



Universidade Federal de Ouro Preto
Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas
Departamento de Engenharia Elétrica



Trabalho de Conclusão de Curso

Controle Adaptativo Aplicado a um Sistema de Rastreamento Solar

Daniel Silva de Castro

**João Monlevade, MG
2018**

Daniel Silva de Castro

Controle Adaptativo Aplicado a um Sistema de Rastreamento Solar

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Universidade Federal de Ouro Preto como parte dos requisitos para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Elétrica pelo Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas da Universidade Federal de Ouro Preto.

Orientador: Prof.º Dr. Márcio Feliciano Braga

Coorientador: Prof.º Dr. Víctor Costa da Silva Campos

Universidade Federal de Ouro Preto
João Monlevade
2018

C355c

Castro, Daniel Silva de.

Controle adaptativo aplicado a um sistema de rastreamento solar
[manuscrito] / Daniel Silva de Castro. - 2018.

70f.: il.: color; graf.

Orientador: Prof. Dr. Márcio Feliciano Braga.

Coorientador: Prof. Dr. Víctor Costa da Silva Campos.

Monografia (Graduação). Universidade Federal de Ouro Preto. Instituto de
Ciências Exatas e Aplicadas. Departamento de Engenharia Elétrica.

1. Energia elétrica. 2. Energia solar. I. Braga, Márcio Feliciano. II.
Campos, Víctor Costa da Silva. III. Universidade Federal de Ouro Preto. IV.
Titulo.

CDU: 620.91

Catálogo: ficha@sisbin.ufop.br



ATA DE DEFESA

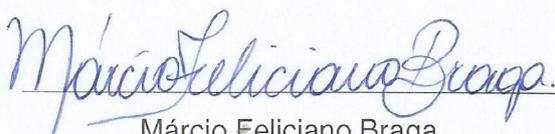
Aos 20 dias do mês de fevereiro de 2018, às 10 horas e 30 minutos, no bloco B deste instituto, foi realizada a defesa de monografia pelo formando Daniel Silva de Castro, sendo a comissão examinadora constituída pelos professores: Márcio Feliciano Braga, Víctor Costa da Silva Campos, Anny Verly e Rodrigo Augusto Ricco.

O candidato apresentou a monografia intitulada: Controle Adaptativo Aplicado a um Sistema de Rastreamento Solar. A comissão examinadora deliberou, por unanimidade, pela APROVAÇÃO do candidato, com a nota média 10,0, de acordo com a Tabela 1. Na forma regulamentar, foi lavrada a presente ata que é assinada pelos membros da comissão examinadora e pelo formando.

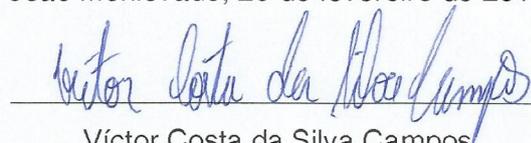
Tabela 1 – Notas de avaliação da banca examinadora

Banca Examinadora	Nota
Márcio Feliciano Braga	10,0
Víctor Costa da Silva Campos	10,0
Anny Verly	10,0
Rodrigo Augusto Ricco	10,0
Média	10,0

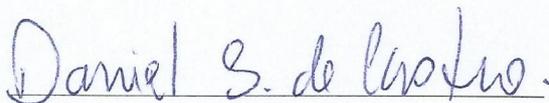
João Monlevade, 20 de fevereiro de 2018.



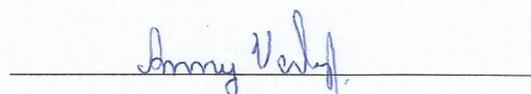
Márcio Feliciano Braga
Professor Orientador



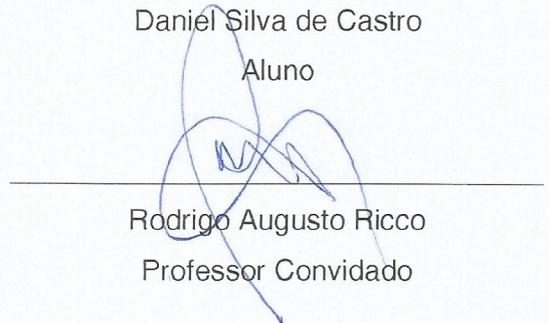
Víctor Costa da Silva Campos
Professor Coorientador



Daniel Silva de Castro
Aluno



Anny Verly
Professora Convidada



Rodrigo Augusto Ricco
Professor Convidado



ANEXO II - TERMO DE RESPONSABILIDADE

O texto do trabalho de conclusão de curso intitulado “Controle Adaptativo Aplicado a um Sistema de Rastreamento Solar” é de minha inteira responsabilidade. Declaro que não há utilização indevida de texto, material fotográfico ou qualquer outro material pertencente a terceiros sem a devida citação ou consentimento dos referidos autores.

João Monlevade, 12 de março de 2018.

Daniel Silva de Castro.

Nome completo do(a) aluno(a)

Resumo

Neste trabalho, o controle de um sistema de rastreamento solar com dois graus de liberdade é apresentado. A sua performance é avaliada por meio de simulações computacionais, implementadas no ambiente de desenvolvimento do *software* de computação algébrica MATLAB[®] R2016a, da *MathWorks*[®]. Devido aos processos de degradação por exposição ao ambiente, à ação do atrito viscoso e às alterações na carga sobre os mecanismos de posicionamento de painéis coletores de energia solar, sistemas de rastreamento podem ser facilmente afetados por variações na dinâmica de operação. Nesse sentido, considera-se a aplicação de um controlador adaptativo, de modo a manter o sistema orientado de forma perpendicular ao sol, independente da ocorrência de variações. A técnica de controle adaptativo utilizada é pela abordagem indireta de um regulador autoajustável (STR), com esquema de adaptação pelo método da alocação de polos. Os resultados mostram que o controle adaptativo é uma solução viável a ser considerada no problema de rastreamento solar, pois, na variação da dinâmica dos mecanismos de posicionamento, o sistema em malha fechada converge para o regime de operação desejado.

Palavras-chave: Sistema de Rastreamento Solar, Seguidor Solar, Controle Adaptativo, Regulador Autoajustável, STR, Alocação de Polos.

Abstract

In this work, a control scheme for a two-axis solar tracking system is proposed. Its performance is verified through computer simulations run in the software MATLAB[®] R2016a by MathWorks[®]. Owing to degradation caused by environmental exposure, friction and load shift in the solar panel's positioning mechanisms, tracking systems can be easily affected by system dynamics variations. In this regard, the application of an adaptive controller is considered in order to keep the system perpendicular to sunlight regardless the occurrence of variations. The adaptive control scheme is based on an indirect Self-Tuning Regulator (STR) applied in a pole placement design. The results show that adaptive control is a solution to be relied on when solar tracking behaviour is desired, since the closed loop system converges to the specified operating regime when variations in the dynamics of the positioning mechanisms are introduced.

Keywords: Solar Tracking System, Solar Tracker, Adaptive Control, Self-Tuning Regulator, STR, Pole Placement.

"For God so loved the world, that He gave his only begotten Son, that whosoever beliveth in him should not perish, but have everlasting life."

– John 3:16

Lista de Figuras

Figura 1 – Diagrama de blocos de um sistema de controle adaptativo por modelo de referência - MRAC.	5
Figura 2 – Diagrama de blocos de um sistema de controle adaptativo por um regulador autoajustável - STR.	6
Figura 3 – Diagrama de blocos do sistema em malha fechada.	9
Figura 4 – Diagrama de blocos do STR com o esquema de adaptação segundo o método da alocação de polos.	15
Figura 5 – Circuito equivalente de um motor de corrente contínua com excitação independente.	17
Figura 6 – Diagrama de blocos para a função de transferência $G(s)$ do processo.	20
Figura 7 – Curva torque-velocidade do motor de corrente contínua a ser empregado no sistema de rastreamento solar.	21
Figura 8 – Processo de identificação dos parâmetros b_0 e b_1 por meio do estimador RMQ.	30
Figura 9 – Processo de identificação dos parâmetros a_1 e a_2 por meio do estimador RMQ.	31
Figura 10 – Comportamento do traço da matriz de covariância P obtido durante o processo de identificação do estimador RMQ.	31
Figura 11 – Processo de identificação dos parâmetros variantes b_0 e b_1 por meio estimador RMQ_λ	33
Figura 12 – Processo de identificação dos parâmetros variantes a_1 e a_2 por meio do estimador RMQ_λ	33
Figura 13 – Processo de identificação dos parâmetros variantes b_0 e b_1 por meio do estimador APN.	34
Figura 14 – Processo de identificação dos parâmetros variantes a_1 e a_2 por meio do estimador APN.	35
Figura 15 – Controle da dinâmica inicial, $G_1(z)$, de um motor de corrente contínua por STR_{PP} com cancelamento de zeros.	37
Figura 16 – Controle de um motor de corrente contínua por STR_{PP} com cancelamento de zeros.	38
Figura 17 – Estimação dos parâmetros b_0 e b_1 de um motor de corrente contínua durante o controle por STR_{PP} com cancelamento de zeros.	39
Figura 18 – Estimação dos parâmetros a_1 e a_2 de um motor de corrente contínua durante o controle por STR_{PP} com cancelamento de zeros	39
Figura 19 – Controle da dinâmica inicial, $G_1(z)$, de um motor de corrente contínua por STR_{PP} sem cancelamento de zeros.	40

Figura 20 – Controle de um motor de corrente contínua por STR_{PP} sem cancelamento de zeros.	41
Figura 21 – Estimação dos parâmetros b_0 e b_1 de um motor de corrente contínua durante o controle por STR_{PP} sem cancelamento de zeros.	42
Figura 22 – Estimação dos parâmetros a_1 e a_2 de um motor de corrente contínua durante o controle por STR_{PP} sem cancelamento de zeros.	42
Figura 23 – Controle de um modelo instável por STR_{PP} com cancelamento de zeros.	43
Figura 24 – Estimação dos parâmetros b_0 e b_1 de um modelo instável durante o controle por STR_{PP} com cancelamento de zeros.	44
Figura 25 – Estimação dos parâmetros a_1 e a_2 de um modelo instável durante o controle por STR_{PP} com cancelamento de zeros.	45
Figura 26 – Controle de um modelo instável por STR_{PP} sem cancelamento de zeros.	46
Figura 27 – Estimação dos parâmetros b_0 e b_1 de um modelo instável durante o controle por STR_{PP} sem cancelamento de zeros.	47
Figura 28 – Estimação dos parâmetros a_1 e a_2 de um modelo instável durante o controle por STR_{PP} sem cancelamento de zeros.	47
Figura 29 – Representação do sistema horizontal de coordenadas.	49
Figura 30 – Movimento aparente do sol para um observador localizado na cidade de João Monlevade, no dia 1 de Setembro de 2017, em termos dos ângulos azimutal γ_s e de elevação α_s	49
Figura 31 – Comportamento dos sinais de referência azimutal e de elevação por meio da aproximação de mínimos quadrados do movimento aparente do sol.	51
Figura 32 – Diagrama de blocos básico para o sistema de rastreamento solar.	52
Figura 33 – Simulação do sistema de rastreamento solar em tempo real.	54
Figura 34 – Transitório do posicionamento azimutal após a variação dinâmica no sistema de rastreamento solar.	55
Figura 35 – Transitório do posicionamento de elevação após a variação dinâmica no sistema de rastreamento solar.	56

Lista de Acrônimos e Abreviações

*	Indica uma grandeza estimada quando posposto à mesma.
$\deg \{\bullet\}$	Denota o grau de um determinado polinômio.
$\mathcal{Z} \{\bullet\}$	Indica a operação de transformada \mathcal{Z} .
\mathbb{R}	Denota o conjunto dos números reais.
K	Constantes físicas universais.
R	Resistência elétrica [Ω].
L	Indutância [H].
J	Momento de inércia [$Kg \cdot m^2$].
T	Torque [$N \cdot m$].
x	Notação para escalares.
\mathbf{x}	Notação para vetores coluna.
X	Notação para matrizes.
X^T	Denota a matriz transposta de X .
$X(s)$	Notação para transformadas de Laplace.
$X(z)$	Notação para transformadas \mathcal{Z} .
I	Indica uma matriz identidade.
SISO	Entrada única e saída única (do inglês, <i>Single-Input Single-Output</i>).
MRAC	Controle adaptativo por modelo de referência (do inglês, <i>Model Reference Adaptive Control</i>).
STR	Regulador autoajustável (do inglês, <i>Self-Tuning Regulator</i>).
STR _{PP}	Regulador autoajustável com alocação de polos (do inglês, <i>Self-Tuning Regulator with Pole Placement</i>).
RMQ	Indica o estimador Recursivo de Mínimos Quadrados.
RMQ _{λ}	Indica o estimador Recursivo de Mínimos Quadrados com fator de esquecimento.
APN	Indica o estimador por Algoritmo de Projeção Normalizado.

Sumário

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Motivação	1
1.2	Objetivos	2
1.3	Estrutura do Trabalho	3
2	REFERENCIAL TEÓRICO	4
2.1	Introdução	4
2.2	Estimação de Parâmetros em Tempo Real	7
2.2.1	Identificação por Estimador Recursivo de Mínimos Quadrados	7
2.2.2	Identificação por Algoritmo de Projeção Normalizado	8
2.3	Método da Alocação de Polos	9
2.3.1	Considerações Gerais	9
2.3.2	Equações do Sistema em Malha Fechada	10
2.3.3	Seguidor de Modelo	11
2.3.4	Condições para a Implementação	12
2.3.5	Solução da Equação de Diofanto	13
2.3.6	Algoritmo para a Implementação de um Alocador de Polos	14
3	METODOLOGIA	16
3.1	Introdução	16
3.2	Análise da Dinâmica de um Motor de Corrente Contínua com Excitação Independente	16
3.2.1	Levantamento do Modelo Dinâmico	16
3.2.2	Considerações para o Sistema de Rastreamento Solar	20
3.3	Aplicação do STR_{PP} em um Motor de Corrente Contínua	23
3.3.1	Lei de Controle Adaptativo do STR _{PP} com Cancelamento de Zeros	23
3.3.2	Lei de Controle Adaptativo do STR _{PP} sem Cancelamento de Zeros	25
4	IMPLEMENTAÇÕES E ENSAIOS	29
4.1	Introdução	29
4.2	Estimação de Parâmetros em Tempo Real	29
4.2.1	Processo de Identificação por meio do Estimador RMQ	30
4.2.2	Processo de Identificação por meio dos Estimadores RMQ _λ e APN	32
4.3	Controle Adaptativo Indireto por STR_{PP}	35
4.3.1	Processo de Controle de um Motor de Corrente Contínua por STR _{PP} com Cancelamento de Zeros	36

4.3.2	Processo de Controle de um Motor de Corrente Contínua por STR _{PP} sem Cancelamento de Zeros	40
4.3.3	Processo de Controle de um Modelo Instável por STR _{PP} com Cancelamento de Zeros	43
4.3.4	Processo de Controle de um Modelo Instável por STR _{PP} sem Cancelamento de Zeros	45
5	SISTEMA DE RASTREAMENTO SOLAR BASEADO EM CONTROLE ADAPTATIVO	48
5.1	Introdução	48
5.2	Modelagem da Posição do Sol	48
5.2.1	Levantamento de Dados	49
5.2.2	Implementação dos Sinais de Referência	50
5.3	Simulação do Sistema de Rastreamento Solar em Tempo Real . . .	51
5.3.1	Considerações Práticas	51
5.3.2	Considerações para a Simulação	52
5.3.3	Análise de Resultados	53
6	CONCLUSÕES	57
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	59

1 Introdução

1.1 Motivação

No contexto econômico atual existe um grande interesse por soluções sustentáveis para obtenção de energia elétrica, devido, primordialmente, ao grande impacto ambiental produzido por sistemas que utilizam recursos fósseis. Dentre as diversas fontes sustentáveis de energia disponíveis, como a biomassa, o vento, os mares e os oceanos, dentre outras, a que contém o maior potencial de geração de energia elétrica sustentável é o sol, visto que ele tem a capacidade de prover mais de 150 *petawatts* de potência à Terra. Todavia, cerca de metade da energia solar associada a essa potência alcança a superfície terrestre, ao passo que a outra metade é refletida para o espaço pela atmosfera. No entanto, apenas uma pequena fração da energia solar que atinge a superfície terrestre seria mais do que o suficiente para abastecer toda a demanda global (CAMACHO; BERENGUEL, 2012).

O desenvolvimento de sistemas capazes de aumentar o potencial de geração de energia elétrica em painéis coletores tem sido um dos muitos desafios encontrados pela comunidade científica ao longo dos anos. Nos dias atuais, com a vasta disponibilidade de recursos computacionais e de novas tecnologias construtivas de células fotovoltaicas, esse desafio tem se tornado cada vez mais explorado (CAMACHO; RUBIO; HUGHES, 1992). Nesse sentido, uma abordagem simples que pode ser considerada é a aplicação de técnicas de controle voltadas à implementação de sistemas de rastreamento solar.

Segundo Hammad et al. (2014), rastrear o sol, em termos de sistemas de energia solar, refere-se à habilidade de manter os painéis coletores orientados de maneira perpendicular ao sol durante o período diurno. Quando sistemas com essa capacidade são considerados, garante-se uma maior eficiência de geração de energia elétrica, uma vez que a incidência da radiação solar, distribuída ao longo dos painéis coletores, é maximizada.

Ao longo dos anos, vários estudos e propostas foram publicados com o intuito de proporcionar meios cada vez mais eficientes de implementar sistemas que garantam o rastreamento da posição do sol por um painel coletor. Como exemplo, pode-se citar o trabalho realizado em Arbaba, Jazia e Rezagholizadeh (2009), no qual um sistema de rastreamento solar com dois graus de liberdade é implementado. O método abordado pelos autores utiliza recursos computacionais voltados ao processamento da projeção de uma barra sombreada, criada a partir dos deslocamentos do painel coletor, em uma tela. Outro exemplo que pode ser mencionado é o estudo matemático do movimento solar que é visto em Chong e Wong (2009), em que uma equação genérica de rastreamento solar é desenvolvida a partir da análise e da decomposição do movimento aparente do sol no céu e da aplicação de métodos de transformação de coordenadas. Nesse estudo, os autores

mostram como a utilização dessa equação pode ser explorada no sentido de melhorar a precisão do rastreamento realizado por um painel coletor.

No contexto da aplicação de técnicas de controle voltadas ao rastreamento da posição do sol, os efeitos causados pela degradação por exposição ao ambiente, pelas incertezas em modelos matemáticos, pela ação do atrito viscoso e pela alteração de carga sobre os mecanismos de posicionamento de painéis coletores se manifestam de forma a degenerar o desempenho do sistema, podendo, inclusive, contribuir para erros de posicionamento, prejudicando o potencial de geração de energia elétrica (HAMMAD et al., 2014). Uma das formas de corrigir as ações danosas desses efeitos é por meio da aplicação de métodos adaptativos. Nesse sentido, em Hammad et al. (2014) é proposto um sistema de controle adaptativo que regula os sinais elétricos dos motores acoplados aos mecanismos de posicionamento de painéis coletores. Isso é feito com base na otimização de modelos de referência da posição do sol, construídos a partir de técnicas de regressão polinomial.

Com o intuito de aplicar uma forma alternativa ao problema de rastreamento solar, este trabalho descreve como uma proposta de aplicação do controle adaptativo pode ser uma alternativa útil no sentido de contornar variações nas dinâmicas do sistema, e forçá-lo a sempre se comportar dentro de um regime de operação preestabelecido.

1.2 Objetivos

O propósito deste trabalho destina-se à aplicação de uma técnica de controle adaptativo para a implementação de um sistema de rastreamento solar com dois graus de liberdade, sendo estes os posicionamentos dos ângulos azimutal e de elevação de um painel coletor. As implementações, bem como a validação da estratégia de controle, são realizadas por meio de simulações computacionais, em que é utilizado o *software* de computação algébrica MATLAB® R2016a, da *MathWorks*®.

Com o intuito de viabilizar o rastreamento solar em ambiente simulado, torna-se necessário conhecer o comportamento dinâmico de motores de corrente contínua, de modo a tornar possível a obtenção de um modelo matemático que represente a dinâmica de operação dos mecanismos de posicionamento azimutal e de elevação. Adicionalmente, um estudo acerca da decomposição do movimento aparente do sol no céu precisa ser realizado, para que os sinais de referência a serem incorporados no sistema de rastreamento solar possam ser implementados.

A estratégia de controle abordada age no sentido de forçar o sistema em malha fechada a sempre se comportar em um regime de operação desejado, independentemente de ocasionais variações dinâmicas que possam ocorrer, como, por exemplo, mudanças na carga sobre os eixos dos motores, no atrito viscoso que atua no sistema, ou ainda nas características intrínsecas dos motores. Por esse motivo, os resultados são apresentados em termos da resposta do sistema frente à aplicação de um modelo variante no tempo.

1.3 Estrutura do Trabalho

No Capítulo 1, uma contextualização geral do tema e os objetivos do trabalho são apresentados. Além disso, apresenta-se a estrutura pela qual este texto é organizado.

No Capítulo 2, o referencial teórico é desenvolvido, no qual o controle adaptativo indireto, do ponto de vista de um regulador autoajustável, é discutido. Os principais métodos de estimação de parâmetros em tempo real, da área de identificação de sistemas, são apresentados. Adicionalmente, desenvolve-se um algoritmo para o projeto de uma lei de controle adaptativo, por alocação de polos, que pode ser aplicada em conjunto com um dos métodos de estimação de parâmetros em tempo real considerados.

No Capítulo 3, a metodologia de controle do sistema de rastreamento solar é descrita. Dessa forma, apresenta-se o modelo variante no tempo de interesse, levantado de maneira a representar os dois graus de liberdade do sistema. Em seguida, duas leis de controle adaptativo por alocação de polos são levantadas para o controle de posição em um motor de corrente contínua, com base no algoritmo proposto no Capítulo 2.

No Capítulo 4, realiza-se uma sequência de ensaios, com o intuito de se validar os códigos implementados para a estimação de parâmetros em tempo real e para as leis de controle adaptativo por alocação de polos.

O sistema de rastreamento solar, propriamente dito, é apresentado no Capítulo 5, com base nos desenvolvimentos e considerações realizados nos capítulos 2, 3 e 4. Dessa forma, apresentam-se a análise e a modelagem da posição do sol, o método utilizado na construção dos sinais de referência e os resultados obtidos pela simulação do rastreamento do sol em tempo real.

Por fim, a conclusão é apresentada no Capítulo 6. Com isso, todos os detalhes cruciais observados ao longo das etapas de implementação são pontuados de forma sucinta, de maneira a elucidar os principais resultados encontrados com o desenvolvimento deste trabalho.

