



UFOP



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
Universidade Federal de Ouro Preto
Escola de Minas – Departamento de Engenharia Civil
Curso de Graduação em Engenharia Civil



Marcos Bespaloff Júnior

Avaliação crítica da aplicação das disciplinas matemáticas básicas no curso de engenharia civil da UFOP

Ouro Preto

2024

Avaliação crítica da aplicação das disciplinas matemáticas básicas no curso de engenharia civil da UFOP

Marcos Besimaloff Júnior

Trabalho Final de Curso apresentado como parte dos requisitos para obtenção do Grau de Engenheiro Civil na Universidade Federal de Ouro Preto.

Data da aprovação: 28/10/2024

Área de concentração: Ensino de Engenharia Civil

Orientadora: Prof^a. MSc. Marcela Paula Grobério – UFOP

Coorientador: Prof. Dr. Geraldo Donizetti de Paula – UFOP

Ouro Preto

2024

SISBIN - SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO

B556a Besimaloff Júnior, Marcos.

Avaliação crítica da aplicação das disciplinas matemáticas básicas no curso de engenharia civil da UFOP. [manuscrito] / Marcos Besimaloff Júnior. - 2024.

189 f.: il.: tab..

Orientadora: Profa. Ma. Marcela Paula Grobério.

Coorientador: Prof. Dr. Geraldo Donizetti de Paula.

Monografia (Bacharelado). Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de Minas. Graduação em Engenharia Civil .

1. Engenharia civil - Estudo e ensino. 2. Engenharia civil - Matemática - Estudo e ensino. 3. Currículo - Matriz curricular - Análise. 4. Engenharia civil. 5. Engenharia - Ciclo básico. 6. Matemática aplicada. I. Grobério, Marcela Paula. II. Paula, Geraldo Donizetti de. III. Universidade Federal de Ouro Preto. IV. Título.

CDU 621

Bibliotecário(a) Responsável: Maristela Sanches Lima Mesquita - CRB-1716



FOLHA DE APROVAÇÃO

Marcos Besimaloff Júnior

Avaliação crítica da aplicação das disciplinas matemáticas básicas no curso de Engenharia Civil da UFOP

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia Civil da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de Engenheiro Civil

Aprovada em 28 de outubro de 2024

Membros da banca

MSc. - Marcela Paula Grobéro - Orientadora - Universidade Federal de Ouro Preto
DSc. - Geraldo Donizetti de Paula - Universidade Federal de Ouro Preto
DSC. - Rovadávia Aline de Jesus Ribas - Universidade Federal de Ouro Preto

Marcela Paula Grobéro, orientadora do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito na Biblioteca Digital de Trabalhos de Conclusão de Curso da UFOP em 28/10/2024



Documento assinado eletronicamente por **Marcela Paula Groberio, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 28/10/2024, às 23:58, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **0801838** e o código CRC **D2E1F897**.

AGRADECIMENTOS

Principalmente, agradeço e dedico este trabalho, graduação e toda a minha vida ao gracioso e muito bondoso Deus. Jesus me fortaleceu e instruiu durante todo o processo, deu ânimo e enorme ajuda. Sem a Sua misericórdia, não dá; convido você, leitor, a conhecer a verdadeira Vida, Paz e Alegria: Ele próprio.

Aos meus pais, Andresa e Marcos, devo o meu amor, além de eterna gratidão. O apoio, conselhos, carinho contínuos e até a escolha e continuidade neste curso: são parte essencial desta vitória, que é de vocês também.

Sou grato também por meus professores da majestosa Escola de Minas. A competência e capacidade de vocês foram cruciais para minha formação, não somente acadêmica. Em especial a meus orientadores Geraldo e Marcela; a coragem de vocês em aceitar um tema tão desafiador foi fundamental.

E por fim, mas certamente importantíssimo, os amigos. A trajetória com vocês foi demais; mais leve, agradável e feliz. Minha irmã Camila, dividindo não só conversa fiada e as dificuldades da graduação, mas também toda a vida. E os violentos, os brutos e muito brabos Fernando e Yuri. Vocês fizeram ser muito mais divertida, e avacalhada, essa história. Foi uma honra e um grande privilégio estudar com vocês, meus caros.

RESUMO

A matemática é uma disciplina de colossal importância e ampla relevância ao desenvolvimento da engenharia, à evolução das ciências e ao progresso da própria civilização. Historicamente, sua disseminação e aprofundamento acarretaram avanços significativos na qualidade de vida das pessoas e extensas transformações na estrutura da sociedade. Atrélada intrinsecamente a ela, e mesmo quase definida por sua aplicação no ambiente com fins de melhorá-lo à humanidade, encontra-se a engenharia. Prioritária e mais imponentemente, a engenharia civil. Entretanto, apesar da forte relação entre estas áreas e da crescente interação delas pelos tempos, a docência não tem acompanhado tal frutífera conexão. Tem-se observado volumosa defasagem entre as exigências do dinâmico mercado de trabalho e as competências adquiridas pelos estudantes formados. E muito disto deve-se à exagerada cobrança das matérias básicas e à forçada compactação, em tempo e abrangência, dada às profissionalizantes; fatores estes geralmente interligados. Neste fato atestado reside o objetivo do presente trabalho, que é o de analisar a atual grade curricular do curso de engenharia civil da Universidade Federal de Ouro Preto com fins de averiguar a parcela de conhecimento e ferramental matemático efetivamente empregados na formação do egresso em grau de bacharelado. A metodologia proposta para alcançar tal meta resume-se à análise das ementas das disciplinas específicas obrigatórias da graduação através de livros-referência e de seus conteúdos, identificando os diferentes conceitos matemáticos abordados neles. Verificou-se grande dispêndio de tempo e recursos cognitivos aplicados no estudo de disciplinas do ciclo básico relativas à matemática, com baixo ou ausente uso dela nas disciplinas profissionalizantes, suposto foco principal da formação. Conclui-se, portanto, que é desejável e necessária uma atualização da matriz curricular vigente nos cursos de graduação em engenharia civil das diversas instituições, com o intuito de otimizá-la, para aumento do nível do aprendizado dos alunos nas temáticas de sua futura carreira e introdução de maior profundidade ou abrangência nestas.

Palavras-chave: Ensino de engenharia civil. Matemática na engenharia civil. Análise matriz curricular. Engenharia civil. Ciclo básico de engenharia. Matemática aplicada.

ABSTRACT

Mathematics is a discipline of colossal importance and broad relevance to the development of engineering, the evolution of science and the progress of civilization itself. Historically, its dissemination and deepening have led to significant advances in people's quality of life and extensive transformations in the structure of society. Intrinsically linked to it, and even almost defined by its application to the environment with the aim of improving it for humanity, is engineering. Priority and most importantly, civil engineering. However, despite the strong relationship between these areas and their growing interaction over time, teaching has not followed such a fruitful connection. A large gap has been observed between the demands of the dynamic job market and the skills acquired by graduate students. And much of this is due to the exaggerated demand for basic subjects and the forced compression, in time and scope, given to professional courses; factors that are generally interconnected. In this attested fact resides the objective of the present work, which is to analyze the current curriculum of the civil engineering course at the Federal University of Ouro Preto in order to ascertain the amount of knowledge and mathematical tools effectively used in the training of graduates in bachelor's degree. The methodology proposed to achieve this goal boils down to analyzing the syllabuses of specific mandatory undergraduate subjects through reference books and their contents, identifying the different mathematical concepts covered in them. There was a large expenditure of time and cognitive resources applied to the study of basic cycle subjects related to mathematics, with little or no use of it in professional subjects, the supposed main focus of training. It is concluded, therefore, that it is desirable and necessary to update the current curriculum matrix in civil engineering undergraduate courses at different institutions, with the aim of optimizing it, to increase the level of student learning in the themes of their future career. and introduction of greater depth or scope in these.

Keywords: Civil engineering teaching. Mathematics in civil engineering. Curricular matrix analysis. Civil engineering. Basic engineering cycle. Applied math.

“Porque o SENHOR dá a sabedoria; da Sua boca é que vem o conhecimento e o entendimento.”

Provérbios 2:6

SUMÁRIO

1 Introdução.....	11
1.1 Objetivo.....	15
1.1.1 Objetivos Específicos.....	16
1.2 Estrutura do Texto.....	16
1.3 Justificativa do Tema.....	17
2 Revisão Bibliográfica.....	19
3 Metodologia.....	23
4 Desenvolvimento.....	24
4.1 Concreto Armado I.....	27
4.2 Concreto Armado II.....	27
4.3 Construção de Edifícios I.....	30
4.4 Construção de Edifícios II.....	30
4.5 Construções de Madeira.....	31
4.6 Construções Metálicas I.....	31
4.7 Desenho Arquitetônico.....	33
4.8 Desenho Estrutural e de Instalações.....	33
4.9 Desenho Técnico.....	33
4.10 Engenharia Ambiental Básica.....	33
4.11 Ferrovias.....	34
4.12 Fundações.....	34
4.13 Geologia Aplicada à Engenharia Civil.....	34
4.14 Geometria Descritiva.....	35
4.15 Hidráulica I.....	35
4.16 Hidráulica II.....	37
4.17 Hidrologia Aplicada.....	40
4.18 Infraestrutura de Vias Terrestres.....	47
4.19 Instalações Elétricas.....	48
4.20 Instalações Hidráulicas.....	48
4.21 Materiais de Construção I.....	48
4.22 Materiais de Construção II.....	49
4.23 Mecânica dos Solos I.....	49
4.24 Mecânica dos Solos II.....	50
4.25 Obras de Terra.....	51
4.26 Pontes I.....	51
4.27 Resistência dos Materiais I.....	53
4.28 Resistência dos Materiais II.....	57

4.29 Saneamento.....	59
4.30 Sistemas Estruturais.....	61
4.31 Superestruturas de Rodovias e Aeroportos.....	63
4.32 Teoria das Estruturas I.....	63
4.33 Teoria das Estruturas II.....	66
4.34 Topografia e Desenho Topográfico.....	70
5 Resultados.....	71
6 Conclusão.....	84
6.1 Sugestões para Trabalhos Futuros.....	88
Referências.....	89
Apêndice A - Disciplinas Matemáticas Básicas.....	96
A.1 Cálculo Diferencial e Integral I - MTM122.....	96
A.2 Cálculo Diferencial e Integral II - MTM123.....	98
A.3 Cálculo Diferencial e Integral III - MTM124.....	101
A.4 Cálculo Numérico - BCC760.....	108
A.5 Estatística e Probabilidade - EST202.....	117
A.6 Geometria Analítica e Cálculo Vetorial - MTM131.....	127
A.7 Introdução à Álgebra Linear - MTM112.....	135
A.8 Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias - MTM125.....	142
Apêndice B - Disciplinas Específicas.....	155
B.1 Concreto Armado I - CIV216.....	155
B.2 Concreto Armado II - CIV217.....	156
B.3 Construção de Edifícios I - CIV239.....	157
B.4 Construção de Edifícios II - CIV249.....	158
B.5 Construções de Madeira - CIV265.....	158
B.6 Construções Metálicas I - CIV266.....	159
B.7 Desenho Arquitetônico - ARQ210.....	160
B.8 Desenho Estrutural e de Instalações - ARQ211.....	161
B.9 Desenho Técnico - ARQ209.....	162
B.10 Engenharia Ambiental Básica - AMB110.....	163
B.11 Ferrovias - CIV259.....	163
B.12 Fundações - CIV246.....	164
B.13 Geologia Aplicada à Engenharia Civil - GEO289.....	165
B.14 Geometria Descritiva - ARQ208.....	166
B.15 Hidráulica I - CIV224.....	167
B.16 Hidráulica II - CIV225.....	168
B.17 Hidrologia Aplicada - CIV226.....	169
B.18 Infraestrutura de Vias Terrestres - CIV249.....	170

B.19 Instalações Elétricas - CAT105.....	171
B.20 Instalações Hidráulicas - CIV109.....	172
B.21 Materiais de Construção I - CIV237.....	173
B.22 Materiais de Construção II - CIV238.....	174
B.23 Mecânica dos Solos I - CIV244.....	175
B.24 Mecânica dos Solos II - CIV245.....	176
B.25 Obras de Terra - CIV247.....	177
B.26 Pontes I - CIV218.....	178
B.27 Resistência dos Materiais I - CIV105.....	180
B.28 Resistência dos Materiais II - CIV106.....	181
B.29 Saneamento - CIV227.....	182
B.30 Sistemas Estruturais - CIV203.....	183
B.31 Superestruturas de Rodovias e Aeroportos - CIV260.....	184
B.32 Teoria das Estruturas I - CIV208.....	185
B.33 Teoria das Estruturas II - CIV209.....	187
B.34 Topografia e Desenho Topográfico - ARQ204.....	188

1 INTRODUÇÃO

A matemática pode ser definida como a ciência que estuda números, espaços, transformações, variações e quaisquer estruturas contidas ou aplicáveis ao crivo do raciocínio lógico; de acordo com Oxford English Dictionary (2023). De maneira ainda mais genérica, trata-se da investigação de padrões, de quantificações. Com terminologia tão abrangente, não é de se espantar que expressiva porção de informações desenvolvidas pelo homem seja intensa e diretamente afetada, senão até mesmo regida por ela.

De maneira estrita, ela não pode ser considerada puramente como ciência, haja vista que não é possível ou mesmo plausível a aplicação do método científico, a experimentação empírica, para determinar a validade de suas conclusões e resultados; de acordo com Benacerraf e Putnam (1983). Mas, tomado o significado popular de ciência como área de conhecimento humano, podem tratar-se como sinônimos.

A universalidade de suas proposições a torna extremamente versátil em distintas aplicações, desde censos agropecuários até delimitação de terrenos, ambas as atividades remontando aos primórdios da civilização, sendo ela própria anterior a esta espécie de ajuntamento humano organizado. Interessante e esperada é a constatação da ligação entre o desenvolvimento da matemática e o progresso da civilização, muito visível nos povos da Antiguidade como os da Mesopotâmia, do Egito, da Índia, da China e da Grécia. Outras atividades arcaicas, mas fundamentais para este processo de evolução, foram a astronomia, o manejo de culturas, o registro de tempo e o comércio. Estes não existiriam caso não houvesse a matemática como ferramenta. Como último e mais expressivo exemplo, pode-se creditar a ela o intenso desenvolvimento tecnológico e epistemológico propiciado pelo avanço das ciências formais, como física, química e biologia, além de todas as suas subáreas correlatas. Mesmo sendo coadjuvante nesses setores, atua de forma providencial, funcionando como artifício ou linguagem para resolução de problemas secundários deles, que levaram à descoberta de conceitos superiores e à interpretação de resultados experimentais para formulação de suas teorias.

Esta conexão entre a sociedade e a matemática é realmente verificada na prática, com as grandes construções da antiguidade, como diques, aquedutos, palácios e pirâmides; além, é claro, das extraordinárias estruturas levantadas hodiernamente. Nas espetaculares obras destes edifícios, e incontáveis outros tipos como barragens, estradas, pontes e túneis, encontra-se uma das mais honrosas profissões e prestigiado braço da ciência clássica e continuamente moderna: a engenharia civil. Esta possui um estrito e profundo relacionamento com as ciências teóricas, tomando várias de suas hipóteses e modelando-as a diversas situações, materiais e condições diferentes, obtendo volumosos sucessos e desenvolvendo tais matérias muito fortemente ao longo dos séculos. Às vezes, até mesmo retirando destas alguns estudos que compartilhavam, monopolizando seu desenvolvimento; como no caso dos estudos sobre hidráulica ou mecânica dos sólidos, escopos originários da física do contínuo que agora são pesquisadas quase que exclusivamente na engenharia, por exemplo, segundo Truesdell (1986).

A engenharia civil, significando a ciência que planeja, projeta, calcula, executa e supervisiona construções e obras, além de muitas outras subatividades, é o ramo do conhecimento humano que mais transforma o meio e aumenta a qualidade de vida humana; conforme Hansen e Zenobia (2011). De modo mais prático, é a atividade responsável por todas as etapas da confecção das grandes infra e superestruturas que modelam nossas cidades e entornos, como aeroportos, viadutos, contenções, obras de drenagem; tudo. Divide-se, costumeiramente, em cinco grandes áreas principais, interdependentes: estruturas, hidrotecnia, geotecnia, construção e transportes.

Transportes refere-se a toda infraestrutura criada para propiciar a mobilidade de cargas e pessoas em veículos apropriados, numa via. É fundamental para o desenvolvimento social e evolução econômica. A construção é a parcela responsável por confeccionar edificações das mais diversas formas, principalmente no que tange a escolha de materiais, logística da execução e métodos utilizados. Provavelmente a atividade da engenharia civil mais antiga e primária, ocorrendo desde a obtenção de abrigos pelos primitivos. Geotecnia é, mesmo tão recente, a

parte da engenharia civil mais interligada às outras, pois todas as suas atividades são assentadas sobre o solo, ao final. Ela estuda o material componente, suas propriedades e comportamento mecânico, além dos suportes específicos às obras das outras áreas da engenharia civil. Hidrotecnia, como a nomenclatura indica, trata dos recursos hídricos no geral, seu manejo, movimento e propriedades. Vital para a sociedade, o domínio de suas técnicas permitiu o estabelecimento de cidades mais distantes de corpos d'água expressivos, gerando melhor aproveitamento dos territórios. E, por último, porém de enorme relevância, as estruturas. São conjuntos de sólidos deformáveis dispostos e arrançados de maneira tal a suportar esforços. Devido a abrangência de seus conceitos como resistência, deslocamento e rigidez, possui tantos usos quanto se possa imaginar, abraçando e elevando não só os sistemas das outras áreas da engenharia civil como também doutros ramos da ciência e tecnologia.

A engenharia civil remonta seu passado à construção de casebres para proteção das intempéries ambientais pelos povos nômades da pré-história, passando às suntuosas obras dos antigos povos, como os palácios com jardins suspensos (zigurates babilônios), o Templo de Salomão do antigo Reino Unido de Israel, as pirâmides egípcias de Gizé e como último e magistral exemplo, a Grande Muralha da China; estas as consideradas maravilhas do mundo antigo. Todas essas espetaculares construções ilustram a potência que a engenharia civil apresenta em acrescer à sociedade, mesmo enquanto ainda pautava-se mais na tentativa empírica e na prática do que em robustos conhecimentos científicos, como se dá atualmente. Isto mudou a partir do período da Renascença, que propiciou enorme desenvolvimento científico, juntamente com a descoberta de novos materiais como o aço e o cimento, que trouxeram a engenharia edificativa ao auge em que permanece até hoje.

Todo este possante sucesso, assim como de qualquer tema tecnológico no geral, encontra-se intensamente ligado à transmissão destes conhecimentos estabelecidos a novos aspirantes a profissionais; isto para que ocorra a continuidade de seu crescimento como ramo. Desta maneira, estabelece-se uma relação de

dependência existente entre o adequado e eficiente ensino das ciências, em especial da matemática, e o progresso e o pleno uso destas para moldar e transformar a sociedade, como poeticamente descrito pela famosa frase da *American Society of Civil Engineers*: “Engenheiros civis constroem a infraestrutura do mundo; fazendo isso, eles moldam a história das nações” (SOCIEDADE AMERICANA DE ENGENHEIROS CIVIS, 2023).

Mas a intensa, bela e fecunda ligação entre a matemática e a engenharia civil tem visto seu brilho se esvaecer e desgastar um pouco, no que tange ao ensino a nível de graduação. Mais aos profissionais de campo que compõem o mercado; pois os engenheiros altamente habilitados, os mestres e doutores, superam o problema a se relatar através da especialização e concatenação dos estudos propiciada pela pós-graduação. Certamente que tal problema de ensino não é grave a ponto de frear os contundentes avanços que são feitos na área ou suas aplicações práticas por profissionais, que são cada vez mais impressionantes.

Entretanto, garantidamente, poder-se-ia estar num estágio superior de desenvolvimento caso não fosse tão intenso o obstáculo causado pela falha pedagógica decorrente da generalização do ciclo básico das engenharias. Isto em detrimento de um ciclo básico ajustado às necessidades de cada uma destas engenharias em específico. Observa-se no nível superior, próximo daquilo percebido nas esferas anteriores de ensino: altas taxas de evasão, de repetitivas reprovações e da necessidade de revisão de conceitos básicos nas disciplinas específicas mais avançadas; isto conforme Schwartzman (2009). Obviamente que o material humano que ingressa no curso, com sua muitas vezes frágil e deficiente base de conhecimentos fundamentais, acrescida da dificuldade inerente dos conteúdos do ensino superior são fatores preponderantes também à piora destes índices; porém não deve-se subestimar a influência da docência nesta caótica situação, mais especificamente dos moldes aos quais os professores precisam se ater.

E, como extensamente exemplificado nas definições anteriores, a matemática e as ciências são de suma importância para o estudo e prática da profissão de engenheiro civil; o que faz este problema conjuntural, dos alunos apresentarem

desempenho bem aquém do desejável e até mesmo do mínimo, tomar proporções muito maiores quando cuidadosamente avaliado. O que geralmente se vê é a manutenção das deficiências em habilidades físico-matemáticas exigidas nas disciplinas específicas de engenharia. Estas, por fim, tendem a gerar diminuição do aproveitamento e novas lacunas no aprendizado, que acarretarão sérios empecilhos e fragilidades do egresso em sua prática laboral de ocupação.

O ciclo básico generalista das engenharias, mais especificamente as disciplinas matemáticas, nos moldes em que se encontra, sem considerar as particularidades de cada curso, tende a criar um ciclo vicioso de embaraços ao estudante, aos professores de engenharia propriamente ditos e à sociedade de maneira direta, de acordo com Souza e Vieira (2017). E é exatamente devido a estes indícios e postulados postos que torna-se de especial interesse e crucial importância para a engenharia civil, mesmo que não tratando diretamente de seu escopo de conteúdos, a investigação e análise propostas neste trabalho.

1.1 Objetivo

O objetivo do presente trabalho é criar uma análise dos conhecimentos teoricamente adquiridos no decurso do ciclo básico, referentes à matemática, sob o prisma da utilidade deles aos conteúdos abordados nas disciplinas específicas e profissionalizantes do curso de engenharia civil da UFOP. Correlato a este, almeja-se identificar especificamente os conceitos destas áreas específicas que trabalham e demandam cada um dos conhecimentos matemáticos do ensino superior, sejam aqueles exigidos para a rigorosa demonstração da validade de resultados científicos, para a plena compreensão e/ou para a prática aplicação das informações ensinadas.

Para tanto, também se elucidam tais conteúdos das disciplinas através de breves explicações, a fim de contextualizar os temas que estão sendo tratados e orientar o leitor no entendimento do estudo feito.

1.1.1 Objetivos Específicos

Como objeto específico e final deste trabalho está a avaliação da real importância e necessidade do nível de aprofundamento dado às disciplinas relacionadas à matemática pertencentes ao ciclo básico de graduação em engenharia civil; no contexto da atuação profissional e também do aprimoramento da estrutura do ensino superior.

1.2 Estrutura do Texto

A seguinte monografia divide-se, primariamente, em um direto desenvolvimento, uma sucinta apresentação dos resultados e, finalmente, uma direta conclusão dos trabalhos; acrescida de apêndices para auxílio e suporte.

O desenvolvimento é o trabalho em si. Ele fornece uma definição formal dos temas específicos que efetivamente utilizam conceitos matemáticos básicos. Apresenta também quais conceitos usaram, além do modo que o fizeram.

Nos resultados, mostra-se o simples tratamento estatístico aplicado aos dados obtidos.

A conclusão dos trabalhos fornece um pequeno resumo de todo o escopo do texto. Além disso, apresenta a discussão dos resultados, com explicações e cenários para as análises. Ali também dão-se propostas de resolução, sugestões para a situação atual e instruções para futuros trabalhos na área, a fim de realmente tornar relevante a temática aqui exposta.

O apêndice constitui-se de sucintas definições dos temas principais de cada disciplina básica, com os respectivos agrupamentos de conceitos, que foram rastreados nas disciplinas específicas. Estas últimas, por sua vez, apresentam somente suas definições e os livros didáticos em que se efetuou a busca pelos conceitos matemáticos.

1.3 Justificativa do Tema

Uma matriz curricular adequada às demandas mercantis e fundamentada sob fortes princípios técnico-científicos é extremamente benéfica ao curso a que pertence, assim como à instituição que o fornece; boa até mesmo à carreira do profissional formado em si, conforme Pereira e Oliveira (2016). Em âmbito regional, mas também em esferas superiores. Desta maneira, a acurada escolha dos conceitos e conteúdos a serem ministrados aos estudantes impacta diretamente em sua formação, competência e competitividade profissional. Para tanto é necessário que haja frequentes atualizações nesta matriz, a fim de que ela acompanhe não só avanços teórico-científicos, técnicos e normativos, mas também aqueles relativos a ferramentas e à atuação profissional no emprego. Ainda, é importante considerar os aspectos físicos e institucionais, como recursos humanos e financeiros, a fim de economizá-los através da melhor utilização do tempo em sala de aula.

Assim sendo, a proposta de análise de uma matriz curricular é de grande relevância ao próprio futuro do ramo de conhecimento, pois afeta fortemente a qualidade dos próximos profissionais, pesquisadores e docentes, podendo atrasar ou alavancar o desenvolvimento desta área.

Existe uma clara interdisciplinaridade entre o ramo do conhecimento específico, como a engenharia civil, e a área de educação; haja vista que a matriz curricular refere-se ao ensino dos conteúdos do curso em questão, item intimamente relacionado à educação. Como interdisciplinaridade é "o intercâmbio mútuo e a integração recíproca de várias ciências" (PIAGET, 2023), estudos que encaixam-se nesta definição pertencem a ambas as matérias científico-escolares, assim como seus resultados. Tal relação ensino-conteúdo equipara, então, uma análise da matriz curricular com a prática docente (obviamente desconsiderando aspectos de importância imediata e absoluta, como capacitação e domínio dos conteúdos específicos). Pois ambas abordam os conteúdos específicos com significativas contribuições da educação: a docência preocupa-se no repasse direto destes conhecimentos, dominando-os integralmente; enquanto uma avaliação da matriz

curricular estudará características deste repasse, do ensino em si, sendo os conhecimentos transferidos o objeto central de investigação.

Por fim, a resolução nº 2 de 24 de abril de 2019 do Conselho Nacional de Educação não só permite trabalhos de conclusão de curso com este modelo como também os incentiva. Ela reconhece a seriedade deste tipo de discussões, apesar deste modelo de análise ser pouco utilizado.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Os temas da Resolução nº 2 de 24 de abril de 2019 do Conselho Nacional de Educação por sua Câmara de Educação Superior do Ministério da Educação que institui as Diretrizes Curriculares Nacionais nos cursos de engenharia tratam desde o perfil e as competências do formando, até mesmo a estrutura do corpo docente e a organização geral do curso. Ela instrui de maneira completa e precisa, por exemplo, à flexibilização de um currículo baseado em aulas expositivas, incentivando a introdução de atividades extracurriculares como projetos de extensão, de iniciação científica, estágios e monitorias. Tais colocações resolutivas visam a evolução e compatibilização das instituições às novas modalidades de ensino e aos avanços na educação. Em apoio a estas afirmações, Tonini e Pinto (2008, p. 4-8) ressaltam:

Através da flexibilização, o currículo formal deixa de ter preponderância sobre um currículo estruturado por meio de um Projeto Pedagógico do Curso (PPC) bem delineado e constantemente reavaliado, cujo objetivo principal será orientar a vida acadêmica do futuro engenheiro, levando em conta a diversidade do público a que se destina, seja na academia, seja no mundo do trabalho.

A resolução é muito importante para a administração dos cursos superiores; contudo, apresenta algumas incongruências e percalços que afetam os resultados desta. Sua generalidade, apesar de torná-la um poderoso instrumento balizador, deixa-a um pouco inexata ao tratar das necessidades intrínsecas e particulares de algumas áreas do conhecimento em engenharia. Como exemplo, o artigo 9º e inciso 1º declara:

Todas as habilitações do curso de engenharia devem contemplar os seguintes conteúdos básicos, dentre outros: administração e economia; algoritmos e programação; ciência dos materiais; ciências do ambiente; eletricidade; estatística; expressão gráfica; fenômenos de transporte; física; informática; matemática; mecânica dos sólidos; metodologia científica e tecnológica; e química (BRASIL, 2019, p. 5).

A compulsória abordagem de alguns desses conceitos mostra-se altamente ineficaz e até mesmo ilógica a depender da modalidade de engenharia tomada. As informações repassadas no ciclo básico de um assunto que é desconexo de um tipo de engenharia não são revisitadas em nenhum outro momento na graduação nem

acrescidas de qualquer outra informação. Mais diretamente, eletricidade ou mecânica dos sólidos são inteiramente alheias às engenharias de produção, florestal e geológica; porém de ministração obrigatória.

Entretanto, a maior dificuldade enfrentada relativa a esta resolução é o seu descumprimento. Muitas instituições mantêm-se rígidas quanto às determinações impostas pela resolução. Alteram tão somente as nomenclaturas ou adicionam um ínfimo número de atividades aproveitando-se da genericidade da norma. E permanecem com diretrizes ultrapassadas do seu Plano Pedagógico do Curso (PPC) e suas implicações. O grande problema nisso é a manutenção dos mesmos antigos problemas conhecidos das metodologias prévias, conforme destacam Almeida, Fatori e Souza (2007, apud FIRMINO, SIQUEIRA, 2017, p. 334):

A estrutura educacional permanece a mesma com currículo pautado em muitas disciplinas, tempo insuficiente para que sejam aprofundadas e cada uma dessas disciplinas sob responsabilidade de um professor, dificultando que mudanças significativas se produzam na formação dos estudantes; nesta estrutura, sem que os professores de disciplinas afins se reúnam para organizar uma proposta eficiente e cada professor ensinando o conteúdo sob sua concepção, não contribui para que os estudantes percebam a realidade, se interessem pelas questões do meio, expressem propostas, apresentem uma nova criação.

Vigorosamente ressalta-se aqui que os docentes do ensino superior arduamente procuram meios eficazes para que os estudantes aprendam. Na realidade, estes profissionais são as vítimas secundárias da decadente estrutura educacional vigente, logo atrás dos estudantes. Pois encontram-se fortemente atados a padrões irrealistas: reduzidos tempos de ministração, excesso de conteúdos a se abordar, a própria necessidade de retomar conceitos básicos para dar seguimento no programa de sua disciplina. Encontram-se igualmente prejudicados pela conformação atual do ensino superior, tanto professores das disciplinas básicas como das específicas.

Muitos estudiosos da área de pedagogia e educação apontam a estrita necessidade de alteração do sistema de ensino superior de engenharia vigente em muitos de seus aspectos. Santos, Monteiro e Alves (2021, p. 3) dizem:

Existe a necessidade de atualizar a formação da engenharia no país, visando atender as demandas futuras por mais e melhores engenheiros considerando a expectativa de parte da comunidade acadêmica, das

empresas que dependem dessa mão de obra qualificada e dos setores que representam a atuação profissional da área.

Na realidade, da maioria dos cursos de graduação em nível superior. Como obstáculos destacados do ensino no geral observam-se altas taxas de evasão escolar, defasagem dos conteúdos abordados com as necessidades do mercado de trabalho, pequena quantidade de interação entre disciplinas teóricas e suas aplicações práticas; entre, infelizmente, muitos outros.

Agora, referindo-se justamente às engenharias percebe-se, além da forte existência dos entraves postos anteriormente, outros mais particulares e também transtornosos.

As formações em engenharia em quase todas as instituições e países geralmente têm dificuldades quanto à avaliação da aprendizagem, que se refletem em taxas de trancamento e reprovação maiores que as de cursos de outras áreas; o acompanhamento da evolução dos alunos do curso ao longo dos anos tem permitido constatar que, em relação a algumas disciplinas, há situações onde a taxa de insucesso nas turmas sistematicamente excede o normal, mesmo em termos comparativos com outras disciplinas similares (UFRGN, 2021, p. 41).

Ainda cita-se um conjunto enorme de problemas e faltas:

Há necessidade de mudança de nível de algumas disciplinas, objetivando um melhor aproveitamento do aluno quanto à aprendizagem; disciplinas de informática com o conteúdo defasado; disciplinas com carga-horária excessiva, considerando as novas metodologias de ensino, podendo o seu conteúdo ser inserido ao conteúdo de outras disciplinas; necessidade de inter-relacionar as diferentes disciplinas objetivando a produção e disseminação do conhecimento; necessidade de manutenção de pré-requisitos em várias disciplinas, considerando a dependência do conteúdo exigido em uma disciplina, em relação à seguinte no processo de aprendizagem; necessidade de criação de novas disciplinas optativas, e remanejamento de disciplinas optativas para obrigatórias e de obrigatórias para optativas, considerando o atual momento tecnológico e econômico; a necessidade de formalizar pré-requisitos para o estágio não obrigatório, considerando que os alunos iniciam o estágio, quando ainda não tem conhecimento teórico e maturidade para o aproveitamento do estágio como agente de integração da teoria com a prática (UFRGN, 2021, p. 14-15).

Observando-se todas estas disposições, a obra “A Matemática no Ensino de Engenharia” situa-se como uma importante referência na análise deste cenário. É importante salientar que o artigo dos autores constitui a principal inspiração do presente trabalho de conclusão de curso. A identificação de boa parcela dos vícios

do ensino superior em engenharia, de algumas soluções e da análise de utilidade empregada aqui devem-se a estes autores, apesar das claras distinções dos objetivos e métodos entre os trabalhos. Uma colocação bastante precisa, que é bem pontual à sua contribuição a este trabalho, é “investigar os conceitos matemáticos mínimos para a satisfatória resolução de problemas em disciplina-meio dos cursos de engenharia” (FIRMINO; SIQUEIRA, 2017, p. 331). Ela ilustra muito bem o foco deste trabalho.

Por fim, citando novamente os autores Firmino e Siqueira (2017, p. 344):

Espera-se que esse trabalho seja o início da ampliação do debate na universidade, contribuindo com a dinamização do processo de ensino, sua relação com o conhecimento e com a construção de aprendizagens; além de implementar iniciativas e experiências didáticas e metodológicas que visem à melhoria do processo de ensino e aprendizagem no ensino superior.

Diz-se isto com apoio da própria resolução governamental, que orienta:

Recomenda-se a promoção frequente de fóruns com a participação de profissionais, empresas e outras organizações públicas e privadas, a fim de que contribuam nos debates sobre as demandas sociais, humanas e tecnológicas para acompanhar a evolução constante da engenharia, para melhor definição e atualização do perfil do egresso (BRASIL, 2019, p. 4).

Este presente trabalho, então, serve como ação norteadora, cumprindo novamente a resolução “devem ser definidas as ações de acompanhamento dos egressos, visando à retroalimentação do curso” (BRASIL, 2019, p. 4). Deixa-se este trabalho também como incentivo à reflexão e melhoria da estrutura acadêmica de todo o país.

3 METODOLOGIA

A metodologia empenhada para execução deste levantamento analítico consiste no exame detalhado das ementas disciplinares, tanto das matérias básicas quanto das específicas obrigatórias. Nas primeiras, categorizam-se os conceitos matemáticos presentes conforme proximidade teórica entre eles e relevância. E nas últimas, confere-se sua presença nos livros-texto referência em cada assunto.

Seguidamente, na próxima etapa, vistoriar-se-á um dos livros didáticos mais proeminentes e difundidos da disciplina específica em questão através de leitura exaustiva. Neste será pesquisado o emprego de algum dos grupos de conceitos matemáticos básicos, restringindo-se aos temas da ementa da disciplina específica. Este procedimento será necessário para padronização da análise, a fim de conferir maior confiabilidade aos resultados, haja vista que geralmente extrapolam os conteúdos da ementa em quantidade e profundidade, e até mesmo as competências exigidas na graduação.

Após, será computada a frequência relativa de utilização dos conhecimentos matemáticos fornecidos, com distinções quanto à natureza do uso. Este tratamento estatístico aplicado consistirá tão somente nesta contagem.

Então, se discorrerá acerca da necessidade real de aprofundamento das disciplinas temáticas de matemática no ciclo básico de engenharia civil da UFOP.

4 DESENVOLVIMENTO

Esta seção da monografia apresenta o corpo do trabalho executado propriamente dito. Nela serão exibidos todos os conteúdos das disciplinas específicas que necessitaram de algum dos conceitos matemáticos básicos. Esses conteúdos específicos estarão divididos em meio às matérias profissionalizantes a que pertencem. Serão brevemente definidos e, após isso, os conceitos matemáticos básicos que empregam serão enumerados, com sua respectiva classificação nos grupos de conceitos básicos deste trabalho e a disciplina matemática básica que compõem.

Dito isto, é muito importante ressaltar algumas considerações deste trabalho. A relação dos conteúdos componentes das disciplinas matemáticas básicas e das específicas de engenharia civil se deu através do exame das ementas fornecidas pela Universidade das respectivas matérias, conforme o Plano Pedagógico do Curso (PPC). Apesar dos temas ministrados pouco diferirem nas instituições de ensino, ponderou-se necessário estabelecer um padrão para esta análise proposta. Segundo este documento do PPC, há três classificações feitas às matérias obrigatórias abordadas no curso: básicas, profissionalizantes e específicas. Todas as disciplinas matemáticas avaliadas neste trabalho pertencem às básicas nomeadas pelo PPC. As matérias profissionalizantes e específicas conforme o PPC são consideradas como um único conjunto aqui neste trabalho, sendo tidas como sinônimas suas nomenclaturas. Então onde lê-se em todo este trabalho qualquer dos termos, profissionalizante ou específica, entenda-se todas as disciplinas próprias da engenharia civil a nível de graduação ofertadas pela UFOP, principalmente para fins de simplificação.

Evidencia-se também que as disciplinas classificadas como optativas, eletivas ou facultativas foram previamente descartadas da análise, devido à grande variabilidade de combinações de escolha destas para compor o quadro de matérias do estudante. Ainda neste tópico, salienta-se a exclusão de algumas disciplinas obrigatórias profissionalizantes deste trabalho, conforme o PPC. Isto deve-se ao fato de também serem altamente variáveis a escolha de temas necessários a elas e

abordados por elas. Neste primeiro caso encaixam-se as disciplinas de Introdução à Engenharia Civil - CIV200, Trabalho de Conclusão de Curso I e II - CIV190 e CIV191, Projeto de Obras Cíveis - CIV292 e Estágio Supervisionado Relatório - CIV393. O segundo caso trata daquelas nomeadas como profissionalizantes pelo PPC, e até mesmo algumas básicas, porém que não pertencem a nenhuma das cinco grandes áreas da engenharia civil. Provavelmente estão presentes ali devido à obrigatoriedade imposta pela resolução nº 2 de 24 de abril de 2019, mesmo que tais conteúdos não estejam ligados à formação científica e técnica do engenheiro civil. As matérias desta classe são: Educação Física e Desportos I e II - EFD301 e EFD302, Introdução à Filosofia da Ciência das Ideias - FIL200, Economia I e II - PRO241 e PRO242, Organização e Administração I e II - PRO243 e PRO244 e Introdução ao Direito e Legislação - DIR250.

Outra observação relevante sobre este trabalho refere-se a seus dois apêndices, um para cada classe de disciplina. Neles encontram-se as definições das disciplinas matemáticas básicas e das específicas. As disciplinas ditas específicas fornecem ali também a obra literária técnica em que foi realizada a busca pelos conceitos matemáticos básicos. As matérias básicas ainda apresentam uma lista dos conceitos abordados por cada uma delas, agrupando-os para que se tornem mais significativos e então sejam rastreados nas disciplinas específicas.

Como informado, este trabalho baseia-se nos conteúdos expostos nas ementas das disciplinas para elencar os conceitos matemáticos básicos a serem procurados nas matérias específicas. Porém rejeitaram-se os conhecimentos matemáticos básicos prévios, provenientes dos ensinamentos fundamental e médio; pois acarretariam incongruências ao se avaliar a importância e abrangência dos conhecimentos matemáticos básicos fornecidos no ensino superior, que são o único foco deste trabalho. Assim sendo, as revisões feitas nas disciplinas matemáticas básicas foram desconsideradas. Os conceitos descartados presentes nas ementas das matérias básicas foram números reais, funções e gráficos (Cálculo Diferencial e Integral I); algoritmo e método de eliminação de Gauss (Cálculo Numérico; este último foi desconsiderado aqui mas aplicado em Introdução à Álgebra Linear, por ser o método

usado na resolução de sistemas de equações lineares); média aritmética (Estatística e Probabilidade); sistema cartesiano de coordenadas, definição e equações fundamentais das cônicas e da circunferência, e definição e operações básicas com vetores (Geometria Analítica e Cálculo Vetorial); resolução de sistemas de três ou menos equações lineares por isolamento de variáveis (Introdução à Álgebra Linear).

