



UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO  
ESCOLA DE MINAS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE MINAS



IMPLEMENTAÇÃO DE UM MODELO DE OTIMIZAÇÃO PARA REDUZIR DESVIOS  
ENTRE VALORES PLANEJADO E REALIZADO EM UM PLANO OPERACIONAL DE  
LAVRA SEMANAL COM METAS NÃO ATENDIDAS

**MARIA CLARA DE OLIVEIRA FERNANDES**

OURO PRETO - MG  
Setembro de 2024

**MARIA CLARA DE OLIVEIRA FERNANDES**

IMPLEMENTAÇÃO DE UM MODELO DE OTIMIZAÇÃO PARA REDUZIR DESVIOS ENTRE  
VALORES PLANEJADO E REALIZADO EM UM PLANO OPERACIONAL DE LAVRA SEMANAL  
COM METAS NÃO ATENDIDAS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Engenharia de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Minas. **Área de concentração:** Lavra de Minas / Planejamento de Lavra  
**Orientador:** Prof. Dr. Elton Destro  
(*DEMIN/EM/UFOP*)

OURO PRETO - MG  
Setembro de 2024

SISBIN - SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO

F363i Fernandes, Maria Clara de Oliveira.  
Implementação de um modelo de otimização para reduzir os desvios entre valores planejado e realizado em um plano operacional de lavra semanal com metas não atingidas. [manuscrito] / Maria Clara de Oliveira Fernandes. - 2024.  
50 f.: il.: color., tab..

Orientador: Prof. Dr. Elton Destro.  
Monografia (Bacharelado). Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de Minas. Graduação em Engenharia de Minas .

1. Mineração a céu aberto. 2. Planejamento de lavra. 3. Pesquisa operacional. 4. Programação linear. I. Destro, Elton. II. Universidade Federal de Ouro Preto. III. Título.

CDU 622.271:519.852



## FOLHA DE APROVAÇÃO

### Autor

Maria Clara de Oliveira Fernandes

### Título

Implementação de um modelo de otimização para reduzir desvios entre valores planejado e realizado em um plano operacional de lavra semanal com metas não atendidas

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Minas.

Aprovada em 02 de setembro de 2024.

### Membros da banca

Prof. Dr. Elton Destro - Orientador (UFOP - Universidade Federal de Ouro Preto)

Prof. Dr. Ivo Eyer Cabral (UFOP - Universidade Federal de Ouro Preto)

Eng<sup>o</sup>. de Minas Luiz Felipe Mattozinhos de Faria (Deswik)

Elton Destro, orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito na Biblioteca Digital de Trabalhos de Conclusão de Curso da UFOP em 25/09/2024.



Documento assinado eletronicamente por **Elton Destro, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 25/09/2024, às 14:04, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [http://sei.ufop.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **0783692** e o código CRC **27689786**.

## **AGRADECIMENTOS**

Em primeiro lugar, agradeço a Deus por me conceder saúde e benção para chegar até aqui.

À minha mãe, Maria Aparecida, e ao meu pai, José Alberto, vocês são tudo para mim. E à toda minha família que sempre torceram por mim.

À República Hipnose por ter se tornado meu lar e ser minha segunda família em Ouro Preto, vocês são parte fundamental no caminho.

Aos meus amigos, Higor, Daniela, Antônio e Lucas pelo apoio ao longo de toda graduação, ter conhecido vocês foram um presente que levarei para toda vida.

Ao professor Elton Destro, meu orientador, por todo apoio, confiança, incentivo, contribuição e conhecimento transmitido.

À Universidade Federal de Ouro Preto e à Escola de Minas, pelo ensino público de qualidade. Em especial ao Departamento de Engenharia de Minas.

## RESUMO

A Pesquisa Operacional é uma área da engenharia que utiliza modelos matemáticos, estatísticos e de otimização para resolver problemas complexos relacionados à tomada de decisões. Na indústria da mineração, a pesquisa operacional desempenha um papel crucial ao oferecer ferramentas para otimizar processos, minimizando custos, aumentando a produtividade e reduzindo as incertezas envolvidas na extração de minérios. Um dos métodos fundamentais da Pesquisa Operacional é a Programação Linear, uma abordagem matemática que busca encontrar a melhor solução (solução ótima) para obter um determinado resultado. É frequentemente aplicada para resolver problemas de otimização nos quais se busca maximizar ou minimizar uma função linear - como maximizar a produção em uma determinada frente de lavra - considerando as restrições e capacidade dos recursos disponíveis. No presente trabalho, foi desenvolvido um modelo de otimização utilizando programação linear inteira mista para auxiliar no planejamento semanal de produção de uma mina a céu aberto. O modelo determina o número de viagens dos caminhões em cada frente de lavra a serem realizadas no último dia (sétimo dia) de produção. Para isso, o modelo considera uma alocação dinâmica dos caminhões para as frentes de lavra e uma alocação fixa (em relação ao sexto dia de produção) para os equipamentos de carga. Isto se deve ao fato de que a realocação dos equipamentos de carga pode agravar questões relacionadas à produção, visto que demandam uma logística mais complexa para sua movimentação dentro da mina, afetando, diretamente, a eficiência operacional da mina. A finalidade é garantir que as metas não alcançadas nos seis primeiros dias sejam “compensadas” (atingidas) no sétimo dia, de modo a satisfazer a produção e os teores estabelecidos pela usina na programação semanal. Para a implementação prática deste modelo, foi utilizado a ferramenta computacional Solver do *software* Excel, que permitiu a implementação do modelo de programação linear utilizado na resolução do problema proposto. Através dessa abordagem, buscou-se melhorar a eficiência operacional da mina, assegurando o cumprimento das metas estabelecidas e o alcance de padrões de qualidade na produção semanal.

**Palavras-chave:** Mina a céu aberto, Planejamento operacional de lavra, Pesquisa operacional, Otimização, Programação linear

## ABSTRACT

Operations Research is a field of engineering that employs mathematical, statistical, and optimization models to solve complex decision-making problems. In the mining industry, Operations Research plays a crucial role by providing tools to optimize processes, minimize costs, increase productivity, and reduce uncertainties in ore extraction. One of the fundamental methods in OR is Linear Programming, a mathematical approach aimed at finding the best (optimal) solution to achieve a desired outcome. It is often applied to solve optimization problems that seek to maximize or minimize a linear function—such as maximizing production in a specific mining front—while considering resource constraints and capacities. In this study, a mixed-integer linear optimization model was developed to assist in the weekly production planning of an open-pit mine. The model determines the number of truck trips for each mining front to be completed on the final (seventh) day of production. To achieve this, the model considers dynamic allocation of trucks to the mining fronts and fixed allocation (based on the sixth day of production) for loading equipment. This fixed allocation is due to the fact that reallocating the loading equipment could exacerbate production challenges, as their movement requires more complex logistics within the mine, directly affecting the mine's operational efficiency. The goal is to ensure that unmet production targets from the first six days are "compensated" (achieved) on the seventh day, satisfying both the production volume and ore quality required by the processing plant as part of the weekly plan. The practical implementation of this model was carried out using Excel's Solver tool, which allowed for the incorporation of the linear programming model in solving the proposed problem. Through this approach, the aim was to improve the operational efficiency of the mine, ensuring the achievement of production targets and maintaining quality standards in weekly output.

**Keywords:** Open pit mine, Operational mine planning, Operational research, Optimization, Linear programming

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Modelo <i>versus</i> Realidade. ....	14
Figura 2: Fluxo de abordagem para problemas de programação linear. ....	15
Figura 3: Dados de entrada para o modelo em % (Mín = mínimo e Máx = máximo). ....	30
Figura 4: Dados de entrada do modelo: variáveis de decisão, restrições, função objetivo e outros parâmetros estabelecidos no cenário. ....	31
Figura 5: Implementação do modelo no Solver.....	32
Figura 6: Restrições de produção por equipamento de carga.....	33
Figura 7: Adição da restrição Frentes = 0. ....	33
Figura 8: Soma dos dados relativos à produção e cálculo dos teores (parâmetros químicos) e porcentagem (faixa granulométrica).....	34
Figura 9: Restrição relacionada à meta de produção.....	34
Figura 10: Tabela onde serão mostrados o número de viagens de cada caminhão (variável de decisão) e o tempo gasto para realizar as viagens (coluna T <sub>máx</sub> Cam em min) calculado em função do tempo de ciclo total de cada viagem.....	35
Figura 11: Restrição relacionada ao tempo operacional máximo dos caminhões.....	35
Figura 12: Arredondamento do número de viagens para o inteiro mais próximo.....	36
Figura 13: Cálculo dos teores e porcentagem dos parâmetros de controle da qualidade considerando N <sub>jk</sub> como números reais (coluna Cal n_real) e inteiros (coluna Caln_int).....	37
Figura 14: Solver encontra solução para o modelo .....	37
Figura 15: Dados adicionados. ....	38
Figura 16: Adição da nova variável de decisão U <sub>k</sub> e outras restrições.....	39
Figura 17: Solver encontra solução para o modelo .....	40
Figura 18: Resultado do modelo considerando a maximização da produção na Frente 05. ....	41
Figura 19: Resultado do segundo cenário (minimização do número de caminhões em operação). ....	44



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Limites estabelecidos pela Usina de Tratamento de Minérios. ....	24
Tabela 2: Parâmetros de controle da qualidade da mistura nas frentes de lavra. ....	25
Tabela 3: Metas de produção (em t). ....	25
Tabela 4: Produção por equipamento de carga (em t). ....	25
Tabela 5: Tempo de Ciclo dos caminhões (min). ....	26
Tabela 6: Características operacionais dos caminhões. ....	26
Tabela 7: Número de viagens por frente de lavra. ....	26
Tabela 8: Produção por frente de lavra (em t). ....	27
Tabela 9: Parâmetros de controle da qualidade da mistura para os seis primeiros dias de produção. ....	27
Tabela 10: Limites estabelecidos pela Usina - Mín (%) e Máx (%) - e solução encontrada (Cal n_real (%) = valores calculados considerando o número de viagens como uma variável real). ....	42
Tabela 11: Limites estabelecidos pela Usina (colunas Mín e Máx) e solução encontrada com a implementação do modelo de otimização (Cal n_real (%) e Cal n_int (%) indicam valores calculados considerando $N_{jk}$ como uma variável real e inteira, respectivamente). ....	43
Tabela 12: Quantidade de viagens por frente ....	43
Tabela 13: Limites estabelecidos pela Usina (colunas Mín e Máx) e solução encontrada com a implementação do modelo de otimização (Cal n_real (%) e Cal n_int (%) indicam valores calculados considerando $N_{jk}$ como uma variável real e inteira, respectivamente). ....	45
Tabela 14: Quantidade de viagens por frente de lavra operacional. ....	46

## SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO .....	11
2. OBJETIVOS.....	13
2.1.    Objetivo Geral .....	13
2.2.    Objetivos Específicos .....	13
3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	14
3.1.    Pesquisa Operacional .....	14
<i>PESQUISA OPERACIONAL APLICADA À MINERAÇÃO</i> .....	16
3.2.    Processo de tomada de decisão .....	17
3.3.    Problema da Mistura de Minérios .....	17
3.4.    Programação Linear .....	18
3.5.    Operações Unitárias .....	19
3.5.1. Tempo de Ciclo .....	21
3.5.2. Carga útil .....	21
3.5.3. Indicadores de desempenho.....	21
4. MATERIAIS E MÉTODOS .....	24
4.1.    Definição do cenário .....	24
4.2.    Definição do problema .....	26
4.3.    Modelo de otimização (Programação Linear).....	28
4.4.    Implementação do modelo .....	30
4.5.    Formulação de um novo cenário (Programação Linear Inteira Mista) .....	37
5. RESULTADOS E DISCUSSÃO .....	41
6. CONCLUSÕES.....	47
SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	48
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	49

## 1. INTRODUÇÃO

O planejamento de lavra é uma etapa crucial na operação de uma mina a céu aberto, responsável por definir as estratégias de extração de minério de maneira eficiente e segura. No entanto, a tomada de decisões no curto prazo pode ser um desafio, uma vez que as informações disponíveis são limitadas e as condições operacionais podem mudar rapidamente. O setor da mineração está em constante busca pelo cenário ideal que possa proporcionar a redução de custos e o aumento da produção mantendo a qualidade do minério. Essa demanda do mercado tem impulsionado o desenvolvimento de novas tecnologias para serem utilizadas na mineração.

