



Universidade Federal de Ouro Preto
Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas
Departamento de Engenharia Elétrica



Trabalho de Conclusão de Curso

ESTUDOS DE MÉTODOS PARA SISTEMAS NÃO LINEARES MULTIVARIÁVEIS REPRESENTADOS POR MODELOS DE BLOCOS INTERCONECTADOS

Mário Sérgio Borges

**João Monlevade, MG
2024**

Mário Sérgio Borges

**ESTUDOS DE MÉTODOS PARA SISTEMAS
NÃO LINEARES MULTIVARIÁVEIS
REPRESENTADOS POR MODELOS DE
BLOCOS INTERCONECTADOS**

Trabalho de Conclusão de curso apresentado à Universidade Federal de Ouro Preto como parte dos requisitos para obtenção do título de bacharel em engenharia elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Rodrigo Augusto Ricco

Coorientador: Me. Luís Henrique dos Santos

João Monlevade, MG

2024

SISBIN - SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO

B732e Borges, Mário Sergio.
Estudo de métodos para sistemas não lineares multivariáveis representados por modelos de blocos interconectados. [manuscrito] / Mário Sergio Borges. - 2024.
81 f.: il.: color., gráf., tab..

Orientador: Prof. Dr. Rodrigo Augusto Ricco.
Coorientador: Me. Luís Henrique dos Santos.
Monografia (Bacharelado). Universidade Federal de Ouro Preto. Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas. Graduação em Engenharia Elétrica .

1. Engenharia elétrica. 2. Identificação de sistemas. 3. Sistemas não lineares. I. Ricco, Rodrigo Augusto. II. Santos, Luís Henrique dos. III. Universidade Federal de Ouro Preto. IV. Título.

CDU 621.3:681.511.4

Bibliotecário(a) Responsável: Sione Galvão Rodrigues - CRB6 / 2526



FOLHA DE APROVAÇÃO

Mario Sérgio Borges

Estudo de métodos para sistemas não lineares multivariáveis representados por modelos de blocos interconectados

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de bacharel em Engenharia Elétrica

Aprovada em 28 de maio de 2024

Membros da banca

Doutor - Rodrigo Augusto Ricco - Orientador (Universidade Federal de Ouro Preto)
Mestre - Luís Henrique dos Santos - Coorientador (Universidade Federal de Minas Gerais)
Doutora - Wendy Yadira Eras Herrera - (Universidade Federal de Ouro Preto)
Mestra - Anny Verly - (Universidade Federal de Ouro Preto)

Rodrigo Augusto Ricco, orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito na Biblioteca Digital de Trabalhos de Conclusão de Curso da UFOP em 08/07/2024



Documento assinado eletronicamente por **Rodrigo Augusto Ricco**, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR, em 08/07/2024, às 16:56, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **0733013** e o código CRC **99E29DE7**.

Agradecimentos

Primeiramente, a Deus por ter me dado saúde, força, concentração e paciência para seguir este caminho até aqui e ter me permitido conhecer tantos que fizeram da minha trajetória algo de valor.

Aos meus pais que me suportaram e educaram nos primeiros anos de vida com valores que me permitiram constituir o meu caráter e determinação.

A todos os meus professores durante toda a minha vida escolar. Cada um deles contribuiu de maneira única para minha formação, proporcionando experiências enriquecedoras que me prepararam para os desafios que encontrei ao longo do caminho.

Ao meu orientador Prof. Dr. Rodrigo Augusto Ricco e ao meu coorientador Me. Luís Henrique, que sempre me incentivaram e de forma sensata me direcionaram ao cumprimento das metas.

A todos os meus colegas de faculdade, que possibilitaram a troca de conhecimento e contribuíram para que nossos esforços durante a vida acadêmica resultassem em benefícios concretos para o desenvolvimento da nossa sociedade.

A todos que, direta ou indiretamente, tornaram possível minha jornada até aqui, permitindo que eu realizasse o que para muitos é um sonho.

"all models are wrong, but some are usefull"
– George E. P. Box

Resumo

Neste trabalho, aborda-se a identificação de sistemas não lineares e sua representação por modelos de blocos interconectados, também conhecidos como modelos orientados a blocos. São empregados os modelos de Hammerstein e de Wiener ao partir da hipótese de que é possível representar o comportamento não linear de um sistema pela junção de dois subsistemas, sendo um dinâmico linear em série com outro estático não linear. Para elaboração desse trabalho, foi realizada uma pesquisa básica, estratégica, descritiva com abordagem quali-quantitativa, com uso do índice da raiz quadrada do erro quadrático médio (do inglês, *Root Mean Squared Error*) (**RMSE**), e método hipotético dedutivo, por meio de procedimento de pesquisa bibliográfica e dois estudos de casos. O primeiro caso é um sistema entrada única e saída única (do inglês, *Single Input Single Output*) (**SISO**). Neste sistema é identificada a relação entre a potência elétrica aplicada em uma resistência e a conseqüente alteração da temperatura da reação que ocorre em um reator. O modelo estimado reproduziu adequadamente o comportamento do sistema. O segundo estudo de caso é um sistema de três tanques interconectados múltiplas entradas e múltiplas saídas (do inglês, *Multiple Input Multiple Output*) (**MIMO**). Para o caso MIMO, os resultados obtidos indicaram a necessidade da melhoria na identificação da característica estática não linear. As discussões feitas nesse trabalho levaram em conta as vantagens e desvantagens da identificação de modelos em duas etapas utilizando o algoritmo de identificação por subespaços denominado erro da saída multivariável em espaço de estados (do inglês, *Multivariable Output-Error State Space*) (**MOESP**) para a parte linear e o ajuste polinomial para descrever o comportamento estático de sistemas não lineares.

Palavras-chave: identificação de sistemas, sistemas não lineares, modelo de blocos interconectados, MOESP, modelo de Hammerstein, modelo de Wiener, sistemas **SISO**, sistemas **MIMO**, validação de sistemas.

Abstract

In this work, the identification of nonlinear systems and their representation by interconnected block models, also known as block-oriented models, is addressed. Hammerstein and Wiener models are employed based on the hypothesis that it is possible to represent the nonlinear behavior of a system by the combination of two subsystems: one dynamic linear in series with another static nonlinear. For the preparation of this work, a basic, strategic, descriptive research with a qualitative-quantitative approach was carried out, using the [RMSE](#) index, and a hypothetical-deductive method, through a bibliographic research procedure and two case studies. The first case is a [SISO](#) system. In this system, the relationship between the electrical power applied to a resistor and the consequent change in the reaction temperature occurring in a reactor is identified. The estimated model adequately reproduced the system's behavior. The second case study is a system of three interconnected tanks [MIMO](#). For the MIMO case, the results obtained indicated the need for improvement in identifying the nonlinear static characteristic. The discussions in this work took into account the advantages and disadvantages of identifying models in two stages using the subspace identification algorithm called [MOESP](#) for the linear part and the polynomial adjustment to describe the static behavior of nonlinear systems.

Keywords: system identification, nonlinear systems, interconnected block models, MOESP, Hammerstein model, Wiener model, [SISO](#) systems, [MIMO](#) systems, system validation.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Representação de um sinal PRBS.	27
Figura 2 – Autocorrelação de um sinal PRBS.	27
Figura 3 – Representação de um bloco SLIT.	29
Figura 4 – Diagramas de blocos interconectados de Hammerstein e de Wiener. . .	29
Figura 5 – Representação em espaços de estados na forma de blocos.	31
Figura 6 – Diagrama de identificação MOESP.	37
Figura 7 – Relação não linear dos dados captadas em um ensaio ilustrativo.	38
Figura 8 – Curva não linear a partir dos valores de regime permanente em um ensaio ilustrativo.	38
Figura 9 – Possíveis curvas não lineares estáticas em um sistema multivariável. . .	40
Figura 10 – Metodologia de identificação dos modelos de Hammerstein em duas etapas.	45
Figura 11 – Metodologia de identificação dos modelos de Wiener em duas etapas. .	46
Figura 12 – Fluxograma para identificação de modelos de Hammerstein em sistemas multivariáveis.	50
Figura 13 – Fluxograma para identificação de modelos de Wiener em sistemas multivariáveis.	51
Figura 14 – Sistema experimental de um reator semi-batelada.	52
Figura 15 – sinal de entrada no Reator para o ensaio estático.	56
Figura 16 – Sinal de saída no reator para o ensaio estático.	56
Figura 17 – Relação não linear entre os sinais de entrada e saída no reator.	56
Figura 18 – Sinal de entrada no ensaio dinâmico do reator.	57
Figura 19 – Sinal de saída no ensaio dinâmico do reator.	57
Figura 20 – Validação do comportamento dinâmico do reator no modelo de Hammerstein.	59
Figura 21 – Validação do comportamento estático do reator no modelo de Hammerstein.	59
Figura 22 – Validação do comportamento dinâmico do reator no modelo de Wiener. .	60
Figura 23 – Validação do comportamento dinâmico da do reator no modelo de Wiener. .	60
Figura 24 – Sistema de três tanques interconectados pela base.	62
Figura 25 – Reposta à primeira entrada no ensaio estático para o sistema de três tanques.	64
Figura 26 – Reposta à segunda entrada no ensaio estático para o sistema de três tanques.	64

Figura 27 – Relação não linear entre as entradas e as saídas no sistema de três tanques.	65
Figura 28 – Sinais persistentemente excitantes aplicados às entradas dos sistemas de três tanques no ensaio dinâmico.	65
Figura 29 – Resposta do sistema de três tanques no ensaio dinâmico.	66
Figura 30 – Validação do comportamento dinâmico do sistema de três tanques no modelo de Hammerstein.	68
Figura 31 – Validação do comportamento estático do sistema de três tanques em resposta à primeira entrada no modelo de Hammerstein.	69
Figura 32 – Validação do comportamento estático do sistema de três tanques em resposta à segunda no modelo de Hammerstein entrada.	69
Figura 33 – Validação do comportamento dinâmico do sistema de três tanques no modelo de Wiener.	71
Figura 34 – Validação do comportamento estático do sistema de três tanques no modelo de Wiener.	71

Lista de Siglas

ADC	conversor analógico digital (do inglês, <i>Analog-to-Digital Converter</i>)
ARX	autorregressivo com entradas exógenas (do inglês, <i>AutoRegressive with eXogenous input</i>)
ARMA	autorregressivo de média móvel (do inglês, <i>AutoRegressive Moving Average model</i>)
ARMAX	autorregressivo de média móvel com entradas exógenas (do inglês, <i>AutoRegressive Moving Average model with eXogenous variables</i>)
CC	corrente contínua
ERA/OM	algoritmo de realização do sistema de autovalores com observador/filtro de Kalman e parâmetros de Markov (do inglês, <i>Eigensystem Realization Algorithm with Observer/Kalman filter Markov parameters</i>)
MatLab	<i>Matrix Laboratory</i>
MBI	modelo de blocos interconectados
MIMO	múltiplas entradas e múltiplas saídas (do inglês, <i>Multiple Input Multiple Output</i>)
MISO	múltiplas entradas e saída única (do inglês, <i>Multiple Input Single Output</i>)
MOESP	erro da saída multivariável em espaço de estados (do inglês, <i>Multivariable Output-Error State Space</i>)
MOESP-PI	<i>MOESP-Past Input</i>
MOESP-PO	<i>MOESP-Past Output</i>
MQ	mínimos quadrados
N4SID	identificação de sistemas em espaço de estado por algoritmo numérico de subespaço (do inglês, <i>Numerical algorithm for Subspace State Space System Identification</i>)
NARX	não linear autorregressivo com entradas exógenas (do inglês, <i>Nonlinear AutoRegressive model with eXogenous variables</i>)

NARMAX	não linear autorregressivo de média móvel com entradas exógenas (do inglês, <i>Nonlinear AutoRegressive Moving Average model with eXogenous variables</i>)
PEM	método de erro de predição (do inglês, <i>Prediction Error Method</i>)
PBSID	identificação por subespaço baseada em preditor (do inglês, <i>Predictor-Based Subspace Identification</i>)
PID	proporcional, integral e derivativo
PRBS	sinal binário pseudo-aleatório (do inglês, <i>Pseudo Random Binary Signal</i>)
PRBSM	sinal binário pseudo-aleatório modulado em amplitude (do inglês, <i>Pseudo Random Binary Signal Modulated</i>)
REE	representação em espaço de estados
RMSE	raiz quadrada do erro quadrático médio (do inglês, <i>Root Mean Squared Error</i>)
SIM	métodos de identificação por subespaços (do inglês, <i>Subspace Identification Methods</i>)
SISO	entrada única e saída única (do inglês, <i>Single Input Single Output</i>)
SLIT	sistema linear e invariante no tempo
SNR	relação sinal ruído (do inglês, <i>Signal Noise Ratio</i>)
SVD	Decomposição em Valores Singulares (do inglês, <i>Singular value Decomposition</i>)

Lista de tabelas

Tabela 1 – Possíveis combinações para curva não linear em um modelo de Hammerstein de 2 entradas e 3 saídas.	40
Tabela 2 – Possíveis combinações para curva não linear em um modelo de Wiener de 2 entradas e 3 saídas.	41
Tabela 3 – Possíveis combinações o grau do polinômio para o modelo de Hammerstein com duas entradas.	42
Tabela 4 – Possíveis combinações para o grau do polinômio para um modelo de Wiener com 3 saídas.	43
Tabela 5 – Modelos de Hammerstein e de Wiener para o reator.	61
Tabela 6 – Módulo dos autovalores para os modelos do reator identificado.	61
Tabela 7 – Índice RMSE das saídas para o modelo de Hammerstein identificado para o sistema de três tanques interconectados.	69
Tabela 8 – Índice RMSE das saídas para o modelo de Wiener identificado para o sistema de três tanques interconectados.	72
Tabela 9 – Resumo dos resultados da identificação dos modelos para o sistema de três tanques.	73
Tabela 10 – Módulo dos autovalores dos Modelos de Hammerstein e de Winer para o reator sistema de três tanques interconectados.	73

Sumário

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	Contextualização e Justificativa	13
1.2	Estado da Arte	17
1.3	Formulação do Problema	21
1.4	Objetivos	22
1.5	Organização do Trabalho	23
2	FUNDAMENTOS TEÓRICOS	25
2.1	Introdução	25
2.2	Experimentação do Sistema e Coleta dos Sinais	25
2.2.1	Sinais de Entrada	26
2.2.2	Período de Amostragem	27
2.3	Seleção da Estrutura	28
2.3.1	Modelos de Hammerstein e de Wiener	28
2.3.2	Estrutura dos Modelos	30
2.4	Abordagens para Estimação dos Parâmetros do Modelo	33
2.4.1	Identificação do Subsistema Linear por Métodos de Subespaços	33
2.4.2	Identificação do Subsistema Não Linear	37
2.5	Identificação em Duas Etapas	43
2.6	Validação de Modelos	46
2.7	Metodologia para Identificação	47
2.8	Conclusões do Capítulo	49
3	IDENTIFICAÇÃO DE UM REATOR SEMI-BATELADA	52
3.1	Descrição do Sistema	52
3.2	Experimentação do Sistema	55
3.3	Identificação do Sistema	58
3.3.1	Modelo de Hammerstein	58
3.3.2	Modelo de Wiener	59
3.3.3	Análise da Identificação em um Sistema SISO - Reator Semi Batelada	60
3.4	Conclusões do Capítulo	61
4	IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS MIMO: TRÊS TANQUES INTERCONECTADOS PELA BASE	62
4.1	Descrição do Sistema	62
4.2	Modelo de Hammerstein	63

4.2.1	Experimentação de um Sistema MIMO para a Identificação do Modelo de Hammerstein	63
4.2.2	Estimação dos Parâmetros do Sistema	66
4.3	Modelo de Wiener	70
4.3.1	Identificação do Sistema	70
4.3.2	Análise da Identificação em um Sistema MIMO - Três Tanques Interconectados pela Base	72
4.4	Conclusões do Capítulo	73
5	CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS	74
5.1	Considerações Gerais e Conclusões	74
5.2	Aplicações Práticas	75
5.3	Trabalhos Futuros	75
	REFERÊNCIAS	77

1 Introdução

1.1 Contextualização e Justificativa

Uma questão da engenharia que acompanha a atualidade para diversos fins, como controle, predição, simulação e otimização, é a necessidade de caracterizar os sistemas, seja ele social (OLIVEIRA; ARRUDA; MENDES, 2019), químico (ANDRADE, 2000), biológico (JALALEDDINI; KEARNEY, 2013; MONTEIRO et al., 2019) ou físico (AGUIRRE, 2015). Isso leva à obtenção de modelos matemáticos — que evidenciem os seus comportamentos dinâmicos — alcançada, normalmente, a partir de uma das três principais vertentes:

1. modelagem caixa branca: modelo obtido a partir do conhecimento da física do processo por meio de equações matemáticas (AGUIRRE, 2015);
2. modelagem caixa preta: modelo obtido a partir de dados de entrada e de saída do sistema, não pressupondo qualquer conhecimento pregresso deste (SJÖBERG et al., 1995);
3. modelagem caixa cinza: Além dos dados de entradas e saídas, pode se valer de informações auxiliares ou *a priori* que facilitam a obtenção do modelo e/ou evidenciam determinadas características do processo a ser identificado como, por exemplo, a ampliação da faixa de operação do modelo matemático (AGUIRRE, 2015);

a primeira vertente costuma ser referenciada, simplesmente, como modelagem enquanto as duas últimas são comumente chamadas de identificação (ANDRADE, 2000).

É crucial observar que os sistemas podem exibir várias características distintas que impactam a abordagem adotada. Entre tais características, destacam-se a invariância no tempo, a presença de ruído, a causalidade, a existência de memória, a ocorrência de não linearidades e até mesmo a quantidade de entradas e saídas consideradas na criação dos modelos (OPPENHEIM et al., 2010). A abordagem deste trabalho foca no tratamento das não linearidades, pois em alguns sistemas podem ser significativas em uma faixa de operação desejada.

Sistemas Lineares e Não Lineares

Diversos sistemas são representados por transformações lineares da entrada para a saída, por exemplo, sistemas físicos como circuitos elétricos, ao relacionar a tensão e a corrente elétrica em associação de resistores, e sistemas massa-mola, ao relacionar a força aplicada e a deformação causada na mola na zona de deformação elástica. Mesmo que,

na prática, alguns sistemas tenham algum efeito não linear considerável, eles podem ser modelados como lineares em torno de um ponto de operação. Isso é verdade para um motor de corrente contínua (CC), cuja aplicação é feita na região linear da curva $B \times H$ (densidade de fluxo magnético *versus* força magnetizante) (UMANS, 2014).

Algumas das maneiras de se realizar a identificação de sistemas lineares são utilizando convolução, em sistema linear e invariante no tempo (SLIT), e o método de mínimos quadrados (MQ). Outra abordagem é a identificação por subespaços, que são convenientes para tratar sistemas multivariáveis (JUNIOR; RIUL; MONTENEGRO, 2016).

Dentre as estruturas para as representações lineares, podem-se citar o modelo de função de transferência (OGATA, 2010), modelo autorregressivo com entradas exógenas (do inglês, *AutoRegressive with eXogenous input*) (ARX), autorregressivo de média móvel com entradas exógenas (do inglês, *AutoRegressive Moving Average model with eXogenous variables*) (ARMAX), autorregressivo de média móvel (do inglês, *AutoRegressive Moving Average model*) (ARMA), Box-Jenkins dentre outras (AGUIRRE, 2015).

No entanto, há sistemas com dinâmica complexa em que uma única aproximação linear não pode ser feita em toda faixa de operação de interesse em que o sistema excursiona. Alguns exemplos são: sistemas caóticos, sistemas não lineares com múltiplos pontos de equilíbrio, sistemas com fenômenos de histerese, sistemas com comportamento não estacionário ou oscilatório, entre outros (AGUIRRE, 2015; DEMARZO, 2018; RUBINGER, 2000).

Para a representação dos sistemas não lineares algumas estruturas são, entre outros modelos: o não linear autorregressivo com entradas exógenas (do inglês, *Nonlinear AutoRegressive model with eXogenous variables*) (NARX), o não linear autorregressivo de média móvel com entradas exógenas (do inglês, *Nonlinear AutoRegressive Moving Average model with eXogenous variables*) (NARMAX) e o modelo de blocos interconectados (MBI) (AGUIRRE; RODRIGUES; JÁCOME, 1998; CHEN; BILLINGS, 1989; AGUIRRE, 2015) que podem ser obtidas, inclusive, utilizando ferramentas para identificação de sistemas lineares, como o método MQ, adaptados para resolução de sistemas não lineares (RODRIGUES, 1996; AGUIRRE; RODRIGUES; JÁCOME, 1998; DE PAULA; RICCO; TEIXEIRA, 2015).

Representação dos Sistemas por Modelos de Blocos Interconectados

Vários trabalhos (RICCO, 2012) fazem o uso da representação por MBI, sendo mais comum a representação por modelos de Hammerstein e de Wiener, que serão abordados com mais detalhes na subseção 2.3.1. A estrutura dessa representação, ver Figuras 4a e 4b, consiste em separar o modelo em duas partes ou subsistemas na forma de blocos: um linear dinâmico, descrito por um bloco com característica linear e outro não linear estático (BEZERRA, 2015).

Simplificar a representação do sistema em blocos menores não apenas torna os sistemas mais fáceis de entender e utilizar, mas também possibilita a utilização de estratégias consolidadas na obtenção de modelos para representar sistemas lineares. A parcela não linear do modelo pode ser expressa por estruturas não paramétricas ou paramétricas de representações polinomiais, trigonométricas, dentre outras. A parcela linear pode ser expressa por um modelo [ARX](#) ou uma representação em espaço de estados ([REE](#)), por exemplo. A liberdade na escolha da estrutura para cada parte permite ao projetista fazê-la conforme o problema a ser abordado.

Dividir o sistema em duas partes torna viável a aplicação, inclusive. [Santos \(2022\)](#) propõe o uso de inversas simples sobre a não linearidade estática para linearizar o [MBI](#) de Hammerstein, visando o controle robusto de sistemas aplicado a um modelo de uma planta de dois tanques em cascata e, também, em um reator de tanque continuamente agitado. Dessa forma, usa-se um controle idealizado para sistemas lineares frente a um problema mais complexo, que é o controle de sistemas não lineares.

Justificativa da Aplicação de Métodos de Identificação por subespaços

Como a representação dos blocos do [MBI](#) podem ser definidas a critério do projetista, o bloco dinâmico linear será descrito por um modelo em espaço de estados. Tal escolha se dá pelo fato de que ele pode oferecer melhor desempenho ou evidenciar características que levam a modelos acurados ([DELGADO, 2004](#)), além de permitir a representação de sistemas [MIMO](#) de maneira prática e compacta ([BORJAS; GARCIA, 2012](#)).

