibração Torcional de Eixos	12
2.2.2	Vibração Transversal de Vigas.....	16
2.2.3	Método dos Elementos Finitos	19
2.3	Vibração em Equipamentos Mecânicos	23
2.3.1	Vibração em Motores de Combustão Interna	24
2.3.2	Desbalanceamento Rotativo	25
2.3.3	Vibração em Roçadeiras.....	28
2.4	Vibração Ocupacional	30
3	METODOLOGIA.....	32
3.1	Tipo de Pesquisa.....	32
3.2	Materiais e Métodos	33
3.3	Variáveis e Indicadores	45
3.4	Instrumento de coleta de dados	46
3.5	Tabulação dos dados.....	47
3.6	Considerações finais	47
4	RESULTADOS	48
4.1	Modelagem Tridimensional da Estrutura	48
4.2	Experimento da Vibração da Roçadeira em Laboratório	51
4.3	Calibração do Modelo Numérico	60
4.4	Simulação Computacional do Modelo Calibrado.....	61
5	CONCLUSÃO E RECOMENDAÇÕES	64

5.1	Conclusão	64
5.2	Recomendações	65
REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA.....		66

1 INTRODUÇÃO

1.1 Formulação do Problema

É de conhecimento geral o desenvolvimento conseguido com o emprego de máquinas na produção das grandes empresas. De fato, com o advento da Revolução Industrial, esses equipamentos mecânicos ganharam cada vez mais espaço na indústria, passando a assumir um papel central dentro do sistema produtivo, segundo Motta e Vasconcelos (2021). Além disso, para os mesmos autores, esse fenômeno histórico, apesar de ser denominado revolução, é tido como um processo evolutivo contínuo, através do qual as máquinas obtiveram grande desenvolvimento.

Apesar do ganho alcançado, o processo de evolução das máquinas também passou por desafios, em que a própria busca por superá-los foi também parte do desenvolvimento. Considerando, por exemplo, o motor de combustão interna, uma das principais máquinas desenvolvidas segundo Chiavenato (2004), devido à grande revolução causada, principalmente por seu emprego nos automóveis. Em paralelo com as vantagens trazidas pelo emprego dessa máquina estão os desafios enfrentados como, por exemplo, sua própria concepção. Se tinha, no início, exemplares grandes e pesados, mas, ao longo do tempo, o motor pôde ser aprimorado, tendo seu peso e dimensões reduzidos, aumentando sua mobilidade (TILLMANN, 2013).

Mesmo após vários anos de evolução da concepção da máquina supracitada, ainda são observados vários pontos de melhoria em seu funcionamento. Cita-se, por exemplo, de acordo com Çengel (2013), a sua baixa eficiência energética, como um de seus principais problemas. Outras falhas que se destacam, segundo Brunetti (2012), são a poluição atmosférica, ruído e vibração, entre outras. Sendo que este último pode ser considerado um dos principais problemas, por prejudicar tanto o próprio equipamento como partes adjacentes, e ser praticamente inerente ao movimento do mecanismo (RAO, 2008).

Segundo Kelly (2018, p. 1), “vibrações são oscilações de um sistema mecânico ou estrutural em torno de uma posição de equilíbrio”. Portanto, vê-se que ela se trata de um problema comum observado em todos os tipos de mecanismos, dada a sua natureza dinâmica. Para Balachandran (2009), a vibração pode ser causada por desequilíbrio de peças rotativas, fenômenos naturais como vento ou terremotos, entre outras causas. Novamente no exemplo do motor a combustão, a vibração pode surgir naturalmente, de acordo com Rao (2008),

especialmente nos motores monocilíndricos, devido à constante presença da força de inércia vertical proveniente do movimento das partes móveis.

Como dito, segundo Tillmann (2013), parte da evolução dos motores de combustão interna consistiu na redução das suas dimensões, o que possibilitou a concepção de máquinas motorizadas portáteis. E nesse contexto, considerando o problema da vibração dessas máquinas, sabe-se que isso também afeta quem as opera. Os prejuízos da vibração não se restringem ao equipamento, agindo também sobre o operador, por exemplo, com o relatado problema da força de prensão, definida como a capacidade de agarrar objetos com as mãos, uma vez que o operador deve suportar firmemente a máquina, a fim de ter total controle sobre ela, (SILVEIRA *et al*, 2012).

Dessa forma, há de se ter atenção sobre a saúde desses trabalhadores, pois essa exposição a vibrações pode acarretar graves doenças. E esse é justamente um dos objetivos do setor de Saúde e Segurança do Trabalho, que trata através de normas específicas a questão da vibração ocupacional, como, por exemplo, a ISO 2631/1997 e ISO 5349/2001, entre outras. Segundo Costa *et al* (2014), entende-se por vibração ocupacional aquela que representa um fator de risco para o surgimento de doenças relacionadas ao trabalho, comumente observada na condução e operação de máquinas.

Sendo assim, considerando a situação de um operador de um maquinário portátil como, por exemplo, uma roçadeira costal motorizada. Sabe-se que esse equipamento apresenta certo nível de vibração devido a diferentes mecanismos, como, por exemplo, o motor monocilíndrico empregado nessa máquina, ou a sua lâmina desbalanceada. Portanto, o operador tem sua saúde posta em risco pelo problema da vibração ocupacional a que está exposto.

Logo, observando essa questão do ponto de vista da engenharia mecânica, vê-se como fundamental conhecer profundamente o fenômeno, ou seja, investigar a fundo a contribuição dos diferentes mecanismos e o comportamento em vibração da máquina, para que se possa propor medidas realmente eficazes para a solução desse problema. Com isso, surge o seguinte questionamento:

Como a vibração mecânica se comporta na estrutura de uma roçadeira costal motorizada?

1.2 Justificativa

A vibração é um problema inerente ao funcionamento dos equipamentos mecânicos. Segundo Rao (2008), ela pode surgir de várias fontes diferentes em um ambiente industrial como maquinaria rotativa e alternativa como motores, veículos de transporte como caminhões, entre outras. E a presença desta vibração mostra-se prejudicial na maioria das vezes. De acordo com Rao (2008, p.305)

A presença de vibração muitas vezes resulta em desgaste excessivo de mancais, formação de trincas, afrouxamento de parafusos, falhas estruturais e mecânicas, manutenção frequente e dispendiosa de máquinas, mau funcionamento de equipamentos eletrônicos devido a fratura de juntas soldadas e abrasão do isolamento ao redor de condutores elétricos causando curto circuitos.

Ademais, observando este problema do ponto de vista do operador de equipamentos, nos deparamos, possivelmente, com as piores consequências causadas pela vibração dos equipamentos, pois elas podem ir de um leve desconforto até doenças graves. A exposição a vibração devido a longas jornadas de trabalho operando equipamentos manuais pode causar vários danos à saúde, pertencentes a um grupo conhecido como ‘Síndrome da Vibração Mão-Braço’. Danos esses que induzem prejuízo à circulação sanguínea, nervos e músculos e perda de força nas mãos. A forma mais conhecida de dano é o ‘dedo branco vibratório’, que é uma doença industrial prescrita (HEALTH AND SAFETY EXECUTIVE, 1997).

Sendo assim, fica clara a necessidade de se estudar detalhadamente os meios pelos quais essa vibração se desenvolve na máquina. Isso também possibilitará propor medidas específicas que sejam eficazes na diminuição dessa vibração presente no equipamento e, conseqüentemente, reduzir os riscos à saúde e melhorar o conforto dos operadores. A medição da vibração nos equipamentos é amplamente empregada como ferramenta da manutenção e tem se mostrado extremamente importante, não somente no método preditivo, mas também para a melhoria de equipamentos, o que também é atribuição desse setor, (XENOS, 2014).

1.3 Objetivos

1.3.1 Geral

Investigar como a vibração mecânica se comporta na estrutura de uma roçadeira costal motorizada.

1.3.2 Específicos

- Fazer uma revisão teórica sobre: vibração mecânica, vibração de sistemas contínuos, vibração torcional de eixos, vibração transversal de vigas, método dos elementos finitos, vibração em equipamentos mecânicos, vibração em motores a combustão interna, desbalanceamento rotativo, vibração em roçadeiras e vibração ocupacional;
- Estabelecer o procedimento metodológico a ser utilizado no estudo;
- Desenvolver modelos numéricos que descrevam o problema e auxiliem na investigação;
- Realizar experimentos para a investigação de como a vibração se desenvolve na roçadeira;
- Fazer uma análise conclusiva a partir dos dados obtidos;
- Prospectar possíveis sugestões de soluções para minimização da vibração.

1.4 Estrutura do Trabalho

O trabalho está dividido em cinco capítulos, em que no primeiro capítulo é apresentado a formulação do problema, a justificativa para a realização do trabalho e seus objetivos geral e específicos.

O segundo capítulo trata da fundamentação teórica dos conceitos e teorias a respeito da vibração mecânica. Também são relatados os diferentes tipos e formas de vibração, como as translacionais e rotacionais, e vibrações em equipamentos. São apresentados também os conceitos acerca do estudo da dinâmica segundo o método dos elementos finitos

No terceiro capítulo é demonstrada toda a metodologia empregada ao trabalho, tanto na investigação experimental da vibração da roçadeira, como na simulação e validação do modelo numérico em elementos finitos, bem como também são apresentados os materiais aplicados.

O quarto capítulo trata dos resultados obtidos nas investigações experimentais e das análises feitas sobre esses resultados, relacionando também com a validação do modelo numérico e a prospecção de possíveis soluções para o problema.

O quinto e último capítulo, demonstra as conclusões do trabalho, em resposta ao questionamento central levantado, trazendo também sugestões de novos temas relacionados a fim de dar sequência ao desenvolvimento da área.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Vibração Mecânica

Fenômenos vibratórios são amplamente observados no cotidiano do mundo moderno. Por exemplo, segundo Sotelo Junior (2006), no emprego de aparelhos de uso doméstico como máquina de barbear, aspirador de pó, máquina de lavar roupas, etc., tem-se a desagradável sensação causada pelos movimentos de alta frequência e baixo deslocamento. O próprio corpo humano apresenta movimentos periódicos importantes como oscilações dos pulmões e do coração, oscilações de alta frequência do ouvido, oscilações da laringe quando se fala e oscilações induzidas por movimentos corporais rítmicos, como caminhar, pular e dançar, (BALACHANDRAN, 2009).

Conforme já citado, de acordo com Kelly (2018), Rao (2008), entre outros, a vibração mecânica pode ser definida como o movimento oscilatório de um corpo, ou seja, um movimento que se alterna em torno de uma posição de equilíbrio. Além disso, Sotelo Junior (2006, p. 5) destaca que “a vibração mecânica se manifesta na presença de esforços de natureza dinâmica, isto é, em que a intensidade ou direção das forças aplicadas nos componentes mecânicos muda continuamente com o tempo”. Sendo assim, soma-se ao conceito dos estudos sobre a vibração mecânica a ideia de Rao (2008, p. 6), ressaltando que “a teoria de vibração trata do estudo de movimentos oscilatórios de corpos e as forças associadas a eles”.

Segundo Grillo (2021), o estudo do movimento vibratório é baseado nas leis da dinâmica e pressupõe, para a obtenção das equações de movimento, a modelagem. Savi e Paula (2017) reafirmam sobre o conceito da modelagem, citando que esta pode ser feita a partir de elementos concentrados representando as principais características físicas de um sistema. Os mesmos complementam que, para a modelagem de um sistema dinâmico é essencial a descrição de cada um dos três elementos fundamentais, massa, mola e amortecedor, bem como das principais características de cada um deles.

Dessa forma, correlacionando as ideias de Rao (2008) e Balachandran (2009), estes elementos podem ser caracterizados da seguinte forma: a massa é responsável por armazenar energia cinética, recebendo uma força e respondendo através de uma aceleração correspondente; a mola armazena energia potencial, respondendo à força aplicada com um deslocamento e o amortecedor representa as perdas de energia no sistema, sendo que, em um elemento amortecedor propriamente dito, se tem velocidade como resposta a uma força aplicada.

Além disso, outro importante conceito relacionado à modelagem de sistemas vibratórios é o denominado grau de liberdade. De acordo com Kelly (2018), entre outros, grau de liberdade - GL, é o número mínimo de variáveis independentes necessárias para descrever o movimento de um corpo. Dessa forma, ressalta-se que este é um parâmetro que pode demonstrar uma ideia da complexidade de um sistema, (HARTOG, 1972).

Uma vez apresentados os conceitos fundamentais de um sistema vibratório, torna-se possível demonstrar o equacionamento básico utilizado no estudo e solução do problema de vibração. Segundo Hartog (1972), considerando certa massa m suspensa em um teto rígido pela mola k e o amortecedor c , como mostra a Figura 1, sobre a qual seja aplicada a força alternada $P_0 \sin \omega t$, o problema consiste no cálculo dos movimentos dessa massa, ou seja, descrever seu deslocamento x como função do tempo t .

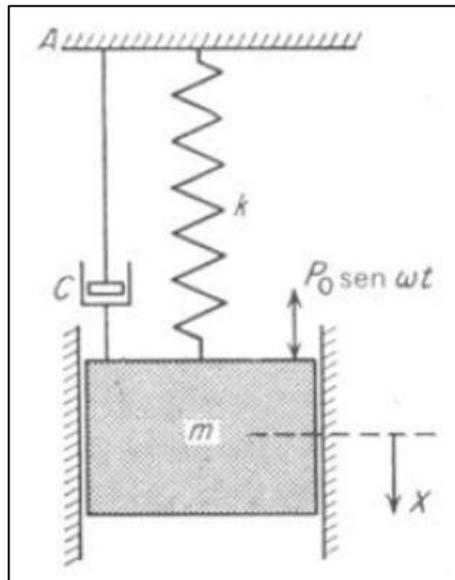


Figura 1 – Sistema fundamental de um grau de liberdade
Fonte: Hartog (1972, p. 20)

Na Figura 1 é possível observar a representação esquemática de um sistema vibratório básico de um GL. Ainda de acordo com Hartog (1972), a obtenção da equação de movimento para esse sistema se dá pela aplicação da Segunda Lei de Newton, o que, considerando os efeitos dos parâmetros descritos acima e ilustrados na Figura 1, resulta na importante equação conhecida como equação diferencial do movimento de um sistema com 1 GL.

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = P_0 \sin \omega t \quad (1)$$

A solução da Equação 1 representa o deslocamento x da massa em função do tempo. Considera-se, por exemplo, o caso da vibração livre não amortecida de um sistema de 1 GL, ou seja, desconsiderando, na Equação 1, as parcelas de amortecimento $c\dot{x}$ e da força externa $P_0 \sin \omega t$. Nesse caso, de acordo com diversas literaturas, como Inman (2018), essa solução pode ser obtida a partir da observação física, o que conduz à admissão de um movimento harmônico, ou seja, um movimento descrito por uma função senoidal.

Com isso, a sequência da solução da equação do movimento para esse sistema fundamental leva à definição de um outro importante conceito, o da frequência natural. De acordo com Faria Neto *et al* (2021, p. 21), Frequência Natural é a “frequência em que ocorre a resposta do corpo ao movimento naturalmente, determinada somente por fatores intrínsecos a ele, como tamanho e forma”, e no caso de sistemas simples de 1 GL, é dada pela Equação 2.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2)$$

Desta forma, segundo Savi e Paula (2017), Kelly (2018), entre outros, aplicando esse conceito na solução da equação diferencial do movimento, Equação 1, bem como levando em conta também as condições iniciais do problema, sendo as condições do sistema no tempo $t = 0$, em vista de se obter uma solução geral para o problema, determina-se.

$$x(t) = x_0 \cos(\omega_n t) + \frac{\dot{x}_0}{\omega_n} \sin(\omega_n t) \quad (3)$$

Observa-se então a importância da frequência natural, presente na solução geral dos problemas de vibrações, Equação 3, caracterizando a forma como cada sistema em particular responde, de acordo com suas próprias características físicas (RAO, 2018).

Sendo a Equação 3 apontada como a solução geral, base para a solução de diferentes tipos de problemas de vibração, é interessante observar as classificações da vibração associadas a esses diferentes tipos de problema. De acordo com Rao (2008), a vibração pode ser classificada, quanto à descrição do movimento como determinística, quando seus valores forem conhecidos a qualquer instante, ou não determinística ou aleatória, quando esses valores não podem ser previstos.

Quanto à conservação da energia, o mesmo autor a classifica como não amortecida, quando nenhuma energia é perdida durante a oscilação, ou amortecida se qualquer energia for perdida e, também, quanto à fonte, classifica a vibração como livre, quando o sistema vibra por conta própria após uma perturbação inicial, ou forçada, se o sistema estiver sujeito a uma força externa repetitiva, entre outras classificações.

No caso desta última, tratando-se de vibração forçada, uma situação de particular interesse na relação entre as frequências naturais e frequência da força é a ressonância, que é até mesmo apontada como responsável, por exemplo, por graves falhas em estruturas de edifícios, pontes, asas de aviões, turbinas, dentre outros, (BALACHANDRAN *apud* FARIA NETO *et al* 2021).

Segundo Hartog (1972), a ressonância trata-se do fenômeno em que a frequência da força que incide em um corpo coincide com sua frequência natural, podendo assim estimular a massa no momento e direção exatos, aumentando indefinidamente a amplitude de vibração, mesmo perante forças de amplitude relativamente baixa. Apesar da gravidade do problema da ressonância, em que, conceitualmente, as amplitudes de vibração aumentam indefinidamente, é importante salientar que, na prática, tal situação pode ser bem controlada pela introdução de amortecimento ao sistema, que é o parâmetro dominante nessa situação, reduzindo essas amplitudes, (INMAN, 2018).

Com isso ressalta-se que, conforme a definição de que se qualquer energia for perdida durante os ciclos de movimentação do elemento em vibração, esse sistema é dito amortecido, na prática, todo sistema tem seu grau de amortecimento, uma vez que, normalmente, se observa a diminuição da amplitude de vibração ao longo do tempo, em sistemas reais, segundo Kelly (2018), denotando o efeito do amortecimento. Tornando-se importante, portanto, o conhecimento do grau de amortecimento dos sistemas reais para a sua completa caracterização em vibração.

Tal conhecimento pode se dar, por exemplo, através da teoria do amortecimento proporcional de Rayleigh. Segundo Rao (2008), esse é um procedimento de estimação do amortecimento do sistema através de uma análise de suas respostas, valendo-se do denominado fator de amortecimento modal, que quantifica o amortecimento do sistema nas proximidades das frequências naturais, ou seja, nas regiões dominadas por determinados modos de vibração do sistema. Contando na sequência, para o mesmo autor, com a determinação dos coeficientes de amortecimento proporcional, que visam a aplicação de um amortecimento minimamente representativo dos sistemas reais.

Retomando a ideia sobre a importância da frequência natural, Rao (2008) ressalta que um sistema terá tantas frequências naturais quantos sejam seus GL, o que dá o tom do aumento de complexidade relacionado ao aumento dos GL dos sistemas. De fato, um sistema com n GL torna-se um tanto quanto complexo à medida que cresce o número de coordenadas a serem consideradas, ou seja, funções a serem calculadas, além das considerações que se deve ter acerca da relação entre as coordenadas, também denominada acoplamento, (GRILLO, 2021).

Esse aumento da complexidade da solução dos problemas se dá pela a ampliação da ordem das equações envolvidas, tornando-se equações matriciais, em que esta ordem cresce juntamente com o número de GL, o que pode ser observado na Equação 4, considerada a forma generalizada da equação do movimento para um sistema com n GL, segundo (RAO, 2008).

$$[m]\ddot{\vec{x}} + [c]\dot{\vec{x}} + [k]\vec{x} = \vec{F} \quad (4)$$

Em que, de acordo com o mesmo autor, \vec{x} , $\dot{\vec{x}}$, $\ddot{\vec{x}}$ e \vec{F} são, respectivamente, os vetores de deslocamento, velocidade, aceleração e força, dados por.

$$\vec{x} = \begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n(t) \end{Bmatrix}; \dot{\vec{x}} = \begin{Bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ \dot{x}_n(t) \end{Bmatrix}; \ddot{\vec{x}} = \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1(t) \\ \ddot{x}_2(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ \ddot{x}_n(t) \end{Bmatrix}; \vec{F} = \begin{Bmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ F_n(t) \end{Bmatrix} \quad (5)$$

E $[m]$, $[c]$ e $[k]$ são as matrizes de massa, amortecimento e rigidez, respectivamente, e, em sua forma mais geral, são dadas por.

$$[m] = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & \dots & m_{1n} \\ m_{12} & m_{22} & m_{23} & \dots & m_{2n} \\ \cdot & & & & \\ \cdot & & & & \\ m_{1n} & m_{2n} & m_{3n} & \dots & m_{nn} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$[c] = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & \dots & c_{1n} \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & \dots & c_{2n} \\ \cdot & & & & \\ \cdot & & & & \\ \cdot & & & & \\ c_{1n} & c_{2n} & c_{3n} & \dots & c_{nn} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$[k] = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & \dots & k_{1n} \\ k_{12} & k_{22} & k_{23} & \dots & k_{2n} \\ \cdot & & & & \\ \cdot & & & & \\ \cdot & & & & \\ k_{1n} & k_{2n} & k_{3n} & \dots & k_{nn} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Sendo assim, com o aumento do número de GL, e considerando o acoplamento de variáveis, tem-se também a complicação do problema da determinação da frequência natural do sistema. Segundo Rao (2008), em sistemas de vários GL, as várias frequências naturais se associam, cada uma, a um modo de vibração, que é uma forma de resposta vibratória do elemento, configurando, por fim, a resposta do sistema real como sendo uma superposição desses modos, ou seja, das várias frequências naturais do sistema.