A Pesquisa Operacional (PO) é uma área da engenharia que utiliza modelos matemáticos, estatísticos e de otimização para resolver problemas complexos relacionados à tomada de decisões. Na engenharia de minas, a pesquisa operacional tem uma grande importância, pois ajuda a otimizar processos, reduzir custos, aumentar a produtividade e minimizar os riscos envolvidos na extração de minérios (MILAGRES, 2019).

Por meio da pesquisa operacional, é possível modelar diversas etapas do processo produtivo, desde a exploração da jazida até o beneficiamento do minério, e identificar os gargalos e pontos críticos que afetam a eficiência da operação. Dessa forma, a PO é uma ferramenta valiosa que permite engenheiros tomarem decisões embasadas em análises quantitativas e reduzindo a incerteza associada à tomada de decisão (MILAGRES, 2019).

A metodologia de pesquisa operacional é usada para resolver problemas matemáticos classificados como determinísticos ou probabilísticos, dependendo do nível de incerteza existente entre as variáveis. Na programação, busca-se a melhor utilização dos recursos por meio de equações lineares para a modelagem do problema, sendo o objetivo uma função linear chamada de “função objetivo” (NETO, 2020).

A integração da pesquisa operacional com sistemas de gerenciamento de minas facilita o monitoramento contínuo das atividades e a identificação de áreas que necessitam de melhorias. Essa integração permite uma visão de maneira integrada da operação, possibilitando a implementação de estratégias mais assertivas e a rápida adaptação a mudanças nas condições de operação. Com isso, a pesquisa operacional torna-se um componente essencial na busca por operações de mineração mais eficientes e sustentáveis, alinhando-se às demandas econômicas e ambientais contemporâneas.

Contudo, o não cumprimento das metas operacionais pode representar um grande desafio para a mineração. Quando as metas de produção e qualidade não são alcançadas, podem ocorrer impactos significativos na rentabilidade e na viabilidade econômica das operações. A pesquisa operacional pode ajudar a propor os ajustes necessários para garantir que as metas sejam atingidas. Isso inclui a avaliação de variáveis operacionais, a eficiência dos equipamentos e a alocação de recursos, visando sempre a melhoria contínua do processo produtivo. Dessa forma, a PO torna-se uma ferramenta indispensável para assegurar que as operações minerárias atinjam seus objetivos de maneira eficaz e sustentável.

Atualmente, constata-se uma escassez na implementação de procedimentos operacionais que utilizam modelos de otimização para o planejamento de lavra de curto prazo na mineração. Diante disso, o presente trabalho pretende oferecer uma contribuição ao setor, apresentando um modelo de otimização destinado a auxiliar no planejamento operacional de lavra que permita avaliar e realocar a frota de equipamentos de transporte a fim de atender às metas de produção e qualidade previamente estabelecidas. Para atingir esse propósito, o modelo foi implementado na ferramenta computacional Solver do *software* Excel.

## **2. OBJETIVOS**

### **2.1. Objetivo Geral**

Desenvolver um modelo de programação linear inteira mista para o planejamento operacional de lavra diário de mina a céu aberto, utilizando um modelo de otimização para encontrar cenários que consideram as metas de produção e parâmetros de controle da qualidade da mistura de minérios.

### **2.2. Objetivos Específicos**

- i) Realizar uma revisão bibliográfica que aborda técnicas relacionadas ao problema de planejamento operacional de lavra em minas a céu aberto;
- ii) Desenvolver um modelo de otimização usando a programação linear inteira mista para auxiliar no atendimento às metas estabelecidas para uma produção semanal de uma mina a céu aberto, determinando o número de viagens dos caminhões em cada frente de lavra para o último dia de produção e “compensar” (atender), desta forma, metas de produção e qualidade semanais não alcançadas nos seis primeiros dias;
- iii) Implementar o modelo no Solver do *software* Excel;
- iv) Contribuir para aumentar a divulgação da metodologia utilizada para o planejamento operacional de lavra no setor da mineração.

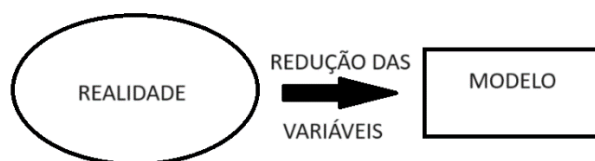
### 3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

#### 3.1. Pesquisa Operacional

A Pesquisa Operacional (PO) é uma ciência que emprega técnicas matemáticas e ferramentas quantitativas para auxiliar as organizações na tomada de decisões baseadas em dados reais e modelos precisos. Surgiu durante a Segunda Guerra Mundial para resolver problemas logísticos e estratégicos das operações militares e posteriormente se estendeu a outras áreas como as empresas e o governo. Com a evolução da computação, a PO avançou, permitindo a solução rápida e eficiente de cálculos complexos (MILAGRES, 2019).

A PO auxilia os gestores a tomar decisões identificando os objetivos, as variáveis de decisão e as limitações dos problemas. O objetivo é criar modelos matemáticos que representem problemas reais e encontrar soluções ótimas, permitindo a análise, teste e avaliação de alternativas de decisão antes da implementação. Esse processo inicia com a coleta de dados relevantes reais, seguida pela construção de um modelo matemático preciso como mostra esquematizado na Figura 1 (PINTO, 2002). Depois, é obtida uma solução matemática e são realizados experimentos para validá-la. Os resultados são implantados e monitorados para aprimorar o modelo.

Figura 1: Modelo *versus* Realidade.

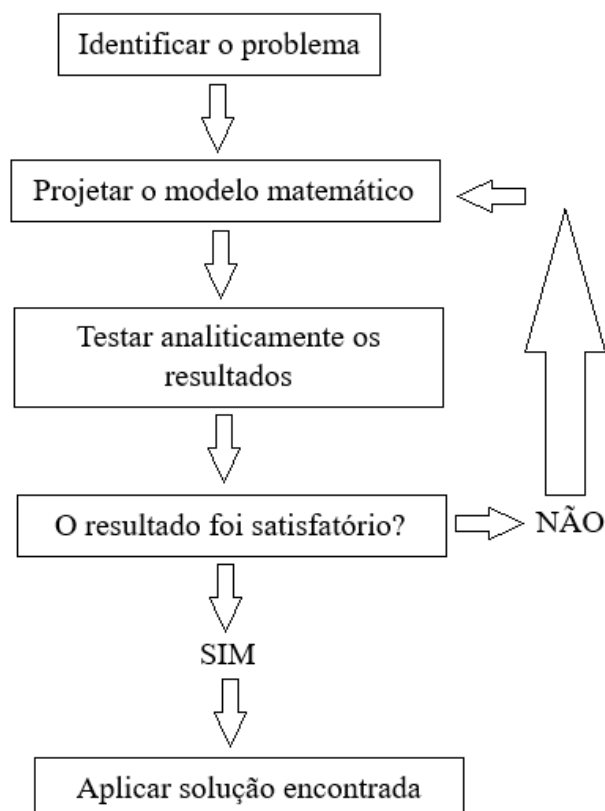


Fonte: adaptado de PINTO, 2002.

Bronson (1995) afirma que a modelagem em pesquisa operacional deve conter a grandeza aprimorada para a função objetivo, as restrições e limitações do ambiente, as variáveis de decisão, os parâmetros e as condições implícitas dos valores. A função objetivo e as restrições são expressas matematicamente como funções e equações/desigualdades, respectivamente. O modelo matemático visa encontrar valores para as variáveis de decisão que maximizem ou minimizem a função objetivo, sujeita às restrições determinadas (HILLIER, 2013).

Segundo Virgillito (2017), para resolver problemas é necessário ter uma abordagem lógica e estruturada que permita o desenvolvimento das etapas até a sua solução, o que envolve tempo e dinheiro. Conforme mostra a Figura 2, identificar o problema é o primeiro passo da abordagem, porém pode ser difícil, pois as situações reais são complexas e cheias de variáveis. É comum que as pessoas envolvidas no processo tendem a resolver o problema com base em sua formação acadêmica ou técnica, o que pode agravar a situação. A formulação matemática é a fase crítica que pressupõe conhecimentos específicos do analista e informações superficiais podem significar prejuízos financeiros, irreparáveis. Além disso, após toda a fase de formulação é necessário fazer testes e verificações e se os resultados forem satisfeitos e os objetivos alcançados, a formulação será colocada em prática. Caso contrário, toda a fase de projetar o modelo matemático deve ser analisada.

Figura 2: Fluxo de abordagem para problemas de programação linear.



Fonte: VIRGILLITO, 2017.

Para Carvalho (2003), os modelos matemáticos podem variar de acordo com o problema, os objetivos dos gestores, a relação entre as variáveis e o nível de incerteza do ambiente. Essa variação leva à divisão dos modelos em dois tipos: modelos de simulação e

modelos de otimização. Os modelos de simulação permitem a geração e análise de alternativas antes da implementação, por meio de uma representação da realidade e testes de cenários futuros possíveis. Já os modelos de otimização visam projetar uma única alternativa de decisão, considerada como solução ótima, com base em um critério de otimização estabelecido pelo responsável. Os modelos de Programação Linear, que serão abordados posteriormente, pertencem à categoria de modelos de otimização.

### ***PESQUISA OPERACIONAL APLICADA À MINERAÇÃO***

A Pesquisa Operacional tem sido aplicada à mineração desde a década de 1960 a fim de otimizar processos e reduzir custos, segundo Amaral e Pinto (2010). Entre as áreas mais comuns de aplicação na mineração estão a blendagem de minérios e o planejamento operacional de lavra. A blendagem é um processo que busca determinar a quantidade ótima da composição do produto mineral levando em consideração a qualidade do produto e como o planejamento operacional de lavra aloca os equipamentos de carga dentro da mineradora, considerando as frentes de retirada do minério.

As formulações matemáticas permitem chegar em soluções viáveis para esses processos com menor tempo, gerando oportunidades de tomada de decisão ao planejador e possibilitando a minimização de custos. Autores como Pantuza *et al.* (2019), destacam a importância da substituição do método de tentativa e erro utilizado por muitas empresas para o planejamento e controle da produção, por metodologias de pesquisa operacional. Isso porque essas metodologias possibilitam várias soluções viáveis em um menor tempo, gerando oportunidade de tomada de decisão ao planejador.

As aplicações dessa ciência na indústria mineral tem sido, em sua maioria, uma aprimoração de modelos anteriores. Logo, ela tem se mostrado uma ferramenta importante para otimizar os processos na indústria mineral, reduzindo custos e melhorando a qualidade do produto. No entanto, ainda há espaço para avanços teóricos e práticos na aplicação da Pesquisa Operacional nesse setor.



### **3.2. Processo de tomada de decisão**

A pesquisa operacional usa uma série de técnicas e metodologias para ajudar os gestores a avaliarem diferentes opções e tomar as melhores decisões antes de implementá-las na situação específica.

Para Bispo e Cazarini (1998), o mundo mudou e se tornou mais complexo, o que afetou o processo de tomada de decisão. As empresas também passaram por mudanças significativas, com maior competição e exigências, tornando o processo decisório mais complexo. A utilização de ferramentas computacionais se tornou essencial para auxiliar os gerentes a enfrentarem os desafios atuais e municiar com informações que sejam relevantes. Tomar decisões é fundamental diante de problemas com mais de uma alternativa de solução, mesmo que essa alternativa seja a de tomar ou não uma ação.

A tomada de decisão é um processo fundamental para qualquer organização que busca atingir seus objetivos e metas. Ela envolve a identificação de problemas ou oportunidades, avaliação de alternativas e escolha da melhor linha de ação para alcançar os resultados desejados. Problemas podem surgir quando a situação atual difere do cenário desejado, enquanto oportunidades podem ser aproveitadas para ultrapassar os objetivos e metas previamente estabelecidos. É importante que os gestores utilizem ferramentas e técnicas de análise de decisões, como a Pesquisa Operacional, para reduzir a incerteza e aumentar a probabilidade de sucesso na tomada de decisão (LACHTERMACHER, 2004).

Para alcançar resultados positivos no futuro, é essencial que os gestores acompanhem de perto o processo de tomada de decisão e o desenvolvam de forma eficaz. É uma responsabilidade complexa, e muitos gestores recorrem à Pesquisa Operacional como uma ferramenta que pode diminuir a probabilidade de erros e incertezas e facilitar a identificação das soluções ideais para os problemas em questão.