Neste trabalho, a abordagem adotada para obter os modelos utilizará métodos de identificação por subespaços (do inglês, *Subspace Identification Methods*) ([SIM](#)) para obter a parcela linear do [MBI](#). Algumas justificativas para tal abordagem são:

- o avanço das tecnologias de instrumentação: é possível coletar dados com precisão e frequência de amostragem crescente, permitindo a identificação de sistemas cada vez mais complexos e com maior precisão ([CONTI, 2011](#));
- avanço da ciência: existe uma ampla gama de técnicas de análise de dados, como estatística, processamento de sinais, análise de frequência e teoria de controle viabilizam a identificação e análise de sistemas conferindo robustez e precisão enquanto essas técnicas são continuamente aprimoradas e atualizadas ([BOOS et al., 2022](#));
- disponibilidade de ferramentas de *software* de alta qualidade: as ferramentas simplificam e aceleram o processo de identificação de sistemas, permitindo a construção de modelos matemáticos precisos com facilidade e rapidez;
- flexibilidade e adaptabilidade: os algoritmos de identificação de sistemas são aplicáveis em diversas áreas para a construção de modelos, podendo ser ajustados para ressaltar uma característica importante do sistema sob identificação.

- relativa simplicidade dos modelos: em aplicações que evolva desenvolver sistemas de controle avançados e robustos, normalmente opta-se pela identificação, devido à simplicidade dos modelos estimados e, portanto, melhor adaptação aos algoritmos de controle sintetizados (ANDRADE, 2000).

A identificação de sistemas representados em espaço de estados torna os SIM uma abordagem amplamente utilizada na caracterização da dinâmica linear de sistemas não lineares representados por MBI (KATAYAMA et al., 2005). Uma das principais vantagens dos SIM é a dispensa de conhecimento prévio de todos os estados do sistema para se obter uma estimativa do modelo, ao contrário dos métodos clássicos como métodos da análise da correlação, da análise espectral, do método de erro de predição (do inglês, *Prediction Error Method*) (PEM) e da variável instrumental (ANDRADE, 2000).

Além disso, o uso de ferramentas estatísticas garantem robustez a ruído aos métodos baseados em subespaços. Em Verhaegen e Verdult (2007), é feito o uso de variáveis instrumentais para identificação de sistemas na presença de ruído cuja distribuição espectral de potência não é uniforme em todas as frequências ou ruído colorido.

Ricco (2012) analisa os algoritmos MOESP — descrito na subseção 2.4.1, MOESP-Past Input (MOESP-PI) e MOESP-Past Output (MOESP-PO) frente a ruídos e afirma que enquanto o primeiro atende bem a ruído branco, os dois últimos, ao utilizar variáveis instrumentais, apresentam melhores resultados ao lidar com sistemas com ruído colorido ou polarizado.

Por serem fundamentados em algoritmos numéricos confiáveis da decomposição QR e da Decomposição em Valores Singulares (do inglês, *Singular value Decomposition*) (SVD), os métodos de subespaços tornam desnecessário o uso de técnicas de otimização (não lineares) ou mesmo a imposição de uma forma canônica ao sistema. Isso implica que os algoritmos de subespaço podem ser igualmente aplicáveis à identificação de sistemas MIMO e SISO (KATAYAMA et al., 2005).

Não Linearidade do Modelo

Para completar o MBI, com os procedimentos admitidos, a parte chave para identificar os sistemas não lineares está em representar adequadamente as não linearidades, por meio de um subsistema não linear estático. Neste trabalho, o bloco não linear terá uma representação polinomial obtida a partir da relação entre os valores de amplitudes da entrada e da saída — o ajuste de curvas é relativamente simples e adequado para as não linearidades tratadas neste trabalho.

Uma boa representação para as não linearidades visa garantir que para os mesmos sinais de entrada a amplitude em regime permanente da saída do modelo identificado seja equivalentes ao do sistema gerador dos dados.

1.2 Estado da Arte

As primeiras contribuições literárias para identificação de sistemas não lineares foram feitas sobre sistemas monovariáveis ou **SISO**. A ideia de usar representações de Hammerstein surge originalmente em [Narendra e Gallman \(1966\)](#) ao propor um método iterativo de identificação de sistemas não lineares na presença de ruído. Nesse trabalho, um operador Hammerstein com uma não linearidade polinomial é utilizado como modelo. A identificação envolve a determinação dos parâmetros, tanto da parte linear quanto da não linear do modelo, visando minimizar um critério de desempenho a cada nova iteração ou novo conjunto de dados de entrada e saída considerado na identificação. O subsistema linear dinâmico é representado por uma função de transferência em pulso do sistema discreto.

[Chang e Luus \(1971\)](#) propuseram um método não iterativo para identificação de sistemas **SISO** representados por modelo de Hammerstein. Nessa abordagem, o sistema monovariável é transformado em um sistema múltiplas entradas e saída única (do inglês, *Multiple Input Single Output*) (**MISO**), em que a quantidade de entrada é igual à quantidade de monômios que constituem o polinômio utilizado para representar a não linearidade estática. Essa representação facilita a organização dos dados em um formato que viabiliza o cálculo dos parâmetros em uma única iteração. O método não iterativo alcançou melhores resultados em termos de tempo computacional para sistemas determinísticos, contudo, produziu resultados enviesados para sistemas estocásticos. Nessa segunda situação os algoritmos iterativos se sobressaíram.

[Greblicki e Pawlak \(1986\)](#) sugeriram o uso de estimativas de regressão Kernel para estimar a relação entre as variáveis de entradas e de saídas em sistemas discretos visando proporcionar uma abordagem flexível e adaptativa para lidar com a complexidade de sistemas não lineares numa representação por **MBI** de Hammerstein. Os autores afirmam que o algoritmo para identificação dos dois subsistemas não são mutuamente independentes e não podem ser identificados separadamente. Abordagens posteriores, como a adotada em ([DE PAULA, 2016a](#)), contrariam essa última afirmação realizando a identificação de um sistema **MIMO** em duas etapas distintas para identificar cada um dos subsistemas do **MBI**.

O método de regressão Kernel não expressa uma relação funcional explícita entre entrada e saída como uma fórmula matemática. Em vez disso, ele usa a informação contida nos pontos de dados existentes para estimar a saída para novos pontos. Em outras palavras, age como uma ferramenta para medir a similaridade entre os pontos de dados no espaço de entrada e atribuir pesos a esses pontos durante o processo de predição de forma não paramétrica. Em vista disso, [Greblicki e Pawlak \(1986\)](#) apontaram que o método proposto seria melhor para representação da não linearidade em substituição da escolha por polinômios, afirmando que se a função não for polinomial, o algoritmo não converge.

Entretanto, isso é contrariado em [Narendra e Gallman \(1966\)](#) ao modelar uma não linearidade descontínua de saturação por um polinômio de quarta ordem em um modelo de Hammerstein.

Em [Gallman \(1975\)](#) menciona-se a não convergência em alguns casos frente à representação polinomial; todavia, a afirmação do autor é que os polinômios escolhidos possuíam a restrição de serem hermitianos; portanto, não convergem para entradas não gaussianas frente ao algoritmo utilizado no trabalho, não havendo provas rigorosas de convergência.

Nos últimos anos, muitas pesquisas foram realizadas para modelar, identificar e controlar sistemas não lineares representados por MBIs ([BEZERRA, 2015](#); [DE PAULA; RICCO; TEIXEIRA, 2015](#); [SANTOS et al., 2010](#)).

Em [Bezerra \(2015\)](#) foi obtido um modelo de Hammerstein para um conversor CC/CC *buck-boost*, em que a parte linear foi representada por um modelo dinâmico ARX e a não linearidade estática foi obtida pela relação da tensão de saída com o ciclo de trabalho do chaveamento dos semicondutores desse conversor.

Modelos de Hammerstein e de Wiener foram obtidos em duas etapas por [de Paula, Ricco e Teixeira \(2015\)](#) para sistemas não lineares utilizando métodos de subespaços. Nessa abordagem, a dinâmica linear e a não linearidade estática são obtidas em duas etapas distintas para representar o comportamento de um sistema de tanques interconectados. A não linearidade foi evidenciada por meio de ensaio estático pela aplicação de múltiplos degraus de amplitude crescente na entrada do sistema pressupondo que o aspecto não linear pudesse ser verificado por meio do ganho estático para amplitudes distintas de entrada. A dinâmica linear, por sua vez, foi evidenciada por um ensaio dinâmico aplicando um sinal de entrada persistentemente excitante, que excita os estados do sistema, numa faixa de amplitude estreita o suficiente para avaliar o comportamento dinâmico linear do mesmo.

Foi obtido o modelo de Wiener em duas etapas para o sistema multivariável modelado em ([DE PAULA; RICCO; TEIXEIRA, 2015](#)) em ([DE PAULA; RICCO; TEIXEIRA, 2016](#)). Desta vez, a não linearidade foi estimada utilizando um sinal de entrada harmônico, conforme proposto por [D'Amato, Teixeira e Bernstein \(2011\)](#). As funções que representam a não linearidade, considerada estática, foram obtidas por meio de métodos que analisam o deslocamento de fase e observam a simetria dos sinais. Ambas as abordagens produziram resultados similares, levando os autores a afirmar que a vantagem do método proposto por eles reside no fato de que não é necessário realizar dois ensaios para obter as curvas estáticas e dinâmicas, como proposto por [de Paula, Ricco e Teixeira \(2015\)](#). Basta apenas selecionar um sinal harmônico persistentemente excitante e descorrelacionado para cada entrada.

Numa abordagem de identificação de sistemas em malha fechada, [de Paula, Ricco e Teixeira \(2019\)](#) realizaram a identificação do modelo de Hammerstein para um sistema

SISO, usando identificação por subespaço baseada em preditor (do inglês, *Predictor-Based Subspace Identification*) (PBSID), em etapa única, combinando os métodos de PBSID e MQ. Segundo os autores, o inconveniente dos sistemas em malha fechada de correlacionar um possível ruído com a saída é contornado ao utilizar um modelo ARX de alta ordem.

Gómez e Baeyens (2005) aplicaram o método de identificação por subespaços a um sistema que representa o processo de neutralização de pH (potencial hidrogeniônico) de ácido nítrico (HNO_3) com a base hidróxido de sódio ($NaOH$) além de adição de um sal ácido ($NaHCO_3$), incorporados, constantemente, ao tanque de mistura dos reagentes. A curva estática para representar a não linearidade foi escolhida como sendo uma função polinomial. Todavia, os autores apresentaram resultados adequados de estimativas, ainda que o comportamento não linear do potencial hidrogeniônico ou pH tenha, empiricamente, uma relação logarítmica com a concentração dos reagentes.

Para além dos modelos de Hammerstein e de Wiener, a literatura trata de outras abordagens para identificação de sistemas não lineares. A título de exemplo:

- Bhattacharya (1966) e Wada e Osuka (1996) trataram a aproximação da não linearidade de sistemas de controle por funções lineares por partes;
- em (ZHOU; BLANKE, 1986) é proposta uma identificação não linear usando métodos recursivos de erro de previsão na forma de espaço de estados; dessa forma o comportamento não linear está embutido na REE, entretanto, tal abordagem foi considerada dificilmente viável, devido à complexidade computacional, levando o autor a utilizar uma versão não linear que se aplica a somente algumas classes de sistemas não lineares;
- técnicas utilizando redes neurais artificiais surgiram por volta da década de 90 para identificação de sistemas não lineares;
 - *Perceptron* recorrente multicamadas utilizando técnicas de otimização do gradiente descendente para ajustar pesos para entradas dos neurônios artificiais que apresentam uma função de ativação para produzir uma saída (PARLOS et al., 1991);
 - redes neurais utilizando funções de base radial para realizar os ajustes dos pesos na rede neural. Warwick e Craddock (1996) exibiram melhores resultados ao utilizar funções de base radial em vez da *perceptron* multicamadas — cita-se a função gaussiana e a *Thin Plate Splines* como funções de base — ao analisar o percentual de erros cometidos até a convergência do algoritmo;
- modelos identificados utilizando lógica *Fuzzy* (FONTES, 2013) e identificação de sistemas representados por modelos NARMAX;

- [Sun e Wei \(2022\)](#) utiliza algoritmo de aprendizagem para identificar 3 modelos **NARMAX**.

[Coelho, Aguirre e Correa \(2002\)](#) apresentam uma metodologia para a obtenção de modelos de Hammerstein e de Wiener a partir de um modelo **NARX** polinomial previamente identificado. Segundo os autores, os **MBIs** apresentam facilidades para lidar com sistemas de controle que um modelo **NARX** não apresenta.

Essa conversão nem sempre é possível e só pode ser obtida para sistemas com uma única saída em estado estacionário. Diferente do modelo de Wiener, o modelo de Hammerstein não pode ser obtido quando o modelo **NARX** possuir termos cruzados nas saídas ([COELHO; AGUIRRE; CORREA, 2002](#)).

É importante chamar a atenção que a adoção da identificação utilizando métodos de subespaço permitiu abordar sistemas multivariáveis de uma forma simplificada. Em [Ricco \(2012\)](#) é feita uma comparação com métodos clássicos de predição de erro (foi utilizado o método de **MQ** estendido). Embora os resultados apresentados na validação dos sistemas identificados tenham apresentado resultados semelhantes, a preferência, segundo o autor, se faz por métodos de subespaços, mais eficientes na identificação. Comparando, ainda, os métodos de subespaço **MOESP**, **MOESP-PI** e **MOESP-PO**, a preferência é pelo **MOESP-PO** devido a um melhor comportamento em sistemas com ruído, de medição e de processo, colorido¹.

Propriedades estatísticas juntamente com recursos da geometria aplicada a vetores e matrizes são usadas em [Picci e Katayama \(1996\)](#) e [Overschee e De Moor \(1992\)](#) para mostrar os fundamentos de a identificação por subespaços servir adequadamente para correlacionar conjunto de dados.

Uma última análise é conduzida em relação à validação, ver [seção 2.6](#), dos sistemas nas abordagens de identificação por **MBI**. Nos estudos revisados, a validação busca determinar se a saída do modelo consegue acompanhar adequadamente a saída do sistema real para uma mesma entrada. No entanto, os sinais de ensaio utilizados para a validação apresentam a mesma característica dinâmica dos sinais usados na identificação. Mesmo ao separar as amostras de identificação das de validação, o sinal como um todo geralmente não permanece em regime permanente, o que não permite uma avaliação cuidadosa desse aspecto.

¹o ruído colorido ao não possuir a característica aleatória do ruído branco pode contribuir para produzir estimativas enviesadas para a identificação dos sistemas e utilizar as entradas passadas ou as saídas passadas como variáveis instrumentais ajudam a separar a dinâmica do sistema do ruído. utilizar as entradas ou saídas passadas como bases para as projeções ajuda a garantir robustez para capturar a dinâmica do sistema e minimizar a influência do ruído nos algoritmos de subespaços ([RICCO, 2012](#)).

1.3 Formulação do Problema

Admitindo-se que o estado de uma variável no sistema muda em consideração às entradas e ao estado anterior de acordo com

$$x_{k+1} = (g(x_k), u_k),$$

que x_k e u_k são os vetores de estados e entrada, respectivamente, no instante k . $g(\cdot)$ é uma função que descreve a dinâmica do sistema.

Ao supor uma não linearidade na entrada do sistema, operando sobre o sinal de entrada, a saída y_k é obtida como

$$y_k = h(x_k, f(u_k)).$$

caso haja uma não linearidade nos elementos finais dos sistemas, como atuadores não lineares —válvulas, dentre outros, a saída é obtida como

$$y_k = f(h(x_k, u_k)),$$

em que $f(\cdot)$ é uma transformação não linear e $h(\cdot)$ a resposta ao impulso do sistema.

Como modelar o comportamento não linear desses sistemas?

Após uma pesquisa básica e estratégica, optou-se por experimentar os modelos de blocos interconectados de Hammerstein e de Wiener e, com isso, o problema a ser abordado neste contexto é o seguinte:

1. como modelar sistemas não lineares a partir de dados observados, levando em consideração dificuldades próprias e limitações da identificação proposta aplicadas a sistemas monovariáveis e multivariáveis?
2. quais tipos de não linearidades são mais adequadas para se modelar utilizando a estrutura de blocos interconectados de Hammerstein e de Wiener?
3. quais técnicas e metodologias podem ser empregadas para essa tarefa e como avaliar a qualidade dos modelos obtidos?

Ao responder a essas questões, a identificação de sistemas não apenas proporciona compreensões valiosas sobre a modelagem de sistemas não lineares, mas também desempenha um papel crucial em diversas áreas práticas. Isso inclui controle de processos, robótica, engenharia elétrica, mecânica e civil, entre outras. A obtenção de modelos não lineares é essencial para o desenvolvimento de abordagens mais eficientes e seguras nessas áreas específicas, contribuindo assim para avanços significativos no conhecimento científico e tecnológico.

A identificação não linear ainda não esteja bem desenvolvida quanto a identificação de sistemas lineares, entretanto, há diversas publicações na área. Alguns pontos abordados nesse trabalho visa:

- discutir sobre a aplicabilidade das técnicas de identificação não linear, adotada, em um sistema monovariável e em um sistema multivariável;
- fazer a validação para verificar se os modelos obtidos conseguem reproduzir o comportamento dinâmico e também o regime permanente dos sistemas abordados.

Contribuições do Trabalho

Neste trabalho será acrescentado a análise do comportamento em estado estacionário dos sistemas identificados na etapa de validação, pois, em situações reais os sinais de entrada aplicados aos sistemas possuem menos alterações no decorrer do funcionamento que um sinal persistentemente excitante de um ensaio dinâmico pode sugerir. Avaliar o modelo dessa perspectiva é importante para afirmar a eficácia do método de identificação ao criar modelos que valide o comportamento do sistema em situações reais.

Resultados e Impactos Esperados

Espera-se que essas representações capturem tanto o comportamento dinâmico quanto o comportamento em regime do sistema, possibilitando simulações e análises aprimoradas. Além disso, busca-se obter um modelo que reproduza o mesmo comportamento dinâmico do sistema real para um conjunto de dados diferentes daqueles utilizados para a sua identificação.

Pretende-se que os resultados deste trabalho contribuam para tornar os trabalhos nesta área, especialmente os modelos de Hammerstein e de Wiener, mais acessíveis e diretos. Espera-se que os resultados fornecidos por este trabalho ofereçam percepções sobre o que esperar ao modelar um sistema específico.

1.4 Objetivos

O objetivo principal deste trabalho é identificar sistemas não lineares a partir de dados de entrada e saída, desenvolvendo modelos representados por diagramas de blocos interconectados.

Para alcançar o objetivo geral, são enumerados os seguintes objetivos específicos:

1. realizar a revisão bibliográfica abordando a identificação de sistemas por modelos de blocos interconectados de Hammerstein e Wiener;
2. verificar como representar as não linearidades dos sistemas;
3. selecionar a representação, a estrutura e em seguida estimar os parâmetros do modelo;

4. validar o modelo;
5. comparar o desempenho dos modelos de Hammerstein e de Wiener identificados;
6. verificar a que tipos de sistemas os modelos são aplicáveis.

1.5 Organização do Trabalho

No [Capítulo 1](#) foi feita uma introdução com a discussão da relevância e atualidade do projeto procurando, também, mostrar o que foi feito, além de estipular os objetivos a serem alcançados.

Por sua vez, no [Capítulo 2](#) busca-se apresentar o embasamento teórico sobre o qual o trabalho será desenvolvido por meio de uma revisão bibliográfica conceitual e, também, voltada à aplicação. Para isso a identificação de sistemas é discutida metodicamente em 4 etapas. Na [seção 2.3](#), as estruturas de Hammerstein e de Wiener são definidas e abordadas no sentido de expor quais parâmetros devem ser estimados em uma identificação em duas etapas — abordagem que será adotada. A [seção 2.4](#) se concentra nas abordagens utilizadas para identificar os parâmetros dos modelos e para isso, na [subseção 2.4.1](#) é feita a síntese dos métodos de identificação por subespaços onde é apresentado duas abordagens distintas, ressaltando o algoritmo [MOESP](#) e identificação de sistemas em espaço de estado por algoritmo numérico de subespaço (do inglês, *Numerical algorithm for Subspace State Space System Identification*) ([N4SID](#)). É exposto, ainda, algumas diferenças existente na identificação para sistemas monovariáveis e multivariáveis com relação à caracterização do aspecto não linear, na [seção 2.4.2](#). Na [seção 2.5](#) é apresentada a identificação em duas etapas em que o sistema não linear é obtido como a constituição de um subsistema linear, obtido em uma etapa, com um subsistema não linear, obtido em outra etapa. Na [seção 2.6](#), são apresentadas as métricas de validação dos modelos estimados adotadas nesse trabalho e, por fim, é feita uma síntese, explicitando os aspectos principais, da metodologia adotada neste trabalho no processo de identificação, na [seção 2.7](#).

O [Capítulo 3](#) proporciona uma compreensão abrangente do processo de identificação de sistemas dinâmicos utilizando a representação de Hammerstein e de Wiener em um sistema [SISO](#). A metodologia de identificação é aplicada a um sistema de um reator, descrito na [seção 3.1](#), no qual se processa a reação química reversível de produção de ácido e álcool em éster e água, ao relacionar a potência elétrica aplicada a uma resistência de aquecimento e a temperatura da reação no reator. Ao abordar diferentes aspectos qualitativos e quantitativos, destaca-se a capacidades de identificação de sistemas com características semelhantes aos abordados.

Posteriormente, no [Capítulo 4](#) a identificação das representações de Hammerstein e Wiener é aplicada a um sistema [MIMO](#). A abordagem evidencia os resultados e as principais dificuldades ao lidar com sistemas dessa natureza ao tentar identificar a relação

entre as alturas em três tanques, idênticos e interconectados pela base, com as entradas que ocorrem na parte superior de dois desses tanques, que possuem saídas para um reservatório.

Finalmente, no [Capítulo 5](#), registram-se as conclusões derivadas dos resultados obtidos, além de apresentar propostas para a continuidade deste trabalho, visando aprimorar a acurácia dos resultados.

2 Fundamentos Teóricos

2.1 Introdução

A identificação de um modelo para representar a dinâmica de um sistema pode ser dividida em quatro etapas ([ELKAIM, 2009](#)):

1. obtenção dos sinais de entrada e de saída;
2. escolha da estrutura para representar o sistema;
3. estimação dos parâmetros;
4. validação do modelo.

Os dados de saída devem ser capazes de carregar informações importantes sobre o processo. É necessário saber onde e com qual tipo de sinal se excitará o sistema, de modo a captar os efeitos que se deseja representar. Isso condiciona a um projeto de sinais de testes adequados.