Por fim, é necessário diferenciar as classificações de usos dadas aos conceitos matemáticos básicos quando encontrados nos conteúdos das disciplinas específicas. Demonstração é o ato de atestar a veracidade de uma proposição através de recursos e raciocínios lógico-matemáticos. Deste modo, conceitos básicos utilizados assim são muito relevantes à formação, pois garantem e baseiam as conclusões deduzidas nas disciplinas específicas, além de auxiliar no entendimento dos mesmos. Aplicação refere-se à execução prática, ao efetivo emprego dos conceitos matemáticos nos conteúdos específicos; seja em procedimentos, cálculos ou dimensionamentos.

Apesar da absoluta importância e suprema necessidade da pós-graduação à graduação, esta não deve ser o foco ou padrão para direcionar os conteúdos abordados na graduação; de acordo com Lima e Ferreira (2018). Isto porque a pós demandará conhecimentos matemáticos muitíssimo superiores aos necessários para a simples graduação que, se forem introduzidos ainda na graduação, acabarão por serem subutilizados por grande parte dos profissionais egressos. Isto aconteceria pois a esmagadora maioria dos formandos tende a atuar como engenheiros de campo, no mercado de trabalho. Além disso, seria muito mais simples e econômico restringir estes conhecimentos matemáticos básicos exclusivos da pós-graduação somente a ela, do que tentar antecipá-los na graduação. Assim, este trabalho visa compreender a real necessidade dos conceitos matemáticos das disciplinas básicas de graduação no curso de engenharia civil, e somente a ele.

4.1 Concreto Armado I

Tensão de cisalhamento é a distribuição de forças pertencentes ao plano transversal da peça estrutural devidas à aplicação de carregamentos externos sobre ela, que provocam deformações distorcionais em seus elementos e deslizamentos relativos; conforme Fusco (2008). Este conhecimento específico de Concreto Armado I apropria-se dos seguintes conceitos da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: derivada e integral. Neste trabalho, estes conteúdos são classificados homonimamente. E são tão somente utilizados para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Esforço cortante é a resultante de forças internamente distribuídas pela função de tensão cisalhante, paralelas à seção transversal do elemento estrutural; conforme Fusco (2008). Este conhecimento específico de Concreto Armado I apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: derivada. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Diagrama de tensão parábola-retângulo do concreto é a representação da distribuição dos esforços normais na seção transversal do elemento de concreto pertencente ao grupo um que, no regime elástico linear, varia quadraticamente até a deformação específica de 2 milésimos e, dali até três milésimos e meio, atua o regime plástico, de tensão constante e igual ao esmagamento; conforme Fusco (1981). Este conhecimento específico de Concreto Armado I apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: integral. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

4.2 Concreto Armado II

Curvatura é uma propriedade apresentada pelas peças estruturais quando em sua configuração deformada, e que exprime a rotação em relação à horizontal que uma dada seção experimenta ao ser solicitada por algum esforço, geralmente

relativo à flexão; conforme Fusco (1981). Este conhecimento específico de Concreto Armado II apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias: equação diferencial ordinária fundamental de segunda ordem e equação diferencial ordinária geral de segunda ordem. Neste trabalho, estes conteúdos são classificados homonimamente. E são tão somente utilizados para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Pilar padrão é um pilar em balanço com uma distribuição de curvaturas que provoque na sua extremidade livre uma flecha dada pelo produto da curvatura da base com uma fração do quadrado do comprimento efetivo do pilar, e é uma simplificação do método geral para determinação da carga crítica deste elemento; conforme Fusco (1981). Este conhecimento específico de Concreto Armado II apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: derivada. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Flexão oblíqua é a solicitação existente em peças estruturais quando estas submetem-se à atuação conjunta de momentos fletores em eixos centroidais perpendiculares entre si na seção transversal ou, equivalentemente, quando a resultante do momento atuante não é paralela a algum dos eixos centroidais principais, podendo-se decompô-lo nestas duas direções; conforme Fusco (1981). Este conhecimento específico de Concreto Armado II apropria-se dos seguintes conceitos da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral III: integral de linha e integral de área. Neste trabalho, estes conteúdos são classificados como integral de linha e integral múltipla. E são tão somente utilizados para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Torção é uma solicitação simples gerada pela existência de momentos com direção coincidente ao eixo longitudinal do elemento estrutural, que gera deslizamento relativo rotacional entre as diversas seções transversais da peça, devido à distribuição de tensões cisalhantes presente; conforme Fusco (2008). Este conhecimento específico de Concreto Armado II apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: derivada. Neste trabalho, este

conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito. Este conhecimento específico também apropria-se dos seguintes conceitos da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral III: integral de área e integral de linha. Neste trabalho, estes conteúdos são classificados como integral múltipla e integral de linha. E são tão somente utilizados para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Perímetro crítico c' é o contorno da superfície resistente à punção em placas de concreto armado que resiste prioritariamente à tração diagonal do concreto devido ao surgimento de altas tensões cisalhantes causadas por elevados carregamentos concentrados aplicados no elemento plano; conforme Campos (2015). Este conhecimento específico de Concreto Armado II apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral III: integral de linha. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Módulo de resistência plástica à punção é um parâmetro do arranjo geométrico de uma descarga concentrada em um elemento estrutural plano, geralmente associado a pilares apoiando ou apoiados em lajes; refere-se à forma do contorno crítico, que afeta a distribuição de tensões cisalhantes, devido à transmissão de momentos à placa; conforme Campos (2015). Este conhecimento específico de Concreto Armado II apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral III: integral de linha. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Esforço cortante em sapatas é a resultante interna de forças cisalhantes oriundas da reação de apoio distribuída na base do elemento estrutural de fundação, e que é grandemente afetada pelos carregamentos aos quais o pilar que a solicita se sujeita; conforme Campos (2015). Este conhecimento específico de Concreto Armado II apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral III: integral de área. Neste trabalho, este conteúdo é

classificado como integral múltipla. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Tração no tubulão é um esforço interno gerado nesse elemento estrutural de fundação devido ao carregamento que recebe, sendo também um critério para seu projeto, onde as tensões na base da peça devem ser inferiores à metade da resistência à tração do concreto; conforme Campos (2015). Este conhecimento específico de Concreto Armado II apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral III: integral de área. Neste trabalho, este conteúdo é classificado como integral múltipla. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

4.3 Construção de Edifícios I

Nesta disciplina, nenhum dos temas da ementa apresentaram uso de conhecimento novo introduzido pelas disciplinas matemáticas básicas do curso de engenharia civil, somente utilizando-se daqueles fornecidos anteriormente nos ensinos fundamental e médio.

4.4 Construção de Edifícios II

Curva S é a nomenclatura atribuída a cada uma das curvas individuais de uso acumulado de recursos; o termo se dá em razão de seu formato gráfico; conforme Mattos (2010). Este conhecimento específico de Construção de Edifícios II apropria-se dos seguintes conceitos da disciplina básica de Estatística e Probabilidade: distribuição de frequência acumulada e distribuição normal de probabilidades. Neste trabalho, estes conteúdos são classificados como estatística descritiva e distribuição normal. E são efetivamente empregados na prática profissional.

4.5 Construções de Madeira

Propriedades mecânicas da madeira são o conjunto de características que descrevem e quantificam a resposta desse material a solicitações externas, sendo classificadas como propriedades de elasticidade e de resistência; conforme Pfeil e Pfeil (2003). Este conhecimento específico de Construções de Madeira apropria-se dos seguintes conceitos da disciplina básica de Estatística e Probabilidade: medidas centrais e medidas dispersivas. Neste trabalho, estes conteúdos são classificados como estatística descritiva. E são efetivamente aplicados na prática profissional.

4.6 Construções Metálicas I

Método dos estados-limite, também denominado método dos coeficientes parciais, é um procedimento sistemático de dimensionamento de estruturas que utiliza-se de extensos estudos estatísticos para a determinação de fatores de ponderação para minoração das resistências das peças e majoração das ações atuantes, garantindo a segurança dos empreendimentos com economia, quando comparado a outros métodos anteriores; conforme Pfeil e Pfeil (2009). Este conhecimento específico de Construções Metálicas I apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Estatística e Probabilidade: distribuição normal. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Carga crítica de flambagem global é a força normal de compressão que, aplicada a um elemento estrutural, o coloca em equilíbrio neutro, a partir do qual ocorre instabilidade; o modo de flambagem que efetivamente ocorre, que é o tipo de configuração deformada que ela apresenta conforme o esforço interno que a causa, depende das propriedades geométricas da seção transversal, como a existência de simetria; conforme Pfeil e Pfeil (2009). Este conhecimento específico de Construções Metálicas apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias: equação diferencial ordinária de ordem superior. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é

tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito. Este conhecimento específico também apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral II: derivada parcial. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Método da largura efetiva é um procedimento de cálculo que quantifica a influência da flambagem local na redução da resistência total do perfil de aço através do desprezo de certa largura central da placa, cujas tensões são drasticamente menores; conforme Pfeil e Pfeil (2009). Este conhecimento específico de Construções Metálicas I apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: integral. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Módulo de resistência é uma propriedade geométrica das seções dada pela razão entre o máximo momento suportado pelo elemento e a tensão de escoamento do aço empregado; isso para cada um dos regimes físicos, elástico ou plástico; conforme Pfeil e Pfeil (2009). Este conhecimento específico de Construções Metálicas I apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: integral. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Momento crítico é o valor da solicitação de momento fletor uniforme que coloca uma viga biapoiada em configuração deformada no estado de equilíbrio indiferente, a partir da qual ela entra em instabilidade local por flambagem lateral com torção; sendo este momento obtido através da substituição da função-solução da equação diferencial parcial que descreve o deslocamento da peça nestas condições nesta mesma equação; conforme Pfeil e Pfeil (2009). Este conhecimento específico de Construções Metálicas I apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral II: derivada parcial. Neste trabalho, este conteúdo é

classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

4.7 Desenho Arquitetônico

Nesta disciplina, nenhum dos temas da ementa apresentaram uso de conhecimento novo introduzido pelas disciplinas matemáticas básicas do curso de engenharia civil, somente utilizando-se daqueles fornecidos anteriormente nos ensinos fundamental e médio.

4.8 Desenho Estrutural e de Instalações

Nesta disciplina, nenhum dos temas da ementa apresentaram uso de conhecimento novo introduzido pelas disciplinas matemáticas básicas do curso de engenharia civil, somente utilizando-se daqueles fornecidos anteriormente nos ensinos fundamental e médio.

4.9 Desenho Técnico

Nesta disciplina, nenhum dos temas da ementa apresentaram uso de conhecimento novo introduzido pelas disciplinas matemáticas básicas do curso de engenharia civil, somente utilizando-se daqueles fornecidos anteriormente nos ensinos fundamental e médio.

4.10 Engenharia Ambiental Básica

Nesta disciplina, nenhum dos temas da ementa apresentaram uso de conhecimento novo introduzido pelas disciplinas matemáticas básicas do curso de engenharia civil, somente utilizando-se daqueles fornecidos anteriormente nos ensinos fundamental e médio.

4.11 Ferrovias

Nesta disciplina, nenhum dos temas da ementa apresentaram uso de conhecimento novo introduzido pelas disciplinas matemáticas básicas do curso de engenharia civil, somente utilizando-se daqueles fornecidos anteriormente nos ensinamentos fundamental e médio.

4.12 Fundações

Bulbo de recalques de sapatas é um conceito adaptado do correspondente às tensões, porém que não apresenta correlação com o meio físico em si; ademais, é definido como a espessura da camada sob a base da sapata que gera mais de noventa por cento do recalque imediato; conforme Cintra, Aoki e Albiero (2011). Este conhecimento específico de Fundações apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: limite. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Prova de carga em placa é uma forma de previsão de recalques imediatos em sapatas e tubulões, ainda na fase de projeto, constituída de uma chapa metálica normalizada que simula o comportamento destes elementos de fundação; conforme Cintra, Aoki e Albiero (2011). Este conhecimento específico de Fundações apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: limite. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

4.13 Geologia Aplicada à Engenharia Civil

Nesta disciplina, nenhum dos temas da ementa apresentaram uso de conhecimento novo introduzido pelas disciplinas matemáticas básicas do curso de engenharia civil, somente utilizando-se daqueles fornecidos anteriormente nos ensinamentos fundamental e médio.

4.14 Geometria Descritiva

Nesta disciplina, nenhum dos temas da ementa apresentaram uso de conhecimento novo introduzido pelas disciplinas matemáticas básicas do curso de engenharia civil, somente utilizando-se daqueles fornecidos anteriormente nos ensinamentos fundamental e médio.

4.15 Hidráulica I

Equação de energia em linhas de corrente é a expressão obtida da aplicação da equação fundamental da dinâmica para quantificação do equilíbrio de forças existentes num volume elementar de fluido em movimento, numa linha de corrente específica; conforme Porto (2006). Este conhecimento específico de Hidráulica I apropria-se dos seguintes conceitos da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral II: derivada parcial. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito. Este conhecimento específico também apropria-se também do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral III: integral de um campo vetorial. Neste trabalho, este conteúdo é classificado como cálculo diferencial vetorial. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Lei de Newton da viscosidade é uma equação estabelecida pelo grande físico e matemático Isaac Newton, que relaciona a tensão tangencial aplicada a um fluido e seu gradiente de velocidades desenvolvido, por uma constante denominada viscosidade dinâmica; conforme Silva (2015). Este conhecimento específico de Hidráulica I apropria-se dos seguintes conceitos da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: derivada e integral. Neste trabalho, estes conteúdos são classificados homonimamente. E são tão somente utilizados para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Celeridade é a velocidade de propagação de uma onda de pressão em um fluido, dada pela raiz da razão entre a pressão e a massa específica; conforme Silva (2015). Este conhecimento específico de Hidráulica I apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: integral. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Velocidade de perturbação é uma componente da velocidade instantânea num escoamento turbulento, juntamente com a velocidade média temporal, sendo o fator responsável pela aleatoriedade e complexidade deste tipo de escoamento; ela varia continuamente sua direção mas como vetor de igual intensidade; conforme Porto (2006). Este conhecimento específico de Hidráulica I apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: integral. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Lei de distribuição universal de velocidades é uma expressão que associa as hipóteses de Prandtl e seu comprimento de mistura para a obtenção dos perfis de velocidade de escoamentos turbulentos; conforme Porto (2006). Este conhecimento específico de Hidráulica I apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: integral. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Comprimento de mistura de Prandtl é a distância pela qual pequenos agregados de partículas do fluido são transportadas pelo movimento turbulento, entre regiões com distintas velocidades; conforme Porto (2006). Este conhecimento específico de Hidráulica I apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: derivada. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Distribuição em marcha é uma simplificação feita para tratamento de escoamentos classificados como movimento permanente gradualmente variado, que

consiste em assumir que a totalidade da vazão consumida no trecho é tomada de maneira uniforme e constante; conforme Porto (2006). Este conhecimento específico de Hidráulica I apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: integral. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

4.16 Hidráulica II

Velocidade média em condutos abertos é uma velocidade estimada para a qual se determinam as outras propriedades do escoamento; depende da quantidade de coordenadas que definem o fluxo e, no caso unidimensional depende exclusivamente da altura da lâmina d'água da seção; conforme Porto (2006). Este conhecimento específico de Hidráulica II apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: integral. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Forças de resistência ao escoamento uniforme e permanente aberto são um conjunto de componentes vetoriais que tendem a sustar o movimento do fluido durante seu escoamento; e, no escoamento aberto uniforme e permanente, estas se resumem às forças de pressão e de atrito; conforme Porto (2006). Este conhecimento específico de Hidráulica II apropria-se dos seguintes conceitos da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: derivada e integral. Neste trabalho, estes conteúdos são classificados homonimamente. E são tão somente utilizados para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Escoamento crítico é o estágio de movimento em que a energia específica é mínima para uma dada vazão ou o estágio em que a vazão é máxima para uma dada energia específica; conforme Porto (2006). Este conhecimento específico de Hidráulica II apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: integral. Neste trabalho, este conteúdo é classificado

homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Profundidade crítica é a altura de lâmina d'água onde ocorre a transição do regime subcrítico para o super-crítico, ou vice-versa, obtida através de considerações sobre a vazão, a geometria do canal e a energia disponível; conforme Porto (2006). Este conhecimento específico de Hidráulica II apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: integral. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Vazão em grandes orifícios é a vazão desenvolvida em furos onde a sua dimensão vertical é bem maior que as restantes, fazendo com que a carga hidráulica disponível logo ao topo deste furo seja substancialmente menor que a do seu fundo, sendo bastante distinta da vazão existente em pequenos orifícios; conforme Porto (2006). Este conhecimento específico de Hidráulica II apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: integral. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Tempo de esvaziamento em escoamento sob carga variável é o período requerido para que um dado reservatório decresça de uma certa altura de lâmina d'água a outra, estando o orifício pelo qual o fluido escoar sem realimentação de compensação e sob pressão inconstante no tempo; conforme Porto (2006). Este conhecimento específico de Hidráulica II apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: integral. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Vertedor retangular de parede fina sem contração é uma placa delgada, com soleira horizontal e biselada, instalada perpendicularmente ao escoamento, ocupando toda a largura do canal e com espaço sob a lâmina vertente ocupado com ar à pressão atmosférica; conforme Porto (2006). Este conhecimento específico de Hidráulica II apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo

Diferencial e Integral I: integral. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Vertedor triangular de parede fina é uma categoria de vertedor que apresenta-se com formato desta figura geométrica, variando entre si o tamanho das contrações laterais, a largura e a altura total, o que implica em diferentes ângulos de abertura também; conforme Porto (2006). Este conhecimento específico de Hidráulica II apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: integral. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Escoamento permanente gradualmente variado é aquele onde os parâmetros hidráulicos como altura de lâmina d'água, velocidade média e criticidade variam progressivamente ao longo da corrente; conforme Porto (2006). Este conhecimento específico de Hidráulica II apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias: equação diferencial ordinária fundamental de primeira ordem. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é efetivamente aplicado na prática profissional.

Escoamento rapidamente variado é caracterizado por uma superfície livre com uma brusca variação na profundidade da água, devida a uma repentina variação da vazão, que forma uma descontinuidade chamada frente de onda; conforme Porto (2006). Este conhecimento específico de Hidráulica II apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral III: integral vetorial. Neste trabalho, este conteúdo é classificado como cálculo diferencial vetorial. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Bocal cilíndrico interno, ou de borda, é um tubo adicional instalado sobre um orifício, perpendicularmente ao seu plano, à montante e com comprimento de dois a dois e meio diâmetros deste; conforme Porto (2006). Este conhecimento específico de Hidráulica II apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral III: integral vetorial. Neste trabalho, este conteúdo é

classificado como cálculo diferencial vetorial. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

4.17 Hidrologia Aplicada

Intensidade de precipitação é a relação entre a altura pluviométrica e a duração da precipitação, em termos médios; porém, pode-se defini-la instantaneamente também; conforme Barbosa Jr. (2022). Este conhecimento específico de Hidrologia apropria-se dos seguintes conceitos da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: limite e derivada. Neste trabalho, estes conteúdos são classificados homonimamente. E são tão somente utilizados para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Frequência de chuvas é o número de ocorrências igualadas ou superadas de uma dada chuva no decorrer de um certo período de observação; enquanto período de retorno, ou intervalo de recorrência, de um evento hidrológico é o intervalo de tempo médio, medido em anos, em que o evento de uma dada magnitude é igualado ou superado pelo menos uma vez; conforme Barbosa Jr. (2022). Este conhecimento específico de Hidrologia apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Estatística e Probabilidade: probabilidade de uma variável aleatória. Neste trabalho, este conteúdo é classificado como variável unidimensional aleatória. E é efetivamente empregado na atuação profissional.

Frequência de totais precipitados é a frequência obtida pela aplicação da distribuição gaussiana à série dada pela soma das precipitações diárias de cada ano; conforme Barbosa Jr. (2022). Este conhecimento específico de Hidrologia apropria-se dos seguintes conceitos da disciplina básica de Estatística e Probabilidade: função distribuição de probabilidade normal. Neste trabalho, este conteúdo é classificado como distribuição normal. E é efetivamente aplicado na prática profissional.

Equação de Penman é uma expressão para a estimativa da evaporação em um lago ou reservatório baseada no método do balanço de energia; conforme Barbosa

Jr. (2022). Este conhecimento específico de Hidrologia apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: derivada. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Equação de depleção de água no solo é uma expressão que determina a parcela da vazão em escoamento superficial que flui para dentro do solo durante um evento chuvoso; conforme Barbosa Jr. (2022). Este conhecimento específico de Hidrologia apropria-se dos seguintes conceitos da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: derivada. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Volume escoado superficialmente é a porção de precipitação que passa a fluir pelo terreno nessa ocasião; conforme Barbosa Jr. (2022). Este conhecimento específico de Hidrologia apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: integral. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é efetivamente empregado na prática profissional.

Escoamento superficial baseado num hidrograma unitário conhecido é uma metodologia empregada com fins de determinar as coordenadas de escoamento superficial produzidas num evento chuvoso complexo, utilizando-se de uma modelagem baseada num hidrograma anterior; conforme Barbosa Jr. (2022). Este conhecimento específico de Hidrologia apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Introdução à Álgebra Linear: sistemas de equações lineares matriciais. Neste trabalho, este conteúdo é classificado como sistemas de equações lineares. E é efetivamente empregado na prática profissional.

Critério do risco para período de retorno de enchentes é um método de escolha do período de retorno da enchente de projeto através da fixação do risco assumido para o caso de a obra vir a falhar dentro do seu tempo de vida útil; conforme Barbosa Jr. (2022). Este conhecimento específico de Hidrologia apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Estatística e Probabilidade: probabilidade

de ocorrência. Neste trabalho, este conteúdo é classificado como probabilidade. E é efetivamente aplicado na prática profissional.

Equação de Chow para as distribuições de probabilidade é uma expressão deduzida por Ven Te Chow que demonstra que as mais usuais distribuições de probabilidade em hidrologia apresentam uma forma fixa, dependente do desvio-padrão, da média da variável e de um fator de frequência; conforme Barbosa Jr. (2022). Este conhecimento específico de Hidrologia apropria-se dos seguintes conceitos da disciplina básica de Estatística e Probabilidade: medidas centrais e medidas de dispersão. Neste trabalho, estes conteúdos são classificados como estatística descritiva. E são efetivamente empregados na prática profissional.

Distribuição Log-Pearson Tipo III é assim denominada porque à função de distribuição Pearson Tipo III é aplicada a transformada logarítmica da variável aleatória; conforme Barbosa Jr. (2022). Este conhecimento específico de Hidrologia apropria-se dos seguintes conceitos da disciplina básica de Estatística e Probabilidade: medidas centrais e medidas de dispersão, e função de probabilidade. Neste trabalho, estes conteúdos são classificados como estatística descritiva e variável aleatória unidimensional. E são efetivamente empregados na prática profissional.

Distribuição Log-Normal é a aplicação da transformação logarítmica à variável da gaussiana, pois as vazões anuais não são eventos completamente aleatórios e distam dos corretos valores, ao contrário de sua transformação; conforme Barbosa Jr. (2022). Este conhecimento específico de Hidrologia apropria-se dos seguintes conceitos da disciplina básica de Estatística e Probabilidade: medidas centrais e medidas de dispersão, distribuição normal e função de probabilidade. Neste trabalho, estes conteúdos são classificados como estatística descritiva, distribuição normal e variável aleatória unidimensional, respectivamente. E são efetivamente aplicados na prática profissional. Este conhecimento específico também apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral II: integral imprópria. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Distribuição Pearson Tipo III é um caso especial da função gama e, para a previsão de cheias, pode ser usada segundo o método de Foster ou ainda empregando-se a relação de Chow; conforme Barbosa Jr. (2022). Este conhecimento específico de Hidrologia apropria-se dos seguintes conceitos da disciplina básica de Estatística: medidas centrais e medidas de dispersão, e função de probabilidade. Neste trabalho, estes conteúdos são classificados como estatística descritiva e variável aleatória unidimensional. E são efetivamente aplicados na prática profissional. Este conhecimento específico também apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: máximo de funções. Neste trabalho, este conteúdo é classificado como derivada. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito. Este conhecimento específico também apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral II: integral imprópria. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Distribuição Normal na frequência de cheias é o emprego da famosa distribuição de probabilidade de Laplace-Gauss ao estudo da previsão de enchentes; conforme Barbosa Jr. (2022). Este conhecimento específico de Hidrologia apropria-se dos seguintes conceitos da disciplina básica de Estatística e Probabilidade: distribuição normal, medidas centrais e medidas de dispersão, e função de probabilidade. Neste trabalho, estes conteúdos são classificados como distribuição normal, estatística descritiva e variável aleatória unidimensional, respectivamente. E são efetivamente empregados na prática profissional. Este conhecimento também apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral II: integral imprópria. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Distribuição Gumbel é uma distribuição de valores extremos apropriada para a análise de frequência das cheias, desde que a série seja anual; isto por ser independente da distribuição original com todos os valores; conforme Barbosa Jr. (2022). Este conhecimento específico de Hidrologia apropria-se dos seguintes

conceitos da disciplina básica de Estatística e Probabilidade: medidas centrais e medidas de dispersão, e função de probabilidade. Neste trabalho, estes conteúdos são classificados como estatística descritiva e variável aleatória unidimensional. E são efetivamente aplicados na atuação profissional.

Curva de permanência de vazão, também conhecida como curva de duração, é um traçado gráfico que informa a frequência com que a vazão de dada magnitude é igualada ou excedida durante o período de registro das vazões; conforme Barbosa Jr. (2022). Este conhecimento específico de Hidrologia apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Estatística e Probabilidade: função distribuição de probabilidade. Neste trabalho, este conteúdo é classificado como variável aleatória unidimensional. E é efetivamente empregado na atuação profissional.

Vazão mediana é aquela correspondente a cinquenta por cento de excedência e vazão média é a que se calcula da média aritmética de todos os valores da série de registros; conforme Barbosa Jr. (2022). Este conhecimento específico de Hidrologia apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Estatística e Probabilidade: medidas centrais. Neste trabalho, este conteúdo é classificado como estatística descritiva. E é efetivamente aplicado na prática profissional.

Lei de regularização de um curso d'água é a razão entre a vazão regularizada e a vazão média do período considerado, sendo então um adimensional; conforme Barbosa Jr. (2022). Este conhecimento específico de Hidrologia apropria-se dos seguintes conceitos da disciplina básica de Estatística e Probabilidade: medidas centrais. Neste trabalho, este conteúdo é classificado como estatística descritiva. E é efetivamente empregado na atuação profissional. Este conhecimento específico também apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: integral. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é efetivamente empregado na atuação profissional.

Diagrama de massa, ou de Rippl, é definido pela integral da hidrógrafa, ou seja, corresponde a um diagrama de volumes acumulados; conforme Barbosa Jr. (2022). Este conhecimento específico de Hidrologia apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Estatística e Probabilidade: medidas centrais. Neste trabalho,

este conteúdo é classificado como estatística descritiva. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito. Este conhecimento específico também apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: integral. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Frequência das vazões mínimas, também chamadas de residuais ou remanescentes, é a recorrência natural de níveis mínimos capazes de oferecer estabilidade e suportar o ecossistema aquático; conforme Barbosa Jr. (2022). Este conhecimento específico de Hidrologia apropria-se dos seguintes conceitos da disciplina básica de Estatística e Probabilidade: medidas centrais e medidas de dispersão, e funções de probabilidade. Neste trabalho, estes conteúdos são classificados como estatística descritiva e variável aleatória unidimensional. E são efetivamente aplicados na prática profissional.

Coefficiente de permeabilidade do solo é a quantidade de água que, na unidade de tempo, passa pela seção do material de área unitária, quando a perda de carga unitária corresponde à unidade; esta definição deriva da própria equação de Darcy; conforme Barbosa Jr. (2022). Este conhecimento específico de Hidrologia apropria-se dos seguintes conceitos da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: derivada e integral. Neste trabalho, estes conteúdos são classificados homonimamente. E são tão somente utilizados para fins de apresentação e demonstração do conceito. Este conhecimento específico também apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral II: derivada parcial. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Regime de equilíbrio de poços freáticos é a situação de equilíbrio do escoamento em que a vazão de bombeamento iguala-se à capacidade de recarregamento do aquífero, em poços freáticos; conforme Barbosa Jr. (2022). Este conhecimento específico de Hidrologia apropria-se dos seguintes conceitos da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: derivada e integral. Neste

trabalho, estes conteúdos são classificados homonimamente. E são tão somente utilizados para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Regime de equilíbrio de poços artesianos é a situação de equilíbrio do escoamento em que a vazão de bombeamento iguala-se à capacidade de recarregamento do aquífero, em poços artesianos; conforme Barbosa Jr. (2022). Este conhecimento específico de Hidrologia apropria-se dos seguintes conceitos da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: derivada e integral. Neste trabalho, estes conteúdos são classificados homonimamente. E são tão somente utilizados para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Regime não-equilibrado é aquele que se inicia com o bombeamento, caracteriza-se pelo rebaixamento do nível dinâmico e termina quando o regime de equilíbrio é atingido: o nível d'água do poço, inicialmente no nível estático, estabiliza-se no nível dinâmico de equilíbrio sob a vazão de bombeamento constante; conforme Barbosa Jr. (2022). Este conhecimento específico de Hidrologia apropria-se dos seguintes conceitos da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: integral. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito. Este conhecimento específico também apropria-se dos seguintes conceitos da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral II: derivada parcial e gradiente. Neste trabalho, estes conteúdos são classificados como derivada parcial. E são tão somente utilizados para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Fórmula de Theis é o resultado da integração da equação diferencial que rege o regime de escoamento não-equilibrado, que exprime o rebaixamento da superfície piezométrica em um poço de observação situado a certa distância do ponto de bombeamento, em função do tempo; obtida da analogia entre o escoamento da água subterrânea e a equação de condução do calor, considerando as condições iniciais e de contorno; conforme Barbosa Jr. (2022). Este conhecimento específico de Hidrologia apropria-se dos seguintes conceitos da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: limite. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e

demonstração do conceito. Este conhecimento específico também apropria-se dos seguintes conceitos da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral II: derivada parcial e integral imprópria. Neste trabalho, estes conteúdos são classificados homonimamente. E são tão somente utilizados para fins de apresentação e demonstração do conceito.

4.18 Infraestrutura de Vias Terrestres

Equação fundamental do tráfego é uma igualdade matemática que estabelece a relação entre a velocidade média atingida pelos veículos em trânsito e a quantidade deles numa certa porção da via, chamada densidade: o produto destas grandezas determina o fluxo, a quantia de veículos passantes num trecho por unidade de tempo; o acurado estudo desta lei e de condicionantes físicas e técnicas permite conhecer a capacidade de uma via terrestre, que é o máximo fluxo que ela é capaz de suportar; conforme DNER (1999). Este conhecimento específico de Infraestrutura de Vias Terrestres apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: derivada. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Espiral de Cornu, também conhecida como clotóide ou radióide dos arcos, é uma figura geométrica curvilínea que apresenta variação contínua do raio de curvatura do seu círculo osculador; é amplamente empregada para construção de curvas horizontais de transição; conforme Senço (2008). Este conhecimento específico de Infraestrutura de Vias Terrestres apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: limite. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Parábola é uma curva amplamente conhecida e empregada em diversos ramos da ciência; é dada pelo gráfico da função polinomial de segundo grau; conforme Senço (2008). Este conhecimento específico de Infraestrutura de Vias Terrestres

apropria-se do seguinte conhecimento da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: derivada. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

4.19 Instalações Elétricas

Nesta disciplina, nenhum dos temas da ementa apresentaram uso de conhecimento novo introduzido pelas disciplinas matemáticas básicas do curso de engenharia civil, somente utilizando-se daqueles fornecidos anteriormente nos ensinos fundamental e médio.

4.20 Instalações Hidráulicas

Nesta disciplina, nenhum dos temas da ementa apresentaram uso de conhecimento novo introduzido pelas disciplinas matemáticas básicas do curso de engenharia civil, somente utilizando-se daqueles fornecidos anteriormente nos ensinos fundamental e médio.

4.21 Materiais de Construção I

Curva granulométrica é o resultado gráfico obtido após ensaios físicos de peneiramento e sedimentação que visa determinar o tamanho dos grãos constituintes e sua parcela no maciço; conforme Pinto (2006). Este conhecimento específico de Materiais de Construção I apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Estatística e Probabilidade: distribuição log-normal. Neste trabalho, este conteúdo é classificado como distribuição normal. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Cálculo da resistência do concreto é a determinação da tensão mínima a ser utilizada em projeto (f_{ck}); valor obtido através de procedimento experimental em corpos de prova por ensaios destrutivos, em sua maioria; conforme Bauer (2008). Este conhecimento específico de Materiais de Construção I apropria-se dos

seguintes conceitos da disciplina básica de Estatística e Probabilidade: amostragem simples e medidas dispersivas. Neste trabalho, estes conteúdos são classificados como amostragem e estatística descritiva. E são efetivamente empregados na atuação profissional.

4.22 Materiais de Construção II

Nesta disciplina, nenhum dos temas da ementa apresentaram uso de conhecimento novo introduzido pelas disciplinas matemáticas básicas do curso de engenharia civil, somente utilizando-se daqueles fornecidos anteriormente nos ensinos fundamental e médio.

4.23 Mecânica dos Solos I

Equação de fluxo em solos é uma equação diferencial parcial de Laplace que descreve a ocorrência do fenômeno de percolação em materiais granulares, isotrópicos ou não, em qualquer direção; conforme Pinto (2006). Este conhecimento específico de Mecânica dos Solos I apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral II: derivada parcial. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Coeficiente de compressibilidade é a taxa de variação do índice de vazios pela tensão existente no solo, e é usado para a determinação dos coeficientes de adensamento de argilas, por cálculo; conforme Pinto (2006). Este conhecimento específico de Mecânica dos Solos I apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: derivada. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Adensamento de Terzaghi é a equação, e sua respectiva solução, que modelam a teoria homônima para o fenômeno em questão, e que determinam para cada tempo e profundidade na camada em consolidação a correspondente deformação,

índice de vazios, poropressão e tensão efetiva; conforme Pinto (2006). Este conhecimento específico de Mecânica dos Solos I apropria-se dos seguintes conceitos da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral II: derivada parcial e série de potências. Neste trabalho, estes conteúdos são classificados homonimamente. E são tão somente utilizados para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Tensão geostática vertical é a distribuição de forças aplicadas ao maciço entre os grãos, com a influência da água intersticial, resultado da consideração da mecânica de sólidos deformáveis no estudo dos solos; conforme Pinto (2006). Este conhecimento específico de Mecânica dos Solos I apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: integral. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

4.24 Mecânica dos Solos II

Empuxo lateral de terra de Rankine é a teoria deste que relaciona as tensões laterais provocadas pelo maciço de solo numa estrutura subjacente de contenção sem atrito mútuo e de comprimento infinito, nas situações ativa e passiva; conforme Das e Sobhan (2014). Este conhecimento específico de Mecânica dos Solos II apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: integral. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Empuxo lateral de terra de Coulomb é a teoria deste autor que relaciona as tensões geostáticas laterais provocadas pelo maciço de terra numa estrutura de contenção subjacente, considerando o atrito entre eles, a inclinação da estrutura e do maciço, nas situações ativa e passiva; conforme Das e Sobhan (2014). Este conhecimento específico de Mecânica dos Solos II apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: derivada. Neste trabalho, este

conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

4.25 Obras de Terra

Nesta disciplina, nenhum dos temas da ementa apresentaram uso de conhecimento novo introduzido pelas disciplinas matemáticas básicas do curso de engenharia civil, somente utilizando-se daqueles fornecidos anteriormente nos ensinamentos fundamental e médio.

4.26 Pontes I

Velocidade do vento é uma propriedade local importante no dimensionamento das pontes e edifícios altos, responsável por determinar principalmente a pressão lateral de vento atuante na superestrutura, um importante componente de força nocional desestabilizante; conforme Pfeil (1983). Este conhecimento específico de Pontes I apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Estatística e Probabilidade: probabilidade. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é efetivamente aplicado na prática profissional.

Curva de distribuição transversal de cargas de Homberg-Trenks é uma função polinomial que aproxima o quinhão de carga transmitido a cada viga principal a depender da posição desta e da ação que solicita o tabuleiro, tido como uma grelha; difere para os distintos vãos da estrutura e às rigidezes relativas das vigas componentes, combinações dadas por tabelas dos estudiosos homônimos do método; conforme Pfeil (1983). Este conhecimento específico de Pontes I apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: integral. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é efetivamente empregado na atuação profissional. Este conhecimento específico também apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Numérico: interpolação polinomial. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é efetivamente empregado na atuação profissional.

Linha de influência é a curva que designa os valores de uma dada solicitação ou efeito elástico, numa seção específica, quando esta se encontra sob a ação de uma carga concentrada unitária móvel; conforme Pfeil (1983). Este conhecimento específico de Pontes I apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: integral. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Superfície de influência, também denominada campo de influência, é uma extensão do conceito de linha de influência para o plano médio da laje, sendo uma superfície espacial dada por uma função cujas ordenadas representam a solicitação gerada por uma carga unitária concentrada móvel, em uma seção fixa; conforme Pfeil (1983). Este conhecimento específico de Pontes I apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral III: integral de volume. Neste trabalho, este conteúdo é classificado como integral múltipla. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Flexibilidade de pilares com inércia variável é um coeficiente definido como o deslocamento de uma dado ponto da peça devido à aplicação de uma força unitária; no caso da seção transversal do elemento alterar-se, ele é dado pelo princípio dos trabalhos virtuais; conforme Pfeil (1983a). Este conhecimento específico de Pontes I apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: integral. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é efetivamente aplicado na prática profissional.

Linha elástica do fuste de um tubulão é a representação da configuração deformada do elemento estrutural de fundação sob ação das cargas laterais exercidas pelo terreno, a depender da lei de variação física deste carregamento de solo; conforme Pfeil (1983a). Este conhecimento específico de Pontes I apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias: equação diferencial ordinária de ordem superior. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Momento fletor máximo no tubulão é a maior solicitação de flexão que atua sobre o elemento de fundação, devido às cargas que chegam a ele no nível do terreno e àquelas que o próprio maciço, a depender de suas características, exerce sobre ele através de uma lei física adotada; conforme Pfeil (1983a). Este conhecimento específico de Pontes I apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: derivada. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é efetivamente aplicado na prática profissional.

4.27 Resistência dos Materiais I

Tensão normal é a componente de forças distribuídas internamente no elemento estrutural solicitado que possui direção paralela ao eixo longitudinal da peça, portanto ortogonal, normal, à seção transversal da mesma; conforme Beer *et al.* (2011). Este conhecimento específico de Resistência dos Materiais I apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: limite. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito. Este conhecimento específico também apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral III: integral de área. Neste trabalho, este conteúdo é classificado como integral múltipla. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Deformação específica normal é a deformação do componente estrutural, a variação de seu comprimento original sob carga, por unidade de comprimento; conforme Beer *et al.* (2011). Este conhecimento específico de Resistência dos Materiais I apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: derivada. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Deslocamento axial é a alteração da posição de determinada seção de um elemento estrutural devido à deformação que este sofre quando carregado na

direção de seu eixo longitudinal; conforme Beer *et al.* (2011). Este conhecimento específico de Resistência dos Materiais I apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: integral. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Momento torçor, ou torque, é a resultante de tensão de cisalhamento de uma peça que a equilibra quando esta é forçada a rotacionar em torno de seu próprio eixo longitudinal; conforme Beer *et al.* (2011). Este conhecimento específico de Resistência dos Materiais I apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral III: integral de área. Neste trabalho, este conteúdo é classificado como integral múltipla. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Ângulo de torção é o ângulo, medido na seção transversal do elemento estrutural, que uma seção deste apresenta ao ser solicitado por torque, relativamente à posição original da seção; conforme Beer *et al.* (2011). Este conhecimento específico de Resistência dos Materiais I apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: integral. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Torção em eixos vazados de parede fina é a solicitação torcional aplicada a seções cilíndricas de seção não-circular, porém topologicamente equivalentes a esta, donde pode obter-se o ângulo de torção e a tensão cisalhante correspondentes; conforme Beer *et al.* (2011). Este conhecimento específico de Resistência dos Materiais I apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral III: integral de linha. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Tensão na flexão pura é a distribuição de forças normais na seção que formam o binário equilibrante ao momento fletor solicitante, que varia linearmente em função da distância da fibra à superfície neutra; conforme Beer *et al.* (2011). Este

conhecimento específico de Resistência dos Materiais I apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral III: integral de área. Neste trabalho, este conteúdo é classificado como integral múltipla. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Produto de inércia é uma propriedade geométrica das seções transversais de elementos estruturais, muito importante no estudo da flexão; quando é nulo, significa que os eixos para os quais o produto foi calculado são os principais de inércia da seção; conforme Beer *et al.* (2011). Este conhecimento específico de Resistência dos Materiais I apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: integral. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Equações fundamentais da estática são relações estabelecidas entre solicitações externas e internas, mais especificamente entre o carregamento, a força cortante e o momento fletor atuante, para quaisquer seções ou ações; conforme Beer *et al.* (2011). Este conhecimento específico de Resistência dos Materiais I apropria-se dos seguintes conceitos da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: derivada e integral. Neste trabalho, estes conteúdos são classificados homonimamente. E são efetivamente empregados na prática profissional.