### **3.3. Problema da Mistura de Minérios**

O problema da mistura de minérios visa determinar a proporção ideal de cada frente ou pilha a ser misturada, a fim de atender às exigências do cliente para o produto. Cada tipo de minério possui características distintas, como custo de lavra, teor de elementos químicos e percentual em determinada granulometria, o que torna necessário estabelecer o ritmo de lavra

de cada frente para que a mistura resulte em um produto de qualidade e com baixo custo. Contudo, podem ocorrer desvios em relação às metas de produção e qualidade, o que implica em ajustes para atender os parâmetros de controle especificados. Vale ressaltar que a mistura de minérios é diferente da homogeneização, onde busca-se uniformizar as características de todo o minério. A pesquisa operacional é uma ferramenta útil para solucionar o problema da mistura de minérios, tendo a programação linear como uma das técnicas mais utilizadas e bem-sucedidas (COSTA, 2005).

### 3.4. Programação Linear

Programação Linear, também conhecida como PL, é uma técnica de otimização que busca a melhor combinação das variáveis, a solução ótima para o problema em questão. Esse método presume uma relação linear entre as características do problema, representando-as por meio de uma série de equações lineares. A etapa de modelagem matemática consiste em traduzir as características do problema para a linguagem matemática, construindo um modelo que represente a situação a ser estudada e resolvida. Geralmente, a programação linear é utilizada para minimizar custos ou maximizar lucros e faturamentos, embora não seja aplicada diretamente para esses fatores. É uma técnica comum em organizações que buscam otimizar seus processos e resultados (RODRIGUES, *et. al.* 2014).

As formulações de programação linear (Equações 1 a 6) possuem um formato padrão e pode ser utilizada para problemas de maximização e minimização descrito por Pinto (2002), como:

$$\text{Máx ou Mín } Z = \sum_{j=1}^n (C_j X_j) \quad \text{Eq. 1}$$

Sendo,

Z = valor a ser otimizado;

Máx Z = maximizar o valor Z;

Mín Z = minimizar o valor Z;

$X_j$  = variáveis de decisão;

$C_j$  = coeficientes que indicam a contribuição de cada variável  $X_i$  na função objetivo.

A formulação está sujeita às restrições:

$$a_{1j}x_1 + a_{2j}x_2 + \dots + a_{ij}x_n \leq b_1 \quad \text{Eq. 02}$$

$$a_{2j}x_2 + a_{2j}x_2 + \dots + a_{ij}x_n \leq b_2 \quad \text{Eq. 03}$$

... ..

$$b_1 + b_2 + \dots + b_n \leq b_m \quad \text{Eq. 04}$$

Em que,

$a_{ij}$  = coeficientes das variáveis de restrição;

$b_n$  = limite da restrição.

Há restrição de não negatividade das variáveis, onde:

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0 \quad \text{Eq. 05}$$

$$b_1 \geq 0, b_2 \geq 0, \dots, b_n \geq 0 \quad \text{Eq. 06}$$

Tem-se que,  $a_1..a_n$  representam os coeficientes das equações que descrevem o problema, como valor e custo. Os valores de  $b_1..b_n$  representam as restrições do problema. Para a mineração podem-se citar como restrições qualidade, produção, alocação de equipamentos, quantidade de equipamentos, fluxo de material, tudo a depender de cada realidade.

Após a modelagem de um problema é necessário encontrar a solução ótima. *O Microsoft Excel* oferece aos seus usuários um recurso chamado Solver, que permite a resolução de problemas matemáticos envolvendo programação linear, não-linear e inteira. Este recurso é muito útil para otimizar problemas matemáticos e as informações relevantes, como as variáveis, restrições e a função objetivo do problema, são armazenadas nas células da planilha do Excel (PINTO, 2002).

### 3.5. Operações Unitárias

De acordo com Curi (2017), a lavra de uma mina deve ser executada por meio de operações e serviços relacionados entre si, com o objetivo final de extrair o minério da maneira mais eficiente, rentável e segura. As operações de lavra consistem, basicamente, em um

conjunto de quatro etapas executadas em ciclo, sendo elas perfuração, desmonte, carregamento e transporte (HARTMAN e MUTMASKY, 2002).

Neste trabalho, o foco será nas duas últimas etapas das operações unitárias: o carregamento e transporte. O carregamento e transporte na mineração são processos essenciais que envolvem a movimentação eficiente de materiais dentro de uma operação mineira, desde a extração até o processamento. Essas atividades desempenham um papel crucial devido à sua complexidade e impactam diretamente a rentabilidade, segurança e sustentabilidade das operações.

As operações mineiras envolvendo carregamento e transporte podem contar com equipamentos diversos, dependendo do tamanho do empreendimento e das questões logísticas e de dimensionamento, principalmente aquelas relacionadas ao dimensionamento de frota feito no projeto inicial da mina juntamente com o que é vivenciado diariamente na mina.

O processo de carregamento na mineração refere-se à transferência do material, seja ele minério ou estéril, de uma frente de trabalho para um equipamento de transporte, como caminhões ou esteiras. Os equipamentos de carregamento podem ser as pás carregadeiras e escavadeiras de arrasto, a cabo e hidráulicas (HARTMANN e MUTMANSKY, 2002).

Após o carregamento, os equipamentos de transporte são responsáveis por movimentar o material extraído para as áreas de descarga, como unidades de processamento, pilhas etc. O transporte pode ser feito principalmente por caminhões, esteiras transportadoras, trens, entre outros. A escolha do método de transporte depende das distâncias envolvidas e condições do terreno.

Segundo Amaral e Pinto (2010), a frota de carregadeiras e a frota de caminhões na mineração devem operar de maneira compatível, garantindo que o número de ciclos de carregamento necessários para atingir a capacidade máxima do equipamento de transporte seja um número inteiro. Além disso, essa compatibilidade também deve considerar o tamanho dos equipamentos. Essa abordagem otimiza a utilização de ambas as máquinas, promovendo eficiência operacional e reduzindo o tempo de inatividade. Essa sequência de operações é essencial para manter a produtividade e a fluidez das operações minerárias, otimizando o uso de equipamentos e recursos e garantindo que o material seja movido de forma eficiente e segura dentro da mina.

### **3.5.1. Tempo de Ciclo**

O tempo de ciclo se refere ao tempo total necessário para que um equipamento complete um ciclo de operação. O ciclo de um equipamento de carga na mineração envolve o preenchimento da concha na frente de trabalho, o transporte do material até o caminhão ou outro meio de transporte, o esvaziamento da concha na caçamba do caminhão, e o retorno ao ponto de carregamento para iniciar um novo ciclo (MARTINS, 2022).

O ciclo de um equipamento de transporte na mineração começa com o enchimento de sua caçamba na frente de trabalho, seguido pelo transporte do material até o ponto de descarga, onde ocorre o descarregamento. Após o descarregamento, o caminhão retorna ao ponto inicial para iniciar um novo ciclo de carregamento. É importante ressaltar que o tempo de deslocamento dos equipamentos de transporte varia dependendo se estão carregados ou descarregados (SILVA, 2011).

### **3.5.2. Carga útil**

A carga útil dos equipamentos refere-se à capacidade máxima de material que podem carregar ou transportar de maneira eficiente. Essas medidas são essenciais pois têm um impacto direto na produtividade e nos custos operacionais. A capacidade é geralmente quantificada em toneladas métricas e varia conforme o modelo e o tamanho do equipamento. Essa capacidade desempenha um papel fundamental no planejamento logístico, influenciando decisões relacionadas às rotas, distâncias de transporte e eficiência operacional.

### **3.5.3. Indicadores de desempenho**

Os indicadores na mineração são métricas quantitativas e qualitativas utilizadas para monitorar e avaliar vários aspectos das operações de mineração. Eles são ferramentas fundamentais para medir o desempenho operacional, econômico, ambiental e de segurança em uma mina. Esses indicadores fornecem dados objetivos que permitem às empresas mineradoras tomarem decisões informadas e estratégicas, visando melhorar a eficiência, reduzir custos, aumentar a produtividade e garantir a sustentabilidade das operações (ANDRADE, 2021).

Esses indicadores são cruciais para que gestores e engenheiros monitorem o desempenho da mina, identifiquem oportunidades de melhoria e tomem decisões estratégicas,

com o objetivo de maximizar a eficiência e a rentabilidade das operações de mineração. Neste trabalho, vamos abordar a disponibilidade física e a utilização física dos equipamentos.

Para Silva (2011), a disponibilidade física (calculada pela Equação 7) refere-se à proporção de tempo em que um equipamento está operacional e disponível para uso em comparação com o tempo total planejado. Ela leva em consideração o tempo de inatividade devido a manutenção programada e não programada, reparos e outros fatores que podem tirar o equipamento de operação.

$$DF = \frac{HD - HR}{HD} \quad \text{Eq. 07}$$

Em que,

DF = disponibilidade física que representa a percentagem do tempo que o equipamento fica à disposição do órgão operacional para a produção;

HD = horas disponíveis calculadas por ano, na base dos turnos previstos, já levando em conta a disponibilidade mecânica e/ou elétrica;

HR = horas de reparos, incluindo a falta de peças no estoque ou falta de equipamentos auxiliares.

Já a utilização física, para Silva (2011) é relacionada às horas disponíveis do equipamento, mede-se o quanto um equipamento está sendo usado em relação ao seu tempo disponível, sendo calculada pela Equação 8. Diferente da disponibilidade física, que foca na capacidade de o equipamento estar operacional, a utilização física avalia a eficiência com que o equipamento é usado durante o tempo em que está disponível.

$$UF = \frac{HT}{HD - HR} \quad \text{Eq. 08}$$

Sendo,

UT = utilização física;

HT = horas totais efetivamente trabalhadas;

HD = horas disponíveis calculadas por ano, na base dos turnos previstos, já levando em conta a disponibilidade mecânica e/ou elétrica;

HR = horas de reparos, incluindo a falta de peças no estoque ou falta de equipamentos auxiliares.

A eficiência do processo é fundamental para o sucesso operacional de um empreendimento. Minimizar o tempo dos equipamentos parados, reduzir o consumo de combustível e garantir a segurança são aspectos essenciais. Além disso, estratégias avançadas de planejamento e monitoramento são utilizadas para maximizar a utilização dos recursos disponíveis, melhorar a produtividade e minimizar os impactos ambientais.

## 4. MATERIAIS E MÉTODOS

Nesta seção é apresentado um modelo de programação linear de curto prazo para solucionar problemas de programação diária de lavra a partir de metas não atendidas nos seis primeiros dias de uma programação semanal.

### 4.1. Definição do cenário

O modelo foi implementado considerando um cenário com oito frentes de lavra. Ele considera limites mínimos e máximos (em porcentagem) dos parâmetros de controle da qualidade da mistura especificados pela Usina de Tratamento de Minérios e os valores destes parâmetros nas frentes de lavra disponíveis. Levou-se em consideração uma produção diária de 60.000t ou uma produção semanal de 420.000t. O cenário proposto apresenta uma frota com 14 equipamentos de transporte e 3 equipamentos de carga, não apresentando variações nos modelos dos equipamentos (frotas homogêneas). Ainda, foi levado em conta o tempo de ciclo dos caminhões de acordo com a frente de lavra.

Os limites mínimos (Mín) e máximos (Máx) estabelecidos para cada parâmetro de controle da qualidade da mistura (Fe, SiO<sub>2</sub>, P, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, Mn e -100#) estão apresentados, em porcentagem, na Tabela 1.

Tabela 1: Limites estabelecidos pela Usina de Tratamento de Minérios.

	Mín (%)	Máx (%)
Fe	52	57
SiO <sub>2</sub>	12	13,5
P	0,041	0,046
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	1,22	1,46
Mn	0,050	0,078
-100#	23	26

Os mesmos parâmetros de controle referentes às oito frentes de lavra estão apresentados, em porcentagem, na Tabela 2.



Tabela 2: Parâmetros de controle da qualidade da mistura nas frentes de lavra.