2 Referencial Teórico

2.1 Introdução

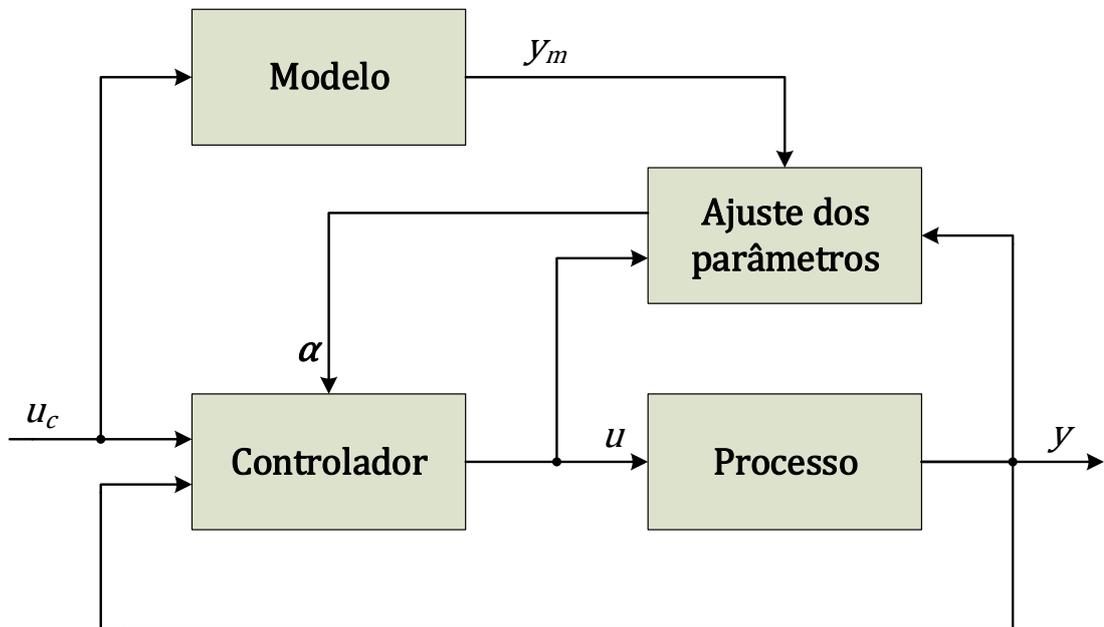
Os métodos de controle aplicados em sistemas adaptativos podem ser classificados conforme duas abordagens gerais, sendo diferenciadas apenas por meio dos esquemas de adaptação, direto ou indireto, que são aplicados na estratégia utilizada. Na abordagem direta, os parâmetros do controlador são atualizados implicitamente, ou seja, os parâmetros do processo não são estimados. Enquanto que no esquema de adaptação pela abordagem indireta, os parâmetros do controlador são atualizados explicitamente. Os parâmetros do processo são estimados com a aplicação de técnicas de identificação de sistemas e tratados como se fossem verdadeiros na atualização dos parâmetros do controlador, em conformidade com o princípio da certeza de equivalência (ÅSTRÖM; WITTENMARK, 2008).

Dentre os muitos métodos aplicados no controle adaptativo pela abordagem direta, o mais clássico, e portanto o mais amplamente discutido na literatura (ÅSTRÖM; WITTENMARK, 2008; IOANNOU; SUN, 2012), é o método de controle adaptativo por modelo de referência, também conhecido como o método MRAC (do inglês, *Model Reference Adaptive Control*). O diagrama de blocos genérico de um processo controlado por MRAC é mostrado na Figura 1.

Por meio da análise do diagrama de blocos da Figura 1, destaca-se que, no mecanismo de adaptação pelo método MRAC, o desempenho desenvolvido pelo processo é especificado por meio de um modelo de referência que, por sua vez, fornece a resposta desejada ao sinal de referência u_c . Sendo assim, são utilizados dois laços de realimentação, sendo um o laço externo responsável por realimentar a saída y do processo no controlador e outro o laço interno responsável por atualizar os parâmetros α . A adaptação ocorre com base em um sinal de erro e , determinado a partir da diferença entre as saídas y e y_m , desenvolvidas por intermédio das respostas do processo controlado e do modelo de referência, respectivamente, ao sinal de referência u_c .

Para a implementação do mecanismo de ajuste dos parâmetros α do controlador, podem ser considerados diversos algoritmos de adaptação. Dentre esses, destacam-se o método do gradiente de minimização do erro quadrático e^2 , conhecido na literatura como a regra do M.I.T. (ÅSTRÖM; WITTENMARK, 2008; IOANNOU; SUN, 2012), proposto por Osburn e por Whitaker do *M.I.T. Instrumentation Laboratory* (OSBURN; WHITAKER, 1961), e o método baseado na teoria da estabilidade de Lyapunov, proposto por Parks (PARKS, 1966).

Figura 1 – Diagrama de blocos de um sistema de controle adaptativo por modelo de referência - MRAC.



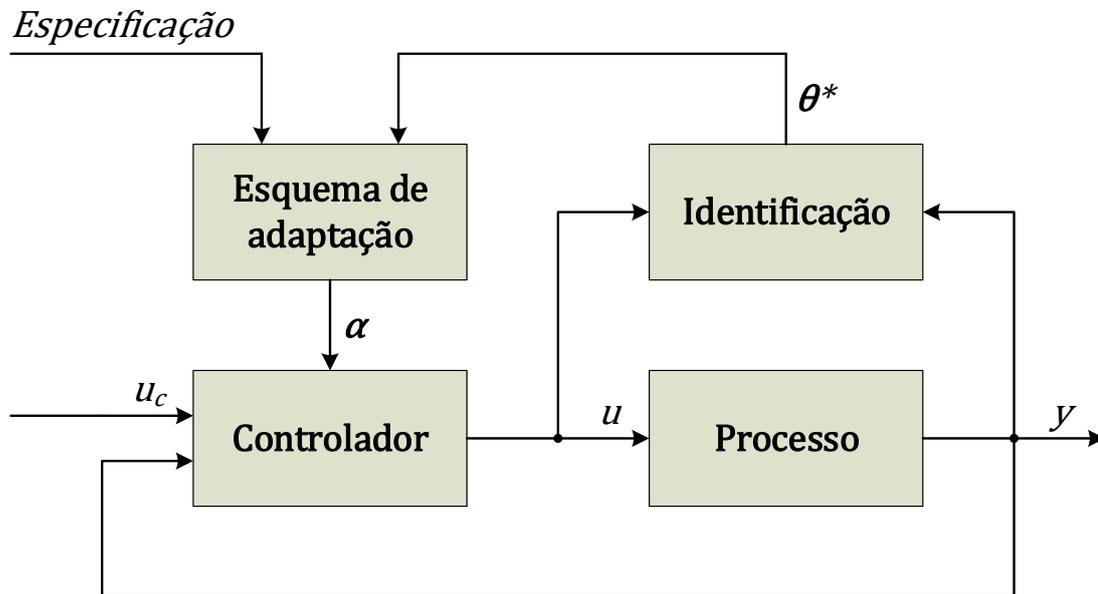
Fonte: Adaptado de Åström e Wittenmark (2008).

Para o controle adaptativo pela abordagem indireta, destaca-se a estrutura clássica de um regulador autoajustável, também conhecido como STR (do inglês, *Self-Tuning Regulator*). O diagrama de blocos genérico de um processo controlado pelo STR indireto é evidenciado na Figura 2. Observa-se de antemão que os parâmetros do controlador não são atualizados diretamente, porém indiretamente por meio da estimação dos parâmetros do processo.

Assim como na abordagem direta por MRAC, também são utilizados dois laços de realimentação para a abordagem indireta pelo STR. De forma similar, um laço externo realimenta a saída y do processo no controlador e um laço interno atualiza os parâmetros α . Entretanto, observa-se que o mecanismo de adaptação é fundamentalmente diferente, pois não considera um sinal de erro no ajuste dos parâmetros α . Ao invés disso, considera-se a etapa de identificação de sistemas. Os parâmetros θ do processo são estimados a partir da ação de controle u e da saída y do processo, de modo que o resultado θ^* da estimação é utilizado em um esquema de adaptação que ajusta os parâmetros α do controlador. Com isso, especificações de desempenho desejadas para o sistema em malha fechada são alcançadas.

O STR é bem flexível com respeito à escolha do esquema de adaptação e ao método de identificação de sistemas (ÅSTRÖM; WITTENMARK, 2008). Para o esquema de adaptação, uma alternativa simples que pode ser considerada é a aplicação de um alocador de polos. No alocador de polos, os parâmetros do controlador são atualizados

Figura 2 – Diagrama de blocos de um sistema de controle adaptativo por um regulador autoajustável - STR.



Fonte: Adaptado de Åström e Wittenmark (2008).

de modo a garantir os polos de malha fechada desejados, os quais são especificados como parâmetros de projeto durante as etapas de implementação. Sendo assim, quando ocorrem variações na dinâmica do processo controlado, o algoritmo de alocação de polos força a dinâmica resultante do processo a apresentar os polos de malha fechada especificados, o que evidencia a característica adaptativa do método (ÅSTRÖM; WITTENMARK, 2008; ÅSTRÖM; WITTENMARK, 1973; ALLIDINA; HUGHES, 1980). Para o método de identificação de sistemas, destacam-se, dentre outros, os vários métodos de mínimos quadrados e de projeção, amplamente discutidos na literatura (AGUIRRE, 2015; ÅSTRÖM; WITTENMARK, 2008; ÅSTRÖM; WITTENMARK, 1971; ÅSTRÖM; WITTENMARK, 1973; IOANNOU; SUN, 2012).

Por aspectos de simplicidade, de robustez e, portanto, de ampla aceitação no meio acadêmico, considera-se a utilização de um STR, com esquema de adaptação segundo o método da alocação de polos, para a implementação do sistema de rastreamento solar. Dessa forma, técnicas relacionadas à estimação de parâmetros do processo em tempo real e ao método da alocação de polos serão apresentadas de maneira mais detalhada nas seções que se seguem.

2.2 Estimação de Parâmetros em Tempo Real

A relação existente entre a saída y e a entrada u de um processo linear causal pode ser descrita, de forma genérica, conforme a seguinte equação de diferenças

$$\begin{aligned} y[k] = & a_1y[k-1] + a_2y[k-2] + \cdots + a_p y[k-p] \\ & + b_0u[k-1] + b_1u[k-2] + \cdots + b_q u[k-q-1], \end{aligned} \quad (2.1)$$

com $n = p + q + 1$ parâmetros.

Como o processo em (2.1) é linear, a saída y no instante k pode ser representada conforme

$$y_k = \boldsymbol{\varphi}_k^T \boldsymbol{\theta}, \quad (2.2)$$

em que $\boldsymbol{\varphi}_k \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ é o vetor de regressores no instante k , dado por

$$\boldsymbol{\varphi}_k = \begin{bmatrix} y[k-1] & \cdots & y[k-p] & u[k-1] & \cdots & u[k-q-1] \end{bmatrix}^T, \quad (2.3)$$

e $\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ é o vetor de parâmetros, dado por

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} a_1 & \cdots & a_p & b_0 & \cdots & b_q \end{bmatrix}^T. \quad (2.4)$$

Se os coeficientes do vetor de parâmetros $\boldsymbol{\theta}$, em (2.4), são desconhecidos, torna-se necessário considerar a utilização de técnicas de identificação de sistemas para que seja possível obter um vetor de parâmetros estimados $\boldsymbol{\theta}_k^*$. Dessa forma, a saída $y_k \in \mathbb{R}$ pode ser expressa por

$$y_k = \boldsymbol{\varphi}_k^T \boldsymbol{\theta}_k^* + \xi_k, \quad (2.5)$$

em que $\xi_k \in \mathbb{R}$ é o erro cometido ao se tentar explicar a saída y_k a partir do vetor de regressores $\boldsymbol{\varphi}_k$ medido e do vetor de parâmetros estimados $\boldsymbol{\theta}_k^*$ (AGUIRRE, 2015).

No controle adaptativo pela abordagem indireta, os coeficientes associados à dinâmica do processo a ser controlado são desconhecidos. Dessa forma, torna-se necessária a obtenção do vetor de parâmetros estimados $\boldsymbol{\theta}_k^*$, para que o esquema de adaptação possa ser implementado. A partir disso, dois métodos de estimação de parâmetros em tempo real são apresentados a seguir.

2.2.1 Identificação por Estimador Recursivo de Mínimos Quadrados

Segundo Aguirre (2015, p. 340), o estimador Recursivo de Mínimos Quadrados (RMQ) é dado por

$$\begin{cases} \boldsymbol{\kappa}_k = \frac{P_{k-1} \boldsymbol{\varphi}_k}{\boldsymbol{\varphi}_k^T P_{k-1} \boldsymbol{\varphi}_k + 1}; \\ \boldsymbol{\theta}_k^* = \boldsymbol{\theta}_{k-1}^* + \boldsymbol{\kappa}_k (y_k - \boldsymbol{\varphi}_k^T \boldsymbol{\theta}_{k-1}^*); \\ P_k = P_{k-1} - \boldsymbol{\kappa}_k \boldsymbol{\varphi}_k^T P_{k-1}, \end{cases} \quad (2.6)$$

em que $\boldsymbol{\kappa} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ é o ganho de Kalman e $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ é a matriz de covariância. Os subíndices k e $k - 1$ indicam os valores atuais e anteriores das variáveis em questão, associadas ao processo recursivo do estimador RMQ.

Devido à estrutura do estimador RMQ, exige-se que a matriz de covariância P seja sempre inversível. Uma forma simples de satisfazer essa restrição, ao longo de todo o processo iterativo, é escolher uma matriz definida positiva qualquer para a matriz de covariância P inicial.

Considerando-se que os parâmetros de um determinado sistema podem ser variantes no tempo, torna-se necessário a utilização de um fator de esquecimento λ , para aumentar o peso das observações mais recentes durante a estimação dos parâmetros. Dessa forma, quando um determinado sistema apresenta parâmetros variantes no tempo, utilizar apenas o estimador RMQ em (2.6) não é suficiente, uma vez que (2.6) não pondera de maneira diferenciada as observações atuais e passadas.

Segundo Aguirre (2015, p. 344), a modificação de (2.6) que inclui o fator de esquecimento λ é

$$\begin{cases} \boldsymbol{\kappa}_k = \frac{P_{k-1}\boldsymbol{\varphi}_k}{\boldsymbol{\varphi}_k^T P_{k-1} \boldsymbol{\varphi}_k + \lambda}; \\ \boldsymbol{\theta}_k^* = \boldsymbol{\theta}_{k-1}^* + \boldsymbol{\kappa}_k (y_k - \boldsymbol{\varphi}_k^T \boldsymbol{\theta}_{k-1}^*); \\ P_k = \frac{1}{\lambda} \left(P_{k-1} - \frac{P_{k-1}\boldsymbol{\varphi}_k \boldsymbol{\varphi}_k^T P_{k-1}}{\boldsymbol{\varphi}_k^T P_{k-1} \boldsymbol{\varphi}_k + \lambda} \right), \end{cases} \quad (2.7)$$

que é o estimador Recursivo de Mínimos Quadrados com fator de esquecimento (RMQ $_{\lambda}$).

Se o fator de esquecimento λ no estimador RMQ $_{\lambda}$ é unitário, então (2.7) se iguala a (2.6). Em contrapartida, quanto menor é o valor do fator de esquecimento λ , menor é o peso das observações passadas na estimação dos parâmetros.

2.2.2 Identificação por Algoritmo de Projeção Normalizado

Segundo Åström e Wittenmark (2008, p. 54), o estimador por Algoritmo de Projeção Normalizado (APN), também conhecido como algoritmo de projeção de Kaczmarz, é dado por

$$\boldsymbol{\theta}_k^* = \boldsymbol{\theta}_{k-1}^* + \frac{\gamma \boldsymbol{\varphi}_k}{\beta + \boldsymbol{\varphi}_k^T \boldsymbol{\varphi}_k} (y_k - \boldsymbol{\varphi}_k^T \boldsymbol{\theta}_{k-1}^*), \quad (2.8)$$

em que $\beta \geq 0$ é um multiplicador Lagrangiano e $0 < \gamma < 2$ é o passo do ajuste dos parâmetros. Os subíndices k e $k - 1$ indicam os valores atuais e anteriores das variáveis em questão, associadas ao processo recursivo do estimador APN.

O estimador RMQ $_{\lambda}$, apresentado em (2.7), contém dois estados que precisam ser atualizados em cada iteração, a matriz de covariância P e o vetor de parâmetros estimados $\boldsymbol{\theta}^*$. Quando o número de parâmetros n torna-se suficientemente grande, a atualização da matriz de covariância P passa a contribuir com o maior esforço computacional, o que

torna a utilização do estimador RMQ_λ inviável, principalmente em situações em que a complexidade computacional precisa ser minimizada. Uma alternativa a ser considerada é a aplicação do estimador APN, apresentado em (2.8), que não requer a atualização da matriz de covariância P , ao custo de uma convergência mais demorada (ÅSTRÖM; WITTENMARK, 2008; AGUIRRE, 2015).

2.3 Método da Alocação de Polos

2.3.1 Considerações Gerais

De acordo com Åström e Wittenmark (2008), para o esquema de adaptação segundo o método da alocação de polos, assume-se que o processo é descrito por um sistema com uma única entrada e uma única saída, denominado sistema do tipo SISO (do inglês, *Single-Input Single-Output*). A relação entre a entrada e a saída do sistema pode ser representada conforme

$$A(z)Y(z) = B(z)U(z). \quad (2.9)$$

Dessa forma, escreve-se

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{B(z)}{A(z)} = G(z), \quad (2.10)$$

em que $G(z)$ é a função de transferência pulsada do processo, composta pelos polinômios $B(z)$ e $A(z)$ do numerador e do denominador, respectivamente. Adicionalmente, assume-se que o polinômio $A(z)$ é mônico (ou seja, o coeficiente associado ao termo de maior grau em $A(z)$ é unitário) e que $\deg\{B(z)\} < \deg\{A(z)\}$.

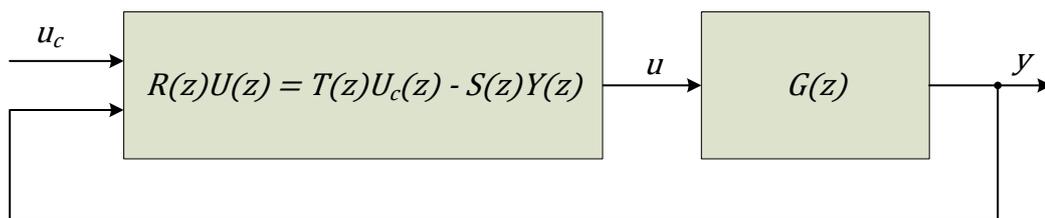
Um controlador linear genérico pode ser descrito como

$$R(z)U(z) = T(z)U_c(z) - S(z)Y(z), \quad (2.11)$$

em que $R(z)$, $S(z)$ e $T(z)$ são polinômios, com $R(z)$ mônico.

Utilizando-se o controlador linear em (2.11) para o controle do processo $G(z)$, a representação em diagrama de blocos do sistema em malha fechada é conforme mostrado na Figura 3.

Figura 3 – Diagrama de blocos do sistema em malha fechada.



Fonte: Adaptado de Åström e Wittenmark (2008).

2.3.2 Equações do Sistema em Malha Fechada

Isolando-se $U(z)$ em (2.11)

$$U(z) = \frac{T(z)}{R(z)}U_c(z) - \frac{S(z)}{R(z)}Y(z). \quad (2.12)$$

Substituindo-se (2.12) em (2.9) e isolando-se $Y(z)$

$$\begin{aligned} A(z)Y(z) &= B(z) \left[\frac{T(z)}{R(z)}U_c(z) - \frac{S(z)}{R(z)}Y(z) \right], \\ Y(z) &= \frac{B(z)T(z)}{A(z)R(z)}U_c(z) - \frac{B(z)S(z)}{A(z)R(z)}Y(z), \\ Y(z) \left[\frac{A(z)R(z) + B(z)S(z)}{A(z)R(z)} \right] &= \frac{B(z)T(z)}{A(z)R(z)}U_c(z), \end{aligned}$$

logo

$$Y(z) = \frac{B(z)T(z)}{A(z)R(z) + B(z)S(z)}U_c(z). \quad (2.13)$$

Aplicando-se (2.13) em (2.12),

$$\begin{aligned} U(z) &= \frac{T(z)}{R(z)}U_c(z) - \frac{S(z)}{R(z)} \left[\frac{B(z)T(z)}{A(z)R(z) + B(z)S(z)}U_c(z) \right], \\ &= \left[\frac{T(z)}{R(z)} - \frac{B(z)S(z)T(z)}{A(z)R^2(z) + R(z)B(z)S(z)} \right] U_c(z), \\ &= \frac{T(z) [A(z)R(z) + B(z)S(z)] - B(z)S(z)T(z)}{R(z) [A(z)R(z) + B(z)S(z)]} U_c(z), \\ &= \frac{A(z)T(z)R(z) + B(z)S(z)T(z) - B(z)S(z)T(z)}{R(z) [A(z)R(z) + B(z)S(z)]} U_c(z), \end{aligned}$$

logo

$$U(z) = \frac{A(z)T(z)}{A(z)R(z) + B(z)S(z)}U_c(z). \quad (2.14)$$

Portanto, o comportamento do sistema controlado em malha fechada é regido por

$$\begin{aligned} Y(z) &= \frac{B(z)T(z)}{A(z)R(z) + B(z)S(z)}U_c(z), \\ U(z) &= \frac{A(z)T(z)}{A(z)R(z) + B(z)S(z)}U_c(z). \end{aligned} \quad (2.15)$$

O polinômio característico (polinômio associado à equação característica do sistema em malha fechada) é, então,

$$A(z)R(z) + B(z)S(z) = A_c(z). \quad (2.16)$$

A equação em (2.16) é conhecida como a equação de Diofanto (ÅSTRÖM; WIT-TENMARK, 2008).

É importante salientar que a ideia chave do método da alocação de polos consiste em se determinar um polinômio característico $A_c(z)$, de modo a se obter uma equação característica desejada para o sistema em malha fechada. Os polinômios $R(z)$ e $S(z)$, do controlador em (2.11), podem, então, ser facilmente encontrados por meio da solução da equação de Diofanto em (2.16).

2.3.3 Seguidor de Modelo

Por meio da solução da equação de Diofanto, os polinômios $R(z)$ e $S(z)$ são encontrados, de modo a garantir um polinômio característico desejado $A_c(z)$. Entretanto, torna-se necessário especificar parâmetros de projeto para se obter uma solução para o polinômio $T(z)$ do controlador em (2.11).

Considerando-se que um determinado sistema, com função de transferência pulsada $G_m(z)$, fornece uma saída desejada y_m ao sinal de referência u_c , tem-se

$$G_m(z) = \frac{B_m(z)}{A_m(z)} = \frac{Y_m(z)}{U_c(z)}, \quad (2.17)$$

em que $A_m(z)$ é um polinômio mônico.

A saída desejada é, então,

$$Y_m(z) = \frac{B_m(z)}{A_m(z)} U_c(z). \quad (2.18)$$

Igualando-se a saída desejada em (2.18) com a saída do sistema em malha fechada em (2.13), tem-se

$$\begin{aligned} \frac{B_m(z)}{A_m(z)} U_c(z) &= \frac{B(z)T(z)}{A(z)R(z) + B(z)S(z)} U_c(z), \\ \frac{B(z)T(z)}{A_c(z)} &= \frac{B_m(z)}{A_m(z)}, \end{aligned} \quad (2.19)$$

logo

$$T(z) = \frac{B_m(z)A_c(z)}{A_m(z)B(z)}. \quad (2.20)$$

Em (2.19), nota-se que a parcela $B(z)T(z)$ deve apresentar fatores em comum com o polinômio característico $A_c(z)$, de modo a tornar a equação coerente. Se o polinômio $B(z)$ for fatorado conforme

$$B(z) = B^+(z)B^-(z), \quad (2.21)$$

em que $B^+(z)$ é um polinômio mônico com zeros estáveis (podem ser cancelados pelo controlador) e $B^-(z)$ é um polinômio com zeros instáveis (não podem ser cancelados pelo controlador), escolhe-se um polinômio característico $A_c(z)$ conforme

$$A_c(z) = A_0(z)A_m(z)B^+(z), \quad (2.22)$$

de modo a cancelar os fatores $A_m(z)$ e $B^+(z)$. O polinômio $A_0(z)$ é um polinômio observador mônico (ÅSTRÖM; WITTENMARK, 2008).

Segue então que $B^-(z)$ precisa ser um fator de $B_m(z)$, logo

$$B_m(z) = B^-(z)B'_m(z). \quad (2.23)$$

Aplicando-se (2.21), (2.22) e (2.23) em (2.20), obtém-se, para o polinômio $T(z)$,

$$T(z) = A_0(z)B'_m(z). \quad (2.24)$$

Como $B^+(z)$ é fator tanto de $B(z)$ quanto de $A_c(z)$, segue de (2.16) que $B^+(z)$ também é fator de $R(z)$. Logo, tem-se que

$$R(z) = R'(z)B^+(z), \quad (2.25)$$

em que $R'(z)$ é um polinômio mônico.

A equação de Diofanto em (2.16) se torna

$$A(z)R'(z) + B^-(z)S(z) = A'_c(z), \quad (2.26)$$

em que

$$A'_c(z) = A_0(z)A_m(z). \quad (2.27)$$

Portanto, ao se realizar o procedimento em (2.19), obtém-se a condição de seguidor de modelo imposta pelas equações (2.24), (2.25) e (2.26). Sendo assim, a resposta do sistema em malha fechada ao sinal de referência u_c passa a ser descrita conforme o modelo em (2.17), o que caracteriza o esquema de adaptação segundo o método da alocação de polos (ÅSTRÖM; WITTENMARK, 2008).