Linha elástica é a equação da curva na qual o eixo da viga é transformado sob determinado carregamento; conforme Beer *et al.* (2011). Este conhecimento específico de Resistência dos Materiais I apropria-se dos seguintes conceitos da disciplina básica de Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias: equação diferencial ordinária fundamental de segunda ordem e equação diferencial ordinária de segunda ordem não-linear. Neste trabalho, estes conteúdos são classificados como equação diferencial ordinária fundamental de segunda ordem e equação diferencial ordinária geral de segunda ordem. O primeiro é efetivamente empregado na prática profissional; e o segundo é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Deflexão máxima é o maior deslocamento vertical que ocorre numa viga solicitada por carregamentos perpendiculares ao seu eixo; é também onde o esforço cortante no elemento se anula; conforme Beer *et al.* (2011). Este conhecimento específico de Resistência dos Materiais I apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: derivada. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é efetivamente empregado na prática profissional.

Carga crítica de uma coluna, ou fórmula de Euler, é uma expressão deduzida pelo grande matemático homônimo que determina o valor de carga concentrada para a qual o elemento estrutural sob compressão entra em estado de instabilidade por flambagem na flexão, dependente do comprimento da peça e do raio de giração de sua seção transversal; conforme Beer *et al.* (2011). Este conhecimento específico de Resistência dos Materiais I apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias: equação diferencial ordinária de segunda ordem linear homogênea a coeficientes constantes. Neste trabalho, este conteúdo é classificado como equação diferencial ordinária de segunda ordem linear. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Homogeneização é um procedimento de cálculo de resistências das seções constituídas por materiais diversos submetidos à flexão; consiste em transformar um dos materiais no outro, através da razão entre seus módulos de elasticidade, influenciando na distribuição de tensões e posição da linha neutra; conforme Beer *et al.* (2011). Este conhecimento específico de Resistência dos Materiais I apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral III: integral de área. Neste trabalho, este conteúdo é classificado como integral múltipla. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Momento de inércia polar é uma propriedade geométrica das seções transversais de elementos estruturais que reflete a distribuição de área desta seção em relação ao eixo centroidal perpendicular a ela; conforme Beer *et al.* (2011). Este conhecimento específico de Resistência dos Materiais I apropria-se dos seguintes

conceitos da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral III: integral de área. Neste trabalho, este conteúdo é classificado como integral múltipla. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

4.28 Resistência dos Materiais II

Centro de cisalhamento é uma propriedade geométrica das seções transversais de elementos estruturais que estabelece o ponto em que, aplicada uma força concentrada perpendicular ao eixo da viga, não gera-se torção nesta; conforme Beer *et al.* (2011). Este conhecimento específico de Resistência dos Materiais II apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: integral. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é efetivamente aplicado na prática profissional.

Energia de deformação é o trabalho feito por uma força enquanto esta é aplicada lentamente à barra; conforme Beer *et al.* (2011). Este conhecimento específico de Resistência dos Materiais II apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: integral. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é efetivamente aplicado na prática profissional.

Energia de deformação dos esforços simples é uma função que denota o trabalho realizado especificamente pelas resultantes de tensão normal e cisalhante no elemento, a depender das ações que atuam sobre ele; conforme Beer *et al.* (2011). Este conhecimento específico de Resistência dos Materiais II apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: integral. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é efetivamente aplicado na prática profissional.

Equações de equilíbrio pela teoria da elasticidade são expressões analíticas dadas por equações diferenciais parciais de alta ordem em função das distribuições de força na seção e de sua variação direcional; representam o caso generalizado e mais formal dos assuntos e resultados da resistência dos materiais; conforme Beer *et al.* (2011). Este conhecimento específico de Resistência dos Materiais II

apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral II: derivada parcial. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Relações de deformação-deslocamento são expressões que associam as deformações internas devidas às tensões geradas aos deslocamentos externos observados no elemento estrutural, que dependem do arranjo da peça e de suas propriedades físicas e geométricas; conforme Beer *et al.* (2011). Este conhecimento específico de Resistência dos Materiais II apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: integral. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito. Este conhecimento específico também apropria-se dos seguintes conceitos da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral II: derivada parcial e laplaciano. Neste trabalho, estes conteúdos são classificados como derivada parcial. E são tão somente utilizados para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Teorema de Castigliano é um resultado energético que relaciona o deslocamento de uma estrutura elástica submetida a várias cargas no ponto de aplicação de uma destas forças, medida ao longo da linha de ação da força aplicada neste ponto, expressando-a através da variação da energia de deformação da estrutura em relação à carga que atua no ponto; e a sua recíproca, conforme provado pelo engenheiro homônimo, também é verdade: que a força aplicada num ponto é igual à taxa de variação da energia de deformação com relação ao deslocamento naquela seção; conforme Beer *et al.* (2011). Este conhecimento específico de Resistência dos Materiais II apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral II: derivada parcial. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é efetivamente aplicado na atuação profissional.

Função de Airy é uma expressão matemática que é solução da equação diferencial parcial de Laplace, satisfazendo o operador biarmônico, e que representa as tensões atuantes numa dada peça estrutural, respeitando as condições de

equilíbrio e de compatibilidade às quais o sistema se encontra; conforme Beer *et al.* (2011). Este conhecimento específico de Resistência dos Materiais II apropria-se dos seguintes conceitos da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral II: derivada parcial e operador biarmônico. Neste trabalho, este conteúdo é classificado como derivada parcial. E são efetivamente aplicados na atuação profissional. Este conhecimento específico também apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral III: integral de área. Neste trabalho, este conteúdo é classificado como integral múltipla. E é efetivamente aplicado na atuação profissional.

4.29 Saneamento

Exame de águas é a atividade de classificação destas conforme seus parâmetros físicos, químicos e biológicos através de experimentos com amostras representativas, a fim de garantir sua qualidade; conforme Pereira *et al.* (1987). Este conhecimento específico de Saneamento apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Estatística e Probabilidade: amostragem. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é efetivamente aplicado na atuação profissional.

Determinação do volume de reservatórios sem curva de consumo é um cálculo executado quando inexitem dados suficientes para construção de uma curva de consumo local confiável; conforme Pereira *et al.* (1987). Este conhecimento específico de Saneamento apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: integral. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é efetivamente aplicado na prática profissional.

Método Hardy-Cross é um procedimento de cálculo empregado na determinação das vazões reais que percorrem uma rede malhada de distribuição de água, até mesmo em marcha; utiliza correções diretas sucessivas para ajuste das vazões para que se anulem nos nós, assim como as perdas de carga num circuito com certo sentido de caminhamento, condições básicas do processo; conforme Pereira *et al.*

(1987). Este conhecimento específico de Saneamento apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Numérico: algoritmo iterativo. Neste trabalho, este conteúdo é classificado como raiz de equações algébricas e transcendentais. E é efetivamente empregado na atuação profissional.

Solução de Smoluchowski para floculação ortocinética é uma equação temporal que expressa o fenômeno de colisões de partículas coloidais dispersas no fluido em escoamento laminar e cujas forças de repulsão são desprezíveis; conforme Netto *et al.* (1987). Este conhecimento específico de Saneamento apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: derivada. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Equação da floculação de Argaman e Kaufman é uma expressão simplificada para descrição da remoção de partículas primárias de caulinita em suspensão através de sulfato de alumínio; conforme Netto *et al.* (1987). Este conhecimento específico de Saneamento apropria-se dos seguintes conceitos da disciplina básica de Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias: equação diferencial ordinária fundamental de primeira ordem. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Gradiente de velocidades é a taxa de variação da velocidade de escoamento segundo uma direção perpendicular a este fluxo, cujo valor está associado à energia dissipada no meio; conforme Netto *et al.* (1987). Este conhecimento específico de Saneamento apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: derivada. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

4.30 Sistemas Estruturais

Força é uma grandeza física vetorial básica que reflete a capacidade de corpos materiais interagirem, seja modificando mutuamente o movimento deles ou na criação de deformação em algum; conforme NASA (2024). Este conhecimento específico de Sistemas Estruturais apropria-se dos seguintes conceitos da disciplina básica de Geometria Analítica e Cálculo Vetorial: produto escalar e vetorial. Neste trabalho, estes conteúdos são classificados como álgebra vetorial. E são efetivamente aplicados na atuação profissional.

Momento de uma força é a tendência de rotação que esta gera num ponto material não pertencente a sua linha de ação no corpo; mais formalmente, pode ser expresso como o produto vetorial entre este vetor-força e o vetor distância direcionado da origem desta força até o ponto avaliado, sendo sempre perpendicular ao plano que os contém, obedecendo à regra da mão direita; conforme Hibbeler (2017). Este conhecimento específico de Sistemas Estruturais apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Geometria Analítica e Cálculo Vetorial: produto vetorial. Neste trabalho, este conteúdo é classificado como álgebra vetorial. E é efetivamente empregado na prática profissional.

Ações são causas que provocam esforços ou deformações nas estruturas; praticamente, as forças e as deformações impostas por estas são consideradas como se fossem as próprias ações; conforme ABNT (2000). Este conhecimento específico de Sistemas Estruturais apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Estatística e Probabilidade: distribuição normal. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Momento estático, ou primeiro momento de área, é uma propriedade geométrica das seções transversais de elementos estruturais que fornece uma ideia da distribuição da área de uma figura em relação a um eixo no plano dessa área; é muito importante na determinação do centróide de corpos e da tensão cisalhante em seções; conforme Hibbeler (2017). Este conhecimento específico de Sistemas Estruturais apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo

Diferencial e Integral III: integral de área. Neste trabalho, este conteúdo é classificado como integral múltipla. E é efetivamente aplicado na prática profissional.

Momento de inércia, também chamado de segundo momento de área, é uma propriedade geométrica das seções transversais de elementos estruturais que também mede a distribuição de uma área relativamente ao eixo, através do quadrado das distâncias de suas partes a ele; apesar de não ter significado físico, é muito importante e frequente em conceitos relativos à mecânica dos materiais; conforme Hibbeler (2017). Este conhecimento específico de Sistemas Estruturais apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral III: integral de área. Neste trabalho, este conteúdo é classificado como integral múltipla. E é efetivamente aplicado na prática profissional.

Teorema dos eixos paralelos é um resultado da mecânica dos materiais que estabelece que o momento de inércia de uma área em relação a um eixo é igual a seu momento de inércia em relação a um eixo paralelo passando pelo centroide da área mais o produto entre a área e o quadrado da distância perpendicular entre os eixos; conforme Hibbeler (2017). Este conhecimento específico de Sistemas Estruturais apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral III: integral de área. Neste trabalho, este conteúdo é classificado como integral múltipla. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Centro de gravidade é o ponto especial referente a um corpo material pelo qual passa a resultante de peso total do objeto, da soma de cada uma das partículas que o formam, independentemente de sua posição no espaço; difere do centróide de um volume por depender da massa específica que possui e da aceleração da gravidade local, enquanto que este último somente depende da forma do objeto; conforme Hibbeler (2017). Este conhecimento específico de Sistemas Estruturais apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral III: integral de área. Neste trabalho, este conteúdo é classificado como integral múltipla. E é efetivamente aplicado na prática profissional.

Resultante de um carregamento distribuído é a força concentrada que é o equivalente estático das ações distribuídas aplicadas sobre uma dada peça, linear ou superficialmente; necessariamente encontra-se no centróide da distribuição e possui intensidade idêntica ao somatório de todas as parcelas de carga; conforme Hibbeler (2017). Este conhecimento específico de Sistemas Estruturais apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: integral. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Equações fundamentais da estática são relações estabelecidas entre solicitações externas e internas, mais especificamente entre o carregamento, a força cortante e o momento fletor atuante, para quaisquer seções ou ações; conforme Beer *et al.* (2011). Este conhecimento específico de Sistemas Estruturais apropria-se dos seguintes conceitos da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: derivada e integral. Neste trabalho, estes conteúdos são classificados homonimamente. E são efetivamente empregados na prática profissional.

4.31 Superestruturas de Rodovias e Aeroportos

Índice de gravidade individual é um parâmetro empregado na avaliação funcional de pavimentos; atribui um valor numérico classificatório à estrada a depender do tipo e quantidade de defeitos encontrados em certa porção dela; conforme Bernucci *et al.* (2022). Este conhecimento específico de Superestruturas de Rodovias e Aeroportos apropria-se dos seguintes conceitos da disciplina básica de Estatística e Probabilidade: medidas dispersivas e distribuição de frequência. Neste trabalho, estes conteúdos são classificados como estatística descritiva. E são efetivamente aplicados na prática profissional.

4.32 Teoria das Estruturas I

Linha de pressões é a curva que, atribuída à forma de um arco triarticulado sob um dado carregamento específico, anula o momento fletor em todas as seções

transversais, gerando somente esforços normais nestas; conforme Sussekind (1981). Este conhecimento específico de Teoria das Estruturas I apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: derivada. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é efetivamente empregado na prática profissional.

Método de Henneberg é o procedimento geral para resolução de treliças complexas, até mesmo identificando suas formas críticas, instáveis; resume-se a substituir certo número de barras para tornar o conjunto uma treliça simples ou composta, para encontrar seus esforços como forças aplicadas na estrutura, sendo os das barras substitutas nulos; conforme Sussekind (1981). Este conhecimento específico de Teoria das Estruturas I apropria-se dos seguintes conceitos da disciplina básica de Introdução à Álgebra Linear: determinante e sistema de equações lineares. Neste trabalho, estes conteúdos são classificados homonimamente. E são efetivamente aplicados na prática profissional.

Viga-balcão é uma estrutura reticulada do tipo grelha, constituída por barras curvas; conforme Sussekind (1981). Este conhecimento específico de Teoria das Estruturas I apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: integral. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é efetivamente empregado na prática profissional.

Linha de influência isostática é a representação gráfica ou analítica do valor de um efeito elástico, numa certa seção, produzido por uma carga concentrada unitária, de cima para baixo, que percorre a estrutura isostática; conforme Sussekind (1981). Este conhecimento específico de Teoria das Estruturas I apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: integral. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Teorema geral de pesquisa de máximos em linhas de influência é um resultado de análise estrutural que afirma que ocorrerá um efeito máximo quando uma das cargas concentradas do trem-tipo estiver sobre um dos pontos angulosos da linha de influência; conforme Sussekind (1981). Este conhecimento específico de Teoria das

Estruturas I apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: derivada. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Princípio dos trabalhos virtuais é um resultado proposto por Jean d'Alembert sobre pontos materiais, estendendo-se ao estudo dos deslocamentos em sólidos deformáveis, que diz que o trabalho virtual total das forças externas que atuam sobre uma estrutura é igual ao trabalho virtual das forças internas nela atuantes, para todos os deslocamentos virtuais arbitrários que lhe sejam impostos; conforme Sussekind (1980). Este conhecimento específico de Teoria das Estruturas I apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: integral. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é efetivamente aplicado na atuação profissional.

Viga conjugada, também conhecida como processo de Mohr, é o procedimento de determinação de deslocamento em uma estrutura através do uso de uma outra, auxiliar, cujo momento fletor, advindo da equação fundamental da estática, é associado à linha elástica da estrutura real; conforme Sussekind (1980). Este conhecimento específico de Teoria das Estruturas I apropria-se dos seguintes conceitos da disciplina básica de Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias: equação diferencial ordinária fundamental de segunda ordem e equação diferencial ordinária de segunda ordem não-linear. Neste trabalho, estes conteúdos são classificados como equação diferencial ordinária fundamental de segunda ordem e equação diferencial ordinária geral de segunda ordem. O primeiro é efetivamente aplicado na prática profissional. E o segundo é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Linha elástica é a equação da curva na qual o eixo da viga é transformado sob determinado carregamento; conforme Beer et al. (2011). Este conhecimento específico de Teoria das Estruturas I apropria-se dos seguintes conceitos da disciplina básica de Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias: equação diferencial ordinária fundamental de segunda ordem e equação diferencial ordinária

de segunda ordem não-linear. Neste trabalho, estes conteúdos são classificados como equação diferencial ordinária fundamental de segunda ordem e equação diferencial ordinária geral de segunda ordem. O primeiro é efetivamente aplicado na prática profissional. E o segundo é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Teorema de Castigliano é um resultado energético sobre peças estruturais que fala que a derivada parcial da energia real de deformação em relação a uma das cargas aplicadas é igual a deformação elástica segundo a direção desta carga; também valendo a recíproca, em que a derivada em relação à deformação é igual à carga aplicada na direção desta deformação; conforme Sussekind (1980). Este conhecimento específico de Teoria das Estruturas I apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: integral. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é efetivamente empregado na prática profissional. Este conhecimento específico também apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral II: derivada parcial. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é efetivamente aplicado na prática profissional.

4.33 Teoria das Estruturas II

Método das forças, também conhecido como método da flexibilidade, é um procedimento para resolução estática de estruturas com reservas de equilíbrio internas ou externas, as hiperestáticas; consiste em substituir vínculos por esforços concentrados e anular os deslocamentos provenientes na direção destes, formando uma estrutura chamada sistema principal, a fim de determinar os esforços por superposição dos efeitos baseado nestas condições; conforme Sussekind (1980). Este conhecimento específico de Teoria das Estruturas II apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Introdução à Álgebra Linear: sistemas por matrizes. Neste trabalho, este conteúdo é classificado como sistema de equações lineares. E é efetivamente empregado na prática profissional.

Termos de carga são os deslocamentos calculados no método das forças, geralmente através do princípio dos trabalhos virtuais com uso de tabelas, e que resultam em zero por superposição e equivalência com a estrutura inicial; são as parcelas devidas à aplicação das ações externas, sejam carregamentos, recalques ou temperatura. Este conhecimento específico de Teoria das Estruturas II apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Introdução à Álgebra Linear: sistemas por matrizes; conforme Sussekind (1980). Neste trabalho, este conteúdo é classificado como sistema de equações lineares. E é efetivamente aplicado na prática profissional. Este conhecimento específico também apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: integral. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é efetivamente empregado na prática profissional.

Coeficientes de flexibilidade são também os deslocamentos calculados no método das forças, geralmente através do princípio dos trabalhos virtuais com uso de tabelas, e que resultam em zero por superposição e equivalência com a estrutura inicial; são as partes referentes à ação dos diversos hiperestáticos, depois ponderados convenientemente por estes ao fim do método; conforme Sussekind (1980). Este conhecimento específico de Teoria das Estruturas II apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Introdução à Álgebra Linear: sistemas por matrizes. Neste trabalho, este conteúdo é classificado como sistema de equações lineares. E é efetivamente aplicado na prática profissional. Este conhecimento específico também apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: integral. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é efetivamente empregado na prática profissional.

Teorema de Menabrea é um resultado da análise energética sobre os valores assumidos pelos hiperestáticos e enuncia que este sempre tem um valor tal que torna o trabalho real de deformação da estrutura um mínimo; conforme Sussekind (1980). Este conhecimento específico de Teoria das Estruturas II apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral II: derivada

parcial. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é efetivamente aplicado na prática profissional.

Deslocamento em estruturas hiperestáticas é a alteração da posição inicial de uma seção do sistema a partir das solicitações às quais ele se sujeita; no caso das estruturas hiperestáticas toma-se um dos estados (o de carregamento ou o de deformação) da estrutura hiperestática podendo o outro ser tomado de um sistema principal isostático qualquer que dela se obtenha para facilitação, quando calculado pelo emprego do teorema dos trabalhos virtuais; conforme Sussekind (1980). Este conhecimento específico de Teoria das Estruturas II apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: integral. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é efetivamente aplicado na atuação profissional.

Linha de influência em estruturas hiperestáticas é a representação gráfica ou analítica do valor de um efeito elástico, numa certa seção, produzido por uma carga concentrada unitária, de cima para baixo, que percorre a estrutura; no caso das estruturas hiperestáticas, esta é determinada através da linha de influência dos hiperestáticos, dependente da matriz de rigidez e da linha elástica do sistema principal escolhido, carregado conforme as entradas desta matriz; conforme Sussekind (1980). Este conhecimento específico de Teoria das Estruturas II apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias: equação diferencial ordinária fundamental de segunda ordem. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito. Este conhecimento específico também apropria-se dos seguintes conceitos da disciplina básica de Introdução à Álgebra Linear: sistemas por matrizes e inversão de matrizes. Neste trabalho, estes conteúdos são classificados como sistema de equações lineares e inversão de matrizes. E são efetivamente empregados na prática profissional.

Método dos deslocamentos, ou da rigidez, é também um procedimento para resolução estática de estruturas com reservas de equilíbrio internas ou externas, as

hiperestáticas; diferentemente do método das forças, mas de posse de alguns de seus resultados, ele restringe graus de liberdade nos nós, formando um sistema chamado de hipergeométrico, aplica deslocabilidades desconhecidas a estes, obtendo seus valores a partir dos conhecidos esforços devidos a estas solicitações impostas para, por fim, encontrar os esforços internos que geram na estrutura; conforme Sussekind (1987). Este conhecimento específico de Teoria das Estruturas II apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Introdução à Álgebra Linear: sistemas por matrizes. Neste trabalho, este conteúdo é classificado como sistema de equações lineares. E é efetivamente aplicado na atuação profissional.

Reações de engastamento perfeito são os valores obtidos através do método das forças e aplicados ao método dos deslocamentos referentes à reação força ou momento criada na barra devido às solicitações a que se sujeita; sejam estas solicitações as ações externas reais, como cargas, variação de temperatura ou recalques de apoio; conforme Sussekind (1987). Este conhecimento específico de Teoria das Estruturas II apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: integral. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito. Este conhecimento específico também apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Introdução à Álgebra Linear: sistemas por matrizes. Neste trabalho, este conteúdo é classificado como sistema de equações lineares. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Coefficientes de rigidez em barras são os valores obtidos através do método das forças e aplicados ao método dos deslocamentos referentes à reação força ou momento criada na barra devido às solicitações a que se sujeita; sejam estas uma rotação ou um deslocamento unitário do nó; conforme Sussekind (1987). Este conhecimento específico de Teoria das Estruturas II apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: integral. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito. Este conhecimento específico também

apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Introdução à Álgebra Linear: sistemas por matrizes. Neste trabalho, este conteúdo é classificado como sistema de equações lineares. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

Coefficiente de rigidez à torção é o valor do momento torçor que, aplicado neste num dado nó, suposto livre para girar por torção, provoque uma rotação unitária do mesmo; necessário para se determinar tal ângulo ao aplicar-se o método dos deslocamentos à resolução de uma grelha ou outra estrutura espacial; conforme Sussekind (1987). Este conhecimento específico de Teoria das Estruturas II apropria-se do seguinte conceito da disciplina básica de Cálculo Diferencial e Integral I: integral. Neste trabalho, este conteúdo é classificado homonimamente. E é tão somente utilizado para fins de apresentação e demonstração do conceito.

4.34 Topografia e Desenho Topográfico

Método analítico para cálculo de áreas é um conjunto de fórmulas geométricas aplicadas à determinação da medida da área de regiões extrapolygonais, internas ou externas a elas; aplicado quando o levantamento é incapaz de calcular, por obstáculos físicos inerentes, como exemplo; conforme Borges (2004). Este conhecimento específico de Topografia e Desenho Topográfico apropria-se dos seguintes conceitos da disciplina básica de Cálculo Numérico: fórmula dos trapézios e de Simpson. Neste trabalho, estes conteúdos são classificados como integração numérica. E são efetivamente empregados na prática profissional.

5 RESULTADOS

Baseado nos dados expostos anteriormente na etapa de desenvolvimento, de quais conhecimentos matemáticos do ciclo básico efetivamente foram aplicados nas disciplinas específicas e profissionalizantes, fez-se um tratamento estatístico a estas informações. A análise dos dados coletados consistiu, basicamente, no cálculo da frequência de aparição de um certo conteúdo, aprendido no ciclo básico, nas disciplinas de cunho profissionalizante do curso. Esta frequência de aparição é uma contagem numérica da quantidade de vezes que certo conteúdo matemático é requerido por outros específicos de engenharia. Os cálculos quanto à categorização das aparições em usos demonstrativos e práticos foram feitos por porcentagens do total das aparições.

A apresentação destes resultados foi organizada em tabelas simples, que fornecem um panorama direto e acessível aos dados obtidos. A Tabela 1 evidencia as informações coletadas sobre a disciplina Cálculo Diferencial e Integral I.

Tabela 1 - Exibição das diversas utilizações dos conteúdos de Cálculo Diferencial e Integral I, das disciplinas que o empregam e de que maneira o fazem.

(continua)

Cálculo Diferencial e Integral I			
Conceitos Rastreados	Disciplinas Específicas Usuárias	Quantia Total Usos	Quantia Aplicações
Limite	Fundações	2	-
	Hidrologia Aplicada	2	-
	Infraestrutura de Vias Terrestres	1	-
	Resistência dos Materiais I	1	-
	Total	6	0%
Derivada	Concreto Armado I	2	-
	Concreto Armado II	2	-
	Hidráulica I	2	-
	Hidráulica II	1	-
	Hidrologia Aplicada	7	-

(continuação)

Cálculo Diferencial e Integral I			
Conceitos Rastreados	Disciplinas Específicas Usuárias	Quantia Total Usos	Quantia Aplicações
Derivada	Infraestrutura de Vias Terrestres	2	-
	Mecânica dos Solos I	1	-
	Obras de Terra	1	-
	Pontes I	1	1
	Resistência dos Materiais I	3	2
	Saneamento	2	-
	Sistemas Estruturais	1	1
	Teoria das Estruturas I	2	1
	Total	27	5 - 18,52%
Usos Diversos de Derivada	-	-	-
	Total	-	0%
Integral	Concreto Armado I	2	-
	Construções Metálicas	2	-
	Hidráulica I	5	-
	Hidráulica II	8	-
	Hidrologia Aplicada	7	2
	Mecânica dos Solos I	1	-
	Obras de Terra	1	-
	Pontes I	3	2
	Resistência dos Materiais I	4	1
	Resistência dos Materiais II	4	3
	Saneamento	1	1
	Sistemas Estruturais	2	1
	Teoria das Estruturas I	4	3
	Teoria das Estruturas II	6	3
Total	50	16 - 32%	

Fonte: autor.

A Tabela 2 evidencia as informações coletadas sobre a disciplina Cálculo Diferencial e Integral II.

Tabela 2 - Exibição das diversas utilizações dos conteúdos de Cálculo Diferencial e Integral II, das disciplinas que o empregam e de que maneira o fazem.

Cálculo Diferencial e Integral II			
Conceitos Rastreados	Disciplinas Específicas Usuárias	Quantia Total Usos	Quantia Aplicações
Usos Diversos de Integral	-	-	-
	Total	-	0%
Integral Imprópria	Hidrologia Aplicada	4	-
	Total	4	0%
Sequência de Séries Numéricas	-	-	-
	Total	-	0%
Série de Potências	Mecânica dos Solos I	1	-
	Total	1	0%
Aproximação de Funções por Séries de Potências	-	-	-
	Total	-	0%
Superfície	-	-	-
	Total	-	0%
Derivada parcial	Construções Metálicas	2	-
	Hidráulica I	1	-
	Hidrologia Aplicada	4	-
	Mecânica dos Solos I	2	-
	Resistência dos Materiais II	6	3
	Teoria das Estruturas I	1	1
	Teoria das Estruturas II	1	1
	Total	17	5 - 29,41%
Função Real de Várias Variáveis	-	-	-
	Total	-	0%

Fonte: autor.

A Tabela 3 evidencia as informações coletadas sobre a disciplina Cálculo Diferencial e Integral III.

Tabela 3 - Exibição das diversas utilizações dos conteúdos de Cálculo Diferencial e Integral III, das disciplinas que o empregam e de que maneira o fazem.

Cálculo Diferencial e Integral III			
Conceitos Rastreados	Disciplinas Específicas Usuárias	Quantia Total Usos	Quantia Aplicações
Integral Múltipla	Concreto Armado II	4	-
	Pontes I	1	-
	Resistência dos Materiais I	5	-
	Resistência dos Materiais II	1	1
	Sistemas Estruturais	4	3
	Total	15	4 - 26,67%
Cálculo Diferencial Vetorial	Hidráulica I	1	-
	Hidráulica II	2	-
	Total	3	0%
Integral de Linha	Concreto Armado II	4	-
	Resistência dos Materiais I	1	-
	Total	5	0%
Integral de Superfície	-	-	-
	Total	-	0%
Teorema Integral de Campo	-	-	-
	Total	-	0%

Fonte: autor.

A Tabela 4 evidencia as informações coletadas sobre a disciplina Cálculo Numérico.

Tabela 4 - Exibição das diversas utilizações dos conteúdos de Cálculo Numérico, das disciplinas que o empregam e de que maneira o fazem.

Cálculo Numérico			
Conceitos Rastreados	Disciplinas Específicas Usuárias	Quantia Total Usos	Quantia Aplicações
Método de Resolução de Sistemas de Equações Lineares Simultâneas	-	-	-
	Total	-	0%
Interpolação Polinomial	Pontes I	1	1
	Total	1	1 - 100%
Integração Numérica	Topografia e Desenho Topográfico	2	2
	Total	2	2 - 100%
Raiz de Equações Algébricas e Transcendentes	Saneamento	1	1
	Total	1	1 - 100%

Fonte: autor.

A Tabela 5 evidencia as informações coletadas sobre a disciplina Estatística e Probabilidade.

Tabela 5 - Exibição das diversas utilizações dos conteúdos de Estatística e Probabilidade, das disciplinas que o empregam e de que maneira o fazem.

Estatística e Probabilidade			
Conceitos Rastreados	Disciplinas Específicas Usuárias	Quantia Total Usos	Quantia Aplicações
Amostragem	Materiais de Construção I	1	1
	Saneamento	1	1
	Total	2	2 - 100%
Estatística Descritiva	Construção de Edifícios II	1	1
	Construções de Madeira	2	2
	Hidrologia Aplicada	17	16
	Materiais de Construção I	1	1
	Superestruturas de Rodovias e Aeroportos	2	2
	Total	23	22 - 95,65%
Probabilidade	Hidrologia Aplicada	1	1
	Pontes I	1	1
	Total	2	2 - 100%
Evento Aleatório	-	-	-
	Total	-	0%
Variável Aleatória Unidimensional	Hidrologia Aplicada	8	8
	Total	8	8 - 100%
Distribuição Discreta	-	-	-
	Total	-	0%
Distribuição Normal	Construção de Edifícios II	1	1
	Construções Metálicas	1	-
	Hidrologia Aplicada	3	3
	Materiais de Construção I	1	-
	Sistemas Estruturais	1	-
	Total	7	4 - 57,14%
Inferência Estatística	-	-	-
	Total	-	0%
Regressão Linear Simples	-	-	-
	Total	-	0%

Fonte: autor.

A Tabela 6 evidencia as informações coletadas sobre a disciplina Geometria Analítica e Cálculo Vetorial.

Tabela 6 - Exibição das diversas utilizações dos conteúdos de Geometria Analítica e Cálculo Vetorial, das disciplinas que o empregam e de que maneira o fazem.

Geometria Analítica e Cálculo Vetorial			
Conceitos Rastreados	Disciplinas Específicas Usuárias	Quantia Total Usos	Quantia Aplicações
Reta no Plano	-	-	-
	Total	-	0%
Circunferência	-	-	-
	Total	-	0%
Cônicas	-	-	-
	Total	-	0%
Álgebra Vetorial	Sistemas Estruturais	3	3
	Total	3	3 - 100%
Reta e Plano no Espaço	-	-	-
	Total	-	0%

Fonte: autor.

A Tabela 7 evidencia as informações coletadas sobre a disciplina Introdução à Álgebra Linear.

Tabela 7 - Exibição das diversas utilizações dos conteúdos de Introdução à Álgebra Linear, das disciplinas que o empregam e de que maneira o fazem.

Introdução à Álgebra Linear			
Conceitos Rastreados	Disciplinas Específicas Usuárias	Quantia Total Usos	Quantia Aplicações
Determinante	Teoria das Estruturas I	1	1
	Total	1	1 - 100%
Inversão de Matrizes	Teoria das Estruturas II	1	1
	Total	1	1 - 100%
Sistema de Equações Lineares	Hidrologia Aplicada	1	1
	Teoria das Estruturas I	1	1
	Teoria das Estruturas II	7	5
	Total	9	7 - 77,78%
Espaço Vetorial	-	-	-
	Total	-	0%
Transformação Linear	-	-	-
	Total	-	0%
Diagonalização	-	-	-
	Total	-	0%

Fonte: autor.

A Tabela 8 evidencia as informações coletadas sobre a disciplina Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias.

Tabela 8 - Exibição das diversas utilizações dos conteúdos de Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias, das disciplinas que o empregam e de que maneira o fazem.

Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias			
Conceitos Rastreados	Disciplinas Específicas Usuárias	Quantia Total Usos	Quantia Aplicações
EDO Fundamental de Primeira Ordem	Hidráulica II	1	1
	Saneamento	1	-
	Total	2	1 - 50%
EDO Não-Fundamental de Primeira Ordem	-	-	-
	Total	-	0%
EDO Fundamental de Segunda Ordem	Concreto Armado II	1	-
	Resistência dos Materiais I	1	1
	Teoria das Estruturas I	2	2
	Teoria das Estruturas II	1	-
	Total	5	3 - 60%
EDO Geral de Segunda Ordem	Concreto Armado II	1	-
	Resistência dos Materiais I	1	-
	Teoria das Estruturas I	2	-
	Total	4	0%
EDO Linear de Segunda Ordem	Resistência dos Materiais I	1	-
	Total	1	0%
EDO de Ordem Superior	Construções Metálicas	1	-
	Pontes I	1	-
	Total	2	0%
Solução por Séries de Potências e Transformada de Laplace	-	-	-
	Total	-	0%

Fonte: autor.

A Tabela 9 evidencia as informações coletadas sobre os conceitos básicos das disciplinas matemáticas que não tiveram nenhum tipo de emprego nas específicas.

Tabela 9 - Exibição dos conteúdos das disciplinas matemáticas que não foram empregados por nenhuma específica de engenharia civil; nem em demonstrações e nem em aplicações.

Conceitos Básicos Não-Usados	
Disciplinas Matemáticas	Conceitos Básicos Não-Usados
Cálculo Diferencial e Integral I	Usos Diversos de Derivada
Cálculo Diferencial e Integral II	Usos Diversos de Integral
	Sequência de Séries Numéricas
	Aproximação de Funções por Séries de Potências
	Superfície
Cálculo Diferencial e Integral III	Função Real de Várias Variáveis
	Integral de Superfície
Cálculo Diferencial e Integral III	Teorema Integral de Campo
	Resolução de Sistemas de Equações Lineares Simultâneas
Cálculo Numérico	Evento Aleatório
	Distribuição Discreta
	Inferência Estatística
	Regressão Linear Simples
Estatística e Probabilidade	Reta no Plano
	Circunferência
	Cônicas
	Reta e Plano no Espaço
Geometria Analítica e Cálculo Vetorial	Espaço Vetorial
	Transformações Lineares
	Diagonalização
Introdução à Álgebra Linear	EDO Não-Fundamental de Primeira Ordem
	Solução por Séries de Potências e Transformada de Laplace
Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias	

Fonte: autor.

A Tabela 10 evidencia as informações coletadas sobre os conceitos básicos das disciplinas matemáticas que não tiveram uso do tipo aplicação nas disciplinas específicas.

Tabela 10 - Exibição dos conteúdos das disciplinas matemáticas básicas que não foram aplicados na prática profissional de campo por nenhuma disciplina específica de engenharia civil.

(continua)

Conceitos Básicos Não-Aplicados	
Disciplinas Matemáticas	Conceitos Básicos Não-Aplicados
Cálculo Diferencial e Integral I	Limite
	Usos Diversos de Derivada
Cálculo Diferencial e Integral II	Usos Diversos de Integral
	Integral Imprópria
	Sequência de Séries Numéricas
	Série de Potências
	Aproximação de Funções por Séries de Potências
	Superfície
	Função Real de Várias Variáveis
Cálculo Diferencial e Integral III	Cálculo Diferencial Vetorial
	Integral de Linha
	Integral de Superfície
	Teorema Integral de Campo
Cálculo Numérico	Resolução de Sistemas de Equações Lineares Simultâneas
Estatística e Probabilidade	Evento Aleatório
	Distribuição Discreta
	Inferência Estatística
	Regressão Linear Simples
Geometria Analítica e Cálculo Vetorial	Reta no Plano
	Circunferência
	Cônicas
	Reta e Plano no Espaço
Introdução à Álgebra Linear	Espaço Vetorial
	Transformação Linear

(continuação)

Conceitos Básicos Não-Aplicados	
Disciplinas Matemáticas	Conceitos Básicos Não-Aplicados
Introdução à Álgebra Linear	Diagonalização
Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias	EDO Não-Fundamental de Primeira Ordem
	EDO Geral de Segunda Ordem
	EDO Linear de Segunda Ordem
	EDO de Ordem Superior
	Solução por Séries de Potências e Transformada de Laplace

Fonte: autor.

A Tabela 11 evidencia as informações coletadas sobre as disciplinas específicas que não empregaram os conceitos matemáticos básicos fornecidos pelas disciplinas matemáticas do ensino superior.

Tabela 11 - Exibição das disciplinas específicas de engenharia civil que não empregaram nenhum conhecimento matemático básico; nem em demonstrações e nem em aplicações.

Disciplinas Específicas Não-Usuárias	
Área da Engenharia Civil	Disciplinas Específicas Não-Usuárias
Construção	Construção de Edifícios I
	Desenho Arquitetônico
	Desenho Estrutural e de Instalações
	Desenho Técnico
	Engenharia Ambiental Básica
	Geometria Descritiva
	Instalações Elétricas
	Materiais de Construção II
Estruturas	-
Geotecnia	Geologia Aplicada à Engenharia Civil
	Obras de Terra
Hidrotecnia	Instalações Hidráulicas
Transportes	Ferrovias

Fonte: autor.

6 CONCLUSÃO

O primordial propósito deste trabalho foi a determinação dos conceitos matemáticos básicos utilizados nas disciplinas específicas de engenharia civil. As apurações feitas foram organizadas nas tabelas da seção de resultados. Mediante a compreensão global dos dados expostos e da conjuntura geral observada no ensino superior, vêem-se alguns dados críticos. Em torno de 35,29% das matérias específicas não se utilizam de nenhum conhecimento matemático básico do ensino superior; 62,5% dos grupos de conceitos matemáticos básicos, de todas as disciplinas básicas, não é aplicado na prática nas disciplinas profissionalizantes, enquanto 45,83% deles não é nem mesmo utilizado para demonstrações, nem em qualquer outro conteúdo da graduação. Somente 37,5% desses conjuntos de conceitos básicos são empregados na futura atuação profissional dos alunos, através das específicas; evidenciado pelo baixo número de usos ou de aplicações, apresentados nas taxas de cada disciplina matemática básica. Todos os índices anteriores consideram o número total de grupos de conceitos básicos.

É necessário ressaltar o que fora dito das limitações deste trabalho. Apesar da imensa relevância dos livros de disciplinas específicas dos autores selecionados, tomados como referência absoluta em seus meios, lembra-se que sua seleção de conteúdos a abordar não é a única possível. Assim, há outros ótimos trabalhos que poderiam ser tomados como padrão em seu lugar nesta análise, trazendo maior ou menor carga de uso das disciplinas básicas; contudo, supôs-se com muita segurança que tais pesquisadores têm plena convicção da necessidade e importância na apresentação de cada conceito da maneira que o fizeram. Desta forma, corroboram os resultados conseguidos nesta monografia. Outra limitação é a dificuldade atual de trabalhar com as respectivas cargas horárias das disciplinas básicas, e mais ainda do tempo real despendido para cada conjunto de conceitos básicos que as compõem, dificultando a aferição temporal correta. Porém, ainda assim os dados ilustram e alertam fortemente para os desafios existentes.