	Frente 01	Frente 02	Frente 03	Frente 04	Frente 05	Frente 06	Frente 07	Frente 08
Fe	57,41	53,36	55,15	55,7	48,3	55,19	50,58	52,02
SiO <sub>2</sub>	12,21	11,76	10,92	11,24	12,42	14,5	13,65	13,27
P	0,045	0,036	0,071	0,049	0,045	0,034	0,049	0,048
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	1,38	1,03	1,45	1,49	1,17	0,89	1,38	1,02
Mn	0,052	0,072	0,064	0,039	0,059	0,033	0,057	0,068
-100#	25	23	26	28	24	21	22	26

As metas de produção, para o cenário proposto, são apresentadas na Tabela 3.

Tabela 3: Metas de produção (em t).

Produção Semanal	420.000
Produção Diária	60.000
Produção Diária Mínima	54.000
Produção Diária Máxima	72.000

As metas de produção, mínima e máxima, dos equipamentos de carga são mostradas na Tabela 4.

Tabela 4: Produção por equipamento de carga (em t).

Produção Mínima	18.000
Produção Máxima	24.000

O tempo de ciclo médio, em minutos, de cada frente de lavra até o destino do ROM (*Run Of Mine*) é mostrado na Tabela 5. Foram utilizados tempos diferentes para cada uma das oito frentes de lavra.

Tabela 5: Tempo de Ciclo dos caminhões (min).

Frentes	01	02	03	04	05	06	07	08
Tempo (min)	22	19	25	17	20	23	25	18

Na Tabela 6, podem-se ver as características operacionais dos equipamentos de transporte.

Tabela 6: Características operacionais dos caminhões.

Carga útil (t)	91
Utilização física (%)	85

#### 4.2. Definição do problema

Após a apresentação do cenário, é necessário definir o problema a ser resolvido pelo modelo de programação matemática. É fundamental conhecer os gargalos e o processo que se pretende otimizar, a fim de se obter um resultado que faça sentido com a realidade trabalhada.

O modelo utilizado considera um planejamento semanal que deve cumprir as metas de qualidade e produção já estabelecidas no item 4.1 e que leva em consideração os equipamentos de carga e transporte disponíveis. Utilizou-se um cenário de plano de lavra realizado nos seis primeiros dias de operação da mina conforme apresentado na Tabela 7, cujos dados mostram o número de viagens realizadas pelos equipamentos de transporte em cada frente de lavra.

Tabela 7: Número de viagens por frente de lavra.

Frentes	01	02	03	04	05	06	07	08
Viagens (N)	1143	0	0	1484	1264	0	0	0

Neste modelo, considera-se que os equipamentos de transporte terão uma alocação dinâmica, enquanto os equipamentos de carga terão a mesma alocação dos seis primeiros dias

de operação. Assim, no planejamento operacional do sétimo dia, os equipamentos de carga foram alocados nas frentes 01, 04 e 05.

Com os dados da Tabela 6 (capacidade dos caminhões de 91 toneladas) e os dados apresentados na Tabela 7 (número de viagens realizadas às frentes de lavra operacionais) foi possível calcular a produção e a qualidade alcançadas nos seis primeiros dias de operação. Os resultados relacionados à produção estão apresentados na Tabela 8.

Tabela 8: Produção por frente de lavra (em t).

Frentes	01	04	05	Total
Viagens (n)	1143	1484	1264	3891
Produção (t)	104.013	135.044	115.024	354.081

A produção total dos seis primeiros dias operacionais totaliza 354.081 t. De acordo com a Tabela 3, nota-se uma produção abaixo da meta para este período.

Os resultados relacionados aos parâmetros de controle da qualidade da mistura para o período de seis dias são mostrados na Tabela 9.

Tabela 9: Parâmetros de controle da qualidade da mistura para os seis primeiros dias de produção.

	Planejado (%)	Realizado (%)
Fe	52,0 – 57,0	53,80
SiO <sub>2</sub>	12,0 – 13,5	11,90
P	0,041 – 0,046	0,047
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	1,22 – 1,46	1,35
Mn	0,050 – 0,078	0,049
-100#	23,0 – 26,0	25,82

Comparando os dados da Tabela 9 com os da Tabela 1, nota-se que as metas estabelecidas para os teores de SiO<sub>2</sub>, P e Mn ficaram fora das especificações estabelecidas pela usina. Para solucionar o problema do não atendimento das metas tanto de produção quanto de

qualidade, muito comum nas minerações, foi desenvolvido e implementado um modelo de programação matemática para o sétimo dia de produção (último dia do plano semanal).

### 4.3. Modelo de otimização (Programação Linear)

Um modelo de otimização linear é uma ferramenta matemática utilizada para resolver problemas em que o objetivo é maximizar ou minimizar uma função linear, sujeita a um conjunto de restrições lineares. O modelo estudado neste trabalho é uma formulação linear, pois, as variáveis relevantes adotam um comportamento linear. Os Dados de entrada, Variáveis de decisão, Função objetivo e Restrições utilizadas neste modelo são:

#### Dados de entrada:

L = Conjunto das frentes de lavra;

Q = Conjunto dos parâmetros de controle da qualidade da mistura;

C = Conjunto de caminhões;

LP = Conjunto das frentes de lavra onde há equipamentos de carga alocados na produção semanal;

LNP = Conjunto das frentes de lavra onde não há equipamentos de carga alocados na produção semanal;

PDM = Produção diária máxima (t);

PDN = Produção diária mínima (t);

PSP = Produção semanal planejada (t);

PSR = Produção semanal realizada até o 6º dia (t);

$t_{ji}$  = Teor (ou porcentagem) dos parâmetros de controle da qualidade i na frente de lavra j (%);

$t_{ni}$  = Teor (ou porcentagem) mínimo na mistura de minérios do parâmetro de controle i (%);

$t_{mi}$  = Teor (ou porcentagem) máximo na mistura de minérios do parâmetro de controle i (%);

$TC_{kj}$  = Tempo de ciclo do caminhão k para a frente de lavra j;

DM = Número máximo de minutos em um dia (24h x 60min);

Utilização = Taxa de Utilização dos equipamentos de transporte (85% ou 0,85).

**Variáveis de decisão:**

$X_j$  = Produção na frente de lavra  $j$  (em t);

$N_{kj}$  = Número de viagens do caminhão  $k$  na frente de lavra  $j$ .

**Função objetivo:**

FO = Máx  $X_5$  ( $X_5$  = produção na frente de lavra 05, escolhida por ser a frente com o menor teor de Fe)

**Sujeito à (Restrições):**

$$\sum_{j \in LP} t_{ji} \times X_j - (t_{ni} \times \sum_{j \in LP} X_j) \geq 0 \quad \forall i \in Q$$

$$\sum_{j \in LP} t_{ji} \times X_j - (t_{mi} \times \sum_{j \in LP} X_j) \leq 0 \quad \forall i \in Q$$

$$\sum_{j \in LP} X_j \geq 18.000$$

$$\sum_{j \in LP} X_j \leq 24.000$$

$$\sum_{j \in LP} X_j \geq PDN$$

$$\sum_{j \in LP} X_j \leq PDM$$

$$\sum_{j \in LNP} X_j = 0$$

$$\sum_{j \in LP} X_j \geq PSP - PSR$$

$$N_{kj} \geq 0 \quad \forall j \in L, k \in C$$

$$\sum_{j \in LP} N_{kj} \times TC_{kj} \leq DM \times Utilização \quad \forall k \in C$$

$$X_j \geq 0 \quad \forall j \in L$$

#### 4.4. Implementação do modelo

Para implementação do modelo de programação matemática, foi utilizado o suplemento Solver disponível no Excel. O Solver é uma ferramenta que lida com um conjunto de células chamadas variáveis de decisão. Seu objetivo é ajustar os valores nessas células variáveis de decisão para atender aos limites impostos pelas células de restrição e obter o resultado desejado para a célula objetivo.

A partir da definição do problema, das variáveis relevantes (variáveis de decisão), função objetivo e restrições estabelecidas nos itens anteriores, os dados de entrada foram digitados na planilha do Excel. As Figuras 3 a 13 apresentam a implementação do modelo proposto no Excel.

Na Figura 3 são apresentados os dados de entrada estabelecidos no cenário: em (1) estão os valores dos parâmetros de controle da qualidade nas frentes de lavra e, em (2), os limites mínimo e máximo estabelecidos pela usina de tratamento de minérios para estes parâmetros de qualidade.

Figura 3: Dados de entrada para o modelo em % (Mín = mínimo e Máx = máximo).

PROBLEMA DE MISTURA DE MINÉRIO - PMM								
<b>1 Teores médio das frentes de lavra</b>								
Parâmetro	Frente 01	Frente 02	Frente 03	Frente 04	Frente 05	Frente 06	Frente 07	Frente 08
Fe	57.41	53.36	55.15	55.7	48.3	55.19	50.58	52.02
SiO2	12.21	11.76	10.92	11.24	12.52	14.5	13.65	13.27
P	0.045	0.036	0.071	0.049	0.045	0.034	0.049	0.048
Al2O3	1.38	1.03	1.45	1.49	1.17	0.89	1.38	1.02
Mn	0.052	0.072	0.064	0.039	0.059	0.033	0.057	0.068
-100#	25	23	26	28	24	21	22	26
<b>2 Limites estabelecidos - Usina</b>								
	Mín (%)	Máx (%)						
Fe	52	57						
SiO2	12.0	13.5						
P	0.041	0.046						
Al2O3	1.22	1.46						
Mn	0.050	0.078						
-100#	23	26						

Na sequência, foram adicionados ao Excel os parâmetros que definem o cenário estabelecido no item 4.1. Além disso, foi definido o local onde serão calculadas as variáveis de decisão  $X(t)$ , descrita no item 4.3. Também foram adicionadas as primeiras restrições relacionadas à produção e qualidade as quais foram descritas no mesmo item. Por fim, a

definição do local onde será mostrado o valor da função objetivo. Essas informações são apresentadas na Figura 4.

Figura 4: Dados de entrada do modelo: variáveis de decisão, restrições, função objetivo e outros parâmetros estabelecidos no cenário.

PROBLEMA DE MISTURA DE MINÉRIO - PMM									
Teores médio das frentes de lavra									
Parâmetro	Frente 01	Frente 02	Frente 03	Frente 04	Frente 05	Frente 06	Frente 07	Frente 08	Total
Fe	57.41	53.36	55.15	55.7	48.3	55.19	50.58	52.02	
SiO2	12.21	11.76	10.92	11.24	12.52	14.5	13.65	13.27	
P	0.045	0.036	0.071	0.049	0.045	0.034	0.049	0.048	
Al2O3	1.38	1.03	1.45	1.49	1.17	0.89	1.38	1.02	
Mn	0.052	0.072	0.064	0.039	0.059	0.033	0.057	0.068	
-100#	25	23	26	28	24	21	22	26	
X(t)									

Limites estabelecidos - Usina	
	Mín (%) Máx (%)
Fe	52 57
SiO2	12.0 13.5
P	0.041 0.046
Al2O3	1.22 1.46
Mn	0.050 0.078
-100#	23 26

Metas de Produção (t)	
Produção Semanal	420.000
Diaária	60.000
Mínima	54.000
Máxima	72.000
Meta de Produção	65.919

Tempo de Ciclo dos caminhões (min)								
	Frente 01	Frente 02	Frente 03	Frente 04	Frente 05	Frente 06	Frente 07	Frente 08
Tempo (min)	22	19	25	17	20	23	25	18