2.3.4 Condições para a Implementação

Segundo Åström e Wittenmark (2008), é necessário que haja compatibilidade polinomial entre a dinâmica do processo a ser controlado pelo alocador de polos e os parâmetros especificados. Essa compatibilidade é atendida quando

$$\begin{aligned} \deg\{A_m(z)\} &= \deg\{A(z)\}, \\ \deg\{B_m(z)\} &= \deg\{B(z)\}, \\ \deg\{A_0(z)\} &= \deg\{A(z)\} - \deg\{B^+(z)\} - 1, \\ B_m(z) &= B^-(z)B'_m(z) \end{aligned} \quad (2.28)$$

Portanto, diz-se que as equivalências em (2.28) são as condições de compatibilidade para a implementação do alocador de polos.

A equação de Diofanto admite várias soluções. Entretanto, é natural escolher a que fornece o menor grau possível. Adicionalmente, é razoável que não haja atrasos extras no controlador. Portanto, requer-se que

$$\deg\{R(z)\} = \deg\{S(z)\} = \deg\{T(z)\} < \deg\{A(z)\}. \quad (2.29)$$

Quando a condição em (2.29) é estabelecida, obtém-se a solução de grau mínimo para o método da alocação de polos (ÅSTRÖM; WITTENMARK, 2008).

2.3.5 Solução da Equação de Diofanto

Como foi observado na Seção 2.3.3, os polinômios $R'(z)$ e $S(z)$, da equação de Diofanto em (2.26), podem ser encontrados. Para isso, introduzem-se polinômios com coeficientes constantes na equação de Diofanto e resolve-se o sistema de equações lineares resultante da equivalência polinomial. É importante destacar que a equação de Diofanto sempre apresenta solução se os polinômios $A(z)$ e $B(z)$ não apresentam fatores em comum. Além disso, se esses polinômios possuem fatores relativamente próximos, a solução pode ser mal condicionada (ÅSTRÖM; WITTENMARK, 2008).

Representando-se os polinômios $A(z)$, $B(z)$, $R'(z)$, $S(z)$ e $A'_c(z)$ em termos de seus coeficientes constantes, tem-se

$$\begin{cases} A(z) = z^p + a_1 z^{p-1} + \dots + a_p; \\ B(z) = b_0 z^q + b_1 z^{q-1} + \dots + b_q; \\ R'(z) = z^l + r_1 z^{l-1} + \dots + r_l; \\ S(z) = s_0 z^m + s_1 z^{m-1} + \dots + s_m; \\ A'_c(z) = z^{l+m+1} + a_{c1} z^{l+m} + \dots + a_{c(l+m+1)}, \end{cases} \quad (2.30)$$

em que, para atender as condições impostas na Seção 2.3.4, tem-se $q < p$ e $l \leq m < p$.

Aplicando-se (2.30) em (2.26) e igualando-se os coeficientes dos termos de mesmo grau, é possível obter o sistema de equações lineares

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & b_0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_1 & 1 & 0 & \ddots & \vdots & b_1 & b_0 & 0 & \ddots & \vdots \\ a_2 & a_1 & 1 & \ddots & \vdots & b_2 & b_1 & b_0 & \ddots & \vdots \\ a_3 & a_2 & a_1 & \ddots & 0 & b_3 & b_2 & b_1 & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 1 & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & b_0 \\ a_p & \vdots & \vdots & \ddots & a_1 & b_q & \vdots & \vdots & \ddots & b_1 \\ 0 & a_p & \vdots & \ddots & \vdots & 0 & b_q & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & a_p & \ddots & \vdots & 0 & 0 & b_q & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & a_p & 0 & 0 & \dots & 0 & b_q \end{bmatrix}}_{\substack{l \text{ colunas} \\ m+1 \text{ colunas}}} \begin{bmatrix} r_1 \\ \vdots \\ r_l \\ s_0 \\ \vdots \\ s_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{c1} - a_1 \\ \vdots \\ a_{cp} - a_p \\ a_{c(p+1)} \\ \vdots \\ a_{c(l+m+1)} \end{bmatrix}, \quad (2.31)$$

cuja solução pode ser determinada por qualquer método de solução de sistemas lineares disponível (ÅSTRÖM; WITTENMARK, 2008, p. 464).

2.3.6 Algoritmo para a Implementação de um Alocador de Polos

Por meio do desenvolvimento apresentado na Seção 2.3.3, considerando-se as condições que devem ser asseguradas para a implementação do alocador de polos, mencionadas na Seção 2.3.4, e o método de solução da equação de Diofanto, discutido na Seção 2.3.5, propõe-se um algoritmo que descreve a sequência de passos a serem realizados ao se implementar um alocador de polos.

Passo 1

Especifica-se a função de transferência pulsada $G(z)$ do processo a ser controlado, com os polinômios $A(z)$ e $B(z)$ em termos dos seus coeficientes e $\deg\{B(z)\} < \deg\{A(z)\}$.

Passo 2

De forma algébrica, fatora-se o polinômio $B(z)$ conforme (2.21).

Passo 3

Especificam-se os polinômios $A_0(z)$, $A_m(z)$ e $B_m(z)$ em termos dos seus coeficientes, de modo a satisfazer (2.28). Para se garantir que o polinômio característico seja mônico, consideram-se os polinômios $A_0(z)$ e $A_m(z)$ como sendo mônicos.

Passo 4

Obtém-se o polinômio característico $A'_c(z)$, conforme (2.27), e representam-se os polinômios $R'(z)$ e $S(z)$ em termos dos seus coeficientes, de modo a satisfazer (2.29). Para o polinômio $R'(z)$, considera-se (2.25).

Passo 5

De forma algébrica, encontra-se a solução para os coeficientes dos polinômios $R'(z)$ e $S(z)$ conforme a equação de Diofanto em (2.26). Para a solução, considera-se o equacionamento apresentado em (2.31).

Passo 6

De forma algébrica, obtêm-se os polinômios $R(z)$ e $T(z)$, conforme (2.25) e (2.24), respectivamente.

Passo 7

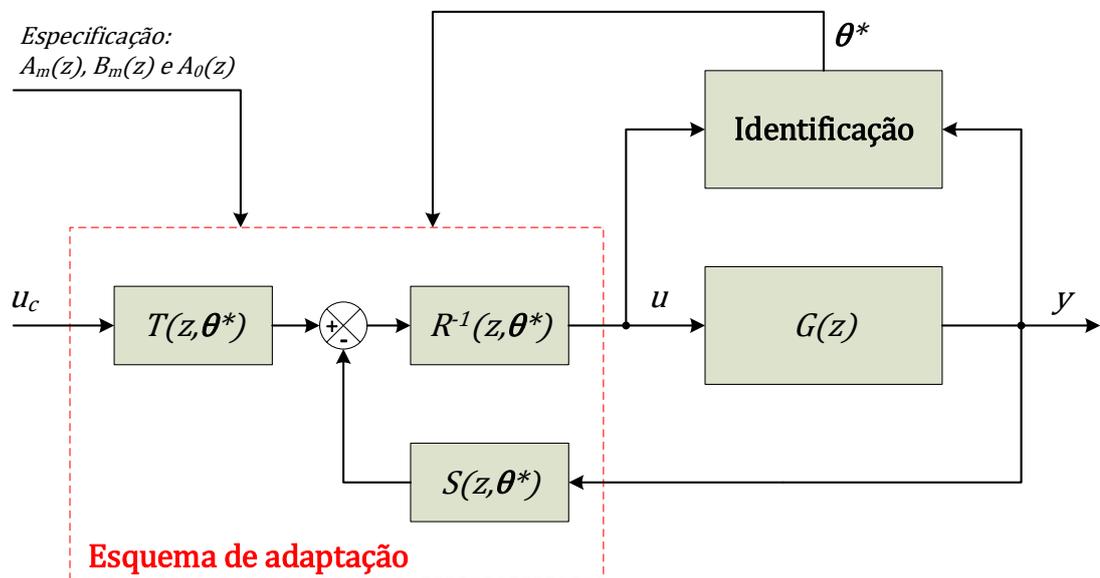
Com os polinômios $R(z)$, $S(z)$ e $T(z)$ encontrados, obtém-se uma equação de diferenças para $u[k]$ com (2.11), de modo a se ter uma lei de controle recursiva que pode ser utilizada de forma iterativa em um procedimento computacional. ■

Com a obtenção da equação de diferenças para $u[k]$, o STR com alocação de polos, designado neste trabalho por STR_{PP} , pode ser implementado computacionalmente por meio de uma função recursiva. Os parâmetros de entrada a serem fornecidos ao STR_{PP} são, portanto, os coeficientes estimados dos polinômios $A(z)$ e $B(z)$, em conjunto com as amostras atuais e passadas necessárias do sinal de referência u_c , do sinal de saída y e da ação de controle u . Para a estimação dos coeficientes dos polinômios $A(z)$ e $B(z)$, podem

ser utilizados tanto o estimador RMQ_λ , em (2.7), quanto o estimador APN, em (2.8).

A Figura 4 evidencia o diagrama de blocos para o STR com o esquema de adaptação segundo o método da alocação de polos. Os coeficientes dos polinômios $A(z)$ e $B(z)$, representados por θ^* , são estimados pelo bloco de identificação do processo $G(z)$. Em seguida, os polinômios $R(z)$, $S(z)$ e $T(z)$ são atualizados conforme os valores assumidos pelos coeficientes em θ^* . Ao se variar a dinâmica do processo $G(z)$, o alocador de polos age no sentido de preservar a reposta do sistema em malha fechada ao sinal de referência u_c , condicionada pelos parâmetros de projeto $A_0(z)$, $A_m(z)$ e $B_m(z)$ especificados.

Figura 4 – Diagrama de blocos do STR com o esquema de adaptação segundo o método da alocação de polos.



Fonte: Do autor.

3 Metodologia

3.1 Introdução

Em um sistema de rastreamento solar, o maior interesse reside em se posicionar o painel coletor de forma a maximizar a incidência solar sobre sua superfície. Isso pode ser feito por meio do controle dos sinais elétricos que são enviados para os motores dos mecanismos de posicionamento azimutal e de elevação dos painéis (HAMMAD et al., 2014). Supondo que tais mecanismos são compostos por dois motores de corrente contínua com excitação independente, em que cada um é associado ao posicionamento de um dos graus de liberdade do sistema de rastreamento solar, faz-se necessário conhecer a representação matemática dos seus comportamentos dinâmicos, de modo a viabilizar a aplicação do algoritmo da Seção 2.3.6.

Sendo assim, neste capítulo a análise da dinâmica de um motor de corrente contínua com excitação independente é apresentada. Em seguida, a forma genérica do modelo é utilizada de modo a facilitar a obtenção de duas leis de controle adaptativo para o STR_{PP}. Portanto, são apresentados dois procedimentos de projeto que simplificam a construção algébrica durante a aplicação do algoritmo da Seção 2.3.6.

3.2 Análise da Dinâmica de um Motor de Corrente Contínua com Excitação Independente

3.2.1 Levantamento do Modelo Dinâmico

Segundo Rashid (2014), a armadura de um motor de corrente contínua com excitação independente é caracterizada por meio da resistência do circuito de armadura R_a [Ω] e da indutância do circuito de armadura L_a [H], ao passo que o seu campo é caracterizado por meio da resistência do circuito de campo R_f [Ω] e da indutância do circuito de campo L_f [H]. Sendo assim, para se realizar o levantamento de um modelo dinâmico genérico de um motor de corrente contínua com excitação independente, é suficiente considerar apenas o circuito equivalente associado. No caso da aplicação em um sistema de rastreamento solar, é usual limitar a análise para a condição de campo fixo, que implica manter constantes a tensão de campo $v_f(t)$ [V] e a corrente de campo $i_f(t)$ [A].

Ao se submeter os terminais do motor a uma tensão $v_a(t)$ [V], uma corrente elétrica $i_a(t)$ [A] é estabelecida no enrolamento de armadura da máquina, promovendo a indução de uma tensão contraeletromotriz $e(t)$ [V] na armadura. Considerando-se que existe uma carga com momento de inércia J [$Kg \cdot m^2$] acoplada ao eixo do motor, essa passa a

rotacionar com uma velocidade angular $\dot{\theta}(t)$ [rad/s], na presença de um atrito viscoso $b\dot{\theta}(t)$ [N · m], em que b [N · m/rad/s] é o coeficiente do atrito viscoso, desenvolvendo um torque $T(t)$ [N · m].

A representação do circuito equivalente de um motor de corrente contínua com excitação independente é mostrada na Figura 5. Por conveniência, sempre que os termos motor de corrente contínua e motor forem utilizados, eles indicam um motor de corrente contínua com excitação independente.

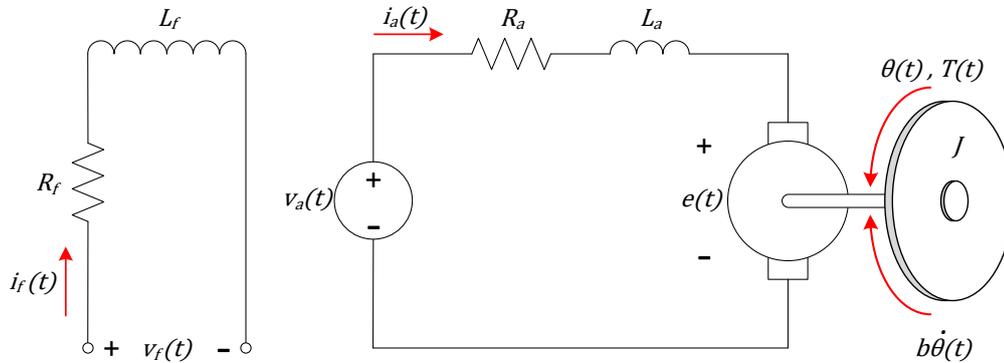
Aplicando-se a lei de Kirchhoff das tensões no circuito de armadura do motor, tem-se

$$v_a(t) = R_a i_a(t) + L_a \dot{i}_a(t) + e(t). \quad (3.1)$$

A tensão contraeletromotriz $e(t)$ é conhecida como tensão da velocidade, e depende diretamente da velocidade angular $\dot{\theta}(t)$. Por meio da constante de proporcionalidade elétrica K_e [V/rad/s], tem-se que

$$e(t) = K_e \dot{\theta}(t). \quad (3.2)$$

Figura 5 – Circuito equivalente de um motor de corrente contínua com excitação independente.



Fonte: Adaptado de Rashid (2014).

Logo, a equação em (3.1) torna-se

$$L_a \dot{i}_a(t) + R_a i_a(t) = v_a(t) - K_e \dot{\theta}(t), \quad (3.3)$$

que é a equação da corrente instantânea da armadura.

O torque desenvolvido pelo motor $T(t)$ é proporcional à corrente de armadura $i_a(t)$, e é igual ao torque de carga. Por meio da constante de proporcionalidade elétrica K_m [N · m/A], tem-se

$$T(t) = K_m i_a(t). \quad (3.4)$$

Portanto,

$$J\ddot{\theta}(t) + b\dot{\theta}(t) = K_m i_a(t). \quad (3.5)$$

É importante salientar que tanto a tensão contraeletromotriz $e(t)$ quanto o torque desenvolvido pelo motor $T(t)$, além de dependerem diretamente da velocidade angular $\dot{\theta}(t)$ e da corrente de armadura $i_a(t)$, respectivamente, dependem diretamente também da corrente de campo $i_f(t)$. Entretanto, como o levantamento do modelo está sendo restringido à condição de campo fixo, o seu valor foi agregado às constantes elétricas de proporcionalidade K_e e K_m .

Por meio da transformada de Laplace, as equações em (3.3) e em (3.5) podem ser representadas conforme

$$(L_a s + R_a) I_a(s) = V_a(s) - K_e s \Theta(s) \quad (3.6)$$

e

$$s (J s + b) \Theta(s) = K_m I_a(s), \quad (3.7)$$

respectivamente.

Aplicando-se (3.7) em (3.6), tem-se

$$(L_a s + R_a) s (J s + b) \frac{\Theta(s)}{K_m} = V_a(s) - K_e s \Theta(s),$$

$$s (L_a s + R_a) (J s + b) \frac{\Theta(s)}{K_m} + K_e s \Theta(s) = V_a(s),$$

$$s \left[\frac{(L_a s + R_a) (J s + b)}{K_m} + K_e \right] \Theta(s) = V_a(s),$$

$$\frac{\Theta(s)}{V_a(s)} = \frac{1}{s \left[\frac{(L_a s + R_a) (J s + b)}{K_m} + K_e \right]}.$$

Portanto, a função de transferência $G_m(s)$ da posição $\Theta(s)$ pela tensão aplicada $V_a(s)$ é dada por

$$G_m(s) = \frac{K_m}{s [(L_a s + R_a) (J s + b) + K_m K_e]}. \quad (3.8)$$

Segundo Nise (2012), pode-se admitir que a indutância do circuito de armadura L_a é muito menor do que a resistência do circuito de armadura R_a , o que é usual para motores de corrente contínua. Com isso, torna-se possível simplificar o modelo em (3.8), que é de terceira ordem, para um modelo de segunda ordem. Dessa forma, tem-se

$$G_m(s) = \frac{K_m}{s (R_a J s + R_a b + K_m K_e)},$$

ou ainda,

$$G_m(s) = \frac{\left(\frac{K_m}{R_a J} \right)}{s \left[s + \frac{1}{J} \left(b + \frac{K_m K_e}{R_a} \right) \right]}. \quad (3.9)$$

Analisando-se o modelo em (3.9), destaca-se que os parâmetros b e J são de natureza mecânica e, portanto, são intrínsecos à carga acoplada ao eixo do motor. Em contrapartida, os parâmetros K_m , K_e e R_a são de natureza elétrica e dependem das características do motor a ser modelado (NISE, 2012).

Substituindo-se (3.2) e (3.4) em (3.1), desprezando-se a indutância do circuito de armadura L_a ,

$$v_a(t) = \frac{R_a}{K_m} T(t) + K_e \dot{\theta}(t). \quad (3.10)$$

Na condição de operação do motor em regime permanente, o relacionamento funcional baseado no tempo da equação em (3.10) pode ser desconsiderado. Com isso, aplicando-se uma tensão de entrada v_a constante, $T(t) = T$ e $\dot{\theta}(t) = \omega$.

De (3.10), tem-se

$$v_a = \frac{R_a}{K_m} T + K_e \omega, \quad (3.11)$$

ou ainda,

$$T(\omega) = -\frac{K_e K_m}{R_a} \omega + \frac{K_m}{R_a} v_a. \quad (3.12)$$

A função em (3.12) representa uma linha reta do torque versus a velocidade angular, chamada de curva torque-velocidade, e pode ser obtida por meio de um ensaio convencional, em que um dinamômetro mede o torque e a velocidade desenvolvidos pelo motor sob a condição de uma tensão constante aplicada nos terminais da máquina.

No momento em que $\omega = 0 \text{ rad/s}$, tem-se a condição de rotor bloqueado. De (3.12),

$$T(0) = T_{\text{bloqueado}} = \frac{K_m}{R_a} v_a. \quad (3.13)$$

Quando o torque é nulo, ou seja, $T(\omega) = 0 \text{ N} \cdot \text{m}$, a velocidade angular desenvolvida pelo motor é chamada de velocidade em vazio, ω_{vazio} . De (3.12),

$$0 = -\frac{K_e K_m}{R_a} \omega_{\text{vazio}} + \frac{K_m}{R_a} v_a, \quad (3.14)$$

$$\omega_{\text{vazio}} = \frac{v_a}{K_e}.$$

Por fim, com os resultados em (3.13) e em (3.14), os parâmetros elétricos do modelo em (3.9) podem ser determinados conforme

$$\frac{K_m}{R_a} = \frac{T_{\text{bloqueado}}}{v_a} \quad (3.15)$$

e

$$K_e = \frac{v_a}{\omega_{\text{vazio}}}. \quad (3.16)$$

É importante salientar que, em aspectos práticos, o motor de corrente contínua é controlado por meio de uma interface de acionamento de ganho K_1 , que realiza a tradução da ação de controle em tensão de alimentação da máquina. Além disso, o maior interesse

em técnicas de controle de posição reside em se considerar o eixo da carga, ao invés do eixo do motor, que, na maioria das aplicações, vem associado a uma caixa de engrenagens de ganho K_2 (DORF; BISHOP, 2001).

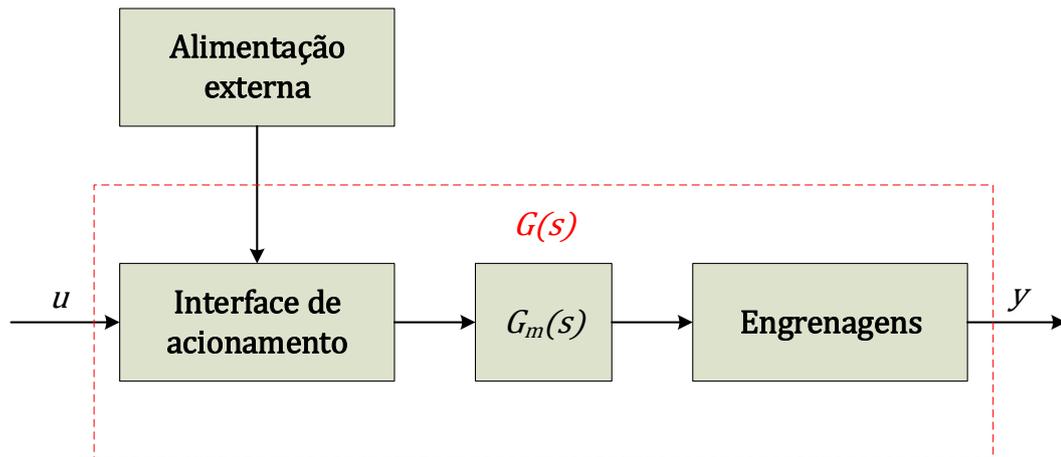
A Figura 6 mostra a associação da interface de acionamento e da caixa de engrenagens com a dinâmica expressa por $G_m(s)$.

Com a incorporação dos ganhos K_1 e K_2 no modelo $G_m(s)$, em (3.9), obtém-se

$$G(s) = \frac{K_1 \left(\frac{K_m}{R_a J} \right) K_2}{s \left[s + \frac{1}{J} \left(b + \frac{K_m K_e}{R_a} \right) \right]}, \quad (3.17)$$

que é uma função de transferência da posição do eixo de carga $Y(s)$ pela ação de controle $U(s)$.

Figura 6 – Diagrama de blocos para a função de transferência $G(s)$ do processo.



Fonte: Adaptado de Dorf e Bishop (2001).

3.2.2 Considerações para o Sistema de Rastreamento Solar

Em termos de simulação computacional, considera-se a situação ideal em que os motores de corrente contínua dos mecanismos de posicionamento azimutal e de elevação apresentam os mesmos modelos dinâmicos. Apesar de em situações práticas esses modelos serem passíveis de manifestar um comportamento dinâmico significativamente distinto, uma consideração ideal implica que a estrutura do painel coletor é montada de tal forma que ambos os motores são idênticos e estão submetidos à mesma carga e à mesma ação de atrito viscoso.

Em um sistema de rastreamento solar hipotético, supõe-se que um determinado painel coletor promova, inicialmente, um momento de inércia $J = 12 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$, com um amortecimento total $b = 4 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{rad}/\text{s}$, nas armaduras dos motores, que são alimentados

por uma interface de acionamento com $K_1 = 100$ e têm seus eixos conectados a uma caixa de engrenagens com $K_2 = 0.1$. Em um segundo instante, supõe-se também que, devido a uma modificação estrutural realizada no painel coletor, por motivos de manutenção, ocorre um acréscimo de carga no eixo dos motores de tal forma que $J = 20 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$ e $b = 5 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{rad}/\text{s}$.