A ausência de uso dos conceitos matemáticos básicos em algumas disciplinas específicas não configura de maneira nenhuma um problema, nem diminui seu valor

ou importância perante as restantes. Inclusive, mostra o oposto, um perfeito ajustamento entre seus conhecimentos requeridos e a cobrança posta, ao menos no que se refere aos conceitos matemáticos básicos. E ainda estimula a reflexão de que o rigor exigido nas disciplinas matemáticas básicas não seja tão necessário.

Isso é explicitado e comprovado através do índice de conteúdos básicos matemáticos que não são aplicados, mas somente utilizados em demonstrações e para entendimento desses conceitos. Este tipo de uso dos conceitos matemáticos não é, de maneira alguma, dispensável ou inferior; sendo extensamente importante, como já afirmado. Porém a demonstração em si não é utilizada no âmbito profissional, mas somente seus resultados, sejam fórmulas mais simples, conclusões ou corolários. Devido a isso, não é necessário um aprofundamento tão grande nas questões operatórias, de cálculo e contas mesmo, destes conceitos matemáticos; sendo muito mais frutífero o empenho na consolidação e entendimento plenos, para possibilitar nos estudantes a perfeita compreensão das demonstrações feitas nos conteúdos das disciplinas específicas. É importante definir este foco pois segundo “A Matemática no Ensino de Engenharia” (2017), este empenho do ensino nas propriedades operatórias minora a compreensão ou relevância dada pelos alunos ao conceito matemático em si, o que é altamente prejudicial.

A taxa mais complicada é a dos conceitos matemáticos básicos que não são utilizados nas disciplinas específicas, nem como demonstração. Simplesmente são repassados e não mais revisitados em nenhum outro conteúdo do curso, servindo somente como uma curiosidade ao estudante. Exemplos dessas situações são as disciplinas Geometria Analítica e Cálculo Vetorial e a Introdução à Álgebra Linear. Mais da metade dos grupos de conceitos que as compõem são completamente subutilizados. Boa parte destes conjuntos de conceitos também são ignorados no restante da graduação no caso das disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral I, II e III, além de um extenso número de classes inteiras de equações da disciplina Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias. Uma maior clareza sobre esta última, assim como das outras disciplinas básicas é fornecida no apêndice A, onde

se observa que todas as categorias de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem não foram utilizadas, com exceção da EDO fundamental.

Outro caso é o da disciplina Cálculo Numérico que, apesar da vultosa taxa de aplicação prática de seus conceitos, apresenta um número total de usos baixo. Quando avaliado com maior atenção observa-se que seus usos não demandam exatamente a aplicação de seus métodos expostos nos conceitos da disciplina; sendo somente necessário a compreensão do conteúdo específico em si e demanda de iteração que ele exige. Esta análise foge um pouco do escopo deste trabalho, visto que ainda assim a aplicação observada nos conteúdos específicos conforma-se à definição destes conceitos básicos de Cálculo Numérico, e por isso foram incluídos neste trabalho.

Argumentos como o ensino de conceitos matemáticos excedentes para desenvolvimento de maior raciocínio lógico-matemático mostram-se falhos, haja vista a já extensa carga matemática verdadeiramente utilizada nas disciplinas específicas; além da dificuldade intrínseca de cada um destes conceitos matemáticos básicos úteis e até mesmo dos conteúdos das disciplinas específicas. Estes conteúdos básicos úteis e os específicos já se comprometem a evoluir o raciocínio lógico-matemático do aluno, além de ainda formar um verdadeiro engenheiro civil.

Sob esta perspectiva, constata-se sérios problemas na atual organização do curso superior de graduação em engenharia civil. O maior entrave é não haver culpa particular, de um grupo de professores ou de disciplinas, pois predominam os docentes da instituição com altíssima capacitação, advindos das melhores universidades do país e até do exterior; mas sim um obstáculo intrínseco do ensino superior em si, talvez nacionalmente. Verifica-se que é empenhada grande quantidade de tempo trabalhando alguns conceitos matemáticos para que sejam efetivamente empregados somente algumas poucas vezes, quando são usados. Isto constitui um grande dispêndio de tempo de matemáticos docentes altamente qualificados, de recursos governamentais no processo e também do esforço de candidatos a bacharel durante seus estudos; em alguns casos quase um

desperdício. É necessário dizer que isto não constitui uma ofensa ou menosprezo a estes profundos conhecimentos matemáticos, que são extremamente úteis e importantes a muitos profissionais, mas não à formação e atuação do bacharel em engenharia civil, como exposto nos dados anteriores.

Tal conjectura acaba por também restringir a atuação destes docentes altamente qualificados, daqueles que compõem o quadro de matérias profissionalizantes. Pois, num curso de duração limitada, se alguma parte utiliza mais tempo em suas atividades do que deveria, outras partes podem ver-se com menos tempo do que precisam para expor com qualidade e plenitude todos os conceitos, além de fixá-los. E isto é queixa constante entre os professores de engenharia, que se vêem obrigados a uma difícil escolha: manter uma quantidade de assuntos ministrando-os com pressa e superficialidade ou diminuir o elenco de conteúdos repassados mas podendo fixar cada um deles adequadamente. Qualquer das opções é a errada; além de prejudicial ao professor, ao discente e à própria sociedade no geral. Isto atendo-se somente à questão temporal que este tipo de estrutura educacional causa, desconsiderando outros aspectos comentados antes, como altas taxas de evasão escolar e reprovações, e baixa aceitação do mercado de trabalho; fora também um dos aspectos mais graves: o vasto prejuízo à saúde física e mental dos estudantes, seja pela intensa correria dos assuntos levando a noites em claro e má alimentação ou pelas frustrações e desespero ocasionados por estas ocorrências todas.

Almejando melhorias na própria estrutura do curso, uma das soluções seria a execução de um estudo técnico-pedagógico interdisciplinar para melhor alocação de recursos e seleção dos conteúdos básicos componentes da grade curricular, direcionado pelas descobertas e conclusões desta e de outras pesquisas relacionadas. Concomitantemente, o ajustamento dessas disciplinas matemáticas do ciclo básico conforme a verdadeira necessidade e demanda observada nas disciplinas específicas propiciaria uma melhor utilização do tempo, possibilitando um maior foco nos conteúdos que precisam ser apropriados pelos discentes para

transformarem-se em genuínos profissionais em engenharia civil. Isto sanaria uma boa parcela das complicações, além de muitas de suas consequências.

6.1 Sugestões para Trabalhos Futuros

Propõe-se algumas recomendações para posteriores estudos nesta temática, principalmente relativas à superação de algumas limitações e ausências deste trabalho.

A mais contundente refere-se à consideração da carga horária empenhada efetivamente no ensino das disciplinas básicas e, mais especificamente, em cada um de seus conceitos. Apesar da dificuldade de quantificar precisamente o tempo gasto individualmente, fazê-lo forneceria um parâmetro extremamente útil ao manejo otimizado do ensino.

Estimula-se que o restante das matérias constituintes do ciclo básico de engenharia, como as relacionadas à física e à química, seja inserido na avaliação, para tornar os resultados mais amplos e robustos e permitir uma profunda e completa discussão acerca dos temas verdadeiramente indispensáveis à formação do engenheiro civil.

Aconselha-se também a expansão da análise, contemplando também as relações existentes dos conceitos básicos entre si; sejam os matemáticos somente consigo, sejam deles com os conteúdos físico-químicos. Da mesma forma, é importante avaliar as inter-relações entre os próprios conceitos específicos, para que o uso dos conceitos das disciplinas básicas não seja tomado em duplicidade.

Finalmente, incentiva-se o emprego desta metodologia de avaliação, preferencialmente com as observações anteriores, a outros cursos de graduação, almejando o eficiente e racional uso dos recursos educacionais e a melhor formação aos futuros profissionais das diversas áreas da sociedade.

REFERÊNCIAS

ALÉM SOBRINHO, P.; TSUTIYA, M. T. **Coleta e Transporte de Esgoto Sanitário**. 2. ed. São Paulo: EPUSP, 2000.

ALMEIDA, L. M. W.; FATORI, L. H.; SOUZA, L. G. S. **Ensino de Cálculo: uma abordagem usando Modelagem Matemática**. RCT. v. 10, n. 16, 2007.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT NBR 5410: **Instalações elétricas de baixa tensão**. Rio de Janeiro: ABNT, 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT NBR 6492: **Representação de Projetos de Arquitetura**. Rio de Janeiro: ABNT, 1994.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT NBR 7191: **Execução de Desenhos para Obras de Concreto Simples ou Armado**. Rio de Janeiro: ABNT, 1982.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8681: **Ações e segurança nas estruturas - Procedimento**. Rio de Janeiro, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT NBR 14611: **Desenho técnico - Representação Simplificada em Estruturas Metálicas**. Rio de Janeiro: ABNT, 2000.

BARBOSA Jr., A. R. **Elementos de Hidrologia Aplicada**. 1. ed. São Paulo: Blucher, 2022.

BAUER, L. A. F. **Materiais de Construção**: Volume 1. 5 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2008.

BAUER, L. A. F. **Materiais de Construção**: Volume 2. 5 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2008a.

BEER, F.; *et al.* **Mecânica dos materiais**. 5. ed. Porto Alegre: AMGH, 2011.

BENACERRAF, P.; PUTNAM, H. **Philosophy of Mathematics: Selected Readings**. 2. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1983.

BERNUCCI, L. B.; *et al.* **Pavimentação Asfáltica**. 2. ed. Rio de Janeiro: Petrobrás ABEDA, 2022.

BORGES, A. C. **Topografia Aplicada à Engenharia Civil**. São Paulo: Blucher, 2004. ISBN 85-212-0022-6.

BRAGA, B.; *et al.* **Introdução à Engenharia Ambiental**. 2. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2005.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Resolução nº 2, de 24 de abril de 2019. **Institui as Diretrizes Curriculares Nacionais do Curso de Graduação em Engenharia**. Diário Oficial da União: seção 1, Brasília, DF, 23 abr. 2019.

CAMPOS, J. C. de. **Elementos de Fundações em Concreto**. São Paulo: Oficina de Textos, 2015.

CHAPRA, S. C.; CANALE R. P. **Numerical Methods for Engineers**. McGraw-Hill, 2015.

CHATGPT. **Geração de referências bibliográficas utilizando inteligência artificial**. OpenAI, disponível em: <https://chat.openai.com>. Acesso em: 30 set. 2024..

CHIOSSI, N. J. **Geologia Aplicada à Engenharia**. 2. ed. São Paulo: Grêmio Politécnico - Poli-USP.

CINTRA, J. C. A.; AOKI, N. **Fundações por Estacas: Projeto Geotécnico**. 1. ed. São Paulo: Oficina de Textos, 2010.

CINTRA, J. C. A.; AOKI, N.; ALBIERO, J. H. **Fundações Diretas: Projeto Geotécnico**. São Paulo: Oficina de Textos, 2011.

COMPANHIA ENERGÉTICA DE MINAS GERAIS. CEMIG ND.1: **Fornecimento de Energia Elétrica em Tensão Secundária - Rede de Distribuição Aérea - Edificações Individuais**. Belo Horizonte: CEMIG, 2022.

DAS, B. M.; SOBHAN, K. **Fundamentos de Engenharia Geotécnica**. São Paulo: Cengage Learning, 2014.

DEPARTAMENTO NACIONAL DE ESTRADAS DE RODAGEM. **Manual de Projeto Geométrico de Rodovias Rurais**. Rio de Janeiro, 1999.

DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRAESTRUTURA DE TRANSPORTES. **Manual de Pavimentos Rígidos**. 2 ed. Rio de Janeiro, 2005.

FIRMINO, G. L.; SIQUEIRA, A. M. D. O. **A Matemática no Ensino de Engenharia**. The Journal of Engineering and Exact Sciences, v. 3, n. 3, 9 mai. 2017.

FUSCO, P. B. **Estruturas de Concreto - Solicitações Normais**. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1981.

FUSCO, P. B. **Estruturas de Concreto - Solicitações Tangenciais**. 1. ed. São Paulo: Pini, 2008.

GOMES, A. P. **Desenho Arquitetônico**. Ouro Preto, MG: Escola Técnica Aberta do Brasil, 2012.

HANSEN, K.; ZENOBIA, K. **The Civil Engineer's Handbook of Professional Practice**. Hoboken: John Wiley & Sons, 2011.

HIBBELER, R. C. **Estática: Mecânica para Engenharia**. 14. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2017.

IEZZI, A.; MORAES, J. M.; MORAES, D. **Geometria Analítica**. Atual Editora, 2007.

LAY, D. C. **Álgebra Linear e suas Aplicações**. 5. ed. Porto Alegre: Bookman, 2016.

LIMA, S.; FERREIRA, M. **A articulação entre a graduação e a pós-graduação: desafios e perspectivas**. Revista Brasileira de Educação Superior, v. 25, p. 123-139, 2018.

MACINTYRE, A.J. **Instalações Hidráulicas: Prediais e Industriais**. 4. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2017.

MASSAD, F. **Obras de Terra**: curso básico de Geotecnia. São Paulo: Oficina de Textos, 2010.

MATTOS, A. D. **Como Preparar Orçamentos de Obras**. 1. ed. São Paulo: Pini, 2006. ISBN 85-7266-176-X.

MATTOS, A. D. **Planejamento e Controle de Obras**. 1. ed. São Paulo: Pini, 2010. ISBN 978-85-7266-223-9.

MEYER, A. F. **The elements of hydrology**. 2. ed. Nova Iorque: John Wiley and Sons, 1948.

MICELI, M.; FERREIRA, P. **Desenho Técnico Básico**. 2. ed. São Paulo: Ao Livro Técnico, 1994. ISBN 85-215-0937-5.

MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C. **Applied Statistics and Probability for Engineers**. Wiley, 2014.

NASA. Glossário: **Força - Earth Observatory**. Disponível em: <https://earthobservatory.nasa.gov/glossary/f/h>. Acesso em: 04 set. 2024.

NETTO, J. F. de A.; *et al.* **Técnica de Abastecimento e Tratamento de Água: Volume 2 - Tratamento de Água**. 3. ed. São Paulo: CETESB/ASCETESB, 1987.

OXFORD ENGLISH DICTIONARY. **Mathematics**. Disponível em: https://www.oed.com/dictionary/mathematics_n?tab=meaning_and_use&tl=true. Acesso em: 30 abr. 2023.

PEREIRA, B. E. B.; *et al.* **Técnica de Abastecimento e Tratamento de Água: Volume 1 - Abastecimento de Água**. 2. ed. São Paulo: CETESB/ASCETESB, 1987.

PEREIRA, M. S.; OLIVEIRA, J. R. **Currículo e formação de engenheiros: adequação ao mercado de trabalho**. Revista de Educação em Engenharia, v. 31, p. 45-61, 2016.

PFEIL, W. **Pontes em Concreto Armado: Volume 1**. 3 ed. Rio de Janeiro: LTC, 1983.

PFEIL, W. **Pontes em Concreto Armado: Volume 2**. 3 ed. Rio de Janeiro: LTC, 1983a.

PFEIL, W.; PFEIL, M. **Estruturas de Aço**. 8. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009. ISBN 978-85-21-6-1611-5.

PFEIL, W.; PFEIL, M. **Estruturas de Madeira**. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2003.

PIAGET, Jean. **O intercâmbio mútuo e a integração recíproca de várias ciências**. In: LYCEUM BLOG. Interdisciplinaridade na educação: o impacto e importância de adotar. Disponível em: (Lyceum Blog.

<https://blog.lyceum.com.br/interdisciplinaridade-na-educacao/>). Acesso em: 30 set. 2023.

PINHO, F. O.; BELLEI, I. H. **Pontes e Viadutos em Vigas Mistas**. São Paulo: Instituto Aço Brasil: CBCA, 2020.

PINTO, C. de S. **Curso Básico de Mecânica dos Solos**: em 16 aulas. São Paulo: Oficina de Textos, 2006.

PORTO, R. de M. **Hidráulica Básica**. 4. ed. São Carlos: EESC-USP, 2006. ISBN 85-7656-084-4.

PRÍNCIPE Jr., A. dos R. **Noções de Geometria Descritiva**: Volume 1. 1. ed. São Paulo: Nobel, 2008.

ROSA, R. A.; RIBEIRO, R. C. H. **Estradas de Ferro**. Vitória: EDUFES, 2016. ISBN 978-85-7772-384-3.

SANTOS, J. P.; MONTEIRO, L. R.; ALVES, S. D. K. **Avaliação das Competências e Objetivos de Aprendizagem do Curso de Engenharia Civil do CCT/UDESC**. Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia. **Anais...** In: Formação em Engenharia: Tecnologia, Inovação e Sustentabilidade. COBENGE, 1 jan. 2021.

SCHWARTZMAN, S. **O Ensino Superior no Brasil: Diagnóstico, Desafios e Perspectivas**. São Paulo: FGV Editora, 2009.

SENÇO, W. de. **Manual de Técnicas de Pavimentação**: Volume I. 2. ed. ampl. São Paulo: Pini, 2007.

SENÇO, W. de. **Manual de Técnicas de Projetos Rodoviários**. 1. ed. São Paulo: Pini, 2008.

SILVA, G. Q. da. **Lições de Hidráulica Geral**. 1. ed. [s.l.]: [s.n.], 2015.

SILVA, M. **Demonstração da Desigualdade de Cauchy-Schwarz**. Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica.

Disponível

em:

https://www.ime.unicamp.br/~marcia/AlgebraLinear/Arquivos%20PDF/demo_cauchy.pdf. Acesso em: 1 jun. 2024.

SOCIEDADE AMERICANA DE ENGENHEIROS CIVIS. **Engenheiros civis constroem a infraestrutura do mundo; fazendo isso, eles moldam a história das nações**. Disponível em: [<https://www.asce.org/>]. Acesso em: 15 mar. 2023.

SOUZA, S.; VIEIRA, L. **A importância do ciclo básico nos cursos de Engenharia: desafios e propostas**. Revista de Ensino de Engenharia, n. 28, p. 84-102, 2017.

STARBIRD, M. Wondrium Daily. **Who Invented Calculus: Newton or Leibniz?** Disponível em: <https://www.wondriumdaily.com/invented-calculus-newton-leibniz/>. Acesso em: 22 fev. 2024.

STEWART, J. **Cálculo**. 7. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2012.

STEWART, J. **Cálculo**: Volume 2. 7. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2013.

STEWART, J. **Cálculo**: Volume 3. São Paulo: Cengage Learning, 2013a.

SUSSEKIND, J. C. **Curso de Análise Estrutural**: Volume 1 - Estruturas Isostáticas. 6. ed. Porto Alegre - Rio de Janeiro: Globo, 1981.

SUSSEKIND, J. C. **Curso de Análise Estrutural**: Volume 2 - Deformações em Estruturas. Método das Forças. 4. ed. Porto Alegre: Globo, 1980.

SUSSEKIND, J. C. **Curso de Análise Estrutural**: Volume 3 - Método das Deformações. Processo de Cross. 7. ed. Rio de Janeiro: Globo, 1987.

THOMAS Jr., G. B. **Cálculo Diferencial e Integral**. 11. ed. São Paulo: Addison Wesley, 2012.

TONINI, A. M.; PINTO, D. P. **A flexibilização curricular e a Engenharia**. Educ. Tecnol., Belo Horizonte, v. 13, n. 2, p. 04-08, maio./ago. 2008.

TRUESDELL, C. **The Role of Engineering in the Development of Continuum Mechanics**. Archive for History of Exact Sciences, v. 33, n. 4, p. 385-400, 1986.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO. **Ementas das disciplinas**. Curso de Engenharia Civil. 2023. Disponível em: <https://zeppelin10.ufop.br/emissaoDocumentosDigitais/index.jsp?frs=0.5402374776222796&idUsuario=11fe41b7133cb2d0f219b5c69ce757a0>. Acesso em: 28 ago 2023.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE. **Projeto Pedagógico do Curso de Engenharia Civil**. Natal: UFRN, 2021.

YAZIGI, W. A **Técnica de Edificar**. 10. ed. São Paulo: Pini: SindusCon, 2009. ISBN 978-85-7266-219-2.

ZILL, D. G. **Equações Diferenciais com Aplicações e Modelagem**. 11. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2018.

APÊNDICE A - DISCIPLINAS MATEMÁTICAS BÁSICAS

Esta parcela do documento, de autoria própria e baseado em especialistas de renome das respectivas áreas, apresenta cada uma das oito disciplinas matemáticas básicas cujos conceitos foram rastreados para a análise e discussão. São expostas com um pequeno resumo. O parâmetro utilizado para elencar os conceitos presentes em cada uma foi a respectiva ementa da disciplina no curso de engenharia civil da UFOP; entretanto, cabe destacar que não há grandes variações em cursos superiores ofertados por outras instituições. Os vários conceitos mostrados na ementa correspondente foram definidos a seguir, com ênfase e profundidades diferentes a depender da complexidade e inter-relações com os outros. Por fim, há uma listagem de conceitos da disciplina, aproximadamente conforme exibido nas ementas, com fins de agrupá-los para viabilizar o efetivo rastreio e classificação deles nas disciplinas específicas. Estes agrupamentos são os conceitos contabilizados nos conteúdos temáticos das disciplinas específicas, considerando os diversos usos encontrados de cada um dos conceitos que os compõem.

A.1 Cálculo Diferencial e Integral I - MTM122

Cálculo diferencial e integral I, também denominado cálculo infinitesimal, é uma subárea da matemática que trata das definições, implicações e aplicações de dois problemas principais: o da reta tangente a uma curva e o da área sob ela; os operadores derivados da resolução destas questões e suas propriedades básicas integram o escopo de conhecimentos estudados; segundo Starbird (2024). É altamente importante e necessária ao pleno estudo das ciências de modo geral, sendo o seu assunto central um dos grandes responsáveis pelo grandioso avanço do conhecimento no século XVIII.

Os temas nomeados como números reais, funções e gráficos tangem uma breve revisão de conceitos matemáticos anteriores aos do ensino superior.

Os números reais são aqueles que compõem o conjunto numérico homônimo, que dá-se como a união dos racionais e dos irracionais, gerando assim a infinita reta numérica; são estudadas também suas operações e propriedades.

Função é um tipo de relação matemática que leva elementos de um conjunto nomeado domínio a um outro conjunto, nomeado contra-domínio; mais especificamente ligando-os a membros da imagem, que é um subconjunto do contradomínio, através de uma regra fixa e obedecendo a condições específicas; segundo Stewart (2012). Variam conforme o tipo de regra numérica utilizada. Há também operações específicas que atuam sobre elas. Gráficos são as representações geométricas destas funções.

Limite é um conceito matemático que expressa o grau de aproximação do valor de uma função a um certo número, à medida que seus argumentos beiram uma outra quantia determinada.

Continuidade é a propriedade de funções possuírem conjunto imagem ininterrupto; isto significa sem descontinuidade, com limite da função no ponto considerado idêntica ao valor da função no ponto, com limites laterais existentes.

Derivação é a operação sobre funções que soluciona o problema da reta tangente. É definida a partir do limite de uma razão de variação; segundo Stewart (2012). Juntamente com a prova de suas propriedades, pode ser trabalhada a partir de fórmulas algébricas simples, para cada categoria distinta de função.

Suas aplicações perpassam desde a precisa construção de gráficos, por meio de valores-referência dados como mínimos, máximos e concavidade das curvas, até a simplificação de limites complexos e indeterminados utilizando a regra de l'Hôpital.

Integração é a operação sobre funções que soluciona o problema da área sob a curva. Também é definida através de limites, agora de uma soma infinita; segundo Stewart (2013). Suas propriedades são descritas também por eles, donde pode-se trabalhar com técnicas trigonométricas e algébricas para sua demonstração.

São aprendidas estratégias como a substituição de variáveis e o parcelamento da integral para resolução das mais distintas operações envolvendo integrais.

Agrupamento de conceitos da disciplina Cálculo Diferencial e Integral I:

Limite: limite e continuidade; limites laterais, fundamentais, no infinito e infinitos; propriedades do limite e da continuidade. Derivada: funções deriváveis; retas tangente e normal a uma curva; diferencial de uma função; regras de derivação, derivada de funções trigonométricas, exponenciais, inversas, trigonométricas inversas e logarítmicas; máximos, mínimos, crescimento e concavidade de funções. Usos diversos de derivada: teorema do valor médio; regra de l'Hôpital; taxa de variação. Integral: integral indefinida, definida e suas propriedades; área de regiões planas; teorema fundamental do cálculo; técnicas de integração, integração por substituição, por partes, por frações parciais, de potências, de produtos de funções trigonométricas e por substituições inversas.

A.2 Cálculo Diferencial e Integral II - MTM123

Cálculo diferencial e integral II é uma subárea da matemática que trata do conhecimento homônimo. Discorre, diferentemente de sua disciplina predecessora, de propriedades mais avançadas dos operadores principais (o diferencial e a integral), de superfícies especiais e de estudo aprofundado de funções.

Aplicações da integral são os usos diversos dados ao operador integral, principalmente na mensuração de propriedades geométricas de funções, como área de superfícies planas ou revolucionadas, seu volume e comprimento de curvas.

Integrais impróprias são categorias especiais de integrais cuja principal característica é necessitarem da avaliação de um limite para assim determinar-se o resultado de suas expressões; segundo Stewart (2013). Isto se dá pois a integral definida inexiste no ponto desejado por conta de uma descontinuidade na função avaliada exatamente ali ou, então, por tratar-se de integrais definidas para intervalos infinitos.

Sequência numérica é, simplificadamente, um conjunto ordenado de números através de uma lei fixa de ordenamento; segundo Stewart (2012). Propriedade

importante destas sequências é seu limite, que é o valor que a sequência tende a assumir para um índice suficientemente grande.

Já série é a soma infinita dos itens de uma sequência. A convergência destas séries é a característica dessa adição aproximar-se de um valor finito. Critérios para avaliação prévia das séries e sua convergência também são estudados.

Série de potências é uma categoria particular das séries numéricas, cujo diferencial é os termos da sequência serem ponderados pela diferença entre uma variável e uma constante, fazendo com que o resultado da série seja uma infinita função polinomial nesta variável; segundo Stewart (2013).

Estas séries nem sempre convergem para todos os valores do domínio de sua função geradora. O local onde isso ocorre é denominado intervalo de convergência. Uma vez obtidos estes, pode-se operar a diferenciação e a integração das séries.

Muitas funções podem ser aproximadas por séries de potências. Uma das mais conhecidas e utilizadas para isso é a série de Taylor. A sequência que forma esta série é composta por derivadas superiores de uma função. Esta função regida pelo índice da sequência é, então, dividida pelo fatorial e ponderada por uma variável independente com uma constante, ambas numa potência deste próprio índice.

Por sua forma, é capaz de representar uma grande gama de funções, desde polinomiais e exponenciais até trigonométricas. Vê-se também genericamente outras modalidades de séries que descrevem funções.

Superfícies são figuras geométricas de duas dimensões, muitas das vezes descritas por funções. Dentre elas, têm-se os planos, que são o conjunto das infinitas retas perpendiculares a uma outra, ortogonal a todas estas em um único ponto. As superfícies chamadas de quádricas são polinômios de no máximo três variáveis, e no máximo ao quadrado em grau.

As cilíndricas e cônicas são, respectivamente, as curvas obtidas pela intersecção entre o plano e o cilindro e entre ele e o cone. Estes encontros formam curvas fronteiriças como a circunferência, a elipse, a hipérbole e a parábola.

Há também as superfícies de revolução, que são aquelas obtidas pela rotação de uma linha plana qualquer com relação a um eixo reto pertencente ao mesmo plano.

Funções multivariáveis são aquelas que possuem mais de uma variável independente em sua lei de formação. Características básicas destas como domínio, imagem, gráfico e continuidade apresentam particularidades e aprofundamentos avaliados no estudo.

Derivadas parciais são funções obtidas pela diferenciação de funções multivariáveis, quando essas atendem critérios específicos que permitam esta operação. Feita com relação a uma variável independente da função por vez, permanecendo constantes as outras; segundo Stewart (2013).

Porém, se uma das variáveis independentes da função multivariável é função de uma outra, é necessário utilizar a regra da cadeia. Este resultado realmente encadeia, sequencia, as derivadas a serem executadas, até possibilitar a derivação relativa à variável que se deseja.

As ordens superiores de derivadas nada mais são que iterações da operação de derivação, agora sobre a função que foi encontrada; são idênticas à definição para funções univariadas.

Podem-se achar derivadas relativas a uma direção específica dada por um vetor, entendendo como a função varia ao longo dessa direção. Associado a esse conceito está o gradiente, um operador vetorial de derivadas parciais que sempre fornece a direção com maior variação de todas naquele ponto, além de outras aplicações; segundo Stewart (2013a).

Planos tangentes à superfícies são, como o termo indica, aqueles que tocam em somente um único ponto da superfície gerada pela função em estudo; depende do ponto especificado e das derivadas de primeira ordem contínuas da função. Portanto, trata-se de uma generalização da definição inicial de reta tangente como derivada da função de uma variável.

Utiliza-se de muitas destas ideias, como de derivação em ordens superiores e do gradiente, para o cálculo de valores extremos de funções, bastante útil a aplicações práticas como processos de otimização.

Agrupamento de conceitos da disciplina Cálculo Diferencial e Integral II:

Usos diversos de integral: comprimento de curvas; área e volume de sólidos de revolução; outras aplicações. Integral imprópria: homônimo. Sequência de séries numéricas: limite de sequências; critérios e propriedades de convergência de séries numéricas; valor aproximado do limite de séries. Série de potências: homônimo. Aproximação de funções por séries de potências: polinômios e séries de Taylor; representação de funções por série de Taylor; conceitos gerais de séries de funções; intervalos de convergência; derivação e integração de séries de potências. Superfície: planos; superfícies cilíndricas, quádricas e de revolução. Derivada parcial: a diferencial; regra da cadeia; derivada direcional e gradiente; planos tangentes; derivadas parciais de ordem superior; extremos de funções. Função real de várias variáveis: domínio, imagem, gráfico, limite, continuidade, propriedades e diferenciabilidade.

A.3 Cálculo Diferencial e Integral III - MTM124

Cálculo diferencial e integral III é uma subárea matemática que trata do conhecimento homônimo. Apresenta, diferentemente de suas antecessoras, maior ênfase e aprofundamento na temática de integrais, falando desde as suas iterações até teoremas acerca da natureza e operacionalização delas.

Integral múltipla é a aplicação do conceito de integral definida a funções de múltiplas variáveis, representando, por exemplo, o volume sob a superfície gerada por essa função; segundo Stewart (2013).

Já integral iterada seria a repetição da operação de integração sobre uma função de múltiplas variáveis. Ambos os conceitos são parecidos e geralmente sinônimos (como foram tratados neste trabalho), porém a múltipla refere-se a

integração da função em cada uma de suas variáveis; enquanto que a iterada seria a operação quantas vezes e sobre quantas variáveis se desejasse.

Integrais duplas, então, são um tipo de integral múltipla, pois é aplicada a cada uma das duas variáveis da função descritiva de uma superfície. Com esta ferramenta, pode-se calcular a área de diversas funções de superfície, integrando em relação a cada uma das suas ordenadas. Também pode-se obter o volume de alguns sólidos, como dos de revolução; isto através do cálculo da área, com relação a uma das variáveis e da profundidade pela outra, seja pelo método das cascas cilíndricas ou pelo do fatiamento em troncos cônicos.

Em alguns destes apuramentos é conveniente a utilização de coordenadas polares. Este sistema de coordenadas, assim como o ortogonal cartesiano, é capaz de localizar cada ponto do plano através de um par ordenado de variáveis: o raio, que é a distância do ponto até a origem do sistema, chamada de pólo; e o azimute, que é o ângulo que este raio faz com a direção de referência, uma semirreta a partir do pólo chamada eixo polar.

Exemplos úteis da aplicação de integrais duplas e de coordenadas polares seriam o cálculo do momento de inércia de uma área e do centro de massa de um corpo. Momento de inércia de área é uma propriedade física dos corpos materiais que mensura a distribuição da área de uma figura com relação a um eixo qualquer. É de grande importância pois dita a rigidez de peças submetidas a esforços, os elementos estruturais. É determinado pelo quadrado da distância de um infinitésimo da figura por sua área; e para toda a figura pela integração dupla destas distâncias em toda a superfície. Centro de massa é uma propriedade física dos sistemas de partículas ou de corpos materiais que denota a localização do ponto de concentração de toda a massa deste sistema. Tal consideração é bastante relevante, pois simplifica diversos cenários mecânicos, desde problemas estáticos até dinâmicos. Se o corpo estiver sob a ação de um campo gravitacional uniforme, o centro de massa é também o ponto de atuação da resultante da força-peso, coincidente com o centro de gravidade do mesmo. Quando este corpo possuir massa específica constante em toda a sua extensão, o centro de massa degenera e

reduz-se a uma propriedade chamada centróide, que não mais depende das características físicas do sistema, mas somente da geometria dele.

Integrais triplas, analogamente às duplas, são uma forma de integral múltipla, agora aplicada a três ordenadas de uma função contida no espaço. É evidente sua grande utilidade ao cálculo de volume de sólidos e de funções multivariáveis.

Em muitos casos, também mostra-se atrativo alterar o sistema de coordenadas utilizado para realizar a operação.

No espaço tridimensional, existem dois sistemas que generalizam a ideia trazida por Bernoulli na concepção das coordenadas polares planas: o sistema cilíndrico e o sistema esférico. O sistema esférico de coordenadas é capaz de mapear cada ponto do espaço euclidiano com as mesmas variáveis utilizadas no sistema polar, porém com adaptações (agora o azimute é o ângulo entre o eixo horizontal e a projeção do raio no plano horizontal); e ainda acrescido de uma terceira ordenada chamada zênite, que é o ângulo que o eixo vertical faz com a reta que define o raio, que permanece com significado idêntico. Coordenadas cilíndricas são a evolução direta e mais simples das coordenadas polares aplicadas ao espaço tridimensional. Ela compartilha das mesmas variáveis que o sistema polar: pólo, eixo polar, raio e azimute; mas somando-se somente uma terceira, a altura. Em síntese, a especificação de um ponto se dá pela projeção deste no plano horizontal, onde se encontra a base do cilindro circular. Esta projeção é localizada através do sistema de coordenadas polares convencional e adicionada da distância vertical do ponto, assim fornecendo suas coordenadas no sistema cilíndrico.

Cálculo vetorial é um ramo da matemática que trata das operações infinitesimais de diferenciação e integração sobre vetores e campos vetoriais; segundo Stewart (2013a). Campo vetorial, por sua vez, é um tipo de espaço matemático em que todo ponto pertencente a uma região apresenta um determinado vetor correspondente. Mais diretamente, campo vetorial é uma função vetorial que associa a cada ponto do espaço um vetor específico. Campo escalar, de modo similar, associa a cada ponto do espaço referido um valor escalar, numérico. Assim sendo, comporta-se como uma função multivariável.

Curva é um ente matemático primitivo unidimensional, sendo pontos específicos de uma região que respeitam uma determinada lei de formação. Mais facilmente, representa a trajetória variável de um ponto sobre um caminho especificado por uma lei. Estas curvas podem estar contidas numa região do plano ou do espaço, mais comumente, embora apareçam em dimensões superiores.

Uma informação muito relevante em seu estudo é chamada de curvatura. De maneira intuitiva, isso seria o quanto uma curva muda de direção e se diferencia de uma linha reta. Mais tecnicamente, definido um vetor tangente à curva em questão, a curvatura seria a variação da direção deste vetor ao longo da trajetória; dada, então, pela derivada desta curva em cada ponto. Caso pertençam ao espaço tridimensional, as curvas apresentarão características especiais como a torção. Torção, de maneira simplificada, indica o grau de fuga da curva do plano, no caso o plano da curvatura. O vetor binormal é o produto vetorial dos vetores tangente e normal à curva; por ele, a torção seria definida como a intensidade de variação da direção do vetor binormal, dada pelo seu produto escalar com o vetor normal.

Comprimento de arco é uma outra propriedade interessante apresentada pelas curvas, e trata da medida linear de comprimento de uma parte da curva avaliada. É de grande valia tal conhecimento para a determinação de outros conceitos. Por exemplo, o triedro de Frenet-Serret, dado pelo conjunto de vetores descrito anteriormente, depende da parametrização da curva através do seu comprimento de arco; ou seja, põe-se a expressão da curva com suas variáveis em função do comprimento de arco dela, por meio de alguns cálculos.

Velocidade é a grandeza física que quantifica a variação da posição de determinado objeto. É calculada a partir da derivada desta com relação ao tempo; assim como a sua própria taxa de variação: a aceleração. Sendo ambas grandezas vetoriais do movimento, em que a trajetória também influencia, todos os conceitos anteriormente estabelecidos relativos ao cálculo diferencial vetorial e à curvas mostram-se muito relevantes.

Divergência é um operador do cálculo infinitesimal que mensura o grau de dispersão dos vetores pertencentes a um campo vetorial em um ponto específico

dele; segundo Stewart (2013a). Em termos mais simples, observa qual parcela dos vetores desse campo aponta para dentro de uma região fechada próxima ao ponto estudado; saindo ou entrando neste volume. É calculada a partir do produto escalar entre o operador gradiente e a função do campo vetorial. Mais rigorosamente, é definida como o limite do volume tendendo a zero de uma integral dupla do produto escalar do campo vetorial com o vetor normal à superfície que contém este volume da região avaliada, divididos pelo próprio volume da região, com esta integral sobre a superfície que delimita este volume.

Rotacional é um outro operador associado ao cálculo diferencial vetorial. Ele quantifica, a depender do número de dimensões que compõem o campo vetorial estudado, a rotação pontual apresentada por uma parcela infinitesimal de superfície onde atuam os vetores. Ele apresenta propriedades muito importantes, como a precisa identificação de campos vetoriais conservativos. Quando o campo vetorial é irrotacional, em que o rotacional deste campo é igual a zero ou ao vetor nulo, isso garante que este campo também é conservativo. Sua computação também envolve o conceito de gradiente, porém agora do produto vetorial entre este e a função do campo vetorial.

Integral de linha é um diferente tipo de integral definida. Ao invés de ser calculada sobre intervalos no eixo de variáveis, ela se processa na região definida por uma curva; por isto é também chamada de integral curvilínea; segundo Stewart (2013a). Ela pode ser aplicada tanto a campos escalares quanto vetoriais. A expressão utilizada nos cálculos é proveniente da definição e bem parecida para ambos os casos. Trata-se de uma integral definida da função de campo composta de uma expressão que parametriza a curva, multiplicada pela derivada da função parâmetro, do ponto inicial ao final da curva. A integral é calculada em função da variável deste parâmetro. Para a forma escalar, a derivada que multiplica o restante aparece em módulo, enquanto que na forma vetorial, ao invés de uma multiplicação, há um produto escalar.

Campo conservativo é um tipo especial de campo vetorial, que se destaca fisicamente por preservar a energia de um sistema interno a ele. Por definição, ele é

o vetor gradiente de um campo escalar, o que é uma condição exigida para ser classificado assim. Pode-se demonstrar que todo campo conservativo também é irrotacional. E embora a recíproca seja localmente verdadeira em alguns campos, tal condição não é suficiente para que seja um campo conservativo. Outra característica interessante dos campos conservativos é a de apresentarem independência de caminho numa integração de linha. Ou seja, pode-se provar que a curva que liga os pontos inicial e final não interfere no valor da integral, somente estes mesmos pontos.

O teorema de Green é um poderoso resultado do cálculo vetorial que relaciona uma integral dupla sobre uma região fechada com uma integral de linha fechada na fronteira desta região. Ambas relacionadas a um campo vetorial da região. Esta expressão facilita muito os cálculos, pois pode calcular-se o membro que parecer mais simples na integral, sendo o outro automaticamente encontrado.

Integral de superfície é uma modalidade da operação integral que se processa sobre variedades; segundo Stewart (2013a). Avalia desde funções escalares até vetoriais. Caso seja sobre um campo escalar, o cálculo computará essa função escalar em todos os pontos que ela estiver definida sobre esta superfície; se for sobre um campo vetorial, avaliará seu fluxo sobre esta superfície, perpendicularmente a ela. Considerando-se a dificuldade de lidar com superfícies, pode-se utilizar a definição formal de integral dupla de superfície. Ela relaciona a superfície à sua projeção no plano coordenado, precisando esta ser parametrizada por uma função em que as derivadas parciais dela ponderarão o resultado desta nova integração, tornando equivalentes ambas as apresentações. É importante atentar-se também à orientação da superfície considerada no cálculo, assim como a correta determinação do elemento infinitesimal de superfície para o cômputo adequado da integral de superfície.