Quantidade a ser lavrada (t/dia)	
Mínima	324.000
Máxima	432.000

Equipamentos de Carga	
Quantidade	3

Produção dos Eq de Carga (t/dia)	
Mínima	18.000
Máxima	24.000

Utilização (%)	
Caminhão	85
Un. Real (min/dia)	1224

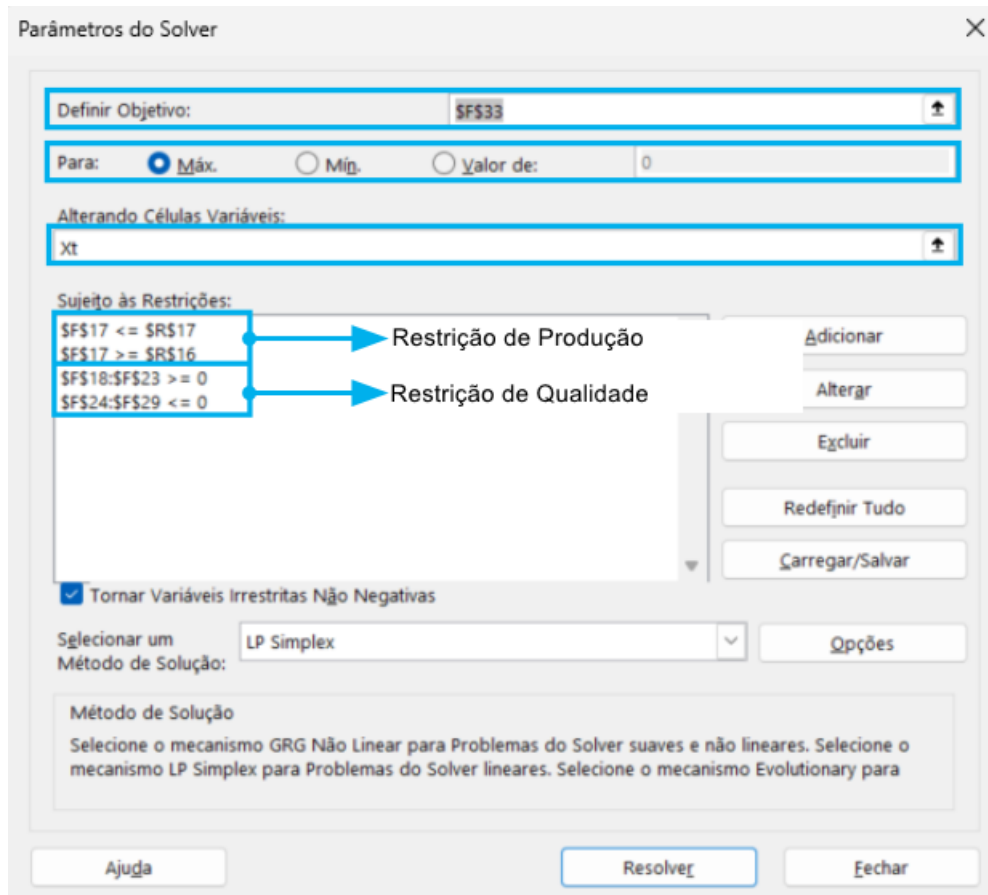
Restrição	Sujeito à
Quantidade	
Teor Mín de Fe	
Teor Mín de SiO2	
Teor Mín de P	
Teor Mín de Al2O3	
Teor Mín de Mn	
Mín de -100#	
Teor Máx de Fe	
Teor Máx de SiO2	
Teor Máx de P	
Teor Máx de Al2O3	
Teor Máx de Mn	
Máx de -100#	

Função Objetivo	
FO (t)	

Após estabelecer essas informações no Excel, o modelo de programação proposto foi implementado na janela Parâmetros do Solver. Na Figura 5, é apresentado os parâmetros de entrada do Solver. Em **Definir Objetivo**, foi estabelecida a célula do Excel que contém a função objetivo. Em **Para**, foi possível indicar que se trata de um problema de maximização. Em **Alterando Células Variáveis**, foram selecionadas as células com as variáveis de decisão X(t). **Sujeito às Restrições** contém as restrições utilizadas no modelo. Na Figura 5, podem ser vistas as células com as restrições de quantidade e qualidade. Por se tratar de um modelo de programação linear, foi escolhido o método *LP Simplex* para resolvê-lo.

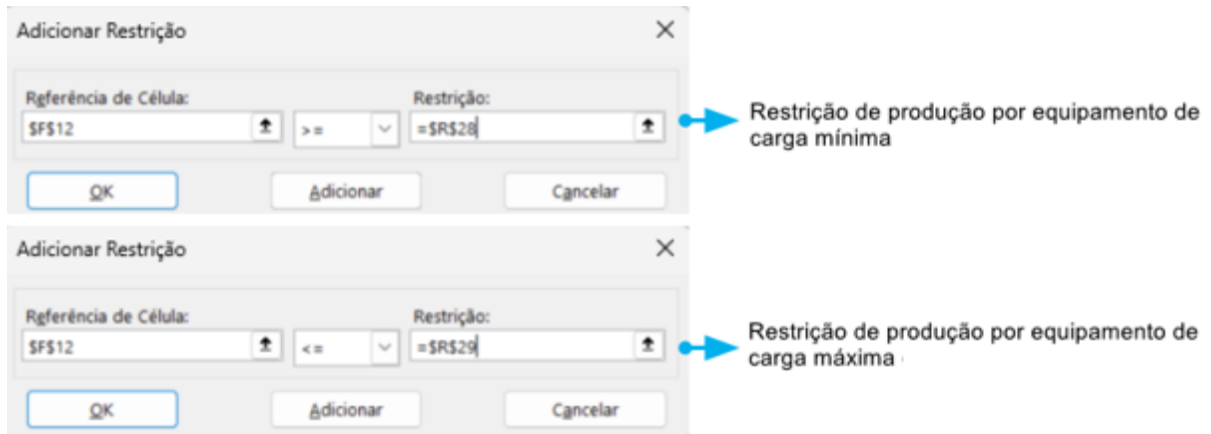
Figura 5: Implementação do modelo no Solver.



Em seguida, foram inseridas as restrições relacionadas às produções mínima e máxima nas Frentes 01, 04 e 05, conforme descrito no item 4.3. Devido à limitação no número de equipamentos de carga (que possuem alocação estática), esses equipamentos não foram realocados para outras frentes. É importante lembrar que, considerando um cenário realista, todos os três equipamentos de carga estarão em operação, o que justifica a sua alocação nas três frentes de lavra.



Figura 6: Restrições de produção por equipamento de carga.



Além das restrições de produção para os equipamentos de carga alocados nas Frentes 01, 04 e 05, foi incluída, no modelo, a restrição para as frentes de lavra que não terão produção, conforme descrito no item 4.3. Assim, foi adicionada uma nova restrição, denominada Frentes = 0. A Figura 7 apresenta essa nova restrição adicionada ao modelo.

Figura 7: Adição da restrição Frentes = 0.

Teores médio das frentes de lavra								
Parâmetro	Frente 01	Frente 02	Frente 03	Frente 04	Frente 05	Frente 06	Frente 07	Frente 08
Fe	57.41	53.36	55.15	55.7	48.3	55.19	50.58	52.02
SiO2	12.21	11.76	10.92	11.24	12.52	14.5	13.65	13.27
P	0.045	0.036	0.071	0.049	0.045	0.034	0.049	0.048
Al2O3	1.38	1.03	1.45	1.49	1.17	0.89	1.38	1.02
Mn	0.052	0.072	0.064	0.039	0.059	0.033	0.057	0.068
-100#	25	23	26	28	24	21	22	26
Total								

Limites estabelecidos - Usina		
	Mín (%)	Máx (%)
Fe	52	57
SiO2	12.0	13.5
P	0.041	0.046
Al2O3	1.22	1.46
Mn	0.050	0.078
-100#	23	28

Tempo de Ciclo dos caminhões (min)								
	Frente 01	Frente 02	Frente 03	Frente 04	Frente 05	Frente 06	Frente 07	Frente 08
Diária	22	19	25	17	20	23	25	18

Metas de Produção (t)	
Produção Semanal	420,000
Diária	60,000
Mínima	54,000
Máxima	72,000
Meta de Produção	65,919

Quantidade a ser lavrada (6 dias)	
Mínima	324,000
Máxima	432,000

Equipamentos de Carga	
Quantidade	3

Produção dos Eq de Carga (t/dia)	
Mínima	18,000
Máxima	24,000

Utilização (%)	
Cumulado	85
Util. Real (min/dia)	1224

Restrição	
Restrição	Sujeito a
Quantidade	
Teor Mín de Fe	
Teor Mín de SiO2	
Teor Mín de P	
Teor Mín de Al2O3	
Teor Mín de Mn	
Mín de -100#	
Teor Máx de Fe	
Teor Máx de SiO2	
Teor Máx de P	
Teor Máx de Al2O3	
Teor Máx de Mn	
Máx de -100#	
Frentes = 0	0

Função Objetivo	
FO (t)	24000

Para considerar a produção nos seis primeiros dias de lavra, foi necessário adicionar uma linha com a massa lavrada durante esses dias e outra linha somando o que será realizado no sétimo dia com o que já foi lavrado nos seis primeiros dias. Além disso, foi criada uma tabela para calcular os teores e porcentagem resultantes dessa soma das massas dos seis primeiros dias com aquela que será lavrada no sétimo dia, conforme apresentado na Figura 8.

Figura 8: Soma dos dados relativos à produção e cálculo dos teores (parâmetros químicos) e porcentagem (faixa granulométrica).

PROBLEMA DE MISTURA DE MINÉRIO - PMM										
Teores médio das frentes de lavra										
Parâmetro	Frente 01	Frente 02	Frente 03	Frente 04	Frente 05	Frente 06	Frente 07	Frente 08	Total	
Fe	57.41	53.36	55.15	55.7	48.3	55.19	50.58	52.02		
SiO2	12.21	11.76	10.92	11.24	12.52	14.5	13.65	13.27		
P	0.045	0.036	0.071	0.049	0.045	0.034	0.049	0.048		
Al2O3	1.38	1.03	1.45	1.49	1.17	0.89	1.38	1.02		
Mn	0.052	0.072	0.064	0.039	0.059	0.033	0.057	0.068		
-100#	25	23	26	28	24	21	22	26	Total	
X(i)									0	
Dados de Entrada	104013	135044		115024		354081				
Dados de Entrada = X(i)	104013	0	0	135044	115024	0	0	0	354081	
Restrição										
Quantidade	0									
Teor Min de Fe										
Teor Min de SiO2										
Teor Min de P										
Teor Min de Al2O3										
Teor Min de Mn										
Min de -100#										
Teor Máx de Fe										
Teor Máx de SiO2										
Teor Máx de P										
Teor Máx de Al2O3										
Teor Máx de Mn										
Máx de -100#										
Frentes = 0	0									
Função Objetivo										
FO (i)	0									

Limites estabelecidos - Usina	
Min (%)	Máx (%)
Fe	52 57
SiO2	12.0 13.5
P	0.041 0.046
Al2O3	1.22 1.46
Mn	0.050 0.078
-100#	23 26

Teores Calculados	
Calc. real (%)	Calc. int (%)
Fe	53.80
SiO2	11.9
P	0.047
Al2O3	1.35
Mn	0.049
-100#	25.82

Tempo de Ciclo dos caminhões (min)								
	Frente 01	Frente 02	Frente 03	Frente 04	Frente 05	Frente 06	Frente 07	Frente 08
Tempo (min)	22	19	25	17	20	23	25	18

Metas de Produção (t)	
Produção Semanal	420,000
Diária	60,000
Mínima	54,000
Máxima	72,000
Meta de Produção	65,919

Quantidade a ser lavrada (6 dias)	
Mínima	324,000
Máxima	432,000

Equipamentos de Carga	
Quantidade	3

Produção dos Eq de Carga (t/dia)	
Mínima	18,000
Máxima	24,000

Utilização (%)	
Caminhão	85
Util. Real (min/dia)	1224

A próxima etapa foi adicionar a restrição relacionada ao atendimento da meta de produção, conforme descrito no item 4.3. Esta restrição considera que a quantidade produzida no sétimo dia somada à produção dos seis primeiros dias deve ser maior ou igual à meta estabelecida para a produção total da semana, como mostra a Figura 9.

Figura 9: Restrição relacionada à meta de produção.

PROBLEMA DE MISTURA DE MINÉRIO - PMM										
Teores médio das frentes de lavra										
Parâmetro	Frente 01	Frente 02	Frente 03	Frente 04	Frente 05	Frente 06	Frente 07	Frente 08	Total	
Fe	57.41	53.36	55.15	55.7	48.3	55.19	50.58	52.02		
SiO2	12.21	11.76	10.92	11.24	12.52	14.5	13.65	13.27		
P	0.045	0.036	0.071	0.049	0.045	0.034	0.049	0.048		
Al2O3	1.38	1.03	1.45	1.49	1.17	0.89	1.38	1.02		
Mn	0.052	0.072	0.064	0.039	0.059	0.033	0.057	0.068		
-100#	25	23	26	28	24	21	22	26	Total	
X(i)									0	
Dados de Entrada	104013	135044		115024		354081				
Dados de Entrada = X(i)	104013	0	0	135044	115024	0	0	0	354081	
Restrição										
Quantidade	0									
Teor Min de Fe										
Teor Min de SiO2										
Teor Min de P										
Teor Min de Al2O3										
Teor Min de Mn										
Min de -100#										
Teor Máx de Fe										
Teor Máx de SiO2										
Teor Máx de P										
Teor Máx de Al2O3										
Teor Máx de Mn										
Máx de -100#										
Frentes = 0	0									
Função Objetivo										
FO (i)	0									

Limites estabelecidos - Usina	
Min (%)	Máx (%)
Fe	52 57
SiO2	12.0 13.5
P	0.041 0.046
Al2O3	1.22 1.46
Mn	0.050 0.078
-100#	23 26

Teores Calculados	
Calc. real (%)	Calc. int (%)
Fe	53.80 #DIV/0!
SiO2	11.9 #DIV/0!
P	0.047 #DIV/0!
Al2O3	1.35 #DIV/0!
Mn	0.049 #DIV/0!
-100#	25.82 #DIV/0!