Adicionalmente, considera-se que, em um ensaio realizado nas máquinas, descobriu-se que elas apresentam a curva torque-velocidade da Figura 7, em conformidade com (3.12).

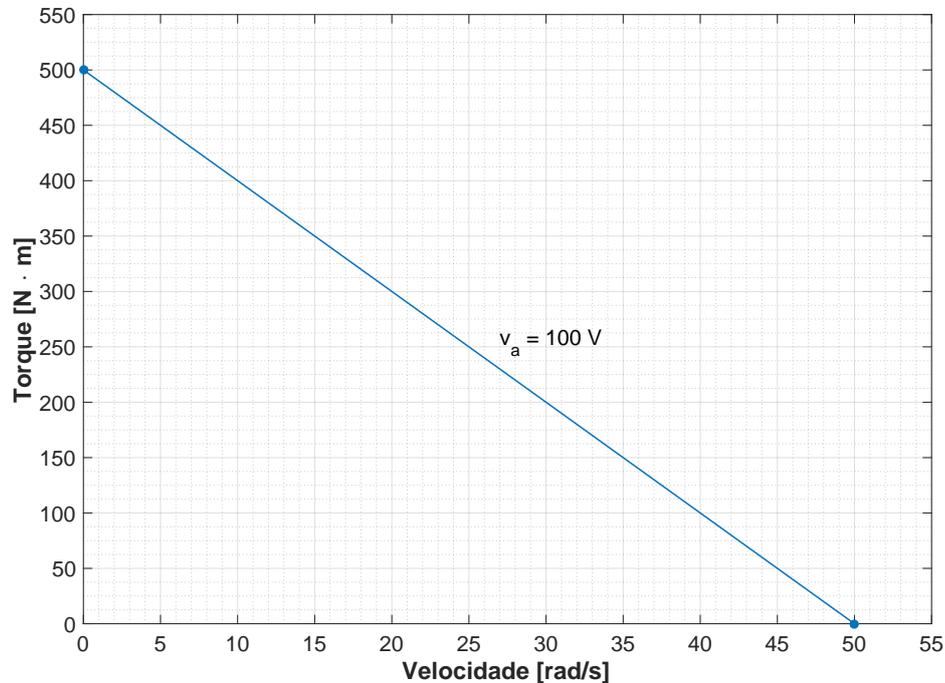
Pela análise da Figura 7, sabe-se que $T_{\text{bloqueado}} = 500 \text{ N} \cdot \text{m}$ e $\omega_{\text{vazio}} = 50 \text{ rad}/\text{s}$, quando uma tensão constante de 100V é mantida nos terminais da máquina. De (3.15) e de (3.16), tem-se, respectivamente,

$$\frac{K_m}{R_a} = \frac{500}{100} = 5 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{A}/\Omega \quad (3.18)$$

e

$$K_e = \frac{100}{50} = 2 \text{ V}/\text{rad}/\text{s}. \quad (3.19)$$

Figura 7 – Curva torque-velocidade do motor de corrente contínua a ser empregado no sistema de rastreamento solar.



Fonte: Adaptado de Nise (2012).

Aplicando-se os resultados em (3.18) e em (3.19), em conjunto com os parâmetros considerados, tem-se, de (3.17),

$$G(s) = \begin{cases} G_1(s) = \frac{4.167}{s(s + 1.167)}, & \text{antes da modificação;} \\ G_2(s) = \frac{2.5}{s(s + 0.75)}, & \text{depois da modificação.} \end{cases} \quad (3.20)$$

que é o modelo de tempo contínuo, variante no tempo, a ser utilizado na representação da dinâmica dos mecanismos de posicionamento azimutal e de elevação do sistema de rastreamento solar.

Como o algoritmo discutido na Seção 4.3 para o STR_{PP} refere-se a uma implementação de tempo discreto, é conveniente considerar a discretização de $G(s)$, de modo a se obter uma função de transferência pulsada $G(z)$. Contudo, torna-se necessário ajustar um tempo de amostragem h para que o processo de discretização por meio de um segurador de ordem zero seja possível de ser realizado.

De acordo com uma diretriz definida em Åström e Wittenmark (1984), uma boa escolha para o tempo de amostragem h , no método da alocação de polos, requer que

$$0.1 \text{ rad} \leq \omega_{\Phi} h \leq 0.6 \text{ rad}, \quad (3.21)$$

em que ω_{Φ} é a frequência natural de oscilação desejada para a operação em malha fechada. Enquanto que, para métodos clássicos de controle, em que é utilizado um compensador $C(s)$ em série com o processo, tem-se

$$0.15 \text{ rad} \leq \omega_{\Phi} h \leq 0.5 \text{ rad}, \quad (3.22)$$

e ω_{Φ} é a frequência na qual a magnitude da resposta em frequência do ganho de malha aberta é 0 dB.

Considerando-se um valor fixo de 1 rad/s para ω_{Φ} , no método da alocação de polos (que é um valor razoável, visto que os modelos $G_1(s)$ e $G_2(s)$, em malha fechada, correspondem às frequências naturais de oscilação de 2.04 rad/s e 1.58 rad/s, respectivamente), o intervalo para o tempo de amostragem torna-se

$$0.1 \text{ s} \leq h \leq 0.6 \text{ s}, \quad (3.23)$$

de maneira que, para $h < 0.1 \text{ s}$, ocorre excesso desnecessário de esforço computacional, e, para $h > 0.6 \text{ s}$, pode ocorrer uma má representação discreta do modelo.

Escolhendo-se $h = 0.5 \text{ s}$, que atende o intervalo em (3.23), o modelo discreto de interesse para o STR_{PP}, obtido por meio de um segurador de ordem zero, é

$$G(z) = \begin{cases} G_1(z) = \frac{0.4328z + 0.3565}{z^2 - 1.558z + 0.558}, & \text{antes da modificação;} \\ G_2(z) = \frac{0.2768z + 0.2443}{z^2 - 1.687z + 0.6873}, & \text{depois da modificação,} \end{cases} \quad (3.24)$$

que apresenta um zero em -0.8237 e polos em 0.5580 e em 1 , para $G_1(z)$, e um zero em -0.8826 e polos em 0.6873 e em 1 , para $G_2(z)$.

3.3 Aplicação do STR_{PP} em um Motor de Corrente Contínua

Quando pretende-se seguir o algoritmo apresentado na Seção 2.3.6 para a implementação de um STR_{PP}, é importante destacar a existência de dois casos muito comuns que podem ser considerados para simplificar os procedimentos de projeto. No primeiro caso, assume-se que todos os zeros do processo são cancelados pelo controlador, ao passo que, no segundo caso, assume-se o contrário, ou seja, nenhum zero do processo é cancelado.

Tendo-se em vista esses dois casos, duas leis de controle adaptativo, para o controle de um motor de corrente contínua, são desenvolvidas a seguir. Entretanto, é importante salientar que apenas o segundo caso, em que nenhum zero do processo é cancelado, será aplicado na implementação do sistema de rastreamento solar. Segundo Åström e Wittenmark (2008), em projetos de controladores com característica de seguidor de modelo, é recomendado que o cancelamento de zeros do processo seja evitado, pois esse procedimento pode ocasionar oscilação na ação de controle.

Como o modelo de interesse é dado por (3.24), em ambos os desenvolvimentos considera-se que o processo é representado, de forma genérica, por

$$G(z) = \frac{b_0z + b_1}{z^2 + a_1z + a_2}. \quad (3.25)$$

3.3.1 Lei de Controle Adaptativo do STR_{PP} com Cancelamento de Zeros

Seguindo-se os passos do algoritmo apresentado na Seção 2.3.6, o projeto do STR_{PP} com cancelamento de zeros é conforme segue.

Passo 1

Do modelo $G(z)$, em (3.25), sabe-se que

$$B(z) = b_0z + b_1, \quad (3.26)$$

$$A(z) = z^2 + a_1z + a_2. \quad (3.27)$$

Com a utilização do modelo $G(z)$, nota-se que a condição $\deg\{B(z)\} < \deg\{A(z)\}$ é atendida, pois os graus dos polinômios $A(z)$ e $B(z)$ são $\deg\{A(z)\} = 2$ e $\deg\{B(z)\} = 1$, respectivamente.

Passo 2

Para se colocar o polinômio $B(z)$ no formato em (2.21), no caso em que todos os zeros do processo são cancelados, faz-se

$$B^+(z) = z + \frac{b_1}{b_0}, \quad (3.28)$$

$$B^-(z) = b_0, \quad (3.29)$$

de modo que $B^+(z)B^-(z) = B(z)$, com $B^+(z)$ mônico.

Passo 3

Para satisfazer (2.28), tem-se $\deg\{A_m(z)\} = 2$, $\deg\{B_m(z)\} = 1$ e $\deg\{A_0(z)\} = 0$. Dessa forma, os parâmetros de projeto $A_0(z)$, $A_m(z)$ e $B_m(z)$ são dados conforme

$$A_0(z) = 1, \quad (3.30)$$

$$A_m(z) = z^2 + a_{m1}z + a_{m2}, \quad (3.31)$$

$$B_m(z) = b_{m0}z. \quad (3.32)$$

Conhecendo-se o formato dos polinômios $B_m(z)$ e $B^-(z)$, de (2.21), obtém-se

$$B'_m(z) = \frac{b_{m0}z}{b_0}. \quad (3.33)$$

Passo 4

De (2.27), segue que

$$A'_c(z) = z^2 + a_{m1}z + a_{m2}. \quad (3.34)$$

Para satisfazer (2.29), tem-se $\deg\{R(z)\} = \deg\{S(z)\} = 1 < \deg\{A(z)\}$. Sendo assim, como $R'(z)$ é um polinômio mônico, segue, de (2.25), que

$$R'(z) = 1, \quad (3.35)$$

uma vez que $\deg\{R(z)\} = 1$ e $\deg\{B^+(z)\} = 1$.

Para o polinômio $S(z)$, tem-se

$$S(z) = s_0z + s_1. \quad (3.36)$$

Passo 5

Pela representação em (2.30), tem-se

$$\begin{cases} A(z) = z^2 + a_1z + a_2; \\ B(z) = b_0z + b_1; \\ R'(z) = 1; \\ S(z) = s_0z + s_1; \\ A'_c(z) = z^2 + a_{m1}z + a_{m2}, \end{cases} \quad (3.37)$$

em que $p = 2$, $q = 1$, $l = 0$ e $m = 1$.

Representando-se (3.37) em termos do sistema de equações lineares em (2.31), tem-se

$$\begin{bmatrix} b_0 & 0 \\ 0 & b_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_0 \\ s_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{m1} - a_1 \\ a_{m2} - a_2 \end{bmatrix}. \quad (3.38)$$

A solução de (3.38) fornece

$$\begin{aligned} s_0 &= \frac{a_{m1} - a_1}{b_0}, \\ s_1 &= \frac{a_{m2} - a_2}{b_0}. \end{aligned} \quad (3.39)$$

Passo 6

Empregando (2.24) e (2.25), os polinômios $R(z)$ e $T(z)$ são

$$\begin{aligned} R(z) &= z + \frac{b_1}{b_0}, \\ T(z) &= \frac{b_{m0}z}{b_0}. \end{aligned} \quad (3.40)$$

Passo 7

Com as representações dos polinômios $R(z)$, $S(z)$ e $T(z)$, obtém-se, de (2.11), a seguinte expressão

$$zU(z) + \frac{b_1}{b_0}U(z) = \frac{b_{m0}}{b_0}zU_c(z) - s_0zY(z) - s_1Y(z). \quad (3.41)$$

Aplicando-se a transformada \mathcal{Z} inversa em (3.41), considerando-se condições iniciais nulas, tem-se

$$u[k+1] = \frac{b_{m0}}{b_0}u_c[k+1] - \frac{b_1}{b_0}u[k] - s_0y[k+1] - s_1y[k]. \quad (3.42)$$

Portanto, ao se aplicar um atraso de tempo de uma amostra em (3.42), o resultado final é dado por

$$u[k] = \frac{b_{m0}}{b_0}u_c[k] - \frac{b_1}{b_0}u[k-1] - s_0y[k] - s_1y[k-1], \quad (3.43)$$

com s_0 e s_1 dados em (3.39). ■

A equação de diferenças em (3.43) é a lei de controle adaptativo para o STR_{PP} com cancelamento de zeros.

3.3.2 Lei de Controle Adaptativo do STR_{PP} sem Cancelamento de Zeros

Seguindo-se os passos do algoritmo apresentado na Seção 2.3.6, o projeto do STR_{PP} sem cancelamento de zeros é conforme segue.

Passo 1

A partir do modelo $G(z)$, em (3.25), sabe-se que

$$B(z) = b_0z + b_1, \quad (3.44)$$

$$A(z) = z^2 + a_1z + a_2. \quad (3.45)$$

Com a utilização do modelo $G(z)$, nota-se que a condição $\text{deg}\{B(z)\} < \text{deg}\{A(z)\}$ é atendida, pois os graus dos polinômios $A(z)$ e $B(z)$ são $\text{deg}\{A(z)\} = 2$ e $\text{deg}\{B(z)\} = 1$, respectivamente.

Passo 2

Para se colocar o polinômio $B(z)$ no formato em (2.21), no caso em que nenhum zero do processo é cancelado, faz-se

$$B^+(z) = 1, \quad (3.46)$$

$$B^-(z) = B(z) = b_0z + b_1, \quad (3.47)$$

de modo que $B^+(z)B^-(z) = B(z)$, com $B^+(z)$ mônico.

Passo 3

Para satisfazer (2.28), tem-se $\deg\{A_m(z)\} = 2$, $\deg\{B_m(z)\} = 1$ e $\deg\{A_0(z)\} = 1$. Dessa forma, os parâmetros de projeto $A_0(z)$, $A_m(z)$ e $B_m(z)$ são dados conforme

$$A_0(z) = z + a_0, \quad (3.48)$$

$$A_m(z) = z^2 + a_{m1}z + a_{m2}, \quad (3.49)$$

$$B_m(z) = b_{m0}z + b_{m1}. \quad (3.50)$$

Conhecendo-se o formato dos polinômios $B_m(z)$ e $B^-(z)$, obtém-se

$$B'_m(z) = \frac{b_{m0}z + b_{m1}}{b_0z + b_1}. \quad (3.51)$$

Como $B'_m(z)$ precisa ser um polinômio, considera-se $B_m(z) = \rho B(z)$, de modo que

$$B'_m(z) = \rho. \quad (3.52)$$

Segundo Åström e Wittenmark (2008), o ganho ρ pode ser ajustado como

$$\rho = \frac{1 + a_{m1} + a_{m2}}{b_0 + b_1}, \quad (3.53)$$

de modo a assumir um papel de normalização.

Passo 4

De (2.27), segue que

$$\begin{aligned} A'_c(z) &= (z + a_0)(z^2 + a_{m1}z + a_{m2}), \\ &= z^3 + (a_{m1} + a_0)z^2 + (a_{m2} + a_{m1}a_0)z + a_{m2}a_0. \end{aligned} \quad (3.54)$$

Para satisfazer (2.29), tem-se $\deg\{R(z)\} = \deg\{S(z)\} = 1 < \deg\{A(z)\}$. Sendo assim, como $R'(z)$ é um polinômio mônico, de (2.25), tem-se

$$R'(z) = R = z + r_1, \quad (3.55)$$

pois $\deg\{R(z)\} = 1$ e $B^+(z) = 1$.

Para o polinômio $S(z)$, tem-se

$$S(z) = s_0z + s_1. \quad (3.56)$$

Passo 5

Pela representação em (2.30), tem-se

$$\begin{cases} A(z) = z^2 + a_1z + a_2; \\ B(z) = b_0z + b_1; \\ R'(z) = z + r_1; \\ S(z) = s_0z + s_1; \\ A'_c(z) = z^3 + (a_{m1} + a_0)z^2 + (a_{m2} + a_{m1}a_0)z + a_{m2}a_0, \end{cases} \quad (3.57)$$

em que $p = 2$, $q = 1$, $l = 1$ e $m = 1$.

Representando-se (3.57) em termos do sistema de equações lineares em (2.31), tem-se

$$\begin{bmatrix} 1 & b_0 & 0 \\ a_1 & b_1 & b_0 \\ a_2 & 0 & b_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ s_0 \\ s_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{m1} + a_0 - a_1 \\ a_{m2} + a_{m1}a_0 - a_2 \\ a_{m2}a_0 \end{bmatrix}. \quad (3.58)$$

A solução de (3.58) fornece

$$\begin{aligned} r_1 &= \frac{a_0a_{m2}b_0^2 + (a_2 - a_{m2} - a_0a_{m1})b_0b_1 + (a_0 + a_{m1} - a_1)b_1^2}{b_1^2 - a_1b_0b_1 + a_2b_0^2}, \\ s_0 &= \frac{b_1(a_0a_{m1} - a_2 - a_{m1}a_1 + a_1^2 + a_{m2} - a_1a_0)}{b_1^2 - a_1b_0b_1 + a_2b_0^2} \\ &\quad + \frac{b_0(a_{m1}a_2 - a_1a_2 - a_0a_{m2} + a_0a_2)}{b_1^2 - a_1b_0b_1 + a_2b_0^2}, \\ s_1 &= \frac{b_1(a_1a_2 - a_{m1}a_2 + a_0a_{m2} - a_0a_2)}{b_1^2 - a_1b_0b_1 + a_2b_0^2} \\ &\quad + \frac{b_0(a_2a_{m2} - a_2^2 - a_0a_{m2}a_1 + a_0a_2a_{m1})}{b_1^2 - a_1b_0b_1 + a_2b_0^2}. \end{aligned} \quad (3.59)$$

Passo 6

Por meio de (2.25) e (2.24), os polinômios $R(z)$ e $T(z)$ são

$$\begin{aligned} R(z) &= z + r_1, \\ T(z) &= \rho(z + a_0). \end{aligned} \quad (3.60)$$

Passo 7

Com as representações dos polinômios $R(z)$, $S(z)$ e $T(z)$, obtém-se, de (2.11), a seguinte expressão

$$zU(z) + r_1U(z) = \rho zU_c(z) + \rho a_0U_c(z) - s_0zY(z) - s_1Y(z). \quad (3.61)$$

Aplicando-se a transformada \mathcal{Z} inversa em (3.61), considerando-se condições iniciais nulas, tem-se

$$u[k+1] = \rho u_c[k+1] + \rho a_0 u_c[k] - r_1 u[k] - s_0 y[k+1] - s_1 y[k]. \quad (3.62)$$

Portanto, ao se aplicar um atraso de tempo de uma amostra em (3.62), o resultado final é dado por

$$u[k] = \rho u_c[k] + \rho a_0 u_c[k-1] - r_1 u[k-1] - s_0 y[k] - s_1 y[k-1], \quad (3.63)$$

com r_1 , s_0 e s_1 dados em (3.59) e ρ especificado conforme (3.53). ■

A equação de diferenças em (3.63) é a lei de controle adaptativo para o STR_{PP} sem cancelamento de zeros.

4 Implementações e Ensaios

4.1 Introdução

Com o objetivo de evidenciar algumas características importantes dos conceitos abordados neste trabalho, uma sequência de ensaios é realizada. Dessa forma, são mostrados os processos de estimação de parâmetros em tempo real dos estimadores RMQ, RMQ_λ e APN, dados em (2.6), em (2.7) e em (2.8), respectivamente, além do comportamento das leis de controle adaptativo desenvolvidas para o STR_{PP} , em (3.43) e em (3.63).

Conforme os resultados são apresentados, as considerações a serem empregadas na simulação do sistema de rastreamento solar são definidas.

4.2 Estimação de Parâmetros em Tempo Real

Considerando-se o sistema linear descrito por

$$H(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{b_0z + b_1}{z^2 - a_1z - a_2}, \quad (4.1)$$

deseja-se verificar o funcionamento dos códigos implementados para os estimadores RMQ, RMQ_λ e APN, devidamente apresentados na Seção 2.2.

Realizando-se a multiplicação cruzada em (4.1) e aplicando-se a transformada \mathcal{Z} inversa, obtém-se a equação de diferenças

$$y[k] = a_1y[k-1] + a_2y[k-2] + b_0u[k-1] + b_1u[k-2]. \quad (4.2)$$

Dessa forma, o vetor de parâmetros $\boldsymbol{\theta}$ do sistema é dado por

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & b_0 & b_1 \end{bmatrix}^T. \quad (4.3)$$

Na iteração k , o vetor de regressores $\boldsymbol{\varphi}$ e o vetor de parâmetros estimados $\boldsymbol{\theta}^*$ são, respectivamente,

$$\boldsymbol{\varphi}_k = \begin{bmatrix} y[k-1] & y[k-2] & u[k-1] & u[k-2] \end{bmatrix}^T \quad (4.4)$$

e

$$\boldsymbol{\theta}_k^* = \begin{bmatrix} a_{1k}^* & a_{2k}^* & b_{0k}^* & b_{1k}^* \end{bmatrix}^T, \quad (4.5)$$

em que, na convergência do método, espera-se que $a_{1k}^* \approx a_1$, $a_{2k}^* \approx a_2$, $b_{0k}^* \approx b_0$ e $b_{1k}^* \approx b_1$, ou melhor, $\boldsymbol{\theta}_k^* \approx \boldsymbol{\theta}$.

Em todas as simulações, consideram-se condições iniciais nulas para as amostras passadas de y e de u , $y[k-1]$, $y[k-2]$, $u[k-1]$ e $u[k-2]$. Além disso, utilizam-se números

pseudoaleatórios normalmente distribuídos, com média zero e desvio padrão unitário, para os valores de $u[k]$, ao passo que os valores de $y[k]$ são calculados conforme $\varphi_k^T \theta + \varepsilon_k$, em que as quantidades ε_k são erros aleatórios obtidos com média zero e baixo desvio padrão. Para ambas as simulações, escolhe-se $1000 \times I$ como matriz de covariância P inicial, sendo I a matriz identidade, que é naturalmente uma matriz definida positiva.

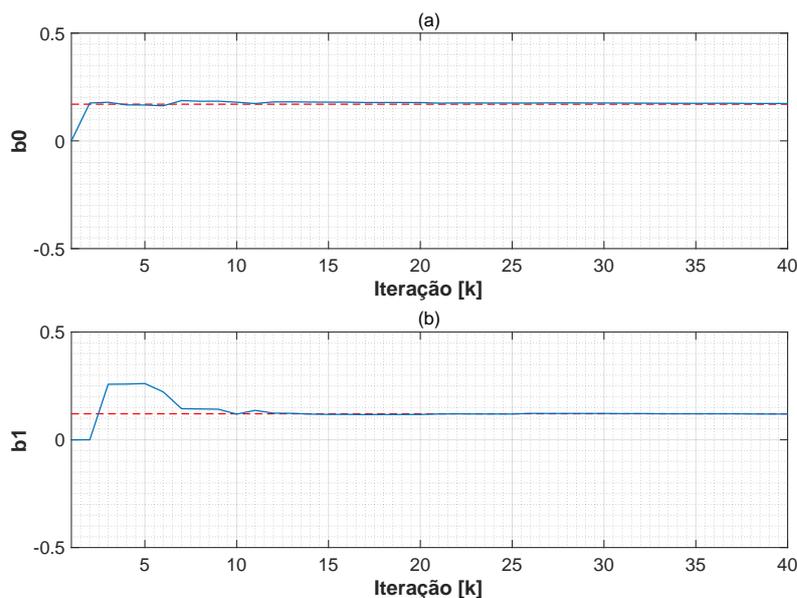
4.2.1 Processo de Identificação por meio do Estimador RMQ

Para a simulação do estimador RMQ, considera-se que o sistema linear em (4.1) é invariante no tempo. Dessa forma, escolhem-se $b_0 = 0.1701$, $b_1 = 0.1208$, $a_1 = 0.7859$ e $a_2 = -0.3679$, de modo que $H(z)$ se torna

$$H(z) = \frac{0.1701z + 0.1208}{z^2 - 0.7859z + 0.3679}. \quad (4.6)$$

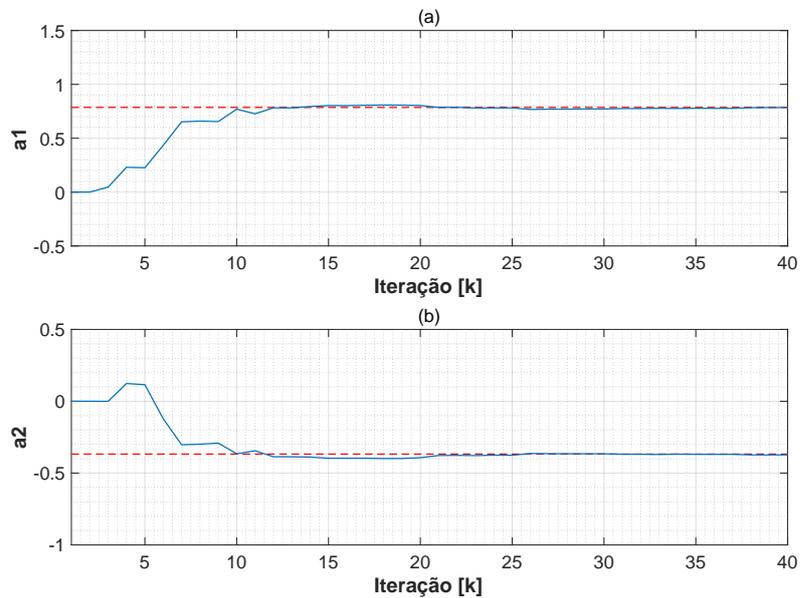
Realizando-se a simulação para 40 iterações, os resultados obtidos para a estimação dos parâmetros são mostrados por meio das figuras 8 e 9. Observa-se que, com poucas iterações, todos os parâmetros estimados convergiram para os parâmetros do modelo em (4.6). Portanto, a condição de convergência do método, $\theta_k^* \approx \theta$, é satisfeita. Esse resultado evidencia a coerência existente entre o código implementado e a definição do estimador RMQ, devidamente apresentada em (2.6).