Superfície parametrizada é aquela que passou pelo processo de parametrização. Apesar de extrema valia e profundidade, parametrização pode ser definida simplesmente como a representação algébrica de um ente geométrico através de um certo conjunto de valores, os parâmetros. Geralmente, basta alterar o

tipo de sistema de coordenadas utilizado para obter-se uma parametrização conveniente. Pode-se modelar esta representação também através de propriedades específicas, como curvatura, comprimento de arco, área e outras.

Teorema da divergência é um grande resultado encontrado por Ostrogradski e por Gauss, que por isso também o nomeiam. Este teorema diz respeito a campos vetoriais e correlaciona uma região do espaço à sua fronteira; segundo Stewart (2013a). Ele diz que a integral tripla sobre um determinado volume, da divergência do campo vetorial, é equivalente à integral dupla de superfície da superfície externa, a fronteira, deste volume. E isto é excelente pois, além de descrever uma enorme quantidade de leis físicas, permite compreender o comportamento de um campo vetorial numa região conhecendo tão somente seu comportamento nas redondezas, na fronteira desta parte.

O teorema de Stokes é um poderoso e genérico resultado do cálculo vetorial, expansível a mais dimensões. Ele estabelece equivalência entre a integral de superfície do rotacional de um campo vetorial e a integral de linha fechada deste mesmo campo sobre a fronteira desta superfície; segundo Stewart (2013a). Novamente trata-se de uma ótima simplificação, além de formidável ferramenta. É fundamental atentar-se que a orientação tanto da superfície quanto da curva fronteira sejam as mesmas, para evitar inconsistências durante o cálculo.

Agrupamento de conceitos da disciplina Cálculo Diferencial e Integral III:

Integral múltipla: cálculo de integrais duplas, em coordenadas polares; áreas de superfícies e volumes; integrais triplas, em coordenadas esféricas, volumes como integrais iteradas. Cálculo diferencial vetorial: campos escalares e vetoriais; curvas no plano e no espaço; curvatura e torção; comprimento de arco; divergência e rotacional. Integral de linha: integrais curvilíneas no plano. Integral de superfície: superfícies parametrizadas. Teorema integral de campo: independência do caminho em campos conservativos; teorema de Green; teorema da divergência; teorema de Stokes.

A.4 Cálculo Numérico - BCC760

Cálculo numérico, também nomeado como análise numérica, é a área que estuda os algoritmos, conjuntos sistemáticos de procedimentos empregados para resolução de problemas matemáticos genéricos, através de aproximação. Vê-se uma gama de métodos, sejam diretos, recursivos ou iterativos, para determinação da solução de algumas questões.

Resolução de sistemas de equações lineares simultâneas é a obtenção de um conjunto de valores que, substituídos ordenadamente nas incógnitas do problema, tornam todas as equações presentes simultaneamente verdadeiras. Originários de diferentes fenômenos naturais, desde físicos até sociais, os sistemas lineares adequadamente descrevem leis que regem esses fenômenos, e nisso reside o intenso interesse e importância da apropriada resolução deles.

Métodos diretos são um grupo de algoritmos que, após a aplicação de um número limitado de etapas, encontra a solução exata para um dado problema ao qual ele se aplica. Tal definição é muito atrativa, porém para usos reais ela requereria supostos inviáveis, como precisão infinita. Nas situações reais, assumem-se simplificações.

O método de eliminação de Gauss, ou do escalonamento, é um algoritmo exclusivo à solução de sistemas de equações lineares. Ele se resume à aplicação contínua de operações especiais sobre as equações do sistema, denominadas de operações elementares. Efetuá-las sobre as equações através de trocas, somas e multiplicação por escalar das linhas não altera a solução original do sistema, mas o apresenta de maneira mais simples. Uma conveniente forma de utilização do método é aplicá-lo sobre a descrição matricial do sistema. Feito assim, ao fim do processo, deseja-se obter uma matriz denominada escalonada, que é triangular superior, aumentada com uma coluna dos termos independentes das equações que também são operados. A matriz escalonada será triangular superior se a matriz representante do sistema for quadrada; caso contrário, haverá linhas nulas abaixo das linhas que formariam uma triangular superior. Após esta fase de eliminação, inicia-se a de substituição retrocedida, em que determina-se o valor da última

incógnita trivialmente e as restantes até a primeira por substituição. Pode-se também prolongar a fase de eliminação até que se obtenha uma matriz ainda mais simples chamada escalonada reduzida. Ela é uma matriz do tipo diagonal, com ou sem linhas nulas, a depender de sua ordem e com entradas unitárias, que fornece diretamente o valor das incógnitas ordenadamente.

O método de decomposição LU é um algoritmo direto de fatoração de matrizes que, para uma matriz não-singular de determinante não-nulo, a descreve como produto de uma matriz triangular superior e outra inferior; segundo Chapra e Canale (2015). Devido a isso, é também um algoritmo para resolução de sistemas de equações lineares. Neste caso, decompõe somente a matriz de coeficientes do sistema linear para obtenção de suas matrizes superior e inferior. Feito isto, por definição, o produto da matriz dos coeficientes pelo vetor de incógnitas equivale ao vetor dos termos independentes. Trocando-se a matriz dos coeficientes por sua decomposição e com o auxílio de uma matriz auxiliar que substitui o produto da matriz superior pelo vetor de incógnitas, encontra-se a solução do sistema. Há como etapas intermediárias a resolução de dois sistemas envolvendo essa matriz auxiliar, ora como vetor incógnita e depois como vetor de termos independentes. Apesar de aparentemente mais delongada que o método anterior, na prática computacional é amplamente mais vantajosa pois permite a troca do vetor de termos independentes originais sem afetar a decomposição, poupando tempo de simulação em implementações deste tipo; isso acontece pois esta decomposição age somente sobre a matriz dos coeficientes.

Métodos iterativos são uma classe de algoritmos dentro de análise numérica que possuem como característica ímpar o fato de que serem aplicados repetidas vezes sobre uma situação-problema a fim de obter sua solução. A proximidade das soluções obtidas com relação à resposta real aumenta com o número de iterações. Para a correta utilização é muito comum a necessidade de uma estimativa inicial e um critério de parada, além do cálculo do erro. Pode-se também verificar a convergência geral do método.

O método de Jacobi é um algoritmo iterativo para determinação de um conjunto solução para sistemas lineares de equações; segundo Chapra e Canale (2015). Criado pelo famoso matemático alemão Gustav Jacobi, este procedimento consiste em aproximar os valores do vetor de incógnitas por uma manipulação da matriz dos coeficientes. Ela é reescrita como a soma de uma matriz diagonal e uma matriz resto no sistema linear. Substituindo-a no sistema linear e multiplicando pelo vetor de incógnitas, é possível isolar a matriz diagonal da matriz resto; onde ambas estão ponderadas pelo vetor de incógnitas, com a matriz resto subtraída dos termos independentes. Assim, está montada a expressão iterativa básica. Daí toma-se uma estimativa inicial para o vetor de incógnitas, multiplica-a pela matriz resto e diminuem-se os termos independentes. Este resultado, multiplicado pela inversa da matriz diagonal, fornece um novo vetor de incógnitas que realimenta o método. O método de Gauss-Seidel é muitíssimo parecido, porém escreve a matriz resto como soma de uma matriz diagonal superior e outra inferior. Isto altera a expressão de iteração, onde a matriz diagonal e a inferior são isoladas da matriz superior. Por último, a diferença mais significativa dá-se no fato de que Gauss-Seidel aplica uma aproximação explícita do vetor de incógnitas de entrada pelo que serviu de entrada na iteração anterior. Isto gera uma convergência mais veloz que a do método de Jacobi.

Convergência é uma propriedade associada a atuação de métodos numéricos, especialmente dos iterativos. Entende-se como a tendência de uma sequência numérica aproximar-se cada vez mais de um certo valor específico, como o resultado de cada uma das iterações de um método. Apesar de, matematicamente, a definição se referir ao comportamento assintótico do método no infinito, muitas vezes este rumo já se mostra em uma quantidade limitada de etapas. Esta característica é deveras relevante a métodos computacionais, na avaliação da eficiência e utilidade dos processos. A velocidade, ou taxa, com que a sequência convergirá impacta diretamente na viabilidade implementativa do método analisado. Existem taxas diferentes de convergência, como linear, cúbica e logarítmica; além de maneiras que possibilitam a aceleração destas taxas.

Interpolação é um método matemático de aproximação de valores discretos, geralmente por funções contínuas. Este processo é de grande proeminência pois pode gerar outros conjuntos de pontos, em concordância aos iniciais, fornecendo uma regra para obtê-los. Isto amplifica bastante a abrangência teórica de experimentações, amostragens e descrições, que são fundamentais à ciência. Dentre as diversas formas existentes de se encontrar expressões adequadas à descrição dos pontos, como interpolação linear ou trigonométrica, a interpolação polinomial destaca-se pela simplicidade e boa precisão em um enorme número de aplicações.

Existência e unicidade do polinômio interpolador é uma das propriedades principais que garantem o vasto e pleno uso desse processo de interpolação. Ela é garantida pelo teorema demonstrado pelo matemático Karl Weierstrass que informa que, para uma certa função contínua num intervalo, existem polinômios cuja diferença de seu valor para o da função é sempre menor que um dado erro ou tolerância, tão pequena quanto se queira; segundo Chapra e Canale (2015). A unicidade é assegurada quando se restringe o grau desejado para o polinômio interpolador como sendo a quantidade de pontos interpolados subtraída da unidade.

O erro em interpolação polinomial é uma medida da distância da resposta correta à fornecida pelo processo. Eles são intrínsecos ao processo de aproximação devido a suas simplificações. Por exemplo, as considerações de parada aplicadas a conceitos matemáticos que trabalham no infinito. Métricas simples para tratamento destes são o erro absoluto, que diferencia entre o estimado e o real; e o relativo, que é o erro absoluto ponderado pelo valor real. Baseado numa função hipotética que descreve os pares ordenados de pontos coletados, é possível inferir propriedades sobre este erro de truncamento. Além de expressões que relacionam este erro com a função que descreve os pontos, há também outras que ligam o erro ao conjunto de dados somente, sendo útil quando não se conhece a função modeladora dos pontos.

Os métodos de obtenção do polinômio interpolador são sistemáticos procedimentos que visam determinar a função polinomial que melhor descreve os dados ou a função desejada. Têm como garantia e base o teorema de existência e

unicidade, sendo substitutos à determinação do interpolador por resolução do sistema linear através da substituição dos pontos no modelo de polinômio de grau adequado, para determinação dos coeficientes deste. Isto se dá devido à complexidade de implementação computacional, os recursos para processamento, ser muito maior na resolução destes sistemas do que nestes métodos específicos. Dentre esses métodos destacam-se o de Lagrange, o das diferenças divididas e o das diferenças finitas.

O método de Lagrange para determinação de polinômios interpoladores refere-se a um procedimento baseado na resolução do sistema linear resultante para os coeficientes, porém muito mais simples, devido à sua forma de construção; segundo Chapra e Canale (2015). Gera uma matriz identidade, que é em si a solução. Isto se o polinômio resultante for uma combinação linear de polinômios com uma propriedade especial, que sustenta o método e é fácil de se obter: que, para uma dada abscissa de um ponto coletado, o polinômio relacionado a ele seja igual à unidade e para qualquer das outras abscissas coletadas, seja nulo. Para isto, basta diminuir da variável cada outra abscissa e multiplicar estas diferenças, o que as fará raízes do polinômio dado por este produto. E, para forçar que na abscissa restante o resultado seja a unidade, divide-se por diferenças entre a abscissa do ponto e as outras. Por fim, somam-se todos estes polinômios formados, cada um ponderado pela ordenada do ponto que o formou; o que faz com que cada polinômio descreva um ponto coletado. Isto pois, na abscissa em questão, somente o polinômio que ela formou terá resultado não-nulo e igual a um; e multiplicado pela ordenada, fornece o ponto original. Daí é só reorganizar o polinômio e utilizá-lo.

O método das diferenças divididas é também uma maneira de encontrar polinômios interpoladores. Criado por Isaac Newton, é também fundamentado na definição do interpolador determinando seus coeficientes através de um sistema de equações. O polinômio agora procurado apresenta a forma fatorada, com cada monômio que o forma sendo a variável subtraída das abscissas dos pontos coletados ordenados. Isto se deve pois, ao substituir os pontos coletados no polinômio, os coeficientes resultarem em diferenças divididas. Diferença dividida é uma forma

alternativa de definir o operador diferencial, sem aplicação de limite, e considerando a soma do acréscimo à abscissa como a abscissa do próximo ponto. Este seria o de primeira ordem e os de ordem superior seriam os de ordem inferior relativos a um ponto e seu sucessor divididos pela diferença destes pontos, dando nome ao método. Pode-se reescrever o polinômio em função destas diferenças e obtê-lo diretamente.

O método das diferenças finitas ascendentes é proveniente do método das diferenças divididas, acrescido das contribuições de Gregory. Ele pode ser definido através da resolução do sistema linear associado ou através de modificações diretas no método das diferenças finitas, assegurado por alguns teoremas que relacionam ambos os procedimentos. Esta proximidade entre os procedimentos é devida à sutil mudança de suas aplicações: no método das diferenças ascendentes, o acréscimo da abscissa de um ponto coletado à do seu sucessor é constante. Assim sendo, para sua fundamentação, define-se o operador diferença finita ascendente como a subtração da ordenada de um ponto pela do seu antecessor; e nas ordens superiores, o operador aplicado a este ponto na ordem anterior diminuído do operador na ordem anterior aplicado no ponto anterior. Comparando-se os operadores de diferença dividida e ascendente, prova-se que são múltiplos entre si por um fator dependente da ordem da operação e da distância constante das abscissas. Deste modo, pode-se obter o polinômio pelo método das diferenças divididas e através dele o das diferenças finitas ascendentes. Ou, então, trabalhar sobre o sistema linear. A aplicação prática do método se dá de maneira análoga aos outros métodos.

Integração numérica é a tentativa da aproximação de primitivas de funções, sem trabalhar diretamente com a expressão analítica; segundo Chapra e Canale (2015). É bastante útil em situações práticas onde não se conhece a expressão real da função que rege o fenômeno, em que os dados são derivados de experimentação ou amostragem. Em casos onde a expressão é conhecida, porém muito complexa para se computar ou até mesmo impossível, também é um auxílio viável. Assim como a definição matemática do cálculo infinitesimal, os métodos utilizados têm em comum

a maneira geral de tratamento das funções. Dividem o intervalo em outros menores, aplicam o procedimento nestes e somam os resultados para revelar a integração.

Integração simples refere-se à regra do ponto médio, ou dos retângulos. Ela é uma forma muito simples de avaliar integrais de funções desconhecidas, sendo as abscissas igualmente espaçadas e as ordenadas conhecidas. É dada como a área do retângulo avaliado, sendo sua base a diferença entre os limites extremos e a altura, a função aplicada no ponto de abscissa média. É também denominada um método aberto dentro de sua família, pois não utiliza as ordenadas extremas. A integração resume-se a um fator que pondera uma soma de imagens da função. Métodos deste tipo são chamados de fórmulas de Newton-Cotes, pois baseiam-se na conclusão que esses autores chegaram, de que a primitiva de uma função sempre pode ser aproximada por essas expressões. Cada ordenada é ponderada, onde o peso de cada parcela é a integral definida do polinômio interpolador de Lagrange obtido daquele ponto. Exemplos de outros métodos pertencentes a esta família são a regra dos trapézios e as de Simpson. Por fim, muitas vezes o intervalo é sub-repartido antes de se integrar, quando aplica-se a cada divisão o procedimento e soma-se os resultados, para ter-se maior precisão.

Regra dos trapézios é um método numérico de integração que aproxima a área sob uma curva através da de um trapézio; segundo Chapra e Canale (2015). Como esta área é dada pela média aritmética das bases multiplicada pela altura, no caso da integração torna-se a média aritmética das imagens dos pontos extremos multiplicada pela diferença entre as abscissas destes. Se implementada de maneira composta, ou seja, para um intervalo repartido e que também seja regularmente espaçado, ela é dada pela média das imagens dos pontos extremos e pelo somatório das intermediárias, ambos multiplicados pela distância constante entre as abscissas.

A primeira regra de Simpson, ou do terço, é um método de integração numérica também pertencente à família de fórmulas de Newton-Cotes. Porém, ao invés de aproximar localmente a função por um polinômio de grau zero como na regra dos retângulos, ou de grau um como na regra dos trapézios, ela o faz com um de grau

dois, uma parábola de eixo vertical. E o faz de maneira explícita, diferentemente dos outros métodos. Para isto, ela toma a imagem dos pontos médio e extremos do intervalo. Utilizando alguma interpolação, encontra-se o polinômio interpolador de segundo grau que aproxima a função localmente. Integrando este polinômio obtém-se a fórmula geral. E, caso se faça a composição, existe um simples macete para recordar. A segunda regra de Simpson, ou dos três oitavos, é bastante parecida, alterando somente o grau do polinômio interpolador trabalhado para três.

Equações transcendentais, ao contrário das algébricas comuns, são aquelas que apresentam funções irreduzíveis a razões polinomiais e cuja solução frequentemente não pode ser expressa em termos de funções simples; segundo Chapra e Canale (2015). Em ambas há grande dificuldade de se obter a solução; nas algébricas isto ocorre quando o grau do polinômio é superior a quatro. Maneira análoga de postular o problema é encontrar as raízes da função descrita. Analisar desta forma apresenta a vantagem de se dispor de teoremas analíticos, algébricos e de teoria dos números. O teorema de Cauchy-Bolzano, a exemplo, garante a existência de um número ímpar de raízes num intervalo numa função, se o produto das imagens dos extremos deste intervalo for negativo e o sinal da derivada for constante ali; e uma quantidade par de raízes, se o produto for positivo e o sinal da derivada se manter. Outro resultado interessante é a delimitação de raízes reais de polinômios dado pelo teorema de Lagrange. Ainda, com a regra de sinais de Descartes, é possível deduzir a quantidade de raízes e seu sinal num intervalo. Todas estas técnicas, além das mais básicas como esboço de gráfico, constituem a fase inicial do problema de determinar as raízes. Esta etapa é chamada de isolamento e consiste em separar os menores intervalos possíveis que contenham uma raiz. A outra fase é denominada como refinamento e consiste na aplicação de métodos numéricos propriamente ditos na busca por uma raiz aproximada neste intervalo reduzido. Esta fase precisa obedecer certa tolerância, tanto da imagem quanto do domínio encontrados para o reais.

O método da bisseção, ou da dicotomia, é um algoritmo bastante simples de entender e implementar, entretanto muito robusto. Ele se baseia no teorema do valor

intermediário de Cauchy-Bolzano, agora aplicado a um intervalo garantidamente possuidor de uma raiz. Ele é iterativo e inicia-se com a divisão do intervalo em seu ponto médio, pela média aritmética dos extremos. Obtido este novo ponto, calcula-se sua imagem na função e compara-se o sinal dela ao da imagem dos extremos do intervalo: aquele que possuir sinal oposto gera um produto negativo e conclui-se que a raiz procurada encontra-se nesta porção. Feito isto, o ponto médio e um dos extremos do intervalo anterior formarão o novo intervalo a se dividir. Executa-se até atender certa tolerância ou quantidade de repetições desejada.

O método da falsa-posição, também chamado de método das secantes, é um outro algoritmo para cálculo aproximado de raízes de funções; segundo Chapra e Canale (2015). Ele é bastante parecido com o anterior em termos de busca, pois ambos dividem o intervalo a que se aplicam em duas porções para então escolher-se aquele que contém a raiz procurada através do sinal da imagem do novo ponto encontrado. Tudo isto aliado à utilização do teorema do valor intermediário. Porém, como diferença marcante do método da falsa-posição, está a maneira de se conseguir novos pontos divisores do intervalo; muito mais parecida com o método de Newton-Raphson. Consiste em segmentar o intervalo atual em duas novas porções, através da corda de uma função, a reta secante a ela; tomando como ponto divisor a raiz desta reta. Calcula-se, então, a imagem desta raiz na função e compara-se o seu sinal ao dos valores extremos, para escolher-se do novo intervalo de busca. Deduz-se a relação de recorrência deste método por meio da condição de alinhamento de pontos, pela condição do determinante da matriz de suas coordenadas ser nulo. O critério de parada do método também é o alcance de um intervalo que respeite à tolerância estabelecida.

O método de Newton-Raphson é um poderoso e eficiente algoritmo de aproximação de raízes de funções. As premissas assumidas são as primeira e segunda derivadas da função original existirem e manterem seu sinal no intervalo considerado e que contenha uma única raiz; segundo Chapra e Canale (2015). Adicionalmente, é necessário estimar uma abscissa arbitrária pertencente ao intervalo e próxima da raiz, cuja imagem possua o mesmo sinal da derivada

segunda. Atendidas essas condições, toma-se a derivada primeira da função naquele ponto estimado. Com este coeficiente angular obtido, constrói-se a reta que passa pelo ponto tangenciado e corta o eixo horizontal. A raiz desta reta é o novo ponto onde será avaliada a derivada, reiniciando o procedimento. É possível determinar a relação de recorrência, associando ambos os pontos sequenciais. O novo ponto é dado pela diferença do atual e a razão entre a função e sua derivada primeira neste ponto. Apesar de nem sempre convergir à solução e de apresentar maiores restrições, é o método numérico mais rápido para obtenção de raízes de funções. Pode-se, ainda, combiná-lo com algum dos anteriores para minorar estas desvantagens e conquistar melhores resultados.

Agrupamento de conceitos da disciplina Cálculo Numérico:

Resolução de sistemas de equações lineares simultâneas: métodos diretos, de eliminação de Gauss (considerado somente em Introdução à Álgebra Linear), da decomposição LU, iterativos, de Jacobi e de Gauss-Seidel; convergência e aplicações. Interpolação polinomial: existência e unicidade do polinômio interpolador; estudo do erro na interpolação polinomial; métodos de obtenção do polinômio interpolador; método de Lagrange; das diferenças divididas e das diferenças finitas ascendentes; aplicações. Integração numérica: integração simples; regra dos trapézios; primeira e segunda regras de Simpson; aplicações. Raiz de equações algébricas e transcendentais: isolamento de raízes; refinamento; método da bisseção, da falsa-posição e de Newton-Raphson; estudo especial das equações algébricas e aplicações.

A.5 Estatística e Probabilidade - EST202

Estatística é a ciência, ramo da matemática, que utiliza e avança as teorias de probabilidade com fins de interpretar e compreender aspectos relacionados à frequência de ocorrência de fenômenos e eventos; segundo Montgomery e Runger (2014). Através de seu sistemático estudo é possível prever certos tipos de acontecimentos, trabalhar mais precisamente com a aleatoriedade e generalizar

seguramente conclusões pontuais; o que a torna essencial à formação técnico-científica. Teoria das probabilidades é a área matemática que se debruça sobre a avaliação quantitativa de chances e possibilidades de eventos. Geralmente aplicada a espaços amostrais finitos e episódios imprevisíveis.

Técnicas de amostragem aleatória consistem em distintas maneiras de se escolher uma amostra representativa do universo, da totalidade da população à qual deseja-se estudar. Isto a distingue de outra categoria, executando de forma casual esta escolha, sem motivação específica; sendo necessário fornecer uma metodologia que assegure isto e também calcular a chance de um elemento ser selecionado; segundo Montgomery e Runger (2014). Pertencente a esta classe, encontra-se a amostragem aleatória simples. Ela é, como o termo indica, a maneira mais simples de realizar a coleta de elementos estocasticamente. Qualquer destes elementos, assim como qualquer conjunto deles, possui a mesma probabilidade de seleção.

A amostragem estratificada é a modalidade de seleção que, previamente, subdivide a população em outras menores, em estratos. Em muitos casos, isto proporcionará maior representatividade da amostra; mas somente se todos os membros da população forem classificados em um, e somente em um, estrato. Daí, pode-se efetuar uma amostragem simples em cada um destes. Esta metodologia ainda divide-se com relação ao tamanho da amostra em cada sub-população. É chamada de simples, caso seja extraído o mesmo número de elementos de cada subgrupo ou então de proporcional, quando o tamanho da amostra em cada subgrupo é determinado pelo seu tamanho.

Amostragem aleatória sistemática é uma variação da amostragem simples. Assim sendo, ela herda as características de igual probabilidade de seleção de um elemento. Ela é utilizada e bastante adequada a populações intrinsecamente ordenadas. Isto porque, ao invés de determinarem-se números aleatórios para cada elemento a se retirar, pode-se tomar um único a uma certa frequência de seleção. Apresenta enorme facilidade de implementação e alteração, além de menor esforço que a simples para populações deste tipo, como produtos em linha de produção.

Já a amostragem por conglomerado é um método semelhante à estratificada, com uma diferença conceitual sutil. Ao invés da população apresentar segmentos, sub-populações com características distintas, a população apresenta características muito parecidas ao todo, em suas porções. Estas porções, os conglomerados, são considerados como autossimilares à população, permitindo que amostras pontuais sejam significativas. Este comportamento facilita bastante o procedimento, a custo de uma redução da precisão causada pela desconsideração da população completa, ao aceitar esta hipótese de similaridade.

Estatística descritiva é um ramo desta área do conhecimento que se ocupa da descrição, organização e resumo de dados coletados; segundo Montgomery e Runger (2014). A análise e interpretação destes não é objeto de seu estudo, ficando a cargo da estatística indutiva. O apanhado de informações gerado por sua aplicação fornece informações para análises mais robustas ou podem ser suficientes aos propósitos almejados. Existem algumas técnicas paramétricas utilizadas na aplicação da estatística descritiva, agrupadas em: distribuições de frequência, medidas de tendência central e de dispersão.

Uma distribuição de frequência é a contabilização da quantidade de vezes que uma variável assume determinado valor. Apresenta as ocorrências do fenômeno em categorias mutuamente excludentes entre si. Matematicamente, são poderosas ferramentas quando associadas a funções conhecidas, devido à quantidade de resultados existentes.

Medidas de tendência central, também conhecidas como de posição, são valores obtidos por cálculos sobre o conjunto de dados. Eles refletem a inclinação dos valores coletados de se aproximarem de um outro, central à distribuição como um todo. Aplicam-se tanto a distribuições finitas de probabilidade quanto as teóricas, que são infinitas. Exemplos destas medidas são a média aritmética simples, a média ponderada, a mediana e a moda.

Já medidas de dispersão são também parâmetros calculados a partir do conjunto de dados existente e referem-se ao grau de variabilidade, de distinção, entre os valores observados. Também aplicam-se tanto a distribuições teóricas

quanto práticas, obtidas por amostras. Os índices mais utilizados para quantificar a dispersão são o desvio padrão, a amplitude interquartil e a variância, que é a média do quadrado da distância de cada ponto até a média.

Um experimento aleatório é qualquer tipo de fenômeno cuja repetição altamente similar, sob as mesmas condições, apresenta distintos e imprevisíveis resultados. Estes possíveis resultados são denominados como eventos; segundo Montgomery e Runger (2014). Espaço amostral é o conjunto de todos os eventos possíveis para um determinado experimento aleatório. Probabilidade é, então, um conceito formal que quantifica a chance de ocorrência de determinado evento do espaço amostral durante a execução de um experimento aleatório. É um valor atribuído a esta expectativa que varia de nulo à unidade. Essa é uma lei teórica comprovada por teorema que as probabilidades obedecem. Outras duas leis tratam da ocorrência simultânea de dois eventos quaisquer, que é a probabilidade de que a intersecção dos eventos ocorra; e da ocorrência de qualquer destes dois eventos, dado pela soma das probabilidades de ocorrência de ambos.

Eventos condicionados são aqueles em que a ocorrência de um influencia a probabilidade de ocorrência do outro. Tal dependência entre as probabilidades se dá pela probabilidade simultânea de ocorrência dividida pela probabilidade do evento consumado. É possível calcular também a probabilidade condicionada do outro evento acontecer, com o primeiro realizado. A interação entre as probabilidades condicionadas de dois eventos é dada pelo teorema do estatístico Thomas Bayes. Ele relaciona a probabilidade condicionada de um evento, dividida pela sua probabilidade de ocorrência à condicionada do outro, dividida pela sua probabilidade de ocorrência solitária. Por fim, eventos são ditos independentes quando a probabilidade de ocorrência mútua é o produto de suas probabilidades solitárias. Isso implica no valor da probabilidade condicionada ser igual à probabilidade solitária do evento, ou seja, independe da ocorrência do outro.

Eventos mutuamente excludentes são aqueles que não podem ocorrer simultaneamente. Tal probabilidade é nula devido à intersecção entre os eventos ser

um conjunto vazio. Isto implica também que a probabilidade de acontecimento de algum deles seja a soma da sua probabilidade isolada.

Variável aleatória unidimensional é uma função definida sobre um espaço amostral e que possui características especiais. Ela mapeia eventos em algum subconjunto dos números reais, ou seja, atribui valores numéricos a eventos possíveis de um fenômeno. Adicionalmente, é requerido que os conjuntos domínio e contra-domínio sejam mensuráveis, para possibilitar sua definição. Apesar do formalismo requerido para definir o espaço domínio dessa variável aleatória, este é muitas vezes desprezado em prol do uso da função distribuição de probabilidade. Esta função concatena as relações da variação aleatória em termos de sua probabilidade de ocorrência, sendo mais simples e muitas vezes mais adequada. Além disso, as variáveis estocásticas classificam-se em discretas, contínuas ou mistas. Esta divisão apresenta aspectos mais profundos, relacionados às funções de massa, distribuição e densidade de probabilidade próprias, e à suas definições formais. Porém, de maneira simples, distinguem-se relativamente aos valores que a variável aleatória assume. Se somente valores inteiros, obtidos por contagem ou enumeração, são variáveis aleatórias denominadas como discretas. Se apresentarem valores reais, são nomeadas como variável aleatória contínua, pois qualquer valor de um intervalo é de ocorrência possível. As variáveis mistas são as que possuem ambos os comportamentos, pois geralmente o fenômeno abrange mais de um tipo de evento.

Uma função geratriz de variáveis aleatórias é uma expressão especialmente definida para fornecer os momentos de uma dada variável aleatória. Momento de uma variável aleatória é a esperança matemática da variável, o valor esperado da variável dado pela soma de seus valores possíveis multiplicados pela probabilidade de cada um deles, elevada a um expoente. Estes valores são muito importantes na avaliação de funções de distribuição de probabilidade, pois levam a seus parâmetros como média, variância, assimetria e curtose; que são seus momentos centrais do primeiro ao quarto.

A função geradora de momentos os cria através do somatório da probabilidade de cada valor da variável, multiplicada pela exponencial dessa variável por uma constante; isto para variáveis aleatórias discretas. Para as variáveis contínuas, é dada por uma integral imprópria entre os infinitos desta mesma exponencial multiplicada pela função densidade de probabilidade da variável. E nisto reside toda a relevância das funções geradoras de momento, pois a derivada parcial dessa função aplicada no ponto zero fornece o momento central procurado de mesma ordem da derivada, de maneira bem mais simples e rápida que o cálculo da esperança matemática da variável aleatória.

Função de probabilidade de variáveis aleatórias é uma categoria especial de expressões que associa a probabilidade de ocorrência a cada valor que a variável possa assumir; segundo Montgomery e Runger (2014). Se esta variável aleatória for do tipo discreta, a expressão correspondente a ela é a função massa de probabilidade. Esta função é discreta e descontínua, por definição. De fato, valores pertencentes ao intervalo entre aqueles assumidos pela variável aleatória apresentam imagem nula nesta função. Caso a variável aleatória seja contínua, a expressão correspondente é a função densidade de probabilidade. Contra-intuitivo é o fato de que qualquer valor pontual da variável aleatória contínua apresenta probabilidade nula de ocorrência. Isto se deve pela definição dela em que a função densidade fornece a probabilidade da variável estar num intervalo, através de sua integral definida; diferentemente da análoga função massa. Assim, sempre a integral de um ponto até ele mesmo é nula.

Para não incumbir em uma contradição, a probabilidade num certo ponto fica definida como a probabilidade da variável pertencer ao intervalo indo deste ponto até ele mais um infinitesimal, tão ínfimo quanto se deseje. Por fim, através da função delta de Dirac é possível definir uma função densidade de probabilidade para uma variável aleatória discreta, a partir de sua função massa de probabilidade. Para isto, basta calcular o somatório da função delta de cada resultado possível sendo diminuído de um parâmetro, multiplicada pela probabilidade correspondente. Isto é útil pelo maior ferramental disponível às funções densidade e por unificar o

tratamento às variáveis aleatórias, fornecendo média e variância a variáveis discretas, por exemplo.

Modelos de distribuição discreta são maneiras distintas de se modelar fenômenos discretos através de funções massa de probabilidade. Atribuem-se cada uma destas a depender de certas hipóteses do fenômeno em si e sempre dos axiomas da probabilidade. Existem muitas distribuições discretas, fruto do estudo de diversos matemáticos e físicos, principalmente. Uma bastante difundida é a distribuição binomial. Ela quantifica a probabilidade de sucesso numa sequência de tentativas onde somente há erro ou acerto como possibilidades, em que as tentativas não se afetam e a probabilidade de sucesso em cada tentativa não se altera; segundo Montgomery e Runger (2014). Se uma variável for dada através de uma distribuição binomial, então sua função massa de probabilidade é a combinação do número de tentativas com o de sucessos, multiplicada pela probabilidade de cada tentativa elevada ao número de sucessos, multiplicada pela diferença da unidade e da probabilidade, elevadas ao número de tentativas menos o de sucessos.

A distribuição de Poisson é uma função de massa de probabilidade que modela ocorrências aleatórias similares ao processo homônimo. Processos deste tipo são aqueles onde o interesse reside em saber qual a chance de uma certa quantidade de eventos ocorrerem num dado intervalo temporal; com eles apresentando uma taxa de ocorrência constante e independente das anteriores. A expressão que regula esta distribuição é uma constante elevada ao número de ocorrências, multiplicada pela exponencial do oposto de uma constante, divididas pelo fatorial do número de ocorrências. Esta constante é a razão entre a taxa que se deseja avaliar pela taxa constante de ocorrência do fenômeno.

A distribuição hipergeométrica é uma expressão que modela amostragens sem reposição, de classes de objetos mutuamente excludentes. Ela é eficazmente aplicada em situações onde deseja-se estimar a probabilidade de se obter uma certa quantidade de sucessos após um certo número de tentativas. O diferencial está no fato de que cada tentativa muda a probabilidade de obtenção de um sucesso. Podem-se associar situações de retirada, como as próprias amostragens, pois a

cada uma delas a probabilidade de sucesso ao obter um elemento específico se altera. Assim, a probabilidade de se obter um dado número de sucessos consiste na combinação de sucessos possíveis com o número de sucessos desejados, multiplicada pela combinação da população menos os sucessos possíveis e das tentativas menos os sucessos desejados; tudo isso dividido pela combinação da população e do número de retiradas.

A distribuição normal de probabilidades, também conhecida como distribuição de Laplace-Gauss, é uma das mais famosas e utilizadas em toda estatística e probabilidade; segundo Montgomery e Runger (2014). Amplamente aplicada a fenômenos naturais, erros de medição físicos e até a testes na própria área da estatística. A vastidão acurada de usos desta distribuição contínua se deve a uma de suas características marcantes: ser a distribuição limite de um enorme número de outras. Isto permite que ela se aproxime bastante dos valores que a distribuição real forneceria, para um grande número de experimentos. Tal qualidade é demonstrada através do teorema central do limite, que relaciona a média das variáveis aleatórias independentes numa amostra à distribuição gaussiana. Ela é parametrizada por seus dois primeiros momentos, a média e a variância. Sua função de densidade de probabilidade, que a define, é o inverso do desvio-padrão multiplicando a raiz quadrada de dois pi, tudo multiplicando a exponencial do oposto da metade do quadrado da diferença da variável para a média divididas pelo desvio-padrão. E ainda apresenta a icônica forma gráfica de sino. Como ela é determinada por seus parâmetros, existem infinitas distribuições normais. Uma de fundamental interesse é a centrada e reduzida, a distribuição normal padrão. Ela apresenta média nula e desvio-padrão unitário, o que simplifica os cálculos sobre ela, além das alterações como translações e mudanças de escala para uso. Para facilitar ainda mais, é possível fazer uma substituição de variáveis para uma variável aleatória descrita pela distribuição normal, a fim de torná-la parâmetro. Esta nova variável é a antiga subtraída de sua média e dividida por seu desvio-padrão.

Apesar de apresentar excelentes qualidades, uma grande desvantagem da distribuição normal é a complexidade de suas expressões. Por vezes é necessário

recorrer a meios alternativos de cálculo, como as tabelas. Geralmente, são da função densidade de probabilidade acumulada, pois abarca a maior parte de usos práticos. E é fornecida em termos da distribuição normal padrão, sendo possível a transformação dela em outra distribuição normal qualquer. Inclusive, pode-se apresentar tão somente os seus valores positivos, devido à sua simetria; e com eles calcular a probabilidade em qualquer intervalo específico. Sua precisão tange centésimos no valor da variável padrão em escala z e até centésimos de milésimos dos valores de probabilidade acumulada. E, acrescido da linearidade apresentada por variáveis aleatórias modeladas por distribuições normais, estendida a suas médias e desvios-padrão, é possível combiná-las linearmente e trabalhar com a distribuição normal resultante diretamente.

Inferência estatística, ou estatística indutiva, é uma subárea da estatística que se ocupa de interpretar e asseverar sobre uma população através de uma pequena mas representativa parcela desta; segundo Montgomery e Runger (2014). Fazem-se tais colocações baseado em dados próprios obtidos experimentalmente ou encontrados na literatura. O modelo estatístico elencado é de suma importância, pois é através do conjunto de hipóteses dele que se farão conclusões. Eles classificam-se em paramétrico, não paramétrico e semi-paramétrico; em nível decrescente de suposições feitas. Além disso, há diversas escolas de inferência estatística, cada qual com diferentes abordagens e metodologias, como a frequentista, a estrutural e a bayesiana.

Estimação dos parâmetros populacionais é uma medida amplamente realizada em modelagens estatísticas reais, devido à dificuldade de se determinar precisa e diretamente os mesmos; para isto seria necessário o completo conhecimento da população. Baliza-se fortemente nos conceitos da estatística inferencial, sendo esta estimação um de seus maiores objetivos. Para tanto, utiliza-se funções de variáveis aleatórias conhecidas capazes de fornecer valores numéricos para os parâmetros, chamadas estimadores. Através deles faz-se uma estimativa pontual ou intervalar, com esta última mais vantajosa por fornecer informação mais completa e precisa do parâmetro.

Intervalo de confiança é um conjunto de valores nos quais têm-se um grau probabilístico de certeza de que o verdadeiro parâmetro populacional estimado através da amostra se encontra, a cargo de uma precisão. É muito usado para parâmetros como média, proporção e variância. O procedimento básico, desconsiderando os pormenores, consiste em determinar uma distribuição que modela os parâmetros procurados, escolher uma confiabilidade desejada e encontrar os valores extremos para os quais a probabilidade de que o parâmetro esteja entre eles seja igual à confiança, trabalhando com a função densidade da distribuição para isto. Para a média, é possível inferir um intervalo de confiança através do prévio conhecimento da variância populacional, mesmo sendo um tanto quanto irreal, caso não haja extensos estudos sobre o fenômeno; de uma amostra grande em que o teorema central do limite garante a média amostral dada pela normal; e até quando não se conhece a variância. Pode-se encontrar o tamanho da amostra mínima para correta determinação da média, através das expressões para construção do intervalo. A proporção populacional, parcela do conjunto universo com certa característica de interesse, apresenta também um intervalo de confiança para grandes amostras e de que se pode retirar o tamanho mínimo dela. Para a proporção, ainda pode-se definir expressões para teste de hipóteses caudais, para rejeição ou aceitação dela nos intervalos nestas regiões caudais da distribuição. Por fim, a variância populacional também pode apresentar intervalos de confiança encontrados de maneira semelhante, com uso mais comum da distribuição χ .

Regressão linear é um tipo de equação cujo objetivo é fornecer uma estimativa da esperança matemática de uma certa variável, baseada em alguns valores das variável aleatória independente; segundo Montgomery e Runger (2014). Linear pois a resposta procurada na modelagem é a de uma função linear que descreva o conjunto de dados. Regressão linear simples, como sugere, é o processo mais básico desse tipo. De forma direta, é o método para traçar uma linha reta que se adapte aos dados minorando os residuais. Ele é executado através da busca de um coeficiente angular que multiplica a média das abscissas dos pontos, subtraído da respectiva ordenada e igualando a um coeficiente linear. Este coeficiente angular é

dado pela razão entre a covariância de ambas as variáveis pela variância da variável aleatória independente.