Desta forma, para o mesmo autor, a importante determinação do parâmetro característico do sistema passa do simples cálculo da frequência natural em 1 GL, para a obtenção dos modos de vibração do sistema de n GL, ou seja, encontrar como as diversas frequências naturais se combinam para compor a resposta do sistema.

Para tanto, um aparato matemático um pouco mais sofisticado é necessário, a fim de que se possa tratar separadamente cada uma das frequências naturais, originalmente superpostas. A estratégia mais empregada neste tratamento consiste na Transformada de Fourier, que, segundo Tenenbaum (2024), trata-se do principal procedimento que pode ser aplicado a um dado sinal, visando extrair mais informações, através da passagem de um sinal ou função qualquer, do domínio do tempo para o domínio espectral, ou seja, domínio da frequência.

2.2 Vibração de Sistemas Contínuos

A representação de sistemas em parâmetros concentrados é uma ótima simplificação didática, porém sabe-se que isso se trata somente de mais uma idealização e que, portanto, não

reflete exatamente o que é observado em sistemas reais. Segundo Kurdila (2006), na verdade, todas as estruturas são corpos sólidos tridimensionais, em que cada ponto que as compõe pode se mover ao longo das três direções que descrevem o espaço, x , y e z .

Desta forma, na análise real dos fenômenos vibratórios, a fim de se ter uma maior precisão nos resultados, deve ser considerada essa distribuição contínua, o que torna o trabalho mais dispendioso. De acordo com Rao (2008), deve ser considerada a distribuição contínua de massa, amortecimento e elasticidade, bem como também deve ser suposto que cada um dos infinitos pontos do sistema pode vibrar. Sendo assim, o autor afirma que, por esse motivo, um sistema contínuo é também denominado um sistema com infinitos GLs.

Uma possível explicação para o aumento da complexidade na solução de problemas vibratórios de sistemas contínuos é trazida por Sotelo Junior (2006), afirmando que, no estudo destes sistemas, as grandezas fundamentais que interferem na vibração passam a ser funções contínuas de variáveis espaciais. Neste sentido, Balachandran (2009) ressalta que as equações de movimento que governam sistemas com grau de liberdade finito, são equações diferenciais ordinárias, na forma de problemas de valor inicial. Por outro lado, diz o autor, as equações para sistemas contínuos são equações diferenciais parciais, com condições de contorno além das condições iniciais, e cuja solução depende de técnicas matemáticas adicionais.

2.2.1 Vibração Torcional de Eixos

A rotação, descrita por Halliday (2012) como o giro de um objeto em torno de um eixo, é um tipo de movimento amplamente observado. O mesmo autor relata que quase todas as máquinas apresentam este movimento, e que também está presente na simples tarefa de abrir uma tampa rosqueável, no funcionamento de brinquedos em parques de diversão e na prática de esportes como o golfe e o futebol, por exemplo.

Para a compreensão destes movimentos rotativos pode ser útil observar a clara correlação que existe entre as variáveis translacionais e as rotacionais. Ainda segundo Halliday (2012), as variáveis da rotação são análogas às do movimento unidimensional e, na verdade, grande parte do equacionamento desenvolvido para movimentos retilíneos pode ser aplicado ao movimento de rotação mediante, talvez, pequenas modificações. A relação entre as variáveis lineares e as rotacionais é apresentada na Tabela 1.

Tabela 1 – Relação entre os sistemas linear e torcional

Linear		Torcional	
Massa	m	Momento de inércia	I
Rigidez	k	Rigidez torcional	k
Amortecimento	c	Amortecimento torcional	c
Força	$P_0 \sin \omega t$	Conjugado	$T_0 \sin \omega t$
Deslocamento	x	Deslocamento angular	φ
Velocidade	$\dot{x} = v$	Velocidade angular	$\dot{\varphi} = \omega$

Fonte: Adaptado de Hartog (1972, p. 23)

A Tabela 1 estabelece a correlação entre variáveis lineares e rotacionais, facilitando o entendimento da dinâmica da rotação, a partir de conhecimentos prévios sobre a movimentação linear. Uma vez introduzido o sistema rotacional, bem como o significado dos parâmetros envolvidos no sistema, pode-se proceder ao equacionamento do problema da vibração torcional de um eixo. A Figura 2 apresenta a representação esquemática de um eixo que sofre vibração torcional.

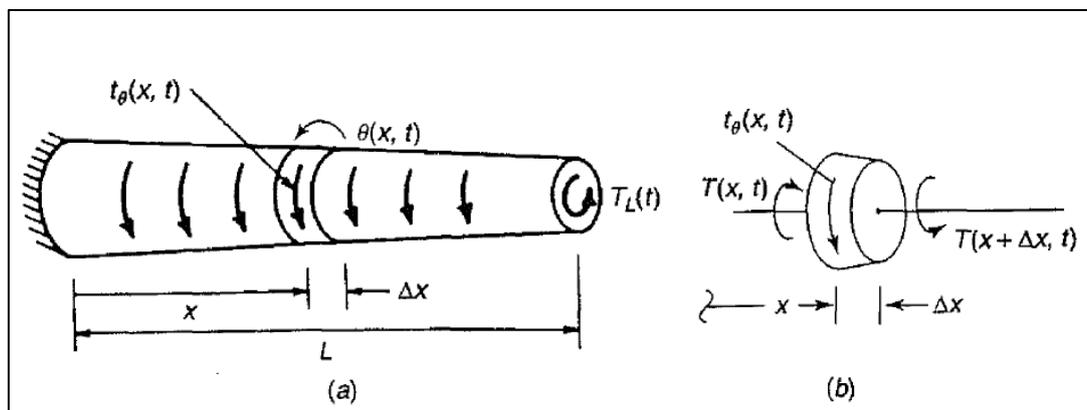


Figura 2 – (a) Haste sofrendo deformação torcional; (b) Diagrama de corpo livre
Fonte: Kurdila (2006, p. 371)

A Figura 2 além de ilustrar os parâmetros necessários ao equacionamento do problema, destaca a determinação de um elemento infinitesimal sobre o qual será aplicada a condição de equilíbrio de momentos, a fim de determinar a equação do movimento para o eixo. De acordo com Rao (2008), se for aplicado sobre o eixo da Figura 2 um torque externo $t_\theta(x, t)$ por unidade de comprimento, e considerando o torque de inércia como resposta do eixo, a equação do movimento pode ser obtida da aplicação da segunda lei do movimento de Newton.

$$(T + dT) + t_{\theta} dx - T = I_0 dx \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \quad (9)$$

Para a sequência dos cálculos deve ser estabelecida uma relação entre o momento de torção interno resultante no elemento infinitesimal e a deflexão angular. Para tanto lança-se mão da revisão de conceitos da Mecânica dos Sólidos, por exemplo segundo Dieter (1981), entre outros, e da Resistência dos Materiais por Hibbeler (2010), entre outros. Sendo assim, considerando essa base teórica, com as contribuições dos autores citados, é possível estabelecer tal relação como sendo:

$$T = G J \theta' \quad (10)$$

Em que G é o módulo de elasticidade cisalhante ou módulo de rigidez e J é o momento polar de inércia para um eixo circular. Uma vez determinada esta relação pode-se retornar à equação do movimento (Equação 9), o que possibilitará determinar a equação de vibração forçada torcional para um eixo (RAO, 2008).

$$\frac{\partial}{\partial x} [G J \theta'] dx + t_{\theta} dx = I_0 dx \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \quad (11)$$

Em que, segundo o mesmo autor, para um eixo uniforme, a Equação 11 toma a forma.

$$G J \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + t_{\theta} = I_0 \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \quad (12)$$

E, no caso da vibração livre, reduz-se a.

$$G J \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = I_0 \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \quad (13)$$

A equação de movimento obtida (Equação 13) é conhecida como Equação da Onda. Segundo Savi e Paula (2017), a Equação da Onda, que descreve a vibração de alguns tipos de elementos como a vibração longitudinal de barras, a vibração transversal de cordas e a vibração torcional de eixos, trata-se de uma equação diferencial parcial de segunda ordem tanto no tempo como no espaço. Portanto, destaca o autor, a solução para esta equação requer o conhecimento de duas condições iniciais para as derivadas temporais e duas condições de contorno para as derivadas espaciais.

A solução desta equação, apesar de parecer complexa, pode ser simplificada de diferentes formas. Alguns autores se valem da possibilidade de separação das variáveis para a solução deste problema, como Hartog (1972), por exemplo, que utiliza a separação de variáveis e simplifica a solução assumindo uma vibração harmônica para a parcela temporal. Já Sotelo Junior (2006), assim como alguns outros autores, aplica diretamente o método de separação de variáveis, assumindo que a solução pode ser escrita como um produto de uma função dependente só do tempo e outra da variável espacial.

De acordo com Rao (2008), a solução geral para a Equação 13 pode ser escrita como.

$$\theta(x, t) = \left(A \cos \frac{\omega x}{c} + B \sin \frac{\omega x}{c} \right) (C \cos \omega t + D \sin \omega t) \quad (14)$$

Em que c é uma constante obtida a partir das propriedades do eixo, sendo, para o caso de um eixo de seção transversal uniforme igual à raiz quadrada da divisão do módulo de elasticidade transversal G do material pela sua densidade ρ . De acordo com Sotelo Junior (2006), as constantes A , B , C e D na Equação 14 devem ser determinadas pelas condições iniciais e de contorno, e a vantagem do método de separação de variáveis está na possibilidade da determinação destas constantes e, conseqüentemente, das funções que compõem a solução, de forma independente, aplicando as condições adequadas.

Segundo Savi e Paula (2017), as condições iniciais são dadas por.

$$\begin{cases} \theta(x, 0) = \theta_0 \\ \dot{\theta}(x, 0) = \dot{\theta}_0 \end{cases} \quad (15)$$

Já as condições de contorno para diferentes configurações de eixos, podem ser verificadas na Figura 3.

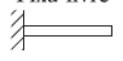
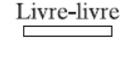
Condições na extremidade do eixo	Condições de contorno	Equação de frequência	Forma modal (função normal)	Frequências naturais
 Fixa-livre	$\theta(0, t) = 0$ $\frac{\partial \theta}{\partial x}(l, t) = 0$	$\cos \frac{\omega l}{c} = 0$	$U_x(x) = C_n \text{sen} \frac{(2n+1)\pi x}{2l}$	$\omega_n = \frac{(2n+1)\pi c}{2l};$ $n = 0, 1, 2, \dots$
 Livre-livre	$\frac{\partial \theta}{\partial x}(0, t) = 0$ $\frac{\partial \theta}{\partial x}(l, t) = 0$	$\text{sen} \frac{\omega l}{c} = 0$	$U_x(x) = C_n \cos \frac{n\pi x}{l}$	$\omega_n = \frac{n\pi c}{l};$ $n = 0, 1, 2, \dots$
 Fixa-fixa	$\theta(0, t) = 0$ $\theta(l, t) = 0$	$\text{sen} \frac{\omega l}{c} = 0$	$U_x(x) = C_n \cos \frac{n\pi x}{l}$	$\omega_n = \frac{n\pi c}{l};$ $n = 1, 2, 3, \dots$

Figura 3 – Condições de contorno para eixos (hastes) uniformes sujeitos a vibração torcional
 Fonte: Rao (2008, p. 281)

Na Figura 3 é possível observar que, para cada configuração diferente do eixo estudado, as condições de contorno poderão também ser diferentes, o que reforça a visão de Sotelo Junior (2006) de que se deve aplicar as condições adequadas para usufruir da vantagem de se aplicar o método de separação de variáveis, na solução do problema de vibração torcional de eixos.

2.2.2 Vibração Transversal de Vigas

No item anterior foi demonstrado o equacionamento para o problema da vibração torcional de um eixo, porém, há de se observar que, antes mesmo de ser posto em rotação, e então, de apresentar oscilação torcional, um eixo geralmente se trata de uma barra sólida, semelhante a uma viga, normalmente de seção circular, conforme Budynas e Nisbett (2016), entre outros. Portanto, na análise dinâmica de eixos de transmissão deve ser considerado, além do comportamento como eixo propriamente dito, em vibração torcional, também o comportamento como viga, em vibração transversal.

No equacionamento do problema da vibração transversal de vigas, Hartog (1972) faz a consideração da equação diferencial do carregamento estático de uma viga, conforme literaturas de Resistência dos Materiais, e ilustrado na Figura 4. Na sequência o autor afirma que, se uma viga vibra de certa forma, o carregamento sobre ela é alternado com carga de inércia, de forma que cada partícula que compõe a viga é submetida a uma aceleração, que multiplicada pela massa da partícula resulta na sua força de inércia. Daí, por ação e reação, cada partícula deve exercer uma força sobre a viga, em que o somatório de todas as forças das partículas resulta no carregamento q sobre a viga, como também pode ser visto na Figura 4.

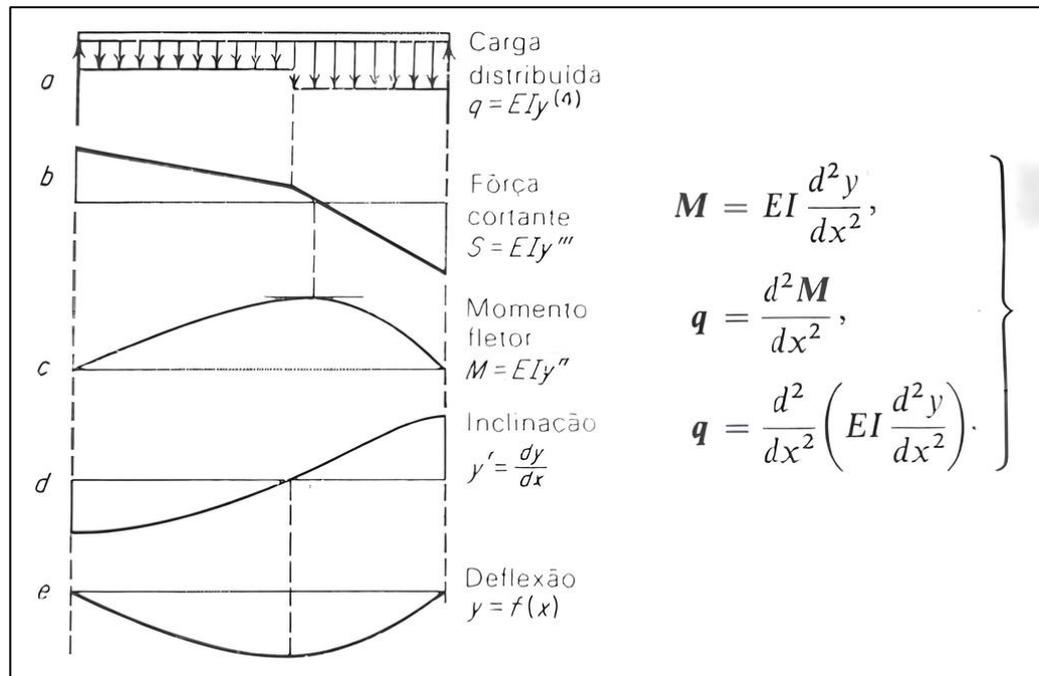


Figura 4 – Ilustração das equações diferenciais de uma viga em flexão
 Fonte: Adaptado de Hartog (1972, p. 122)

Na Figura 4 é possível observar as equações que relacionam as cargas externas e esforços internos para uma viga em flexão, segundo a literatura de Resistência dos Materiais, bem como os diagramas que ilustram o comportamento do elemento. Sendo assim, considerando as equações diferenciais de carregamento demonstradas, para Hartog (1972), a equação diferencial do movimento para a vibração transversal de uma viga uniforme é dada por

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = -\mu_1 \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (16)$$

Em que E é o Módulo de Elasticidade ou Módulo de Young da viga e I é o momento de inércia de área da seção transversal da viga em relação ao eixo y , de acordo com Rao (2008), de forma que o produto EI é a Rigidez à Flexão da viga, também definida na Resistência dos Materiais, segundo Hibbeler (2010), por exemplo. Além disso, uma observação importante a ser feita consiste na relação entre os equacionamentos de Hartog (1972) e Rao (2008) em que, μ_1 , definido pelo primeiro autor como sendo a massa da viga por unidade de comprimento, pode ser igualada ao produto da densidade de massa ρ com a área da seção transversal da viga A , definido pelo segundo.

Desta forma, de acordo com Rao (2008), a solução geral para a vibração transversal de uma viga, em vibração livre, pode ser determinada pelo método de separação de variáveis como sendo:

$$w(x, t) = W(x) T(t) = \quad (17)$$

$$= (C_1 e^{\beta x} + C_2 e^{-\beta x} + C_3 e^{i\beta x} + C_4 e^{-i\beta x}) (A \cos \omega t + B \sin \omega t)$$

Considerando a relação entre os trabalhos dos dois autores supracitados, que será melhor observada a seguir, vale ressaltar, para a clareza das representações demonstradas, a equivalência das variáveis y e w , em que ambas representam a coordenada que descreve o movimento transversal da viga, nas representações de Hartog (1972) e Rao (2008) respectivamente. Na Equação 17, β é um parâmetro relacionado com a frequência natural de vibração do sistema, através do qual é possível verificar a equivalência entre os dois equacionamentos trabalhados. Esta verificação se dá a partir da definição da frequência natural que, relacionando as duas literaturas, é dada por.

$$\omega_n = \beta^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} = \frac{n^2 \pi^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{\mu_1}} \quad (18)$$

Desta forma, é demonstrada a equivalência dos dois equacionamentos, mediante a definição de β como.

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{\rho A \omega^2}{EI}} = \sqrt[4]{\frac{\mu_1 \omega^2}{EI}} = \frac{n\pi}{l} \quad (19)$$

Ainda sobre a solução geral (Equação 17), observa-se a presença de várias constantes a serem determinadas para cada problema em particular. Segundo Rao (2008), as constantes A e B podem ser determinadas pelas condições iniciais do problema, enquanto que, as constantes C_1 , C_2 , C_3 e C_4 serão conseguidas pela aplicação das condições de contorno, conforme ilustradas na Figura 5.

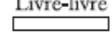
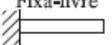
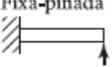
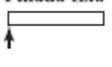
Condições nas extremidades da viga	Equação de frequência	Forma modal (função normal)	Valor de $\beta_n l$
 Pinada-pinada	$\text{sen } \beta_n l = 0$	$W_n(x) = C_n [\text{sen } \beta_n x]$	$\beta_1 l = \pi$ $\beta_2 l = 2\pi$ $\beta_3 l = 3\pi$ $\beta_4 l = 4\pi$
 Livre-livre	$\cos \beta_n l \cdot \cosh \beta_n l = 1$	$W_n(x) = C_n [\text{sen } \beta_n x + \text{senh } \beta_n x + \alpha_n (\cos \beta_n x + \cosh \beta_n x)]$ onde $\alpha_n = \left(\frac{\text{sen } \beta_n l - \text{senh } \beta_n l}{\cosh \beta_n l - \cos \beta_n l} \right)$	$\beta_1 l = 4,730041$ $\beta_2 l = 7,853205$ $\beta_3 l = 10,995608$ $\beta_4 l = 14,137165$ ($\beta l = 0$ para corpo rígido)
 Fixa-fixa	$\cos \beta_n l \cdot \cosh \beta_n l = 1$	$W_n(x) = C_n [\text{senh } \beta_n x - \text{sen } \beta_n x + \alpha_n (\cosh \beta_n x - \cos \beta_n x)]$ onde $\alpha_n = \left(\frac{\text{senh } \beta_n l - \text{sen } \beta_n l}{\cos \beta_n l - \cosh \beta_n l} \right)$	$\beta_1 l = 4,730041$ $\beta_2 l = 7,853205$ $\beta_3 l = 10,995608$ $\beta_4 l = 14,137165$
 Fixa-livre	$\cos \beta_n l \cdot \cosh \beta_n l = -1$	$W_n(x) = C_n [\text{sen } \beta_n x - \text{senh } \beta_n x - \alpha_n (\cos \beta_n x - \cosh \beta_n x)]$ onde $\alpha_n = \left(\frac{\text{sen } \beta_n l + \text{senh } \beta_n l}{\cos \beta_n l + \cosh \beta_n l} \right)$	$\beta_1 l = 1,875104$ $\beta_2 l = 4,694091$ $\beta_3 l = 7,854757$ $\beta_4 l = 10,995541$
 Fixa-pinada	$\text{tg } \beta_n l - \text{tgh } \beta_n l = 0$	$W_n(x) = C_n [\text{sen } \beta_n x - \text{senh } \beta_n x + \alpha_n (\cosh \beta_n x - \cos \beta_n x)]$ onde $\alpha_n = \left(\frac{\text{sen } \beta_n l - \text{senh } \beta_n l}{\cos \beta_n l - \cosh \beta_n l} \right)$	$\beta_1 l = 3,926602$ $\beta_2 l = 7,068583$ $\beta_3 l = 10,210176$ $\beta_4 l = 13,351768$
 Pinada-fixa	$\text{tg } \beta_n l - \text{tgh } \beta_n l = 0$	$W_n(x) = C_n [\text{sen } \beta_n x + \alpha_n \text{senh } \beta_n x]$ onde $\alpha_n = \left(\frac{\text{sen } \beta_n l}{\text{senh } \beta_n l} \right)$	$\beta_1 l = 3,926602$ $\beta_2 l = 7,068583$ $\beta_3 l = 10,210176$ $\beta_4 l = 13,351768$ ($\beta l = 0$ para corpo rígido)

Figura 5 – Condições de contorno para a vibração transversal de uma viga
 Fonte: Rao (2008, p. 284)

Na Figura 5 é possível observar várias condições de contorno relacionadas a diferentes configurações de vigas, que determinam parâmetros importantes para a solução de problemas de vibração transversal de vigas, mas que, como visto, também podem ser úteis para a consideração do efeito da vibração transversal de eixos que apresentem configurações semelhantes.