Figura 8 – Processo de identificação por meio do estimador RMQ: (a) estimação do parâmetro $b_0 = 0.1701$; (b) estimação do parâmetro $b_1 = 0.1208$. A linha azul indica a resposta do estimador RMQ, ao passo que a linha tracejada vermelha indica o valor de referência do parâmetro a ser estimado.



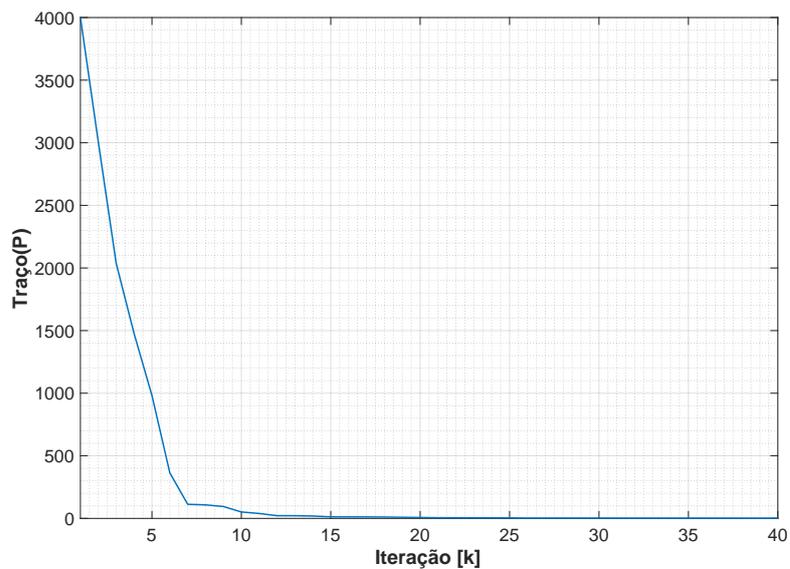
Fonte: Do autor.

Figura 9 – Processo de identificação por meio do estimador RMQ: (a) estimação do parâmetro $a_1 = 0.7859$; (b) estimação do parâmetro $a_2 = -0.3679$. A linha azul indica a resposta do estimador RMQ, ao passo que a linha tracejada vermelha indica o valor de referência do parâmetro a ser estimado.



Fonte: Do autor.

Figura 10 – Comportamento do traço da matriz de covariância P obtido durante o processo de identificação do estimador RMQ.



Fonte: Do autor.

O comportamento do traço da matriz de covariância P obtido durante a realização do ensaio é visto por meio da Figura 10. Como pode ser observado, existe uma baixa

incerteza acerca dos parâmetros estimados, visto que o traço da matriz de covariância P alcança valores suficientemente pequenos.

4.2.2 Processo de Identificação por meio dos Estimadores RMQ_λ e APN

Para a simulação dos estimadores RMQ_λ e APN, considera-se que o sistema linear em (4.1) é variante no tempo. Dessa forma, escolhem-se três casos distintos para a variação dos parâmetros b_0 , b_1 , a_1 e a_2 do sistema $H(z)$. Esses casos são apresentados a seguir.

Caso 1

Intervalo $0 \leq k < 500$, com parâmetros $b_0 = 0.1701$, $b_1 = 0.1208$, $a_1 = 0.7859$ e $a_2 = -0.3679$, cuja representação do sistema $H(z)$ é dada por

$$H(z) = \frac{0.1701z + 0.1208}{z^2 - 0.7859z + 0.3679}. \quad (4.7)$$

Caso 2

Intervalo $500 \leq k < 1125$, com parâmetros $b_0 = 0.3516$, $b_1 = 0.6578$, $a_1 = 1.5673$ e $a_2 = -0.8569$, cuja representação do sistema $H(z)$ é dada por

$$H(z) = \frac{0.3516z + 0.6578}{z^2 - 1.5673z + 0.8569}. \quad (4.8)$$

Caso 3

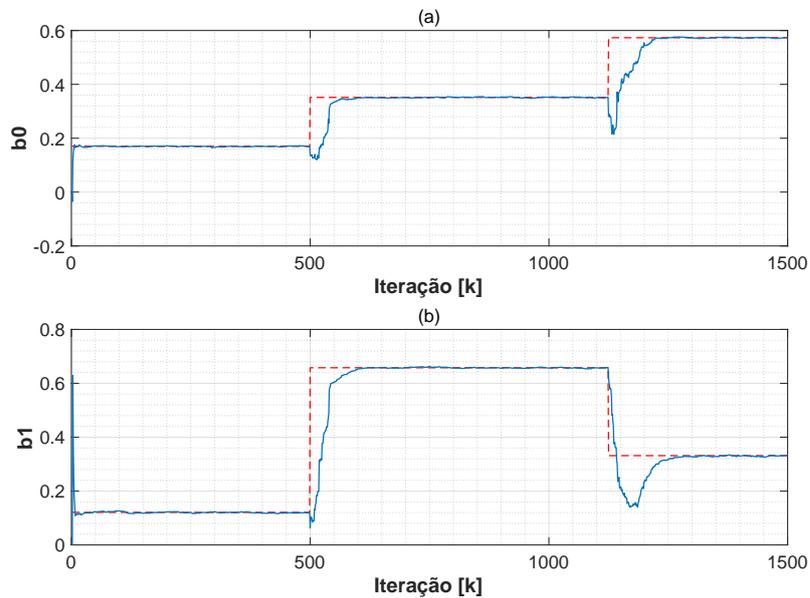
Intervalo $1125 \leq k \leq 1500$, com parâmetros $b_0 = 0.5732$, $b_1 = 0.3314$, $a_1 = 0.5631$ e $a_2 = -0.2541$, cuja representação do sistema $H(z)$ é dada por

$$H(z) = \frac{0.5732z + 0.3314}{z^2 - 0.5631z + 0.2541}. \quad (4.9)$$

Para a análise do comportamento do estimador RMQ_λ , a simulação é feita com $\lambda = 0.95$. O seu ajuste foi realizado por meio de busca binária, em que foram testados diversos valores na faixa $0.80 \leq \lambda \leq 1$. Sendo assim, destaca-se que $\lambda = 0.95$ apresentou uma resposta rápida, com variância relativamente baixa após a convergência. Para $\lambda < 0.80$, a convergência é mais rápida, porém nota-se que a variância no sinal torna-se significativamente mais acentuada.

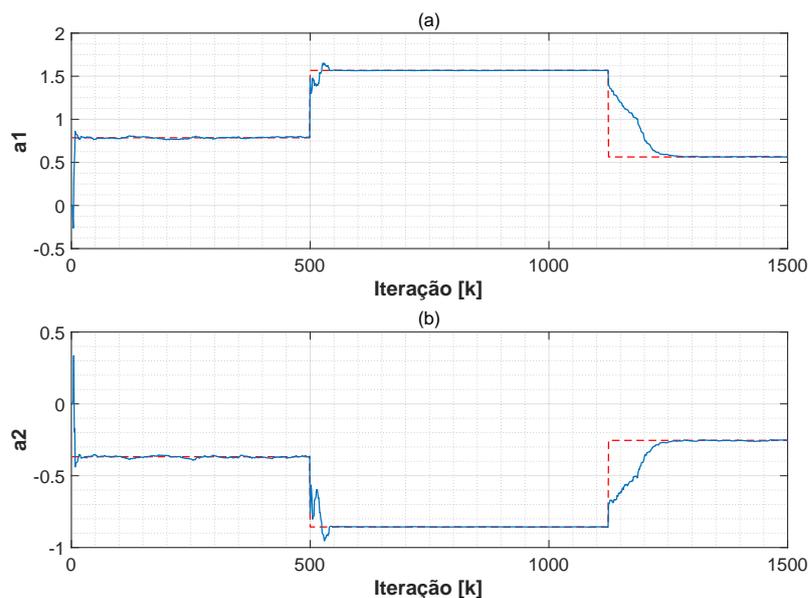
Realizando-se a simulação para 1500 iterações, obtêm-se os resultados das figuras 11 e 12. Observando-se o comportamento evidenciado nos gráficos, destaca-se que, nos três casos considerados, todos os parâmetros estimados convergiram para os parâmetros variantes do modelo. Portanto, a condição de convergência, $\theta_k^* \approx \theta$, é satisfeita ao longo de cada intervalo considerado. Esse resultado evidencia a coerência existente entre o código implementado e a definição do estimador RMQ_λ , devidamente apresentada em (2.7). Em termos do comportamento do traço da matriz de covariância P , o resultado encontrado é omitido, visto que ele se apresenta de forma similar ao mostrado na Figura 10, o que indica que existe baixa incerteza na estimação dos parâmetros após a convergência.

Figura 11 – Processo de identificação por meio do estimador RMQ_λ : (a) estimação do parâmetro variante b_0 ; (b) estimação do parâmetro variante b_1 . A linha azul indica a resposta do estimador RMQ_λ , ao passo que a linha tracejada vermelha indica o valor de referência do parâmetro a ser estimado.



Fonte: Do autor.

Figura 12 – Processo de identificação por meio do estimador RMQ_λ : (a) estimação do parâmetro variante a_1 ; (b) estimação do parâmetro variante a_2 . A linha azul indica a resposta do estimador RMQ_λ , ao passo que a linha tracejada vermelha indica o valor de referência do parâmetro a ser estimado.

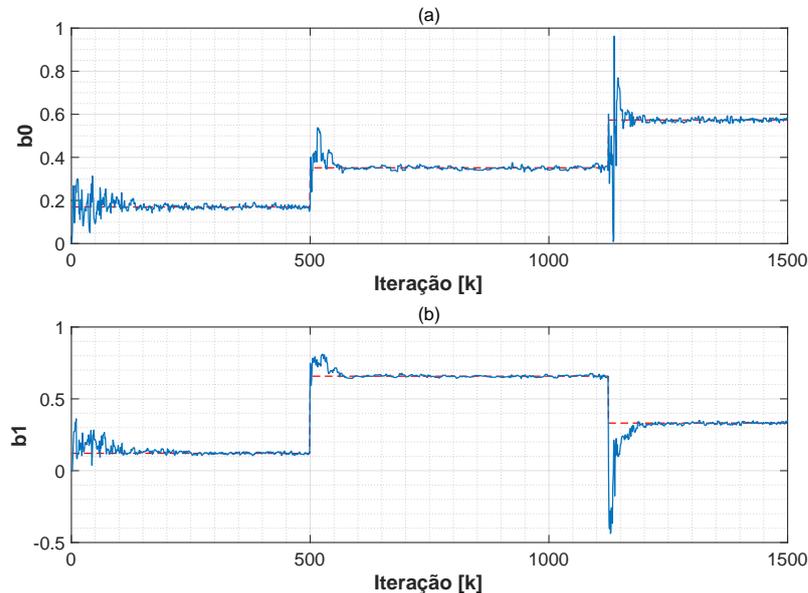


Fonte: Do autor.

Para a análise do comportamento do estimador APN, a simulação é feita com $\beta = 1.25$ e $\gamma = 1.95$. Assim como foi feito para o ajuste do fator de esquecimento λ no estimador RMQ_λ , o ajuste dos parâmetros β e γ também foi realizado por meio de busca binária. Desse modo, foram testados diversos valores nas faixas $0.5 \leq \beta \leq 5.0$ e $1 \leq \gamma \leq 1.99$, em que as escolhas $\beta = 1.25$ e $\gamma = 1.95$ apresentaram o resultado mais razoável, visto que foi possível notar um bom equilíbrio entre resposta rápida e baixa variância após a convergência.

Realizando-se a simulação para 1500 iterações, obtêm-se os resultados das figuras 13 e 14. Observando-se o comportamento evidenciado nos gráficos, destaca-se que, nos três casos considerados, todos os parâmetros estimados convergiram para os parâmetros variantes do modelo. Portanto, a condição de convergência, $\boldsymbol{\theta}_k^* \approx \boldsymbol{\theta}$, ao longo de cada intervalo considerado, também é satisfeita para o estimador APN. Esse resultado evidencia a coerência existente entre o código implementado e a definição do estimador APN, devidamente apresentada em (2.8).

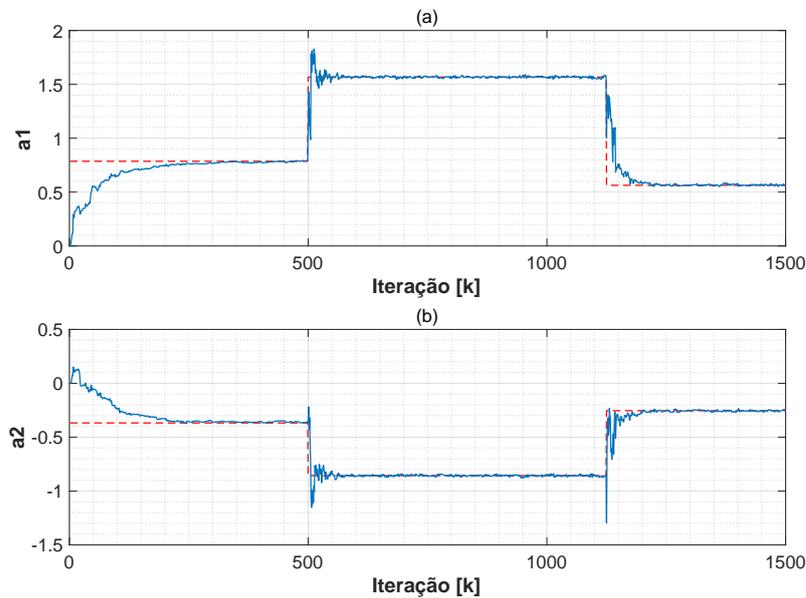
Figura 13 – Processo de identificação por meio do estimador APN: (a) estimação do parâmetro variante b_0 ; (b) estimação do parâmetro variante b_1 . A linha azul indica a resposta do estimador APN, ao passo que a linha tracejada vermelha indica o valor de referência do parâmetro a ser estimado.



Fonte: Do autor.

Comparando-se os resultados obtidos para o estimador RMQ_λ , figuras 11 e 12, com os obtidos para o estimador APN, figuras 13 e 14, nota-se que o estimador RMQ_λ apresenta o comportamento mais desejável, em aspectos de rápida convergência e baixa variância do sinal.

Figura 14 – Processo de identificação por meio do estimador APN: (a) estimação do parâmetro variante a_1 ; (b) estimação do parâmetro variante a_2 . A linha azul indica a resposta do estimador APN, ao passo que a linha tracejada vermelha indica o valor de referência do parâmetro a ser estimado.



Fonte: Do autor.

Ao se analisar as convergências, nota-se que ambos os estimadores apresentam bons resultados, sendo que o estimador RMQ_λ se mostra ligeiramente mais rápido do que o estimador APN. Em termos de variância do sinal, observa-se que o processo de identificação por estimador APN apresenta uma variância relativamente maior do que por estimador RMQ_λ , principalmente na estimação dos parâmetros b_0 e b_1 . Por esses motivos, apenas o estimador RMQ_λ , com $\lambda = 0.95$, será considerado nas próximas simulações. Contudo, vale lembrar que, em implementações práticas, recomenda-se a utilização do estimador APN, principalmente devido à sua baixa complexidade computacional.

4.3 Controle Adaptativo Indireto por STR_{PP}

Deseja-se avaliar o comportamento das leis de controle do STR_{PP} descritas em (3.43) e em (3.63). Para isso, são mostrados os resultados obtidos com a realização de quatro ensaios, em que são apresentadas as respostas dos sistemas controlados, bem como os processos de identificação dos mesmos.

Nos dois primeiros ensaios, considera-se o motor de corrente contínua de um dos graus de liberdade do sistema de rastreamento solar. Sendo assim, utiliza-se o modelo em (3.24), que, conforme foi definido na Seção 3.2.2, é o modelo discreto variante no tempo de interesse para a aplicação do STR_{PP} nos mecanismos de posicionamento azimutal e

de elevação do painel coletor. Para o primeiro ensaio, utiliza-se a lei de controle com cancelamento de zeros, dada por (3.43); para o segundo ensaio, utiliza-se a lei de controle sem cancelamento de zeros, dada por (3.63).

Nos dois últimos ensaios, considera-se um modelo discreto variante no tempo, com $h = 0.5$ s, dado por

$$G(z) = \begin{cases} G_3(z) = \frac{0.1065z + 0.0902}{z^2 - 1.6065z + 0.6065}, & 0 \leq t < 100 \text{ s}; \\ G_4(z) = \frac{0.1031z + 0.0951}{z^2 - 1.8065z + 0.5162}, & 100 \leq t \leq 200 \text{ s}, \end{cases} \quad (4.10)$$

que apresenta um zero em -0.8467 e polos em 0.6065 e em 1 , para $G_3(z)$, e um zero em -0.92 e polos em 0.36 e em 1.45 , para $G_4(z)$. Assim como nos dois primeiros ensaios, utilizam-se, separadamente, as leis de controle com e sem cancelamento de zeros para o terceiro e quarto ensaios.

É importante ressaltar que o modelo $G_4(z)$, em (4.10), foi propositalmente escolhido para ser um modelo instável, e em hipótese alguma reflete o comportamento dinâmico de um motor de corrente contínua. Dessa forma, destaca-se que essa escolha tem como objetivo apenas evidenciar uma característica importante do STR_{PP} , que é o fato de seu comportamento adaptativo levar o sistema em malha fechada a operar em uma região de estabilidade desejada, mesmo na aplicação do controle de modelos instáveis.

As especificações de projeto para o STR_{PP} são escolhidas como sendo

$$G_m(z) = \frac{B_m(z)}{A_m(z)} = \frac{0.1761z}{z^2 - 1.3205z + 0.4966}, \quad (4.11)$$

$$A_0(z) = z. \quad (4.12)$$

O modelo desejado $G_m(z)$ corresponde a uma frequência natural de oscilação de 1 rad/s (que está em consonância com o valor de ω_Φ fixado para o STR_{PP} , na Seção 3.2.2), e a um fator de amortecimento de 0.7 . Ele é ajustado de modo a levar o sistema em malha fechada a operar na região de estabilidade, com polos complexos em $\pm 0.70/20.46^\circ$. O polinômio $B_m(z)$ é escolhido de modo a levar o ganho estático do sistema à unidade, no caso com cancelamento de zeros, ao passo que o polinômio $A_0(z)$ é escolhido de modo a contribuir com um polo em 0 para o sistema em malha fechada, no caso sem cancelamento de zeros.

Como foi definido na Seção 4.2.2, apenas o estimador RMQ_λ , com $\lambda = 0.95$, é empregado nas simulações.

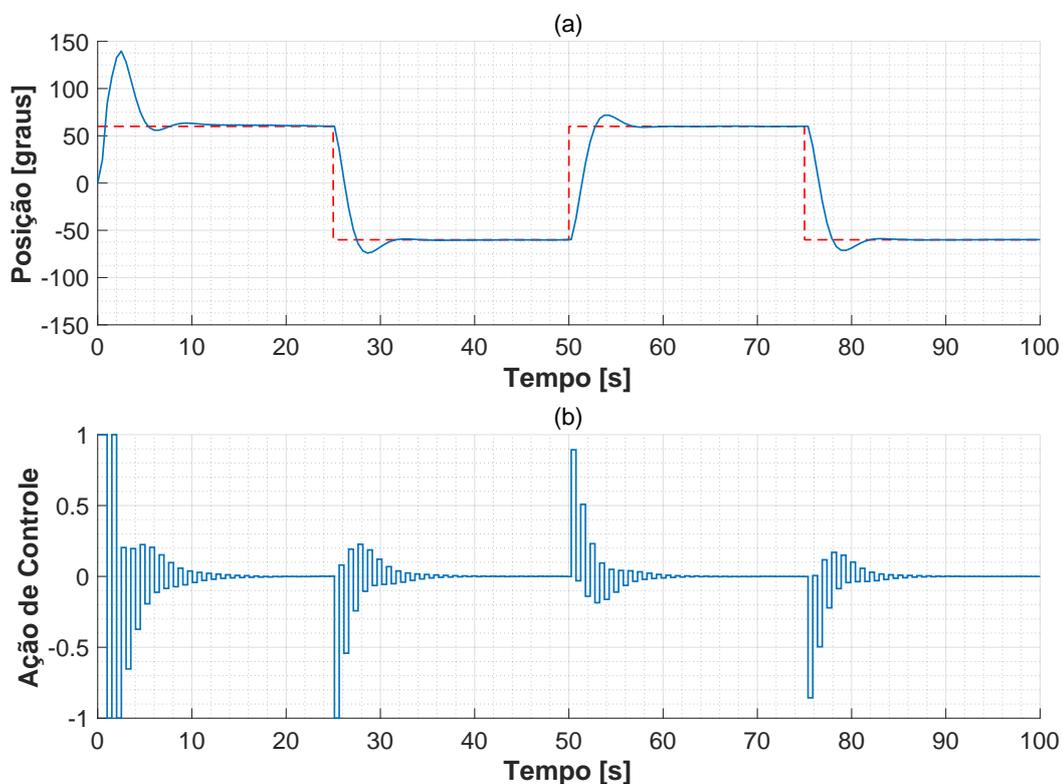
4.3.1 Processo de Controle de um Motor de Corrente Contínua por STR_{PP} com Cancelamento de Zeros

Com o intuito de observar as características da lei de controle desenvolvida pelo STR_{PP} com cancelamento de zeros, realiza-se a simulação, no intervalo $0 \text{ s} \leq t \leq 100 \text{ s}$,

considerando-se apenas a dinâmica inicial, $G_1(z)$, do modelo variante no tempo $G(z)$, em (3.24). O resultado é mostrado na Figura 15.

Ao se analisar a ação de controle obtida na simulação do STR_{PP} com cancelamento de zeros, nota-se que o seu comportamento se manifesta de forma oscilatória. Segundo Åström e Wittenmark (2008), essa característica, indesejável do ponto de vista prático, deve-se ao fato de os zeros do processo controlado serem cancelados na aplicação da técnica. Por esse motivo, a lei de controle do STR_{PP} com cancelamento de zeros não será utilizada na implementação do sistema de rastreamento solar.

Figura 15 – Controle da dinâmica inicial, $G_1(z)$, de um motor de corrente contínua por STR_{PP} com cancelamento de zeros: (a) saída y , linha azul, em contraste com o sinal de referência, linha tracejada vermelha; (b) ação de controle u .