Agrupamento de conceitos da disciplina Estatística e Probabilidade:

Amostragem: simples, estratificada proporcional e de igual tamanho, sistemática, por conglomerado. Estatística descritiva: distribuição de frequência, gráficos; medidas de posição e medidas de dispersão. Probabilidade: definição homônima. Evento aleatório: evento, eventos condicionados, interseção e união; independência; experimento aleatório; espaço amostral. Variável aleatória unidimensional: função geratriz e de probabilidade de variáveis aleatórias discretas e contínuas; média e variância de variáveis aleatórias. Distribuição discreta: binomial, de Poisson e hipergeométrica. Distribuição normal: definição; propriedades; construção e uso de tabelas; combinação linear de variáveis aleatórias normais; distribuição da média amostral. Inferência estatística: estimação de parâmetros populacionais; intervalo de confiança para média, para proporção e para variância; testes de hipótese para a média. Regressão linear simples: homônimo.

A.6 Geometria Analítica e Cálculo Vetorial - MTM131

Geometria analítica e cálculo vetorial é a junção de dois importantes temas correlatos em matemática. Geometria analítica é um ramo misto de conhecimento, que agrega ferramentas da álgebra a problemas de geometria, criando novas resoluções. Cálculo vetorial configura o sistemático estudo de um conceito muito valioso às ciências naturais no geral: o de vetores e suas diversas propriedades.

Geometria analítica é, mais especificamente, a mescla dos métodos, notação e instrumentos algébricos com problemas, figuras e objetos geométricos. Além de ser uma troca recíproca, a aplicação do sistema de coordenadas da álgebra torna-se a principal contribuição à geometria, que fomenta todo este tipo de estudo.

Sistema de coordenadas na reta seria atribuir orientação a uma reta numérica, aquela onde seus pontos são atribuídos a números. Feito isto, a reta passa automaticamente a possuir ordem, distâncias e localização. Assim sendo, neste

espaço unidimensional, qualquer posição é fácil e corretamente encontrada sob este referencial.

A extensão desta ideia ao plano constitui um dos maiores adventos tecnológicos da história, que propiciaria avanços ainda maiores na ciência: o sistema cartesiano de coordenadas. Extremamente simples; extremamente poderoso. Consiste somente na superposição de duas retas reais ortogonais entre si, com inícios coincidentes. Só. Todo ponto pertencente ao plano, então, passa a ser localizado por dois valores simples agrupados. A essa concepção devem grande parte da geometria e da própria álgebra; além da totalidade do novo nicho da geometria analítica e de um outro, o cálculo infinitesimal.

A situação de alinhamento de três pontos consiste na condição que três pontos quaisquer precisam atender para que participem de uma mesma reta. É uma conjuntura bastante simples e resume-se ao determinante da matriz formada pelas componentes dos pontos candidatos ser igual a zero. Verificado isso, eles formam uma reta; em caso contrário, um triângulo, garantidamente.

Distância entre pontos é uma propriedade observada no âmbito da geometria analítica. Numa linha é fácil perceber que ela é dada pelo módulo da diferença entre as coordenadas. Que neste caso resumem-se a valores sobre a reta numérica. Quando considera-se o plano, a distância entre pontos quaisquer torna-se uma ponderação das diferenças das coordenadas respectivas ao quadrado. Tal expressão é deduzida a partir da configuração das posições relativas entre os pontos, aplicando-se diretamente o teorema de Pitágoras a suas coordenadas. No caso especial de se avaliar a distância entre uma reta e um ponto que não pertence a ela, o raciocínio é um pouco diferente. Esta distância é proporcional aos coeficientes da equação geral da reta e às coordenadas do ponto especificado. A expressão para calculá-la é obtida pela dedução da reta perpendicular à original e que passa pelo ponto avaliado. Daí, então, encontra-se o ponto de intersecção entre a reta e sua perpendicular, aplicando-se a fórmula de distância entre pontos a este ponto pertencente à intersecção e o inicial de interesse. Esta distância é a mesma que a reta do ponto original.

Inclinação da reta é uma propriedade de grande relevância no estudo desta figura geométrica. Ela dita a direção a qual ela obedece, além de ser parâmetro fundamental em suas diversas descrições algébricas. Também chamado de declive, o coeficiente angular é o valor que quantifica a inclinação da reta; é dado pela tangente do ângulo que a reta faz com o eixo horizontal, das abscissas. Este conceito de inclinação também é imprescindível em outra divisão de conhecimento matemático: o cálculo diferencial.

Equações da reta são representações algébricas destas figuras geométricas através de expressões. Existem diversas apresentações para estas equações com as principais sendo a equação fundamental da reta, a forma geral e a reduzida; segundo Iezzi, Moraes e Moraes (2007). Apesar de equivalentes para uma certa reta dada, evidenciam diferentes aspectos dela. A equação fundamental da reta a descreve através de um ponto pertencente a ela e de seu coeficiente angular. A equação geral da reta é aquela que apresenta as variáveis ponderadas por coeficientes e igualadas a zero. Por fim, a equação reduzida da reta é a forma onde ela é descrita por suas variáveis dispostas como numa função e ponderadas por seus coeficientes característicos, o angular e o linear.

Paralelismo e perpendicularidade são características referentes à posição relativa de retas no plano. Duas retas são paralelas entre si quando possuem a mesma direção; e isto é dado pelos coeficientes angulares de igual valor. Se possuem algum ponto em comum também, são chamadas de coincidentes. O último caso restante é o de retas que possuem um único ponto em comum, interceptam-se somente ali. Quando isso ocorre, são denominadas como concorrentes. Um tipo especial de retas concorrentes formam quatro ângulos de 90° em sua junção: são as retas perpendiculares, cujos coeficientes angulares são opostos inversos um do outro.

O estudo do sinal da função do primeiro grau é um conjunto de procedimentos feitos para se avaliar o comportamento da variável dependente conforme a alteração da variável independente. Além de obviamente informar sobre o sinal da variável dependente, também fornece dados sobre o crescimento da função e suas raízes.

A equação cartesiana da circunferência é uma expressão que define algebricamente esta figura geométrica no plano. Por meio dela é possível verificar o pertencimento de qualquer ponto à circunferência, bastando que as coordenadas do ponto atendam à condição. A expressão origina-se da aplicação do teorema de Pitágoras à definição de circunferência, garantindo a distância do centro à circunferência como igual ao raio.

Posições relativas de um ponto relativo a uma circunferência trata das diferentes localizações que um ponto assume referente a uma circunferência no plano entre si, sendo interno, externo ou pertencente a ela; segundo lezzi, Moraes e Moraes (2007). É bastante simples a determinação dessa posição relativa, basta calcular a distância entre o ponto avaliado e o centro da circunferência, comparando ao valor do raio. Se for menor que o raio, este ponto é interno; se maior, externo. E caso esta distância seja igual ao raio, este é um ponto da própria circunferência.

Já as posições relativas entre uma reta e uma circunferência são as diferentes localizações que podem apresentar entre si. Novamente, a distância entre a reta e o centro da circunferência comparada ao raio é que dita a classificação. Será secante, tangente ou externa respectivamente se a distância do centro à reta é menor, igual ou maior que o valor do raio.

Cônicas são curvas planas obtidas a partir da seção de um cone completo por um plano, em diferentes posições relativas; segundo lezzi, Moraes e Moraes (2007). Caso o plano interceptador seja paralelo ao eixo do cone, a curva resultante é a hipérbole de ramos simétricos. Se o plano interceptador for paralelo a uma de suas retas geratrizes, a figura proveniente é a parábola. O último caso, em que o plano faz um ângulo qualquer, diferente dos anteriores, a curva conseguida é a elipse. Por definição, uma hipérbole é o lugar geométrico dos pontos cuja diferença da distância a dois pontos fixos chamados focos é constante; com lugar geométrico sendo o conjunto de pontos que atendem uma dada condição. Sua equação geral tem forma característica, de uma variável quadrada sob um valor constante subtraída da outra, também ao quadrado dividida por um valor constante, tudo equivalente a um. Uma parábola, no entanto, é o lugar geométrico dos pontos equidistantes de uma reta e

de um ponto que não pertence a ela. Sua equação também é característica é dada por uma das variáveis ao quadrado e ponderada por coeficientes, somada a esta mesma variável em primeiro grau, igualadas à outra variável; isto na posição padrão, com a reta diretriz paralela a um dos eixos coordenados. Uma elipse, por sua vez, é o dos pontos cuja soma das distâncias a dois focos é constante. Sua equação possui forma simples quando o eixo focal é paralelo aos eixos coordenados, e é dada pelas variáveis ao quadrado, ponderadas por constantes e somadas totalizando a unidade.

Álgebra vetorial é a área que estuda, trabalha e opera vetores. Define notação, pesquisa propriedades e avalia a interação destes entes com diversos outros conceitos da matemática.

Vetor é um objeto matemático constituído por segmentos de reta orientados equivalentes. É um pedaço da reta que possui intensidade ou módulo, que equivale ao seu tamanho, além de uma direção formando certo ângulo com a horizontal que é a orientação; e um sentido, a indicação de um dos lados da reta como extremidade e outra como origem; segundo lezzi, Moraes e Moraes (2007). Ele também pode ser dado como interpretação das coordenadas de um sistema cartesiano não mais como um ponto, mas como a extremidade de um vetor com origem na origem do sistema. É de essencial importância e tema principal da álgebra vetorial.

Operações com vetores é uma vasta classe de cálculos possíveis de serem executados com vetores. Podem ser definidas de diversas maneiras diferentes, embora existam algumas mais usuais. A adição de vetores é executada pela adição simples de cada valor da coordenada, separadamente. Após concluir para cada uma das coordenadas que compõem, o resultado é um novo vetor, cujas coordenadas são o resultado de cada uma dessas somas. A multiplicação de um vetor por um escalar consiste em multiplicar cada coordenada por este escalar, de modo que o resultado é um novo vetor, com as coordenadas sendo o produto obtido. Produto escalar de vetores é um tipo de conta executada entre vetores, e que gera um número escalar de resultado. É feito pela soma dos produtos das coordenadas correspondentes. Em contrapartida, produto vetorial é uma especial combinação

entre vetores, que gera um terceiro vetor perpendicular a ambos os anteriores e ao plano que formam; segundo Iezzi, Moraes e Moraes (2007). Produto misto, como o termo indica, é a mescla entre as duas operações anteriores. Dá o volume da caixa tridimensional gerada pelo produto vetorial e o terceiro vetor que multiplica os outros; pois o produto vetorial forma um paralelogramo no plano e determina sua área, com a ponderação do último tornando-o um sólido.

Combinação linear de vetores é a ponderação, a coeficientes escalares constantes, de um conjunto qualquer de vetores. Esta simples definição mostra-se bastante versátil, abrangendo uma grande gama de resultados e aplicações além de funcionar como fundamento de muitos outros conceitos relacionados. A depender do conjunto de vetores que se combina, estes podem ser mostrar linearmente independentes ou não. Esta propriedade reflete a capacidade de um conjunto de vetores ser capaz de se combinar para gerar um elemento do conjunto; se o conjunto comporta-se assim, é dependente; caso seja incapaz de se combinar desta forma, é linearmente independente. Tal propriedade é interessante pois, caso um conjunto de vetores seja linearmente independente e o número de vetores que compõem o conjunto seja o mesmo número de coordenadas desses vetores, eles são capazes de produzir todos os vetores daquele espaço, através de combinações lineares. Isto os qualifica como bases do espaço vetorial.

Equação de uma reta no espaço é uma expressão que descreve a formação e o comportamento desta figura geométrica. Por definição, uma reta é única ao possuir uma certa direção, dada por um vetor qualquer, e um ponto que pertença a ela. Baseado nisto, pode-se deduzir a equação que fornece as coordenadas de um ponto genérico desta reta ao fazê-lo igual ao ponto original dela acrescido de um múltiplo de seu vetor diretor. Caso seja separada em suas componentes, as equações são denominadas como paramétricas da reta, por estarem em função do fator que pondera o vetor. Se este fator for isolado nas equações, a grande expressão de igualdade formada é chamada de equações simétricas da reta.

Equação de um plano é a expressão que rege a existência desta figura geométrica. Sendo plano o conjunto de todos os pontos que formam vetores

perpendiculares a um outro vetor num ponto especificado, é possível determinar a expressão geral desse plano. Produto escalar nulo entre vetores implica que estes são ortogonais entre si; assim, o ponto original e um genérico do plano formam um vetor que sempre será ortogonal ao vetor dado. A expressão é obtida substituindo as coordenadas do ponto genérico e do original, além das do vetor dado e procedendo o produto escalar entre eles.

A intersecção de planos se dá na ocorrência de certas condições. Se dois planos forem não-coincidentes e também não-paralelos, eles apresentam uma intersecção. Esta dependerá da posição relativa deles no espaço, porém sempre será dada por uma reta que pertencerá a ambos os planos. Uma simples maneira de determinar esta reta é resolver um sistema com as equações de ambos os planos. Pois como esta reta é a pertence a ambos os planos, ela necessariamente atende à equação de ambos, de modo que ela será a solução deste sistema.

A determinação de distâncias no espaço tridimensional apresenta maiores dificuldades, porém é de grande importância; segundo lezzi, Moraes e Moraes (2007). Apesar disso, a ideia é bastante próxima a encontrar as distâncias em menores dimensões. O cálculo da distância entre um ponto e o plano se processa através de uma fórmula que relaciona as coordenadas do ponto e a equação deste plano. Apesar disso, pode-se encontrar a distância por um algoritmo, que também é utilizado para deduzir a expressão. Ele consiste em encontrar a reta perpendicular ao plano que também passe pelo ponto trabalhado. Após isso, acha-se o ponto de intersecção entre a reta e o plano; por fim, calcula-se a distância entre estes pontos, que é a mesma distância do plano ao ponto original.

Distância entre um ponto no espaço e uma reta qualquer equivale ao cálculo visto no plano, pois a distância de uma reta e um ponto externo a ela sempre estará no plano que os contém, seja ele qual for; segundo lezzi, Moraes e Moraes (2007). Isto é facilmente comprovável, sendo somente preciso obter o vetor diretor da reta perpendicular que liga o ponto à reta original. O produto vetorial entre ambos os vetores diretores é também o vetor normal ao plano que contém o ponto e a reta

originais; inferindo que o cálculo da distância entre ponto e reta se procede da mesma forma, no plano ou no espaço.

Já a avaliação da distância entre duas retas quaisquer apresenta uma particularidade. Caso sejam concorrentes ou coincidentes, por definição, a distância entre si é nula. Se forem paralelas, resume-se à distância de um ponto pertencente a alguma delas até esta outra, também simples e tratado no plano. Agora, no caso de serem retas reversas entre si, há uma pequena complicação. Com as equações das retas, tomam-se seus vetores diretores. O produto vetorial entre ambos é o vetor perpendicular aos planos paralelos em que cada um contém uma das retas. Toma-se uma das retas com um ponto seu para se encontrar a equação de um destes planos. Daí, efetua-se a distância entre a outra reta e este plano, se valendo novamente do produto vetorial calculado; este é o vetor diretor da reta perpendicular a ambas, que liga o plano à reta não contida por ele. Esta distância encontrada equivale à distância entre as retas reversas.

Agrupamento de conceitos da disciplina Geometria Analítica e Cálculo Vetorial:

Reta no Plano: inclinação e equações da reta; paralelismo e perpendicularidade; distância de um ponto a uma reta; variação de sinal da função da reta. Circunferência: ponto interior e exterior a uma circunferência; tangentes e interseções. Cônicas: elipse, hipérbole e parábola; equações reduzidas; propriedades. Álgebra Vetorial: combinação linear de vetores; dependência e independência linear de vetores; bases; multiplicação escalar e vetorial de dois vetores; multiplicação mista e dupla multiplicação vetorial, propriedades e aplicações. Reta e Plano no Espaço: equações da reta e do plano; intersecção de dois planos; distância de um ponto a um plano, de um ponto a uma reta e entre duas retas.

A.7 Introdução à Álgebra Linear - MTM112

Introdução à álgebra linear é o estudo preliminar de sistemas de equações lineares, sejam algébricas ou diferenciais. São abordados os conceitos iniciais de matrizes, espaços vetoriais e transformações lineares, por exemplo.

Matrizes são arranjos de elementos organizados retangularmente em linhas e colunas. Apesar da definição simples, esta composição apresenta diversas propriedades e tipos; segundo Lay (2016). Entre eles, destaca-se a matriz identidade, que é aquela cuja diagonal principal possui somente elementos unitários, enquanto seus demais elementos são nulos. Matriz transposta é aquela resultante da troca dos elementos da linha de uma outra matriz, transformados em elementos de coluna nesta nova. Matrizes simétricas são aquelas que, em relação à sua diagonal principal, apresentam elementos espelhados. Por fim, uma matriz triangular é aquela que possui elementos não-nulos somente acima ou abaixo da diagonal principal. As operações matriciais incluem adição e subtração, naquelas de mesma ordem, com mesmo número de linhas e colunas. Estas contas são realizadas termo a termo, gerando uma nova matriz de mesma ordem como resultado. A ordem da matriz pode ser qualquer para a operação de multiplicação por escalar e o resultado é uma nova matriz cujas entradas são o produto deste escalar pelo valor original. Para realizar um produto matricial, que é a multiplicação entre duas matrizes, é necessário que suas ordens sejam compatíveis. É requerido que o número de colunas da primeira matriz seja idêntico ao número de linhas da segunda, devido à maneira que é executado o cálculo. Este é feito multiplicando cada termo da linha da matriz inicial pelos da coluna da próxima matriz.

Determinante é um tipo de função matricial que associa a cada matriz quadrada, aquela com quantidade de linhas igual à de colunas, um número real conforme seus elementos. Permutações de elementos numa matriz é a transposição e troca ordenada de linhas ou colunas com suas respectivas entradas. Tais rearranjos alteram o valor final do determinante, e a forma que este varia pode ser demonstrado e generalizado. Desenvolvimento por cofatores constitui um método geral de obtenção de determinantes de matrizes quadradas, sendo adequado e

preferível a matrizes de ordem superior a três. Este método é baseado no teorema de Laplace, que garante a extração do determinante a partir da aplicação dos complementos algébricos à soma de toda uma linha ou coluna qualquer da matriz; segundo Lay (2016). Estes complementos algébricos, que são os cofatores das entradas da matriz, são calculados eliminando-se da matriz original a linha e a coluna que contém o elemento analisado e encontrando o determinante desta nova matriz. Deste modo, o método mostra-se iterativo pois dependendo da ordem da matriz que se deseja conseguir o determinante é necessário realizar o mesmo processo à matriz obtida por esse tipo de eliminação. Matriz adjunta é aquela que se obtém substituindo os elementos de uma matriz pelo determinante da matriz remanescente, quando se retira a linha e a coluna referentes ao elemento; isto para cada um dos seus elementos.

Inversão de matrizes é uma operação complexa que envolve estes objetos. Ela consiste em uma série de procedimentos com fim de encontrar uma matriz baseada na inicial tal que multiplicando-as em qualquer sequência encontra-se a matriz identidade daquela ordem; segundo Lay (2016). Matrizes passíveis a esta operação são denominadas invertíveis, enquanto as imprestáveis a este fim chamam-se matrizes singulares. Operação elementar em uma matriz refere-se a cálculos executados sobre uma linha ou coluna especificada. Existem três modalidades distintas. O câmbio de linhas é uma simples troca entre a posição de duas linhas dentro da matriz. A multiplicação de uma linha por uma constante trata do produto de cada elemento desta linha pelo escalar referido. Por último, tem-se a adição de linhas, que é a substituição de uma linha pela soma dela com uma outra linha. É importante recordar que cada uma destas atribui mudanças no valor do determinante, além de fornecer propriedades diferentes à matriz. Estas operações elementares são amplamente empregadas em métodos para procura da matriz inversa referente a uma matriz invertível qualquer, desde o método de escalonamento matricial até o da eliminação de Gauss-Jordan, um pouco mais avançado.

Sistemas de equações lineares é um tema central em álgebra linear, fundamentando diversos outros estudos correlatos. Trata-se de um grupo finito de equações que apresenta um número limitado de variáveis. Adicionalmente, as equações são todas polinomiais de primeiro grau; daí a nomenclatura linear. Por fim, precisam ser satisfeitas simultaneamente; segundo Lay (2016). Os sistemas ainda apresentam uma classificação referente à sua solução. Podem ser do tipo impossível, cuja solução inexistente devido à existência de mais equações não-redundantes do que incógnitas no problema, por exemplo. O sistema possível e indeterminado apresenta múltiplas, geralmente infinitas soluções; e isso se deve ao fato de possuir mais variáveis que equações. Por último, o sistema possível e determinado fornece uma solução, garantidamente; e esta é única. Suas equações são compatíveis, ou seja, são em mesma quantidade que as incógnitas do conjunto.

Equivalência entre sistemas de equações é uma propriedade muito relevante no estudo e, principalmente, na resolução deles. Sistemas equivalentes são aqueles com um mesmo conjunto-solução; certamente precisam ser do mesmo tipo e dimensão. A principal constatação baseada na existência desta propriedade é a de que operações elementares realizadas sobre a matriz dos coeficientes das incógnitas e dos termos constantes independentes, denominada matriz aumentada do sistema, não altera a solução geral do sistema. Ou seja, aplicando sobre esta matriz operações elementares simples, a solução não se altera apesar dos elementos da matriz mudarem para facilitar a resolução. Geralmente, escalona-se o sistema até que apresente a solução pela aplicação completa de Gauss-Jordan ou até obter-se uma matriz triangular, donde pode-se substituir cada variável na expressão da anterior; sendo esta a eliminação de Gauss. Este comportamento de sistemas é vital e proporciona muita versatilidade a seu uso e emprego.

Espaço vetorial é um conceito matemático abstrato. Ele concerne a um grupo de elementos que obedece algumas restrições e apresenta características especiais. O espaço é a totalidade destes itens e das condições que atendem. Estes itens, sob esta interpretação, são nomeados como vetores. De maneira similar, subespaço vetorial é subconjunto de um espaço vetorial que é um espaço vetorial por si só; ou

seja, que também satisfaz a todas as condições; segundo Lay (2016). Combinação geradora, como a nomenclatura indica, é um conjunto finito de um espaço vetorial que gera um subespaço vetorial inteiro quando seus elementos são combinados. Atrelado a este conceito de combinação vetorial, está a ideia de dependência linear. Um conjunto gerador qualquer é linearmente independente quando nenhum de seus membros pode ser descrito como combinação linear dos demais do grupo. Esta característica é crítica, pois dita outras capacidades importantes dos vetores do espaço inteiro. Como exemplo, a base de um espaço vetorial.

Base é um conjunto gerador limitado de vetores, linearmente independentes entre si e que geram não só um subespaço, mas todo o espaço vetorial estudado. Dada uma base qualquer de um espaço vetorial, dimensão de um espaço vetorial é o número de vetores dessa base. Mais formalmente, é o número máximo de vetores linearmente independentes que um conjunto gerador de um espaço pode conter; segundo Lay (2016). Espaço-linha e coluna são conceitos relativos a espaços provenientes de matrizes. Um espaço-linha é um espaço vetorial formado por vetores extraídos de uma matriz, transformando as entradas de uma linha sua em um vetor, sucessivamente; espaço-coluna tem a mesma definição, porém trabalhando-se com as colunas desta matriz. Posto é a dimensão do espaço-linha ou coluna, provenientes de uma matriz. Prova-se que o posto linha é sempre equivalente ao posto coluna em uma mesma matriz, sendo esta uma propriedade da matriz, e não de seus espaços correspondentes.

A desigualdade de Cauchy-Schwarz, também descoberta por Viktor Bunyakovsky, é um teorema que se refere ao produto interno aplicado a membros de um espaço vetorial; segundo Silva (2024). Ela estabelece que o quadrado do produto interno entre dois vetores é sempre menor ou igual ao produto dos produtos internos de cada um deles consigo mesmo. Esta intrigante relação mostra-se muito prolífica, aplicável não só à álgebra linear como também à estatística e à análise, que é o braço da matemática que abarca o cálculo. Comprimento, ou norma, em um espaço vetorial é uma medida do tamanho de um vetor do espaço. Esta é calculada a partir da raiz quadrada do produto interno do vetor com ele mesmo. A métrica de

um espaço quantifica a distância entre dois membros do espaço, através da norma da diferença entre eles. Estas propriedades são consideráveis pois a partir delas é que se demonstra a desigualdade de Cauchy-Schwarz, tão valiosa à álgebra linear. Uma última contribuição da infame desigualdade citada é a definição de ângulo entre elementos de um espaço vetorial. Modelando esta desigualdade, pode-se definir uma expressão para aferir o cosseno do ângulo existente entre vetores quaisquer do espaço e depende do produto interno entre eles dividido pelo produto das normas respectivas. Este é um avultado resultado pois determina a existência de outras estruturas, como bases e matrizes ortogonais e ortonormais.

Transformações lineares são um tipo especial de função que atua sobre espaços vetoriais, levando elementos de um espaço a outro. Também chamada de aplicação linear, ela preserva as contas de multiplicação por uma constante e adição vetorial. Quando os conjuntos domínio e contradomínio coincidem, sendo o mesmo espaço vetorial, a transformação linear é nomeada como operador linear daquele espaço. Funcional é um tipo especial de transformação linear, que liga vetores de um determinado espaço a elementos de um conjunto numérico munido de operações especiais denominado corpo. Funcional é um tipo de função vetorial que mapeia o espaço em questão, associando a cada um de seus membros um único valor numérico.

O núcleo de uma transformação linear é o conjunto de vetores do domínio da aplicação que possui como imagem o vetor nulo do espaço vetorial. Este interessante conjunto é também um subespaço vetorial; segundo Lay (2016). A imagem de um mapeamento linear é o próprio conjunto imagem dessa função, o grupo de vetores do contradomínio que são respostas do uso da transformação sobre vetores de um espaço. A matriz de uma transformação linear é a matriz dos coeficientes escalares que cria o mapeamento linear da base do domínio; dada pela combinação linear da base dos vetores do contra-domínio. Esta matriz especial, mesmo definida estranhamente assim, descreve perfeitamente a atuação da transformação sobre qualquer vetor do domínio. Além de conseguir aplicar diretamente a transformação através de tal matriz, ela praticamente equivale a esta.

Mudança de base é um artifício útil ao trabalho com espaços vetoriais. Como as bases de um espaço são múltiplas e igualmente fortes, é plausível o câmbio entre estas conforme a comodidade. Tal mudança pode ser condicionada por uma composição funcional de duas transformações lineares, uma fornecendo as coordenadas de um vetor para uma base do espaço e a outra transformação fazendo o mesmo para a outra base. Isso significa aplicar uma transformação à outra transformação; neste caso, a inversa da segunda à primeira, determinando as coordenadas de um vetor na outra base. Convenientemente, existe uma matriz que condiciona essa relação entre essas bases, de modo que para descobrir as coordenadas de um vetor nesta segunda base basta multiplicá-lo por esta matriz. Matrizes semelhantes são aquelas que compartilham diversas qualidades comuns, como mesmos polinômio característico e determinante. Isto simplesmente por haver uma terceira matriz invertível, cujo inverso multiplicado por uma das matrizes e depois o resultado multiplicado novamente por essa matriz invertível, gera a matriz semelhante à inicial.

Autovetor, vetor característico ou vetor próprio é um vetor especial associado a uma certa transformação linear sobre o mesmo espaço. Quando aplica-se a transformação sobre ele o resultado é um múltiplo deste vetor, e nisso residem todas as suas propriedades especiais; segundo Lay (2016). Pode ser definido analogamente através de matrizes como a matriz coluna que, multiplicada pela matriz representativa da transformação linear, é equivalente ao produto desta mesma matriz coluna com uma matriz diagonal com entradas constantes.

Autovalor, valor característico ou ainda valor próprio é um número escalar que determina uma série de resultados e características em álgebra linear. Se definido em termos de transformações lineares, diz-se que o autovalor é o escalar que multiplica o autovetor após este sofrer a atuação do operador linear correspondente a este autovalor. Definido através de matrizes, autovalor é a entrada de uma matriz diagonal que, multiplicando o autovetor, gera o mesmo resultado que a matriz da transformação multiplicando este vetor.

Polinômio característico é uma expressão matemática surgida da aplicação do determinante sobre a definição do autovalor ou do autovetor, pela interdependência entre os conceitos. Trabalhando um pouco a equação definidora desses, ela se torna a diferença entre a matriz representativa da transformação linear e o produto de um dos autovalores pela matriz identidade de mesma ordem, tudo isto multiplicando o autovetor. Então, retirando-se o determinante através da fórmula de Leibniz obtém-se uma equação homogênea em termos do autovalor. Esta equação construída é a melhor maneira através da qual determinam-se os autovalores e autovetores do operador linear. Obtêm-se os autovalores a partir do encontro das raízes desta equação polinomial fatorada, garantido pelo teorema fundamental da álgebra. Substituindo cada autovalor encontrado anteriormente na equação definidora acham-se os autovetores correspondentes a cada um deles.

Autoespaço é o subespaço vetorial gerado pelos autovetores acrescidos do vetor nulo associados a um certo autovalor de um operador linear desse espaço vetorial; segundo Lay (2016). De maneira simples, após encontrar os autovetores de um certo autovalor por meio do polinômio característico da transformação, adiciona-se ao conjunto o vetor nulo para criar este autoespaço. A dimensão deste subespaço é chamada de multiplicidade geométrica, enquanto que a multiplicidade algébrica é a quantidade de vezes que o autovalor deste autoespaço é raiz do polinômio característico.

Diagonalização é o processo de gerar uma matriz diagonal a partir de uma matriz quadrada que seja própria a isto. Geralmente, este procedimento é aplicado a operadores lineares de determinado espaço vetorial, à matriz que representa sua transformação linear em uma das bases do espaço. Uma matriz diagonalizável atende à condição de existir uma matriz cuja inversa multiplicando essa matriz diagonalizável, depois multiplicada por essa matriz invertível, resulta na matriz diagonalizável. Essa matriz invertível, que diagonaliza a matriz original, chamada de diagonalizante, é especial pois somente existe caso haja uma base para o espaço vetorial formada por autovetores da transformação linear. Além disso, ela é formada por estes vetores, dispostos em suas colunas. Outro detalhe relevante é que as

entradas da diagonal principal da matriz diagonalizada a partir da original são os autovalores do operador linear representado pela matriz original. É bastante importante a determinação de tal matriz diagonal do operador linear pois ela simplifica grandemente os cálculos na atuação desta transformação nos vetores do espaço, em especial nas aplicações práticas; segundo Lay (2016).

Agrupamento de conceitos da disciplina Introdução à Álgebra Linear:

Determinante: permutações e transposições; desenvolvimento por cofatores; matriz adjunta; propriedades. Inversão de matrizes: matrizes inversa e singular; propriedades da matriz inversa; operações elementares e inversão de matrizes por operações elementares. Sistema de equações lineares: definição e tipos; sistemas equivalentes; resolução de sistemas usando operações elementares (método de eliminação de Gauss). Espaço vetorial: definição; subespaço vetorial; combinação geradora de um espaço; dependência e independência linear; bases e dimensão; vetor-coordenador e matriz-coordenada de um vetor; espaço-linha e coluna; posto de uma matriz; produto interno em um espaço vetorial; comprimento e ângulo. Transformação linear: definição; operador e funcional linear; propriedades das transformações lineares; núcleo e imagem de uma transformação; matrizes de transformações lineares; mudança de base; matrizes semelhantes. Diagonalização: valor característico e vetor característico de uma matriz; polinômio e espaço característico.

A.8 Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias - MTM125

Introdução às equações diferenciais ordinárias é um estudo inicial às expressões homônimas, que são extremamente comuns em fenômenos naturais e sociais no geral; tornando-as muito necessárias à ciência. Apresenta classificações das mesmas, propriedades e, principalmente, métodos gerais de resolução dependendo da categoria em que se encontra.

Um modelo é uma concepção ideal, perfeita, de uma parcela da realidade. Assim, um modelo matemático é uma simplificação de um determinado fenômeno,

representado por formulações, expressões e equações. Faz-se a modelagem por meio da atribuição de variáveis e conceitos a características relevantes da ocorrência, e monitora-se na tentativa de explicá-lo na totalidade por meio dessa aproximação.

Uma equação diferencial ordinária é uma categoria especial de equação. Possui essa nomenclatura pois é composta pelas derivadas de uma função incógnita que dependem somente de uma variável. Apresenta diversas classificações diferentes, como quanto à ordem e linearidade. Ordem da equação refere-se à derivada de maior ordem da função presente na expressão; e quando é maior que dois, considera-se como de ordem superior; segundo Zill (2018). Linearidade é a propriedade de todos os termos da equação serem lineares com relação às derivadas, ponderados somente por funções da variável independente como coeficientes. Ainda podem apresentar-se de maneira explícita ou implícita, dependendo da possibilidade de isolamento da derivada de maior ordem.

A solução de uma equação diferencial ordinária é uma função cujas derivadas satisfazem a equação proposta. A forma mais genérica de uma função que atenda à equação, que denota um conjunto completo delas, é chamada de solução geral da equação; segundo Zill (2018). É amplo pois existem constantes em mesmo número da ordem da equação diferencial que acabam por ponderar toda a equação. Porém, se bem especificada a situação com todos os valores iniciais importantes, é chamada de solução particular e geralmente é única para as condições de contorno dadas. As distintas características e classificações de cada uma das equações confere-lhes comportamentos e soluções bastante distintas. Além disso, determinam o método de resolução próprio a depender do tipo de equação diferencial ordinária trabalhada.

Problemas de valor inicial resumem-se a uma equação diferencial de algum tipo, acrescida de informações específicas da função solução procurada; segundo Zill (2018). Estas condições próprias da solução são as chamadas condições iniciais do problema ou, mais claramente, de valores iniciais. Simplificadamente, um problema de valor inicial é satisfeito por uma função que atenda mutuamente à equação

diferencial proposta e ao valor obtido em certo ponto de seu gráfico. Descreve muitas vezes sistemas ou fenômenos em diversas áreas, como biologia, química ou física, geralmente evoluindo no tempo; os valores iniciais foram obtidos da variável por monitoramento.

Já problemas de valor de fronteira, também denominados como problemas de valor de contorno, são equações diferenciais de algum tipo, também acrescidas de informação adicional sobre a função objetivo. Entretanto, a condição fornecida refere-se aos extremos de um intervalo ou região onde a função solução está definida. Assim como a vasta classe dos problemas de valor inicial, os problemas de valor de contorno também definem diversos fenômenos naturais. Em distinção, estes não podem ou não são medidos no início ou durante sua ocorrência mas sim nos limites de seu sistema; e estas seriam as condições fronteiriças.

O teorema de Picard-Lindelöf, também conhecido como teorema de Cauchy-Lipschitz, é um resultado em análise matemática que garante a existência de soluções únicas para problemas de valor inicial cuja equação diferencial seja ordinária e de primeira ordem; segundo Zill (2018). Nomeado em homenagem aos matemáticos que contribuíram para sua demonstração, ele nos diz que nas vizinhanças de um ponto qualquer do domínio da função solução procurada existirá uma solução ao problema e esta será a única naquele intervalo. Isto se a função à qual a derivada é igualada respeitar algumas condições de continuidade e limitação.

A equação diferencial fundamental é uma expressão que estabelece igualdade entre uma derivada ordinária de primeira ordem e uma função monovariável. Apresenta a terminologia de fundamental pois introduz o formato básico de qualquer equação diferencial; segundo Zill (2018). Sua solução é a mais simples e intuitiva, e fornece a principal ferramenta a se utilizar nas resoluções: a integração. Esta, apesar de procedimentos mais elaborados e complexos, é bastante aplicada em casos mais complicados de equações diferenciais. As denominadas técnicas de integração estudadas no cálculo infinitesimal nada mais são que algoritmos para resolução deste tipo de equação.

Uma equação diferencial ordinária normal é uma categoria de equações diferenciais de primeira ordem que aparenta-se de grande modo a uma equação diferencial fundamental, com a diferença de que a função que é igualada à derivação depende também da função incógnita. Ou seja, esta função é multivariável. Equações que podem ser colocadas nesta forma possuem interessantes características; porém diversos métodos de resolução, pois há ainda diferentes tipos que compõem esse grupo.

A equação diferencial ordinária separável é outra classificação para equações diferenciais. Equações que conseguem assumir esta forma são aquelas onde consegue-se separar as variáveis envolvidas, uma em cada membro da equação, multiplicadas pelo respectivo infinitesimal da variável; segundo Zill (2018). A apresentação mais comum é a igualdade entre a derivada de primeira ordem à uma razão de funções. A função do numerador sujeita somente à variável independente, enquanto a do denominador, somente à variável dependente. A resolução se dá por integração simultânea das variáveis separadas em cada membro, onde se encontrará a função incógnita isolando-se a variável dependente depois.

Equação diferencial ordinária autônoma é aquela cuja derivada não depende explicitamente da variável independente. A função à qual a derivada se iguala varia conforme a variável dependente somente e é formada por uma expressão exclusiva dela. Ela é, geralmente, resolvida de maneira simples através da integração de variáveis separadas. Contudo, é comum a avaliação deste tipo de equação sem nem mesmo resolvê-la, através de estudos qualitativos destas. Estes referem-se principalmente à estabilidade e equilíbrio da equação, e dão informações importantes acerca da solução e do comportamento do fenômeno descrito. Este estudo é denominado de método das isóclinas, que são curvas de mesma inclinação e funcionam como auxiliares no processo. O comportamento delas ante a pontos especiais, onde a derivada se anula, evidencia muitas propriedades da solução. Esses são os chamados pontos de equilíbrio.

Equação diferencial ordinária de primeira ordem linear é uma igualdade entre a derivada de uma função incógnita e uma expressão dessa incógnita com funções da

variável independente, onde o maior expoente da incógnita é a unidade; segundo Zill (2018). Esta equação possui um algoritmo de resolução bastante conhecido. Após ser posta em sua forma padrão, com a derivada e os termos com a função incógnita do mesmo lado e a função sujeita somente à variável independente do outro, multiplica-se ambos os lados por um termo ponderador com propriedades tais que é possível isolar a função incógnita e determiná-la. Tal expressão multiplicativa é chamada de fator integrante.

Fator integrante é um método resolutivo para equações diferenciais, mais notadamente para as ordinárias lineares de primeira ordem. Como a nomenclatura indica, trata-se de uma expressão que ao multiplicar a equação permite que esta seja integrada de maneira a determinar a função incógnita. Isto se dá exatamente pela forma que esta expressão se comporta. A ela é aferida a propriedade de transformar o membro da equação com a derivada da incógnita em uma derivada do produto entre a função incógnita e esta mesma função integrante. Trabalhando com esta expressão é possível, então, deduzir quem é este fator. E, por fim, retomando o outro membro determina-se a solução geral em função deste fator.

Uma equação diferencial exata é uma forma de equação ordinária de primeira ordem. Uma deste tipo apresenta a propriedade de suas funções componentes apresentarem derivadas idênticas, quando diferenciadas com relação à variável oposta a seu infinitesimal. E somente assim são consideradas como equação exata; tal condição é assegurada por um teorema. A resolução se dá pela suposição da existência de uma função que apresenta como derivadas as funções ponderadas pela infinitesimais, com o infinitesimal referente à derivada aplicada sobre a função. Assim, integrando a função relativo a seu infinitésimo, obtém-se a função incógnita buscada. Porém para se determinar a constante de integração, é necessário recorrer à derivação desta função incógnita encontrada com relação à outra variável, levando à outra função ponderada por infinitesimal. A partir daí é possível determinar a constante de integração pedida e, com o restante da função incógnita, a solução geral da equação exata.

Equação diferencial homogênea é uma categoria de equação diferencial, cuja distinção se dá pela presença de funções homogêneas de mesmo grau ponderadas pelos infinitesimais. Função homogênea é aquela que aplicada sobre um múltiplo de suas variáveis sob mesmo fator multiplicativo, encontra um resultado proporcional à função homogênea aplicada sobre as variáveis sem multiplicação, da ordem deste fator multiplicativo elevado a certa potência; segundo Thomas (2012). A resolução se atém à propriedade definidora das funções homogêneas. Aplica-se essa propriedade após realizar uma conveniente substituição de variáveis, como da variável dependente pelo produto da independente com outra variável. Organizando os termos é possível obter uma equação separável e resolvê-la. Encontrada a solução da separável, desfaz-se a substituição para deduzir a solução geral da equação homogênea.