2.2.3 Método dos Elementos Finitos

De maneira semelhante à maioria das literaturas sobre vibrações mecânicas, o presente trabalho apresentou até então, em uma abordagem mais inicial, primeiro a formulação para sistemas simples e discretos, neste caso, para o sistema mais simples, de 1 GL. E, em um segundo momento, mostrou as soluções analíticas para sistemas contínuos, como eixos e vigas,

a partir da teoria elementar da flexão de vigas, também conhecida como teoria de Euler-Bernoulli, (RAO, 2008).

Estas são formas de resolução, embora exatas, não muito usuais, sendo mesmo mais empregadas de forma didática, como uma base de conceitos para a solução de problemas reais. Isso pode ser concluído a partir das ponderações feitas por Alves Filho (2000), em que afirma que os métodos analíticos clássicos permitem o cálculo exato de parâmetros em todos os infinitos pontos das estruturas, porém para poucos casos, e que não refletem aplicações práticas. Na sequência o mesmo autor ainda cita o interesse no desenvolvimento de procedimentos aproximados, a serem aplicados de forma geral e com uma precisão aceitável, e que, na verdade, essa é a origem do Método dos Elementos Finitos.

Sendo assim, ainda de acordo com Alves Filho (2000), o método dos elementos finitos, também conhecido pela sigla MEF, é um método aproximado de cálculo de sistemas contínuos de modo que o corpo contínuo é subdividido em um número finito de elementos, conectados entre si por pontos discretos chamados nós, em que a montagem de elementos, que constitui o modelo matemático, tem o seu comportamento especificado por um número finito de parâmetros.

Rao (2018) complementa que, como é muito difícil encontrar a solução exata da estrutura original, uma solução aproximada conveniente é assumida em cada elemento finito, com o ideal de que, se as soluções dos vários elementos forem selecionadas adequadamente, elas podem convergir para a solução exata da estrutura total à medida que o tamanho do elemento é reduzido. O mesmo autor ainda afirma que, durante o processo de solução, o equilíbrio de forças nas juntas e a compatibilidade de deslocamentos entre os elementos são satisfeitos de modo que toda a estrutura se comporte como uma entidade única, descrevendo, assim, o procedimento geral e principais premissas desse método.

Ao dividir um corpo contínuo em um grande número de elementos a fim de refinar os resultados, aumenta-se consideravelmente o número de GLs do sistema, tornando-o mais complexo, como visto. Além disso, segundo Alves Filho (2008), considerando parâmetros do modelo, como, por exemplo, a rigidez, tem-se, para cada elemento, diversos componentes, o que leva à construção de uma matriz de rigidez do elemento, que por sua vez é base para a matriz de rigidez do corpo em estudo. Tudo isso, para o autor, reafirma a álgebra matricial como a melhor forma de representação das características dos modelos, sendo também o meio mais empregado para armazenamento e solução das equações do sistema.

Sendo assim, tem-se novamente uma visão da robustez dos problemas que envolvem o estudo de estruturas de vários GLs, como as estruturas contínuas, implicando na solução de extensas equações matriciais. Portanto, devido a essa complexidade, principalmente pelo grande volume de dados a serem tratados, considera-se, basicamente, o método dos elementos finitos como um método computacional de cálculo de sistemas contínuos, sendo até mesmo considerado o principal método computacional para análise dinâmica estrutural, (KURDILA, 2006).

Desta forma, de maneira geral, a aplicação do método dos elementos finitos segundo Fish e Belytschko (2009) consiste nos seguintes cinco passos: Pré-processamento, Formulação dos elementos, Montagem, Resolução das equações e Pós-processamento. De acordo com os mesmos autores, a fase de pré-processamento consiste na subdivisão do domínio do problema em elementos finitos que, considerando a aplicação computacional deste método, trata-se do procedimento automatizado de geração da malha dos elementos.

Dentro de geração da malha encontra-se uma das, se não a, principal etapa da aplicação do MEF, que é o refinamento da malha. Para Budynas e Nisbett (2016), refinamento da malha consiste em alterar a malha entre etapas consecutivas da análise a fim de se melhorar os resultados, o que geralmente acontece quando a densidade da malha é aumentada em áreas com gradiente de tensão elevados e/ou quando zonas de transição geométrica recebem malhas mais suaves, em que, após tudo isso, normalmente os resultados convergem para seus valores exatos à medida que a malha é continuamente refinada. A Figura 6 exemplifica esse processo.

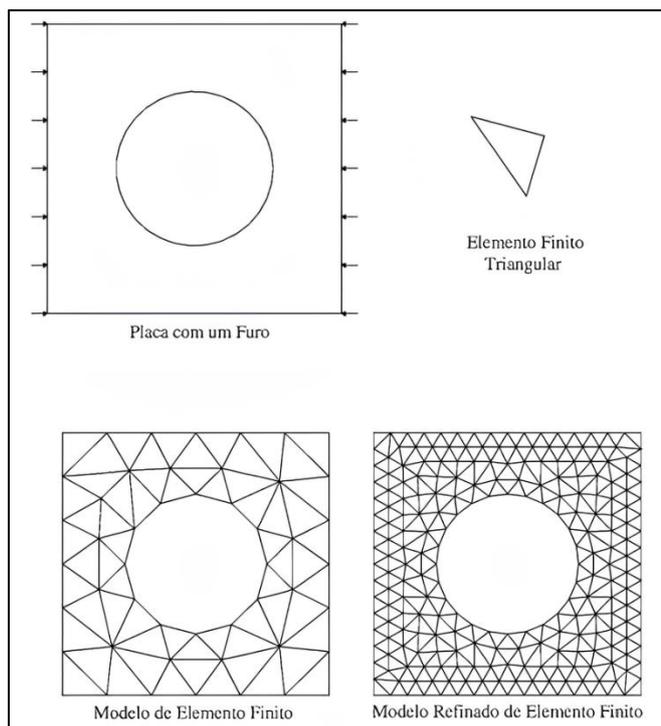


Figura 6 – Geometria, cargas e malhas de elementos finitos
 Fonte: Fish e Belytschko (2009, p.2)

Na Figura 6 é possível observar a aplicação do método de geração e refinamento da malha no exemplo de uma placa perfurada, em que fica evidente a eficácia do refinamento, até mesmo com a correção do chamado erro de discretização, segundo Budynas e Nisbett (2016), especialmente na curvatura do furo central.

Na sequência, após a obtenção da malha dos elementos para o modelo, o procedimento segue para as etapas de formulação matemática. De acordo com Fish e Belytschko (2009), na sequência do procedimento, a fase de formulação dos elementos consiste, basicamente, no desenvolvimento de equações para os elementos, enquanto que, a seguinte, de montagem, trata-se da obtenção do sistema global de equações a partir das equações individuais dos elementos.

Nesta altura, outro importante conceito deve ser aplicado junto à etapa de montagem, que são as condições de contorno. Segundo Budynas e Nisbett (2016), as condições de contorno são uma simulação das formas de restrição presentes no modelo, que pode, provavelmente, ser considerada a única parte difícil da modelagem precisa de uma estrutura por MEF, por ser relativamente fácil cometer erros de omissão ou má interpretação nessa etapa.

Ainda de acordo com Budynas e Nisbett (2016), nesse caso, talvez seja preciso testar diferentes abordagens em relação às restrições específicas do modelo como juntas parafusadas, soldagens, etc. que não sejam tão simples como as juntas fixas ou pivotadas idealizadas, além

do que, certas vezes, quando a natureza exata de uma condição de contorno é incerta, são possíveis apenas limites de comportamento. Todos esses pontos auxiliam a compreender a citada dificuldade.

Na finalização da aplicação do método dos elementos finitos, conforme explicam Fish e Belytschko (2009), tem-se, na etapa do pós-processamento, claro, após a resolução das equações, a determinação de valores de interesse, tais como tensões e deformações, e a obtenção da visualização das respostas. Nesse caso, considerando a análise de vibrações, o que se tem, geralmente, é uma análise modal do componente, que fornece frequências naturais e formas modais e que, com base nisso realiza as análises de vibração forçada como resposta em frequência, impacto transiente ou vibração aleatória, tudo isso baseando-se, fundamentalmente, na rigidez, na massa e nas deflexões resultantes, (BUDYNAS e NISBETT, 2016).

2.3 Vibração em Equipamentos Mecânicos

Ressalta-se a constante observação de fenômenos vibratórios no dia-a-dia do mundo moderno, como por exemplo, segundo Sotelo Junior (2006), os ocupantes de um automóvel podem sentir o efeito dos movimentos e acelerações induzidos em seus corpos causados pelas irregularidades das vias de tráfego. Mas é provavelmente no funcionamento dos equipamentos mecânicos em que mais se observa a presença da vibração, (THOMSON, 1993).

Na visão de Rao (2008), a maioria dos motores de acionamento tem problemas de vibração devido ao desbalanceamento inerente a esses motores, em que esse desequilíbrio pode dever-se a falha de projeto ou manutenção ruim. Já Balachandran (2009) afirma que qualquer desequilíbrio em máquinas com peças rotativas, como ventiladores, tornos, bombas centrífugas e turbinas pode causar vibrações.

A grande presença da vibração no funcionamento dos equipamentos mecânicos é responsável por causar diversos prejuízos. De acordo com Rao (2008) o desbalanceamento de motores a diesel pode causar ondas terrestres capazes de proporcionar incômodo em áreas urbanas. O mesmo autor frisa que, em máquinas, a vibração pode afrouxar ou soltar elementos de fixação como porcas, e em processos de corte de metal, a vibração pode causar trepidação, gerando um mau acabamento superficial.

2.3.1 Vibração em Motores de Combustão Interna

Em uma breve pesquisa a respeito das grandes revoluções e invenções, não é difícil concluir que o motor de combustão interna alternativo é uma das principais invenções já criadas. Isso se dá muito por conta de sua versatilidade, sendo aplicado na grande maioria dos veículos, tanto terrestres como aéreos e aquaviários, também em geradores de energia elétrica e muitos outros tipos de equipamento, como máquinas portáteis, como, por exemplo, a roçadeira em estudo, entre outros, (ÇENGEL, 2013).

Apesar das enormes vantagens trazidas pela invenção e ampla utilização desta máquina, de acordo com Tillmann (2013), vários desafios também surgiram, como a poluição proveniente da queima dos combustíveis, atrito das partes móveis, ruído, entre outros. Dentre os problemas observados no desenvolvimento de motores, segundo Selim (2010) as vibrações geradas, que são provenientes das forças de combustão e inércia vindas dos componentes internos, são um dos principais objetos de pesquisa desde o surgimento dessa máquina.

O problema da vibração em motores de combustão interna alternativos pode até mesmo ser considerado intrínseco. Durante o funcionamento do motor, o pistão naturalmente deve sofrer acelerações alternadas tal qual sugere o princípio dessa máquina, e então, a partir da segunda lei de Newton, sabe-se que, com isso, deve surgir uma força de reação também alternada em sua estrutura estacionária, o que configura a vibração do motor devido ao seu próprio funcionamento, (HARTOG, 1972).

Dentre as causas de vibrações em motores de combustão, duas são apontadas por Rao (2008) como sendo as principais: As variações periódicas de pressão dos gases nos cilindros e as forças de inércia associadas ao movimento das partes móveis, como pistão, biela e manivela. A partir disso, segundo Hartog (1972), derivando as equações do movimento, pela segunda lei de Newton, para as diferentes partes do motor, conclui-se que, em resumo, as ações resultantes que causam a vibração dos motores se dividem em forças de inércia nas direções vertical e horizontal, momentos de inércia em torno dos eixos vertical e lateral e dois conjugados em torno do eixo longitudinal, um de inércia e outro devido à pressão no interior do cilindro.

Assim, ainda segundo Hartog (1972), os estudos para a solução do problema de vibração dos motores se dividem em três partes, que são o balanço de inércia, a reação de conjugado e as vibrações torcionais do eixo de manivelas. Na primeira parte, de acordo com Rao (2008), o balanceamento de inércia no caso de motores de vários cilindros pode ser feito por meio do

arranjo adequado das manivelas, a fim de buscar o equilíbrio daquelas forças de inércia, ou seja, que seu somatório resulte em zero.

Como dito, tal balanceamento pode ser perfeitamente alcançado em motores multicilíndricos, porém, um problema de particular interesse para o presente trabalho está no balanceamento de motores monocilíndricos. Isso porque, como visto, o balanceamento dos motores multicilíndricos envolve o arranjo das suas várias manivelas, o que obviamente não pode ser empregado em motores monocilíndricos, muito empregados em equipamentos portáteis como a roçadeira, pois esses motores possuem somente um conjunto de manivela/biela. De forma que, devido à constante presença da força de inércia desses componentes, se pode concluir que, o motor monocilíndrico é inerentemente desbalanceado, (HARTOG, 1972; RAO, 2008).

A respeito da reação de conjugado, segundo Hartog (1972), consiste no estudo do efeito do conjugado tanto devido à inércia como à pressão, atuando sobre as partes fixas em torno do eixo longitudinal. Assim percebe-se que a solução provavelmente está atrelada à fixação do motor em suas bases, em que geralmente são empregados os coxins. Segundo Brunetti (2012), os coxins, que são elementos de borracha de elevado amortecimento, empregados nos suportes de motores de combustão interna, são calculados para controlar os movimentos globais do motor, logo atuando na reação do conjugado.

Por fim, na vibração torcional do eixo de manivelas (virabrequim), estuda-se ainda o efeito do conjugado do motor, porém desta vez sobre suas partes móveis, segundo Hartog (1972), que também relata ser um estudo de particular importância devido à recorrência do rompimento de eixos por causa desse problema. Segundo Brunetti (2012), frequências ressonantes são excitadas por torques alternados nas manivelas, o que leva ao surgimento de velocidades críticas dentro da faixa de rotações do motor, nas quais a amplitude de vibração é maior, levando a falhas no virabrequim. O autor ainda ressalta que isso pode ser solucionado pela aplicação de absorvedores, como de anel de borracha sintonizado ou viscoso não sintonizado, a fim de atenuar ou, se possível, eliminar as amplitudes de vibração.

2.3.2 Desbalanceamento Rotativo

O movimento rotacional, já discutido anteriormente, trata-se de um importante movimento na dinâmica das máquinas, responsável por grandes transmissões de potência, sendo até mesmo referenciado como uma classificação própria de transferência de energia, a conhecida potência de eixo, de acordo com Çengel (2013). Sendo assim, percebe-se que, não

diferente de outras dinâmicas, essa também tem o potencial de apresentar graves problemas vibratórios, em que, para além daquela vibração torcional, já apresentada, também pode apresentar o problema do desbalanceamento rotativo.

Segundo Inman (2018), o desbalanceamento rotativo trata-se da vibração proveniente da rotação de componentes de máquinas que apresentem distribuição de massa irregular. Rao (2008) exemplifica que esse desbalanceamento pode ser atribuído a irregularidades como erro na usinagem e variações no tamanho de parafusos, porcas, rebites e soldas. Contextualizando com o problema central deste trabalho, sabe-se que a lâmina da roçadeira naturalmente é um elemento sujeito ao desgaste aleatório pelo próprio uso, além de lascamentos e empenamentos acidentais, tudo isso pode vir a causar irregularidades nessa lâmina, por fim, causando o problema do desbalanceamento rotativo da máquina.

Em teoria, na determinação do equacionamento para o problema do desbalanceamento rotativo, diversos autores como Inman (2018), Hartog (1972), entre outros, empregando o procedimento padrão de solução de problemas de vibração, através da aplicação da segunda lei de Newton no diagrama de corpo livre mostrado na Figura 7, derivam a equação do movimento, que neste caso se apresenta da seguinte forma:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = m_0 e \omega^2 \sin \omega t \quad (20)$$

Em que, comparando com a equação do movimento clássica para problemas de vibrações, não é difícil notar que a magnitude da força externa, que neste caso passa a ser na verdade a força desbalanceadora, é dada por $F_0 = m_0 e \omega^2$, sendo m_0 a massa excêntrica, e a excentricidade e ω a velocidade de rotação. Dessa forma, também é possível observar a criticidade do problema do desbalanceamento rotativo, uma vez que ele produz uma excitação harmônica cuja amplitude é proporcional ao quadrado de sua frequência, (KELLY, 2018).

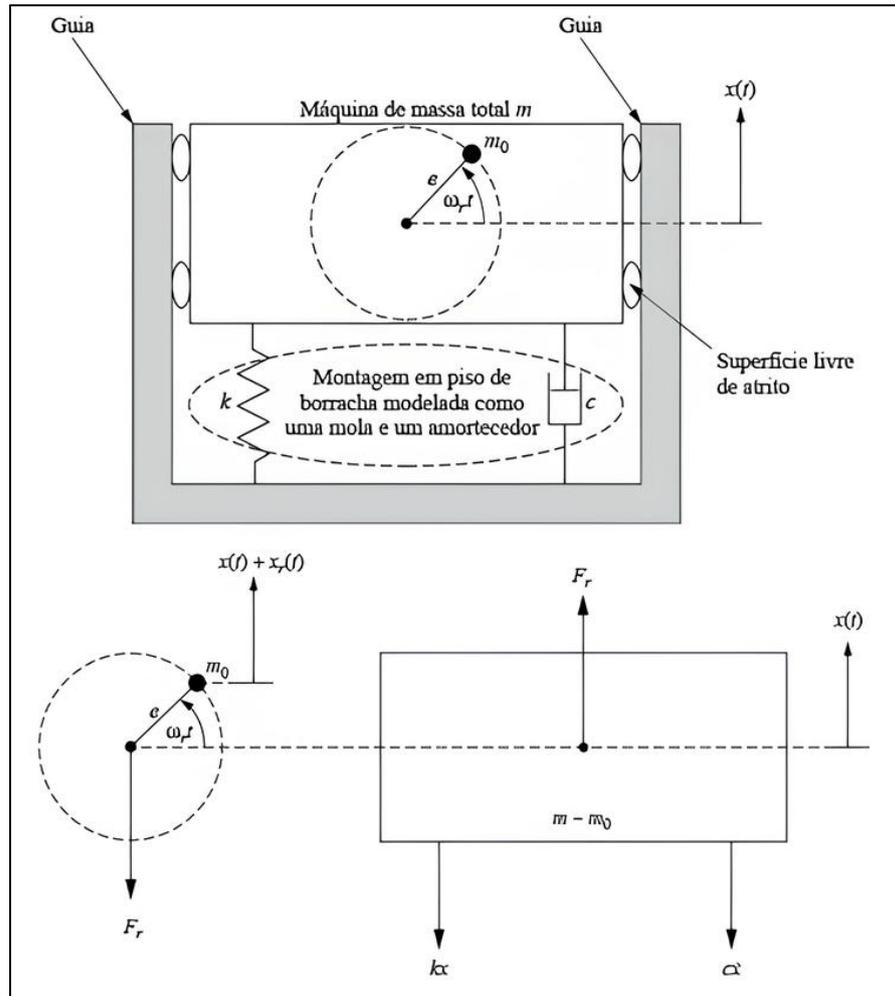


Figura 7– Máquina sujeita ao desbalanceamento rotativo e seu diagrama de corpo livre
 Fonte: Adaptado de Inman (2018, p.60)

A Figura 7 ilustra o modelo de uma máquina sujeita ao desbalanceamento rotativo, bem como seu respectivo diagrama de corpo livre, em que se pode notar que o modelo representa um motor cuja massa desbalanceada está montada na extremidade de seu eixo em balanço, demonstrando que essa abordagem pode ser aplicada não somente para rotores montados em eixos bi apoiados, mas também para montagens mais complexas, segundo Hartog, (1972), que afirma também a ocorrência do fenômeno da ressonância no desbalanceamento rotativo, em que o sistema vibra violentamente, também para todo tipo de montagem,

Tratando-se o desbalanceamento rotativo de um problema de vibração forçada, o fenômeno da ressonância é também aqui observado, sendo definido como a situação em que a frequência da força externa, neste caso representada pela velocidade de rotação ω , coincide com a frequência natural de vibração do eixo sem rotação, levando o sistema a experimentar amplitudes de vibração extremamente altas, e sendo, portanto, uma situação crítica, que

demanda maior atenção, de forma que, não atoa, tais velocidades de rotação são referenciadas como velocidades críticas, (RAO, 2008; BUDYNAS e NISBETT, 2016).