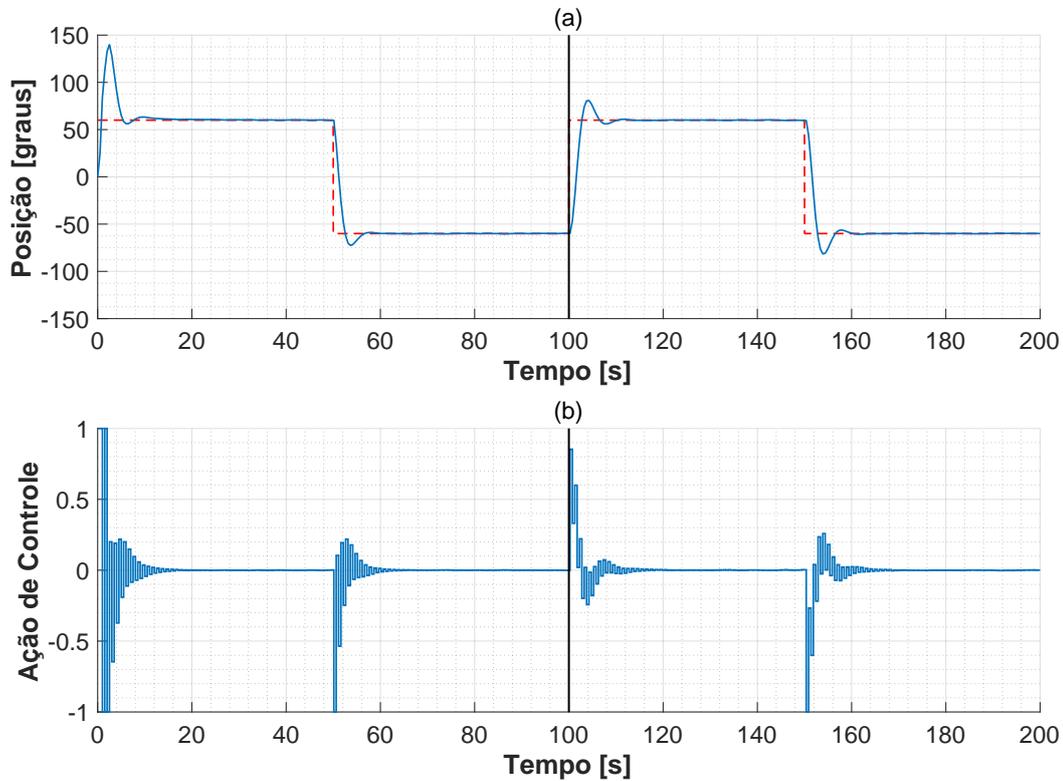


Fonte: Do autor.

Realizando-se a simulação para o modelo variante no tempo $G(z)$, ou seja, considerando-se agora a transição de $G_1(z)$ para $G_2(z)$, o resultado é mostrado na Figura 16.

Conforme pode ser observado por meio dos gráficos da Figura 16, a resposta do sistema se apresenta de forma praticamente inalterada, com um tempo de acomodação de aproximadamente 10 s, antes e depois da transição. A mudança que pode ser observada ocorre na lei de controle, que varia de tal forma a garantir que o sistema continue operando dentro do regime desejado.

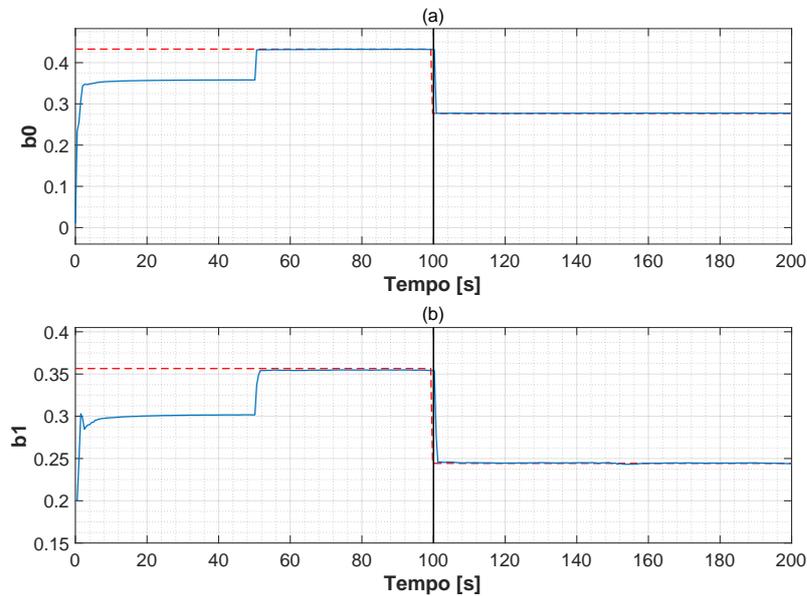
Figura 16 – Controle de um motor de corrente contínua por STR_{PP} com cancelamento de zeros: (a) saída y , linha azul, em contraste com o sinal de referência, linha tracejada vermelha; (b) ação de controle u . A linha preta vertical evidencia o instante da transição de $G_1(z)$ para $G_2(z)$.



Fonte: Do autor.

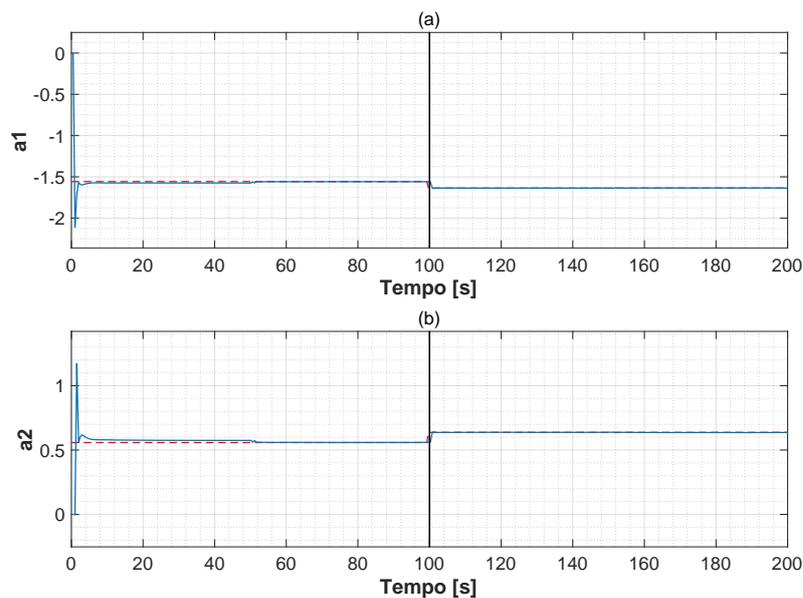
As figuras 17 e 18 mostram o processo de estimação dos parâmetros do modelo $G(z)$. Destaca-se que todos os parâmetros estimados convergiram para os parâmetros do modelo, antes e depois da transição. No momento em que o MQR_λ atinge o regime permanente, os parâmetros estimados do modelo param de sofrer atualizações. Quando ocorre uma variação dinâmica no modelo, os parâmetros estimados voltam a ser atualizados até que o próximo regime permanente do MQR_λ é alcançado. O gráfico do traço da matriz de covariância P é omitido, visto que ele se apresenta de forma similar ao mostrado na Figura 10.

Figura 17 – Estimação dos parâmetros variantes b_0 e b_1 do modelo $G(z)$: (a) estimação do parâmetro b_0 ; (b) estimação do parâmetro b_1 . A linha azul indica a resposta do estimador RMQ_λ , ao passo que a linha tracejada vermelha indica o valor de referência do parâmetro a ser estimado; a linha preta vertical evidencia o instante da transição de $G_1(z)$ para $G_2(z)$.



Fonte: Do autor.

Figura 18 – Estimação dos parâmetros variantes a_1 e a_2 do modelo $G(z)$: (a) estimação do parâmetro a_1 ; (b) estimação do parâmetro a_2 . A linha azul indica a resposta do estimador RMQ_λ , ao passo que a linha tracejada vermelha indica o valor de referência do parâmetro a ser estimado; a linha preta vertical evidencia o instante da transição de $G_1(z)$ para $G_2(z)$.



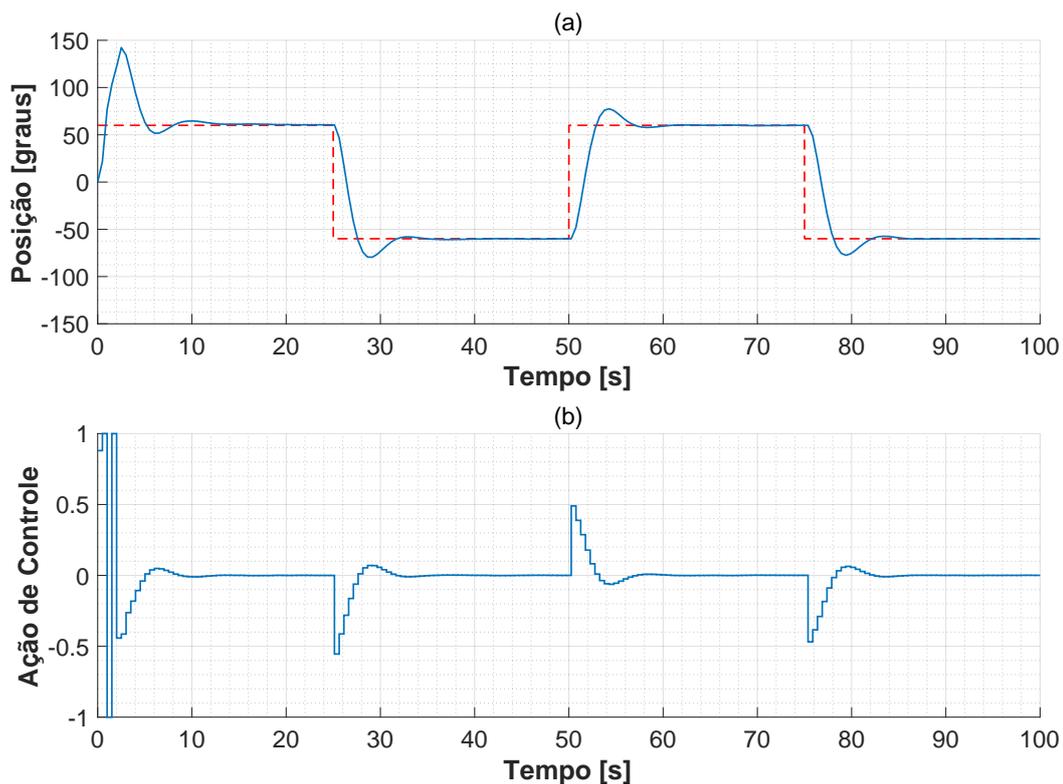
Fonte: Do autor.

4.3.2 Processo de Controle de um Motor de Corrente Contínua por STR_{PP} sem Cancelamento de Zeros

Para o STR_{PP} sem cancelamento de zeros, realiza-se a simulação no intervalo $0 \text{ s} \leq t \leq 100 \text{ s}$, em que considera-se apenas a dinâmica inicial, $G_1(z)$, do modelo variante no tempo $G(z)$, em (3.24). O resultado é mostrado na Figura 19.

Ao se analisar a ação de controle obtida na simulação do STR_{PP} sem cancelamento de zeros, nota-se que o seu comportamento se manifesta de forma não oscilatória, diferentemente do que foi observado na Seção 4.3.1, em que os zeros do processo controlado são cancelados pela aplicação da técnica. Por esse motivo, a lei de controle do STR_{PP} sem cancelamento de zeros é a que será utilizada na implementação do sistema de rastreamento solar.

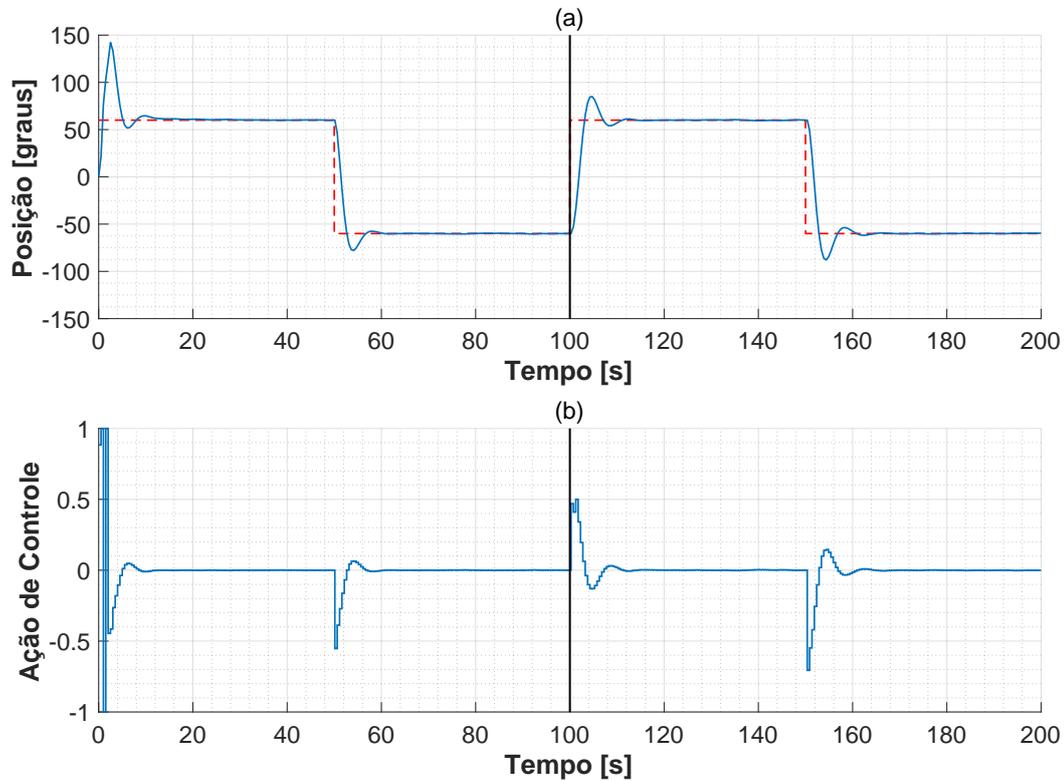
Figura 19 – Controle da dinâmica inicial, $G_1(z)$, de um motor de corrente contínua por STR_{PP} sem cancelamento de zeros: (a) saída y , linha azul, em contraste com o sinal de referência, linha tracejada vermelha; (b) ação de controle u .



Fonte: Do autor.

Realizando-se a simulação para o modelo variante no tempo $G(z)$, ou seja, considerando-se agora a transição de $G_1(z)$ para $G_2(z)$, o resultado é mostrado na Figura 20.

Figura 20 – Controle de um motor de corrente contínua por STR_{PP} sem cancelamento de zeros: (a) saída y , linha azul, em contraste com o sinal de referência, linha tracejada vermelha; (b) ação de controle u . A linha preta vertical evidencia o instante da transição de $G_1(z)$ para $G_2(z)$.

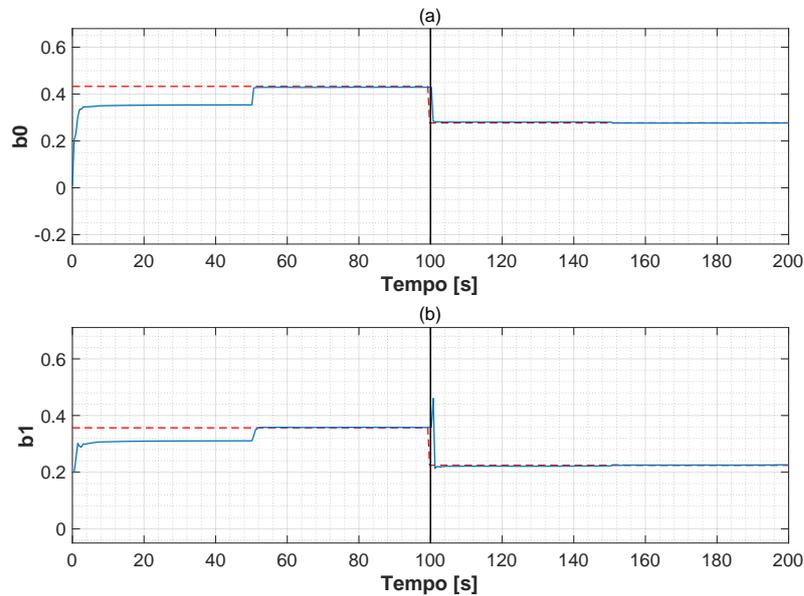


Fonte: Do autor.

Assim como foi observado na Seção 4.3.1, a resposta do sistema desenvolvida por meio do STR_{PP} sem cancelamento de zeros também se apresenta de forma praticamente inalterada. O tempo de acomodação alcançado é de aproximadamente 10 s, antes e depois da modificação. Mais uma vez, a mudança mais significativa que pode ser notada ocorre apenas na lei de controle, que agora sofre uma leve amplificação, de tal forma a garantir que o sistema continue operando dentro do regime desejado.

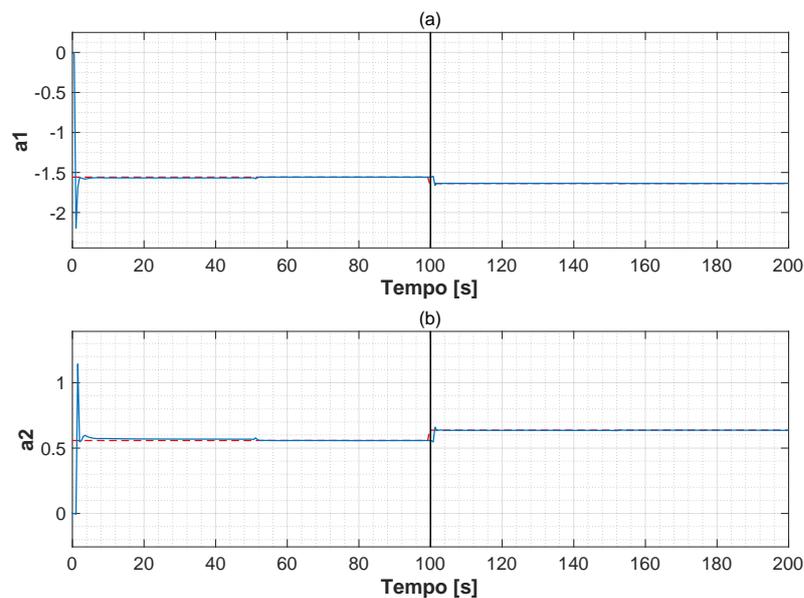
As figuras 21 e 22 mostram o processo de estimação dos parâmetros do modelo $G(z)$. Destaca-se que todos os parâmetros estimados convergiram para os parâmetros do modelo, antes e após a transição de $G_1(z)$ para $G_2(z)$. Da mesma forma como foi observado na Seção 4.3.1, no momento em que o MQR_λ atinge o regime permanente, os parâmetros estimados do modelo param de sofrer atualizações. No entanto, quando ocorre uma variação dinâmica no modelo, os parâmetros estimados voltam a ser atualizados até que o próximo regime permanente do MQR_λ é alcançado. O gráfico do traço da matriz de covariância P é omitido, visto que ele se apresenta de forma similar ao mostrado na Figura 10.

Figura 21 – Estimação dos parâmetros variantes b_0 e b_1 do modelo $G(z)$: (a) estimação do parâmetro b_0 ; (b) estimação do parâmetro b_1 . A linha azul indica a resposta do estimador RMQ_λ , ao passo que a linha tracejada vermelha indica o valor de referência do parâmetro a ser estimado; a linha preta vertical evidencia o instante da transição de $G_1(z)$ para $G_2(z)$.



Fonte: Do autor.

Figura 22 – Estimação dos parâmetros variantes a_1 e a_2 do modelo $G(z)$: (a) estimação do parâmetro a_1 ; (b) estimação do parâmetro a_2 . A linha azul indica a resposta do estimador RMQ_λ , ao passo que a linha tracejada vermelha indica o valor de referência do parâmetro a ser estimado; a linha preta vertical evidencia o instante da transição de $G_1(z)$ para $G_2(z)$.

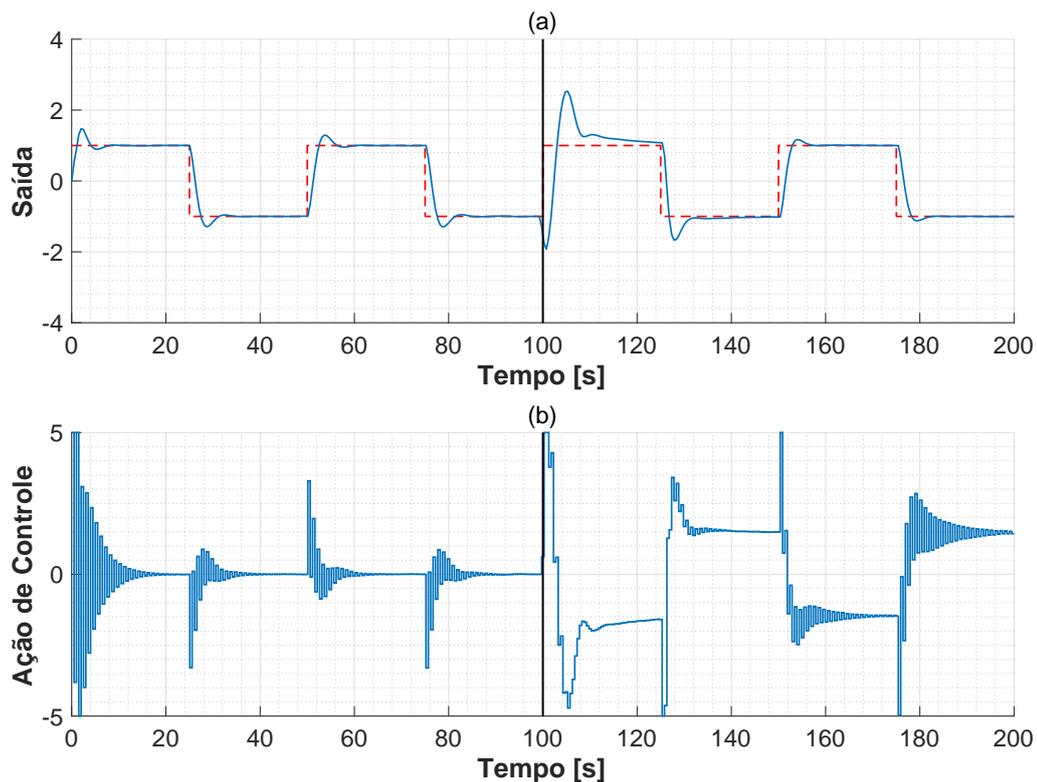


Fonte: Do autor.

4.3.3 Processo de Controle de um Modelo Instável por STR_{PP} com Cancelamento de Zeros

Realizando-se a simulação do STR_{PP} com cancelamento de zeros, para o modelo variante no tempo em (4.10), em que $G_4(z)$ apresenta um polo instável em 1.45, o resultado é mostrado na Figura 23. Assim como observado nos ensaios anteriores, nas seções 4.3.1 e 4.3.2, nota-se que a resposta do sistema em malha fechada se estabiliza com cerca de 10 s em todos os transitórios, causados pelas mudanças de estado do sinal de referência. Como os zeros, antes e depois da modificação, são cancelados na aplicação da técnica, mais uma vez o comportamento da ação de controle desenvolvida pelo STR_{PP} se apresenta de forma oscilatória.

Figura 23 – Controle de um modelo instável por STR_{PP} com cancelamento de zeros: (a) saída y , linha azul, em contraste com o sinal de referência, linha tracejada vermelha; (b) ação de controle u . A linha preta vertical evidencia o instante da transição de $G_3(z)$ para $G_4(z)$.



Fonte: Do autor.