Frente a uma representação, deve-se escolher a estrutura do modelo cuidadosamente, pois uma escolha inadequada pode resultar em efeitos dinâmicos espúrios.

Por sua vez, a estimativa dos parâmetros para modelos não lineares exige algoritmos mais sofisticados, enquanto para parâmetros lineares o uso do estimador de [MQ](#) pode atender a maioria dos casos ([AGUIRRE, 2015](#)).

Por fim, para a validação do modelo é necessário possuir um conjunto de dados diferente do que foi usado para concepção do mesmo para garantir que este modelo generalize bem a relação entre a entrada e a saída para uma faixa de valores ainda não experimentada.

2.2 Experimentação do Sistema e Coleta dos Sinais

A aquisição dos sinais de entrada e saída presume que estes possuam uma relação de causa e efeito expressiva que justifique o modelo. Há sistemas nos quais a escolha das entradas e saídas não é óbvia, como sistemas econômicos e biológicos, tornando necessário lançar mão de análises de correlação cruzada de sinais ou, ainda, métodos mais sofisticados, como, por exemplo, a [SVD](#) ([AGUIRRE, 2015](#)).

2.2.1 Sinais de Entrada

A escolha dos sinais de entrada pressupõe que eles sejam capazes de carregar informações relevantes para a saída. Essas informações devem refletir as características dinâmicas e estáticas do sistema nos dados de saída, especialmente na faixa de operação desejada para o sistema. O sinal de teste deve garantir a operação em diferentes pontos do sistema, tanto em termos dinâmicos quanto estáticos.

Para verificar o comportamento estático do sistema, é utilizado uma sequência de degraus com amplitudes crescentes. A aplicação desses degraus na entrada do sistema com comportamento estático não linear revela ganhos estáticos distintos para diferentes pontos de operação. Para sistemas lineares o ganho estático não varia.

Para excitar a dinâmica linear de um sistema, é comum ter o cuidado de limitar a amplitude do sinal de entrada, de modo a evitar que seu efeito na saída atinja pontos de operação distintos, ou seja, considera-se que não se excitarão as não linearidades. A identificação da dinâmica do sistema demanda um sinal com amplo conteúdo espectral, permitindo analisar seu comportamento transitório desejado em diferentes frequências.

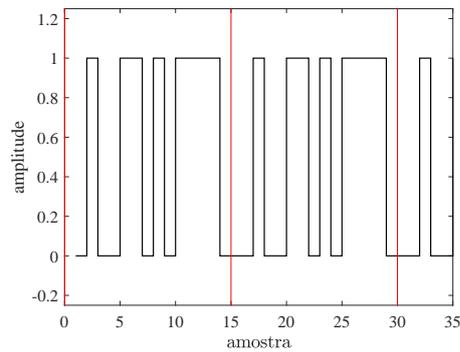
Um sinal que atende às características mencionadas de um sinal de teste dinâmico é o sinal binário pseudo-aleatório (do inglês, *Pseudo Random Binary Signal*) (**PRBS**) ([KATAYAMA et al., 2005](#)). Essa escolha pode ser melhor compreendida ao analisar a resposta ao impulso do sistema a um sinal cuja função de autocorrelação é não nula apenas para o atraso 0 (zero) ([AGUIRRE, 2015](#)). Essa característica é encontrada em sinais aleatórios e, na prática, pseudo-aleatórios.

A Figura 1 apresenta um sinal **PRBS** com um período de 15 amostras (cada período é destacado por uma linha vertical). A aleatoriedade desse sinal pode ser verificada pela sua função de autocorrelação, conforme ilustrado na Figura 2. A função de autocorrelação de um sinal aleatório é caracterizada por um impulso no atraso igual a zero, enquanto os valores de autocorrelação para os demais atrasos permanecem dentro de um intervalo de confiança¹ (linhas horizontais) ([KATAYAMA et al., 2005](#)). No entanto, para o sinal pseudoaleatório, observam-se impulsos de amplitudes menores acima do intervalo de confiança em múltiplos atrasos do período do sinal **PRBS**, conforme mostrado na Figura 2.

Uma última observação refere-se aos sistemas **MIMO**. Os sinais de entrada devem ser descorrelacionados entre si, possibilitando que o algoritmo de identificação atribua corretamente um efeito observado em uma determinada saída a uma entrada específica.

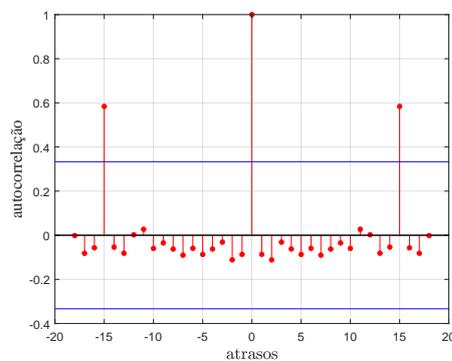
¹O intervalo de confiança visa evidenciar que valores de correlação entre dois sinais abaixo de um determinado limiar indicam ausência de relações causa-efeito significativa. Ao comparar um sinal consigo mesmo, a correlação resultante é denominada autocorrelação, destacando a aleatoriedade do sinal, uma vez que sinais periódicos mantêm periodicidade na correlação.

Figura 1 – Sinal PRBS com período de 15 amostras e amplitude variando entre zero e 1.



Fonte: O autor.

Figura 2 – Autocorrelação do sinal PRBS da Figura 1.



Fonte: O autor.

2.2.2 Período de Amostragem

Ao definir a periodicidade com que os dados são amostrados, T_s , em teoria, deve obedecer ao teorema de Shannon

$$T_s = \frac{2}{f_N}. \quad (2.1)$$

A taxa ou frequência de amostragem f_s deve ser, pelo menos, o dobro da frequência de Nyquist f_N (a maior frequência de interesse presente nos dados) para evitar distorção ou sobreposição das amostras. Na prática, a taxa de amostragem assume valores de pelo menos 5 a 10 vezes a frequência de Nyquist. Vale ressaltar que nem sempre há conhecimento prévio da máxima frequência desejada para captar no sistema. Portanto, a análise é inicialmente realizada sobre dados coletados com superamostragem (tempo de amostragem curto), sendo posteriormente decimada conforme o interesse da identificação (AGUIRRE, 2015).

2.3 Seleção da Estrutura

Após o projetista escolher uma representação para o modelo, a seleção da estrutura para modelar sistemas não lineares é crucial e pode ser influenciada por aspectos como a quantidade de informações *a priori*² e/ou auxiliares³ disponíveis sobre o sistema. Representações que facilitam a incorporação de informações prévias são preferidas em métodos de identificação caixa-cinza⁴ (AGUIRRE; RODRIGUES; JÁCOME, 1998).

Neste trabalho, a identificação usando as representações de Hammerstein e Wiener visa incorporar informações auxiliares dos valores de regime permanente em diferentes pontos de operação. A inclusão desse tipo de informação geralmente resulta em modelos mais representativos do ponto de vista físico (AGUIRRE; RODRIGUES; JÁCOME, 1998).

2.3.1 Modelos de Hammerstein e de Wiener

Os modelos de Hammerstein e de Wiener são duas representações dentro da classe dos MBIs usados para representar sistemas não lineares. A estrutura desses modelos consiste da interligação em série de dois subsistemas na forma de blocos, em que um desses blocos é responsável por descrever o comportamento dinâmico e o outro bloco utilizado para introduzir o comportamento não linear do sistema.

Para expressar a dinâmica do sistema o bloco responsável pelo comportamento dinâmico é constituído por um SLIT, cujos parâmetros podem ser obtidos utilizando estratégias próprias para a estrutura da representação escolhida para este. Para o subsistema não linear escolhe-se uma transformação não linear $f(\cdot)$ para descrever o comportamento não linear existente entre a entrada e a saída observados durante o regime permanente. Este comportamento não linear é estático visto que o tratamento da dinâmica é feito pelo SLIT.

Para compreender a simplicidade da ideia de um MBI, considera-se que um SLIT (Figura 3) pode ser obtido em função da convolução — embora não seja a única maneira — a partir da sua resposta ao impulso h , conforme (2.2). Aproveitando isso, numa primeira tentativa de modelar sistemas não lineares, faz-se a suposição de que a entrada é transformada por uma função não linear estática (sem memória) $f(\cdot)$, conforme (2.3):

$$y_k = \sum h_k u_{n-k}, \quad (2.2)$$

²Consideramos como informações *a priori* aquelas provenientes das leis físicas que regem o processo (AGUIRRE, 2015);

³Qualquer informação disponível sobre o sistema, mesmo antes de obter o modelo final (AGUIRRE, 2015), por exemplo, saber que o ganho estático do sistema reproduz bem a não linearidade do sistema;

⁴Informações auxiliares e/ou informações *a priori* caracterizam a abordagem de identificação como caixa cinza, visto que na modelagem caixa preta não se estabelece uma relação evidente entre a estrutura e os parâmetros desses modelos com os aspectos físicos do sistema em análise.

$$y_k = \sum h_k f(u_{n-k}). \quad (2.3)$$

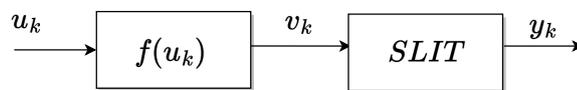
Figura 3 – Representação em diagrama de blocos de um **SLIT**.



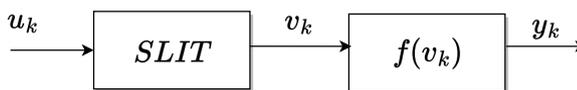
Fonte: O autor.

Na forma de blocos interligados, (2.3) é representada pela estrutura ilustrada na Figura 4a. Nessa representação, o sinal de entrada, u_k , é transformado por $f(\cdot)$ gerando um sinal intermediário v_k . Esse sinal, ao passar pelo bloco **SLIT**, estabelece uma relação linear dinâmica com a saída, y_k . Essa estrutura é conhecida como **MBI** de Hammerstein (NARENDRA; GALLMAN, 1966). Se a posição dos blocos constituintes do sistema for trocada, obtém-se o modelo de Wiener, conforme mostrado na Figura 4b.

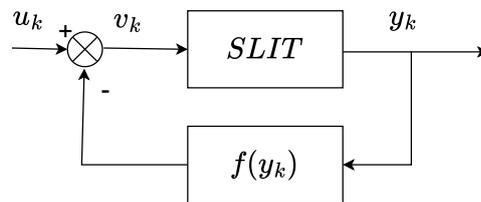
Figura 4 – Diagrama de blocos interconectados na estrutura de Hammerstein em (a), de Wiener em (b) e de Lur'e em (c).



(a)



(b)



(c)

Fonte: o autor.

Em ambas as estruturas, nota-se a presença de um sinal intermediário v_k , que geralmente não é igual nos modelos de Hammerstein e Wiener e também não é acessível fisicamente para medição. Assim, a escolha da estrutura do **MBI** para a identificação de sistemas monovariáveis em relação a outras representações é determinada pelo projetista, uma vez que somente o sinal de entrada e de saída estão disponíveis.

Embora as estruturas que representam os modelos de Hammerstein e de Wiener tenham apenas uma alteração na posição dos dois blocos constituintes, eles não são idênticos nem equivalentes, mas apresentam comportamentos semelhantes. Uma atenção especial é dada à característica do modelo de Wiener, que destaca de forma mais intensa o comportamento de zonas mortas e saturação (AGUIRRE, 2015).

A escolha entre um ou outro modelo geralmente considera questões relacionadas à obtenção dos parâmetros. Como exemplo, será discutido com mais detalhes na seção 2.3.2 que, para estimar o sinal intermediário no modelo de Wiener, com a metodologia adotada nesse trabalho, é necessário que a função não linear seja invertível, tornando a identificação por meio do modelo de Hammerstein mais atrativa.

Outra consideração a ser observada é a escolha da estrutura constituinte de cada bloco do MBI. Essa decisão é tomada com certa liberdade, dado que há uma separação entre uma parte linear e uma parte não linear com características distintas. A título de ilustração, o bloco da dinâmica linear pode ser representado por uma equação diferencial (no domínio do tempo contínuo), uma equação de diferenças (no domínio do tempo discreto), uma função de transferência (no domínio z ou s), modelos em espaço de estados ou qualquer outra representação dinâmica linear. A não linearidade estática pode ser representada como um operador não linear que transforma valores de entradas pertencentes ao conjunto dos números reais em saídas pertencentes ao conjunto dos números reais $f(\cdot) : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$, onde m e n pertencem a \mathbb{N} (PÊS et al., 2019).

Essa não linearidade pode ser modelada livremente por meio de um polinômio, uma série de Fourier, o uso de uma rede neural, entre outras opções, conforme o comportamento específico da não linearidade do sistema e dos sinais de ensaio. Podem ser descritas de maneira paramétrica ou não paramétrica.

Além dos modelos de Hammerstein e de Wiener, ou ainda, combinações destes, de forma menos usual, pode-se empregar o modelo de Lur'e, conforme proposto em (POTTMANN; PEARSON, 1998). Nesse último modelo, a não linearidade é introduzida na realimentação da saída, como ilustrado na Figura 4c.

2.3.2 Estrutura dos Modelos

Os primeiros a proporem algoritmos para encontrar iterativamente os parâmetros para o modelo de Hammerstein foram Narendra e Gallman (1966). Nessa proposta, a não linearidade foi modelada por funções polinomiais e a dinâmica linear representada por um modelo ARX. Gómez e Baeyens (2005) apresentaram uma lógica para algoritmos baseados em subespaço para identificação do modelo de Hammerstein e de Wiener.

MBI de Hammerstein

A fração linear do modelo de Hammerstein em malha aberta (Figura 4a), obtido por meio de métodos de subespaços para um sistema de p entradas, u , e m saídas, y , resulta em

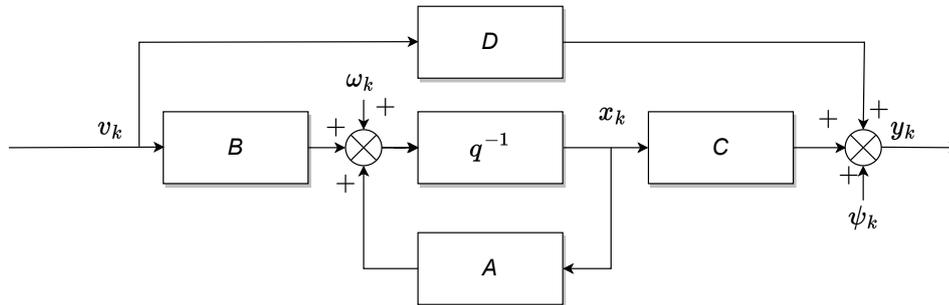
$$x_{k+1} = Ax_k + Bv_k + \omega_k, \quad (2.4)$$

e

$$y_k = Cx_k + Dv_k + \psi_k, \quad (2.5)$$

representadas graficamente na Figura 5. Nessa figura, destaca-se o operador q^{-1} , que é um operador de atraso atuando sobre o estado. Em (2.4) e (2.5), $y_k \in \mathbb{R}^m$, $x_k \in \mathbb{R}^n$, $v_k \in \mathbb{R}^p$, $\omega_k \in \mathbb{R}^n$ e $\psi_k \in \mathbb{R}^m$ são vetores que representam as saídas, os estados, as entradas, o ruído do processo e o ruído de medição no instante k , respectivamente; $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times p}$, $C \in \mathbb{R}^{m \times n}$ e $D \in \mathbb{R}^{m \times p}$ são matrizes da REE. A função de cada matriz do sistema está sintetizada no Quadro 1 (OVERSCHEE; DE MOOR, 2012). A ordem n do sistema também é um parâmetro que deve ser estimado durante a obtenção do modelo.

Figura 5 – Subsistema linear do modelo de Hammerstein representados por blocos de matrizes em espaço de estados.



Fonte: o autor.

Quadro 1 – Parâmetros a serem estimados para a parte linear do MBI de Hammerstein ou de Wiener utilizando métodos de subespaço.

Matriz	Descrição	Significado
$A \in \mathbb{R}^{n \times n}$	Matriz da dinâmica do sistema	Mostra a influência de um estado atual para produzir um estado posterior. É completamente caracterizada pelos seus autovalores.
$B \in \mathbb{R}^{n \times p}$	Matriz de entrada	Exibe uma transformação linear que evidencia como as entradas determinísticas afetam o valor do próximo estado.
$C \in \mathbb{R}^{m \times n}$	Matriz de saída	Mostra como o estado atual do sistema é transferido para a saída atual.
$D \in \mathbb{R}^{m \times p}$	Matriz de transmissão direta	Exibe uma transformação que evidencia uma relação direta da entrada com a saída no instante k . Normalmente, em representação em tempo contínuo possui valor zero, o que não é verdade em tempo discreto devido ao efeito da amostragem.

Fonte: o autor.

O bloco da não linearidade estática que opera sobre a entrada do sistema u_k produzindo a entrada do modelo da dinâmica linear v_k é representado por combinação de r ($r \in \mathbb{N}$) funções de bases $g(\cdot)$ ponderadas por coeficientes ou parâmetros α_i conforme (2.6). Essas funções podem ser polinomiais, funções de Chebyshev (SANTOS; GARCIA, 2013), funções sigmoid, funções de Wavelet, dentre outras:

$$f(\bar{u}_k) = v_k = \sum_{i=1}^r \alpha_i g_i(\bar{u}_k), \quad (2.6)$$

em que \bar{u}_k representa a entrada em regime permanente.

Obter o modelo de Hammerstein consiste em estimar os parâmetros α_i , as matrizes A , B , C e D e a ordem n do sistema a partir dos dados de entrada e saída coletados. A obtenção das matrizes em espaço de estados a partir de dados de entrada e saída é feita com o uso de métodos de subespaço. A subseção 2.4.1 mostra algumas famílias de métodos de subespaço e busca incorporá-los na identificação de sistemas não lineares em duas etapas.

MBI de Wiener

Para compor o modelo de Wiener de p entradas, u , e m saídas, y , o subsistema linear na REE é:

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + \omega_k, \quad (2.7)$$

$$v_k = Cx_k + Du_k + \psi_k. \quad (2.8)$$

A restrição para a não linearidade estática na identificação do modelo de Wiener é que ela seja invertível, tal que seja possível obter v_k conforme (2.9). Dessa forma, posteriormente, é possível obter o **SLIT** da representação:

$$f^{-1}(\bar{y}_k) = \sum_{i=1}^r \alpha_i g_i(\bar{y}_k) = Cx_k + D\bar{u}_k + \psi_k, \quad (2.9)$$

em que \bar{y}_k e \bar{y}_k são os valores da entrada e da saída no regime permanente, respectivamente.

2.4 Abordagens para Estimação dos Parâmetros do Modelo

2.4.1 Identificação do Subsistema Linear por Métodos de Subespaços

Métodos de subespaço são técnicas empregadas em sistemas lineares para estimar parâmetros de modelos matemáticos a partir de dados de entrada e saída. Eles se baseiam na decomposição do espaço de dados em subespaços relevantes, permitindo uma estimativa mais eficiente dos parâmetros do modelo. Esses métodos exploram relações lineares entre variáveis de entrada e saída, transformando os dados em um espaço de dimensão reduzida, chamado subespaço de estados, onde a dinâmica do sistema pode ser representada de forma mais compacta.

[Abdelghani et al. \(1998\)](#) apresentaram a comparação de alguns métodos de identificação por subespaço como o **MOESP**, o **MOESP-PO**, a **N4SID**, em que esses métodos fazem uso da aproximação da matriz de observabilidade, e o algoritmo de realização do sistema de autovalores com observador/filtro de Kalman e parâmetros de Markov (do inglês, *Eigensystem Realization Algorithm with Observer/Kalman filter Markov parameters*) (**ERA/OM**). O **MOESP** e **N4SID** se destacaram frente ao **ERA/OM**.

[Verhaegen e Westwick \(1996\)](#) fazem uma extensão do algoritmo **MOESP** para identificação de sistemas **MIMO** não lineares representados por modelos de Hammerstein, delineando o seu uso para a identificação da parcela linear dinâmica do modelo, fazem menção a três classes para identificação de sistemas não lineares para o modelo de Hammerstein: (1) solução iterativa, (2) solução não iterativa de sistemas em uma etapa e (3) solução não iterativa em duas etapas ou estágios. Em [Westwick e Verhaegen \(1996\)](#) é feita a extensão do **MOESP** para obtenção do bloco dinâmico linear do modelo de Wiener.

A estratégia da obtenção de uma representação em subespaço adota normalmente duas abordagens distintas. Na primeira abordagem, as matrizes A , B , C e D são determinadas por meio de uma estimativa dos estados do sistema (**N4SID**) e na segunda estimam-se inicialmente as matrizes a partir de uma matriz do espaço de dados denominada matriz de observabilidade (**MOESP**). Para entender como funcionam os algoritmos de identificação por subespaços, serão feitas algumas definições como matriz de Hankel

(FREITAS, 2006), matriz de observabilidade estendida (FORERO, 2016) e matriz de Toeplitz (FREITAS, 2006) e após isso, uma breve descrição dos algoritmos MOESP e N4SID conforme apresentados por Ricco (2012) e Forero (2016) .

Uma matriz de Hankel é uma matriz quadrada na qual cada elemento em uma diagonal perpendicular à diagonal principal tem o mesmo valor constante. Em outras palavras, uma matriz de Hankel tem a propriedade de que cada linha subsequente é uma rotação à direita da linha anterior. Por exemplo, uma matriz de Hankel de ordem n seria

$$\begin{bmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-1} \\ a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & a_n \\ a_2 & a_3 & a_4 & \cdots & a_{n+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n-1} & a_n & a_{n+1} & \cdots & a_{2n-2} \end{bmatrix} . \quad (2.10)$$

Uma matriz de Toeplitz ou de diagonal constante é uma matriz quadrada na qual os elementos ao longo de cada diagonal paralela à diagonal principal são iguais. Isso significa que os elementos são constantes ao longo de cada linha, da esquerda para a direita, e ao longo de cada coluna, de cima para baixo. Uma matriz de Toeplitz de ordem n pode ser expressa genericamente como

$$\begin{bmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-2} & a_{n-1} \\ a_{n-1} & a_0 & a_1 & \cdots & a_{n-3} & a_{n-2} \\ a_{n-2} & a_{n-1} & a_0 & \cdots & a_{n-4} & a_{n-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_2 & a_3 & a_4 & \cdots & a_0 & a_1 \\ a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & a_{n-1} & a_0 \end{bmatrix} . \quad (2.11)$$

Dada uma equação de saída da representação em espaço de estados

$$y_k = Cx_k + Du_k, \quad (2.12)$$

as sequências de dados podem ser organizadas matricialmente como

$$\begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_{i-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{i-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ c_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{i-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CB & D & 0 & \dots & 0 \\ CAB & CB & D & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{i-2}B & CA^{i-3}B & CA^{i-4}B & \dots & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_0 \\ u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_{i-1} \end{bmatrix}. \quad (2.13)$$

Em que i é um índice empírico que representa a quantidade de linhas, cuja escolha é feita com a suposição de uma máxima ordem do sistema tal que $i \geq n$.