Para a solução prática do problema, de acordo com Rao (2008), a determinação do desbalanceamento de um rotor pode se dar pela aplicação de rotações livres consecutivas ao mesmo, sempre demarcando a posição inferior da parada, a qual deve naturalmente demonstrar a região mais pesada, ou seja, onde se encontra a massa desbalanceada, determinando assim a localização. Já a amplitude pode ser determinada pelo cálculo por expressões já conhecidas, como por exemplo, pela equação do movimento para o caso em estudo, Equação 19, em conjunto com a medição experimental das respostas de vibração.

Sendo assim, para o mesmo autor, o balanceamento pode se dar pela remoção dessa massa desbalanceada determinada experimentalmente, ou pela adição de uma massa de igual magnitude a 180° da posição da massa desbalanceada, o que deve cancelar o efeito do desbalanceamento, determinando, assim, o procedimento conhecido como balanceamento em um plano, pois, justamente, toda a massa se encontra praticamente em um único plano. Sendo, portanto, por exemplo, um procedimento aplicável ao problema da lâmina da roçadeira em estudo, que apresenta justamente essa característica de ser um elemento aproximadamente bidimensional, ou plano.

2.3.3 Vibração em Roçadeiras

Diante da mecanização no setor de prestação de serviço já citada, tem-se a ampla aplicação de máquinas e equipamentos em diversas áreas. Na realização da supressão vegetal, por exemplo, para a limpeza de áreas rurais ou urbanas, públicas ou particulares, o emprego de roçadeiras portáteis é amplamente observado, muito devido ao seu preço acessível e facilidade de uso, segundo (BERNARDI *et al*, 2018).

Esse equipamento apresenta diferentes formas de classificação, dentre as quais se destaca o tipo de motorização, que pode ser elétrica ou movida a motor de combustão interna. A partir dessa classificação tem-se que, as roçadeiras do tipo motorizadas a gasolina apresentam maior nível de vibração, como demonstra o trabalho de Mizushima (2020). Ademais, de acordo com a norma BS EN ISO 11806 *apud* Hao (2011), vários estudos confirmam que os níveis de vibração em aparadores movidos a gasolina são elevados o bastante para causar um nível

aumentado do risco de desenvolvimento da Síndrome da Vibração Mão Braço no operador, o que indica a necessidade de se reduzir esse nível de vibração.

Conforme ressaltam Bernardi *et al* (2018), as roçadeiras geralmente possuem como elementos básicos um motor monocilíndrico de dois tempos e uma cabeça de corte, conectados através de um eixo. Como visto, esses componentes muitas vezes podem estar suscetíveis ao desenvolvimento da vibração nos equipamentos. Os mesmos autores complementam que dois desses componentes, a saber, o motor em rotação e a cabeça de corte, são os principais geradores das vibrações em roçadeiras.

Diversos trabalhos foram desenvolvidos sobre o tema de vibração em roçadeiras, no geral com o foco sobre a área de Segurança e Saúde no Trabalho e/ou Ergonomia. Em sua grande maioria, esses trabalhos tratam-se de avaliações da vibração desse equipamento tomando como base as normas adequadas para o assunto, como as internacionais ISO 2631/1997, ISO 5349/2001, e as nacionais NR 15/1978, NHO 9/2013 e NHO 10/2013, entre outras. Alguns exemplos desses trabalhos mais simples são o de Mizushima, (2020) e Schutzer *et al* (2015), entre outros, que tratam das medições da vibração ocupacional no uso desse equipamento e das análises acerca da segurança dos operadores.

Alguns outros trabalhos foram além, investigando o efeito da variação de alguns parâmetros na vibração da roçadeira. Por exemplo o trabalho de László (2014) estudou a influência da variação da posição de trabalho na vibração transmitida ao corpo do operador. Outro trabalho interessante nesse sentido foi feito por Bernardi *et al* (2018) em que foi avaliada a influência da variação do implemento de corte entre uma lâmina e um carretel de nylon na vibração medida. Deboli *et al* (2013) realizaram um trabalho também interessante no nicho das máquinas costais motorizadas. Nesse trabalho, a vibração foi medida observando diferentes operadores, diferentes equipamentos e diferentes períodos de trabalho.

Apesar da grande variedade de trabalhos relacionados ao tema da vibração ocupacional em roçadeiras, poucos são os que se propuseram a buscar e implementar alguma solução na tentativa de diminuir essa vibração. Na pesquisa feita, por exemplo, destaca-se o trabalho de Hao *et al* (2011), que teve como objetivo a implementação de um aparato, denominado pelos autores como *Tuned Vibration Absorber - TVA* (Absorvedor de Vibração Sintonizado), a fim de se reduzir a vibração transmitida às mãos e braços de um operador de cortador de grama elétrico.

Apesar de ter sido conduzido sobre um equipamento ligeiramente diferente, e que, conforme já citado, costuma demonstrar menores níveis de vibração, que é o cortador elétrico, o estudo citado mostra-se interessante como base teórica para o presente trabalho pela riqueza em detalhes do procedimento empregado na análise realizada e também pela simplicidade de aplicação e eficácia do implemento utilizado na solução do problema, que foram muito bem demonstrados no trabalho.

Sendo assim, vê-se que a temática deste trabalho se encontra de certa forma bem consolidada, contando com trabalhos que apresentam uma boa variedade de abordagens, principalmente no que diz respeito à medição da vibração ocupacional no emprego de roçadeiras. Também se destaca a análise das diferentes formas pelas quais essa vibração se desenvolve, do ponto de vista dos modos de operação da máquina e parâmetros que podem variar.

Há também certa variedade de análises dos efeitos causados pela vibração aos operadores. Tudo isso coloca o levantamento bibliográfico realizado como uma boa base teórica para a realização do presente trabalho, e apresenta também, como um caminho interessante a ser tomado, o estudo do desenvolvimento da vibração ao longo da estrutura da máquina, do ponto de vista da engenharia mecânica, bem como a prospecção de possíveis soluções para esse problema de vibração das roçadeiras, o que é ainda pouco desenvolvido.

2.4 Vibração Ocupacional

Muito se fala sobre as consequências da vibração para a integridade dos equipamentos, o que é sim um problema importante e requer atenção. Mas, para além dessa visão da problemática de vibrações, há de se considerar a relação entre o homem e a máquina, onde também se observam os prejuízos causados pela vibração, sendo, potencialmente, muito mais graves por afetar a saúde dos operadores de máquinas, (GRIFFIN, 1990).

Por exemplo, de acordo com Costa *et al* (2014), a exposição à vibração de corpo inteiro é comum, principalmente na tarefa de condução ou operação de caminhões ou máquinas pesadas, em que comprovadamente por vários estudos epidemiológicos, a ‘dor nas costas’ é o efeito mais relatado. Além disso, ao se considerar a operação de equipamentos manuais, a exposição prolongada das mãos às vibrações pode resultar em vários distúrbios, como

branqueamento dos dedos, dormência na mão, formigamento, redução da atividade muscular ou problemas ósseos e articulares (GRIFFIN, *apud* LÁSZLÓ, 2014).

Dessa forma vê-se a importância do tratamento do problema da vibração no ambiente de trabalho. Para Vendrame *apud* Schutzer *et al* (2015), a vibração é algo extremamente prejudicial para o ser humano, porém, eliminá-la dos ambientes de trabalho é praticamente impossível, já que todos os equipamentos geram algum tipo de vibração, sendo importante, então, concentrar esforços para minimizar os seus efeitos nas pessoas.

E é nesse sentido que existem algumas normas que tratam da exposição ocupacional a vibrações mecânicas, como por exemplo, a NR-09 - Avaliação e Controle das Exposições Ocupacionais a Agentes Físicos, Químicos e Biológicos/Anexo I Vibração, NR 15 - Atividades e Operações Insalubres/Anexo N.º 8 Vibração, NHO 09: Avaliação da exposição ocupacional a vibrações de corpo inteiro, NHO 10: Avaliação da exposição ocupacional a vibrações em mãos e braços, entre outras.

Assim fica demonstrado, nestas últimas seções, o panorama dos trabalhos já desenvolvidos sobre o tema, como ponto de partida para os desenvolvimentos seguintes. Bem como fica também definido nesse capítulo todo o embasamento teórico necessário ao estudo do comportamento da vibração mecânica na estrutura de uma roçadeira costal motorizada, desenvolvido nos capítulos seguintes.

3 METODOLOGIA

3.1 Tipo de Pesquisa

Antes de classificar o tipo da pesquisa realizada neste trabalho, é interessante definir o próprio conceito de pesquisa. Em uma concepção mais simples “[...] o termo pesquisa é normalmente usado para indicar a procura de respostas para os mais variados problemas”, de acordo com Santos e Parra Filho (2012, p. 82). Já em uma definição mais rigorosa, para Ander-Egg *apud* Lakatos e Marconi (2021, p. 182) pesquisa é um “procedimento reflexivo sistemático, controlado e crítico, que permite descobrir novos fatos ou dados, relações ou leis, em qualquer campo do conhecimento”. Ou seja, em resumo, pode se dizer que a pesquisa trata-se de um procedimento de busca de novos conhecimentos e/ou soluções de problemas.

Uma vez definido o conceito de pesquisa, o procedimento adotado neste trabalho pode ser então classificado. Tal classificação pode se dar de diferentes formas e representa um passo importante. Para Gil (2022), quando o pesquisador consegue fazer uma boa classificação de sua pesquisa tem-se maior racionalidade nas etapas requeridas para sua execução, o que pode significar a realização da pesquisa em tempo mais curto, a maximização da utilização de recursos e, certamente, a obtenção de resultados mais satisfatórios. Sendo assim, esta pesquisa será classificada, a seguir, quanto a forma de abordagem; aos objetivos e aos procedimentos técnicos.

Primeiramente, o presente trabalho, quanto a forma de abordagem, pode ser classificado como uma pesquisa quantitativa, uma vez que trata de variáveis e relações representadas por quantidades numéricas. Para Appolinário *apud* Lozada (2019, p. 132), na pesquisa quantitativa “[...] variáveis predeterminadas são mensuradas e expressas numericamente. Os resultados também são analisados com o uso preponderante de métodos quantitativos, por exemplo, estatístico”. Logo, o trabalho claramente apresenta características de pesquisa quantitativa, pelo tratamento de variáveis expressamente numéricas como amplitude de aceleração, frequência de oscilação, velocidade de rotação, entre outros.

Quanto ao objetivo, o trabalho pode ser classificado de duas formas. Primeiro como uma pesquisa exploratória, considerando as características de busca por aprofundamento em determinado assunto, segundo Lozada (2019). Além disso, de acordo com Gil (2022, p. 42), “pode-se afirmar que a maioria das pesquisas realizadas com propósitos acadêmicos, pelo menos num primeiro momento, assume o caráter de pesquisa exploratória, pois nesse momento

é pouco provável que o pesquisador tenha uma definição clara do que irá investigar”, o que justifica a classificação feita, por tratar-se, esse, de um trabalho acadêmico.

A segunda classificação que pode ser feita do ponto de vista do objetivo é como pesquisa descritiva, levando-se em consideração que este tipo de pesquisa pode ser elaborada também com a finalidade de identificar possíveis relações entre variáveis, de acordo com Gil (2022), o que está justamente entre um dos objetivos do trabalho, ao buscar entender a relação entre a vibração dos mecanismos e componentes do equipamento e a vibração transmitida ao operador.

Como uma última classificação, quanto ao procedimento técnico utilizado, este trabalho está classificado também em duas categorias: Pesquisa Bibliográfica e Pesquisa Experimental. No primeiro caso, o trabalho pode ser classificado como uma pesquisa bibliográfica simplesmente por característica do tipo de trabalho, conforme esclarece Gil (2022, p. 44)

Praticamente toda pesquisa acadêmica requer em algum momento a realização de trabalho que pode ser caracterizado como pesquisa bibliográfica. Tanto é que, na maioria das teses e dissertações desenvolvidas atualmente, um capítulo ou seção é dedicado à revisão bibliográfica, que é elaborada com o propósito de fornecer fundamentação teórica ao trabalho, bem como a identificação do estágio atual do conhecimento referente ao tema.

Na sequência, o trabalho também pode ser classificado como Pesquisa Experimental. Para Cauchick (2019), observando particularmente as pesquisas experimentais desenvolvidas na engenharia, nota-se que quase sempre se procura nelas verificar a relação entre aspectos observáveis de um fenômeno, geralmente manifestos pelos seus efeitos, para estabelecer suas relações com teorias existentes ou para responder a hipóteses que levem a novas teorias. Diante disso, vê-se o caráter experimental desta pesquisa, com a medição em laboratório das vibrações da roçadeira, a partir do efeito das acelerações induzidas, em vista de se verificar a relação de vibrações em partes do equipamento com a vibração sentida pelo operador, e com o objetivo final de, com base em teorias conhecidas, especular possíveis soluções para o problema.

3.2 Materiais e Métodos

A metodologia proposta para esse trabalho seguiu o passo-a-passo descrito pelo fluxograma ilustrado na Figura 8.

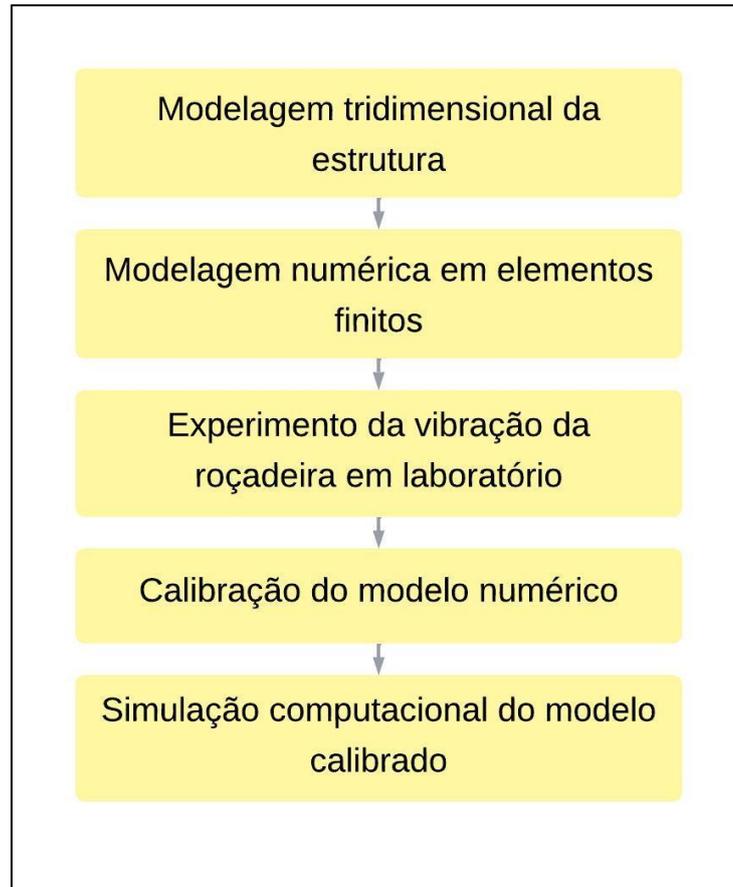


Figura 8 – Fluxograma de organização da pesquisa
Fonte: Pesquisa direta (2024)

De acordo com o fluxograma apresentado na Figura 8, o primeiro passo desta pesquisa foi a modelagem tridimensional da estrutura da roçadeira, a qual foi feita através do *software SolidWorks*. Este foi um passo importante para o sucesso da pesquisa, uma vez que consistiu, basicamente, na obtenção de uma cópia virtual, tão aproximada quanto possível, do equipamento em estudo. A roçadeira empregada neste estudo trata-se do modelo TBC43H, da marca Toyama, e é mostrada na Figura 9.



Figura 9 – Roçadeira motorizada Toyama TBC43H
Fonte: toyama.com.br (2024)

A roçadeira empregada neste estudo, ilustrada na Figura 9, trata-se de uma máquina bastante difundida no mercado e, portanto, foi considerada representativa de um panorama geral para os estudos realizados. Desta forma, para a obtenção de tal modelo virtual deste equipamento, foram cuidadosamente tomadas medidas da roçadeira com o uso de uma trena, para as dimensões mais extensas como os comprimentos do eixo e do tubo e um paquímetro digital para medidas menores e mais precisas como diâmetros e espessuras de diversos componentes.

Após a obtenção de todas as dimensões pertinentes, foi realizada a modelagem tridimensional propriamente dita da roçadeira, respeitando todas as medidas obtidas e realizando simplificações úteis para o caso específico deste trabalho, devido à ausência da necessidade de representação fiel de todas as peças e do funcionamento do equipamento. Isso porque, para o estudo da vibração, somente o levantamento de dimensões espaciais e relacionadas à massa e rigidez dos componentes foi considerado suficiente nesse caso, sendo então desprezado, por exemplo, o emprego de rolamentos e engrenagens, os quais, portanto, não foram modelados.

Na sequência, o segundo passo do trabalho foi a modelagem numérica do sistema, que consistiu, basicamente, na importação dos modelos tridimensionais dos elementos

caracterizadas neste estudo, a lâmina e a montagem completa da roçadeira, concebidos na etapa anterior, inserindo estes modelos dentro do ambiente do *software Ansys student*, com o objetivo de se obter ao final, modelos numéricos que simulem, da forma mais aproximada possível, o comportamento físico do sistema real.

Sendo assim, na concretização dessa segunda etapa, após a importação dos modelos, foram configuradas as demais condições necessárias ao cálculo, como o material, bem como algumas de suas propriedades como densidade e módulo de elasticidade, e as condições de contorno idênticas às empregadas no experimento prático, nesse caso, condição livre-livre. Dessa forma tornou-se possível a realização da análise modal e análise harmônica, a fim de se conduzir a calibração e validação do modelo, tudo isso através do método dos elementos finitos, conforme apresentado na seção 2.2.3.

A terceira, e principal etapa do estudo, foi o experimento prático da vibração da roçadeira em laboratório, conduzido no Laboratório de Acústica, Vibrações e Sistemas Inteligentes - L'AVISI, da Escola de Minas, da Universidade Federal de Ouro Preto. Esse experimento foi dividido em duas etapas, cada uma com um objetivo. Na primeira parte foi conduzida a análise modal experimental, que tem por objetivo caracterizar determinadas peças ou equipamentos, através da medição experimental da sua vibração livre, a fim de embasar a estimativa de suas frequências naturais.

Nesse caso, esse estudo foi aplicado à lâmina para, além de caracterizar esse importante elemento, também como forma didática de se aprender como se dá a aplicação desses métodos e do posterior processo de calibração de modelos numéricos. Adiante, o mesmo estudo foi também empregado na caracterização da própria estrutura da roçadeira, a fim de concretizar o objetivo central desse trabalho, embasando a análise do comportamento da vibração na estrutura da máquina. A Figura 10 mostra um diagrama com o passo a passo empregado na análise modal experimental.

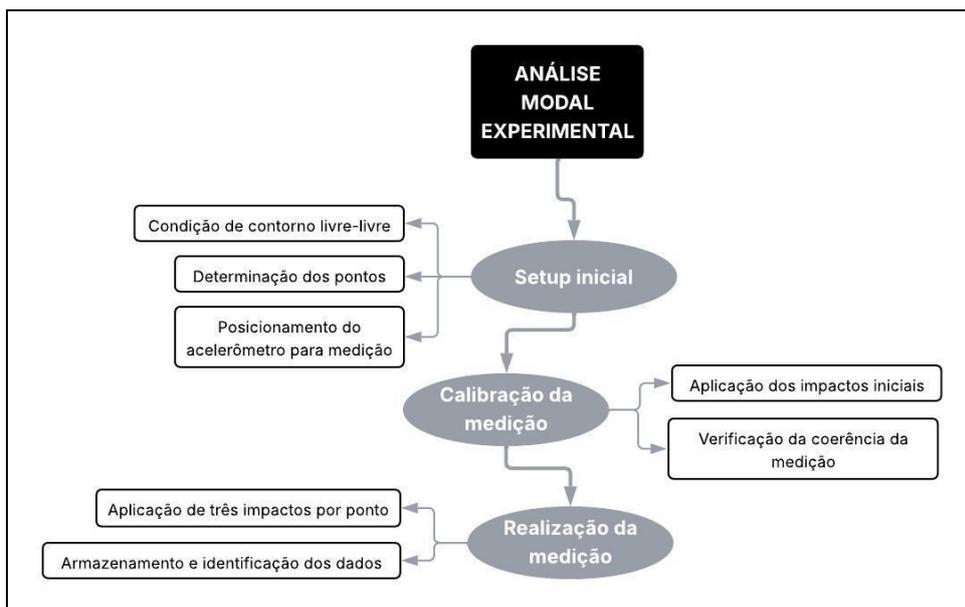


Figura 10 – Passo a passo da análise modal experimental
 Fonte: Pesquisa direta (2025)

Conforme ilustrado pelo diagrama da Figura 10, a preparação do procedimento da análise modal experimental envolveu a aplicação da condição de contorno adequada, que nesse caso é a condição livre-livre, aproximada pelo apoio com elásticos, devido à rigidez extremamente baixa em comparação com o material das peças. Outros pontos importantes nessa preparação foram a determinação dos pontos de medição e aplicação do impacto, a fim de obter a melhor abrangência ao longo da estrutura, e a calibração da medição, que consistiu em observar a coerência da mesma, medindo e, de certa forma, otimizando, a qualidade dos dados a partir desse parâmetro.