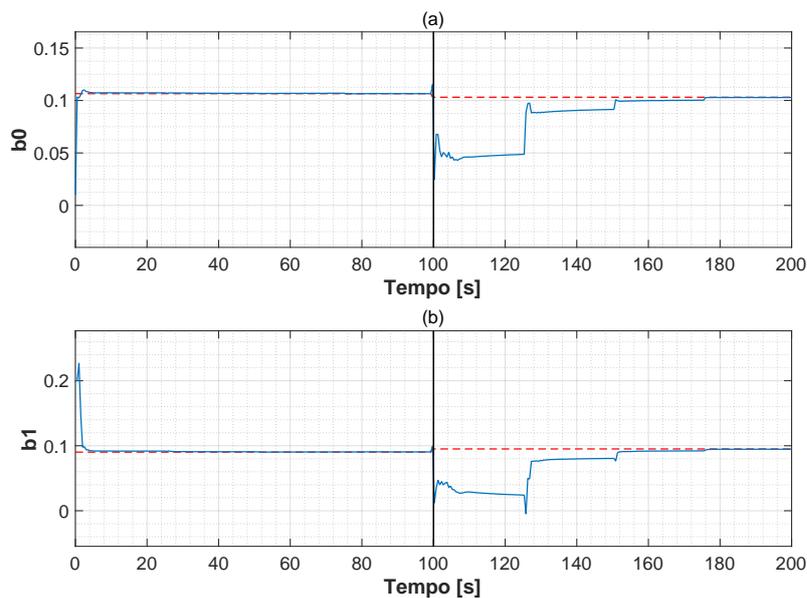
Durante todo o intervalo de tempo considerado, $0 s \leq t \leq 200 s$, o sistema em malha fechada é forçado a operar de acordo com a dinâmica desejada. No instante $t = 100 s$, o modelo variante no tempo $G(z)$ assume a dinâmica expressa por $G_4(z)$.

Em um primeiro momento, observa-se uma grande perturbação no sinal de saída do sistema, devido à transição da dinâmica de $G_3(z)$ para $G_4(z)$. Contudo, destaca-se que o STR_{PP} com cancelamento de zeros foi capaz de corrigir a saída y para o comportamento desejado. Isso se deve à característica adaptativa da lei de controle u , que se modifica de tal forma a garantir uma resposta praticamente inalterada do sistema em malha fechada.

Apesar da instabilidade em $G_4(z)$, a adaptação do método leva o sistema em malha fechada a operar na região de estabilidade. Esse resultado demonstra a robustez da lei de controle adaptativo desenvolvida para o STR_{PP} com cancelamento de zeros, que pode ser aplicada até mesmo para o controle de processos instáveis.

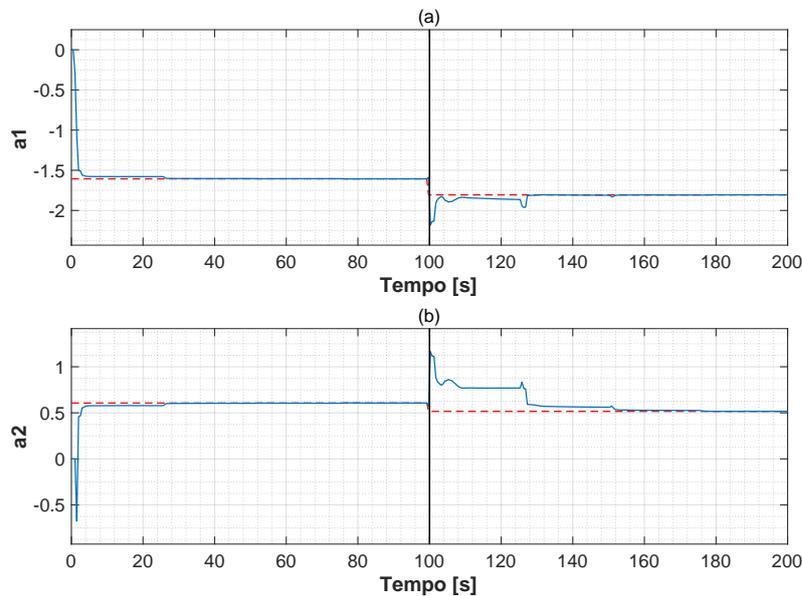
As figuras 24 e 25 mostram o processo de estimação dos parâmetros do modelo $G(z)$. Destaca-se que todos os parâmetros estimados convergiram para os parâmetros do modelo, antes e após a transição de $G_3(z)$ para $G_4(z)$.

Figura 24 – Estimação dos parâmetros variantes b_0 e b_1 do modelo $G(z)$: (a) estimação do parâmetro b_0 ; (b) estimação do parâmetro b_1 . A linha azul indica a resposta do estimador RMQ _{λ} , ao passo que a linha tracejada vermelha indica o valor de referência do parâmetro a ser estimado; a linha preta vertical evidencia o instante da transição de $G_3(z)$ para $G_4(z)$.



Fonte: Do autor.

Figura 25 – Estimação dos parâmetros variantes a_1 e a_2 do modelo $G(z)$: (a) estimação do parâmetro a_1 ; (b) estimação do parâmetro a_2 . A linha azul indica a resposta do estimador RMQ_λ , ao passo que a linha tracejada vermelha indica o valor de referência do parâmetro a ser estimado; a linha preta vertical evidencia o instante da transição de $G_3(z)$ para $G_4(z)$.



Fonte: Do autor.

4.3.4 Processo de Controle de um Modelo Instável por STR_{PP} sem Cancelamento de Zeros

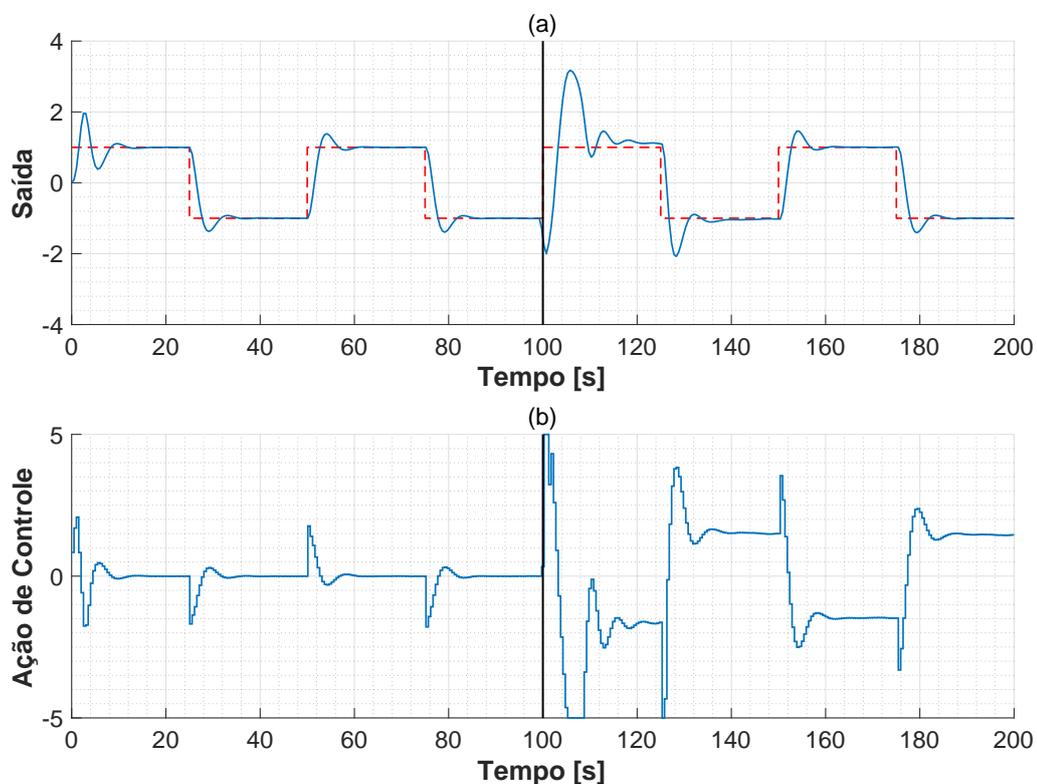
Para o STR_{PP} com cancelamento de zeros utilizado no controle do modelo variante no tempo em (4.10), em que $G_4(z)$ se apresenta com um polo instável em 1.45, o resultado é apresentado na Figura 26. Mais uma vez é possível se observar que a resposta do sistema em malha fechada se estabiliza com cerca de 10 s em todos os transitórios. Como os zeros, antes e depois da modificação, não são cancelados na aplicação da técnica, o comportamento da ação de controle desenvolvida pelo STR_{PP} se apresenta de forma não oscilatória.

Como pode ser observado, o sistema em malha fechada é forçado a operar de acordo com a dinâmica desejada durante todo o intervalo de tempo considerado na simulação. No instante $t = 100$ s, o modelo variante no tempo $G(z)$ assume a dinâmica expressa por $G_4(z)$. Assim como foi observado na Seção 4.3.3, observa-se uma grande perturbação no sinal de saída do sistema em $t = 100$ s, devido à transição da dinâmica de $G_3(z)$ para $G_4(z)$. Contudo, destaca-se que o STR_{PP} sem cancelamento de zeros também foi capaz de corrigir a saída y para o comportamento desejado, assim como foi observado para o STR_{PP} com cancelamento de zeros. Novamente isso se deve à característica adaptativa da lei de

controle u , que sofre a modificação necessária para garantir uma resposta praticamente inalterada do sistema em malha fechada, em conformidade com o regime de operação desejado.

Apesar da instabilidade em $G_4(z)$, a adaptação do método leva o sistema em malha fechada a operar na região de estabilidade. Esse resultado demonstra a robustez da lei de controle adaptativo desenvolvida para o STR_{PP} sem cancelamento de zeros, que também pode ser aplicada no controle de processos instáveis.

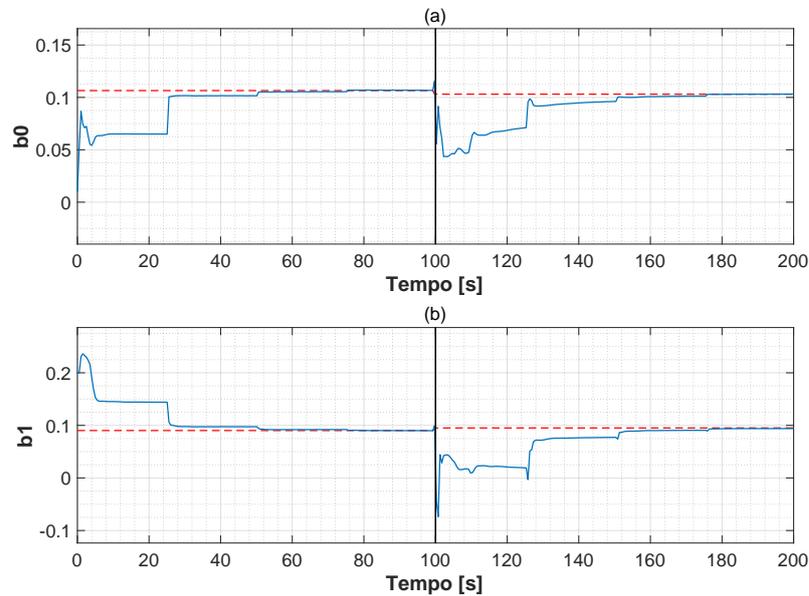
Figura 26 – Controle de um modelo instável por STR_{PP} sem cancelamento de zeros: (a) saída y , linha azul, em contraste com o sinal de referência, linha tracejada vermelha; (b) ação de controle u . A linha preta vertical evidencia o instante da transição de $G_3(z)$ para $G_4(z)$.



Fonte: Do autor.

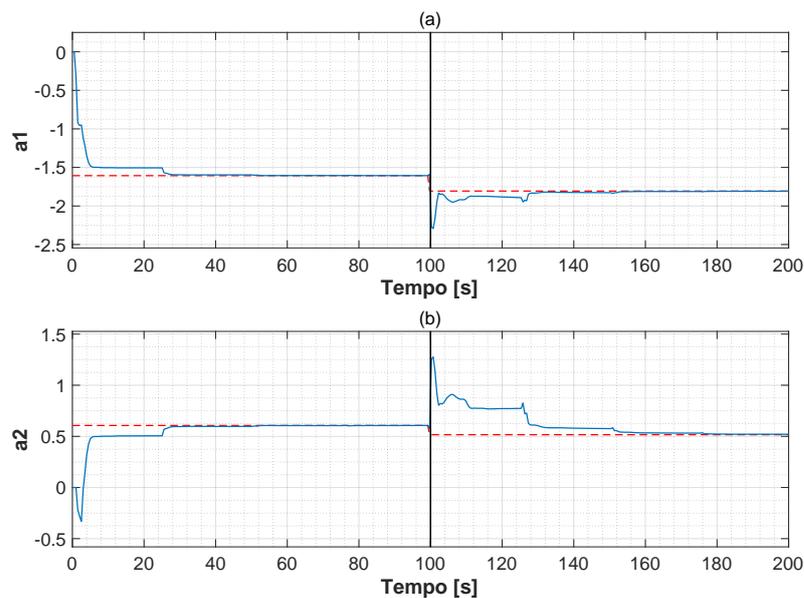
As figuras 27 e 28 mostram o processo de estimação dos parâmetros do modelo $G(z)$. Destaca-se que todos os parâmetros estimados convergiram para os parâmetros do modelo, antes e após a transição de $G_3(z)$ para $G_4(z)$.

Figura 27 – Estimação dos parâmetros variantes b_0 e b_1 do modelo $G(z)$: (a) estimação do parâmetro b_0 ; (b) estimação do parâmetro b_1 . A linha azul indica a resposta do estimador RMQ_λ , ao passo que a linha tracejada vermelha indica o valor de referência do parâmetro a ser estimado; a linha preta vertical evidencia o instante da transição de $G_3(z)$ para $G_4(z)$.



Fonte: Do autor.

Figura 28 – Estimação dos parâmetros variantes a_1 e a_2 do modelo $G(z)$: (a) estimação do parâmetro a_1 ; (b) estimação do parâmetro a_2 . A linha azul indica a resposta do estimador RMQ_λ , ao passo que a linha tracejada vermelha indica o valor de referência do parâmetro a ser estimado; a linha preta vertical evidencia o instante da transição de $G_3(z)$ para $G_4(z)$.



Fonte: Do autor.

5 Sistema de Rastreamento Solar Baseado em Controle Adaptativo

5.1 Introdução

Neste capítulo, um sistema de rastreamento solar com dois graus de liberdade é apresentado, por meio da utilização do controle adaptativo por STR_{PP} sem cancelamento de zeros. A sua implementação tem como base os desenvolvimentos e as considerações apresentados nos capítulos 2, 3 e 4.

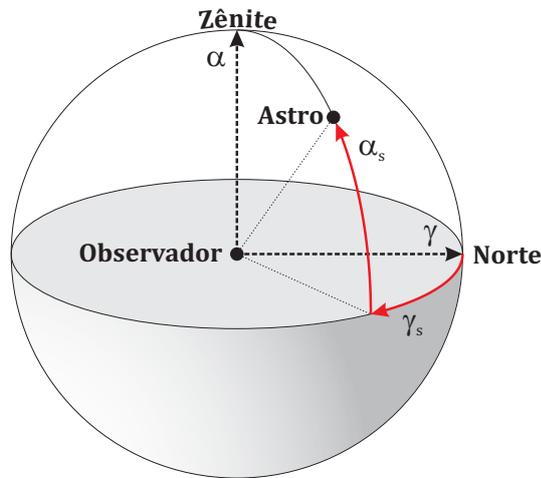
Portanto, tópicos relacionados à modelagem da posição do sol e à implementação do sistema de rastreamento solar, propriamente dito, são apresentados nas seções que se seguem. Como parte final deste trabalho, a simulação do rastreamento solar em tempo real é realizada, a partir de um modelo experimental da posição do sol, cuja representação matemática é feita por meio de projeções no sistema horizontal de coordenadas.

5.2 Modelagem da Posição do Sol

O movimento aparente do sol é caracterizado como o seu deslocamento no céu, observado a partir de um ponto referencial terrestre. Para um observador localizado na terra, as posições assumidas pelo sol podem ser decompostas a partir de suas projeções no sistema horizontal de coordenadas, que utiliza o horizonte local do observador, ou plano terrestre, como plano de referência. Com isso, torna-se suficiente caracterizar a posição do sol no céu, em um dado instante no tempo, por meio de apenas duas variáveis angulares, o ângulo azimutal γ_s e o ângulo de elevação α_s (HAMMAD et al., 2014; CHONG; WONG, 2009).

A Figura 29 ilustra como tais ângulos se apresentam no sistema horizontal de coordenadas, a partir de um observador localizado em um determinado ponto do plano terrestre. Conforme o que pode ser observado, o ângulo azimutal γ_s , no sistema horizontal de coordenadas, é medido a partir da abertura angular existente entre um eixo de referência γ , orientado para o norte geográfico, e a projeção do astro no plano terrestre. O ângulo de elevação α_s , em contrapartida, é medido por meio da abertura angular existente entre o astro e o plano terrestre.

Figura 29 – Representação do sistema horizontal de coordenadas.

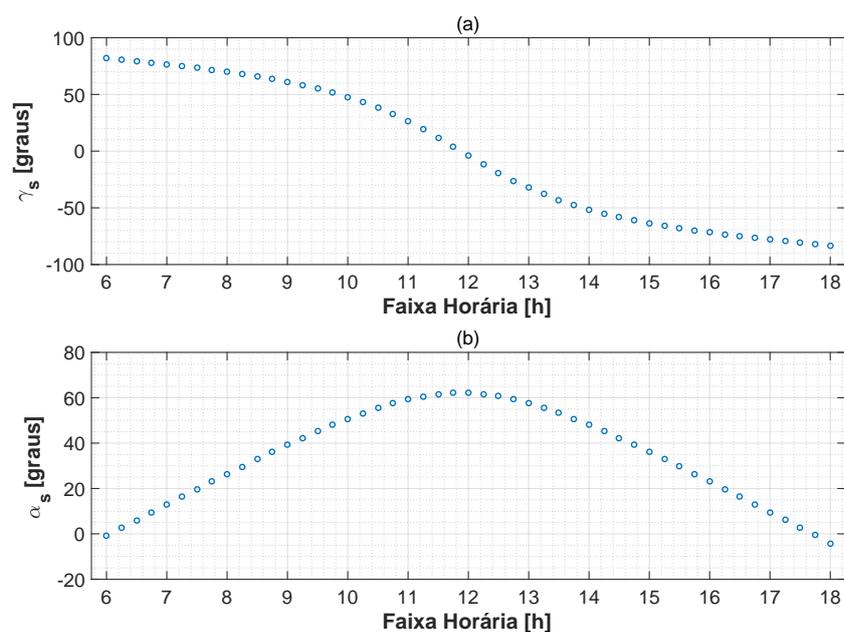


Fonte: Do Autor.

5.2.1 Levantamento de Dados

Conforme foi mostrado na Seção 5.2, é possível representar a posição do sol no céu em termos do sistema horizontal de coordenadas. Na Figura 30, são mostrados os comportamentos dos ângulos azimutal γ_s e de elevação α_s do sol na cidade de João Monlevade no dia 1 de Setembro de 2017.

Figura 30 – Movimento aparente do sol para um observador localizado na cidade de João Monlevade, no dia 1 de Setembro de 2017: (a) comportamento azimutal; (b) comportamento de elevação.



Fonte: Do autor.

Como pode ser observado, os gráficos evidenciam a decomposição do movimento aparente do sol na faixa horária de 6h00 às 18h00, em que as amostras são obtidas a cada incremento de 15 minutos. Vale ressaltar que os dados apresentados podem ser reproduzidos a qualquer momento com o auxílio do NOAA Solar Calculator (2017).

5.2.2 Implementação dos Sinais de Referência

Por meio da proposta de projeto descrita na Seção 1.2, torna-se necessária a obtenção de um modelo de regressão polinomial da posição do sol para a construção dos sinais de referência. Como são utilizadas duas variáveis angulares para descrever o movimento aparente do sol, duas funções temporais, que aproximam o comportamento dos ângulos azimutal e de elevação, precisam ser definidas. Sendo assim, cada função é utilizada como um sinal de referência no sistema de rastreamento solar. A título de simulação, essas funções são definidas considerando-se a massa de dados apresentada por meio da Figura 30.

Segundo Aguirre (2015), a equação do estimador de mínimos quadrados à batelada é dada por

$$\boldsymbol{\theta}^* = [X^T X]^{-1} X^T \mathbf{y}, \quad (5.1)$$

em que $X \in \mathbb{R}^{m \times n}$ é a matriz dos regressores, $\boldsymbol{\theta}^* \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ é o vetor de parâmetros estimados e $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ é o vetor de observações. Dessa forma, se existe um conjunto de dados com m observações disponíveis de uma determinada medida, é possível obter um modelo polinomial aproximado de grau $n - 1$, em que n parâmetros são estimados via (5.1).

Por meio de (5.1), os parâmetros estimados das funções dos ângulos azimutal e de elevação, para $n = 5$, são, respectivamente,

$$\boldsymbol{\theta}_\gamma^* = [-0.0047 \quad 0.5301 \quad -14.8120 \quad 135.2034 \quad -311.7369]^T, \quad (5.2)$$

$$\boldsymbol{\theta}_\alpha^* = [0.0274 \quad -1.3077 \quad 20.6566 \quad -121.1797 \quad 230.7384]^T. \quad (5.3)$$

Portanto, as funções dos ângulos azimutal e de elevação, no instante de tempo t , são dadas por

$$\gamma_s(t) = X\boldsymbol{\theta}_\gamma^*, \quad (5.4)$$

$$\alpha_s(t) = X\boldsymbol{\theta}_\alpha^*, \quad (5.5)$$

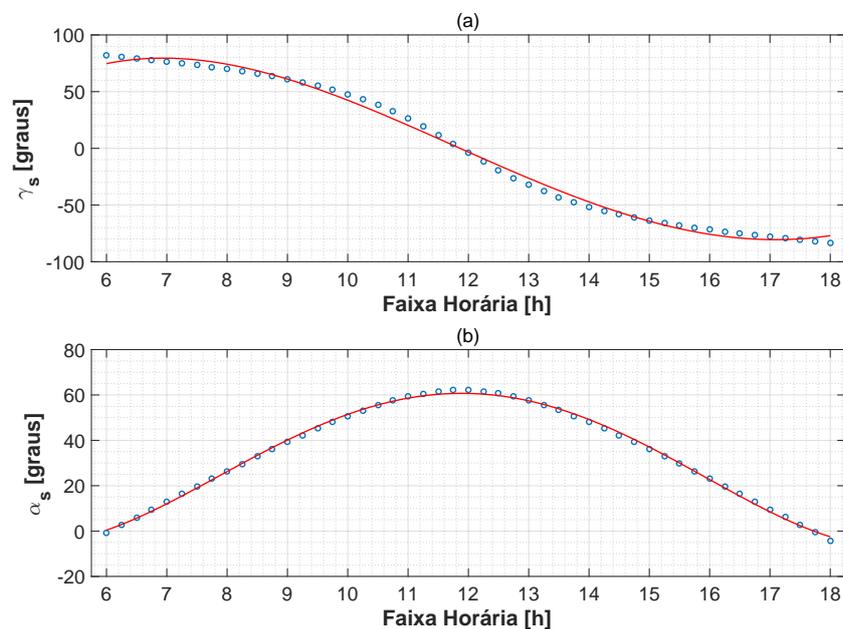
em que

$$X = [t^4 \quad t^3 \quad t^2 \quad t \quad 1]. \quad (5.6)$$

Na construção dos sinais de referência do sistema de rastreamento solar, considera-se, então, a utilização de (5.4) e de (5.5), em que os parâmetros $\boldsymbol{\theta}_\gamma^*$ e $\boldsymbol{\theta}_\alpha^*$ são dados por (5.2) e por (5.3), respectivamente.

Na Figura 31, é possível observar o comportamento dos sinais de referência a serem empregados no sistema de rastreamento solar, em conjunto com as amostras da Figura 30. Conforme o que pode ser constatado, a aproximação realizada pelos modelos de regressão polinomial por mínimos quadrados é suficientemente adequada para representação matemática dos sinais de referência azimutal e de elevação.

Figura 31 – Comportamento dos sinais de referência azimutal e de elevação por meio da aproximação de mínimos quadrados do movimento aparente do sol: (a) comportamento azimutal; (b) comportamento de elevação. Os símbolos \circ em azul indicam os dados coletados, ao passo que a linha vermelha mostra a aproximação alcançada por meio dos sinais de referência implementados.