Além destas classes de equações diferenciais ordinárias tratadas, existem algumas outras especiais que merecem destaque. A equação de Lagrange é uma categoria de expressões dadas pela igualdade da função incógnita com o produto da variável independente e uma função da derivada da incógnita com relação à variável independente, somada a uma outra função dessa derivada; segundo Zill (2018). Em continuidade, a equação de Clairaut é ordinária e não-linear. É dada através de uma expressão que envolve a função incógnita, uma função da derivada dessa incógnita e o produto da função incógnita por sua variável independente. Ela é um caso especial da equação de d'Alembert.

Já a equação diferencial de Riccati é também ordinária, não-linear e de primeira ordem. É dada pela derivada igualada a um polinômio de segundo grau da função incógnita, com funções da variável independente multiplicando os monômios. Não possui um método geral de resolução porém, conhecida uma solução qualquer da equação, é possível determinar a solução geral atribuindo uma simples transformação de variáveis que compõe a solução particular e uma variável qualquer em lugar da incógnita; segundo Zill (2018). Este procedimento altera a equação de Riccati para uma equação linear solúvel, a qual evidencia a família de soluções gerais.

Por fim, a equação de Bernoulli. Esta é ordinária e não-linear para casos superiores. Apresentada como uma igualdade entre a derivada da função incógnita e o produto desta com uma função da variável independente, e o produto da função incógnita potenciada a certo grau multiplicando uma outra função da variável independente. É solucionada por uma substituição de uma potência da incógnita por uma outra variável qualquer que acaba por tornar a equação linear, bastando somente inverter a substituição depois. Um interessante conceito que permeia algumas dessas equações, como a de Clairaut, é a existência de soluções singulares. Estas são soluções da equação que não podem ser obtidas através da solução geral, apesar de possuírem alguma relação com estas. As soluções singulares são obtidas por dedução particular nas equações que as admitem, usando até mesmo o método da força bruta e ignorância.

Uma equação diferencial ordinária de segunda ordem é, como o termo sugere, uma igualdade da função incógnita que envolve sua derivada de segunda ordem. Em sua forma geral apresenta a função incógnita e suas derivadas, funções da variável independente e da própria incógnita multiplicando a cada uma destas, além de uma outra função como termo independente; segundo Zill (2018). As variadas categorias advindas daí apresentam especificações quanto a estas. Quando uma das equações apresenta tão somente uma função da variável independente igualada à segunda derivada da incógnita, esta é denominada equação normal ou fundamental. Analogamente à de primeira ordem, esta equação é simplesmente solucionada ao se aplicar sucessivas integrações, duas neste caso.

Um problema de valor inicial de segunda ordem é uma equação desse grau que fornece também valores específicos que a função procurada satisfaz. A diferença é que, no PVI de segunda ordem, são necessárias duas condições iniciais para obtenção da solução. Existe também para este problema um resultado que garante a existência de soluções num dado intervalo, e que esta seja única. Ele assegura que se as funções multiplicativas forem contínuas neste mesmo intervalo a solução única existe neste.

Equação diferencial ordinária linear de segunda ordem é uma classe de equações diferenciais em que todas as funções que ponderam as derivadas da função incógnita, ela mesma e o termo independente são sujeitas somente à variável independente. A função que ocupa o lugar de termo independente possui especial valor, pois gera distintas e importantes categorias: equações homogêneas ou não. Caso esta função seja identicamente nula, a equação é homogênea; caso contrário, o oposto.

Cálculo operacional é um ramo da análise matemática que visa transformar problemas do cálculo infinitesimal em questões algébricas, geralmente mais simples. O princípio básico reside em definir a diferenciação como um operador funcional atuando sobre as expressões; segundo Zill (2018). A partir disso, equações diferenciais transformam-se em simples operações compostas com o operador diferencial, gerando outras funções. Disso, aplicando conceitos diversos da álgebra como séries, é possível solucioná-las diretamente.

O princípio da superposição linear é um resultado proveniente da álgebra linear que é extensamente aplicado a diversas outras áreas até da própria matemática, como a análise; em especial no estudo de equações diferenciais lineares. Este princípio nomeia as equações diferenciais homônimas, por apresentarem esta propriedade. Ele garante em uma função que a imagem da soma de dois argumentos é igual à soma das imagens de cada argumento separadamente. Uma função que atenda a esta característica é denominada função linear. Qualquer equação diferencial pode ser interpretada como o zero de uma função das derivadas de uma função incógnita, se ela for linear. Assim, a soma de múltiplos de soluções é uma solução da equação, pois também anulará a função das derivadas que descreve esta equação.

Wronskiano é uma função cujos argumentos são outras funções e seu nome é devido a seu desenvolvedor, Josef Wronski; essa função é definida como o determinante da matriz formada pelas funções-argumento dispostas na primeira linha e nas posteriores suas derivadas até a ordem do número de argumentos subtraído da unidade; segundo Zill (2018). Esta matriz é denominada matriz

fundamental. Caso o resultado para um dado intervalo seja não-nulo, isto implica que as funções iniciais são linearmente independentes entre si. Em caso contrário, o wronskiano é inconclusivo pois não há garantia acerca da independência linear. Este conceito é bastante útil no estudo e avaliação de soluções de equações diferenciais, para formação de seu conjunto fundamental de soluções. Este conjunto é formado pelo maior número de soluções linearmente independentes, nomeadas como soluções fundamentais, de determinada equação diferencial.

A fórmula de Abel é uma expressão integral que computa o valor do wronskiano de uma equação diferencial ordinária linear de segunda ordem homogênea. Ele pode ser simples e diretamente obtido através da fórmula. Tomando o termo que multiplica a derivada primeira da incógnita e integrando-o em relação à variável independente, encontra-se o expoente da função exponencial da fórmula. Então, multiplica-se por uma constante este resultado e se obtém o wronskiano correspondente com as mesmas propriedades da original definição, porém com facilitada busca de seu valor.

A equação homogênea a coeficientes constantes é uma modalidade de equação de segunda ordem onde a função desacompanhada da incógnita é nula no intervalo. É uma classe muito importante, pois a partir dela também é obtida a solução para outras, acrescidos alguns procedimentos. O método mais difundido para resolução de equações deste tipo é através das raízes da equação característica do operador diferencial que atua na equação. É quase equivalente a tratá-la como um espaço vetorial. As duas raízes, por ser uma equação de segundo grau, apresentam distintas formas da função exponencial. Seja elevada a diferentes parâmetros, multiplicada pela variável independente ou por senóides. Feito isto, a solução geral da equação diferencial ordinária linear de segunda ordem homogênea é a combinação linear das funções dessa exponencial.

Uma equação linear de segunda ordem não-homogênea é um tipo de equação em que a função termo independente é não-nula. Ele depende explicitamente da associada equação homogênea para determinação de sua solução geral. É necessária a posse de uma solução particular da homogênea e outra da

não-homogênea original, a fim de que a soma destas forme o conjunto solução da equação não-homogênea; segundo Zill (2018).

O método dos coeficientes a determinar é uma maneira eficiente para busca de soluções particulares de equações deste modo. Ele consiste em encontrar esta solução particular como a combinação de funções linearmente independentes que geram a função termo independente e também as derivadas resultantes da incógnita. É ainda mais simples para funções polinomiais, múltiplos da exponencial, trigonométricas ou qualquer composição da soma e produto dessas formas; pois existem modelos de soluções a se procurar para cada caso. Se, no entanto, algum destes modelos for solução da equação homogênea, é possível multiplicar esta sugestão de modelo pela variável independente e procurar com este produto. O método da variação dos parâmetros de Lagrange é um método muito mais robusto e poderoso, que soluciona até mesmo equações lineares com coeficientes variáveis. Resume-se a tomar as constantes da solução geral da equação homogênea como funções da variável independente, estabelecer relações aplicando esta ideia à equação original e resolver um sistema de equações algébricas em que se determinam essas funções assumidas para completar a solução particular.

Função de Green é uma distribuição, um tipo especial de transformação atuante sobre funções, na realidade. É bastante valiosa para a resolução de equações diferenciais não-homogêneas, fornecendo seu exato resultado. Por definição, uma função de Green possui a propriedade de resultar na função delta de Dirac quando o operador é aplicado sobre ela, para determinado operador linear diferencial que atua sobre a função incógnita gerando a equação diferencial. Através da propriedade do delta de Dirac num produto de funções dentro da integral é possível isolar a função incógnita sob aplicação do operador diferencial e definir seu valor através dessa convolução da função de Green com a função termo independente; segundo Zill (2018). Apesar da possível dificuldade na computação da integral, é de grande utilidade esta expressão, sendo somente necessário encontrar a função de Green associada ao operador específico atuante na equação. Atualmente, as chamadas soluções fundamentais do operador diferencial são a principal área de estudo e

investigação das funções de Green. Na existência de condições de contorno há a garantia de determinação da incógnita através de um teorema. Isto é muito relevante pois ela é especialmente usada no estudo de complexos fenômenos físicos como a eletrodinâmica, a acústica ou a mecânica quântica.

Soluções por séries de potências são um método bastante difundido e poderoso para resolução de equações diferenciais, principalmente quando os outros são especialmente complicados ou ineficazes. Consiste em procurar por funções-solução dadas por uma série de potências, geralmente a de Maclaurin, em torno do ponto igual a zero; segundo Zill (2018). Há um teorema que garante a existência e unicidade de soluções caso o ponto zero não seja uma raiz do polinômio que pondera a derivada de maior ordem da equação; mais amplamente, não seja um ponto singular da função onde ela não é diferenciável. Atendidas as condições, substitui-se a função incógnita pela série candidata a solução, operando sobre ela como a equação determina. Após isto, organiza-se as diversas parcelas numa única série e a solução é explicitamente determinada ao se encontrar a sequência numérica que satisfaz à equação algébrica com séries que surgiu.

O método de Frobenius é uma astuta maneira de se encontrar uma solução em termos de série de potências para um certo tipo de equação diferencial de segunda ordem, onde não é possível aplicar o método convencional de séries de potências; segundo Zill (2018). Esta equação apresenta funções da variável independente ponderando a função incógnita e suas derivadas, juntamente com potências desta variável de expoentes condizentes com a ordem da derivada. Seu funcionamento consiste em procurar uma série de formato específico, substituindo-a na equação. Após trabalhá-la um pouco, chega-se a uma expressão denominada polinômio indicial, que compõe a sequência da série que é a solução. Através das raízes deste polinômio é possível construir até duas soluções linearmente independentes, dependendo da diferença entre estas raízes. Caso opte-se por trabalhar com os pontos singulares da função que multiplica a segunda derivada, eles precisam ser regulares; isto é, existirem limites específicos quando uma razão entre coeficientes da equação é aplicada próximo a este ponto singular. Caso este limite exista, há um

modelo de série a se utilizar como possível solução. A partir da definição de algumas de suas propriedades e de sua substituição na equação diferencial original, obtém-se uma equação algébrica em função de um parâmetro, denominada equação indicial. As raízes desta equação, da mesma maneira que a aplicação direta anterior, constituem a sequência da série que é solução da equação.

A transformada de Laplace é uma famosa e prolífica invenção matemática. É uma transformada integral, ou seja, um tipo de função ou de operador que altera uma outra função para termos e apresentação distintos, geralmente com intuito de facilitar seu entendimento e resolução; segundo Zill (2018). Ela é aplicada a equações diferenciais diversas e a variados problemas. Uma marcante característica é a alteração do domínio de atuação da função. Fenômenos descritos como dependentes do tempo passam a ser definidos por outro parâmetro, a frequência. Esta ação ainda fornece uma perspectiva inteiramente diferente de avaliação, dando relevantes e novas informações sobre o comportamento do sistema; além de simplificar bastante os cálculos, tornando equações diferenciais em algébricas e convolução de funções em triviais produtos. Ela é definida como uma integral em um intervalo impróprio de zero pela direita até o infinito positivo no domínio da frequência, integrando o produto da função temporal avaliada e um fator transformador: a função exponencial elevada ao oposto do produto da frequência pelo tempo. Essa conjuntura transforma a função antes dependente do tempo numa nova função, agora determinada pela frequência. Através da definição da transformada, ela abrange uma enorme quantidade de funções, porém não todas. Uma função contínua por partes apresenta intervalos onde é analítica; e uma função de ordem exponencial é aquela cujo valor absoluto da função, a partir de um certo número positivo, é limitada por uma múltipla ou potência da função exponencial. Uma função simultaneamente contínua por partes e de ordem exponencial apresenta, garantidamente, uma transformada de Laplace. Embora o teorema que valida isso não exclui a existência de funções que não atendam esses requisitos mas também admitam suas próprias transformadas. Ela apresenta vastas propriedades operacionais que justificam sua ampla utilização, como linearidade e definição de transformadas para a diferenciação e integração de diversas funções;

ou o oposto, diferenciação e integração de transformadas de Laplace. Restringindo sua atuação às equações diferenciais ordinárias, ainda é extensa a gama de tipos que ela é capaz de solucionar. E o mais atrativo é a acessível maneira de se conseguir isso. Resume-se a aplicar a transformada em toda a igualdade, operando corretamente com suas propriedades. Em seguida, trabalha-se a nova expressão algébrica obtida, almejando determinar a incógnita em termos da frequência. Finalmente, toma-se a inversão da função incógnita encontrada para termos temporais, determinando a solução.

Agrupamento de conceitos da disciplina Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias:

Equação diferencial ordinária fundamental de primeira ordem: esquema geral de um modelo Matemático; E.D.O. normal de 1ª ordem e fundamental; problema de valor inicial (PVI); problema de valor de fronteira (PVF); teorema de existência e unicidade para um PVI. Equação diferencial ordinária não-fundamental de primeira ordem: E.D.O. separável, linear de 1ª ordem, autônoma, exata, homogênea, de Bernoulli, Riccati, Clairaut e Lagrange; método das isóclinas; fator integrante; soluções singulares. Equação diferencial ordinária fundamental de segunda ordem: E.D.O normal de 2ª ordem; teorema de existência e unicidade para um PVI. Equação diferencial ordinária geral de segunda ordem: E.D.O. de 2ª ordem e geral de 2ª ordem. Equação diferencial ordinária linear de segunda ordem: E.D.O. linear de 2ª ordem, homogênea a coeficientes constantes e não-homogênea; soluções fundamentais; cálculo operacional; princípio da superposição linear; Wronskiano; fórmula de Abel; solução geral; método de variação dos parâmetros e dos coeficientes indeterminados; função de Green. Equação diferencial ordinária de ordem superior: homônimo. Solução por séries de potências e transformada de Laplace: pontos singulares; método de Frobenius; transformada de Laplace; solução em séries de potências; espaço das funções de ordem exponencial; propriedades.

APÊNDICE B - DISCIPLINAS ESPECÍFICAS

Esta parcela do documento, de autoria própria baseada em especialistas de renome das respectivas áreas, apresenta cada uma das trinta e quatro disciplinas profissionais da área de engenharia civil que classificaram-se como específicas. Os conceitos das disciplinas matemáticas básicas foram rastreados nos conteúdos destas para análise e discussão. São expostas com um pequeno resumo que trata de sua definição, de seus assuntos abordados nas ementas e dos respectivos livros examinados, onde efetivamente se realizou a análise de uso dos conceitos básicos. O parâmetro utilizado para elencar os conceitos presentes em cada uma das disciplinas específicas foi a respectiva ementa da disciplina no curso de engenharia civil da UFOP, como indicado na referência "(UFOP, 2023)" e que não será exaustivamente posta para simplificação; cabe destacar que não há grandes variações das ementas em cursos superiores ofertados por outras instituições. Os conteúdos dessas disciplinas específicas estão definidos e apresentados juntamente com os conceitos matemáticos básicos que cada um se apodera no desenvolvimento do trabalho.

B.1 Concreto Armado I - CIV216

Concreto armado é uma composição dos materiais concreto e aço em sistemas estruturais devido à compatibilidade de suas características, sejam termodinâmicas, mecânicas ou químicas.

Concreto armado I pertence à área de estruturas da engenharia civil. Ela trata destas qualidades físicas apresentadas pelos materiais componentes, como também do procedimento de determinação das ações às quais estruturas deste tipo se sujeitarão. A partir desta, passa-se a considerações teóricas sobre os esforços simples que solicitam o sistema, como as hipóteses e a demonstração das leis que regem o comportamento das peças, instruções normativas, procedimentos de cálculo e detalhamento das seções. Nesta primeira parte do curso de concreto armado vê-se o dimensionamento de peças submetidas à flexão simples e ao

cisalhamento, as vigas; com as particularidades intrínsecas a cada um, como domínio de deformações, seções tipo T e duplamente armadas, treliça de Ritter e Mörsch e outros. Também é abordado o dimensionamento de um distinta classe de peças, as placas, de maneira específica e facilitada. Aprende-se a dimensionar lajes maciças e nervuradas em concreto, por processos tabulares ou analíticos simplificados.

Os livros de concreto armado I empregados no rastreio foram “Estruturas de Concreto - Solicitações Normais” e “Estruturas de Concreto - Solicitações Tangenciais”, ambos de Péricles Brasiliense Fusco.

B.2 Concreto Armado II - CIV217

Concreto armado II pertence à área de estruturas da engenharia civil. Ela avança nos estudos acerca dos esforços aos quais a estrutura está sujeita. Ocorre, agora, composição de esforços simples. Quanto à flexão, quando preponderante agindo conjuntamente à compressão, pode ser reta ou oblíqua a depender das direções de momento fletor envolvidas. No caso da oblíqua, em que ambos os eixos da seção transversal possuem uma componente de momento, são utilizados métodos simplificados e diagramas que simulam a interação concomitante destes esforços na peça de concreto. Isto devido à complexidade envolvida. Aborda-se também a aparição rara, porém importante de torção nos elementos de concreto armado. Avalia-se o comportamento destas peças quando maciças e relaciona-se às suas equivalentes vazadas, correlacionando ambas a fim de efetuar o correto dimensionamento. Ainda, estuda-se a atuação conjunta da torção com a flexão simples. Diferente das vigas, mais sujeitas a estes esforços, os pilares atuam praticamente só sob flexo-compressão. Sobre estes, ensina-se diversos procedimentos para o seu dimensionamento, como métodos para avaliação de efeitos de segunda ordem em escala local e global e ábacos para dimensionamento final das peças sob flexo-compressão oblíqua, de fácil emprego porém de grande dificuldade de obtenção analítica. Por fim, apresentam-se diferentes estruturas de fundação usuais e seus respectivos métodos para dimensionamento e análise. Em

todos estes tópicos, introduzem-se também instruções e exigências normativas, além de nuances de projeto.

Os livros de concreto armado II empregados no rastreo foram “Estruturas de Concreto - Solicitações Normais” e “Estruturas de Concreto - Solicitações Tangenciais”, ambos de Péricles Brasiliense Fusco.

B.3 Construção de Edifícios I - CIV239

Edifício é um complexo conglomerado de sistemas interdependentes e ligados com fins de abrigar segura, confortável e eficientemente seres humanos em suas mais distintas atividades. Assim sendo, construção de edifícios tange o estudo funcional desses diferentes sistemas, seus componentes e comportamento, além do projeto, planejamento, execução e compatibilização destes de maneira global no edifício.

Construção de edifícios I pertence à área de construção da engenharia civil. Ela aborda estes sistemas da construção desde seu projeto. Inclusive o da área de trabalho, do canteiro de obras, de forma a otimizá-lo. A partir desse ponto fala-se sobre a implantação propriamente dita do empreendimento, iniciando-se pelos serviços preliminares como demolições e marcação do gabarito. Acerca das obras com terra, são averiguados através de levantamentos topográficos os parâmetros para operações de corte e aterro. Pelas prospecções geotécnicas é possível determinar as fundações e seus métodos executivos. Todas estas características são destrinchadas. Em seguida, as diferentes partes da edificação são estudadas. O sistema de vedação com suas distintas técnicas construtivas e materiais empregados. A estrutura também, principalmente a de concreto armado devido ao maior uso. Sistemas de cobertura com seus anexos para drenagem, juntamente com aspectos quanto aos componentes do telhado e seu formato são também citados. Além destes, as instalações prediais são tema recorrente. Em cada tópico tem-se detalhes sobre o processo executivo, além de diretrizes racionalizadas para o correto projeto.

O livro de construção de edifícios I empregado no rastreio foi “A Técnica de Edificar”, de Walid Yazigi.

B.4 Construção de Edifícios II - CIV249

Em construção de edifícios II, o foco se volta para a gestão da obra. Entende-se as partes componentes do projeto desde seu esboço até o memorial descritivo, integrando os diferentes sistemas através de compatibilização, modulação e industrialização. O planejamento da obra abrange a definição de prazos, equipes e etapas construtivas; por meio de ferramentas como estrutura analítica de projeto e redes de precedência, por exemplo, chega-se até o cronograma físico da obra, resultado importantíssimo para médios e grandes empreendimentos. Orçamentação também é introduzida neste curso, desde o levantamento preliminar até o mais robusto e completo orçamento analítico. Por fim, noções de contratação fornecem subsídios sobre as modalidades de trabalho no mercado; e qualidade na construção estabelece parâmetros a serem alcançados no produto final.

Os livros de construção de edifícios II empregados no rastreio foram “Como Preparar Orçamentos de Obras” e “Planejamento e Controle de Obras”, ambos de Aldo Dórea Mattos.

B.5 Construções de Madeira - CIV265

Construção de madeira é o emprego deste material, seja na forma natural ou industrializada, em sistemas estruturais de edifícios. Executada corretamente apresenta vantagens expressivas em comparação à utilização de outros materiais como custo de aquisição, velocidade de execução e dispêndio energético de produção.

Construções de madeira pertence à área de estruturas da engenharia civil. Nela são explanados temas introdutórios que vão desde o manejo produtivo da madeira até seu beneficiamento, seja industrializado ou simplificado como tratamentos preservativos somente. Além disto, temática essencial é caracterização da madeira

como material de construção estrutural. E isso envolve desde qualidades químico-biológicas como fisiologia e classificação botânica, que por sua vez interferem nas qualidades físicas do material, como umidade e absorção. Continua-se, então, à caracterização mais relevante no projeto estrutural, a delimitação das propriedades mecânicas das espécies utilizadas, como módulo de elasticidade, resistência às diferentes tensões e coeficiente de deformação radial. Doravante, apresenta-se o dimensionamento das peças de madeira aos diversos esforços que a solicitam, à luz de teorias clássicas da mecânica dos sólidos e de orientações específicas das normas. Ainda trata-se das ligações, assunto de especial valor na confecção do projeto e detalhamento.

O livro de construções de madeira empregado no rastreio foi “Estruturas de Madeira”, de Walter Pfeil e Michèle Pfeil.

B.6 Construções Metálicas I - CIV266

Construção metálica é aquela em que se aplica o aço como material predominante na estrutura do empreendimento. Seus diferenciais mais contundentes são a altíssima resistência mecânica que possui, a grande ductilidade apresentada e a forte tecnologia empregada em sua produção e controle, assegurando suas características.

Construções metálicas I pertence à área de estruturas da engenharia civil. Ela explana aspectos genéricos da utilização deste material na construção, como sua aparição e uso na história, além de propriedades mecânicas relevantes ao comportamento estrutural. Dá-se noções acerca dos processos de fabricação e conformação aplicados aos perfis e seus representantes usuais. Aspectos relativos à análise de estruturas metálicas são apontados como estabilidade, ligações de elementos e tipo de análise trabalhado: quanto ao efeito dos deslocamentos de 1ª ou 2ª ordem, à fase plástica ou elástica de uso do material e à velocidade de aplicação das cargas tornando-as estáticas ou dinâmicas. Revisa-se também o método de dimensionamento padrão atual, dos estados limites, ponderando sobre ações, suas

combinações e segurança em edifícios. Após estes conceitos, chega-se ao dimensionamento das peças reticuladas aos esforços. Sob tração, é importante avaliar coeficientes ponderadores da área bruta. Estes minoram a área a uma efetiva, dependente da excentricidade de barras ligadas e a efeitos secundários como atraso de cisalhamento (*shear lag*). Em elementos torcidos, é necessário conhecer os modos de falha a depender da forma da seção, se há ou não empenamento. Embora a equação de dimensionamento seja bastante simplificada, é preciso atentar-se a aspectos da peça relativos à flambagem para seu correto dimensionamento à torção, principalmente em elementos com seções abertas. Para elementos sob compressão, é indispensável a avaliação da esbeltez tanto da peça quanto de suas chapas componentes; pois podem sofrer instabilização por flambagem global e local, o que minora grandemente a capacidade resistiva do conjunto. Parâmetros como condição de apoio das placas e índices de esbeltez são relevantes na determinação dos fatores de redução e ponderação no dimensionamento final. Também é discutida a análise de elementos fletidos, das suas tensões de cálculo. Outrossim, são verificados possíveis estados de instabilidade associados à compressão, como flambagem lateral das mesas e almas. Determina-se o esforço cortante associado e placas especiais para suporte a cargas concentradas, os enrijecedores. Estuda-se a interação destes esforços, a flexo-compressão, e dimensiona-se a peça contra ela utilizando uma equação de interação. Por último, e bastante relevante, está o aprofundamento em ligações de elementos de aço. Vê-se os esforços e resistências que possuem, desde as soldas e parafusos até as chapas e cantoneiras.

O livro de construções metálicas I empregado no rastreio foi “Estruturas de Aço”, de Walter Pfeil e Michèle Pfeil.

B.7 Desenho Arquitetônico - ARQ210

Desenho arquitetônico é a representação gráfica de elementos de edificações com fins de delimitar seu projeto, execução e utilização. É um aprimoramento do desenho técnico, voltado para a área de construções.

Desenho arquitetônico pertence à área de construção da engenharia civil, apesar de ser um básico princípio desta. Ela expõe diversas temáticas específicas, a começar pela planta baixa de uma edificação, com convenções e elementos representáveis. São introduzidos símbolos específicos, além de informações sobre a disposição das dimensões em cotas. Versa-se também acerca dos formatos de telhados e tipos de telhas utilizadas por interferirem na declividade destes, além de sua representação; assim como as fachadas. Os cortes são especialmente tratados pois são úteis a maior compreensão do projeto. Plantas de locação e situação são definidas, para a correta implantação do empreendimento a executar. Adicionalmente, é discutido além da representação gráfica e leitura, o cálculo de escadas. Graças às noções de perspectiva exata, dadas e exigidas por este curso, pode-se projetar e desenhar com precisão. Finalmente, são passadas informações sobre configurações de espaços projetados, de prática profissional como dobramento de folhas de projeto e programas computacionais de desenho.

O livro de desenho arquitetônico empregado no rastreo foi “Desenho Arquitetônico”, de Adriano Gomes.

B.8 Desenho Estrutural e de Instalações - ARQ211

Desenho estrutural e de instalações é a representação gráfica de elementos e subsistemas de uma edificação. Diferencia-se do arquitetônico por mostrar partes de subsistemas prediais locados no desenho arquitetônico, tendo-o por base.

Desenho estrutural e de instalações pertence à área de construção da engenharia civil, apesar de ser um básico princípio desta. Ela abarca desde a representação direta dos componentes até especificidades simbólicas e de detalhes desses sistemas da edificação. Nas estruturas de concreto, é mostrada a indicação das peças, como nomenclatura e posição, além de detalhes da armação. Enquanto nas de madeira e metálicas são mais especificadas as ligações, devido à maior complexidade. Quanto às instalações prediais, são retratadas as diferentes convenções e simbologias, além da correta disposição das partes constituintes. Em

acrécimo, indicações para facilitação, clareza e coesão dos desenhos são repassadas no decurso.

O livro de desenho estrutural e de instalações empregado no rastreio foi “Desenho Arquitetônico”, de Adriano Gomes, e as normas “NBR 6492: Representação de Projetos de Arquitetura”, “NBR 7191: Execução de Desenhos para Obras de Concreto Simples ou Armado” e “NBR 14611: Desenho técnico - Representação Simplificada em Estruturas Metálicas”, da Associação Brasileira de Normas Técnicas.

B.9 Desenho Técnico - ARQ209

Desenho técnico é uma representação gráfica normalizada utilizada para projetos em geral. Baseia-se no método criado pelo francês Gaspard Monge, chamado geometria descritiva. Porém, é acrescido de simbologia específica e aspectos materiais como tamanho de folhas e espessura de linhas.

Desenho técnico pertence à área de construção da engenharia civil, apesar de ser um básico princípio desta. Ela tratará sobre a relevância e primazia das acuradas e regimentadas representações gráficas no avanço e fabricação dos produtos. Nisto incorre as regras e convenções utilizadas no âmbito técnico, relativas à caligrafia e simbologia, por exemplo. Daí, vê-se exaustivamente as diversas perspectivas existentes, com suas características e classificações. A projeção ortográfica, maior exemplar da perspectiva exata cônica, é o método mais utilizado para representações técnicas. Também muito usual é a isométrica, devido à sua simplicidade de entendimento e representação simples de figuras espaciais. Por fim, o correto emprego de cotas e realização de cortes em desenhos feitos com determinada perspectiva e escala mostram-se fundamentais.

O livro de desenho técnico empregado no rastreio foi “Desenho Técnico Básico”, de Maria Miceli e Patricia Ferreira.

B.10 Engenharia Ambiental Básica - AMB110

Engenharia ambiental básica é uma introdução à problemática ambiental em suas diversas frentes e as diferentes propostas de resolução dos problemas, minorando os impactos e conservando o meio. Também são mostrados aspectos legais e burocráticos relativos à área.

Engenharia ambiental básica não pertence a nenhuma área específica da engenharia civil, mas é bastante influente em toda ela. Ela expõe o cenário ambiental nacional e global, como fomento ao aprofundamento dos estudos. São fornecidos conceitos de interação ecológica e sua relação com as atividades humanas e a remediação através de tecnologia e engenharia. Daí iniciam-se as ponderações sobre formas de poluição e manejo destas. Introduzem-se classificações, critérios e padrões de qualidade para as diversas porções do meio, a fim de garantir a sustentabilidade e segurança dos seres nestes ambientes. Algumas dessas formas de poluição incluem a do meio aquático, do ar, do solo, através do som e por radioatividade. Ainda associam-se conhecimentos referentes aos ecossistemas e sua influência às distintas funções biológicas desempenhadas pelos seres vivos. O ciclo biogeoquímico de diversos elementos químicos também é avaliado. Finalmente, o arcabouço legal e burocrático para empreendimentos com grande efeito no meio ambiente é trabalhado, com informações sobre o estudo e o relatório sobre impacto ambiental (EIA e RIMA), regulamentação e certificações ambientais.

O livro de engenharia ambiental básica empregado no rastreio foi “Introdução à Engenharia Ambiental”, de Benedito Braga *et al.*

B.11 Ferrovias - CIV259

Ferrovia é um sistema de transporte de cargas e passageiros constituído por trilhos onde se deslocam veículos denominados trens. Assim, seu estudo abrange desde aspectos técnicos e físicos de implantação desta via permanente no solo e

sua trajetória ótima, como também nuances sobre o funcionamento e características dos veículos que a utilizarão.

Ferrovias pertence à área de transportes da engenharia civil. Ela aborda desde o surgimento deste modal no país e no mundo, até a descrição dele. O perfil transversal da via é um panorama das camadas que a compõem. Trata-se de seus materiais componentes, de suas características técnicas e de seu dimensionamento. Formam a via permanente: o seu subleito, o lastro e o sublastro, os dormentes e os trilhos. Cada qual com suas especificidades e respectivas funções no conjunto. Citam-se também elementos acessórios das linhas, que geralmente encontram-se ligados aos trilhos em locais especiais, como talas para junção de trilhos ou aparelhos de mudança de via para alteração do curso de um comboio. Existem também acessórios à via, que na realidade são generosas porções desta reservadas a desempenhar alguma função específica no trajeto. Exemplos são as peras de reversão, as balanças, as oficinas de conserto e formação de trens e as estações. Fornecem-se também informações pertinentes acerca dos diversos tipos diferentes de material rodante que utilizam as vias; e também sobre o complexo processo de utilização e gerenciamento da mesma. Movimento e formação dos comboios, por exemplo, envolve robusto procedimento de otimização e computação. Noções sobre conservação e manutenção da via são fornecidas, assim como de sinalização. Por fim, explana-se sobre o projeto e dimensionamento geométrico da via, com cálculos de superelevação e de curvas de concordância.

O livro de ferrovias empregado no rastreio foi “Estradas de Ferro”, de Rodrigo Rosa e Rômulo Ribeiro.

B.12 Fundações - CIV246

Fundação é uma categoria de elementos construtivos cuja função é a transmissão de esforços da superestrutura predial ao solo em que se assenta. Sob esta definição, é uma associação entre a peça estrutural e o solo que a permeia, cujos dimensionamentos afetam-se entre si.

Fundações pertence à área de geotecnia da engenharia civil. Ela estuda as prospecções geotécnicas executadas para obter dados das mesmas para dimensionamento. Vê-se também as categorias de alicerces: os superficiais e os profundos. Nos rasos, diretos, destacam-se os caixões (radiers) e as várias sapatas. Nos profundos, há estacas de grupos distintos, desde as cravadas até as escavadas e ainda um último conjunto que apresenta características mistas. Para todas essas modalidades de fundações são avaliadas as capacidades de carga respectivas e os referentes recalques associados. Por fim, aprende-se sobre o rebaixamento de lençol freático e sistemas especiais de fundação.

Os livros de fundações empregados no rastreio foram “Fundações Diretas - Projeto Geotécnico”, de José Carlos Cintra, Nelson Aoki e José Henrique Albiero, e “Fundações por Estacas - Projeto Geotécnico”, de José Carlos Cintra e Nelson Aoki.

B.13 Geologia Aplicada à Engenharia Civil - GEO289

Geologia aplicada à engenharia civil pertence à área de geotecnia da engenharia civil. É o estudo sistemático da crosta terrestre, desde seus materiais componentes até seus processos de formação e alteração. Devido a isso, tratará de estruturas que a compõem como rochas, solos e o comportamento das águas nestes ambientes, conhecimentos altamente aplicáveis ao escopo de trabalho do engenheiro civil.

Geologia tangerá sobre sua relação e utilidade na engenharia civil; iniciando com sua importância e ligação com a área. Aprofunda-se sobre os minerais e seus derivados, as rochas, com características e propriedades gerais. Daí, fala-se dos distintos processos de internos da terra, principalmente relativos à movimentação do magma e das placas segmentadas que formam a crosta. Também expõe-se as transformações às quais as estruturas originadas da dinâmica interna se sujeitam, quando submetidas às condições físicas, químicas e térmicas da superfície. Vê-se a composição gráfica descritiva de regiões, através de fotografias aéreas, cartas de perfis geológicos e geotécnicas. É fornecida uma introdução à hidrogeologia, com atenção aos reservatórios subterrâneos e a circulação da água em meios

descontínuos. Por fim, os maciços são compreendidos, desde os rochosos até os terrosos; são aferidas suas propriedades mecânicas e movimentos de massa associados. Citam-se as obras civis de grande relevância geológica, como barragens, túneis e aterros.

O livro de geologia aplicada à engenharia civil empregado no rastreio foi “Geologia Aplicada à Engenharia”, de Nivaldo Chiossi.

B.14 Geometria Descritiva - ARQ208

Geometria descritiva é uma área especial da geometria que se ocupa da representação de sólidos em planos através de projeções. Também nomeada como Mongeana, em referência a seu inventor Gaspard Monge, esta matéria revolucionou a indústria e a engenharia, constituindo-se como poderosa ferramenta de concepção e comunicação técnica.

Geometria descritiva pertence à área de construção da engenharia civil, apesar de ser um princípio muito arcaico desta. Discorre sobre a proposição de Monge e sobre outros modelos prévios de representação gráfica. Mostra a metodologia mongeana de ilustração de entes geométricos básicos como o ponto e a reta. Através da projeção cilíndrica do ente em dois planos vertical e horizontal rebatidos sobre si, determina-se as coordenadas dele no sistema. Com este procedimento é possível identificar posições perpendiculares ou paralelas aos planos projetivos da reta, entre elas mesmas e a pontos também. De maneira semelhante, planos também podem ser convenientemente exibidos, juntamente com suas intersecções e relações com retas. Além disso, é possível executar transformações destas figuras projetadas, como rotações e rebatimentos de figuras planas. Ainda, trabalha-se com sólidos de faces planas, os poliedros, e com cortes nestas figuras. Com a utilização de épuras e planos de comparação pode-se retratar quaisquer objetos que se queira. Aprofunda-se o estudo e representação das formas com escalas e cotas, tendo fortes usos práticos desses resultados em outras disciplinas gráficas, mais simples e facilitadamente.

O livro de geometria descritiva empregado no rastreio foi “Noções de Geometria Descritiva”, de Alfredo Príncipe Jr.

B.15 Hidráulica I - CIV224

Hidráulica é o ramo da física que debruça-se sobre o estudo de fluidos, especialmente da água, em repouso e também em movimento. Modela o comportamento dela em condutos e sob ação de máquinas associadas, avaliando as diversas formas de energia e fenômenos atuantes no sistema.

Hidráulica I pertence à área de hidrotecnia, ou recursos hídricos, da engenharia civil. Ela versa sobre conceitos gerais dos fluidos como pressão, vazão, tipos de escoamento e viscosidade. São repassadas as equações que regem a hidrostática e sua aplicação a superfícies submersas. Manometria, o estudo e medição da pressão, é tópico importante. Escoamento em condutos forçados é o cerne maior do curso; e trata também da perda de carga contínua devida à força de atrito rugosa dos tubos. Modela-se através de diagramas e equações empíricas. A perda de energia em locais específicos da tubulação, é abordada principalmente através do conceito de comprimentos equivalentes dessas peças em conduto reto. Vê-se as diferentes linhas energéticas associadas a um escoamento sob pressão, a posição relativa da tubulação a elas e as possibilidades de escoamento a depender da altimetria presente. Em associações de condutos apresentam-se métodos de cálculo para tubulações ligadas em série e em paralelo, através de condutos equivalentes ao arranjo. Há ainda o famoso problema dos dois reservatórios e a distribuição em marcha, ideias fundamentais à distribuição urbana de água potável. Aprende-se do golpe de aríete, fenômeno caracterizado pela repentina alteração do fluxo, levando a uma enorme variação de pressão e liberação de energia. E como prevenir e proteger as tubulações de sua ocorrência. Abrange assuntos do dimensionamento de sistemas elevatórios e de suas máquinas. A classificação e caracterização das bombas, assim como os condicionantes físicos e geométricos para sua acurada escolha são discutidos. Otimiza-se, ainda, a escolha através da eleição de uma tubulação adequada e da consideração do rendimento da máquina com suas

respectivas expressões e curvas características. Outro fenômeno danoso, a cavitação, é analisada e a proposição de parâmetros de controle é sugerida. A última lição debatida é a máquina hidráulica extratora de energia, a turbina.

O livro de hidráulica I empregado no rastreio foi “Hidráulica Básica”, de Rodrigo Porto.

B.16 Hidráulica II - CIV225

Hidráulica II pertence à área de hidrotecnia da engenharia civil. Trata acerca de escoamentos em condutos livres, descomprimidos. Assuntos iniciais abordados são as propriedades geométricas relevantes às seções transversais de canais, a declividade atuante e as distribuições induzidas de pressão e velocidade numa dada seção. Estes últimos são aproximados por médias e valores usuais. Classificam-se os diversos modos de fluxo em canais e foca-se prioritariamente no de regime permanente e uniforme, descrito pelas fórmulas de Manning e Chézy, úteis ao dimensionamento dos canais de maneira econômica. Define-se uma grandeza muito importante na análise dos escoamentos, a de energia específica do fluido. Ela, por meio do número de Froude, permite classificar os fluxos com relação à sua criticidade e determinar as alturas que apresentariam sob certa energia. Após, estuda-se a passagem pelo regime crítico, caracterizada pela alteração de regime. Movimentos variados são tratados e aprofundados. Os graduais por suas curvas de perfil da superfície e os bruscos principalmente por seu principal fenômeno, o ressalto: seu comprimento, alturas e perda de energia associados. Tópicos de hidrometria são abordados, destacando-se o estudo de orifícios. Suas categorias, os coeficientes associados à perda de carga, e até um tipo especial de orifício, denominado vertedor. Vê-se também o comportamento do fluxo nestes orifícios sob diferentes níveis de energia hidráulica. Por fim, aprende-se a determinar a vazão em canais com instrumentos hidráulicos especiais e também a estimar a mesma em cursos naturais.

O livro de hidráulica II empregado no rastreio foi “Hidráulica Básica”, de Rodrigo Porto.

B.17 Hidrologia Aplicada - CIV226

Hidrologia é a ciência natural que trata dos fenômenos relativos à água em todos os seus estados, da sua distribuição e ocorrência na atmosfera, na superfície terrestre e no solo, e da relação desses fenômenos com a vida e com as atividades do homem (MEYER, 1948).