Tempo de Ciclo dos caminhões (min)								
	Frente 01	Frente 02	Frente 03	Frente 04	Frente 05	Frente 06	Frente 07	Frente 08
Tempo (min)	22	19	25	17	20	23	25	18

Metas de Produção (t)	
Produção Semanal	420,000
Diária	60,000
Mínima	54,000
Máxima	72,000
Meta de Produção	65,919

Quantidade a ser lavrada (6 dias)	
Mínima	324,000
Máxima	432,000

Equipamentos de Carga	
Quantidade	3

Produção dos Eq de Carga (t/dia)	
Mínima	18,000
Máxima	24,000

Utilização (%)	
Caminhão	85
Util. Real (min/dia)	1224

Além disso, foi criada uma tabela que contempla todos os caminhões com suas respectivas capacidades, e uma tabela que especifica o número de viagens a serem realizadas pelos caminhões em cada frente de lavra. Por fim, uma coluna foi incluída para calcular o tempo gasto por caminhão, considerando o tempo de ciclo de cada frente, conforme indicado na Figura 10.

Figura 10: Tabela onde serão mostrados o número de viagens de cada caminhão (variável de decisão) e o tempo gasto para realizar as viagens (coluna Tmáx Cam em min) calculado em função do tempo de ciclo total de cada viagem.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
36		Caminhão	Capacidade (t)	Frente 01	Frente 02	Frente 03	Frente 04	Frente 05	Frente 06	Frente 07	Frente 08	Tmáx Cam		
37		01	91											
38		02	91											
39		03	91											
40		04	91											
41		05	91											
42		06	91											
43		07	91											
44		08	91											
45		09	91											
46		10	91											
47		11	91											
48		12	91											
49		13	91											
50		14	91											
51		Total		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

O valor de “Tmáx Cam” foi adicionado como restrição, garantindo que esse tempo seja menor que o tempo operacional máximo permitido para cada caminhão por dia. Dessa forma, foi implementada a restrição descrita no item 4.3 como mostra a Figura 11.

Figura 11: Restrição relacionada ao tempo operacional máximo dos caminhões.

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
31																						
32		Função Objetivo																				
33		FO (t)																				
34																						
35																						
36		Caminhão	Capacidade (t)	Frente 01	Frente 02	Frente 03	Frente 04	Frente 05	Frente 06	Frente 07	Frente 08	Tmáx Cam										
37		01																				
38		02																				
39		03																				
40		04																				
41		05																				
42		06																				
43		07																				
44		08																				
45		09																				
46		10																				
47		11																				
48		12																				
49		13																				
50		14																				
51		Total																				

The Solver Parameters dialog box is open, showing the following settings:

- Definir Objetivo: [Empty]
- Para:  Máx.  Mib.  Valor de: 0
- Alterando Células Variáveis: XLN
- Sujeito às Restrições:
  - \$F\$17 >= \$R\$16
  - \$F\$17 >= \$R\$18
  - \$F\$18:\$F\$23 >= 0
  - \$F\$24:\$F\$29 <= 0
  - \$F\$30 = 0
  - \$F\$31:\$M\$51 = 0
  - \$I\$12 <= \$R\$29
  - \$I\$12 >= \$R\$28
  - \$I\$12 <= \$R\$29
  - <(\$I\$12) >= \$R\$28
  - \$N\$37:\$N\$50 <= \$R\$33** (highlighted in blue)
- Tornar Variáveis Irrestritas Não Negativas
- Selecionar um Método de Solução: LP Simplex
- Método de Solução: Restrição relacionada ao tempo de ciclo dos caminhões.

Por fim, o número de viagens dos caminhões em cada frente de lavra foi considerado como uma variável real, e não como números inteiros como era de se esperar, pois, dessa forma, visto que o arredondamento não é a forma mais apropriada para se trabalhar com variáveis

inteiras, notou-se uma redução no tempo de processamento para se encontrar a solução ótima. No entanto, após a execução do modelo, foi realizada uma análise dos resultados para se avaliar a influência (de ter sido utilizado números reais e não inteiros) nas metas de produção e qualidade. Para essa análise, uma tabela adicional foi criada, na qual o número real de viagens por frente de lavra foi arredondado para o inteiro mais próximo, conforme mostrado na Figura 12.

Figura 12: Arredondamento do número de viagens para o inteiro mais próximo.

34	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	
35																												
36																												
37																												
38																												
39																												
40																												
41																												
42																												
43																												
44																												
45																												
46																												
47																												
48																												
49																												
50																												
51																												
52																												

A Figura 12 mostra o resultado do arredondamento do número de viagens em cada frente de lavra. Mas, foi necessário, também, realizar uma análise de sensibilidade do efeito deste arredondamento nos valores (teores e porcentagem) dos parâmetros de controle da qualidade da mistura. Para isso, foi adicionada uma coluna na tabela que calcula estes valores com base na nova massa que será produzida (devido ao arredondamento) no sétimo dia, além de uma coluna que mostra a diferença (coluna Dif) entre os valores calculados com número de viagens reais e os novos valores obtidos após o arredondamento do número de viagens em cada frente de lavra (Figura 13).

Figura 13: Cálculo dos teores e porcentagem dos parâmetros de controle da qualidade considerando  $N_{jk}$  como números reais (coluna Cal n\_real) e inteiros (coluna Caln\_int).

PROBLEMA DE MISTURA DE MINÉRIO - PMM									
Teores médio das frentes de lavra									
Parâmetro	Frente 01	Frente 02	Frente 03	Frente 04	Frente 05	Frente 06	Frente 07	Frente 08	Total
Fe	57.41	53.36	55.15	55.7	48.3	55.19	50.58	52.02	
SiO2	12.21	11.76	10.92	11.24	12.52	14.5	13.65	13.27	
P	0.045	0.036	0.071	0.049	0.045	0.034	0.049	0.048	
Al2O3	1.38	1.03	1.45	1.49	1.17	0.89	1.38	1.02	
Mn	0.052	0.072	0.064	0.039	0.059	0.033	0.057	0.068	
-100#	25	25	26	28	24	21	22	26	
X(i)									
Dador de Entrada	104013		135044	115024					354081
Dados de Entrada + X(i)									
<b>Restrição</b>	<b>Sujeito a</b>								
Quantidade									
Teor Min de Fe									
Teor Min de SiO2									
Teor Min de P									
Teor Min de Al2O3									
Teor Min de Mn									
Min de -100#									
Teor Máx de Fe									
Teor Máx de SiO2									
Teor Máx de P									
Teor Máx de Al2O3									
Teor Máx de Mn									
Máx de -100#									
Frentes = 0									
<b>Função Objetivo</b>	<b>FO (i)</b>								

Limites estabelecidos - Usina	
Min (%)	Máx (%)
Fe	57
SiO2	13.5
P	0.046
Al2O3	1.46
Mn	0.078
-100#	28

Teores Calculados		
Cal n_real (%)	Cal n_int (%)	Dif
53.77		
12.0		
0.046		
1.35		
0.050		
25.78		

Metas de Produção (t)								
Produção Semanal	420,000							
Diária	60,000							
Mínima	54,000							
Máxima	72,000							
Meta de Produção	65,919							

Quantidade a ser lavrada (6 dias)								
Mínima	524,000							
Máxima	432,000							

Equipamentos de Carga								
Quantidade	3							

Produção dos Eq de Carga (t/dia)								
Mínima	18,000							
Máxima	24,000							

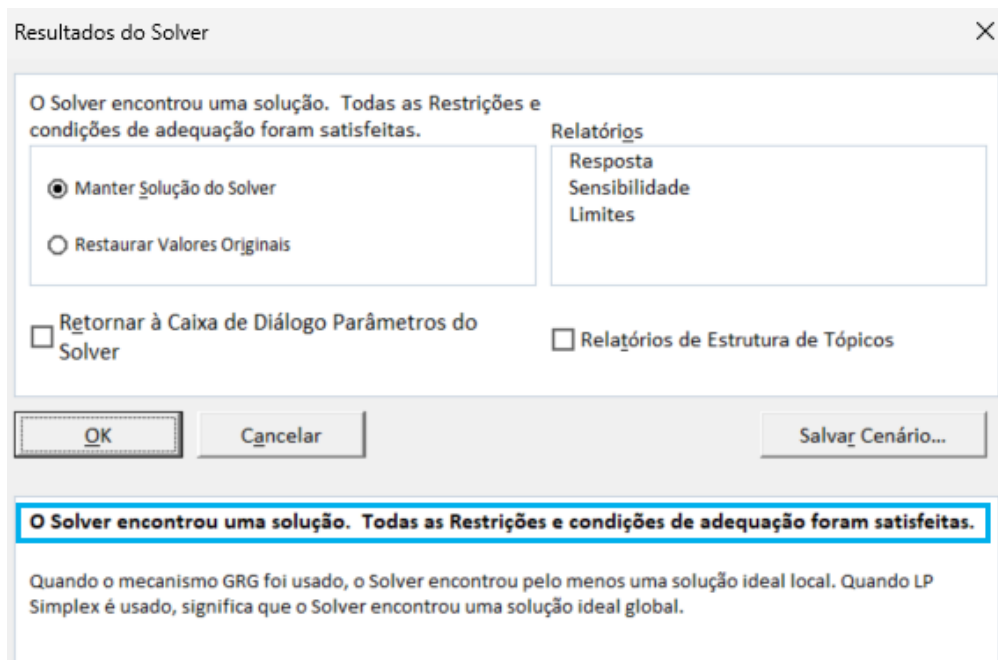
Utilização (%)								
Caminhão	85							
Util. Real (min/dia)	1224							

Tempo de Ciclo dos caminhões (min)								
Frente 01	Frente 02	Frente 03	Frente 04	Frente 05	Frente 06	Frente 07	Frente 08	
22	19	25	17	20	23	25	18	

Ao resolver o problema cujo modelo foi implementado neste trabalho, o Solver encontrou uma solução (considerada a solução ótima) como mostra a Figura 14. Os resultados encontrados serão apresentados e discutidos no Capítulo 5.

Figura 14: Solver encontra solução para o modelo



#### 4.5. Formulação de um novo cenário (Programação Linear Inteira Mista)

No cenário descrito neste capítulo, não foi considerada a minimização do número de caminhões em operação necessários para atender às metas de produção e qualidade

estabelecidas para o sétimo dia. Por isso, o modelo foi ligeiramente modificado, sendo considerada uma nova função objetivo que minimiza, agora, o número de caminhões e, também, novas restrições foram adicionadas na busca de uma melhoria operacional.

Para implementar esse modelo “atualizado”, foi utilizado, agora, a Programação Linear Inteira Mista. Primeiramente foi adicionada uma tabela como mostra a Figura 15.

Figura 15: Dados adicionados.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
54											
55		Caminhão	Capacidade (t)			U	U-Tmáx Cam/M			Tmáx Cam-Tempo Mín*U	
56		01	91				-0.1224			1224	
57		02	91				-0.1224			1224	
58		03	91				-0.1224			1224	
59		04	91				-0.1224			1224	
60		05	91				-0.1224			1224	
61		06	91				-0.1224			1224	
62		07	91				-0.1224			1224	
63		08	91				-0.1224			1224	
64		09	91				-0.1224			1224	
65		10	91				-0.1224			1224	
66		11	91				-0.095598			955.97802	
67		12	91				0			0	
68		13	91			1	0	2		0	3
69		14	91				-0.1224			1224	
70											

Em 1, a nova variável de decisão U será considerada ao modelo. A variável de decisão U é uma variável binária, em que “1” indica que o caminhão será utilizado, e “0” o contrário ( $U_k = 1$ , se o caminhão k estiver em operação, e 0 caso contrário). Para isto, foi necessário considerar outra restrição no modelo (em 2):

$$U_k - T \text{ máx Cam}_k / M \geq 0$$

Sendo,

$U_k = 1$ , se o caminhão k estiver em operação, e 0 caso contrário;

$T \text{ máx Cam}_k =$  Tempo máximo de operação do caminhão por dia (em min);

M = Número Elevado (foi considerado M = 100.000, um valor maior que o tempo máximo de operação do caminhão por dia = 1224min = 24×60×0,85).