De (2.13), define-se a matriz de observabilidade estendida Γ como

$$\Gamma \triangleq [C \quad CA \quad CA^2 \quad \dots \quad CA^{i-1}]^T. \quad (2.14)$$

A existência da matriz de observabilidade considera que o sistema é observável. Ou seja, a partir dos valores de saída é possível observar os valores dos estados utilizando Γ . A partir de (2.14), pode-se identificar as matrizes A e C que expressam adequadamente o efeito dos estados na resposta dinâmica do sistema.

Define-se, ainda em (2.13), a matriz de Toeplitz, G , como

$$G \triangleq \begin{bmatrix} D & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CB & D & 0 & \dots & 0 \\ CAB & CB & D & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{i-2}B & CA^{i-3}B & CA^{i-4}B & \dots & D \end{bmatrix}, \quad (2.15)$$

cuja representação permite estimar, conhecendo-se as matrizes A e C , as matrizes B e D restantes — que manifestam apropriadamente a ação das entradas na resposta dinâmica do sistema — via métodos de [MQ](#).

Inicialmente o que se tem são sequências de dados de entradas e saídas. Esses dados são dispostos na forma de matrizes de Hankel de modo a permitir a sua associação com a representação matricial em espaço de estados. Para determinar a dimensão da matriz de Hankel dos dados, faz-se uma escolha de um índice de linha, i e de coluna, j , como

$$j = N - 2 \cdot i + 1, \quad (2.16)$$

em que N é o número de amostras considerados para construção da matriz de Hankel.

As amostras de ensaio são organizadas de tal forma que se construa uma matriz de Hankel para as entradas passadas U_p e para entradas futuras U_f . Para garantir a consistência da representação as amostras de saídas também são organizadas na forma de matriz de Hankel como saídas passadas Y_p e saídas futuras Y_f — ver mais detalhes em (RICCO, 2012).

Nesse ponto, define-se o primeiro termo do lado direito de (2.13) como sendo a projeção oblíqua, \mathcal{O} , dos dados de Y_f sobre os dados de entradas e saídas passadas W_p ao longo de U_f . Essa projeção ocorre no espaço linha das matrizes e é representado como

$$\mathcal{O}_i = \Gamma_i X_f \triangleq Y_f /_{U_f} W_p \quad (2.17)$$

em que $W_p = [U_p \ Y_p]^T$ e X_f é o vetor de estados $[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]^T$.

Ao realizar a SVD de \mathcal{O}_i obtém-se que

$$\mathcal{O}_i = USV^T = \begin{bmatrix} U_1 & U_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^T \\ V_2^T \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

e, portanto, as matrizes necessárias para aplicação dos métodos de subespaço são obtidas como

$$\Gamma_i = U_1 S_1^{1/2} \quad X_f = S_1^{1/2} V_1^T \quad (2.19)$$

A ordem do sistema pode ser obtida ao verificar a dimensão de S_1 , $n = \dim\{S_1\}$ (CLAVIJO, 2008), ao analisar a quantidade de valores singulares diferentes de zero, ou ainda, para sistemas com ruídos coloridos, a quantidade de valores singulares significativos (RICCO, 2012). Resultados semelhantes a (2.18) podem ser obtidos ao empregar a decomposição LQ aplicados a $[U_p \ Y_p]^T$ (KATAYAMA et al., 2005; CLAVIJO, 2008).

De Γ_i pode-se calcular os pares A e C e posteriormente B e D utilizando métodos MQ aplicados à matriz de Toeplitz. Caso seja obtido X_f as matrizes do espaço de estados podem ser obtidas como

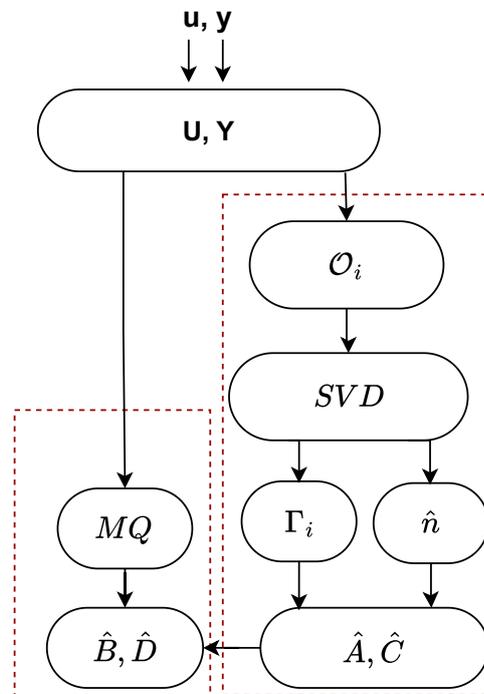
$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{i+1} \\ Y_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \end{bmatrix}^\dagger, \quad (2.20)$$

em que \dagger denota a pseudo inversa de Moore-Penrose (AGUIRRE, 2015).

A Figura 6 exibe o algoritmo adotado nesse trabalho para identificação do subsistema linear. As matrizes do espaço de estados são obtidas em dois passos tracejados em vermelho. No primeiro passo estimam-se as matrizes A , C e a ordem, n , do sistema e no segundo passo utiliza A , C e informações da SVD do primeiro passo para estimar B e D . A escolha desse algoritmo foi feita em observação aos resultados em trabalhos como (CLAVIJO, 2008; RICCO, 2012). Os algoritmos de identificação podem sofrer algumas

alterações frente a algumas considerações como a existência de entradas exógenas, a presença de ruídos brancos, a presença de ruídos coloridos. Ver mais detalhes em (RICCO, 2012).

Figura 6 – Esquema de identificação utilizando o algoritmo MOESP.



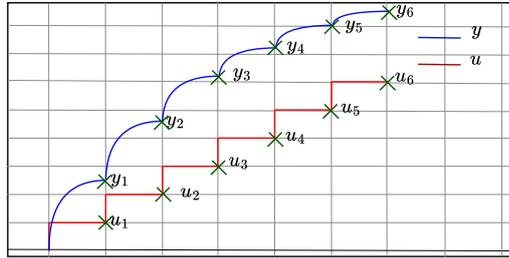
Fonte: adaptado de (RICCO, 2012).

2.4.2 Identificação do Subsistema Não Linear

Em um sistema as não linearidades podem estar associadas à dinâmica, entretanto, essa dinâmica, em alguns casos, podem ser tão rápida em relação ao sistema, como em alguns casos de atuadores, que podem ser desprezadas. Assim, as não linearidades podem ser trabalhadas como sendo estáticas, tendo maior impacto nos valores de regime permanente (CERQUEIRA, 2009).

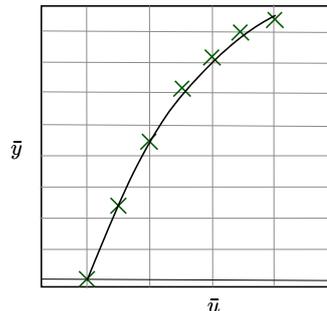
A relação não linear nos sistemas que possuem, somente, não linearidades estáticas é obtida pela relação entre os valores de amplitude entre a entrada e a saída no regime permanente para diferentes pontos de operação. A Figura 7 exibe uma relação entre uma entrada u e uma saída y , fictícias, ilustrando os pares (u,y) para seis pontos de operação distintos para um ensaio utilizando um sinal de múltiplos degraus com amplitudes crescentes aplicado à entrada.

Figura 7 – Exemplo de uma relação não linear entre uma entrada u e uma saída y capturada no regime permanente.



Traçando um gráfico com os eixos sendo os valores de regime permanente da entrada e da saída como na Figura 8, é possível interpolar uma curva que representa a transformação $f(\bar{u}) = \bar{y}$. Essa transformação visa descrever o comportamento não linear do sistema.

Figura 8 – Relação não linear entre os valores de regime permanente para um exemplo ilustrativo.



A transformação não linear estática dos modelos de Hammerstein e de Wiener pode ser representada por diferentes tipos de funções. Em [Salimifard, Jafari e Dehghani \(2012\)](#), numa abordagem a sistemas não lineares MIMO, é mencionado que o subsistema não linear pode ser representado por formas distintas e citam a aproximação da função estática por quatro formas diferentes: funções polinomiais, funções de base radial, bases de Volterra e Wavelets. Essas representações não lineares podem ser obtidas a partir de informações auxiliares ou, também, *a priori* do processo ([BEZERRA, 2015](#)) e, portanto, é a parte que enquadra a classificação da identificação como sendo caixa-cinza ([AGUIRRE, 2015](#)).

Em ([DE PAULA; RICCO; TEIXEIRA, 2015](#)), a identificação da não linearidade em um sistema de tanques é realizada considerando sua natureza estática. Isso é feito aplicando-se múltiplos degraus de amplitude crescente na entrada do sistema e observando os valores da saída em regime permanente. Utilizando métodos de MQ, uma não

linearidade estática é então estimada, com a descrição de uma função polinomial encontrada no problema de identificação.

de Paula, Ricco e Teixeira (2016) obtêm a curva estática, para um sistema MIMO, por meio de um sinal de entrada harmônico, voltado para a identificação de sistemas representados por MBI, utilizando o método descrito em D'Amato, Teixeira e Bernstein (2011), que concentraram seus esforços para realizar identificação semi-paramétrica do modelo de Wiener. Nessa abordagem, a não linearidade é obtida levando em consideração a propriedade da simetria de sinais harmônicos e, que por ser estática, a não linearidade não atrasa a fase do sinal não atrapalhando, assim, na obtenção da estrutura dinâmica.

Neste trabalho a estrutura para representar a não linearidade é obtida por meio de um ajuste de curva polinomial obtidos a partir de um ensaio com entradas de múltiplos degraus em amplitudes crescentes (DE PAULA, 2016a). Para sistemas SISO não há grandes problemas na escolha da relação não linear, pois esta associa somente uma entrada e uma saída e é única exceto por uma alteração no grau do polinômio. No caso de sistemas MIMO, identificar a não linearidade é desafiador devido à própria natureza dos modelos de Hammerstein e de Wiener. Como será visto no Exemplo 1, há tantas possíveis transformações não lineares quanto combinações das relações entre as entradas e as saídas. Isso requer a escolha de uma combinação que expresse adequadamente a relação entre todas as entradas e saídas para obter o modelo. A adequação dessa relação é relativa e depende dos objetivos do projetista.

Sistemas SISO e MIMO

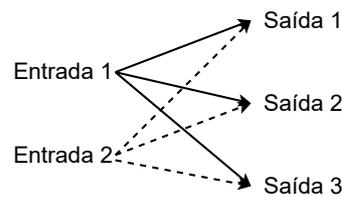
Em sistemas monovariáveis, a identificação da não linearidade estática, tanto no modelo de Wiener quanto no modelo de Hammerstein, é geralmente direta e a validação torna-se mais precisa. Sabendo que a característica não linear é obtida diretamente dos valores de regime permanente da entrada e da saída, no sistema SISO há uma única curva não linear que, geralmente, consegue se adequar bem aos dados de ensaio.

A complexidade cresce de maneira significativa em sistemas multivariáveis, nos quais a existência de termos cruzados implica que cada entrada influencia múltiplas saídas. A título de ilustração, é considerado um sistema multivariável de duas entradas e três saídas no Exemplo 1.

Exemplo 1

Considerando um exemplo de sistema com duas entradas, p , e três saídas, m , Figura 9, existem potencialmente seis ajustes de curvas não lineares (entrada 1: saída 1 — f_{11} , entrada 1: saída 2 — f_{12} , entrada 1: saída 3 — f_{13} , entrada 2: saída 1 — f_{21} , entrada 2: saída 2 — f_{22} — e entrada 2: saída 3 — f_{23}) representadas pelas setas. No entanto, o desafio surge ao decidir quais dessas curvas não lineares ajustadas devem ser utilizadas, pois cada saída pode responder de maneira distinta a diferentes não linearidades de entrada, por exemplo.

Figura 9 – Possíveis curvas não lineares estáticas em um sistema multivariável.



Para o modelo de Hammerstein, haverá $m^p = 3^2 = 9$ possíveis combinações conforme a Tabela 1.

Tabela 1 – Possíveis combinações para curva não linear em um modelo de Hammerstein de 2 entradas e 3 saídas.

entrada 1	entrada 2
f_{11}	f_{21}
f_{11}	f_{22}
f_{11}	f_{23}
f_{12}	f_{21}
f_{12}	f_{22}
f_{12}	f_{23}
f_{13}	f_{21}
f_{13}	f_{22}
f_{13}	f_{23}

Para o modelo de Wiener, haverá $p^m = 2^3 = 8$ combinações conforme a Tabela 2.

Tabela 2 – Possíveis combinações para curva não linear em um modelo de Wiener de 2 entradas e 3 saídas.

saída 1	saída 2	saída 3
f_{11}	f_{12}	f_{13}
f_{11}	f_{12}	f_{23}
f_{11}	f_{22}	f_{13}
f_{11}	f_{22}	f_{23}
f_{21}	f_{12}	f_{13}
f_{21}	f_{12}	f_{23}
f_{21}	f_{22}	f_{13}
f_{21}	f_{22}	f_{23}

Grau do Polinômio

Outro ponto a ser considerado para entender a metodologia de identificação é o grau do polinômio encontrado para modelar as não linearidades. Inicialmente será representado o procedimento adotado para ajustar o polinômio aos dados de regime permanente:

passo 1: selecionar um grau máximo r para o polinômio do modelo;

- essa escolha deve ser feita observado a característica estática do modelo dada pelos valores de regime permanente;
- Caso a adequação for pior que a esperada pode-se optar por elevar r ou diminuir caso uma elevação do grau do polinômio não causar ganhos significativos;

passo 2: realizar os ajustes de curvas do polinômio com o grau variando de 1 até r para cada uma das combinações entre a entrada e a saída;

- no caso do sistema **MIMO** do Exemplo 1 como há 6 possíveis combinações, o algoritmo é responsável por realizar $6 \cdot r$ ajustes de curvas;

passo 3: realizar as possíveis combinações para o grau do polinômio levando em consideração a quantidade de entradas caso seja o modelo de Hammerstein ou a quantidade de saídas caso seja o modelo de Wiener;

passo 4: levando em consideração o Exemplo 1, cada combinação deste deverá ser executada levando em consideração as possibilidades para o grau de cada polinômio do modelo a fim de escolher o modelo que retorna o melhor resultado de validação em termos do índice [RMSE](#).

Para exemplificar será feita a suposição da escolha de um grau máximo para o polinômio igual a 3 no exemplo a seguir.

Exemplo 2

Dado o sistema de duas entradas e três saídas da Figura 9 caso seja definido um grau máximo para o polinômio em cada entrada, considerando, inicialmente, o modelo de Hammerstein, as possíveis combinações do grau do polinômio para as entradas são na tabela 3. A quantidade de combinações é dada por $f^p = 3^2 = 9$.

Tabela 3 – Possíveis combinações o grau do polinômio para o modelo de Hammerstein com duas entradas.

entrada 1	entrada 2
grau 1	grau 1
grau 1	grau 2
grau 1	grau 3
grau 2	grau 1
grau 2	grau 2
grau 2	grau 3
grau 3	grau 1
grau 3	grau 2
grau 3	grau 3

Caso o modelo a ser estimado é o de Wiener para $r = 3$ as possíveis combinações, mostradas na Tabela 4, são dadas por $r^m = 3^3 = 27$.

Tabela 4 – Possíveis combinações para o grau do polinômio para um modelo de Wiener com 3 saídas.

saída 1	saída 2	saída 3	saída 1	saída 2	saída 3
grau 1	grau 1	grau 1	grau 2	grau 2	grau 3
grau 1	grau 1	grau 2	grau 2	grau 3	grau 1
grau 1	grau 1	grau 3	grau 2	grau 3	grau 2
grau 1	grau 2	grau 1	grau 2	grau 3	grau 3
grau 1	grau 2	grau 2	grau 3	grau 1	grau 1
grau 1	grau 2	grau 3	grau 3	grau 1	grau 2
grau 1	grau 3	grau 1	grau 3	grau 1	grau 3
grau 1	grau 3	grau 2	grau 3	grau 2	grau 1
grau 1	grau 3	grau 3	grau 3	grau 2	grau 2
grau 2	grau 1	grau 1	grau 3	grau 2	grau 3
grau 2	grau 1	grau 2	grau 3	grau 3	grau 1
grau 2	grau 1	grau 3	grau 3	grau 3	grau 2
grau 2	grau 2	grau 1	grau 3	grau 3	grau 3

O Exemplo 1 e o Exemplo 2 ilustram a complexidade da identificação em sistemas multivariáveis. As possíveis combinações para a representação dos sistemas crescem exponencialmente com o aumento da quantidade de entradas e de saídas do sistema.

2.5 Identificação em Duas Etapas

Na identificação em uma etapa, o objetivo é estimar todos os parâmetros do modelo diretamente em um único ciclo. Isso significa que, a partir dos dados experimentais disponíveis, deve-se determinar todos os coeficientes ou parâmetros do modelo em uma única análise (AGUIRRE; RODRIGUES; JÁCOME, 1998). Essa abordagem é geralmente usada quando se tem um bom conhecimento prévio do sistema ou quando se presume que todos os parâmetros podem ser identificados de maneira confiável em um único passo.

Na identificação em duas etapas, o processo é dividido em duas fases distintas. Na primeira etapa, alguns parâmetros são estimados utilizando técnicas específicas. Na segunda etapa, os parâmetros restantes são refinados por meio de métodos adicionais ou ajustes mais precisos (AGUIRRE, 2015). Essa abordagem pode ser vantajosa quando o modelo é complexo e os parâmetros não podem ser facilmente estimados em um único

estágio, ou quando se deseja simplificar a criação do modelo, incluindo informações auxiliares.

A escolha entre essas abordagens dependerá da natureza do sistema, da disponibilidade de dados, do conhecimento prévio e da eficiência computacional desejada. Cada abordagem tem suas vantagens e desvantagens e a seleção dependerá do contexto específico da identificação do sistema.

Rosa et al. (2017) propõe uma abordagem de identificação em duas etapas para o modelo de Wiener em sistemas SISO, utilizando redes neurais. Em seu método, uma das etapas é dedicada à definição da ordem do modelo, utilizando os quocientes de Lipschitz, enquanto a outra é reservada para o ajuste dos pesos, representados no espaço de estados.

Por outro lado, em de Paula (2016a), as atribuições de cada estágio são distintas. Após revisar algumas publicações que empregam identificação em uma ou duas etapas, o autor opta pela segunda abordagem. No primeiro estágio, concentra-se na identificação da característica não linear estática, enquanto a etapa subsequente é dedicada à determinação da parte dinâmica linear do MBI.

Para um sistema SISO, um mecanismo proposto para obter modelos de Hammerstein e de Wiener adotada em identificação em duas etapas é descrito em 5 passos (DE PAULA, 2016a):

1. realizar um ensaio estático com o uso de sinais específicos e coletar os dados de entrada e de saída em regime permanente:
 - de Paula (2016a) faz o uso de múltiplos degraus com amplitudes crescentes aplicados às entradas do sistema na identificação de modelos de Hammerstein e de Wiener;
 - D'Amato, Teixeira e Bernstein (2011) sugerem o uso de sinais harmônicos aplicados às entradas do sistema e estimam ganhos não lineares no modelo de Wiener utilizando o método da simetria de sinais;
2. realizar um ensaio dinâmico, utilizando sinais persistentemente excitantes e coletar os dados de entrada e de saída;
3. estimar uma curva estática, a partir dos dados de ensaio estático, para representar a não linearidade do sistema, que é atrelada ao seu ganho estático (razão entre a saída e a entrada no regime permanente) em diferentes pontos de operação;
4. obter o sinal intermediário:
 - no modelo de Hammerstein, o sinal intermediário pode ser obtido aplicando a entrada a curva estática encontrada no passo anterior;

- no modelo de Wiener, o sinal intermediário pode ser encontrado a partir do sinal de saída após passar pela inversa — dada em (2.9) — da função não linear encontrada no passo anterior. Isso exige que a função não linear seja invertível;
5. utilizar os dados do ensaio dinâmico para obter o sinal intermediário por meio da função estática calculada no passo anterior e estimar o bloco da dinâmica linear por qualquer método de identificação em subespaço:
- no modelo de Hammerstein o bloco linear dinâmico é estimado pelo sinal intermediário e de saída;
 - no modelo de Wiener o bloco linear dinâmico é estimado pelo sinal de entrada e pelo sinal intermediário.

Ao empregar o método de subespaço para identificar a dinâmica linear no passo do [Item 5](#), é essencial que a relação entre o sinal intermediário e a entrada no modelo de Hammerstein, ou entre o sinal intermediário e a saída no modelo de Wiener, apresente uma natureza linear. Isso decorre do fato de que o algoritmo de subespaço foi concebido para a identificação de sistemas lineares. Quanto mais precisa for a representação das não linearidades pelas estruturas não lineares identificadas, melhores serão os resultados obtidos durante a validação do modelo.

Os passos para obter o modelo de Hammerstein é sistematizado no diagrama da [Figura 10](#). O mesmo é feito para obtenção do [MBI](#) de Wiener na [Figura 11](#).

Figura 10 – Passos para a identificação em duas etapas de sistemas representados por modelos de blocos de Hammerstein em duas etapas.