Na sequência, o procedimento da análise modal experimental propriamente dito consistiu, basicamente, em aplicar impactos à estrutura do elemento estudado em pontos específicos predeterminados, utilizando um martelo de impacto instrumentado, e medir a resposta do elemento em vibração livre através do acelerômetro estrategicamente posicionado. Conforme procedimento esquematizado na Figura 10, foram aplicados três impactos em cada ponto, visando certificação estatística dos dados. Os equipamentos de medição empregados nesse experimento podem ser visualizados na Figura 11.

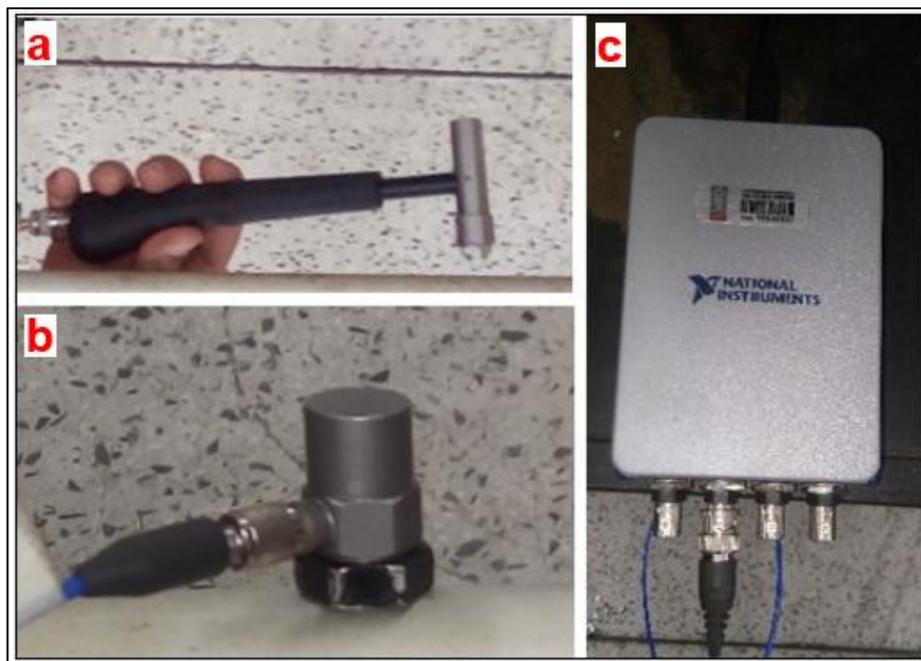


Figura 11 – Equipamentos de medição empregados na análise modal experimental
Fonte: Pesquisa direta (2024)

Observa-se na Figura 11, os instrumentos de medição empregados no procedimento da análise modal experimental. Na Figura 11 (a), o martelo de impacto da *Brüel & Kjaer* modelo 8206-002, também equipado com instrumento de medição, responsável, portanto, tanto pela introdução do impacto no elemento como pela medição da força envolvida. Já na Figura 11 (b) vê-se o acelerômetro modelo 352C33 da *PCB Piezotronics INC*, que foi fixado, com cera, no elemento em um único ponto fixo para todos os pontos de medição. Na Figura 11 (c) é apresentado o módulo de aquisição de dados NI 9234 USB da *National Instruments*, que recebeu os sinais dos instrumentos de medição e os converteu para uma forma adequada para a obtenção dos resultados pelo computador do laboratório.

Dessa forma, a medição foi realizada, na verdade, em pares de força aplicada, que foi medida pelo martelo, e resposta de aceleração, medida pelo acelerômetro. Os pontos foram referenciados através de números, em que foram determinados oito pontos ao longo da lâmina e cinco no corpo da roçadeira. Para caracterização do estudo foram tomadas algumas medidas e convencionadas algumas direções, de forma que os pontos de medição podem ser descritos por coordenadas espaciais, como se segue. A Figura 12 mostra os pontos de medição distribuídos pela lâmina.

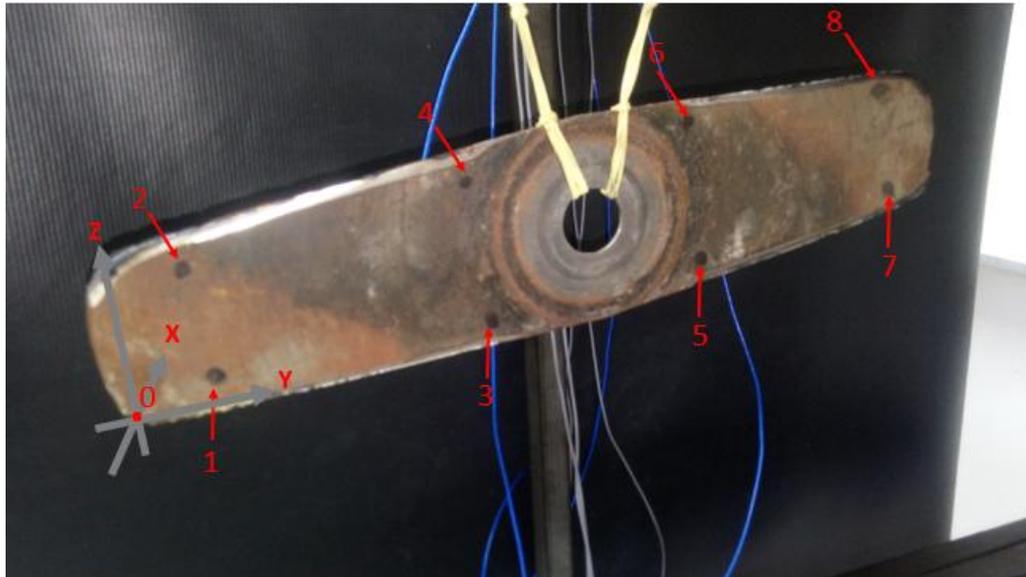


Figura 12 – Pontos de medição na lâmina
 Fonte: Pesquisa direta (2024)

Na Figura 12 é possível observar os oito pontos de medição posicionados ao longo da lâmina segundo as coordenadas demonstradas na Tabela 2.

Tabela 2 – Coordenadas dos pontos na lâmina

Coordenadas dos pontos na lâmina [mm]			
1	(0 , 25 , 13.3)	2	(0 , 25 , 56.7)
3	(0 , 124 , 6.5)	4	(0 , 124 , 63.6)
5	(0 , 226 , 6.5)	6	(0 , 226 , 63.6)
7	(0 , 325 , 13.3)	8	(0 , 325 , 56.7)

Fonte: Pesquisa direta (2024)

Observando os pontos ilustrados na Figura 12 juntamente com suas respectivas coordenadas de posicionamento ao longo da lâmina, demonstradas na Tabela 2, fica caracterizado o estudo realizado sobre a lâmina, segundo o procedimento descrito. Bastando somente salientar que, como dito, o acelerômetro foi mantido fixado ao mesmo ponto durante todo o experimento, sendo esse ponto posicionado ao lado inverso da lâmina, com relação à Figura 12, em direção aproximada ao ponto 1, como pode ser visto na Figura 13.



Figura 13 – Posição do acelerômetro na lâmina
Fonte: Pesquisa direta (2024)

É possível observar na Figura 13 o posicionamento do acelerômetro durante todo o estudo sobre a lâmina, aproximadamente atrás do ponto 1 demonstrado anteriormente. Aqui é importante também observar o posicionamento descentralizado do acelerômetro, o que possibilitou a medição, além das frequências de flexão, também de frequências de torção.

Da mesma forma, a Figura 14 mostra a distribuição dos pontos de medição ao longo da roçadeira.

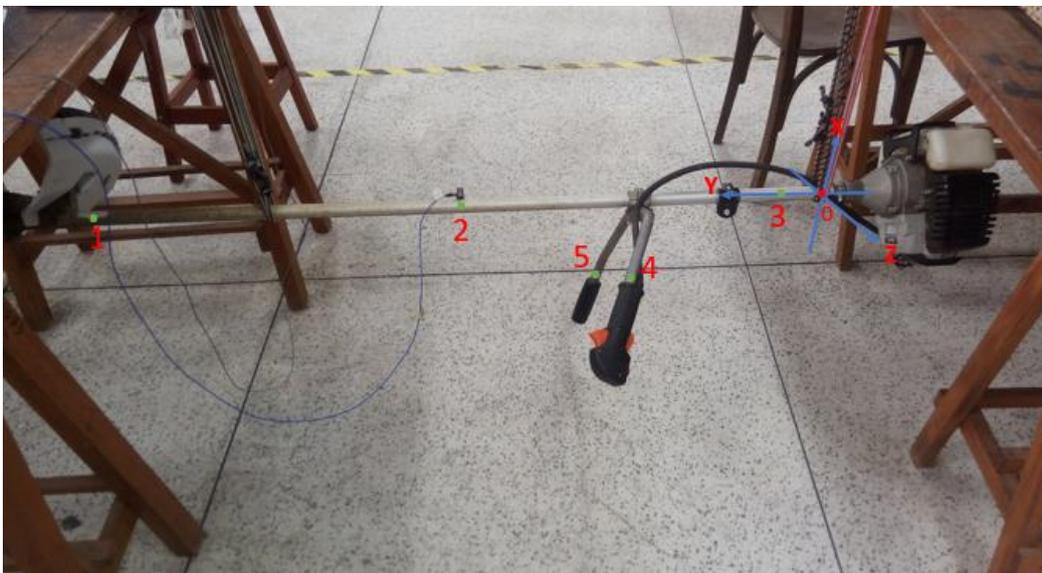


Figura 14 – Pontos de medição na roçadeira
Fonte: Pesquisa direta (2024)

Na Figura 14 é possível observar os pontos de medição ao longo da roçadeira e também o posicionamento do acelerômetro para as medições dessa etapa, em que o acelerômetro foi mantido, nesse caso, em uma posição mais centralizada, por apresentar maior qualidade nas

medições nessa posição durante os testes realizados. A Tabela 3 mostra as coordenadas dos pontos de medição da roçadeira, ilustrados na Figura 14.

Tabela 3 – Coordenadas dos pontos na roçadeira

Coordenadas dos pontos na roçadeira [mm]			
1	(0 , 1310 , 0)	2	(0 , 690 , 0)
3	(0 , 100 , 0)	4	(191.3 , 410 , 230.9)
5		(160.4 , 460.2 , -184.4)	

Fonte: Pesquisa direta (2024)

Além da caracterização dos pontos de medição da roçadeira ilustrada pela Figura 14 e Tabela 3, é importante ressaltar que, nesse caso, como a roçadeira se trata de uma montagem mais complexa, em comparação com a lâmina que se resume a um plano, para a roçadeira foi preciso considerar uma representação tridimensional. Sendo assim, em cada um dos pontos estudados na roçadeira, foram consideradas, basicamente, duas direções para medição, ortogonais entre si, segundo o sistema de coordenadas estabelecido, ilustrado na Figura 14, a saber X e Z.

Para concluir a etapa da análise modal experimental foram armazenados e identificados os dados de função de resposta em frequência para cada ponto, conforme indicado na Figura 10, com base no sistema estabelecido como FRFs.e., em que, nesse caso, FRF indica a função de resposta em frequência, enquanto que os índices s e e, significam, respectivamente, os pontos de saída, ou seja, medição da aceleração, e entrada, ou aplicação do impacto. Nesse caso é importante levar em consideração o uso do computador do laboratório, mostrado na Figura 15, que, em conjunto com o analisador de sinais, realizou o tratamento dos dados, transformando os dados de força e aceleração medidos em informações de frequência e magnitude, que viabilizaram a construção dos gráficos de análise dos dados.

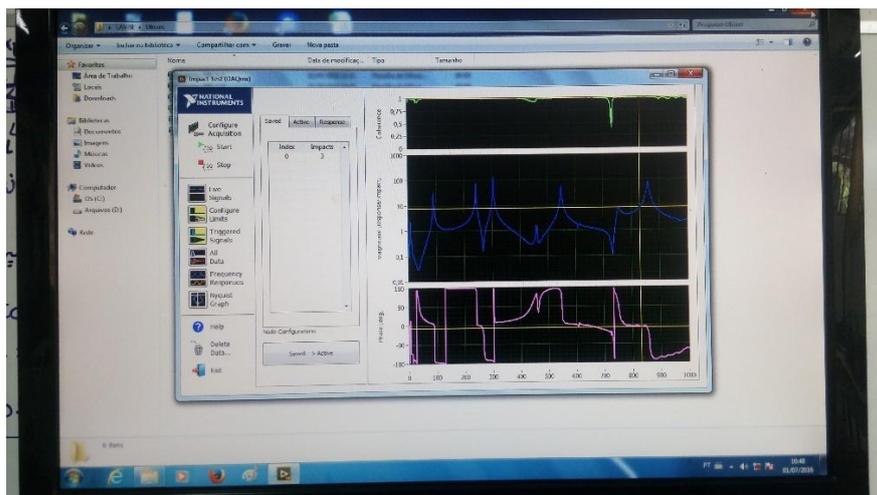


Figura 15 – Uso do computador do laboratório durante o experimento
Fonte: Pesquisa direta (2024)

A Figura 15 ilustra a utilização do computador do laboratório durante a realização dos experimentos, em que é importante observar o acompanhamento dos parâmetros demonstrados pelo computador, especialmente a curva de coerência dos dados, representada pelo primeiro gráfico. Essa foi uma informação importante na verificação da qualidade dos dados gerados, e consequente validação de cada ponto experimentado e posterior armazenamento dos dados.

A partir disso, as frequências naturais puderam ser estimadas através da realização de uma espécie de *ranking* das frequências principais observadas nos gráficos obtidos através dos dados do experimento. Essas frequências principais nada mais são do que as frequências correspondentes aos picos de amplitude dos gráficos, de forma que o *ranking* destacou as frequências que mais se repetiram dentro do conjunto de dados, para os vários pontos observados. Ou seja, ao final obteve-se um conjunto de frequências principais que mais se repetiram dentre os vários pontos, sendo, portanto, consideradas as frequências naturais de cada elemento estudado.

A segunda parte do experimento foi a análise da resposta da roçadeira em vibração forçada, que pode ser apontada como a investigação do problema central desta pesquisa. Este passo consistiu, basicamente, na medição da vibração da roçadeira em funcionamento, e foi também subdividido em três etapas, a fim de se ter um conjunto de dados representativos das condições reais de emprego da roçadeira em campo.

Na primeira etapa, denominada ponto morto, foi medida a vibração da máquina com o motor apenas ligado em seu regime natural, também conhecido como marcha lenta. Na segunda etapa, o motor da roçadeira foi acionado em uma aceleração intermediária, denominada então

meia carga, e sua vibração foi então medida nesta condição. Por fim, na terceira e última etapa da segunda parte do experimento, imprimiu-se rotação máxima na roçadeira e foi então feita novamente a medição da sua vibração, finalizando assim os experimentos em laboratório.

Durante esta etapa de medição da vibração forçada, também foram estrategicamente determinados pontos específicos para as tomadas das medições. A Figura 16 mostra as posições em que foram fixados os acelerômetros para a medição da vibração forçada da roçadeira.

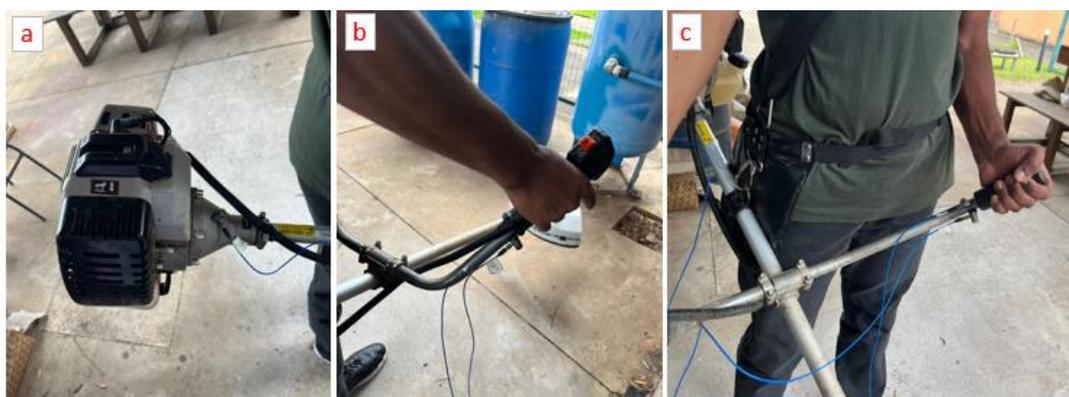


Figura 16 – Posicionamento dos acelerômetros na medição da vibração forçada
Fonte: Pesquisa direta (2024)

A Figura 16 (a) mostra o posicionamento do acelerômetro fixado próximo ao motor da roçadeira, através do qual foi medida a excitação de entrada da vibração forçada da mesma. A Figura 16 (b) apresenta o posicionamento dos acelerômetros fixados próximos à manopla direita da roçadeira, com o objetivo de medir a vibração entregue pelo equipamento próximo à interface com o usuário, como uma maneira de representar a vibração ocupacional, porém sem perder o foco da máquina e do ponto de vista da mecânica.

Por fim, a Figura 16 (c) ilustra o posicionamento dos acelerômetros fixados à manopla do lado esquerdo, com o mesmo objetivo do outro lado, mostrando, essa, com clareza as posições adotadas para os acelerômetros em ambos os pontos laterais, perpendiculares entre si, portanto denominadas transversal e longitudinal, com relação ao eixo principal da máquina. Este posicionamento visou conseguir uma maior qualidade nas medições, considerando as diversas contribuições dos vários efeitos dinâmicos em todas as direções que podem ocorrer na prática.

Após isso, a análise dos dados resultantes dessa etapa foi realizada por meio do cálculo da transformada de Fourier para esses dados, através de um programa escrito no *software*

Scilab, com a finalidade de analisar as respostas no domínio da frequência, e então chegar a conclusões pertinentes, considerando os picos de amplitude e a relação entre as frequências correspondentes, buscando também investigar fenômenos de importância, como, por exemplo, a ressonância.

Na realização propriamente da análise dos dados, seguindo o planejamento estabelecido para essa etapa, primeiramente foram analisadas as respostas de vibração medidas na região próxima ao motor, a fim de se estimar as frequências de rotação do mesmo, ou seja, a frequência da força considerada nessa análise forçada. Com isso, posteriormente foram analisadas as amplitudes de vibração nos pontos de medição próximos aos apoios das mãos do operador, nas mesmas frequências de rotação do motor, a fim de verificar justamente o efeito dessa vibração forçada, sendo transmitida ao longo da estrutura, e consequentemente resultando na perturbação sentida pelas mãos do operador.

A etapa seguinte do trabalho foi a calibração dos modelos numéricos, procedimento que consistiu basicamente em realizar a análise modal numérica, utilizando o *software Ansys Student*, aplicado, novamente, primeiro ao modelo da lâmina, e após isso, também ao modelo da roçadeira, caracterizando toda a estrutura. O objetivo dessa etapa foi igualar, ou aproximar os resultados de frequências naturais dos modelos numéricos aos valores encontrados experimentalmente, a fim de obter, ao final do processo, um modelo numérico confiável, no qual se possa simular de maneira satisfatória o comportamento físico do sistema real, possibilitando, por fim, a realização de possíveis testes das soluções e melhorias propostas.

Para tanto, o ajuste dos valores de frequências naturais calculados no modelo numérico se deu pela variação das propriedades de densidade e módulo de elasticidade do material, valendo-se da conhecida influência da rigidez e da massa no valor da frequência natural do elemento, conforme demonstrado na revisão teórica. Ou seja, esses valores foram ajustados a fim de aproximar os valores das frequências naturais calculadas dos valores das frequências naturais experimentais, nesse caso, considerando um erro de aproximação de até 5%, conforme recomendado pelo orientador.