Fonte: Do autor.

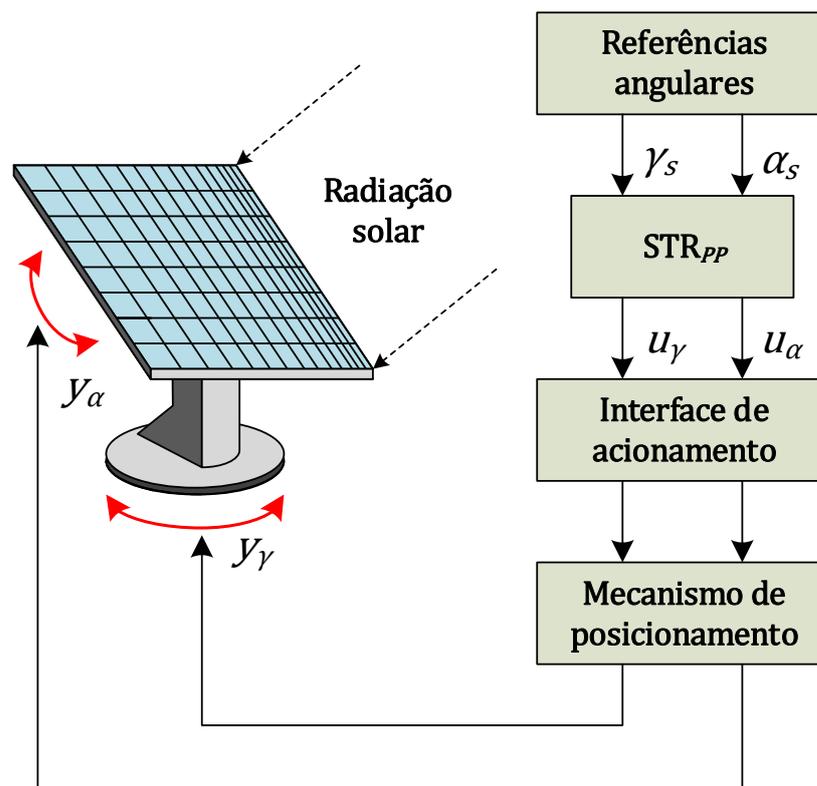
5.3 Simulação do Sistema de Rastreamento Solar em Tempo Real

5.3.1 Considerações Práticas

O diagrama de blocos básico do sistema de rastreamento solar é mostrado por meio da Figura 32. Como pode ser observado, as referências angulares γ_s e α_s , que são calculadas conforme definido na Seção 5.2.2, são utilizadas separadamente para o cálculo simultâneo de duas ações de controle, u_γ e u_α , por meio do STR_{PP} sem cancelamento de zeros. Em seguida, a interface de acionamento realiza a tradução dessas ações de controle para os sinais de tensão que são aplicados nos motores de corrente contínua, cuja associação com um sistema de transmissão pode ser visto como o mecanismo de posicionamento azimutal e de elevação do painel coletor.

Em aspectos práticos, as referências angulares podem ser obtidas por meio da aplicação de um módulo externo, composto por fotodiodos ou sensores. A saída do módulo é transmitida para um *hardware* de processamento, onde são calculadas as ações de controle u_γ e u_α de forma simultânea. Em seguida, utiliza-se um *driver* de acionamento bidirecional, que traduz as ações de controle para a quantidade necessária de tensão que é requerida pelos motores para o posicionamento dos dois graus de liberdade (RASHID, 2014).

Figura 32 – Diagrama de blocos básico para o sistema de rastreamento solar.



Fonte: Do Autor.

5.3.2 Considerações para a Simulação

Em um primeiro momento, assume-se que dois motores de corrente contínua estão disponíveis, em que cada um é responsável pela movimentação em torno de um dos dois graus de liberdade do sistema de rastreamento solar, cujas orientações são definidas como mostrado na Figura 29. Em seguida, é feita a consideração de que os motores trabalham de forma inteiramente desacoplada, em outras palavras, o posicionamento do ângulo azimutal não interfere no do ângulo de elevação.

Em conformidade com as demais considerações realizadas na Seção 3.2.2, o modelo $G(z)$ a ser utilizado na simulação computacional é descrito em (3.24), que é um modelo variante no tempo. Pelas razões já discutidas no Capítulo 4, a estratégia de controle

adaptativo a ser utilizada é via STR_{PP} sem cancelamento de zeros, com identificação de $G(z)$ por meio do estimador RMQ_λ , com $\lambda = 0.95$. Portanto, a lei de controle é descrita por (3.63), em que os parâmetros b_0 , b_1 , a_1 e a_2 são dados pela saída do estimador RMQ_λ .

Independente da variação que ocorrer na dinâmica dos motores, espera-se que o sistema em malha fechada seja posicionado conforme um regime de operação definido. Nesse contexto, ao se escolher o modelo em (4.11), em conjunto com (4.12), para definir o comportamento desejado do sistema em malha fechada, ele é de terceira ordem e apresentará polos em 0 e em $\pm 0.70/20.46^\circ$, antes e depois da transição de $G_1(z)$ para $G_2(z)$.

Por aspectos econômicos, não é uma boa prática manter os motores de corrente contínua ligados a todo instante, dado que o movimento aparente do sol no céu é relativamente lento, como pode ser observado por meio das figuras 30 e 31. Nesse sentido, assume-se que o posicionamento do painel coletor ocorre a cada intervalo de 15 *min* (HAMMAD et al., 2014).

5.3.3 Análise de Resultados

Por meio da simulação do sistema de rastreamento solar, deseja-se agora avaliar a eficácia da lei de controle desenvolvida para o STR_{PP} sem cancelamento de zeros. Dessa forma, a simulação é feita conforme dois casos, em que a dinâmica do modelo dos motores de corrente contínua é alterada.

Caso 1

Faixa horária de 6h00 às 12h00, com a representação do modelo dinâmico do mecanismo de posicionamento azimutal e de elevação do painel coletor dada por $G_1(z)$, em que $J = 12 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$ e $b = 4 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{rad}/\text{s}$.

Caso 2

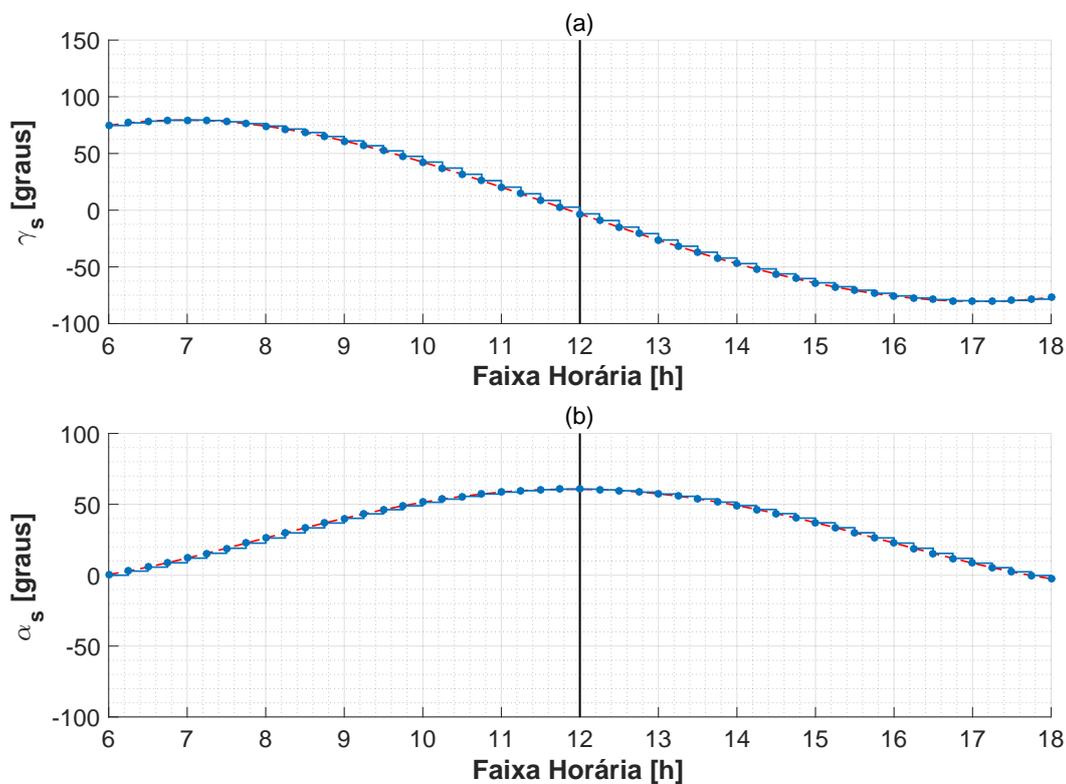
Faixa horária de 12h00 às 18h00, com a representação do modelo dinâmico do mecanismo de posicionamento azimutal e de elevação do painel coletor dada por $G_2(z)$, em que $J = 20 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$ e $b = 5 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{rad}/\text{s}$.

A título de validação da técnica de controle adaptativo, a alteração do modelo é feita para ambos os graus de liberdade do sistema de rastreamento solar. Entretanto, em uma situação real de operação, essa alteração pode se manifestar de formas diferentes em cada um dos motores. Em outras palavras, a alteração da dinâmica de operação de um motor não necessariamente reflete na alteração da dinâmica do outro.

O resultado da simulação é apresentado na Figura 33. Por conveniência, os transitórios em cada posicionamento não são mostrados, visto que o intervalo de tempo de análise é muito maior do que o tempo de acomodação do sistema. Sendo assim, os pontos em azul evidenciam as posições de saída no regime permanente, resultantes da aplicação

dos sinais de controle nos motores. A combinação dos ângulos γ_s e α_s , em um determinado instante de tempo, indica a orientação do painel coletor no céu nesse instante de tempo. As linhas pretas verticais indicam o momento em que a dinâmica dos modelos foram alteradas. Como foi destacado anteriormente, uma vez que o painel solar é posicionado, o próximo posicionamento ocorre depois de passados 15 *min*.

Figura 33 – Simulação do sistema de rastreamento solar em tempo real: (a) posicionamento do ângulo azimutal, azul; (b) posicionamento do ângulo de elevação, azul. As linhas tracejadas vermelhas indicam os ângulos azimutal e de elevação obtidos com o modelo polinomial de referência, ao passo que a linha preta vertical evidencia o instante da transição de $G_1(z)$ para $G_2(z)$.



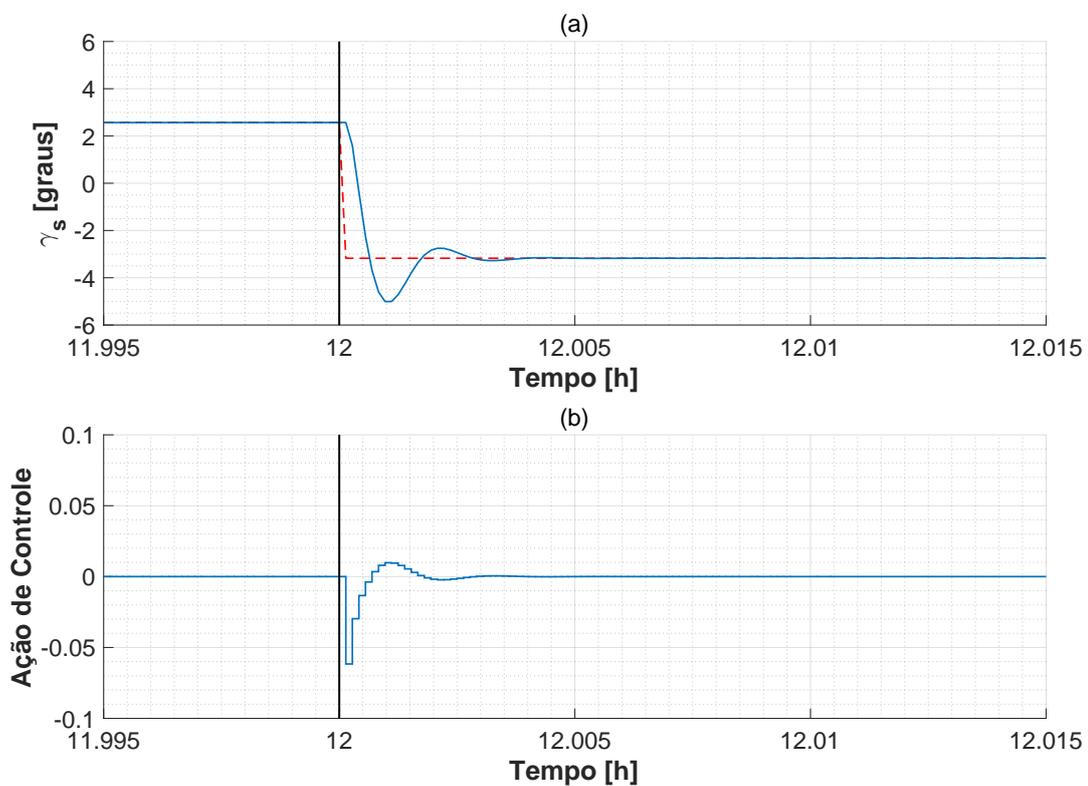
Fonte: Do autor.

As figuras 34 e 35 mostram os transitórios e as ações de controle, para os dois graus de liberdade do sistema de rastreamento solar, no momento em que ocorre a variação dinâmica. Nota-se que ambas as respostas apresentam um tempo de acomodação de aproximadamente 10 *s*, o mesmo encontrado ao longo dos ensaios da Seção 4.3 que, por sinal, foram realizados por intermédio do mesmo regime de operação desejado.

Observa-se que o objetivo é alcançado, uma vez que a lei de controle desenvolvida para o STR_{PP} sem cancelamento de zeros foi capaz de posicionar os painéis coletores conforme os sinais de referência dos ângulos azimutal e de elevação. Após a transição do modelo de $G_1(z)$ para $G_2(z)$, o posicionamento do painel coletor continua apresentando um

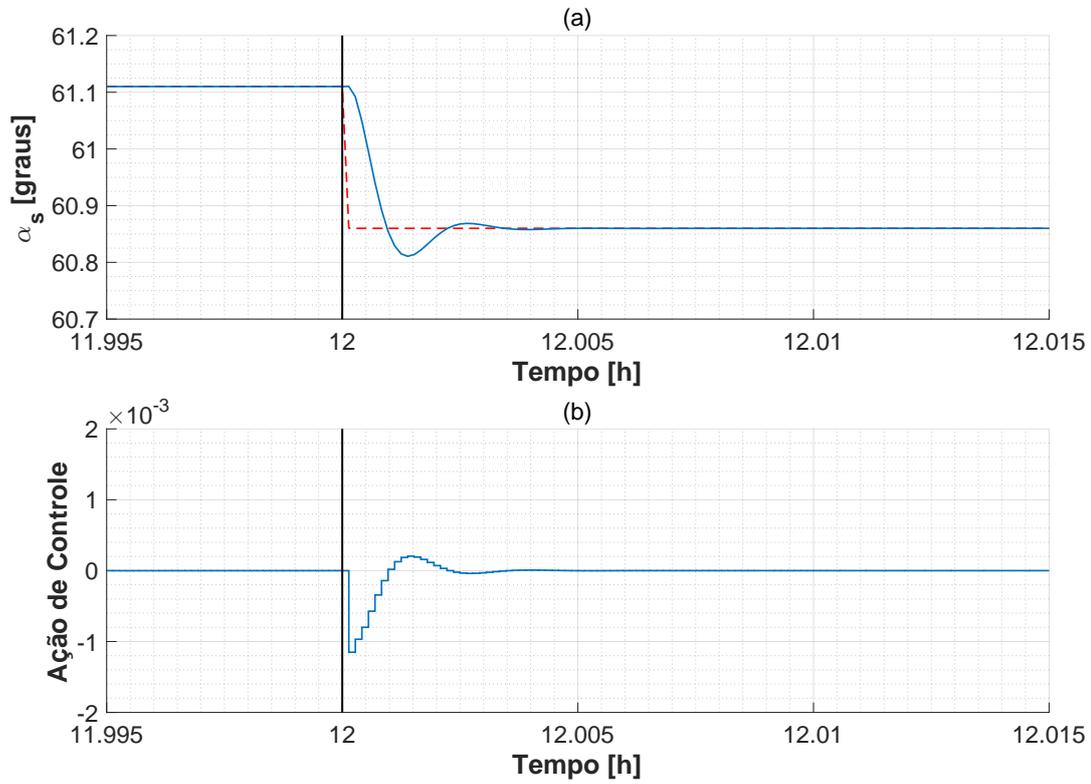
tempo de acomodação de aproximadamente 10 s para ambos os graus de liberdade, visto que o comportamento das saídas é definido por intermédio do regime de operação desejado. De acordo com o comportamento do STR_{PP} sem cancelamento de zeros discutido na Seção 4.3.2, diz-se que esse resultado está em conformidade com o que era previsto. Dessa forma, os objetivos traçados para a realização deste trabalho, devidamente apresentados na Seção 1.2, foram alcançados, o que classifica a aplicação do método de controle adaptativo em questão, na implementação de um sistema de rastreamento solar, como satisfatória.

Figura 34 – Transitório do posicionamento azimuthal após a variação dinâmica no sistema de rastreamento solar: (a) posicionamento do ângulo azimuthal γ_s , linha azul, em contraste com o sinal de referência, linha tracejada vermelha; (b) ação de controle u . A linha preta vertical evidencia o instante da transição de $G_1(z)$ para $G_2(z)$.



Fonte: Do autor.

Figura 35 – Transitório do posicionamento de elevação após a variação dinâmica no sistema de rastreamento solar: (a) posicionamento do ângulo de elevação α_s , linha azul, em contraste com o sinal de referência, linha tracejada vermelha; (b) ação de controle u . A linha preta vertical evidencia o instante da transição de $G_1(z)$ para $G_2(z)$.



Fonte: Do autor.

6 Conclusões

Um sistema de rastreamento solar baseado em controle adaptativo foi desenvolvido no sentido de seguir a posição do sol por meio de dois graus de liberdade, as posições dos ângulos azimutal e de elevação. O seu desempenho foi avaliado por meio de simulações computacionais, implementadas no ambiente de desenvolvimento do *software* de computação algébrica MATLAB® R2016a, da *MathWorks*®. A técnica de controle adaptativo utilizada foi por meio da abordagem indireta de um regulador autoajustável (STR), que requer, para o seu desenvolvimento, a especificação de uma técnica de estimação de parâmetros em tempo real e a definição de um esquema de adaptação para a implementação de uma lei de controle.

Para a estimação de parâmetros em tempo real, foram apresentadas duas técnicas, sendo elas os processos de identificação por meio dos estimadores RMQ_λ e APN. Enquanto que, em termos do esquema de adaptação a ser empregado, um algoritmo foi apresentado de modo a facilitar a aplicação do método da alocação de polos no STR. Com o intuito de reduzir os procedimentos algébricos do algoritmo, foram exploradas duas possíveis simplificações, o que resultou em duas leis de controle adaptativo diferentes para o STR com alocação de polos (STR_{PP}), a primeira em que considera-se o cancelamento dos zeros do processo, e a outra em que eles são preservados. Conforme foi visto, a aplicação do STR_{PP} sem cancelamento de zeros, em conjunto com a identificação por estimador RMQ_λ , apresentou um comportamento mais adequado. Por esse motivo, tal configuração foi a escolhida para a simulação do rastreamento solar em tempo real.

Com o simples objetivo de avaliar a robustez das leis de controle levantadas para o STR_{PP} , foi utilizado um modelo variante no tempo genérico, cuja transição na dinâmica leva o sistema em malha aberta à instabilidade. Contudo, viu-se que ambas as leis de controle adaptativo encontradas levaram o sistema em malha fechada a operar dentro da região de estabilidade, ainda em conformidade com o regime de operação desejado. Esse resultado mostrou a eficiência do método da alocação de polos, quando selecionado como o esquema de adaptação do STR.

Em termos do sistema de rastreamento solar, os resultados obtidos são considerados como satisfatórios. Dessa forma, diz-se que o controle adaptativo é uma solução viável a ser considerada. Após a transição na dinâmica do modelo variante no tempo, levantado de modo a representar os mecanismos de posicionamento azimutal e de elevação do painel coletor, foi visto que o sistema em malha fechada converge para o regime de operação desejado. Dessa forma, observou-se que os efeitos da variação na dinâmica de operação do sistema de rastreamento solar são minimizados, devido às características adaptativas do método.

Em trabalhos futuros, sugere-se a construção de um protótipo, no sentido de viabilizar meios de avaliar a estratégia de controle adaptativo proposta em aspectos práticos. Para isso, a estimação dos parâmetros em tempo real pode ser realizada considerando-se a utilização do estimador APN, que requer menos esforço computacional do *hardware* de processamento, ou ainda, pode-se explorar a aplicação de métodos mais sofisticados de identificação de sistemas não apresentados neste trabalho. Adicionalmente, pode-se considerar também a aplicação da técnica de controle adaptativo direto por MRAC, em que a etapa de identificação de sistemas não é utilizada. Dessa forma, o desempenho desenvolvido pelo sistema de rastreamento solar por meio da técnica MRAC poderá ser comparado ao do STR_{PP}, abordado neste trabalho.

Referências Bibliográficas

- ÅSTRÖM, K. J.; WITTENMARK, B. Problems of identification and control. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, v. 34, p. 90–113, 1971.
- ÅSTRÖM, K. J.; WITTENMARK, B. On self tuning regulators. *Automatica*, Pergamon Press, v. 9, p. 185–199, 1973.
- ÅSTRÖM, K. J.; WITTENMARK, B. *Computer Controlled Systems*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1984.
- ÅSTRÖM, K. J.; WITTENMARK, B. *Adaptive Control*. 2nd. ed. Mineola, NY: Dover Publications, 2008.
- AGUIRRE, L. A. *Introdução à Identificação de Sistemas - Técnicas Lineares e Não Lineares: Teoria e Aplicação*. 4. ed. Belo Horizonte, MG: Editora UFMG, 2015.
- ALLIDINA, A. Y.; HUGHES, F. M. Generalised self-tuning controller with pole assignment. *IEE Proceedings*, v. 127, n. 1, jan. 1980.
- ARBABA, H.; JAZIA, B.; REZAGHOLIZADEH, M. A computer tracking system of solar dish with two-axis degree freedoms based on picture processing of bar shadow. *Renewable Energy*, v. 34, p. 1114–1118, 2009.
- CAMACHO, E. F.; BERENGUEL, M. Control of solar energy systems. In: IFAC SYMPOSIUM ON ADVANCED CONTROL OF CHEMICAL PROCESSES. *The International Federation of Automatic Control*. Singapore, 2012.
- CAMACHO, E. F.; RUBIO, F. R.; HUGHES, F. M. Self-tuning control of a solar power plant with a distributed collector field. *IEEE Control Systems*, 1992.
- CHONG, K. K.; WONG, C. W. General formula for on-axis sun-tracking system and its application in improving tracking accuracy of solar collector. *Solar Energy*, v. 83, p. 298–305, 2009.
- DORF, R. C.; BISHOP, R. H. *Sistemas de Controle Modernos*. 8. ed. Rio de Janeiro, RJ: LTC, 2001.
- HAMMAD, B. K. et al. Adaptive control of solar tracking system. *IET Science, Measurement and Technology*, 2014.
- IOANNOU, P. A.; SUN, J. *Robust Adaptive Control*. 1st. ed. Mineola, NY: Dover Publications, 2012.
- NISE, N. S. *Engenharia de Sistemas de Controle*. 6. ed. Rio de Janeiro, RJ: LTC, 2012.
- NOAA SOLAR CALCULATOR. 2017. Disponível em: <<https://www.esrl.noaa.gov/gmd/grad/solcalc/>>. Acesso em: 19/08/2017.
- OSBURN, P. V.; WHITAKER, A. K. *New Developments in the Design of Adaptive Control Systems*. [S.l.], 1961.

PARKS, P. C. Lyapunov redesign of model reference adaptive control systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, AC-11, p. 362–365, jul. 1966.

RASHID, M. H. *Eletrônica de Potência: Dispositivos, Circuitos e Aplicações*. 4. ed. São Paulo, SP: Pearson, 2014.