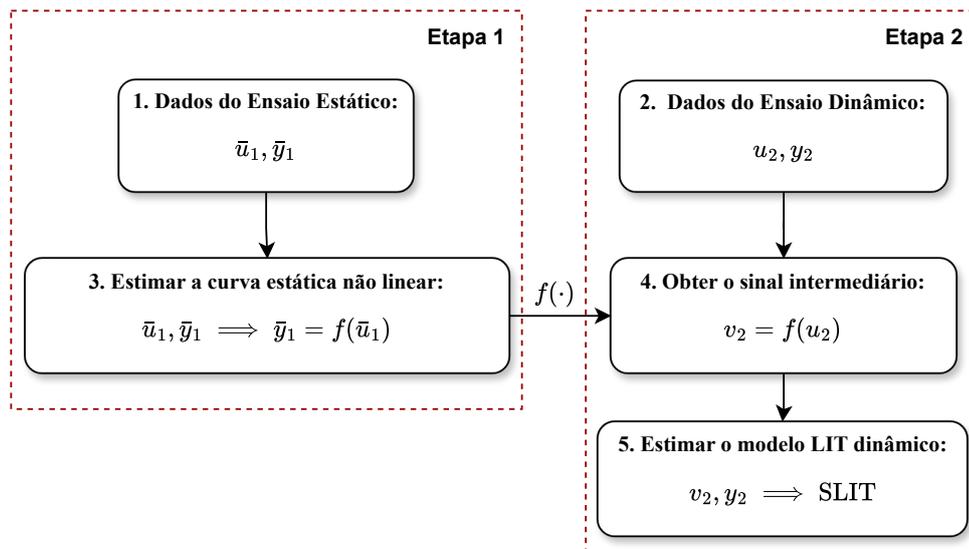
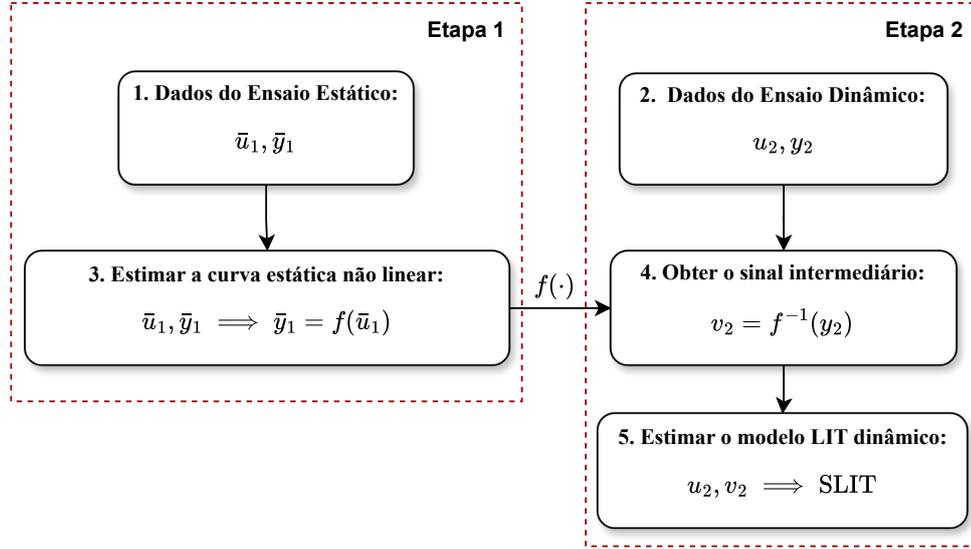


Figura 11 – Passos para a identificação em duas etapas de sistemas representados por modelos de blocos de Wiener em duas etapas.



2.6 Validação de Modelos

Validar um modelo implica em verificar se ele atende a critérios estabelecidos, demonstrando a presença das características exigidas. Neste trabalho, foram considerados as seguintes métricas:

- simulação livre;
- capacidade de representar o comportamento estático do sistema;
- índice de [RMSE](#).

Foi utilizado o índice [RMSE](#) para realizar uma análise quantitativa do modelo. Este índice para N amostras de saídas y é dado por

$$\text{RMSE} = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{k=1}^N [y_k - \hat{y}_k]^2}, \quad (2.21)$$

que normalizado é escrito como

$$\text{RMSE}_N = \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^N [y_k - \hat{y}_k]^2}}{\sqrt{\sum_{k=1}^N [y_k - \bar{y}_k]^2}}, \quad (2.22)$$

em que \hat{y}_k é o valor de saída estimado na simulação livre e \bar{y}_k é o valor médio da saída y_k obtida no ensaio.

Esse índice permite comparar o desempenho do modelo de uma forma justa e significativa, independentemente da unidade ou escala dos dados ([NEPOMUCENO; TAKAHASHI; AGUIRRE, 2007](#)). O índice [RMSE](#) normalizado é uma métrica relativa, e,

portanto, seu valor deve ser interpretado em um contexto específico⁵, juntamente com outras métricas, como validação cruzada ou simulação livre. O RMSE normalizado de 0% ou 0 (zero) indicaria um ajuste perfeito do modelo aos dados, enquanto um valor de 100% ou 1 (um) indicaria que o modelo tem um erro médio igual à amplitude dos valores reais.

Para avaliar o modelo, é realizada, também, uma análise qualitativa de sua capacidade em representar o comportamento do sistema. Esta análise é subjetiva e visa comparar os resultados obtidos de um modelo aos dados de um sistema a ser identificado mediante uma inspeção visual dos gráficos das saídas. Alguns aspectos a serem observados incluem:

- Forma das Ondas: as formas das ondas ou dos sinais devem ser semelhantes. Isso significa que os picos, vales e outras características importantes das ondas devem ocorrer nos mesmos pontos temporais e com amplitudes similares.
- Tendências Gerais: as tendências de crescimento ou decrescimento, ou qualquer outro padrão significativo, devem ser parecidas entre as duas saídas.
- Fase: a fase das oscilações deve ser a mesma ou muito próxima. Um desalinhamento significativo na fase pode indicar problemas no modelo.

Ao validar o modelo em relação ao sistema real, o foco é garantir que ele reproduza com precisão tanto as características dinâmicas quanto as estacionárias. Diferenças notáveis entre as saídas do modelo e as observações reais podem indicar que a dinâmica não está sendo corretamente capturada. Essa validação é crucial para assegurar que o modelo representa com precisão o comportamento em condições operacionais normais.

Há diversas outras formas de validação. [Aguirre, Rodrigues e Jácome \(1998\)](#) apontam a validação de modelos dinâmicos [NARMAX](#) utilizando funções de correlação para detectar possíveis dinâmicas não modeladas nos resíduos de identificação, onde um bom modelo garante que eles sejam brancos e não correlacionados com a entrada, com a saída e não autocorrelacionados.

2.7 Metodologia para Identificação

A metodologia de identificação escolhida é realizada em duas etapas. O *Matrix Laboratory* ([MatLab](#)), é utilizado nas simulações computacionais. A fim de atingir os objetivos propostos, em resumo, serão adotados os seguintes procedimentos metodológicos:

⁵Embora o valor do [RMSE](#) normalizado forneça uma indicação inicial da qualidade do modelo, é aconselhável interpretá-lo à luz do contexto específico do problema, dos objetivos de negócios e das características dos dados. Em alguns casos, pode ser útil definir critérios de aceitação específicos com base nessas considerações para determinar se o modelo atende aos requisitos e expectativas do problema específico ([MARTINS; NEPOMUCENO; BARROSO, 2012](#)).

1. coletar dados de entrada e saída de um sistema físico adquiridos experimentalmente ou via simulação de um sistema;
 - escolhe-se um sinal de entrada (\bar{u}_k) formado por múltiplos degraus de amplitude crescente para identificação da curva estática. O tempo para se aplicar um novo degrau leva em conta que o regime permanente na saída (\bar{y}_k) foi alcançado;
 - para identificação da dinâmica linear deve-se utilizar um sinal de entrada persistentemente excitante;

2. definir a função de base polinomial a partir dos sinais de entrada e saída do ensaio estático para representação da não linearidade do sistema. As definições obedecem às seguintes estruturas:

- para o modelo de Hammerstein

$$\bar{v}_k = f(\bar{u}_k) = \sum_{i=1}^r \alpha_i \bar{u}_k^i;$$

- para o modelo de Wiener

$$\bar{v}_k = f^{-1}(\bar{y}_k) = \sum_{i=1}^r \alpha_i \bar{y}_k^i;$$

3. estimar os parâmetros do polinômio e obter o sinal intermediário (\bar{v}_k) do modelo para identificação da dinâmica do sistema:
 - para o modelo de Hammerstein, obter o sinal intermediário transformando o sinal de entrada pela função não linear (2);
 - para o modelo de Wiener, obter o sinal intermediário transformando o sinal de saída pela inversa da função não linear (2);
4. para identificação da dinâmica linear, selecionar um percentual das amostras dos sinais entrada e saída coletados no ensaio dinâmico para realizar a estimação do modelo e o restante para a sua validação. O percentual escolhido para cada etapa, de identificação e de validação, depende do sistema a ser identificado e deve ser escolhido segundo a sensibilidade do projetista;
5. a partir dos dados de entrada e saída, utilizando o algoritmo descrito na [subseção 2.4.1](#), estimar a ordem do sistema, \hat{n} , e as matrizes, \hat{A} , \hat{B} , \hat{C} e \hat{D} que permitem a REE para o caso de Hammerstein (2.4) e (2.5) ou Wiener (2.7) e (2.8);
6. validar o sistema. Ver [seção 2.6](#).

De forma simplificada, os passos acima descrevem o fluxo das tarefas na identificação de sistemas não lineares, conforme ilustrado pelas Figuras 10 e 11, para obter as estruturas de Hammerstein e Wiener, respectivamente. Além disso, conforme a [subseção 2.4.2](#), no passo descrito na [Item 2](#), a estrutura do polinômio é definida ao especificar um grau máximo r para o ajuste dos dados.

Dessa maneira, em um sistema [SISO](#) haverá r possíveis polinômios com o grau variando de 1 até r . Os passos devem ser executados r vezes, para realizar a escolha para a estrutura que obteve melhores resultados na validação do modelo.

Para um sistema multivariável, para cada via⁶ considerada, haverá r polinômios de grau variando de 1 até r . Entretanto, a quantidade de vezes em que os passos de identificação serão executados deve levar em consideração as possíveis combinações para a presença da não linearidade. A título de exemplo, a Figura 12 mostra a quantidade de combinações para curva não linear estática em um sistema com duas entradas e duas saídas para o modelo de Hammerstein. Para o modelo de Wiener, a não linearidade existente na saída resulta nas combinações conforme a Figura 13.

Assim, a quantidade, N , de vezes que os passos deverão ser executados para que seja possível fazer análise do melhor modelo é dada por

$$N = (m \cdot r)^p \quad (2.23)$$

para o modelo de Hammerstein e por

$$N = (p \cdot r)^m \quad (2.24)$$

para o modelo de Wiener.

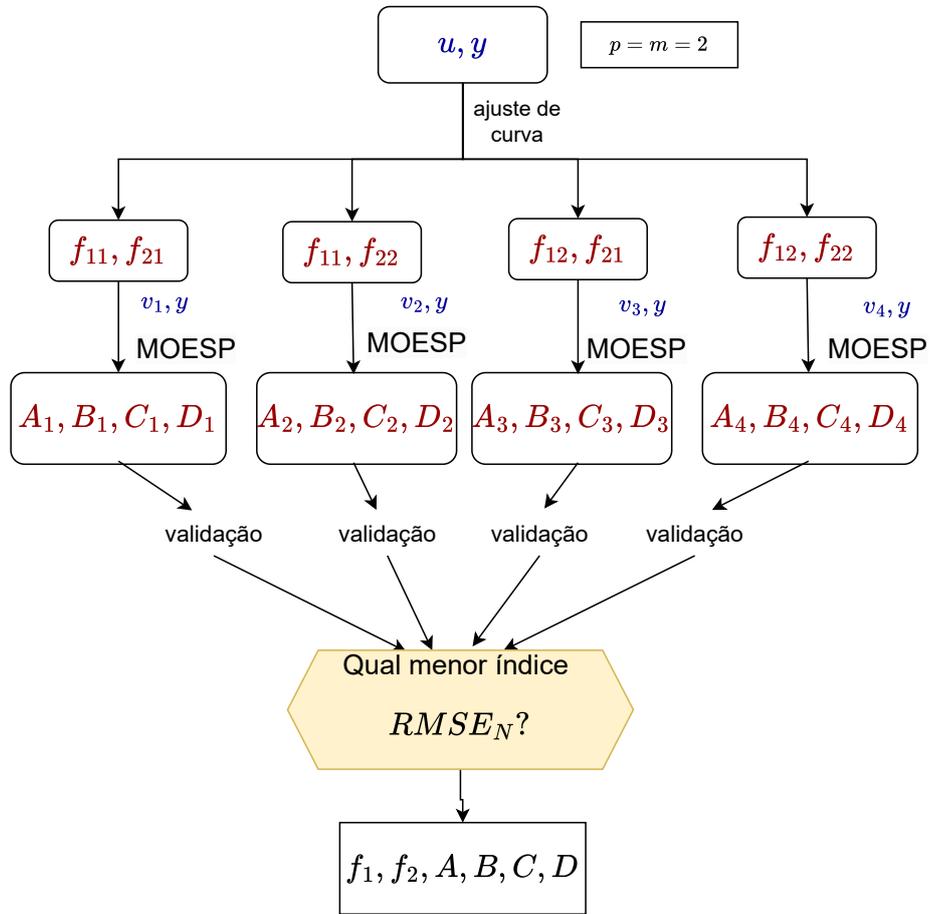
2.8 Conclusões do Capítulo

O capítulo preocupou-se em mostrar que um [MBI](#) compõe uma forma de abordar sistemas não lineares como tal e para apresentar algumas estruturas foram discutidos os dois modelos a serem examinados neste trabalho, que são o de Hammerstein e de Wiener. Nestas representações, foi visto que o processo é moldado como uma composição de um subsistema não linear estático, dependendo assim somente da entrada atual, em série com um subsistema linear dinâmico.

Visando a representação de sistemas não lineares monovariáveis e multivariáveis foi escolhida uma [REE](#) para a dinâmica linear e para representar a não linearidade escolheu-se funções polinomiais, em que essas duas partes são obtidas em duas etapas de identificação. Assim, o capítulo enreda em mostrar quais parâmetros devem ser obtidos para o total conhecimento do modelo, pontuando cada uma das etapas de identificação. Por fim,

⁶o termo via foi utilizado para designar entradas para o modelo de Hammerstein ou saídas para o modelo de Wiener;

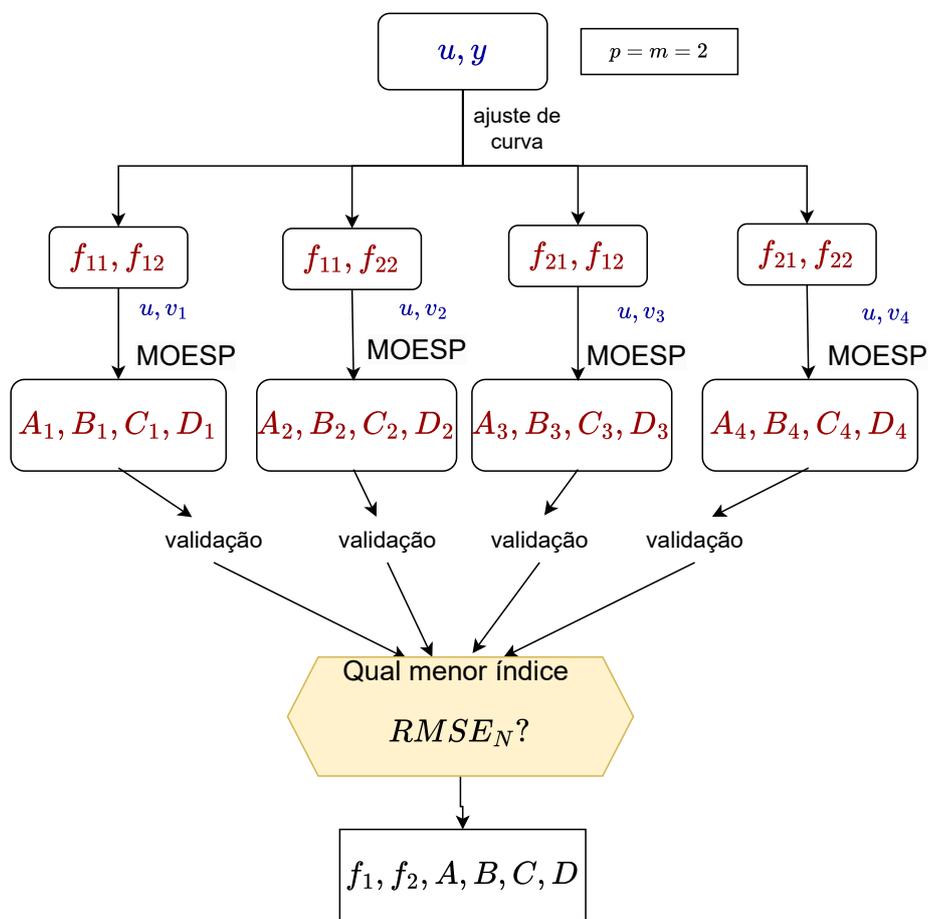
Figura 12 – Fluxograma da metodologia de identificação aplicada a um sistema com duas entradas e duas saídas para identificação do modelo de Hammerstein.



Fonte: o autor.

de maneira mais específica, a metodologia utilizada no trabalho é apresentada para dar continuidade aos próximos capítulos.

Figura 13 – Fluxograma da metodologia de identificação aplicada a um sistema com duas entradas e duas saídas para identificação do modelo de Wiener.



Fonte: o autor.

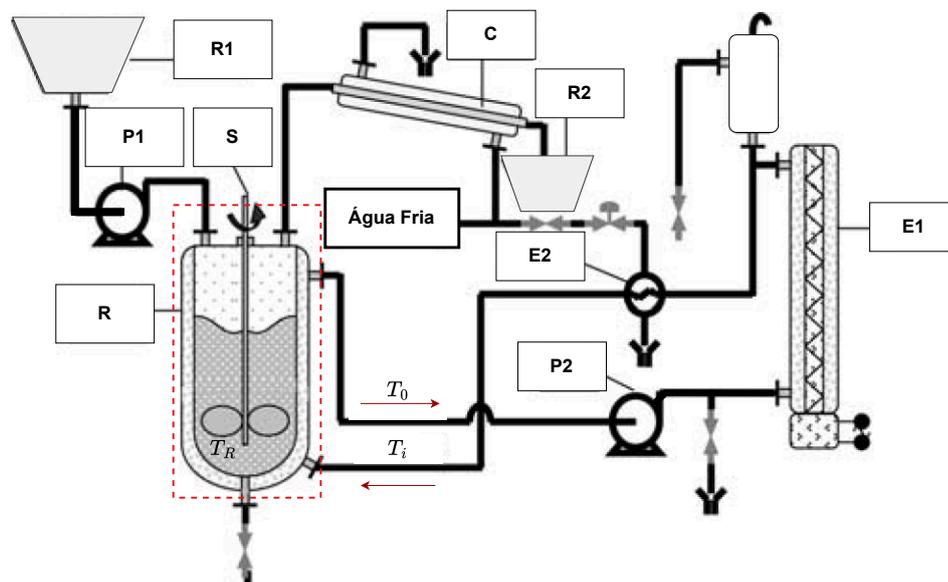
3 Identificação de um Reator Semi-batelada

Neste capítulo, aborda-se a identificação de um sistema não linear **SISO**, com foco desde a geração de sinais de teste até a validação, destacando os modelos de Hammerstein e Wiener. São exploradas as representações da não linearidade por meio de polinômios e da dinâmica linear utilizando matrizes de subespaço. Adicionalmente, são apresentadas observações relevantes sobre os diferentes estágios do processo, incluindo a precisão dos resultados em cada etapa e a consistência em relação aos objetivos estabelecidos.

3.1 Descrição do Sistema

O sistema da Figura 14 é apresentado em [Abdenmour, Ksouri e M'sahli \(2002b\)](#). O núcleo é um reator (R) cilíndrico com capacidade de 2 L em aço inoxidável instalado no laboratório de controle de processos da Escola de Engenheiros de Gabes (Tunísia). Sua temperatura é regulada por meio de um fluido que circula por uma jaqueta envolvente. A circulação do fluido é assegurada pela bomba (P2). Para aumentar a temperatura do reator, o fluido é aquecido por um trocador de calor (E1) equipado com um conjunto de três resistores, cuja potência elétrica pode variar de 0 a 3 kW. Para diminuir a temperatura, o fluido é resfriado em um refrigerador tubular (E2), ajustando a taxa de resfriamento por meio da variação do fluxo de água de resfriamento externo, que pode ser ajustado na faixa de 0 a 1200 L/h.

Figura 14 – Diagrama do processo experimental de controle de temperatura em um reator.



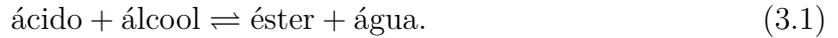
Fonte: Adaptado de [Abdenmour, Ksouri e M'sahli \(2002b\)](#).

Um agitador vertical (S), posicionado ao longo do eixo do reator, é continuamente girado a uma velocidade constante (geralmente 600 rpm) para manter o meio o mais homogêneo possível em termos de temperatura e composição. Se for necessário, um elemento específico (R1), localizado acima do reator, permite o fornecimento, por meio da bomba (P1), de qualquer reagente adicional.

A reação de interesse é realizada à pressão atmosférica. No entanto, na faixa de temperatura considerada, a evaporação do solvente ocorre sempre em uma faixa significativa. Portanto, um condensador resfriado a água (C) deve ser utilizado para devolver o solvente ao reator a partir do recipiente R2.

Além das variáveis mencionadas acima, três outras variáveis são medidas em tempo real: temperatura do líquido na entrada (T_i), temperatura do líquido na saída (T_0) e temperatura de reação (T_R).

O comportamento do sistema ao processar a reação expressa em (3.1) pode ser descrito pelas equações de balanço de massa, (3.2) a (3.7), e de energia representados por (3.8). A Equação (3.1) exhibe a reação reversível conhecida como esterificação, um processo que pode ocorrer tanto na direção da formação de éster a partir de ácido e álcool (condição de síntese), quanto na direção oposta, onde o éster pode ser hidrolisado de volta para ácido e álcool (condição de hidrólise):



Balanço de massa:

$$V \frac{d}{dt}(C_1^L) = F_e C_1^e - F_v C_1^v - \mu_1 \nu_r V - C_1^L (F_e - F_{LV}), \quad (3.2)$$

$$V \frac{d}{dt}(C_2^L) = F_e C_2^e - F_v C_2^v - \mu_2 \nu_r V - C_2^L (F_e - F_{LV}), \quad (3.3)$$

$$V \frac{d}{dt}(C_3^L) = \mu_3 \nu_r V - C_3^L (F_e - F_{LV}), \quad (3.4)$$

$$V \frac{d}{dt}(C_T^L) = F_e C_T^e - F_v C_T^v - C_T^L (F_e - F_{LV}), \quad (3.5)$$

$$\frac{d}{dt}V = F_e - F_{LV}, \quad (3.6)$$

$$\sum_i C_i - 1 = 0. \quad (3.7)$$

Balanço de energia:

$$\frac{d}{dt}(V \rho_L C_P^L T) = F_e (\rho_e C_p^e T_e - \rho_L C_p^L T) - V_r \Delta_R - \frac{F_v \rho_v \Delta_V}{M_V} + Q, \quad (3.8)$$

em que C_i é a concentração de cada elemento (veja no Quadro 2); $i=1, 2$ e 3 para o ácido, água e álcool, respectivamente. $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 1$ para os reagentes e $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = -1$ para os produtos. As equações de massa e energia expressam como ocorrem as trocas de

massa dos reagentes e produtos dentro do reator, enquanto as equações de balanço de energia relacionam como grandezas físicas presente no sistema impactam na temperatura e quantidade de calor que circula no mesmo. As variáveis físico-químicas desses conjuntos de equações estão explicadas no Quadro 2.