Na conclusão da calibração do modelo numérico, outro importante passo foi a estimação do amortecimento, a fim de se imprimir maior realismo ao modelo. Tal estimação foi realizada a partir da teoria do amortecimento proporcional de Rayleigh, que consistiu, basicamente estimar os fatores de amortecimento modal, a partir das FRFs reais do sistema, medidas em laboratório e, com isso, estimar os coeficientes de amortecimento proporcionais à massa e

rigidez do elemento, que foram, posteriormente, aplicados diretamente na simulação dentro do *software Ansys Student*, na etapa de simulação computacional para validação do modelo.

A etapa de simulação computacional do modelo foi empregada como última etapa da pesquisa a fim de concluir a calibração do modelo numérico, bem como realizar a validação do mesmo. Na prática, essa etapa consistiu, basicamente, na simulação das funções de resposta em frequência da estrutura da roçadeira, dentro do *software Ansys Student*, a partir da aplicação de uma força unitária no mesmo ponto em que foi aplicada a martelada em um dos pontos experimentados, a saber, o ponto denominado FRF_2+X_1+X. Essa análise objetivou, novamente, aproximar os resultados alcançados pelo modelo numérico aos experimentais e, por fim, se obter um modelo numérico confiável, que pode, portanto, posteriormente, servir como base para simulação de possíveis soluções inovadoras para o problema da vibração da roçadeira.

3.3 Variáveis e Indicadores

Tratando-se de uma pesquisa do tipo quantitativa, como já dito, esse trabalho visa relacionar variáveis expressamente numéricas, variáveis essas, portanto, que geralmente são representadas por indicadores, segundo Gil (2022). Sendo assim, antes de apresentar esses elementos da pesquisa propriamente ditos, mostra-se interessante definir cada um deles.

De maneira mais geral, para Gil (2022), denomina-se variável tudo aquilo que pode assumir diferentes valores numéricos, como, por exemplo: temperatura, idade, entre outros, mas que, para fins de pesquisa, pode-se considerar como qualquer coisa capaz de ser classificada em duas ou mais categorias. Também dentro do contexto das pesquisas científicas, em uma definição mais formal, Lakatos e Marconi (2022, p.186) definem variável como sendo “[...] uma classificação ou medida; [...] que contém ou apresenta valores; aspecto, propriedade ou fator, discernível em um objeto de estudo e passível de mensuração”.

Sendo assim, segundo Gil (2022), justamente na mensuração das variáveis que entra a função dos indicadores, que são, portanto, medidas, geralmente quantitativas, que informam acerca de algum aspecto da realidade que está sendo estudada. Ou seja, pode se dizer que, enquanto que as variáveis são as características estudadas, que podem e necessitam receber seus devidos valores, os indicadores fornecem tais valores às variáveis.

Uma vez conhecidos seus respectivos conceitos, as variáveis e indicadores desta pesquisa são apresentados na Tabela 4.

Tabela 4 - Variáveis e Indicadores

Variáveis	Indicadores
Vibração natural da roçadeira	<ul style="list-style-type: none"> • Frequências naturais da lâmina e da estrutura da roçadeira; • Formas modais da lâmina e da estrutura da roçadeira.
Vibração forçada da roçadeira	<ul style="list-style-type: none"> • Frequência de rotação do motor; • Acelerações ao longo da estrutura da roçadeira.

Fonte: Pesquisa direta (2024)

Ao observar as variáveis e indicadores desta pesquisa, listados na Tabela 6, é possível ter uma ideia do caráter quantitativo da mesma, bem como do seu objetivo central de relacionar variáveis do fenômeno físico de vibração da estrutura da máquina com seu efeito sobre a vibração ocupacional.

3.4 Instrumento de coleta de dados

Por se tratar de uma pesquisa científica, e que, além de tudo, contou com uma etapa de procedimento experimental de investigação, o método de observação direta deve ser considerado como instrumento de coleta nesta pesquisa. Segundo Vergara (2016), a observação participante e/ou direta consiste no tipo de observação empregado em pesquisa de campo, em que o próprio pesquisador está engajado na situação. Neste caso, a observação direta pode ser, portanto, também relacionada à própria definição do tema deste trabalho, uma vez que essa definição se deu a partir da observação prática do fenômeno em estudo.

Além disso, deve-se levar em conta também os instrumentos físicos empregados nos experimentos. O acelerômetro, martelo de impacto e o módulo de aquisição, apresentados na seção anterior, foram também, portanto, instrumentos de coleta de dados empregados neste trabalho.

3.5 Tabulação dos dados

Uma das ferramentas mais importantes empregadas na tabulação dos dados trata-se do *software Scilab*, para a realização de tratamentos matemáticos necessários à análise dos dados. Este é um *software* de programação que conta com diversas ferramentas, dentre as quais se destacam aquelas destinadas ao tratamento de vetores e matrizes, que foram especialmente úteis neste trabalho para o tratamento da extensa base de dados obtida durante a fase de experimento.

Outro *software* utilizado, e que trabalha perfeitamente em conjunto com o anterior trata-se do conhecido *Microsoft Excel*, que foi empregado tanto na retirada dos dados do analisador de sinais para o computador do laboratório, de forma que o próprio computador se apresenta também como outro instrumento importante na tabulação dos dados, como também o *Microsoft Excel* foi empregado na organização dos dados em planilhas, cálculos básicos pertinentes à análise dos dados e na apresentação clara e organizada de informações importantes, no trabalho escrito propriamente dito.

Por fim, destaca-se também a utilização do *software Microsoft Word*. Este *software* é de extrema importância na elaboração do trabalho escrito, proporcionando uma adequada organização textual e também de apresentação de figuras e tabelas, a fim de garantir uma apresentação harmoniosa do objeto final do trabalho, o trabalho escrito, bem como atender às demandas das normas vigentes quanto à apresentação de trabalhos acadêmicos.

3.6 Considerações finais

Neste capítulo foi apresentada em detalhes toda a metodologia empregada nesta pesquisa, contando com sua devida classificação e também com a demonstração de como se deu o sequenciamento das atividades envolvidas na pesquisa, bem como a descrição dos principais materiais que foram utilizados, a fim de fornecer o embasamento para todo o desenvolvimento que se segue.

No próximo capítulo são apresentados todos os resultados obtidos após a aplicação da metodologia apresentada, concretizando todo este trabalho e fornecendo os dados necessários às análises e conclusões que são apresentadas posteriormente.

4 RESULTADOS

4.1 Modelagem Tridimensional da Estrutura

Após a modelagem tridimensional da roçadeira, feita no *software SoliWorks*, obteve-se, como esperado, um modelo 3D do equipamento satisfatoriamente aproximado. Primeiramente foram modeladas cada uma das peças que compõem o equipamento. Algumas das principais peças modeladas são apresentadas nas figuras a seguir. A Figura 17 mostra o modelo tridimensional simplificado do motor da roçadeira.

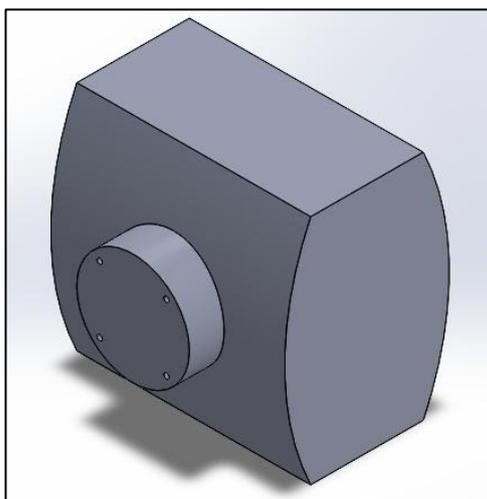


Figura 17 – Modelo 3D simplificado do motor da roçadeira
Fonte: Pesquisa direta (2025)

Como é possível observar na Figura 17, o motor foi a parte que mais contou com simplificações em sua modelagem, apresentando uma forma geométrica muito mais simples que o motor original, sem qualquer detalhe. Isso porque, foi considerado que a característica mais importante para este componente no estudo da vibração seria mesmo o seu peso, sendo, portanto, desnecessário modelá-lo com maior detalhamento. A Figura 18 apresenta a modelagem 3D do conjunto de acoplamento entre o motor e o restante da estrutura da máquina.

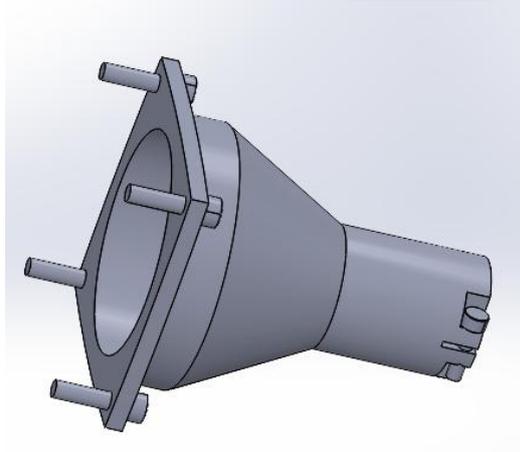


Figura 18 – Modelo 3D simplificado do acoplamento
Fonte: Pesquisa direta (2025)

Na Figura 18 se pode ver que o acoplamento foi também uma das peças que demandou simplificações em sua modelagem, sendo que o componente real contém submontagens importantes para seu funcionamento, como o platô da embreagem e o rolamento, os quais não foram necessários na modelagem, pois o funcionamento da máquina não foi simulado fielmente. Desta forma o modelo do acoplamento apresenta apenas a forma geométrica externa da peça e furos internos suficientes apenas para a montagem do conjunto. Os elementos que compõem o conjunto central da roçadeira são mostrados na Figura 19.

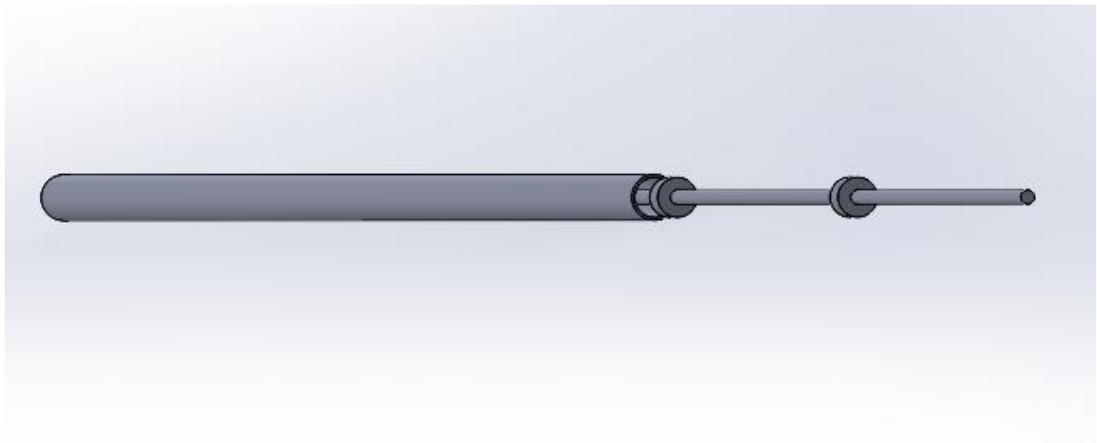


Figura 19 – Modelo 3D do conjunto central
Fonte: Pesquisa direta (2025)

Vê-se na Figura 19 o tubo, o eixo cardam e as buchas internas, componentes do conjunto central da roçadeira, que suporta todos os outros subconjuntos e no qual ocorrem a maioria dos fenômenos envolvidos como acionamento, suporte e vibração. Como essas peças são simples,

apesar de suas funções robustas, foram todas praticamente modeladas exatamente como realmente são, sem a necessidade de simplificações. A Figura 20 apresenta um importante subconjunto, empregado na sustentação e acionamento da roçadeira, que é o conjunto do guidão e seus acessórios.



Figura 20 – Modelo 3D do conjunto do guidão
Fonte: Pesquisa direta (2025)

O subconjunto mostrado na Figura 20 é também composto por elementos simples, apesar de sua importância para o sistema, que são as duas partes do guidão, as manoplas e a mesa de fixação. Portanto, esses componentes também puderam ser modelados de forma muito mais aproximada que outros componentes mais complexos. Por fim, mas não menos importante, é mostrado na Figura 21 o modelo do sistema de suporte do elemento cortante, responsável pela realização da principal função do equipamento propriamente dita.

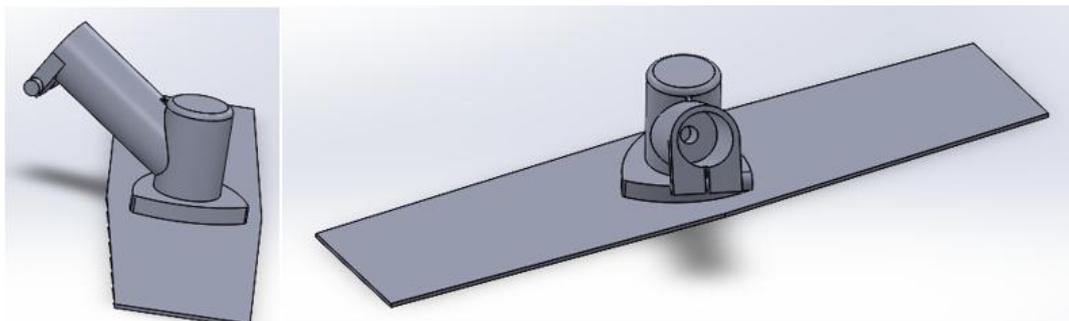


Figura 21 – Modelo 3D simplificado do conjunto de transmissão e corte
Fonte: Pesquisa direta (2025)

O modelo do sistema responsável pela realização do corte, mostrado na Figura 21, conta com duas peças que também passaram por simplificações para sua modelagem. No caso do modelo da lâmina, foram desconsiderados os chanfros de afiação e demais perdas de material, por exemplo, devido ao desgaste da mesma. Para o modelo do suporte, também conhecido como transmissão, assim como no acoplamento apresentado anteriormente, foram desconsiderados componentes internos como engrenagens e rolamentos, sendo assim, o modelo final desta peça é também uma cópia da forma geométrica da peça original, porém sem as cavidades das peças internas, de forma a também compensar a massa destas outras peças na simulação.

Ao final da modelagem de todas as peças, foi possível realizar a montagem da roçadeira, dentro do mesmo *software SolidWorks*, e o resultado desta montagem é apresentado na Figura 22.



Figura 22 – Montagem final da roçadeira
Fonte: Pesquisa direta (2025)

Como pode ser visto na Figura 22, o procedimento adotado para a modelagem da roçadeira alcançou seu objetivo de maneira satisfatória, uma vez que o modelo, apesar das simplificações feitas, se assemelha muito com o equipamento real, sendo então representativo para as correlações pretendidas.

4.2 Experimento da Vibração da Roçadeira em Laboratório

Após a realização da etapa principal dessa pesquisa, a experimentação da vibração da roçadeira em laboratório, obteve-se como resultado diversas planilhas de *Excel*, contendo os

conjuntos dos dados coletados durante o experimento. Primeiramente, na análise modal experimental da estrutura, foram obtidas planilhas com os dados referentes às funções de resposta em frequência (FRFs). Um exemplo dessas planilhas é demonstrado na Tabela 5.

Tabela 5 - Medição da análise modal experimental no ponto Lamina FRF 1-1 da lâmina

Frequency (Hz) - Wvfm 0->Plot 0	Magnitude (response/impact) - Wvfm 0->Plot 0	Frequency (Hz) - Wvfm 1->Plot 0	Phase (deg) - Wvfm 1->Plot 0	Frequency (Hz) - Wvfm 2->Plot 0	Coherence - Wvfm 2->Plot 0
0	0,49852012	0	180	0	0,9939
1,28	0,80059681	1,28	71,219863	1,28	0,9996
2,56	0,53133108	2,56	21,127823	2,56	0,9977
3,84	0,57102312	3,84	9,8189099	3,84	0,9989
5,12	0,41449252	5,12	-7,5783979	5,12	0,996

Fonte: Pesquisa direta (2025)

Considerando a Tabela 5 como um exemplo de resultado da análise modal experimental, que na verdade é apenas uma amostra com algumas das centenas de linhas de dados geradas, a observação direta desses tipos de dados na forma de planilhas pode não ser tão clara na tentativa de se analisar os resultados do experimento. Portanto, para cada um dos pontos experimentados, foi realizado o levantamento dos gráficos das FRFs, o que possibilitou elencar as frequências principais, como sendo aquelas relacionadas aos picos de amplitudes observados.

A Figura 23 apresenta o gráfico da FRF, que é um gráfico de amplitude de resposta em m/s^2N por frequência em Hz para o ponto 1-4 da lâmina.

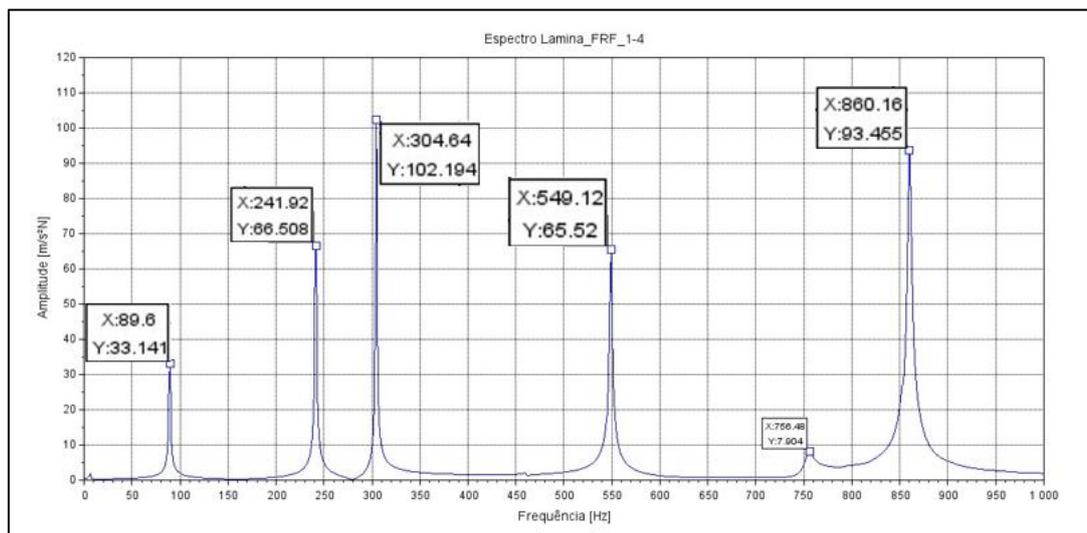


Figura 23 – Função de resposta em frequência da lâmina no ponto 1-4

Fonte: Pesquisa direta (2025)

A Figura 23 apresenta o espectro de resposta da análise modal experimental da lâmina no ponto 1-4, em que é possível observar algumas etiquetas nos pontos de pico do gráfico, que contém a informação dos valores das frequências principais apontadas para esse ponto, frequências essas consideradas na determinação das frequências naturais do elemento. Enfim, ressalta-se também que o gráfico mostrado na Figura 22 é representativo para a maioria dos pontos, que, no geral, apresentaram picos em frequências aproximadas, demonstrando certa coerência do ensaio e também a sua acurácia na determinação das frequências naturais.

De maneira semelhante, a Figura 24 demonstra o gráfico da FRF do ponto 2+X_5-Y da análise modal experimental sobre a estrutura da roçadeira.

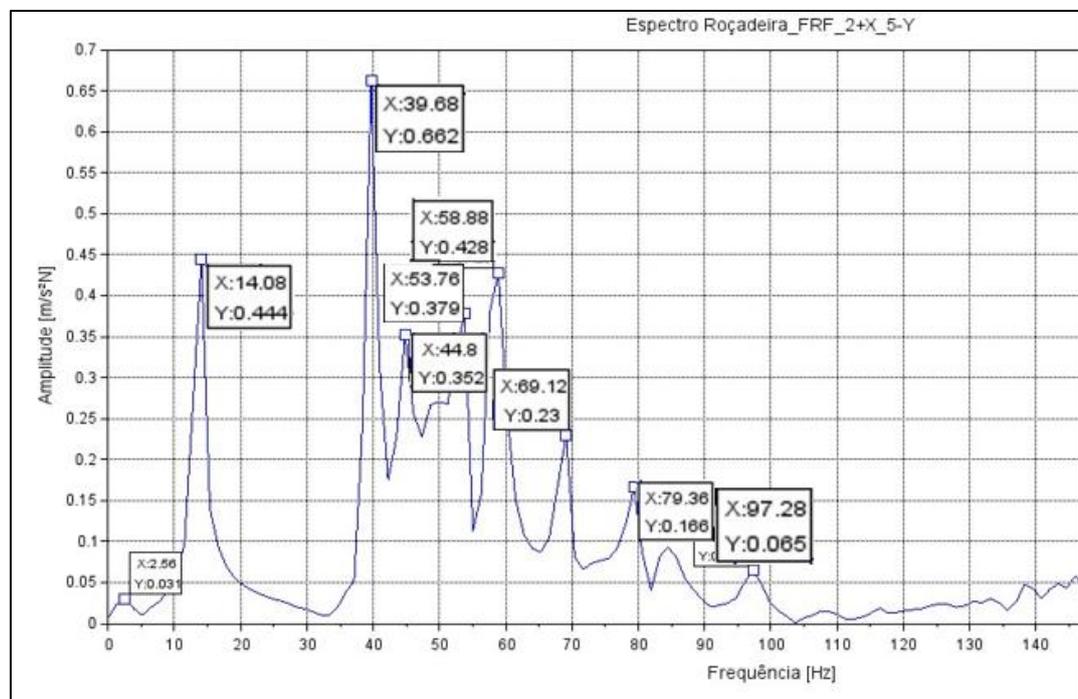


Figura 24 – Função de resposta em frequência da roçadeira no ponto 2+X_5-Y
Fonte: Pesquisa direta (2025)

Como pode ser visto na Figura 24, o gráfico da FRF para esse ponto em específico conta com diversos picos de magnitude, diga-se, para a maioria das frequências que mais se repetiram dentro do conjunto de dados levantados no experimento, sendo, portanto, um ponto um tanto quanto representativo para essa análise sobre a estrutura da roçadeira.