Já, em 3, foi adicionada ao modelo a restrição:

$$T \text{ máx Cam}_k - T \text{ mín Cam} \times U_k \geq 0$$

Em que,

T máx Cam<sub>k</sub> = Tempo máximo de operação do caminhão por dia (em min);

Tmín Cam = Tempo mínimo de operação do caminhão por dia (em min);

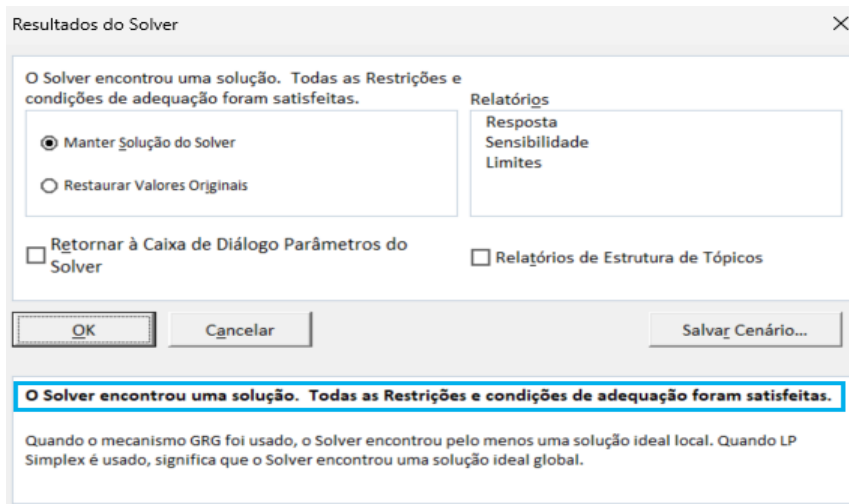
Em **Definir Objetivo**, deve ser selecionada a opção **Mín**, indicando que a função objetivo é de minimização (neste caso, do somatório dos equipamentos de transporte em operação) conforme mostra a Figura 16. Esta figura também mostra a adição da nova variável de decisão U<sub>k</sub> e das restrições mencionadas neste item.

Figura 16: Adição da nova variável de decisão U<sub>k</sub> e outras restrições.

Caminhão	Capacidade (t)	U	U-Tmáx Cam/M	Tmáx Cam-Tempo Mín*U
01	91	0	-0.1224	1224
02	91	0	-0.1224	1224
03	91	0	-0.1224	1224
04	91	0	-0.1224	1224
05	91	0	-0.1224	1224
06	91	0	-0.1224	1224
07	91	0	-0.1224	1224
08	91	0	-0.1224	1224
09	91	0	-0.1224	1224
10	91	0	-0.1224	1224
11	91	0	-0.095598	955.97802
12	91	0	0	0
13	91	0	0	0
14	91	0	-0.1224	1224
<b>Total</b>	<b>0</b>	<b>0</b>		

Após adicionar a nova variável de decisão e restrições e clicar no botão **Resolver** (Figura 16), o Solver encontra uma solução, conforme mostra a Figura 17. Os resultados serão apresentados e discutidos no Capítulo 5.

Figura 17: Solver encontra solução para o modelo





## 5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo, serão apresentados os resultados computacionais obtidos a partir do modelo de otimização implementado e, também, a discussão dos resultados.

Os resultados obtidos, com a resolução do modelo que considera como função objetivo a maximização da produção na Frente 05, são apresentados na Figura 18.

Figura 18: Resultado do modelo considerando a maximização da produção na Frente 05.

PROBLEMA DE MISTURA DE MINÉRIO - PMM													
<b>Teores médio das frentes de lavra</b>													
Parâmetro	Frente 01	Frente 02	Frente 03	Frente 04	Frente 05	Frente 06	Frente 07	Frente 08					
Fe	57.41	53.36	55.15	55.7	48.3	55.19	50.58	52.02					
SiO <sub>2</sub>	12.21	11.76	10.92	11.24	12.52	14.5	13.65	13.27					
P	0.045	0.036	0.071	0.049	0.045	0.034	0.049	0.048					
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	1.38	1.03	1.45	1.49	1.17	0.89	1.38	1.02					
Mn	0.052	0.072	0.064	0.039	0.059	0.033	0.057	0.068					
-100#	25	23	26	28	24	21	22	26	<b>Total</b>				
X(i)	23919	0	0	18000	24000	0	0	0	65919				
Dados de Entrada - X(i)	104013	135044			115024	354081							
Dados de Entrada - X(i)	127932	0	0	153044	139024	0	0	0	420000				
<b>Restrição</b>													
Quantidade	65919												
Teor Mín de Fe	743986.12												
Teor Mín de SiO <sub>2</sub>	3844.76												
Teor Mín de P	2292.176												
Teor Mín de Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	54839.8												
Teor Mín de Mn	8.396												
Mn de -100#	1160108												
Teor Máx de Fe	-1356013.9												
Teor Máx de SiO <sub>2</sub>	-647155.24												
Teor Máx de P	-17.82358												
Teor Máx de Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	-45960.2												
Teor Máx de Mn	-11936.404												
Máx de -100#	-99892												
Frentes = 0	0												
<b>Função Objetivo</b>													
FO (t)	24000												
<b>Limites estabelecidos - Usina</b>													
	Min (%)	Máx (%)											
Fe	32	37											
SiO <sub>2</sub>	12.0	13.5											
P	0.041	0.048											
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	1.22	1.46											
Mn	0.050	0.078											
-100#	23	26											
<b>Teores Calculados</b>													
	Cal n. real (%)	Cal n. int (%)	Dif										
Fe	33.77	33.63	-0.14										
SiO <sub>2</sub>	12.0	12.1	0.10										
P	0.046	0.046	0.00										
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	1.35	1.33	-0.02										
Mn	0.050	0.051	0.001										
-100#	25.76	25.46	-0.30										
<b>Metas de Produção (t)</b>													
Produção Semanal	420,000												
D diária	60,000												
Mínima	54,000												
Máxima	72,000												
Meta de Produção	65,919												
<b>Quantidade a ser lavrada (6 dias)</b>													
Mínima	324,000												
Máxima	432,000												
<b>Equipamentos de Carga</b>													
Quantidade	3												
<b>Produção dos Eq de Carga (t/dia)</b>													
Mínima	18,000												
Máxima	24,000												
<b>Utilização (%)</b>													
Caminhão	85												
Util. Real (min/dia)	1224												
Tempo min (min/dia)	800												
<b>Tempo de Ciclo dos caminhões (min)</b>													
	Frente 01	Frente 02	Frente 03	Frente 04	Frente 05	Frente 06	Frente 07	Frente 08					
Tempo (min)	22	19	25	17	20	23	25	18					
<b>Número Elevado (M)</b>													
M	10000												
<b>Análise do cenário</b>													
Caminhão	Capacidade (t)	Frente 01	Frente 02	Frente 03	Frente 04	Frente 05	Frente 06	Frente 07	Frente 08	<b>Taxa Cam</b>			
01	91	0.00	0.00	0.00	61.20	0.00	0.00	0.00	1224				
02	91	0.00	0.00	0.00	72.00	0.00	0.00	0.00	1224				
03	91	0.00	0.00	0.00	72.00	0.00	0.00	0.00	1224				
04	91	14.06	0.00	0.00	53.80	0.00	0.00	0.00	1224				
05	91	55.64	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1224				
06	91	55.64	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1224				
07	91	55.64	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1224				
08	91	0.00	0.00	0.00	61.20	0.00	0.00	0.00	1224				
09	91	0.00	0.00	0.00	61.20	0.00	0.00	0.00	1224				
10	91	38.42	0.00	0.00	18.94	0.00	0.00	0.00	1224				
11	91	43.45	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	956				
12	91	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0				
13	91	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0				
14	91	0.00	0.00	0.00	0.00	61.20	0.00	0.00	1224				
Total		23919	0	0	18000	24000	0	0	0	14419.978			
Total		23919	0	0	18018	23933	0	0	0				

De acordo com este cenário de maximização da produção na frente de lavra 5 (escolhida por ser a frente com menor teor de Fe), foi encontrado um valor de 24.000 t para o valor da função objetivo. A produção nas três frentes de lavra no sétimo dia alcançou 65.919 t, e a produção total da semana somou 420.000 t, atingindo a meta semanal estabelecida pelo plano operacional de lavra.

Para os teores e porcentagem, todos ficaram dentro dos limites estabelecidos (Tabela 10), incluindo os parâmetros %SiO<sub>2</sub>, %P e %Mn que não estavam em conformidade com os valores definidos pela Usina de Tratamento de Minérios.

Tabela 10: Limites estabelecidos pela Usina - Mín (%) e Máx (%) - e solução encontrada (Cal n\_real (%) = valores calculados considerando o número de viagens como uma variável real).

	Mín (%)	Máx (%)	Cal n_real (%)
Fe	52,0	57	53,8
SiO <sub>2</sub>	12,0	13,5	12,0
P	0,041	0,046	0,046
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	1,22	1,46	1.35
Mn	0,050	0,078	0,050
-100#	23	26	25.76

Considerando que o número de viagens dos caminhões foi determinado considerando esta variável como sendo uma variável real, foi necessário fazer uma análise de sensibilidade para analisar os resultados após o arredondamento do número de viagens para cada frente de lavra. O modelo inicial gerou uma produção, para o sétimo dia, de 65.919 t. Após o arredondamento para números inteiros, a produção ficou em 65.884 t.

É importante salientar que, considerando a produção para o cenário com arredondamento, a produção semanal total ficou em 419.965 t, 35 t (ou 0,0083%) abaixo da meta de produção semanal. Em termos operacionais, esse valor foi considerado satisfatório.

Para os teores e porcentagem, considerando a produção de 65.884 t, é importante analisar a diferença que isso causou em comparação com os valores obtidos com o número de viagens dos caminhões sem arredondamento. A Tabela 11 apresenta essas diferenças, e os resultados indicam que não houve mudanças consideráveis (ressalta-se, em termos operacionais) que possam afetar a qualidade do ROM (*Run Of Mine*) na alimentação da usina. Nota-se que o arredondamento do número de viagens dos caminhões para números inteiros alterou apenas as últimas casas decimais dos teores e porcentagem, sem impactar significativamente a qualidade do minério. Para o P não houve diferença.

Tabela 11: Limites estabelecidos pela Usina (colunas Mín e Máx) e solução encontrada com a implementação do modelo de otimização (Cal n\_real (%) e Cal n\_int (%) indicam valores calculados considerando  $N_{jk}$  como uma variável real e inteira, respectivamente).

	Mín (%)	Máx (%)	Cal n_real (%)	Cal n_int (%)	Diferença
Fe	52,0	57	53,8	53,6	-0,2
SiO <sub>2</sub>	12,0	13,5	12,0	12,1	0,1
P	0,041	0,046	0,046	0,046	0
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	1,22	1,46	1,35	1,33	-0,02
Mn	0,050	0,078	0,050	0,051	0,001
-100#	23	26	25,76	25,46	-0,30

O número de viagens dos caminhões por frente de lavra é mostrado na Tabela 12. Observa-se que não houve mudanças para as Frente 01 e Frente 05, enquanto a Frente 04 apresenta uma redução neste número.

Tabela 12: Quantidade de viagens por frente

Frente 01	263
Frente 04	198
Frente 05	263

Para o segundo cenário, que foi gerado considerando a minimização do número de caminhões em operação, o resultado é apresentado na Figura 19.

Figura 19: Resultado do segundo cenário (minimização do número de caminhões em operação).