Quadro 2 – Variáveis para descrição do sistema representado pelo reator semi-batelada.

C_i	concentração de cada elemento participante da reação	$\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$	1 para os produtos e -1 para os reagentes
C_p^e	Capacidade calorífica de alimentação ($J g^{-1} K^{-1}$)	F_v	Fluxo volumétrico de vapor ($l min^{-1}$)
C_p^L	Capacidade calorífica da fase líquida ($J g^{-1} K^{-1}$)	M_v	Massa molar da fase de vapor ($g mol^{-1}$)
C_i^e	Concentração do componente de alimentação (i) ($mol l^{-1}$)	Q	Potência térmica ($J min^{-1}$)
C_i^L	Concentração do componente (i) na fase líquida ($mol l^{-1}$)	ν_r	Velocidade de reação ($mol l^{-1} min^{-1}$)
C_i^v	Concentração do componente (i) na fase de vapor ($mol l^{-1}$)	T	Temperatura da mistura (K)
C_t^L	Concentração total na fase líquida ($mol l^{-1}$)	T_e	Temperatura de alimentação (K)
C_t^v	Concentração total na fase de vapor ($mol l^{-1}$)	V	Volume instantâneo da mistura (l)
F_e	Fluxo volumétrico de alimentação ($l min^{-1}$)	ΔH_R	Entalpia da reação ($J mol^{-1}$)
F_{LV}	Fluxo de vapor equivalente ao líquido ($l min^{-1}$)	ΔH_V	Entalpia de vaporização ($J mol^{-1}$)
ρ_L	densidade volumétrica da fase líquida	ρ_V	densidade volumétrica da fase de vapor
ρ_e	densidade volumétrica da alimentação		

Fonte: adaptado de (ABDENNOUR; KSOURI; M'SAHLI, 2002b).

3.2 Experimentação do Sistema

Para obter os dados dos ensaios no sistema foi utilizado um modelo simulado por intermédio de regressores não lineares. O modelo disponível em [Abdennour, Ksouri e M'sahli \(2002a\)](#) é representado por

$$y_k = 0,962y_{k-1} + 0,032u_{k-1} + 0,085u_{k-2} + \\ - 0,114u_{k-1}^2 + 0,061u_{k-2}^2 - 0,035u_{k-1}^3 + 0,031u_{k-2}^3. \quad (3.9)$$

Esta representação simplificada utiliza variáveis passadas da saída (y_{k-1}) e da entrada (u_{k-1}), (u_{k-2}), incluindo termos não lineares quadráticos e cúbicos nos regressores visando expressar características dinâmicas e não lineares presentes no sistema real.

A variável de entrada u é escolhida de forma que a potência de entrada (P_e) nas resistências fique entre 0 (P_{\min}) e 3 kW (P_{\max}). Essa variável de entrada é normalizada usando

$$u = \frac{P_e - P_{\min}}{P_{\max} - P_{\min}}, \quad (3.10)$$

resultando em valores normalizados entre 0 e 1.

A saída, y , do sistema simulado é a temperatura da reação limitada, conforme a literatura consultada, entre zero e 120 °C. Ruído com distribuição Normal padrão ou gaussiano com média nula e desvio padrão de 0,002 — $\mathcal{N}(0, 0,002)$ — foi adicionado à saída y_k objetivando refletir as condições práticas e físicas do sistema real. O ruído introduzido nos dados normalizados é razoável considerando o intervalo de valores reais medidos de 0 a 120 °C e também que o conversor analógico digital (do inglês, *Analog-to-Digital Converter*) ([ADC](#)), utilizado na amostragem, não cometa falhas significativas durante o processo de aquisição dos sinais. O ruído introduzido no sistema representa cerca de 0,13% do sinal de saída dinâmico, correspondendo a uma relação sinal ruído (do inglês, *Signal Noise Ratio*) ([SNR](#)) de 17,52.

O sinal de saída é normalizado com amplitude máxima de 1,6. Assume-se que o máximo valor de temperatura é de 120 °C ([ABDENNOUR; KSOURI; M'SAHLI, 2002a](#)). Entretanto, considerar outro valor máximo não modifica as etapas de identificação adotadas nesse trabalho desde que a reconstrução dos sinais obedeça aos fatores de conversão reais para as unidades.

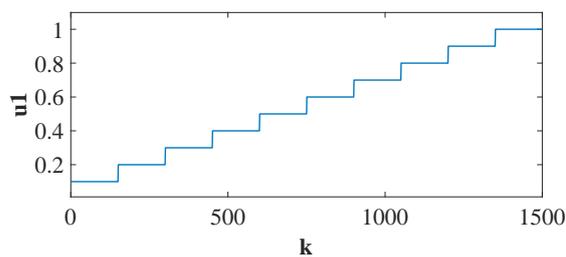
Para a coleta de dados e simulação, adotou-se um tempo de amostragem de 1 minuto. Este intervalo de amostragem é adequado para capturar dinâmicas lentas do sistema, proporcionando uma resolução razoável para o processo de coleta e análise de dados. Para obter os modelo Hammerstein e de Wiener de um sistema [SISO](#), não há diferenças nas etapas de seleção das entradas e saídas, assim como a geração dos sinais de teste do ensaio estático e do ensaio dinâmico.

Ensaio Estático

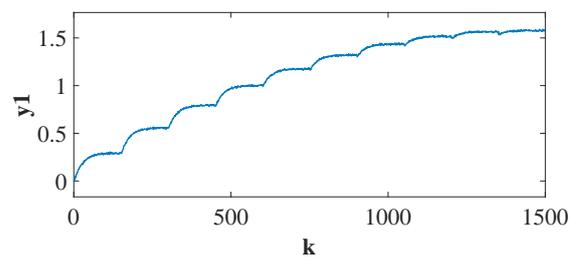
Para obter a curva não linear estática, foi realizado um ensaio aplicando, inicialmente, um degrau de amplitude de 0,1 — equivalente a um aumento de 30w de potência elétrica consumidos pela resistência — na entrada do sistema até que a sua saída atingisse o regime permanente, momento no qual tais sinais são coletados. Logo após, o ensaio é replicado em sucessivos degraus com incremento de 0,1 na entrada até que esse valor seja igual a 1, conforme exemplificado na Figura 15. Os sinais aplicados na entrada são compostos de degraus ascendentes sequenciais com amplitudes iniciando em 0,1 e terminando em 1 com passo 0,1, totalizando 10 degraus. A saída medida é mostrada na Figura 16.

Analisando a figura 16, observa-se que o sistema tem um comportamento não linear à medida que o ganho estático varia ao se alterar o ponto de operação. Essa relação não linear entre a entrada, Figura 15, e a saída, Figura 16, é obtida a partir dos dados medidos e fica mais clara ao observar os valores de regime por meio do gráfico *saída* \times *entrada* da Figura 17.

Figura 15 – Sinal de entrada no reator, ver Figura 16 – Sinal de saída no reator para o ensaio estático.
Figura 14, para o ensaio estático.

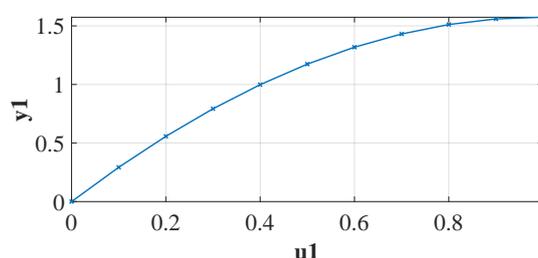


Fonte: o autor.



Fonte: o autor.

Figura 17 – Relação não linear entre os sinais de entrada e saída no reator.



Fonte: o autor.

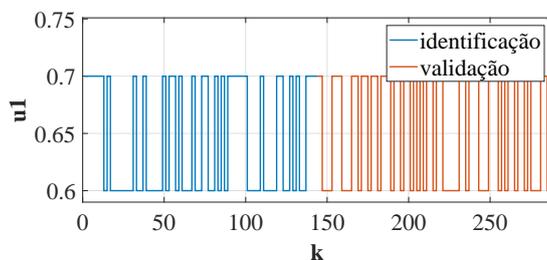
É interessante no ensaio estático, manter o sinal de saída um certo número de amostras no regime permanente. Isso é útil na presença de ruído branco, pois a esperança do valor em regime permanente pode ser obtida fazendo a média aritmética dos valores em regime para o ponto de operação considerado.

Dados de Identificação da Dinâmica Linear

Para a identificação da dinâmica linear foi utilizado um sinal **PRBS**, discutido na [seção 2.2](#). O sinal **PRBS** utilizado é de 11 bits e tempo de manutenção mínimo do valor aplicado à entrada de 2 minutos ou duas amostras. Neste ponto é interessante mencionar o motivo da escolha da quantidade de bits e do tempo de manutenção mínimo do sinal **PRBS**. Com relação ao número de bits, quanto maior este for, maior é o período do sinal **PRBS** e, portanto, garantirá uma maior quantidade de amostras dentro desse período em que o sinal é tido como aleatório conforme mostrado na [seção 2.2](#). Quanto ao tempo de manutenção mínimo do sinal em um dado nível na entrada, costuma ser um múltiplo do tempo de amostragem, e indica que o sinal será mantido na entrada por no mínimo algumas leituras das amostras para então sofrer a variação do sinal na entrada. A escolha deste parâmetro visa garantir que o sistema consiga excitar a dinâmica do sistema sem permanecer por longos períodos em regime permanente.

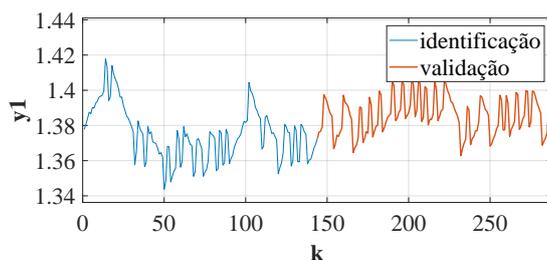
A Figura 18 mostra o sinal persistentemente excitante aplicado à entrada distinguindo-os entre sinais de identificação e de validação, seguindo a legenda. Ao observar os dados de ensaio dinâmico percebe-se que os sinais mantêm uma correlação positiva. Dizendo de outra forma, um aumento nos valores de entrada eleva a amplitude da saída e uma diminuição dos valores de entrada diminui, consequentemente a amplitude da saída.

Figura 18 – Sinal **PRBS** de 11 bits e retenção de amplitude de dois períodos de amostragem aplicado à entrada do reator.



Fonte: o autor.

Figura 19 – Sinal de saída do ensaio dinâmico para o reator.



Fonte: o autor.

3.3 Identificação do Sistema

3.3.1 Modelo de Hammerstein

Para representar a não linearidade do sistema, o subsistema estático não linear é descrito pela curva polinomial de segundo grau, obtida conforme as disposições da [subseção 2.4.2](#), a partir dos valores de regime, evidenciados na [Figura 17](#):

$$v_1 = f(u_1) = u_1^2 - 2,0218u_1. \quad (3.11)$$

O subsistema linear dinâmico, identificado utilizando o algoritmo de identificação [MOESP](#) descrito passo a passo na [subseção 2.4.1](#), é uma estrutura de terceira ordem como pode ser observado nas matrizes da representação em espaço de estados:

$$A_H = \begin{bmatrix} 0,9823 & 0,1625 & 0,0469 \\ -0,1227 & -0,0044 & 0,4538 \\ 0,0046 & 0,0677 & 0,4547 \end{bmatrix}; \quad B_H = \begin{bmatrix} -0,0214 \\ 0,8935 \\ -0,0370 \end{bmatrix};$$

$$C_H = [-0,5005 \quad 0,2445 \quad -0,0013]; \quad D_H = 0,0023.$$

em que o subscrito H indica as matrizes do modelo de Hammerstein.

O sistema identificado é estável visto que o módulo dos autovalores da matriz dinâmica são menores do que 1, como apresentado na [Tabela 6](#).

As [Figuras 20 e 21](#) mostram a validação por simulação livre do modelo identificado. O comportamento estático foi avaliado durante a etapa de validação para verificar a capacidade de o modelo exibir o mesmo comportamento do sistema real ao seguir uma entrada de referência em que as variáveis do sistema não variam significativamente com o tempo. A consistência, observando as métricas estipuladas na [seção 2.6](#), entre os dados simulados e as expectativas teóricas ou dados de ensaios ressalta a eficácia do modelo na captura das dinâmicas subjacentes ao sistema, proporcionando uma base sólida para análises subsequentes

Figura 20 – Validação do comportamento dinâmico por simulação livre do Modelo de Hammerstein para o Reator.

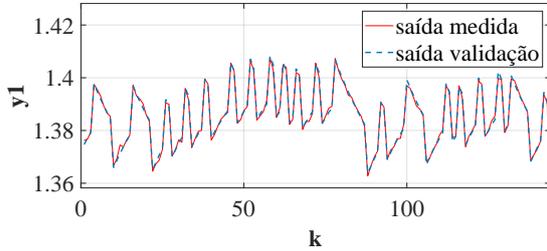
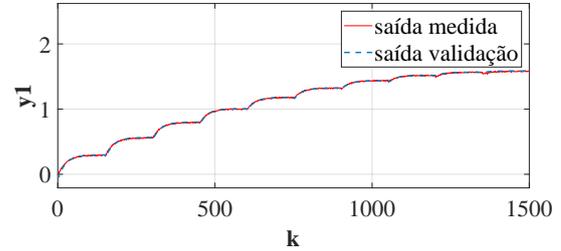


Figura 21 – Validação do comportamento estático por simulação livre do Modelo de Hammerstein para o Reator.



Avaliando a qualidade do modelo pelo [RMSE](#) normalizado sobre os dados de validação dinâmica obtém-se o valor de 0,0858. O valor próximo de zero sugere uma boa concordância entre o modelo e os resultados experimentais, validando a eficácia da abordagem proposta.

3.3.2 Modelo de Wiener

Para representar a não linearidade do sistema na representação de Wiener, uma curva polinomial de quinto grau foi obtida a partir dos valores de regime, evidenciados na [Figura 17](#). A estrutura obtida é:

$$y_1 = f(v_1) = v_1^5 - 4,2481 \cdot 10^6 v_1^3 + 1,6392 \cdot 10^5 v_1^2 + 1,0538 \cdot 10^3 v_1. \quad (3.12)$$

Os coeficientes do polinômio na Equação (3.12) apresentam valores consideravelmente elevados em relação ao coeficiente do termo de maior grau. Essa observação poderia sugerir a viabilidade de utilizar um polinômio de grau inferior para representar a não linearidade. No entanto, a análise do comportamento do ganho estático, juntamente com os resultados da validação, refutam essa possibilidade, levando à decisão de escolher um polinômio de quinto grau para representar a não linearidade.

O subsistema linear dinâmico, identificado utilizando o algoritmo [MOESP](#), é uma estrutura de terceira ordem como pode ser observado nas matrizes da representação em espaço de estados:

$$A_W = \begin{bmatrix} 0,9820 & 0,1618 & -0,0628 \\ -0,1205 & -0,0012 & -0,4840 \\ -0,0056 & -0,0747 & 0,7187 \end{bmatrix}, \quad B_W = \begin{bmatrix} 0,0009 \\ -0,0323 \\ -0,0015 \end{bmatrix},$$

$$C_W = \begin{bmatrix} -0,0256 & 0,0123 & 0,0001 \end{bmatrix}, \quad D_W = -6,0334 \cdot 10^6,$$

em que o subscrito W indica as matrizes do modelo de Wiener.

O sistema identificado é estável visto que o módulo dos autovalores são menores do que 1, conforme a Tabela 6.

As Figuras 22 e 23 exibem os resultados de validação qualitativa, do modelo de Wiener identificado, para os dados de ensaio dinâmico e estático. A análise dos gráficos revela uma concordância entre as respostas medidas e as obtidas pelo modelo, confirmando a aptidão deste para capturar a dinâmica do sistema. A persistência ao longo do tempo, juntamente com a representação precisa de eventos dinâmicos e do comportamento estático, fortalecem a confiança na fidedignidade da identificação para o sistema abordado.

Figura 22 – Validação do comportamento dinâmico por simulação livre do Modelo de Wiener para o Reator.

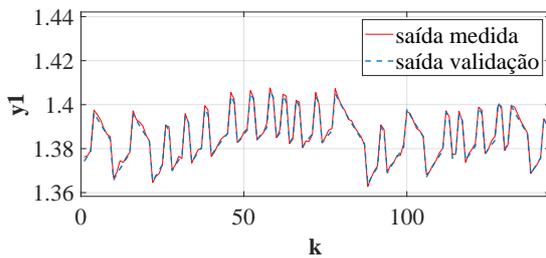
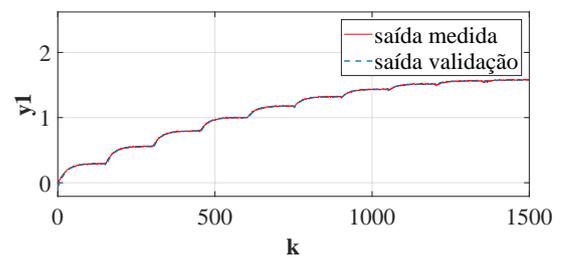


Figura 23 – Validação do comportamento estático por simulação livre do Modelo de Wiener para o Reator.



A credibilidade do modelo identificado é reforçada pelo índice **RMSE** normalizado para os dados de validação do ensaio dinâmico. Para o modelo de Wiener obtido, a saída apresentou um índice de 0,1362.

3.3.3 Análise da Identificação em um Sistema **SISO** - Reator Semi Batelada

Do ponto de vista da validação, ambas as representações de Hammerstein e de Wiener obtiveram resultados eficazes, embora o índice **RMSE** normalizado seja levemente inferior para a estrutura de Hammerstein como mostrado na Tabela 5.

Dando um passo em direção à forma da estrutura, para ambos, o sistema linear é de terceira ordem. Entretanto, enquanto a não linearidade do modelo de Hammerstein é representada por um polinômio de segundo grau, para a representação de Wiener é necessário um polinômio de quinto grau para obter bons resultados.

Uma primeira impressão é que o modelo de Hammerstein é melhor, entretanto, tal afirmação deve levar em conta a sua aplicação, como, por exemplo: a facilidade em

implementar sistemas de controle utilizando as estruturas estimas — isso foge ao escopo do trabalho, visto que ambos obtiveram resultados similares.

Tabela 5 – Resultados da identificação do reator por representações Hammerstein e Wiener.

representação	grau do polinômio	ordem do sistema	RMSE _N
Hammerstein	2	3	0,0858
Wiener	5	3	0,1362

Tabela 6 – Módulo dos autovalores dos Modelos de Hammerstein e de Wiener para o reator semi-batelada.

representação	módulo dos autovalores		
Hammerstein	0,9606	0,0464	0,5184
Wiener	0,0304	0,9590	0,7709

3.4 Conclusões do Capítulo

O presente capítulo se dedicou à identificação de um sistema em que o objeto central de análise é um reator no qual se processa uma reação química que necessita de um controle de temperatura para ocorrer nos moldes esperados.

Para isso, a relação não linear entre a temperatura do reator e a potência fornecida a uma resistência elétrica — variáveis de saída e de entrada, respectivamente — que opera no aquecimento da reação é identificada e representada por modelos de Hammerstein e de Wiener.

Os bons resultados obtidos na etapa de validação evidenciam a aplicação eficaz da metodologia de identificação voltada a sistemas [SISO](#).

4 Identificação de Sistemas MIMO: Três Tanques Interconectados pela Base

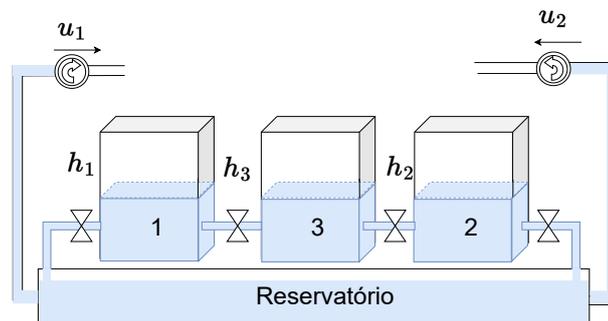
Neste capítulo será feita a identificação de um [SLIT MIMO](#) utilizando dois modelos diferentes: o de Hammerstein e o de Wiener.

A representação adotada para cada componente do modelo, conforme descrito na [subseção 2.3.1](#), consistirá em um polinômio para cada entrada, seguido por matrizes em espaço de estados no caso do modelo de Hammerstein, ou matrizes em espaço de estados seguido por um polinômio para cada saída no modelo de Wiener. A menos que explicitamente mencionado, toda referência à identificação considerará as abordagens e circunstâncias empregadas para obter essas representações discutidas anteriormente.

4.1 Descrição do Sistema

O sistema, abordado por [de Paula \(2016a\)](#), consiste em três tanques idênticos, devidamente numerados conforme mostrado na [Figura 24](#). Cada tanque possui a mesma altura, 30 cm, e área de base, 150 cm². Eles estão alinhados horizontalmente e são interconectados pela base. As setas indicam as entradas de fluxo de água e as eletrobombas de controle são responsáveis por deslocar o líquido do reservatório para os tanques das extremidades. As alturas ou níveis da água em cada tanque são representadas por h_1 , h_2 e h_3 .

Figura 24 – Sistema de três tanques interconectados pela base.



Fonte: adaptado de ([DE PAULA, 2016b](#))

Duas entradas de fluxo de água são conectadas aos tanques das extremidades, ou seja, ao tanque 1 à esquerda e ao tanque 2 à direita. As entradas de água são controladas por duas eletrobombas, que permitem regular a quantidade de água que entra em cada tanque da extremidade pelas entradas 1 e 2, respectivamente, por meio de ajustes via sinais elétricos u_1 e u_2 (0 a 12 V em tensão contínua).

A principal variável de interesse (variável medida) neste sistema é a altura da água em cada um dos três tanques. A altura da água em cada tanque é uma medida crítica para entender o comportamento do sistema e assegurar um equilíbrio adequado, evitando transbordamentos ou esvaziamentos indesejáveis.

Portanto, numa aplicação real, criar um modelo que tenha a capacidade de representar os níveis da água em cada um dos tanques é crucial para garantir o funcionamento adequado em sistemas de tanques interconectados em aplicações semelhantes envolvendo produtos químicos diversos, controle e automação de tanques, torres de resfriamento, tratamento de água, de efluentes industriais e de esgotos.