Dessa forma, conforme apresentado na metodologia, todos esses valores de frequências principais levantados na análise modal experimental das estruturas foram levados em conta na investigação das frequências naturais dos elementos que é, em última análise, o grande objetivo

da análise modal experimental. Para tanto, os valores de frequências principais foram listados, por ponto de medição, após a observação dos gráficos conforme Figura 24, constituindo o *ranking* de frequências principais, conforme estabelecido pela metodologia, e assim foram estimados os valores das primeiras frequências naturais das estruturas. A Tabela 6 demonstra esse resultado para o estudo sobre a lâmina.

Tabela 6 - Análise modal experimental da lâmina

Análise Modal Experimental Lâmina							
Pontos	Frequências Principais [Hz]						QTD
FRF_1-1	89.6	241.92	304.64	460.8	549.12	861.44	6
FRF_1-2	89.6	241.92	304.64	460.8	549.12	861.44	6
FRF_1-3	89.6	241.92	304.64	549.12	755.2	860.16	6
FRF_1-4	89.6	241.92	304.64	549.12	756.48	860.16	6
FRF_1-5	89.6	241.92	304.64	549.12	752.64	860.16	6
FRF_1-6	89.6	240.64	304.64	549.12	755.2	860.16	6
FRF_1-7	89.6	240.64	304.64	459.52	549.12	860.16	6
FRF_1-8	89.6	240.64	304.64	549.12	860.16		5
						Média	5.875
Frequências Naturais Experimentais [Hz]							
89.6	241.92	304.64	549.12	860.16			

Fonte: Pesquisa direta (2025)

Como pode ser visto na Tabela 6, as primeiras frequências naturais da lâmina puderam ser estimadas com determinada precisão, denotada pela alta repetibilidade dos valores das frequências principais, o que foi, justamente, a estratégia utilizada a fim de embasar as escolhas da estimação das frequências naturais. Da mesma forma, a Tabela 7 apresenta um resumo da análise modal experimental conduzida sobre a estrutura da roçadeira.

Tabela 7 - Análise modal experimental da roçadeira

Análise Modal Experimental Roçadeira									
Pontos	Frequências Principais [Hz]								QTD
FRF_2+X_1+X	12.8	39.68	44.8	58.88	69.12	79.36	97.28	157.44	8
FRF_2+X_1-Z	2.56	12.8	39.68	44.8	53.76	58.88	67.84	80.64	13
FRF_2+X_2+X	14.08	39.68	44.8	53.76	58.88	69.12	80.64	85.76	10
FRF_2+X_2-Z	3,117	14.08	38.4	44.8	58.88	69.12	71.68	84.48	12
FRF_2+X_3+X	3.84	12.8	39.68	44.8	53.76	69.12	79.36	84.48	12
FRF_2+X_3-Z	3.84	12.8	39.68	44.8	58.88	69.12	71,883	84.48	14
FRF_2+X_4-Y	12.8	38.4	44.8	53.76	57.6	67.84	79.36	166.4	10
FRF_2+X_4-Z	1.28	14.08	43.52	53.76	58.88	69.12	80.64	98.56	11
FRF_2+X_5-Y	2.56	14.08	39.68	44.8	53.76	58.88	69.12	79.36	10
								Média	9.916667
Frequências Naturais Experimentais [Hz]									
12.8	14.08	39.68	44.8	53.76	58.88	69.12	79.36	97.28	

Fonte: Pesquisa direta (2025)

Percebe-se pela Tabela 7, que diferente da simplicidade do estudo empregado à lâmina, um elemento praticamente bidimensional, no caso da montagem completa da roçadeira, o método contou com a consideração das diversas direções do espaço tridimensional a fim de se ter uma melhor descrição da montagem real dentro do modelo numérico. Desta forma, conclui-se a etapa da análise modal experimental, com a estimação das frequências naturais da lâmina e da roçadeira, caracterizando a base para o estudo da vibração da estrutura, conforme demonstrado na revisão bibliográfica.

Já na segunda parte do experimento, a análise da vibração forçada da roçadeira em funcionamento, os resultados obtidos pela medição foram planilhas, a exemplo da Tabela 8, contendo os dados de resposta da estrutura em aceleração, ou seja, aceleração em m/s^2 pelo tempo em s, para cada um dos acelerômetros empregados, denominados transversal, longitudinal e motor, respectivamente.

Tabela 8 - Medição da vibração forçada da roçadeira

Time	Amplitude - Transversal	Amplitude - Longitudinal	Amplitude - Motor
0	5.399076	-1.345626	37.195263
488,3u	36.647619	-49.471664	8.70217
976,6u	30.665649	1.594152	-28.259422
1,5m	17.563933	-1.974177	-12.949258

Fonte: Pesquisa direta (2025)

A Tabela 8 demonstra apenas um resumo dos dados das medições dessa etapa do experimento. As planilhas completas contaram, no geral, com mais de quatro mil linhas de dados, representando uma ampla e qualificada base para as análises subsequentes. Para a análise desses dados, como dito, foi empregado o cálculo da transformada de Fourier, a fim de se obter a representação das respostas em função da frequência, facilitando assim a análise.

Portanto, a análise da vibração forçada, por fim, consistiu na observação dos espectros das respostas. A primeira análise foi realizada sobre a vibração medida na região próxima ao motor, a fim de se estimar as frequências de rotação do mesmo, conforme demonstra a Figura 25.

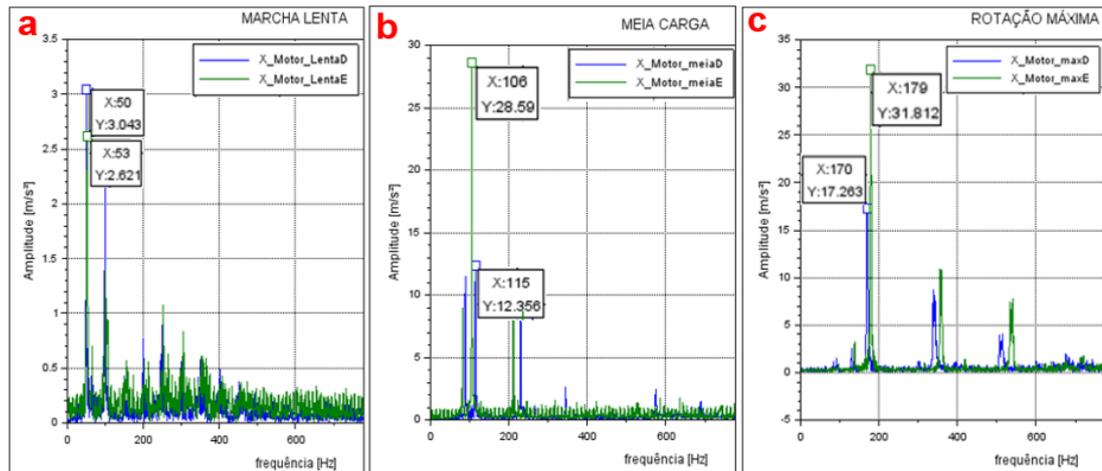


Figura 25 – Frequências de rotação do motor da roçadeira
 Fonte: Pesquisa direta (2025)

Como pode ser visto na Figura 25, cada medição realizada na região próxima ao motor apresentou claros picos de amplitude dominantes, sendo, portanto, consideradas as frequências relacionadas a esses picos como sendo as frequências de rotação do motor em cada um dos regimes empregados. Sendo assim, concluiu-se nessa análise, que a frequência de rotação em marcha lenta da roçadeira, como demonstra a Figura 25 (a), está entre, aproximadamente, 50 Hz e 53 Hz, indo também de acordo com o recomendado pela literatura sobre esses motores, representando uma rotação de aproximadamente 3000 rpm.

Dando sequência, como frequência de acionamento em meia carga do motor, Figura 25 (b), foi considerada algo entre 106 Hz e 115 Hz, um pouco fora da faixa recomendada de rotação média para esse motor, de 4100 a 4300 Hz, mas completamente compreensível devido à subjetividade no acionamento da máquina. Por fim, a frequência de rotação máxima, foi estimada entre 170 Hz e 179 Hz, Figura 25 (c), correspondendo às rotações de 10200 e 10740 rpm, respectivamente, mais uma vez coerente com a faixa de rotação esperada para essa situação, de 10000 a 12000 rpm, sendo importante novamente frisar a subjetividade do acionamento da máquina, dessa vez na variação entre os ensaios feitos de cada lado.

Com isso, então, a etapa seguinte, e principal etapa de toda a pesquisa, foi a análise da vibração forçada, devido ao funcionamento do equipamento nas extremidades próximas aos apoios das mãos do operador. A Figura 26 mostra o espectro da medição da vibração forçada com a roçadeira em rotação de marcha lenta.

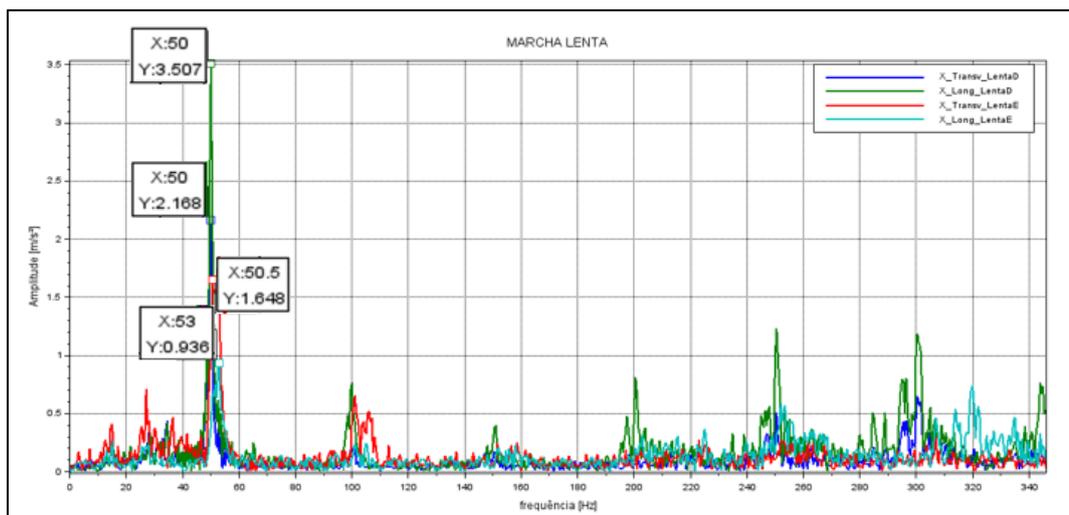


Figura 26 – Vibração da roçadeira em marcha lenta
Fonte: Pesquisa direta (2025)

Observando o espectro referente à rotação em marcha lenta, mostrado na Figura 26, a princípio é importante ressaltar que esse é um ponto de atenção, por ser uma situação próxima da ressonância, uma vez que, uma das frequências naturais da estrutura da roçadeira, a saber 53,76 Hz, está bastante próxima à frequência de excitação nesse regime de rotação que é de 50 Hz. Sendo assim, observa-se que todas as medições apresentaram, para essa frequência de rotação, seus maiores picos de amplitude, com valores de aceleração entre 0,93 e 3,5 m/s².

A propósito, tratando-se de ressonância, nenhuma das outras medições se aproximou dessa condição, porém, é interessante frisar que, observando que a faixa aproximada de operação do motor dessa máquina, de 50 a 179 Hz, abrange grande parte da faixa das principais frequências naturais levantadas, de aproximadamente 12 a 100 Hz, fatalmente, durante as acelerações, a estrutura estará sujeita, por vários momentos, à ocorrência da ressonância. Isso possivelmente deve explicar a grande preocupação dos fabricantes em aplicar amortecimento, por meio de elementos como buchas de borracha, em concordância com a ideia de que o amortecimento controla o sistema nas proximidades das frequências de ressonância. Sendo assim, o aumento do amortecimento se mostra uma alternativa interessante no tratamento da vibração desenvolvida nesse equipamento.

A Figura 27 mostra o gráfico do espectro das medições em regime de rotação em meia carga.

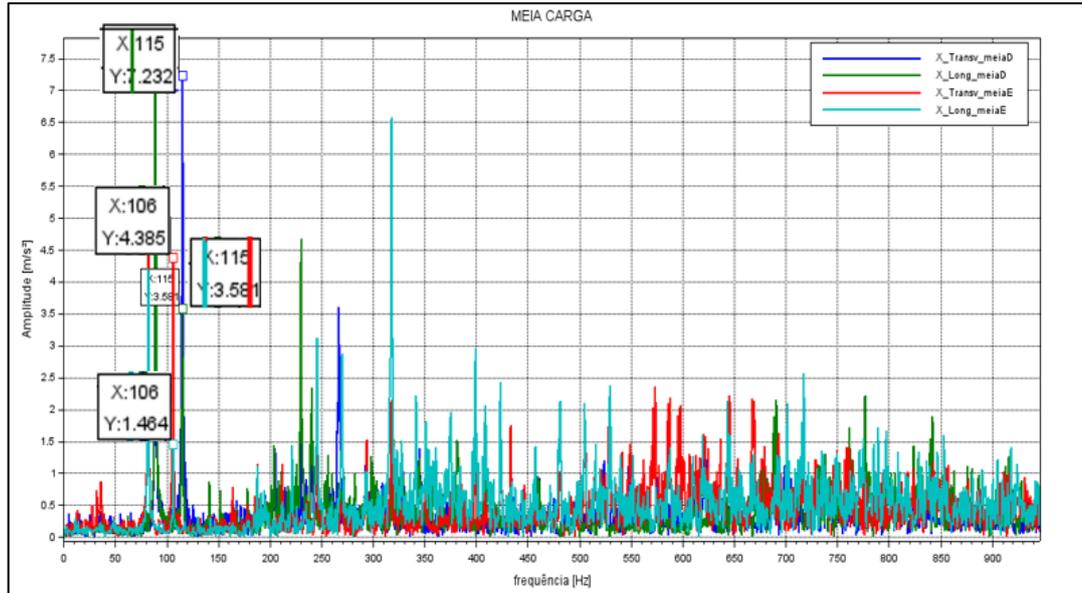


Figura 27 – Vibração da roçadeira em meia carga
 Fonte: Pesquisa direta (2025)

Para os regimes de rotação em meia carga, Figura 26, e rotação máxima, Figura 27, três dos quatro pontos de medição apresentaram valores elevados de amplitude de aceleração, variando desde 3,58 a até 12,48 m/s^2 , podendo vir a atingir alguns dos limites estabelecidos pelas normas para tomada de ações preventivas e corretivas. De forma que, mantendo o cuidado de observar o caráter quase qualitativo dessa comparação, uma vez que as medições não foram feitas exatamente como determinam as normas, é justificada uma possível antecipação na tomada dessas ações preventivas e corretivas, do ponto de vista da engenharia mecânica, através de métodos de controle de vibração, a fim de reduzir a amplitude de vibração de certa forma enviada pela máquina às manoplas.

A Figura 28 mostra o gráfico do espectro das medições para o regime de rotação máxima.

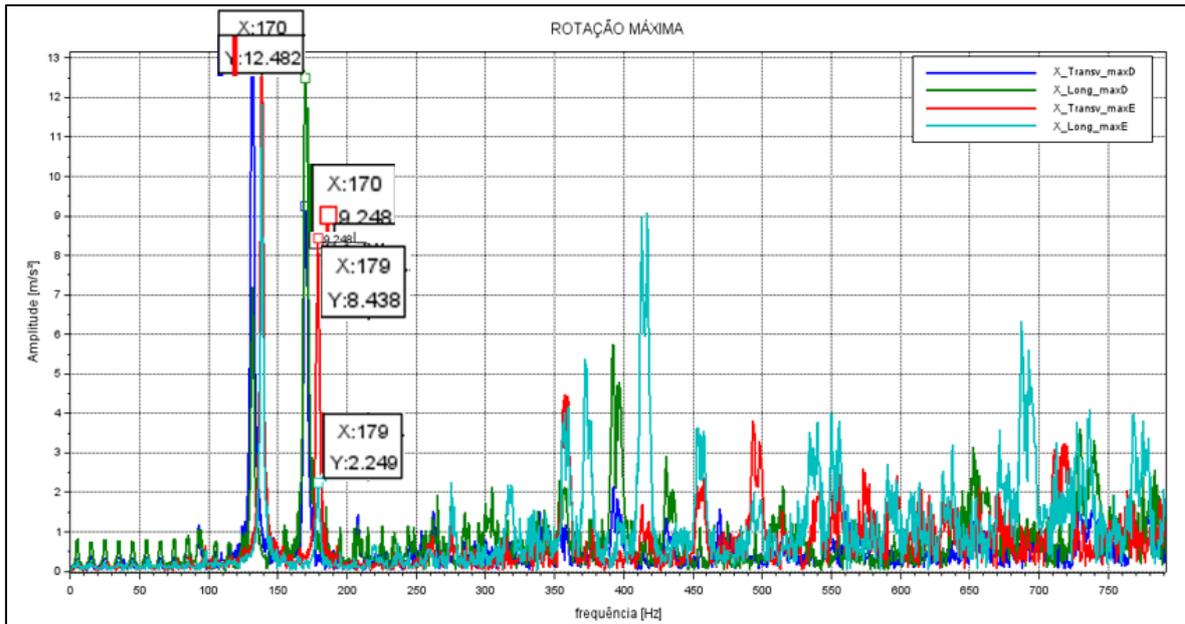


Figura 28 – Vibração da roçadeira em rotação máxima
 Fonte: Pesquisa direta (2025)

Com respeito ao regime de rotação máxima, Figura 28, um comportamento diferente foi observado, em que, fora aquele em que houve ressonância, esse foi o único ponto em que o maior pico de amplitude de aceleração se deu na direção longitudinal, no caso, para a medição longitudinal do lado direito, sendo o maior valor registrado em todo o experimento, de 12,48 m/s^2 . Isso possivelmente pode ter ocorrido devido ao desbalanceamento rotativo, justamente no regime de rotação máxima pois, como se sabe, nesse caso a magnitude da força desbalanceadora é proporcional ao quadrado da velocidade, além do que, na configuração da roçadeira, enquanto a vibração forçada direta do motor tem maior influência na direção transversal, a vibração proveniente do desbalanceamento da lâmina se manifesta na direção longitudinal ao eixo da máquina, à qual é mais aproximada.

Como possível solução para esse problema, é possível aplicar o procedimento de balanceamento em um plano em conjunto com a afiação da lâmina, otimizando a retirada de material para a afiação, a fim de proporcionar também a retirada da massa desbalanceada, consolidando esse método de balanceamento.

Considerando os resultados no geral, é possível observar que as medições realizadas no lado direito apresentaram, no geral, amplitudes maiores com relação às do lado esquerdo, o que, muito provavelmente, ocorreu pela proximidade do lado direito com o motor da máquina, uma vez que o guidão é assimétrico, sendo o lado direito menor que o esquerdo. Não há perspectiva de solução otimizada para esse ponto em específico, por ser uma característica intrínseca à montagem e emprego do equipamento. Considera-se, então, que a solução para esse ponto pode surgir em conjunto, se beneficiando das demais soluções implementadas.

Foi também observado que, no geral, a amplitude de vibração foi maior nas medições na direção transversal que na longitudinal ao eixo da máquina, o que talvez possa ser explicado pelo posicionamento aproximadamente alinhado entre a direção de movimentação das partes móveis do motor com a direção transversal considerada nessas medições, o que pode ter contribuído para a transmissão das forças desbalanceadoras provenientes do funcionamento do motor às proximidades dos apoios das mãos.

Dessa forma, torna-se uma medida interessante no controle dessa exposição à vibração ocupacional a otimização do ângulo de montagem do guidão, visando evitar o alinhamento dessa peça com a direção de movimentação das partes móveis do motor, reduzindo, assim, a transmissibilidade das forças desbalanceadoras do motor para o guidão, mas, claro, observando a questão da ergonomia.

4.3 Calibração do Modelo Numérico

O procedimento de calibração do modelo numérico da roçadeira, por tratar-se, inicialmente, da busca pela aproximação dos valores das frequência naturais do modelo às estimadas experimentalmente, pôde ser aplicado diretamente à planilha de estimação das frequências naturais experimentais, conforme demonstram as Tabelas 9 e 10.