PROBLEMA DE MISTURA DE MINÉRIO - PMM											
Teores médio das frentes de lavra											
Parâmetro	Frente 01	Frente 02	Frente 03	Frente 04	Frente 05	Frente 06	Frente 07	Frente 08			
Fe	57.41	53.36	55.15	55.7	48.3	55.19	50.58	52.02			
SiO2	12.21	11.76	10.92	11.24	12.52	14.5	13.65	13.27			
P	0.045	0.036	0.071	0.049	0.045	0.034	0.049	0.048			
Al2O3	1.38	1.03	1.45	1.49	1.17	0.89	1.38	1.02			
Mn	0.052	0.072	0.064	0.039	0.059	0.033	0.057	0.068			
-100#	25	23	26	28	24	21	22	26	Total		
X(i)	23273	0	0	18646	24000	0	0	0	65919		
Dados de Entrada	104013					135044	115024	354081			
Dados de Entrada + X(i)	127286	0	0	153690	139024	0	0	0	420000		
Restrição		Sujeito a									
Quantidade	65919										
Teor Mín de Fe	742881.146										
Teor Mín de SiO2	3218.14										
Teor Mín de P	2294.76										
Teor Mín de Al2O3	54910.86										
Teor Mín de Mn	-0.002										
Mín de -100#	1162046										
Teor Máx de Fe	-1357118.5										
Teor Máx de SiO2	-647781.86										
Teor Máx de P	-15.23958										
Teor Máx de Al2O3	-45889.14										
Teor Máx de Mn	-11944.802										
Máx de -100#	-97954										
Frete	0										
Função Objetivo		FO (t)									
		12									

Limites estabelecidos - Usina	
Mín (%)	Máx (%)
Fe	57
SiO2	13.5
P	0.046
Al2O3	1.46
Mn	0.078
-100#	26

Teores Calculados			
Cal n. real (%)	Cal n. int (%)	Dif	
53.77	53.62	-0.15	
12.0	12.0	0.0	
0.046	0.046	0.00	
1.35	1.33	-0.02	
0.050	0.051	0.001	
25.77	25.49	-0.28	

Metas de Produção (t)								
Produção Semanal								
Diária								
Mínima								
Máxima								
Meta de Produção								
420,000								
60,000								
54,000								
72,000								
65,919								

Tempo de Ciclo dos caminhões (min)								
Frente 01 Frente 02 Frente 03 Frente 04 Frente 05 Frente 06 Frente 07 Frente 08								
Tempo (min)	22	19	25	17	20	23	25	18

Número Elevado (M)	
M	10000

Quantidade a ser lavrada (6 dias)	
Mínima	Máxima
324,000	432,000

Equipamentos de Carga	
Quantidade	
3	

Produção dos Eq de Carga (t/dia)	
Mínima	Máxima
18,000	24,000

Utilização (%)	
Caminhão	Uti. Real (min/dia)
Tempo min (min/dia)	
85	1224
800	

Análise do cenário													
Caminhão	Capacidade (t)	Frente 01	Frente 02	Frente 03	Frente 04	Frente 05	Frente 06	Frente 07	Frente 08	Tmx Cam			
01	91	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0			
02	91	47.00	0.00	0.00	0.00	9.50	0.00	0.00	0.00	1224			
03	91	55.64	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1224			
04	91	55.64	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1224			
05	91	55.64	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1224			
06	91	41.84	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	920.491969			
07	91	0.00	0.00	0.00	60.90	9.44	0.00	0.00	0.00	1224			
08	91	0.00	0.00	0.00	0.00	61.20	0.00	0.00	0.00	1224			
09	91	0.00	0.00	0.00	0.00	61.20	0.00	0.00	0.00	1224			
10	91	0.00	0.00	0.00	0.00	61.20	0.00	0.00	0.00	1224			
11	91	0.00	0.00	0.00	0.00	61.20	0.00	0.00	0.00	1224			
12	91	0.00	0.00	0.00	72.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1224			
13	91	0.00	0.00	0.00	72.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1224			
14	91	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	4.0448E-12			
Total		23273	15363	1938E-11	2.037E-11	18645.846	24000	0	0	0	14384.492		

Caminhão	Capacidade (t)	U	U-Tmx Cam/M	Tmx Cam-Tempo Min*U
01	91	0	0	0
02	91	1	0.8776	424
03	91	1	0.8776	424
04	91	1	0.8776	424
05	91	1	0.8776	424
06	91	1	0.9079508	120.49197
07	91	1	0.8776	424
08	91	1	0.8776	424
09	91	1	0.8776	424
10	91	1	0.8776	424
11	91	1	0.8776	424
12	91	1	0.8776	424
13	91	1	0.8776	424
14	91	0	-4.03E-16	4.0447E-12
Total		12		

A produção semanal, sem considerar o arredondamento do número de viagens por frentes de lavra, foi de 65.919 t. Ao realizar o arredondamento, a produção semanal, para o sétimo dia, aumentou para 65.975 t. Com essa produção “ajustada” para o sétimo dia, a produção semanal totalizou 420.056 t, ultrapassando a meta de produção semanal estabelecida, situação considerada, neste trabalho, sem comprometimento operacional.

Para os teores e porcentagem, considerando a análise de sensibilidade realizada devido ao arredondamento do número de viagens dos caminhões para o inteiro mais próximo, os valores foram alterados apenas nas últimas casas decimais, conforme mostrado na Tabela 13.

Tabela 13: Limites estabelecidos pela Usina (colunas Mín e Máx) e solução encontrada com a implementação do modelo de otimização (Cal n\_real (%) e Cal n\_int (%) indicam valores calculados considerando  $N_{jk}$  como uma variável real e inteira, respectivamente).

	Mín (%)	Máx (%)	Cal n_real (%)	Cal n_int (%)	Diferença
Fe	52,0	57	53,77	53,62	-0,15
SiO <sub>2</sub>	12,0	13,5	12,0	12,0	0
P	0,041	0,046	0,046	0,046	0
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	1,22	1,46	1,35	1,33	-0,02
Mn	0,050	0,078	0,050	0,051	0,001
-100#	23	26	25,77	25,49	-0,28

É importante destacar que os caminhões 1 e 14 têm a variável de decisão U zerada (Figura 19), o que significa que estes equipamentos ficarão fora de operação de acordo com a solução deste modelo. Isso sugere uma oportunidade de otimização no uso dos recursos de transporte dentro da mina, ajustando a frota de caminhões para melhor atender às necessidades operacionais e reduzir custos desnecessários.

Nesse contexto, os resultados avaliados no segundo cenário (minimização do número de caminhões em operação) demonstraram ser satisfatórios tanto em termos de produção quanto de qualidade. Ao analisar a quantidade de caminhões, observou-se que apenas 12 caminhões (do total de 14) são necessários para alcançar as metas estabelecidas. Isso poderia indicar um superdimensionamento no número de caminhões atualmente utilizados na mina (uma análise mais detalhada disso não foi realizada neste trabalho).

O número de viagens por frente de lavra é apresentado na Tabela 14. É importante destacar que a alocação dos caminhões é dinâmica, resultando em diferenças nas quantidades de viagens entre as frentes de lavra. Notadamente, observa-se uma quantidade de viagens inferior na Frente 04 em comparação com as outras frentes, mesmo esta frente tendo o menor dos tempos de ciclo.

Tabela 14: Quantidade de viagens por frente de lavra operacional.

Frente 01	257
Frente 04	205
Frente 05	263

## 6. CONCLUSÕES

A utilização de técnicas da Pesquisa Operacional possibilita a modelagem de cenários com base em dados e problemas hipotéticos ou reais, proporcionando um melhor embasamento para a tomada de decisões. Com resultados otimizados (soluções ótimas), os responsáveis pelas decisões podem avaliar e experimentar diversos cenários antes de implementá-los contribuindo para reduzir os riscos envolvidos e tornando os processos mais seguros.

O presente trabalho tinha como um dos objetivos utilizar o Solver do Excel para implementar e resolver um problema relacionado ao não atendimento de metas de produção e qualidade nos seis primeiros dias operacionais de uma mina a céu aberto, e este objetivo foi alcançado através da implementação de um modelo de otimização que apresentou um cenário (um plano operacional de lavra) para o sétimo dia, “ajustando” (sendo alcançadas) as metas não atendidas.

Este trabalho também contribui para o desenvolvimento e implementação de um modelo de programação matemática para apoiar a tomada de decisão no planejamento operacional diário/semanal de lavra. A partir das restrições, que podem ser adequadas à realidade, é possível que o profissional escolha o objetivo mais adequado com base nas restrições de um cenário real.

Conclui-se que os objetivos propostos neste trabalho foram alcançados, pois foi desenvolvido e implementado um modelo de otimização aplicado a um cenário de uma mineradora, cujo produto principal é o minério de ferro. Os parâmetros de qualidade e produção estabelecidos como metas diária e semanal foram atendidos e considerados, em termos operacionais, satisfatórios neste trabalho.

## **SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS**

Como sugestões para trabalhos futuros, indicam-se:

- Aplicar e testar o modelo matemático em um contexto real de uma mineradora;
- Modificação do modelo para considerar uma alocação dinâmica dos equipamentos de carga;
- Modificação do modelo para levar em conta restrições relacionadas à relação estéril-minério;
- Desenvolver um modelo de simulação para validação dos resultados obtidos.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMARAL, M.; PINTO, L. R. **Planejamento de operações de lavra em minas a céu aberto com alocação de equipamentos de carga e de transporte.** In: Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, Bento Gonçalves, RS. Anais do XLII SBPO, 2010.

ANDRADE, I. M. **Influência das operações de perfuração e desmonte sobre os custos operacionais dos equipamentos de carregamento e transporte de minas subterrâneas.** TCC (Graduação) - Curso de Engenharia de Minas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2021.

BISPO, C. A. F.; CAZARINI, E. W. **A evolução do processo decisório.** ENCONTRO NACIONAL DA ENGENHARIA DA PRODUÇÃO, v. 18, 1998.

BRONSON, R. **Pesquisa Operacional.** São Paulo: Coleção Schaum. [S.l.]: McGraw-Hill, 1995.

CARVALHO, L. J. L. **Otimização de mistura de minérios para a composição de carga na produção de ferro ligas: O caso da Companhia Paulista de Ferro Ligas.** Tese: Doutorado — Universidade Federal de Ouro Preto, 2003.

COSTA, F. P. **Aplicações de técnicas de otimização a problemas de planejamento operacional de lavra em minas a céu aberto.** Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mineral Ouro Preto, 2005.

CURI, A. **Minas a céu aberto: planejamento de lavra.** São Paulo: Oficina de Textos, 2014.

HARTMAN, H. L.; MUTMASKY, J. M. **Introductory Mining Engineering.** Nova Jersey: Jhon Wiley & Sons, Inc, 2002.

HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. **Introdução à pesquisa operacional.** [S.l.]: McGraw Hill Brasil, 2013.

LACHTERMACHER, G. **Pesquisa operacional na tomada de decisões: modelagem em Excel.** [S.l.]: Elsevier, 2004.

MARTINS, L. L. O. **Uso da pesquisa operacional para avaliar cenários obtidos com modelos para dimensionamento da frota de equipamentos de carga e transporte.** TCC (Graduação) - Curso de Engenharia de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2022.

MILAGRES, J. M. **Novo paradigma para o problema de mistura de minérios.** 2019.

NETO, J. **Pesquisa Operacional.** Curitiba: Contentus, pp.7-9, 2020.

PANTUZA JR, G.; SOUZA, M. J. F.; CABRAL, I. E. **Uma nova formulação de programação matemática para o problema de planejamento de lavra.** Revista Gestão da Produção, Operações e Sistemas (Online), v. 4, p. 125-137, 2009.

PINTO, L. R. **Curso de Pesquisa Operacional Aplicada à Mineração.** DEMIN/EM/UFOP – Notas de aula, 2002.

RODRIGUES, L. H., AHLERT, F., LACERDA, D. P., CAMARGO, L. F. R., & LIMA, P. **Pesquisa operacional: programação linear passo a passo: do entendimento do problema à interpretação da solução.** São Leopoldo: Unisinos, 2014.

SILVA, V.C. **Apostila de Carregamento e Transporte de rochas.** Ouro Preto, 2011. Disponível em: < <https://idoc.pub/documents/apostila-carregamento-e-transporte-de-rocha34wmp8e2m8l7>>. Acesso em: 02 jul. 2024.

VIRGILLITO, S. B. **Pesquisa Operacional.** Saraiva Educação SA, 2017.