Reconhecimento

O autor reconhece a contribuição de Marcus Vinícius de Paula por fornecer e autorizar o uso do conjunto de dados do sistema de três tanques interconectados pela base utilizado no trabalho [de Paula \(2016b\)](#).

4.2 Modelo de Hammerstein

4.2.1 Experimentação de um Sistema MIMO para a Identificação do Modelo de Hammerstein

Para realizar a identificação em duas etapas são realizados dois ensaios de aplicação de sinais sobre a planta. Um ensaio estático e outro dinâmico com os sinais de entrada definidos seguindo as orientações da [subseção 2.2.1](#).

O período de amostragem, T_s , conforme a [subseção 2.2.2](#), para o sistema em consideração é de 1 s. Salvo dito o contrário, o mesmo período de amostragem é utilizado tanto na identificação de Hammerstein quanto na de Wiener.

A escolha das entradas e saídas para esse sistema é trivial, sendo que as entradas foram tomadas por aquilo que de forma consciente pode-se ajustar adequadamente para alterar aquilo que é interessante ser medido em uma operação ou a saída. Dessa forma, as entradas são os sinais elétricos aplicados às eletrobombas u_1 e u_2 , que controlam a entrada de água nos tanques e levando à obtenção das três saídas y_1 , y_2 e y_3 que são h_1 , h_2 e h_3 , respectivamente.

Ensaio Estático

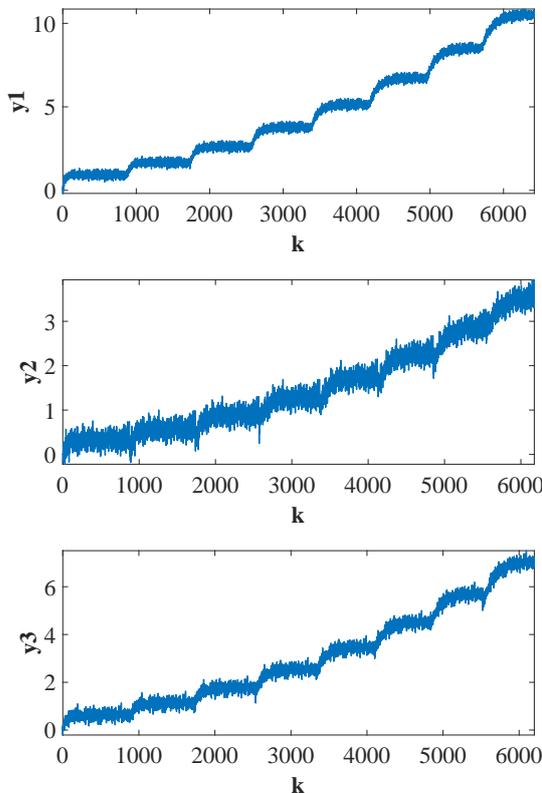
O ensaio estático foi realizado aplicando-se, inicialmente, um degrau de amplitude de 3 V a uma das eletrobombas. Isso provocou uma variação na vazão de entrada e na razão mássica de água (relação entre a quantidade de água que entra e sai), ajustando a vazão de saída que retorna para o reservatório. Essa dinâmica resultou na estabilização

do nível de água em cada um dos três tanques em um determinado instante, atingindo o regime permanente.

Assim que as saídas ou níveis nos três tanques atingiram o regime permanente foi feito um incremento de 1 V de tensão e coletaram-se os novos valores de altura da coluna de líquido. Esse procedimento foi repetido seguidas vezes para os valores de tensão de entrada variando de 3 até 10 V, sempre, com um incremento de 1 volt a cada novo teste. Para identificar com maior precisão a relação causa efeito das não linearidades nas entradas, nesse experimento, somente uma entrada é excitada por vez, ou seja, as demais são mantidas nulas enquanto uma está ativa e o seu efeito é observado na saída.

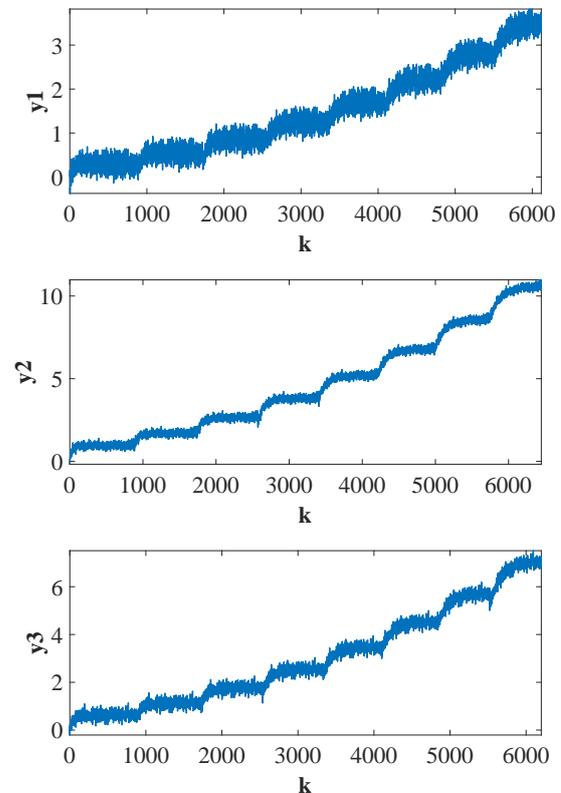
As Figuras 25 e 26 mostram os valores das saídas obtidas nos ensaios estáticos para cada entrada - u_1 e u_2 , respectivamente. As relações não lineares entre as entradas e as saídas são obtidas a partir desses dados e ficam mais claras ao observar os valores de regime nos gráficos de *saída* \times *entrada* apresentados na Figura 27.

Figura 25 – Resposta das três saídas a múltiplos degraus em amplitudes crescentes aplicados à entrada 1 para o sistema de três tanques interconectados pela base.



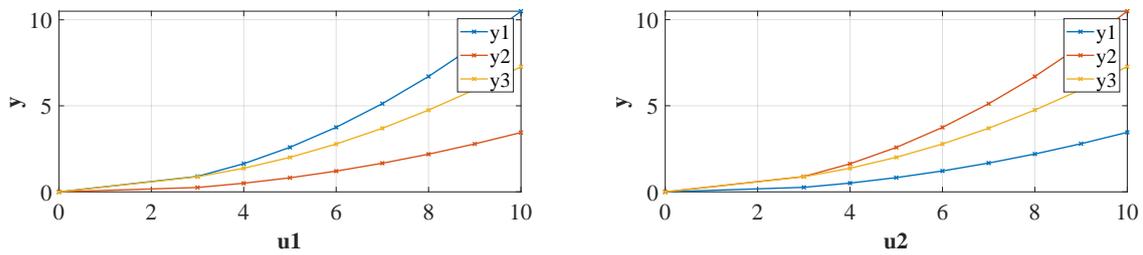
Fonte: o autor.

Figura 26 – Resposta das três saídas a múltiplos degraus em amplitudes crescentes aplicados à entrada 2 para o sistema de três tanques interconectados pela base.



Fonte: o autor.

Figura 27 – Relação não linear entre a entrada e a saída em regime permanente no sistema de três tanques interconectados pela base.



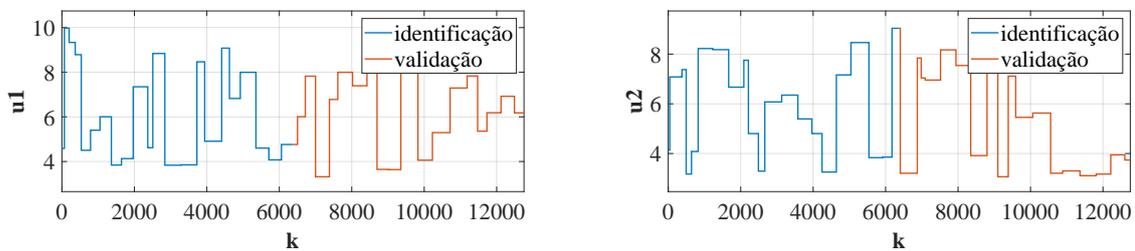
Fonte: o autor.

Ensaio Dinâmico

Para a identificação da dinâmica linear, foi utilizado um sinal binário pseudo-aleatório modulado em amplitude (do inglês, *Pseudo Random Binary Signal Modulated*) (PRBSM). Além das características de um sinal PRBS mencionadas na subseção 2.2.1, ele é modulado em amplitude, apresentando, portanto, mais de dois pontos de operação. Dessa maneira, a captura da relação linear, utilizando o sinal intermediário do modelo, leva em conta que possíveis não linearidades presentes no sinal PRBSM sejam corretamente representadas pela curva não linear.

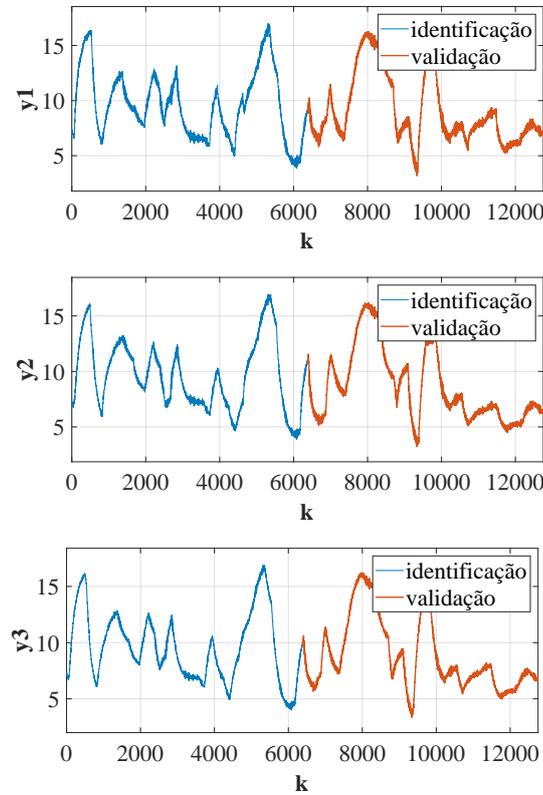
A Figura 28 mostra os sinais persistentemente excitantes do ensaio dinâmico aplicados às entradas 1 e 2, respectivamente, divididos em sinais de identificação e de validação conforme a legenda. O mesmo padrão é observado na Figura 29, que apresenta a resposta em cada uma das três saídas em relação aos sinais PRBSM aplicados às entradas. Neste ensaio, ambos os sinais são aplicados simultaneamente à entrada devido à capacidade da SVD nos algoritmos de subespaço de obter a relação entre cada entrada e saída.

Figura 28 – Sinais de ensaio dinâmico aplicado às entradas u_1 e u_2 para identificação da dinâmica do sistema de três tanques interconectados pela base.



Fonte: o autor.

Figura 29 – Dados de ensaio da resposta dinâmica das saídas para identificação e validação do sistema de três tanques interconectados pela Base.



Fonte: o autor.

4.2.2 Estimação dos Parâmetros do Sistema

Para obter as curvas estáticas, constatou-se que polinômios de grau superior a 3 produziam coeficientes insignificantes, e, portanto, foi selecionado $r = 3$. Assim, de acordo com (2.23), para o sistema MIMO abordado neste estudo, com duas entradas e três saídas, existem 81 combinações possíveis para os polinômios de entrada. Portanto, a não linearidade neste sistema é descrita por:

$$f(u_1) = v_1 = u_1^2 - 0,1275u_1,$$

$$f(u_2) = v_2 = u_2^2 - 0,1509u_2.$$

Para a identificação do SLIT é relevante observar que quanto melhor o ajuste da curva não linear, melhores os resultados obtidos nessa etapa. Deixar de captar a não linearidade na etapa anterior pode, inclusive, produzir modelos instáveis. Visto isso, o modelo obtido, utilizando o algoritmo de subespaço MOESP descrito passo a passo na subseção 2.4.1, pode ser descrito pelo sistema estável, conforme observado pelo módulo dos autovalores na Tabela 10, de terceira ordem por meio das matrizes

$$A_H = \begin{bmatrix} 0,9942 & 0,0010 & 0,0107 \\ 0,0002 & 0,9719 & -0,0043 \\ 0,0021 & 0,0013 & 0,9768 \end{bmatrix}, \quad B_H = 10^{-3} \begin{bmatrix} -0,0952 & -0,1011 \\ 0,1801 & -0,1610 \\ 0,0540 & 0,1010 \end{bmatrix},$$

$$C_H = \begin{bmatrix} -9,5993 & 2,8012 & 0,8585 \\ -9,5241 & -2,5895 & 1,0526 \\ -10,0055 & -0,2086 & -1,6719 \end{bmatrix}, \quad D_H = 10^{-3} \begin{bmatrix} 0,8458 & -0,2758 \\ 0,6360 & -0,2693 \\ 0,5548 & -0,2025 \end{bmatrix},$$

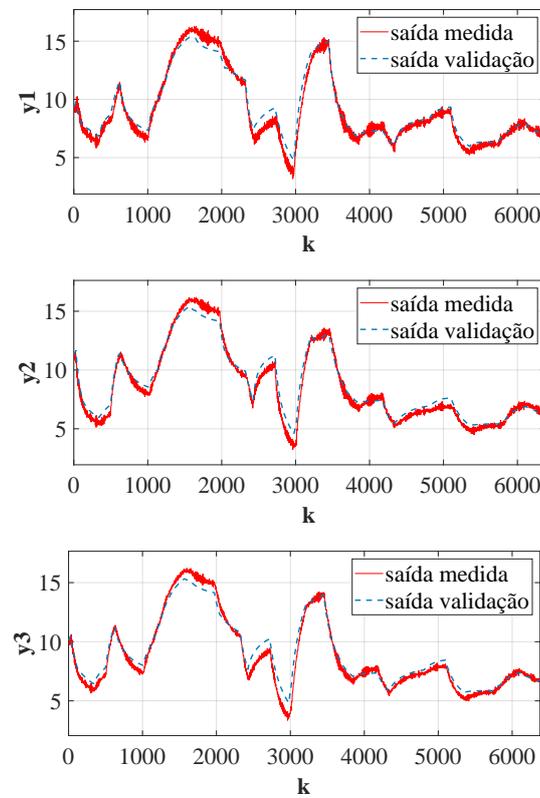
em que o subscrito H indica as matrizes do modelo de Hammerstein.

Considerando que o sistema obtido é discreto desde que foi amostrado com um período de amostragem de 1 segundo e, observando que a parte real dos autovalores da matriz dinâmica são menores que 1, ver Tabela 10, pode-se afirmar que o modelo obtido é estável.

As Figuras 30, 31 e 32 exibem os resultados da validação por simulação livre. O modelo segue bem a resposta dinâmica do sistema real. Entretanto, os resultados obtidos na validação estática, retratam as dificuldades de modelar a característica não linear em regime por polinômios estáticos junto às representações por subespaço para sistemas MIMO.

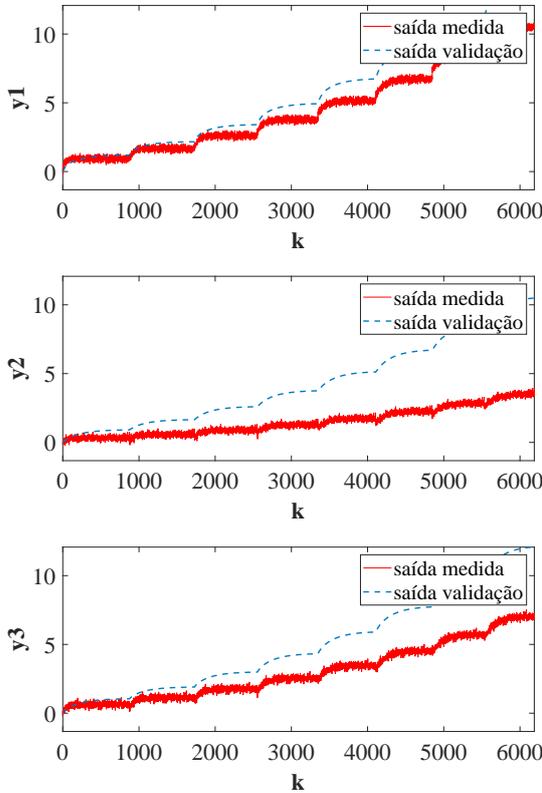
A tentativa de realizar o ajuste dos polinômios não lineares para melhorar a validação do modelo aos dados de ensaio estático se justifica por se tratar de uma identificação do tipo caixa cinza. Contudo, essa tentativa, embora não tenha afetado a dinâmica do sistema, piorou consideravelmente a validação, qualitativa e quantitativa, do modelo utilizando os dados de ensaio dinâmico.

Figura 30 – Validação por simulação livre das saídas 1, 2 e 3 para o sistema de três tanques interconectados pela base.



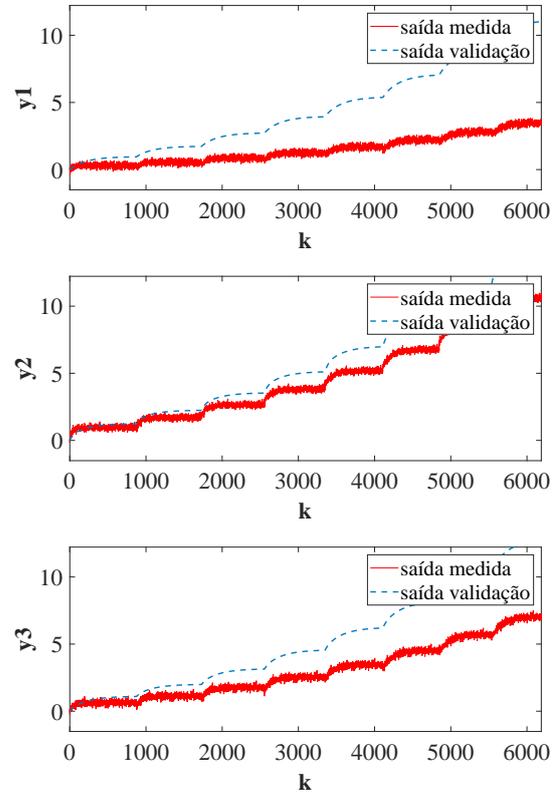
Fonte: o autor.

Figura 31 – Validação por simulação livre do comportamento das três saídas no ensaio estático para perturbações em degrau na entrada 1.



Fonte: o autor.

Figura 32 – Validação por simulação livre do comportamento das três saídas no ensaio estático para perturbações em degrau na entrada 2.



Fonte: o autor.

O $RMSE_N$, apresentado na Tabela 7 para cada saída, utilizando os dados de ensaio dinâmico, situa-se na faixa de 16% a 18%, indicando um desempenho que pode ser considerado adequado. No entanto, a análise da validação por simulação livre do comportamento estático revela que o modelo gerado não demonstra a habilidade de alcançar a mesma referência na saída comparado ao sistema real.

Tabela 7 – Índice RMSE normalizado para o modelo de Hammerstein das três saídas (alturas nos três tanques) na validação do ensaio dinâmico para o sistema de três tanques interconectados pela base.

saída 1	saída 2	saída 3
0,1828	0,1684	0,1849

Fonte: o autor.

4.3 Modelo de Wiener

Para obter o modelo de Wiener, os sinais de entrada e de saída dos ensaios possuem as mesmas características apontadas anteriormente na [subseção 2.2.1](#). Os dados de ensaio para a identificação da dinâmica são os mesmos o ensaio realizado para obter o modelo de Hammerstein. O percentual de amostras de identificação e validação permanece igual.

A principal diferença está em como os sinais de teste são aplicados nas entradas durante o ensaio estático. No modelo de Wiener, onde a não linearidade está presente na saída, ambas as entradas são excitadas no mesmo ensaio. No caso do sistema [MIMO](#) abordado neste trabalho, as amplitudes de tensão são aplicadas simultaneamente aos motores de corrente contínua variam de 3 a 10 V, como anteriormente. A função que representa a relação não linear entre a entrada e a saída é escolhida com base naquela que produz o menor índice [RMSE](#) normalizado durante a identificação.

4.3.1 Identificação do Sistema

O modelo identificado é descrito pelas funções polinomiais não lineares posicionadas na saída do modelo e pelas matrizes lineares do sistema representado no espaço de estados. Como existem três saídas no sistema, foram identificadas três funções não lineares, representadas como $f(v_1)$, $f(v_2)$ e $f(v_3)$, para cada tanque do sistema da [Figura 24](#), tal que

$$f(v_1) = y_1 = v_1^2 - 0,0438v_1 + 0,0155,$$

$$f(v_2) = y_2 = v_2^2 - 0,0438v_2 + 0,0155,$$

$$f(v_3) = y_3 = v_3 - 9,806.$$

As funções $f(v_1)$ e $f(v_2)$ são polinômios de segundo grau. Observa-se que os coeficientes de cada monômio são os mesmos. O motivo de tal ocorrência pode ser elucidado ao observar a forma em que o ensaio foi realizado. Considerando a vazão de entrada seja igual nos tanques da extremidade e inferindo a vazão de saída sejam próximas, além do princípio dos vasos comunicantes, a altura nos três tanques são praticamente as mesmas durante o ensaio estático. Outra observação é que $f(v_3)$ é um polinômio de primeiro grau, visto que resultou em melhores resultados em uma análise quantitativa.