Tabela 9 - Calibração da lâmina

Frequências Naturais Experimentais [Hz]						
89.6	241.92	304.64	549.12	860.16		
Frequências Naturais Numéricas [Hz]						
90.47	254.33	263.53	530.28	823.53		
Erro [%]						
0.970982143	5.129794974	13.4946166	3.430944056	4.258510045	média	5.45697

Fonte: Pesquisa direta (2025)

Tabela 10 - Calibração da roçadeira

Frequências Naturais Experimentais [Hz]						
12.8	39.68	53.76	69.12	79.36	97.28	
Frequências Naturais Numéricas [Hz]						
12.56	36.51	52.13	70.62	79.5	98.37	
Erro [%]						
1.875	7.98891129	3.031994	2.170139	0.17641129	1.120477	média 2.727155

Fonte: Pesquisa direta (2025)

Como pode ser visto nas Tabelas 9 e 10 de calibração dos modelos da lâmina e da estrutura completa da roçadeira, respectivamente, a etapa de calibração do modelo numérico da roçadeira pôde ser satisfatoriamente concluído, com a grande maioria dos valores de frequência natural sendo validados dentro da margem de erro adotada ou sendo minimamente aproximados pela margem de erro. Dessa forma, concluiu-se um grande primeiro passo rumo à validação do modelo numérico.

4.4 Simulação Computacional do Modelo Calibrado

Por fim, a simulação computacional do modelo calibrado culminou na validação do modelo numérico da roçadeira, conforme demonstrado pela Figura 29.

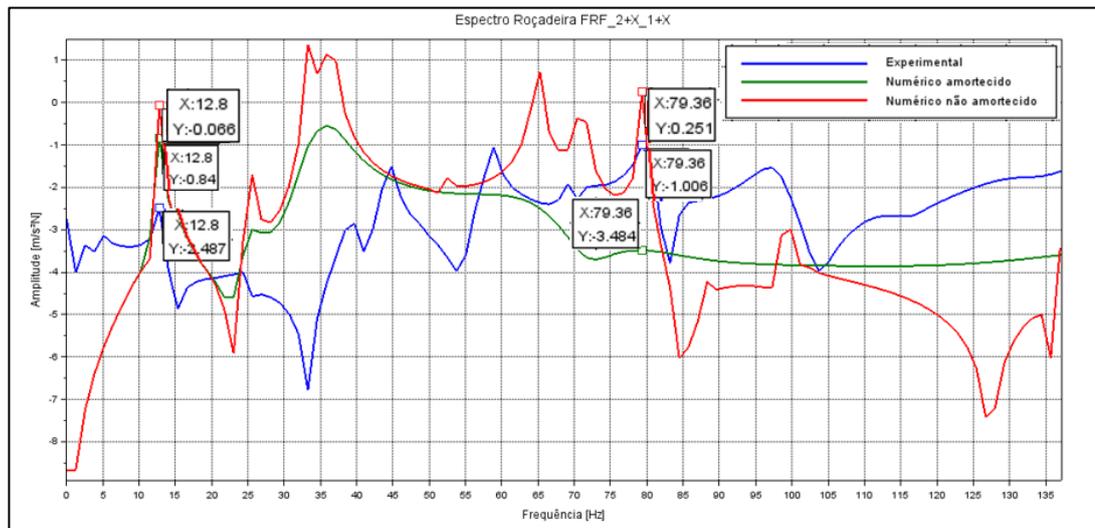


Figura 29 – Validação do modelo numérico
Fonte: Pesquisa direta (2025)

A Figura 29 demonstra a comparação das curvas das FRFs real/experimental, numérica não amortecida e numérica amortecida, a partir da qual é possível observar a validação do modelo. Dessa forma, é possível observar que o modelo é bastante coerente, por apresentar um comportamento minimamente dentro do esperado, principalmente para a frequência fundamental, onde se apresenta completamente dentro dos conformes do ponto de vista da teoria, com a amplitude de vibração da FRF numérica sem amortecimento sendo a maior, naturalmente pois essas amplitudes geralmente são as mais altas. Já, para o sistema amortecido,

há a suavização da curva e diminuição das amplitudes, conforme o esperado, e a curva real apresentando os menores valores de amplitude.

Ao longo de toda a curva da FRF numérica amortecida é possível observar o efeito do amortecimento na suavização ao longo da curva, especialmente em regiões próximas às frequências naturais, onde fica evidente o amortecimento pelo achatamento dos picos de amplitude, atestando a eficácia do amortecimento aplicado.

Apesar disso, quanto à estimativa do amortecimento da estrutura em estudo, realizada através da teoria do amortecimento proporcional de Rayleigh, considerando faixas de valores típicos para os coeficientes de amortecimento proporcional, com base em várias referências, observou-se que, para as frequências mais baixas, a estimativa teve um bom desempenho, refletindo o efeito de taxas de amortecimento dentro do esperado. Porém, para as frequências mais altas, vê-se que o amortecimento ficou superestimado, diminuindo extremamente os valores de amplitude, como pode ser observado, por exemplo, a partir da frequência natural de 79,36 Hz, o que já não reflete o comportamento esperado.

Essa falha na estimativa do amortecimento para as frequências mais altas pode ter acontecido por diferentes motivos, como pelo fato de que, dentro do modelo de amortecimento proporcional de Rayleigh utilizado, o amortecimento é proporcional à frequência, ou por esse modelo ser desenvolvido para ser aplicado em elementos simples de um só material e não em montagens complexas de materiais distintos, como foi o caso, ou mesmo pelos coeficientes terem sido ajustados/calculados a partir de algumas das primeiras frequências naturais.

Portanto, pode-se concluir também, que o amortecimento precisará ser melhor avaliado em trabalhos futuros, a fim de se conseguir um modelo que represente melhor o amortecimento dessa montagem complexa apresentada nesse tipo de equipamento. O que poderá ser feito aprimorando o método de amortecimento proporcional empregado, por exemplo, considerando diferentes coeficientes em diferentes faixas de frequência.

Por fim, com base em cada resultado obtido, e guiando-se pelo questionamento central da pesquisa, de como a vibração mecânica se comporta na estrutura de uma roçadeira costal motorizada, podem ser consideradas respostas, que a vibração vinda do motor se transmite com maior intensidade na direção transversal, devido ao alinhamento com as partes móveis do motor e do lado direito pela proximidade com o mesmo, proveniente da assimetria do guidão.

Na rotação em marcha lenta, foi observado um ponto de atenção pela possibilidade de ocorrência da ressonância, devido à frequência de acionamento, de 50 Hz, estar próxima da quinta frequência natural levantada para a estrutura da roçadeira, de 53,76 Hz, podendo os valores de aceleração atingir entre 0,93 a 3,5 m/s². Além disso, a ressonância pode também ocorrer durante as acelerações do equipamento, pois a faixa de rotação de trabalho do motor

empregado, de 50 a 179 Hz, abrange grande parte da faixa das principais frequências naturais estimadas para a estrutura da roçadeira, de aproximadamente 12 a 100 Hz.

Tratando-se dos demais regimes de rotação, em meia carga e rotação máxima, foi observado que quase todos os pontos excedem os valores de referência para tomada de ações preventivas e corretivas determinados pela norma NHO 10, com valores variando entre $3,58 \text{ m/s}^2$ e $12,48 \text{ m/s}^2$. Tomando-se o cuidado de observar que tal comparação da vibração medida com os valores das normas consiste apenas em uma comparação quase qualitativa, pois as medições não foram rigorosamente realizadas como as normas determinam.

No regime de rotação máxima da roçadeira, foi observada a possível ocorrência do desbalanceamento rotativo da lâmina, apresentando o maior valor de amplitude de aceleração registrado em todo o experimento, de $12,48 \text{ m/s}^2$. Tal situação se deu pela observação em um alto regime de rotação e o direcionamento longitudinal dessa vibração medida, que vai de acordo com o alinhamento da força desbalanceada que pode ser causada pela lâmina.

5 CONCLUSÃO E RECOMENDAÇÕES

5.1 Conclusão

Após a realização de toda essa pesquisa, com o enfoque sobre o questionamento central, e a partir dos desenvolvimentos e resultados alcançados, foi possível concluir que, a vibração nesse equipamento, partindo do motor em funcionamento, é transmitida às regiões próximas aos apoios das mãos do operador, em maior magnitude na direção transversal, provavelmente devido ao alinhamento com as partes móveis do motor, em que, portanto, a otimização do ângulo de montagem do guidão mostra-se como alternativa viável à minimização desse problema.

Com respeito à distinção dos lados do guidão, foi observado que o lado direito apresenta maiores níveis de vibração devido à proximidade com o motor. Foi considerado que não há uma proposta de solução clara otimizada para esse ponto, porém, o mesmo poderia se beneficiar das demais soluções implementadas.

Sobre a possibilidade de ocorrência de ressonância, tanto na rotação de marcha lenta, de aproximadamente 50 Hz, devido à proximidade com uma das frequências naturais, de 53,76 Hz, atingindo amplitudes de aceleração de até 3,5 m/s², como por passar por várias outras frequências naturais durante a aceleração, devido à proximidade das faixas de frequências naturais, de aproximadamente 12 Hz a 100 Hz, e faixa de trabalho do motor, de 50 Hz a 179 Hz. Em vista de minimizar os possíveis efeitos da ressonância, conforme visto na revisão da literatura, pode ser proposta a aplicação ou ampliação do amortecimento, por ser esse o parâmetro dominante nessa situação.

Como caminho para a minimização das altas amplitudes de aceleração observadas nos demais regime de rotação, em meia carga e rotação máxima, de frequências de aproximadamente 106 Hz a 179 Hz, com amplitudes entre 3,58 m/s² e 12,48 m/s², segundo a comparação quase qualitativa com a norma NHO 10, pode ser interessante a antecipação na tomada de ações preventivas e corretivas visando controlar a vibração, do ponto de vista da engenharia mecânica, ou seja, aplicando métodos de controle de vibração ao equipamento em si, tais como amortecimento, balanceamento, entre outros.

Com respeito ao possível desbalanceamento rotativo observado no regime de rotação máxima da roçadeira, de aproximadamente 170 Hz, com amplitude de aceleração de 12,48 m/s², um possível caminho para a solução pode ser o emprego do procedimento do balanceamento

em um plano, apresentado na revisão bibliográfica, em conjunto com a operação de afiação das lâminas, visando o balanceamento das mesmas.

Por fim, conclui-se que o modelo calibrado nesse trabalho pode servir como base para a implementação de todas as propostas especuladas, por meio da simulação dessas propostas no modelo, a fim de se poupar tempo e alcançar a otimização dessas medidas, assegurando a eficácia na possível implementação prática das mesmas.

5.2 Recomendações

A partir do desenvolvimento desse trabalho, podem ser consideradas alternativas viáveis à minimização da vibração mecânica da roçadeira, medidas como:

- Otimização do ângulo de montagem do guidão da roçadeira;
- Aplicação ou ampliação do amortecimento;
- Balanceamento em um plano da lâmina, junto à operação de afiação.

Além disso, novos trabalhos são propostos para a sequência do desenvolvimento desse importante tema. Recomenda-se, então, os seguintes temas para o desenvolvimento dos trabalhos futuros:

- Implementação de medidas de controle da vibração em roçadeiras costais motorizadas;
- Estudo do comportamento da vibração mecânica na estrutura de uma motosserra;
- Estudo do comportamento da vibração mecânica em um vibrador de concreto a combustão.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

- ALVES FILHO, A., **Elementos Finitos: a base da tecnologia CAE**. São Paulo: Érica, 2000
- ALVES FILHO, A., **Elementos Finitos: a base da tecnologia CAE/análise dinâmica**. 2. ed. São Paulo: Érica, 2008
- BALACHANDRAN, B.; MAGRAB, E.B. **Vibrations**. Segunda edição. Toronto: Cengage Learning, 2009
- BERNARDI, B.; QUENDLER, E.; BENALIA, S.; MANTELLA, A.; ZIMBALATTI, G. **Occupational risks related to vibrations using a brush cutter for green area management**. *Annals of Agricultural and Environmental Medicine*, v. 25, n. 2, p. 255-258, 2018
- BRASIL. Ministério do Trabalho e Emprego. **Norma Regulamentadora NR-09 – Avaliação e Controle das Exposições Ocupacionais a Agentes Físicos, Químicos e Biológicos: Anexo I – Vibração**. Brasília: MTE, 2020
- BRASIL. Ministério do Trabalho e Emprego. **Norma Regulamentadora NR-15 – Atividades e Operações Insalubres: Anexo N.º 8 – Vibração**. Brasília: MTE, 202
- BRUNETTI, F. **Motores de combustão interna**. 1. ed. São Paulo: Blucher, 2012. E-book. Disponível em: <https://plataforma.bvirtual.com.br>. Acesso em: 04 set 2025
- BUDYNAS, R.; NISBETT, J K. **Elementos de máquinas de Shigley**. 10. ed. Porto Alegre: AMGH, 2016. E-book. pág.369. ISBN 9788580555554. Disponível em: <https://app.minhabiblioteca.com.br/reader/books/9788580555554/>. Acesso em: 08 conjuntos. 2025
- Çengel, Y.A; Boles, M.A. **Termodinâmica**. 7. Ed. Porto Alegre : AMGH, 2013.
- CHIAVENATO, I. **Introdução à teoria geral da administração**. 7. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2004.
- COSTA, N.; AREZES, P. M.; MELO, R. B. **Effects of occupational vibration exposure on cognitive/motor performance**. *International Journal of Industrial Ergonomics*, v. 44, p. 654-661, 2014.
- DEBOLI, R.; CALVO, A.; RAPISARDA, V.; PRETI, C.; INSERILLO, M. **Vibration transmitted to operator's back by machines with back-pack power unit: a case study on blower and spraying machines**. *Journal of Agricultural Engineering*, v. 44, supl. 2, e146, 2013.

DIETER, G. E. **Metalurgia mecânica**. 3. ed. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1981

FISH, J.; BELYTSCHKO, T. **Um Primeiro Curso em Elementos Finitos**. Rio de Janeiro: LTC, 2009. E-book. p.Capal. ISBN 978-85-216-1941-3. Disponível em: <https://app.minhabiblioteca.com.br/reader/books/978-85-216-1941-3/>. Acesso em: 08 conjuntos. 2025.

GIL, A. C. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**. 7. ed. Rio de Janeiro: Atlas, 2022. E-book. pág.40. ISBN 9786559771653. Disponível em: <https://app.minhabiblioteca.com.br/reader/books/9786559771653/>. Acesso em: 08 conjuntos. 2025.

GRIFFIN, M. J. **Handbook of Human Vibration**. Londres: Academic Press, 1990.

GRILLO, N. L. **Introdução ao estudo de vibrações mecânicas**. São Paulo: Editora Blucher, 2021. E-book. pág.148. ISBN 9786555061444. Disponível em: <https://app.minhabiblioteca.com.br/reader/books/9786555061444/>. Acesso em: 04 conjuntos. 2025.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos de física**, volume 1 : mecânica I, Rio de Janeiro : LTC, 2012.

HARTOG, J.P.D. **Vibrações nos sistemas mecânicos**. 1. São Paulo: Edgard Blücher, Ed. da Universidade de São Paulo, 1972

HIBBELER, R. C. **Resistência dos materiais**. 7. ed. - São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

INMAN, D. **Vibrações Mecânicas**. Rio de Janeiro: GEN LTC, 2018. E-book. pág.9. ISBN 9788595154568. Disponível em: <https://app.minhabiblioteca.com.br/reader/books/9788595154568/>. Acesso em: 04 conjuntos. 2025.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. ISO 2631-1:1997 – Mechanical vibration – Evaluation of human exposure to whole-body vibration – Part 1: General requirements. Geneva: ISO, 1997.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. ISO 5349-1:2001 – Mechanical vibration – Measurement and evaluation of human exposure to hand-transmitted vibration – Part 1: General requirements. Geneva: ISO, 2001.

JUNIOR, J. S. **Introdução às vibrações mecânicas**. São Paulo: Editora Blucher, 2006. E-book. pág.55. ISBN 9788521214953. Disponível em: <https://app.minhabiblioteca.com.br/reader/books/9788521214953/>. Acesso em: 04 conjuntos. 2025.

KELLY, S G. **Vibrações Mecânicas: Teorias e aplicações**. Porto Alegre: +A Educação - Cengage Learning Brasil, 2018. E-book. pi ISBN 9788522127016. Disponível em: <https://app.minhabiblioteca.com.br/reader/books/9788522127016/>. Acesso em: 04 conjuntos. 2025.

LAKATOS, E. M. **Fundamentos de Metodologia Científica** . 9. ed. Rio de Janeiro: Atlas, 2021. E-book. pág.1. ISBN 9788597026580. Disponível em: <https://app.minhabiblioteca.com.br/reader/books/9788597026580/>. Acesso em: 08 conjuntos. 2025.

LÁSZLÓ, H. E. **Measuring the vibration of a brush cutter in different operation modes**. International Journal of Horticultural Science, Budapest, v. 20, n. 1–2, p. 95-98, 2014.

LOZADA, G.; NUNES, K. S. **Metodologia científica**. Porto Alegre: SAGAH, 2019. E-book. pág.133. ISBN 9788595029576. Disponível em: <https://app.minhabiblioteca.com.br/reader/books/9788595029576/>. Acesso em: 08 conjuntos. 2025.

MOTTA, F.C.P; VASCONCELOS, I.F.F.G. **Teoria geral da administração** . 4.ed. Porto Alegre: +A Educação - Cengage Learning Brasil, 2021. E-book. p.Capa. ISBN 9786555583885. Disponível em: <https://app.minhabiblioteca.com.br/reader/books/9786555583885/>. Acesso em: 04 conjuntos. 2025.

NETO, A. R. F.; ASSUNÇÃO, G. SC.; SANTOS, F. D. D.; e outros. **Vibrações Mecânicas**. Porto Alegre: SAGAH, 2022. E-book. pág.21. ISBN 9786556902654. Disponível em: <https://app.minhabiblioteca.com.br/reader/books/9786556902654/>. Acesso em: 08 conjuntos. 2025.

RAO, S. S. **Vibrações mecânicas**. 4. ed. São Paulo: Pearson, 2008. *E-book*. Disponível em: <https://plataforma.bvirtual.com.br>. Acesso em: 04 set 2025.

RAO, S. S. **Vibrações mecânicas**. 6. ed. Miami: Pearson, 2018.

ROY R. C, J; KURDILA . A. J. **Fundamentals of Structural Dynamics**, 2 ed. New Jersey: John Wiley & Sons. Inc. 2006

SANTOS, J. A.; FILHO, D. P. **METODOLOGIA CIENTÍFICA**. 2. ed. Porto Alegre: +A Educação - Cengage Learning Brasil, 2012. E-book. pág.177. ISBN 9788522112661. Disponível em: <https://app.minhabiblioteca.com.br/reader/books/9788522112661/>. Acesso em: 08 conjuntos. 2025.

SAVI, M. A.; PAULA, A. S. **Vibrações Mecânicas**. Rio de Janeiro: LTC, 2017. E-book. pág.8. ISBN 9788521634003. Disponível em: <https://app.minhabiblioteca.com.br/reader/books/9788521634003/>. Acesso em: 04 conjuntos. 2025.

SCHUTZER, V. M.; SANTOS, J. E. G.; PASCHOARELLI, L. C. **Roçadeiras costais motorizadas: análises estatísticas das variáveis ergonômicas avaliadas**. In: ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 34., 2014, Curitiba. Anais [...] Curitiba: ABEPRO, 2014.

SELIM, A. B. **Influência das forças de inércia e do balanceador de massas na dinâmica do motor de combustão interna**. 2010. 106 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Engenharia Automobilística) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2010.

SILVEIRA, J. W. P; PILATTI, L. A; LAAT, Erivelton Fontana de. **Efeitos da vibração no corpo humano**. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 2., 2012, Ponta Grossa. *Anais [...]*. Ponta Grossa: [s. n.], 2012.

TENENBAUM, R. A. **Processamento de sinais em acústica e vibrações**. São Paulo, SP: Blucher, 2024. *E-book*. Disponível em: <https://plataforma.bvirtual.com.br>. Acesso em: 08 set 2025.

THOMSON, W. T. **Teoria da vibração com aplicações**. 4. ed. Rio de Janeiro: LTC, 1993

TILLMANN, C.A.C. **Motores de combustão interna e seus sistemas**. Pelotas : Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia ; Santa Maria : Universidade Federal de Santa Maria, Colégio Técnico Industrial de Santa Maria ; Rede e-Tec Brasil, 2013.

UNITED KINGDOM. **Health and Safety Executive**. *Whole-body vibration: health surveillance*. Sudbury: HSE Books, 2005. (HSG170).

XENOS, H. G. **Gerenciando a manutenção produtiva: melhores práticas para eliminar falhas nos equipamentos e maximizar a produtividade**. 2. ed. Nova Lima, MG: Falconi, 2014. *E-book*. Disponível em: <https://plataforma.bvirtual.com.br>. Acesso em: 04 set 2025.