Hidrologia Aplicada pertence à área de hidrotecnia da engenharia civil. Debruça-se sobre o estudo do ciclo hidrológico, das diversas regiões e formas em que a água apresenta-se no planeta. Tal distribuição é modelada e entendida através da equação do balanço hídrico. A bacia hidrográfica, como unidade básica de estudo e área drenada delimitada, é extensivamente trabalhada. Uma introdução à hidrometeorologia é fornecida, através de estudos da relação entre as variáveis atmosféricas e a presença de água neste meio. Ferramental estatístico específico é oferecido, tomando variáveis hidrológicas de interesse para serem descritas através de modelos probabilísticos como o de Pearson, de Gumbel e de Laplace-Gauss. Passando aos processos presentes no ciclo hidrológico, a precipitação tem papel central. Aprende-se das medidas relevantes e de sua análise, avaliando inclusive a consistência de conjuntos de dados e preenchimento adequado de faltas e falhas destes. Estuda-se, ainda, a frequência temporal de precipitações totais e a relação à intensidade e duração através de equações empíricas especiais. Evaporação trata da perda de águas superficiais para a atmosfera diretamente dos corpos hídricos. Leis que descrevem o fenômeno envolvem diversas variáveis termodinâmicas e energéticas. Evapotranspiração se refere a esta perda, porém advinda do solo e das vegetações. Há métodos diversos de estimação sob diferentes parâmetros físicos; e ainda a avaliação da contribuição de ambos os processos no balanço hídrico geral. A infiltração é outra parcela significativa do ciclo, caracterizada pela sua taxa e capacidade, e regida por equações como a de Kostiaikov. Observa-se também estimadores deste processo a depender do tipo de solo. O escoamento superficial é

a parcela mais significativa do ciclo à engenharia e é minuciosamente abordada. Examinam-se aspectos da evolução do escoamento durante a precipitação, seu coeficiente e tempo para cada parte da bacia contribuir ao escoamento. Diversos hidrogramas com suas componentes são vistos, além de métodos feitos sobre estes a fim de se obter estimativas do escoamento superficial, como o hidrograma unitário sintético. Relacionado a estes conceitos, aprende-se acerca de previsão de enchentes, através de dados de chuva. Métodos como o racional e o do hidrograma unitário são usados nesse caso. Pode-se utilizar distribuições de probabilidade para determinar a frequência do evento. Ainda pondera-se sobre regularização de vazões, com volumes para leis de regularização estipuladas e diagrama de massas. Por fim, avaliam-se as águas subterrâneas, provenientes da infiltração em solo da precipitação. Para isso são retomados conceitos de hidrogeologia, além de propriedades de reservação e condução dos terrenos, que caracterizam um aquífero. Hidráulica de poços artesianos e freáticos é utilizada na análise dos escoamentos radiais resultante do bombeamento dos mesmos. Também se vê interferência entre poços e regime não-equilibrado de bombeamento.

O livro de hidrologia aplicada empregado no rastreo foi “Elementos de Hidrologia Aplicada”, de Antenor Barbosa Jr.

B.18 Infraestrutura de Vias Terrestres - CIV249

Via terrestre é qualquer trajeto em terra especialmente concebido para receber veículos que se locomoverão com cargas ou passageiros. Assim sendo, a infraestrutura de vias terrestres refere-se ao conjunto de condições e procedimentos requeridos para o correto estabelecimento destas vias, desde seu projeto.

Infraestrutura de vias terrestres pertence à área de transportes da engenharia civil. Ela retrata anteriormente ao seu escopo, de sistemas de transportes de maneira genérica, com seus constituintes básicos. Além de classificá-los, caracteriza os mais comuns como o rodoviário, o ferroviário e o aeroportuário. Após, foca-se no cerne do curso: o transporte rodoviário, em especial o rural. Para tanto, estuda-se o

tráfego neste modal, para determinar a capacidade da via e seu nível de serviço. Para tal, calcula-se parâmetros como volume, densidade e velocidade de tráfego. Projeto de sinalização, que é acessório ao das vias, também é retratado. Levantamento de possibilidades de traçado para uma via objetivada são postos, assim como da topografia associada à proposta. A locação também é muito dependente desta parcela. O final dimensionamento da via se dá na apresentação do projeto geométrico da mesma, que fornece suas medidas nas seções de interesse, além da posição da trajetória da via. Para tal resultado, determinam-se parâmetros físicos e de tráfego da futura rodovia; baseado nestes, os fatores geométricos que a definirão como raios de curvatura, greides, distâncias, superelevação e pontos especiais. Notas de serviço, que são considerações preliminares acerca de cotas e que indicam regiões de corte e aterro, também são faladas. Projetos complementares de execução como drenagem, terraplanagem e contenções são comentados e destrinchados. Finalmente, há a configuração do canteiro de obras e o dimensionamento dos equipamentos necessários, utilizando-se de suas características.

Os livros de infraestrutura de vias terrestres empregados no rastreio foram “Manual Projeto Geométrico de Rodovias Rurais - DNER”, do Departamento Nacional de Estradas de Rodagem e “Manual de Técnicas de Projetos Rodoviários”, de Wlastermiller de Senço.

B.19 Instalações Elétricas - CAT105

Instalação elétrica é um sistema anexo ao edifício que fornece energia elétrica sob a forma de iluminação e potência aos mais diversos dispositivos. Tornou-se obrigatória sua existência como sistema predial pela intensa e indissociável utilização da eletricidade pelo homem.

Instalações elétricas pertence à área de construção da engenharia civil. Aborda aspectos exteriores às edificações, relativos à geração, transmissão e distribuição de energia elétrica em tensão secundária. Trata-se da ligação de pontos de luz em

diversos modos, com utilização de interruptores simples, paralelos e intermediários. Assim como a correta disposição das tomadas de força e das cargas especiais. As exigências e ordenações normativas são repassadas da mesma forma que instruções e recomendações práticas. O dimensionamento de componentes do sistema elétrico como cabos, dutos e dispositivos de proteção e controle é ensinado sob as orientações normativas e diretrizes de simplificação e otimização. Em projetos de iluminação, a influência da escolha dos produtos a se utilizar dependendo de suas características aliada a estudos luminotécnicos e fotométricos, garante o acurado dimensionamento do conjunto.

As normas de instalações elétricas empregadas no rastreo foram “NBR 5410: Instalações Elétricas de Baixa Tensão“, da Associação Brasileira de Normas Técnicas, e “ND.1: Fornecimento de Energia Elétrica em Tensão Secundária - Rede de Distribuição Aérea - Edificações Individuais”, da Companhia Energética de Minas Gerais.

B.20 Instalações Hidráulicas - CIV109

Instalação hidráulica é uma categoria especial de sistema predial que abastece o edifício como também o esgota de efluentes. É essencial a qualquer assentamento humano e às suas mais diversas atividades, fornecendo grande civilidade aos usuários.

Instalações hidráulicas pertence à área de hidrotecnia da engenharia civil. Ela fornece aspectos da implantação de abastecimento e coleta de efluentes em edifícios, estabelecendo critérios e padrões de segurança e qualidade normatizadas. Instalações de água fria são as que transportam este fluido sob pressão e é ensinado o dimensionamento adequado de cada tubulação componente, assim como do reservatório, sistema de bombeamento e da entrada pelo sistema público de abastecimento. Projeto executado respeitando orientações normativas relativas a indicadores físicos como pressões e velocidades extremas, além de vazões prescritas para os aparelhos. E isto baseando-se no consumo e condicionantes

físicas do edifício. A instalação de um sistema de água quente também é ministrado de maneira similar ao de água fria, adicionadas as particularidades do conjunto de aquecimento utilizado, os distintos materiais empregados e os diferentes requisitos. O tema esgotos sanitários discute o completo dimensionamento dos encanamentos e acessórios da rede a partir dos aparelhos aos quais servem, a disposição e a ligação dos tubos. Ainda se repassam instruções executivas do assentamento dos componentes e de testes de funcionamento. Vê-se o dimensionamento das canalizações de águas pluviais, tanto das calhas quanto dos condutos verticais e horizontais, considerando até aspectos hidrológicos. Por fim, discutem-se projetos complementares como de água gelada, gás e de combate a incêndios.

Os livros de instalações hidráulicas empregados no rastreo foram “Instalações Hidráulicas Prediais e Industriais”, de Archibald Macintyre.

B.21 Materiais de Construção I - CIV237

Material de construção é qualquer substância ou produto empregado em obras, a fim de compor a edificação final. Seu estudo e domínio é bastante importante, pois determina muitas características e comportamentos do produto executado.

Materiais de construção I pertence à área de construção da engenharia civil. Ela expõe atributos gerais de desempenho e aprovação dos insumos, balizado por normas e padrões. Daí, se explana sobre as pedras naturais e suas características de utilização e extração, além do desempenho esperado destas. Os aglomerantes são abordados principalmente em suas propriedades químicas e comportamento em uso; mas também cita-se o processo de fabricação e recomendações de uso. Trabalham-se desde os aglomerantes aéreos como o gesso até os hidráulicos, como a cal hidráulica e o cimento Portland. Este último compõe juntamente com agregados o composto concreto, o foco principal do curso. Os agregados dividem-se conforme suas dimensões e são classificados conforme suas propriedades físicas e químicas, avaliadas por ensaios de qualidade. Argamassas, misturas de pasta de cimento com agregados miúdos, são estudadas conforme o

aglomerante utilizado e o dimensionamento das proporções de materiais empregados também. Por último, o concreto em si é abordado, desde a água de amassamento que o prepara até aditivos para melhoria de seu desempenho fresco ou endurecido. As propriedades físico-químicas e o desempenho desejável em seus estados fresco e endurecido são discutidas, como abatimento, trabalhabilidade, resistência e porosidade. A determinação do traço, a dosagem, é desenvolvida através de métodos práticos parametrizados e frequentemente ajustados na execução. As diversas etapas da produção do material são entendidas, com as respectivas medidas de qualidade do mesmo. Finalmente, são vistas categorias especiais de concreto com usos específicos.

O livro de materiais de construção I empregado no rastreio foi “Materiais de Construção I”, de Luiz Bauer.

B.22 Materiais de Construção II - CIV238

Materiais de construção II pertence à área de construção da engenharia civil. Ela discorre sobre outras categorias de materiais amplamente usados na construção. As cerâmicas são abordadas desde suas matérias-primas e propriedades destas, abrangendo todo o processo de fabricação e as características desejadas em cada etapa até a formação dos diversos produtos cerâmicos como tijolos, azulejos e telhas. As madeiras são vistas relativamente a suas propriedades físicas, como variação dimensional e umidade, e mecânicas como resistência e dureza. Traz-se também informações sobre sua produção, seja da madeira natural ou da transformada. Este último tipo visa eliminar falhas no desenvolvimento orgânico do produto. Os polímeros, vulgarmente denominados como plásticos, são ministrados mediante sua composição, obtenção e propriedades; fatores que determinam seu uso. Vidros são abordados de maneira parecida em seus tópicos. Tintas e vernizes tratam-se dos materiais empregados na pintura de superfícies previamente preparadas, suas características químicas advindas da composição e usos. Betume é um material viscoso amplamente usado em misturas para pavimentação, com propriedades muito variáveis a depender do tipo. Afinal, estudam-se os metais.

Existem duas classes principais quanto ao uso na construção, relativas à presença ou não de ferro na liga. Ambas são entendidas a partir de seus usos, fabricação e propriedades físicas.

O livro de materiais de construção II empregado no rastreio foi “Materiais de Construção II”, de Luiz Bauer.

B.23 Mecânica dos Solos I - CIV244

Mecânica dos solos é o estudo sistemático do comportamento de partículas sólidas desagregadas provenientes de rochas sob solicitação, através de conhecimentos físico-químicos destes como hidráulica, mecânica e composição.

Mecânica dos solos I pertence à área de geotecnia da engenharia civil e abrange a formação dos solos e suas propriedades básicas. A partir disso, índices físicos deles podem ser definidos, que afetam fortemente seu comportamento. Em especial, a composição química das argilas lhes confere características físicas macroscópicas interessantes. Água nos vazios entre grãos do solo é um assunto muito pertinente pois induz grande alteração de comportamento nos mesmos, como introdução de pressões hidrostáticas que minoram a pressão de contato real entre os grãos de solo. Efeitos de capilaridade também são observados, como a coesão aparente em solos siltsos e arenosos. Aprende-se também a modelar a permeabilidade da água no solo através da lei de Darcy, considerando pressões e velocidades do fluido. Percolação em meios porosos refere-se a passagem da água através destes, regida por leis adaptadas da hidráulica. É possível estabelecer também funções que descrevam o escoamento nestes meios tomando-os como homogêneos e isotrópicos, semelhantes em quaisquer pontos e com propriedades idênticas nas diversas direções, ou não. Redes de fluxo para escoamentos bidimensionais são também mostradas. O princípio das tensões efetivas é a pedra fundamental da mecânica dos solos inteira. Ele determina a relação entre a tensão total e a tensão neutra numa dada cota. Através desta lei explicam-se fenômenos como a ruptura hidráulica de solos e a liquefação de areias através na anulação da tensão efetiva. Adensamento de solos é um tema abordado através dos estudos de Terzaghi, para o caso inicial unidimensional. Ele modela o fenômeno de adensamento através de

uma equação diferencial parcial, cuja solução denota a evolução do recalque no tempo. Faz-se, baseado no ensaio oedométrico, a curva de adensamento característica de um dado solo. Se fornecida em função da tensão efetiva real e do índice de vazios em escala logarítmica, origina retas das quais tiram-se coeficientes como os de compressibilidade. O ponto de mudança de declividade da curva de adensamento define uma importante propriedade classificatória para argilas, a tensão de pré-adensamento. Ainda estudam-se os efeitos do adensamento em superfície, os recalques, para diferentes carregamentos.

O livro de mecânica dos solos I empregado no rastreio foi “Curso Básico de Mecânica dos Solos em 16 Aulas”, de Carlos Pinto.

B.24 Mecânica dos Solos II - CIV245

Mecânica dos solos II pertence à área de geotecnia da engenharia civil. Trata da análise de tensões no solo, principalmente. Ela é originária da mecânica dos sólidos e fornece arcabouço teórico a diversas avaliações do comportamento dos maciços, através de seus planos principais, de estados tridimensionais de pressão e distorção angular. Com tal base, estuda-se a ocorrência de tensões em maciços terrosos induzidas por carregamentos superficiais, por exemplo. Observa-se a distribuição das tensões no solo com atuação do espraiamento, originando curvas isóbaras nas diversas cotas e raios, chamadas bulbo de tensões. Usam-se as tensões principais para descrevê-las, assim como o conceito de trajetórias de tensões. São abordados os ensaios laboratoriais utilizados, como os de compressão e cisalhamento sob diversas condições diferentes de experimentação, principalmente relativos à análise de suas tensões. Também vê-se ensaios expeditos, porém majoritariamente para determinação de outros parâmetros de resistência. Compreende-se a resistência ao cisalhamento das areias através da envoltória de tensões de Mohr-Coulomb, da avaliação do estado crítico de ruptura e da influência dos índices físicos do solo como índice de vazios, tensão de pré-adensamento e de confinamento. Consideram-se as não-linearidades no comportamento da envoltória, como sob baixa tensão confinante e os fatores influentes na liquefação de areias e siltes.

Quanto à resistência das argilas, seu comportamento depende de fatores como sua tensão de pré-adensamento e velocidade de aplicação do carregamento; esta última influenciará diretamente na drenagem e consolidação delas. O que, por sua vez, afeta as tensões suportadas. São determinados também parâmetros como a coesão não-drenada e a sensibilidade. Atenta-se ao processo e métodos de compactação, tratando de seus ensaios e do controle da execução, para atender aos índices determinados na curva de compactação daquele solo sob certa energia aplicada. Relativo ao empuxo de terra, abordam-se os modelos propostos por Rankine e por Coulomb. Este é mais genérico, por considerar atrito com o muro e diferentes angulações do muro e do maciço, por exemplo. Amplia-se a casos onde coexistem várias camadas de solo e sob influência da percolação; além de efeitos da distribuição de tensão no sistema, como as fendas de tração.

O livro de mecânica dos solos II empregado no rastreio foi “Curso Básico de Mecânica dos Solos em 16 Aulas”, de Carlos Pinto.

B.25 Obras de Terra - CIV247

Obra de terra é qualquer atividade de construção onde o material empregado seja proveniente de maciços terrosos. Devido à sua natureza, demanda grande conhecimento do comportamento dinâmico e hidráulico dos solos e de sua interação com estruturas rígidas, quando aplicável.

Obras de terra pertence à área de geotecnia da engenharia civil. Abarca diversas estruturas distintas, dentre elas o muro de arrimo em suas diversas apresentações. Estuda-se sua estabilidade ante diversos parâmetros, como variação do grau de compactação do aterro e da rigidez da peça. Observa-se também a correta drenagem destes dispositivos e as condições em que ocorre sua falha. Cortinas são obras também lineares com função convencional de contenção. Vê-se alguns de seus tipos, como as atirantadas e as ancoradas; juntamente com seu dimensionamento diante das tensões geostáticas atuantes. Métodos de melhoramento de solo, principalmente para subleito, são abordados; sendo os

principais por estabilização química ou granulométrica. Reforço de maciços de solos é estudado através de suas técnicas de intervenção como terra armada, solo grampeado ou reforçado por geossintéticos. Taludes são estudados profundamente, devido à sua grande recorrência, inclusive na determinação da necessidade de obras de terra auxiliares. O principal foco é sua estabilidade, que é até mesmo aumentada por processos de estabilização. Analisam-se as causas de movimentação de terra e seus efeitos sobre as tensões do conjunto sob diversos métodos, como o de Culmann, o de Fellenius e o de Bishop. Por fim, barragens de terra e mistas com fragmentos de rochas são contempladas, com suas funções, classificações e disposições comuns. Aborda-se também as investigações interdisciplinares envolvidas no projeto de implantação da mesma. Analisa-se também a estabilidade destas obras perante fenômenos volúveis gerais, como a erosão, e instrumentação destas estruturas objetivando monitorar e cercear possíveis falhas.

O livro de obras de terra empregado no rastreio foi “Obras de Terra - Curso Básico de Geotecnia”, de Faiçal Massad.

B.26 Pontes I - CIV218

Ponte é a construção viária que interliga diretamente locais em nível separados por algum obstáculo, sejam vales, corpos d'água ou outras vias. Estruturas deste tipo e porte demandam extensivo estudo, haja vista sua grande complexidade devida às cargas móveis a que se sujeita, à hiperestaticidade do conjunto e à distribuição variável das cargas na seção transversal.

Pontes I pertence à área de estruturas da engenharia civil. Ela estuda a evolução desta tipologia construtiva, assim como suas distintas partes. Os diversos sistemas estruturais passíveis de uso também, como treliças, arcos, pórticos e até mesmo diretamente sobre laje. Cita-se também a grande quantidade de parâmetros envolvidos no bom projeto desta estrutura, sejam geotécnicos, topográficos, viários ou hidrológicos; sendo o principal deles o estrutural. Neste, o verdadeiramente

abordado no curso, levanta-se o carregamento que atuará na estrutura; ele é dividido em porções permanentes como o peso próprio e acidentais como sobrecargas, vento e ação dos veículos. Parte importante desta estimativa é definir o carregamento padrão, o veículo-tipo, para o qual se dimensionará a ponte. Inicialmente define-se sua categoria e utiliza-se uma curva especial chamada distribuição transversal de cargas, que estabelece a parcela de carga que é efetivamente resistida por cada uma das vigas da seção transversal em cada posição possível do veículo-tipo. Para isto é necessário definir o comportamento do tabuleiro monoliticamente associado às vigas, se como grelha resistente à torção ou não; e posteriormente, utilizar um método para encontrar a curva correspondente ao arranjo da ponte. Destacam-se os métodos de Homberg, mais preciso e robusto; e de Engesser-Courbon, bastante simplificado. Disso se obtém um novo trem-tipo, agora longitudinal, a se aplicar no eixo da ponte. Novamente, é necessário dispor de uma curva de distribuição de carga para determinar a pior posição para atuação deste, para verificar se a estrutura resiste a esta solicitação. A solução encontrada é a determinação das linhas de influência dos esforços solicitantes, seja manual ou computacionalmente. Devido ao elevado grau de hiperestaticidade destes sistemas, tratamentos analíticos manuais via método das forças são inviáveis; como alternativa existem as tabelas de Georg Anger, para diversas proporções de vãos diferentes. Obtidos os esforços das seções mais solicitadas, parte-se ao dimensionamento das longarinas e das vigas principais. Após isso é possível dimensionar as lajes que apresentam enorme complexidade de determinação para suas superfícies de influência, por serem em suma elementos de placa. Lança-se mão do trabalho de Hubert Rüschi, que fornece em suas tabelas os esforços máximos a que se submete uma laje sob certas condições de apoio carregada com o veículo-tipo. Segue-se para o dimensionamento dos aparelhos de apoio dos mais diversos, desde os fixos em concreto até os móveis rolos metálicos e as chapas elastoméricas. Tratando-se do dimensionamento de pilares, este é executado através das respectivas reações de apoio obtidas pelas linhas de influência de esforços cortantes, acrescido de ações acidentais como impacto lateral, frenagem, vento, aceleração centrífuga e variação de temperatura. Também é possível

dimensionar as fundações com todos estes dados disponíveis. Tabuleiros celulares são uma modalidade especial de sistema estrutural, que mescla o vigamento principal ao tabuleiro, através de vigas compostas por lajes dispostas em formato de caixa. A seção transversal apresenta-se fechada, possuindo grande resistência à torção. Por fim, pontes metálicas e mistas são tratadas, desde seus processos executivos.

Os livros de pontes I empregados no rastreio foram “Pontes e Viadutos em Vigas Mistas”, do Centro Brasileiro da Construção em Aço, “Pontes em Concreto Armado I” e “Pontes em Concreto Armado II”, ambos de Walter Pfeil.

B.27 Resistência dos Materiais I - CIV105

Resistência dos materiais é o estudo sistemático dos corpos sólidos deformáveis sob solicitação de cargas. É conhecimento de importância majoritária no dimensionamento de peças componentes de estruturas.

Resistência dos materiais I pertence à área de estruturas da engenharia civil. Ela expõe inicialmente os conceitos básicos e o desenvolvimento dessa ciência. Citam-se as diversas organizações das peças estruturais, os sistemas. Aborda-se a resultante das forças geradas internamente por cargas externas e suas relações mútuas. Passa-se ao estudo das distribuições internas de esforços e tensões, juntamente com seus limites máximos. Correlato está o conceito de deformação, condizente com sua terminologia: alteração de forma; dada como uma razão da sua variação pela medida inicial. Relacionando as diversas deformações encontra-se o coeficiente de Poisson, definido pela razão da deformação radial pela longitudinal. A análise do comportamento conjunto sob ação de cargas é dado pelo gráfico de tensão por deformação e indica uma fase linear elástica, modelada pela lei de Hooke, e outra plástica. Tração e compressão são esforços internos de mesma natureza, sendo axiais, porém com sentidos opostos. Para estes, vê-se sua obtenção em sistemas estaticamente determinados ou não. Trata-se também de um resultado de álgebra linear aplicável ao sistema, denominado princípio de

superposição dos efeitos, que garante certa proporcionalidade às respostas da estrutura. Considera-se também a forma como a variação de temperatura afeta estas peças. Estuda-se também o cisalhamento puro, esforço com existência única de forças cortantes ou torção. Mostra-se o teorema de Cauchy, que demonstra que as tensões cisalhantes correspondentes são iguais em módulo, porém opostas. Aplica-se também a lei de Hooke ao cisalhamento. Fala-se do esforço de torção, iniciando por seus efeitos em eixos circulares. Propriedades integrantes como momento de inércia polar são definidos. A atuação da torção em eixos estaticamente indeterminados e em barras de seções genéricas é ensinada. O fenômeno de flexão é avaliado em algumas variações como na forma pura, simples e oblíqua, além da composição de esforços com a tração e a compressão. Outrossim, trabalha-se com barras formadas por vários materiais. Calculam-se os deslocamentos ocorridos a vigas flexionadas considerando ou não o esforço cortante, através da equação da linha elástica. Finalmente, a flambagem é considerada através da avaliação de cargas críticas em sistemas de barras sob compressão, excêntrica ou não.

O livro de resistência dos materiais I empregado no rastreio foi “Mecânica dos Materiais”, de Ferdinand Beer *et al.*

B.28 Resistência dos Materiais II - CIV106

Resistência dos materiais II pertence à área de estruturas da engenharia civil. Ela trata da análise aprofundada de tensões e deformações. Apresentam-se os conceitos de meio contínuo e de componentes de tensão nos planos. Definem-se os tensores, matrizes generalizadas, de deformação e de tensão. Condições de contorno dos elementos e de equilíbrio destes também são tratadas. Mudam-se as expressões que relacionam as deformações internas aos deslocamentos externos reais. Tensor deviatório de tensões é o tensor resultante da diferença entre o tensor real do estado e o hidrostático, com todas as componentes de tensão normal idênticas. Juntamente com o uso do círculo de Mohr, são determinadas as tensões e deformações principais e os planos que atuam. Inicia-se com isso o entendimento da teoria da elasticidade, com a apresentação de seu problema básico de determinar as

tensões, deformações e deslocamentos aos quais se sujeitam os corpos quando carregados; dispendo-se de equações de equilíbrio, compatibilidade e constitutivas do material. Observa-se a simplificação para problemas planos e a determinação da função de tensão de Airy, que encontra estas tensões diretamente através do carregamento atuante e vice-versa. A energia existente em processos de deformação é trabalhada pela abordagem dos teoremas de Castigliano, que a relaciona com o deslocamento do corpo. Mostra-se também o teorema de Betti-Maxwell, que relaciona deslocamentos e esforços externos de diferentes magnitudes entre si. Com estes, é possível determinar o efeito de cargas aplicadas dinamicamente, com velocidade e impacto. Voltando-se ao dimensionamento, aprendem-se critérios de limitação da resistência, como das máximas tensões, o de Mohr-Coulomb e o de energia de distorção. Seções de paredes finas são vistas principalmente com relação à torção, com parâmetros importantes como a localização do centro de cisalhamento e a distribuição das tensões cisalhantes na seção. Por fim, introduzem-se noções de plasticidade, materiais elasto-plásticos e seu comportamento, e momentos geradores de rótulas plásticas em vigas.

O livro de resistência dos materiais II empregado no rastreio foi “Mecânica dos Materiais”, de Ferdinand Beer *et al.*

B.29 Saneamento - CIV227

Saneamento é o conjunto de ações que visam o cerceamento de condições propícias à doença. Proporciona saúde e higiene a uma certa população. Envolve, geralmente, áreas como tratamento e abastecimento de água potável, drenagem urbana, coleta e tratamento de esgotos e gerenciamento de resíduos sólidos.

Saneamento pertence à área de hidrotecnia da engenharia civil. Apresenta as relações entre a saúde pública e os procedimentos de saneamento, assim como a situação nacional. Aspectos relativos ao abastecimento de água são abordados, desde características até dimensionamento das peças. Parâmetros físico-químicos e biológicos de qualidade da água assim como a categorização do consumo são

entendidos. Os processos práticos do abastecimento são destrinchados, como a captação, a adução e o tratamento da água bruta. Esta última em suas diversas etapas, desde a coagulação até a desinfecção. Reservação e distribuição de água tratada são vistas, com o dimensionamento de suas partes. Os sistemas de esgoto são aprendidos, desde métodos mais limitados como os tanques sépticos até os mais robustos como redes públicas de coleta e seus componentes. Cita-se alguns meios de tratamento de esgotos sanitários, como lagoas de estabilização e processos biológicos. Por fim, passam-se conceitos de gestão de resíduos sólidos.

Os livros de saneamento empregados no rastreio foram “Técnica de Abastecimento e Tratamento de Água I”, de Benedito Pereira *et al.*, “Técnica de Abastecimento e Tratamento de Água II”, de José de Azevedo Netto *et al.*, e “Coleta e Tratamento de Esgoto Sanitário”, de Pedro Além Sobrinho e Milton Tsutiya.

B.30 Sistemas Estruturais - CIV203

Sistema estrutural é um arranjo de corpos sólidos organizados em peças de tal maneira que suportem cargas aplicadas exteriormente sobre eles. Influencia todo o comportamento da estrutura e seu dimensionamento.

Sistemas estruturais pertence à área de estruturas da engenharia civil. Ela tange aspectos iniciais como o conceito, características e classificações das estruturas. Sobre a estática destas, aborda-se as condições de apoio, os graus de liberdade existentes e categorizações quanto à estabilidade e estaticidade destes sistemas. Aprofunda-se nos diferentes tipos de sistemas: reticulados, em casca e em blocos; sendo as categorias genéricas uni, bi e tridimensionais respectivamente. Discute-se principalmente sobre os reticulados, elementos em barras prismáticas no geral, devido à frequência de uso e maior simplicidade ante os outros sistemas. E destes os reticulados planares, cujos elementos são todos pertencentes a um mesmo plano. Destacam-se as vigas, cabos, pórticos, arcos, treliças, grelhas e colunas. Introduce-se o cálculo dos esforços internos, através das equações de equilíbrio e da determinação das reações de apoio. Foca-se nas vigas isostáticas para aplicação

destes conceitos e também fornecimento de alguns novos como as equações fundamentais da estática; estas relacionam os esforços internos ao carregamento externo e à confecção de diagramas de esforços internos, gráficos que representam estes efeitos em cada ponto da estrutura sob ação de um dado carregamento. Vigas inclinadas e do tipo Gerber são apresentadas. Após, determinação de características relevantes das seções planas dos elementos reticulados são vistas, como momentos estáticos e de inércia, centros de gravidade e centróides. Transferência direta destas propriedades entre sistemas de referência são possibilitados por teoremas como o dos eixos paralelos, e aplicados na obtenção dos eixos de inércia principais. Por fim, aspectos de segurança nas estruturas e ações atuantes são ministrados. O método das tensões admissíveis e seu respectivo coeficiente de segurança associado são explanados, mesmo em desuso. Foi substituído por um que considera a atuação conjunta das ações estatisticamente, para daí aplicá-las na estrutura; enquanto que o anterior calculava o pior caso e trabalhava com ele. Este último é denominado método dos estados limites.

Os livros de sistemas estruturais empregados no rastreo foram “Mecânica para Engenharia”, de Russell Hibbeler, e “Mecânica dos Materiais”, de Ferdinand Beer *et al.*

B.31 Superestruturas de Rodovias e Aeroportos - CIV260

Superestrutura é o conjunto de elementos ou sistemas de uma construção utilizados diretamente por seus usuários. Em transportes, como exemplo, vias e estações de passageiros ou cargas são exemplos de superestruturas.

Superestruturas de rodovias e aeroportos pertence à área de transportes da engenharia civil. Ela fala da classificação existente para as diversas superestruturas de transporte e volta-se às homônimas. Inicialmente, observa-se os termos da área e as camadas de um pavimento rodoviário, com seus materiais componentes, especificações e equipamentos utilizados para execução. Classificam-se e distinguem-se os pavimentos conforme seu comportamento mecânico entre flexíveis

e rígidos. Traçam-se as vantagens de cada um além de seções transversais de vias sob cada tipo. Introduzem-se as diferentes vias presentes em um aeroporto e as distinções encontradas entre os pavimentos de um aeroporto e uma rodovia, como carga por roda, distribuição e intensidade de tráfego e geometria da via. Parte importante é a do projeto geotécnico de pavimentos, que abrange desde prospecção e sondagem do subleito até avaliação de possíveis jazidas de material de aterro ou para as camadas. Realizam-se diversas etapas de ensaios e estudos nesta área, que são afetados pelo custo ao calcular as distâncias de transporte da jazida ao canteiro. Estudam-se os seus principais materiais constituintes dos pavimentos flexíveis como os agregados, os ligantes betuminosos, os revestimentos e as adições, quando previstas; suas caracterizações, empregos e execução, juntamente a seus equipamentos especiais. O dimensionamento de pavimentos flexíveis é feito baseado em métodos como os do CBR e do DNER, considerando cada camada, a intensidade do tráfego e o uso de ábacos. O dimensionamento de pavimentos rígidos segue metodologias como a de Pickett e Ray. Consideram-se fatores como a carga por roda e o número de repetições, o recalque proveniente do subleito, fadiga e as tensões tracionais na flexão. Para estes pavimentos rígidos ainda é necessário prever juntas entre as diversas placas, como de dilatação e construtivas, além de barras específicas de transmissão de esforços entre estas. Por fim, especificações de obras de drenagem são ministradas, devido à enorme relevância deste projeto ao correto e seguro funcionamento das vias.

Os livros de superestruturas de rodovias e aeroportos empregados no rastreio foram “Manual de Técnicas de Pavimentação I”, de Wlastermiler de Senço, “Pavimentação Asfáltica”, de Liedi Bernucci *et al.*, e “Manual de Pavimentos Rígidos - DNIT”, do Departamento Nacional de Infraestrutura de Transportes.

B.32 Teoria das Estruturas I - CIV208

Teoria das estruturas é a parcela da análise estrutural que se ocupa do estudo físico-estático dos sistemas estruturais, determinando analiticamente a resposta do conjunto a solicitações externas. Resulta em leis e métodos para obtenção de

esforços internos, reações de apoio e deslocamentos baseando-se no formato do corpo e nos carregamentos atuantes.

Teoria das estruturas I pertence à área de estruturas da engenharia civil. Trata da definição da análise estrutural como determinação de parâmetros relevantes do comportamento do sistema isostático e sua importância em projetos. Com esta consciência, inicia-se o estudo de diversos tipos de pórticos simples como os engastados e livres, os biapoiados, os triarticulados e os articulados com escora. Avaliam-se a determinação de reações de apoio e esforços internos solicitantes, além da representação destes através de diagramas. Faz-se o mesmo com quadros compostos, com o adicional de aprenderem-se processos de decomposição destes. Arcos são expostos em suas especificidades e o triarticulado recebe foco especial, como resolução por viga de substituição e determinação da linha de pressões para dado carregamento. Pórticos espaciais são introduzidos e comentados também. Treliças são abordadas, com sua classificação e métodos de resolução principais como o de equilíbrio dos nós e o das seções de Ritter. O método da viga de substituição é agora aplicado a treliças de altura constante, a depender da quantidade de diagonais no painel. Treliças complexas, com modos de criação distintos dos tratados, e composição das simplesmente formadas são definidos e detalhados. Estudam-se as grelhas e sua resolução, em especial, as vigas-balcão. Definem-se as linhas de influência e conceitos relacionados como trens-tipo. Dá-se instruções sobre a determinação gráfica e analítica desta propriedade, como também da envoltória de esforços, em sistemas de vigas e treliçados. Por fim, apresentam-se metodologias de cálculo dos deslocamentos em estruturas, incluindo a da dupla integração e a do princípio dos trabalhos virtuais. Para este último, é necessário considerar as tensões atuantes no sistema para encontrar os deslocamentos relativos a variações de temperatura, recalques de apoio e carregamentos externos.

Os livros de teoria das estruturas I empregados no rastreo foram “Curso de Análise Estrutural I” e “Curso de Análise Estrutural II”, ambos de José Carlos Sussekind.

B.33 Teoria das Estruturas II - CIV209

Teoria das estruturas II pertence à área de estruturas da engenharia civil e discorre sobre arranjos hiperestáticos. Aborda desde os tipos de estruturas formadas por elementos lineares até a relação existente entre deformações, deslocamentos e carregamentos. Vê-se as condições de equilíbrio e compatibilidade respeitadas pelas estruturas e a manifestação de hiperestaticidade do conjunto através de indeterminações estáticas e cinemáticas, respectivamente dependentes dessas condições. Ensina-se o método das forças para análise de sistemas hiperestáticos. Ele baseia-se na aplicação do princípio dos trabalhos virtuais em sistemas estruturais isostáticos derivados do hiperestático original, onde as condições de compatibilidade são consideradas somente ao final do método. Aplicável a qualquer composição de ações como gradientes de temperatura, recalques de apoio e carregamentos externos. Através dele é também possível a determinação dos deslocamentos a que se submete a estrutura, sendo somente necessário a aplicação do princípio dos trabalhos virtuais ao sistema estaticamente solucionado. O teorema de Luigi Menabrea é um resultado da avaliação de energia interna de deformação, proveniente do teorema de Castigliano, que é extensamente utilizado na aplicação deste método. O método dos deslocamentos constitui um sistema auxiliar derivado do hiperestático original que apresenta as condições de compatibilidade saciadas, porém não as de equilíbrio. Introduzem-se conceitos como deslocabilidade, rigidez e momentos de engastamento. O método consiste em criar o sistema hipergeométrico auxiliar mais simples necessário, separar os distintos elementos e analisá-los através de resultados tabelados advindos da aplicação do método das forças a vigas solitárias submetidas a carregamentos ou deslocamentos lineares e angulares unitários. Vêem-se nuances específicas a carregamentos genéricos de estruturas com e sem deslocabilidades externas. Consideram-se sistemas formados por barras de inércia variável e até infinitamente rígidas; e ainda o efeito do esforço normal sobre os resultados do método. Por último, o processo de Cross é derivado do método da rigidez e utiliza-se de coeficientes para

determinação dos momentos fletores solicitantes. É útil a estruturas com ou sem deslocabilidades externas. Por fim, a determinação das mais diversas linhas de influência dos efeitos elásticos de estruturas hiperestáticas tanto através do processo de Cross quanto de sua base, o método das forças, é perpassada pelo ensino das etapas de cálculo e de obtenção do traçado.

Os livros de teoria das estruturas II empregados no rastreio foram “Curso de Análise Estrutural II” e “Curso de Análise Estrutural III”, ambos de José Carlos Sussekind.

B.34 Topografia e Desenho Topográfico - ARQ204

Topografia é o sistemático estudo dos métodos para medida, descrição e representação da superfície terrestre localmente. Para áreas mais extensas, efeitos referentes à curvatura do geóide terrestre passam a interferir e a geodésica passa a ser mais adequada.

Topografia e desenho topográfico pertence à área de construção da engenharia civil e abrange genericamente os princípios científicos referentes, os tipos de trabalho a se executar, as cartas representativas e algumas concessões que se fazem como considerar regionalmente a Terra plana. Alguns instrumentos também são previamente apresentados pelo frequente e importante uso, como níveis de bolha e bússolas. O funcionamento do nível é muito simples e deve-se a fatores como a atuação gravitacional, a densidade e a capilaridade do líquido. A bússola é mais robusta e demanda entendimento das variações do magnetismo terrestre dispostas em cartas isogônicas e sua correção na determinação do rumo e do azimute. A declinação magnética é tratada também. Medida direta das distâncias também é executada como método simples, com determinação do alongamento e percurso; comenta-se dos erros e correções cabíveis às estimativas. Medidas indiretas são aplicáveis com a utilização de instrumentos como distanciômetros através da taqueometria, que é o estudo das maneiras de execução rápida de medidas indiretas. Explana-se sobre a execução de medidas angulares, em

diferentes direções; de ângulos azimutais, relativos ao norte e zenitais, relativos à vertical. Explica-se um dos instrumentos mais versáteis nesta determinação: o teodolito, com suas partes componentes como lunetas e limbos. Mostram-se as condições corretas de utilização do aparelho além do tratamento das medidas e correção dos erros. Daí, passa-se ao levantamento planimétrico, seus métodos e a execução de cada um deles. Faz-se também triangulação e calculam-se as cadernetas com os dados e também os erros e seu tratamento, sejam angulares ou de alinhamento. Aprende-se a transferir coordenadas entre pontos a partir do azimute e a determinar áreas de terrenos através de poligonais, passando até a formas perimetrais quaisquer. Vê-se acerca de altimetria, passando alguns referenciais como o nível do mar e definição de datum; além de conceitos fundamentais como altitude e cota, alturas correlatas respectivamente aos referenciais dados. Diferentes modalidades de nivelamento topográfico são abordadas como o geométrico, o barométrico, o trigonométrico e o de segunda ordem. Em todos se fornecem os procedimentos executáveis, os instrumentos utilizados e os erros associados. Abordagem especial faz-se com topografia em ambientes subterrâneos devido às singularidades apresentadas pelo local, que demandam alteração e até mesmo inversão de alguns parâmetros como níveis e azimutes, além do uso de aparelhos diferentes para execução dos levantamentos. Executa-se um tratamento mais rigoroso das expressões utilizadas nos levantamentos, de forma a tornar mais sólidos os conhecimentos absorvidos. Dão-se noções para execução expedita de levantamentos, para obtenção mais veloz de dados. Finalmente, ensina-se a locar figuras como pontos e retas, a partir de coordenadas conhecidas, o que é essencial à execução de qualquer obra civil.

O livro de topografia e desenho topográfico empregado no rastreo foi “Topografia Aplicada à Engenharia Civil”, de Alberto Borges.