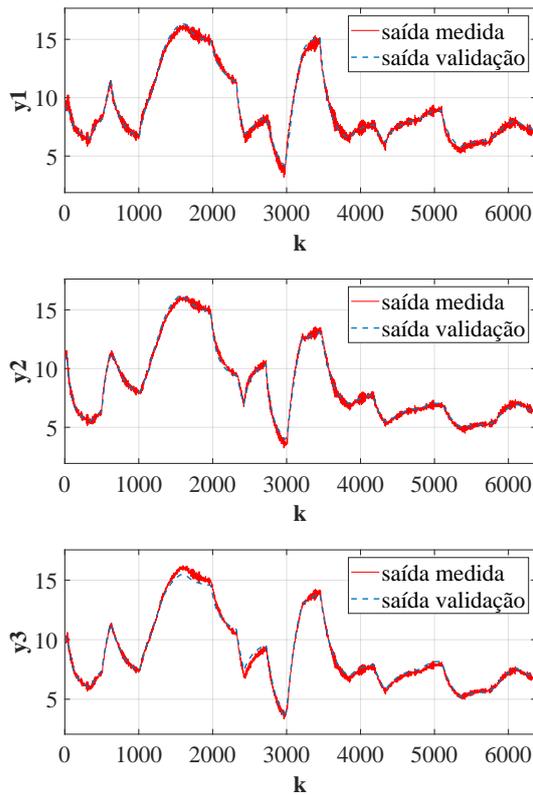
O subsistema linear dinâmico — obtidas via algoritmo [MOESP](#), é estável, ver [Tabela 10](#), de terceira ordem, conforme as matrizes da [REE](#):

$$A_W = \begin{bmatrix} 0,9947 & -0,0036 & -0,0012 \\ -0,0009 & 0,9968 & 0,0016 \\ -0,0002 & 0,0032 & 0,9725 \end{bmatrix}, \quad B_W = 10^{-3} \begin{bmatrix} -0,6561 & -0,6910 \\ -0,1932 & -0,0803 \\ 0,8302 & -0,9256 \end{bmatrix},$$

$$C_W = \begin{bmatrix} -2,0202 & -1,5518 & 0,8906 \\ -2,0156 & -1,0955 & -1,2405 \\ -13,3978 & 0,3738 & 0,0436 \end{bmatrix}, \quad D_W = \begin{bmatrix} 0,0017 & -0,0007 \\ 0,0013 & -0,0005 \\ 0,0068 & -0,0022 \end{bmatrix}.$$

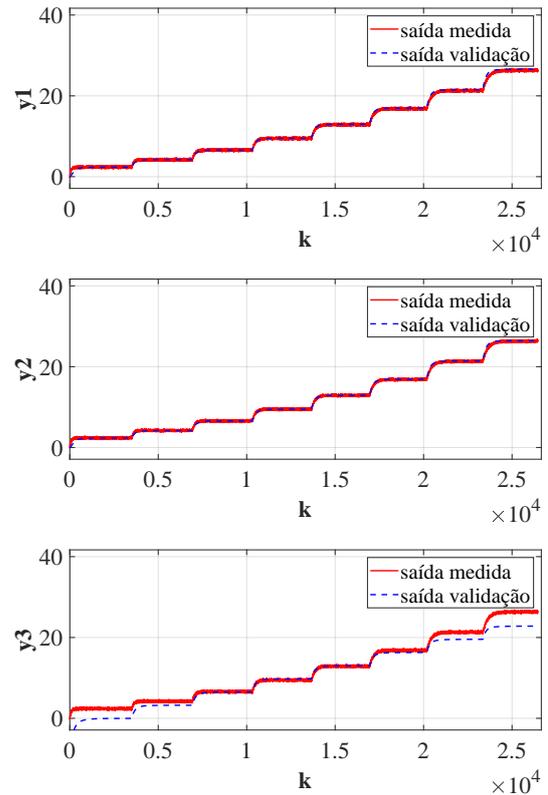
A validação por simulação livre é mostrada nas Figuras 33 e 34. É possível observar que o MBI de Wiener identificado tende a seguir o comportamento geral dos sinais de validação do ensaio dinâmico, excluindo-se o efeito do ruído. Para o ensaio estático, observa-se que, com exceção da saída 3, o modelo representou eficazmente o regime permanente para as demais saídas.

Figura 33 – Validação por simulação livre do modelo de Wiener para as saídas 1, 2 e 3, no ensaio dinâmico, para o sistema de três tanques interconectados pela base.



Fonte: o autor.

Figura 34 – Validação por simulação livre do modelo de Wiener para as saídas 1, 2 e 3 no ensaio estático, para o sistema de três tanques interconectados pela base.



Fonte: o autor.

O MBI de Wiener identificado é reforçado pelo índice RMSE calculado sobre os dados de validação dinâmicos. O índice obtido é de 8,69 %, indicando que o modelo representa o sistema com uma precisão de 91,31 %.

Tabela 8 – Índice RMSE normalizado para o modelo de Wiener das três saídas (alturas nos três tanques) na validação do ensaio dinâmico para o sistema de três tanques interconectados pela base.

saída 1	saída 2	saída 3
0,0869	0,0831	0,0848

Fonte: o autor.

4.3.2 Análise da Identificação em um Sistema MIMO - Três Tanques Interconectados pela Base

A validação qualitativa do ensaio dinâmico produziu resultados satisfatórios para ambas as estruturas obtidas. Os resultados da análise quantitativa utilizando o índice RMSE normalizado, para o modelo de Hammerstein e de Wiener são apresentados na Tabela 9.

Porém, um ponto notável é que, ao conduzir a validação qualitativa dos dados do ensaio estático, percebe-se que o modelo de Hammerstein não reflete adequadamente o sistema em condições que ocorrem na prática, onde o sinal de entrada não varia com frequência e somente uma entrada é excitada por vez. Ao observar a Figura 34, percebe-se também que o modelo de Wiener identificado apresentou falhas ao modelar o comportamento do saída 3.

Inicialmente, esperava-se que a validação utilizando os sinais de ensaio dinâmico PRBSM fosse suficiente para garantir a obtenção de um modelo satisfatório. Essa expectativa se baseava na existência de trabalhos no âmbito da identificação de modelos para sistemas não lineares cuja validação sugeriam modelos de boa qualidade (DE PAULA, 2016a). Entretanto, para o caso abordado a validação utilizando os dados de ensaio estático denunciou alguma deficiência na identificação que carece de uma análise mais aprofundada.

Observando a forma da estrutura, para os modelos de Hammerstein e de Wiener identificados, o sistema linear é de terceira ordem. Quanto ao grau do polinômio, enquanto a não linearidade do modelo de Hammerstein é representada por dois polinômios de segunda ordem — um para cada entrada, a estrutura de Wiener exige dois polinômios de segunda e um de primeira ordem — um para cada saída — para obter os resultados da identificação.

Por fim, a primeira impressão é que o modelo de Wiener é melhor que o de Hammerstein para esse sistema, todavia, tal afirmação deve vir acompanhada do conhecimento de aplicação.

Tabela 9 – Resultados da identificação do sistema de tanques interconectados pela base pelas representações de Hammerstein e de Wiener.

representação	grau do polinômio	ordem do sistema	RMSE _N
Hammerstein	2 e 2	3	0,1828, 0,1684 e 0,1849
Wiener	2, 2 e 1	3	0,0869, 0,0869 e 0,0869

Fonte: o autor.

Tabela 10 – Módulo dos autovalores dos Modelos de Hammerstein e de Wiener para o reator sistema de três tanques interconectados.

representação	módulo dos autovalores		
Hammerstein	0,9954	0,9738	0,9738
Wiener	0,9937	0,9980	0,9723

4.4 Conclusões do Capítulo

Neste capítulo, foi abordada a identificação de um sistema de três tanques interconectados para modelar o comportamento dos níveis em cada um dos tanques em relação à variável que representa a vazão de entrada de líquido no sistema. A abordagem permitiu observar as dificuldades da identificação em um sistema **MIMO**. A complexidade dos sistemas dessa natureza destaca a necessidade contínua de aprimoramento e refinamento das técnicas de identificação para garantir a robustez e aplicabilidade em cenários práticos.

5 Conclusão e Trabalhos Futuros

O presente estudo se concentrou na obtenção de modelos por meio da identificação de sistemas não lineares utilizando abordagens de tipo caixa cinza, os quais são representados por estruturas de blocos Hammerstein e Wiener.

5.1 Considerações Gerais e Conclusões

Na identificação de um sistema **SISO**, os resultados da validação indicaram índice **RMSE** normalizado aceitáveis tanto para a estrutura de Hammerstein quanto para a de Wiener. Embora esses modelos tenham se mostrado adequados para análise do sistema e outras aplicações relevantes, é importante ressaltar que foram testados em condições específicas. Portanto, a generalização desses resultados para todas as possíveis condições de operação, como pontos de falha do sistema e saturação, deve ser feita com cautela.

Por outro lado, ao identificar o sistema **MIMO** utilizando o modelo de Hammerstein, os testes focados na validação dos dados dinâmicos sugerem precisão em relação ao comportamento do sistema. Contudo, ao examinar a validação do comportamento estático, observou-se uma limitação significativa. A representação do sistema nessas condições mostrou-se inadequada, indicando que a simples aplicação de um polinômio não linear estático nas entradas, para descrever o comportamento das três saídas, não foi suficiente.

A estrutura de Wiener para o sistema **MIMO** em estudo entregou melhores resultados tanto sobre os sinais de ensaio dinâmico quanto sobre sinais de ensaio estático. Isso pode evidenciar que a não linearidade do sistema está presente na saída ou nos estados.

Realizar a validação dos dados usando sinais de ensaio dinâmico e estático é crucial. Embora a validação com sinais dinâmicos seja frequentemente considerada suficiente, conforme indicado de forma implícita nas bibliografias usadas como base para elaboração desse trabalho, validar o modelo com sinais de ensaio estático pode garantir uma representação adequada do sistema para sinais de entrada em condições normais de funcionamento. Isso é relevante, uma vez que a utilização de sinais persistentemente excitantes **PRBS** ou **PRBSM** não é comum em sistemas convencionais.

Em síntese, o trabalho atingiu os objetivos propostos, proporcionando a identificação de sistemas não lineares por meio das representações de Hammerstein e Wiener. A metodologia adotada demonstrou-se aplicável a sistemas **SISO** não lineares semelhantes ao abordado nesse trabalho, fornecendo modelos que capturam as características não lineares e dinâmicas dos sistemas estudados. Mas, para sistemas **MIMO** surge a necessidade de evolução na representação da não linearidade de modo em que esse subsistema, não linear, represente adequadamente possíveis relações não lineares de todas as entradas para todas

as saídas. As análises qualitativas e quantitativas realizadas permitiram avaliar a eficácia das representações propostas e as suas limitações decorrentes da estrutura adotada.

5.2 Aplicações Práticas

Ao abordar aplicações práticas para um modelo de sistema no contexto do mercado competitivo atual, destaca-se a necessidade das empresas em aprimorar continuamente a produtividade de suas plantas industriais. Isso implica na implementação de unidades de controle e otimização nos processos de produção.

No âmbito do uso de modelos semelhantes aos obtidos neste trabalho para o controle de processos industriais, é relevante considerar que o algoritmo de controle proporcional, integral e derivativo (proporcional, integral e derivativo (PID)) é amplamente reconhecido como o método mais tradicional na indústria (TEIXEIRA et al., 2010). As representações adquiridas para sistemas SISO podem ser facilmente aplicadas em sistemas de controle desse tipo. Isso pode ser realizado convertendo a representação do espaço de estados para funções de transferência e empregando estratégias de controle PID não lineares, conforme discutido em Kaster et al. (2011). Nesse contexto, a sintonia desses controladores envolve o uso de ganhos descritos por funções não lineares.

Contudo, o maior ganho para a abordagem desse trabalho se encontra na identificação de sistemas MIMO, desde que essa seja eficaz. A obtenção dessas representações permite adotar estratégias de controle como a mostrada em (SANTOS, 2022), em que o modelo não linear é linearizado com o uso de funções inversas simples, permitindo o uso de estratégias de controle robusto estabelecidas para aplicações lineares.

Para além de controle, outro ponto forte reside na análise de sistemas não lineares, desde que essa representação permita uma reprodução simples do comportamento do sistema garantindo, assim, que este seja usado para compreensão do comportamento do sistema em diferentes pontos de operação.

5.3 Trabalhos Futuros

Dando continuidade a este trabalho, algumas sugestões para pesquisas futuras podem ser consideradas. Primeiramente, investigar estratégias mais avançadas para a identificação da característica estática, especialmente em sistemas MIMO, contribuindo para superar as limitações observadas. A utilização de funções não lineares mais complexas, considerando interações entre as entradas e saídas, é um caminho a ser explorado. Além disso, explorar outras técnicas de identificação de sistemas não lineares, como abordagens baseadas em redes neurais ou algoritmos de aprendizado de máquina, pode proporcionar novas perspectivas e enriquecer as análises.

A aplicação dos modelos identificados em sistemas físicos reais, com variações nas condições operacionais e presença de perturbações externas, também pode ser uma linha de pesquisa relevante. Isso proporcionaria uma validação mais robusta dos modelos e permitiria avaliar sua utilidade em situações práticas.

Referências

- ABDELGHANI, M. et al. Comparison study of subspace identification methods applied to flexible structures. *Mechanical systems and signal processing*, Elsevier, v. 12, n. 5, p. 679–692, 1998. [33](#)
- ABDENNOUR, R.; KSOURI, M.; M'SAHLI, F. Nonlinear model-based predictive control using a generalised Hammerstein model and its application to a semi-batch reactor. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Springer, v. 20, p. 844–852, 2002. [55](#)
- ABDENNOUR, R. B.; KSOURI, M.; M'SAHLI, F. Experimental nonlinear model based predictive control for a class of semi-batch chemical reactors. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Springer, v. 20, p. 459–463, 2002. [52](#), [54](#)
- AGUIRRE, L. A. *Introdução à identificação de sistemas: técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais*. Belo Horizonte, MG: Editora UFMG, 2015. [13](#), [14](#), [25](#), [26](#), [27](#), [28](#), [30](#), [36](#), [38](#), [43](#)
- AGUIRRE, L. A.; RODRIGUES, G. G.; JÁCOME, C. R. Identificação de sistemas não lineares utilizando modelos NARMAX polinomiais—uma revisão e novos resultados. *SBA Controle e Automação*, v. 9, n. 2, p. 90–106, 1998. [14](#), [28](#), [43](#), [47](#)
- ANDRADE, C. M. G. *Identificação de Processos Químicos em Malha Fechada*. Tese (Doutorado) — Universidade Estadual de Campinas, 2000. [13](#), [16](#)
- BEZERRA, G. R. *Modelagem e controle do conversor CC-CC Buck-Boost usando técnicas paramétricas de identificação*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Fortaleza, 2015. 130 páginas. [14](#), [18](#), [38](#)
- BHATTACHARYA, B. An approach to identification of piecewise linear control systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, IEEE, v. 11, n. 1, p. 131–132, 1966. [19](#)
- BOOS, E. et al. *Avanços em técnicas iterativas para problemas inversos lineares e não lineares com aplicação na reconstrução de condutividade térmica*. Tese (Doutorado), 2022. [15](#)
- BORJAS, S. D. M.; GARCIA, C. Identificação determinística por subespaços. *TEMA (São Carlos)*, SciELO Brasil, v. 13, p. 207–218, 2012. [15](#)
- CERQUEIRA, A. C. T. d. *Estimação e compensação de não linearidades inerentes aos atuadores dos processos industriais*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2009. [37](#)
- CHANG, F.; LUUS, R. A noniterative method for identification using Hammerstein model. *IEEE Transactions on Automatic control*, IEEE, v. 16, n. 5, p. 464–468, 1971. [17](#)
- CHEN, S.; BILLINGS, S. A. Representations of non-linear systems: the NARMAX model. *International journal of control*, Taylor & Francis, v. 49, n. 3, p. 1013–1032, 1989. [14](#)

- CLAVIJO, D. G. *Métodos de subespaços para identificação de sistemas: propostas de alterações, implementações e avaliações*. Tese (Doutorado) — Universidade Estadual de Campinas, 2008. [36](#)
- COELHO, M.; AGUIRRE, L.; CORREA, M. Metodologia para representação de modelos NARX polinomiais na forma de Hammerstein e Wiener. *Trends in Computational and Applied Mathematics*, v. 3, n. 1, p. 71–80, 2002. [20](#)
- CONTI, L. R. S. *Melhoria do sistema de gestão de ferramentais de manutenção aeronáutica utilizando a tecnologia de identificação automática de dados*. Dissertação (Mestrado), 2011. [15](#)
- D'AMATO, A. M.; TEIXEIRA, B. O.; BERNSTEIN, D. S. Semi-parametric identification of Wiener systems using a single harmonic input and retrospective cost optimisation. *IET control theory & applications*, IET, v. 5, n. 4, p. 594–605, 2011. [18](#), [39](#), [44](#)
- DE PAULA, M. V. Identificação de modelos de Hammerstein e Wiener para sistemas não lineares multivariáveis utilizando métodos de subespaços. Universidade Federal de Minas Gerais, 2016. [17](#), [39](#), [44](#), [62](#), [72](#)
- DE PAULA, M. V. Identificação de sistemas: Uma abordagem didática por meio das possibilidades de experimentação de uma planta de nível de três tanques acoplados. 2016. [62](#), [63](#)
- DE PAULA, M. V.; RICCO, R. A.; TEIXEIRA, B. Identificação semi-paramétrica de sistemas MIMO do tipo Wiener por meio de sinais harmônicos e métodos de subespaços. In: *XXI Congresso Brasileiro de Automática*. [S.l.: s.n.], 2016. [18](#), [39](#)
- DE PAULA, M. V.; RICCO, R. A.; TEIXEIRA, B. O. S. Identificação de modelos de Hammerstein e Wiener para sistemas não lineares multivariáveis via métodos de subespaços. *XII Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente*, 2015. [14](#), [18](#), [38](#)
- DE PAULA, M. V.; RICCO, R. A.; TEIXEIRA, B. O. S. Identificação de modelos de Hammerstein em malha fechada por meio de preditores baseados em subespaços. In: *Congresso Brasileiro de Automática-CBA*. [S.l.: s.n.], 2019. v. 1, n. 1. [18](#)
- DELGADO, C. J. M. *Identificação no subespaço de estados de sistemas lineares: Novas abordagens e recursividade*. Dissertação (Mestrado), 2004. [15](#)
- DEMARZO, M. A. D. *Estudo experimental dos efeitos da posição do eixo elástico nos LCOs induzidos por estol-dinâmico em aerofólio sob a influência de não linearidade estrutural*. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2018. [14](#)
- ELKAIM, G. H. System identification-based control of an unmanned autonomous wind-propelled catamaran. *Control Engineering Practice*, Elsevier, v. 17, n. 1, p. 158–169, 2009. [25](#)
- FONTES, R. M. *Identificação de modelos dinâmicos com incerteza de medição através de lógica fuzzy*. Dissertação (Mestrado), 2013. [19](#)
- FORERO, A. J. *Identificação no espaço de estado de séries temporais e de sistemas de malha fechada estocásticos multivariáveis utilizando análise de correlação canônica*. Campinas, SP, Brasil: Dissertação (Mestrado)—Universidade Estadual de Campinas., 2016. [34](#)

- FREITAS, D. S. de. *Operadores de Hankel*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Ciências Físicas e . . . , 2006. [34](#)
- GALLMAN, P. An iterative method for the identification of nonlinear systems using a Uryson model. *IEEE Transactions on Automatic Control*, IEEE, v. 20, n. 6, p. 771–775, 1975. [18](#)
- GÓMEZ, J. C.; BAEYENS, E. Subspace-based identification algorithms for Hammerstein and Wiener models. *European Journal of Control*, Elsevier, v. 11, n. 2, p. 127–136, 2005. [19](#), [30](#)
- GREBLICKI, W.; PAWLAK, M. Identification of discrete Hammerstein systems using kernel regression estimates. *IEEE transactions on Automatic Control*, IEEE, v. 31, n. 1, p. 74–77, 1986. [17](#)
- JALALEDDINI, K.; KEARNEY, R. E. Subspace identification of SISO Hammerstein systems: application to stretch reflex identification. *IEEE transactions on biomedical engineering*, IEEE, v. 60, n. 10, p. 2725–2734, 2013. [13](#)
- JUNIOR, A. C.; RIUL, J. A.; MONTENEGRO, P. H. M. Application of the subspace identification method using the N4SID technique for a robotic manipulator. *IEEE Latin America Transactions*, IEEE, v. 14, n. 4, p. 1588–1593, 2016. [14](#)
- KASTER, M. et al. Análise do uso de controle PID não linear aplicado a conversor buck. In: *Proceedings of the X Conferência Brasileira de Dinâmica, Controle e Aplicações*. [S.l.: s.n.], 2011. [75](#)
- KATAYAMA, T. et al. *Subspace methods for system identification*. [S.l.]: Springer, 2005. v. 1. [16](#), [26](#), [36](#)
- MARTINS, S.; NEPOMUCENO, E.; BARROSO, M. Detecção de estruturas de modelos NARMAX polinomiais: a taxa de redução de erro multi-objetivo (MERR). In: . [S.l.: s.n.], 2012. [47](#)
- MONTEIRO, M. S. et al. Identificação de sistemas aplicados à ablação por radiofrequência (rfa) no caso do carcinoma hepatocelular (chc) em equipamento médico assistencial nacional. EDUERN, 2019. [13](#)
- NARENDRA, K.; GALLMAN, P. An iterative method for the identification of nonlinear systems using a Hammerstein model. *IEEE Transactions on Automatic control*, IEEE, v. 11, n. 3, p. 546–550, 1966. [17](#), [18](#), [29](#), [30](#)
- NEPOMUCENO, E. G.; TAKAHASHI, R. H. C.; AGUIRRE, L. A. Multiobjective parameter estimation for non-linear systems: affine information and least-squares formulation. *International Journal of Control*, v. 80, n. 6, p. 863–871, 2007. [46](#)
- OGATA, K. *Engenharia de controle moderno*. 5. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010. [14](#)
- OLIVEIRA, H. de; ARRUDA, A.; MENDES, M. Identificação automática de postagens relacionadas ao uso através de modelos de aprendizagem profunda. In: SBC. *Anais do XVI Encontro Nacional de Inteligência Artificial e Computacional*. [S.l.], 2019. p. 587–598. [13](#)

- OPPENHEIM, A. V. et al. *Sinais e Sistemas*. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010. [13](#)
- OVERSCHEE, P. V.; DE MOOR, B. Two subspace algorithms for the identification of combined deterministic-stochastic systems. In: IEEE. *[1992] Proceedings of the 31st IEEE Conference on Decision and Control*. [S.l.], 1992. p. 511–516. [20](#)
- OVERSCHEE, P. V.; DE MOOR, B. *Subspace identification for linear systems: Theory—Implementation—Applications*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2012. [31](#)
- PARLOS, A. et al. Recurrent multilayer perceptron for nonlinear system identification. In: IEEE. *IJCNN-91-Seattle International Joint Conference on Neural Networks*. [S.l.], 1991. v. 2, p. 537–540. [19](#)
- PÊS, B. d. S. et al. A Hammerstein–Wiener model for single-electron transistors. *IEEE Transactions on Electron Devices*, v. 66, n. 2, p. 1092–1099, 2019. [30](#)
- PICCI, G.; KATAYAMA, T. Stochastic realization with exogenous inputs and ‘subspace-methods’ identification. *Signal Processing*, Elsevier, v. 52, n. 2, p. 145–160, 1996. [20](#)
- POTTMANN, M.; PEARSON, R. K. Block-oriented NARMAX models with output multiplicities. *AIChE Journal*, Wiley Online Library, v. 44, n. 1, p. 131–140, 1998. [30](#)
- RICCO, R. A. Identificação de sistemas utilizando métodos de subespaços DISSERTAÇÃO. Universidade Federal de Minas Gerais, 2012. [14](#), [16](#), [20](#), [34](#), [36](#), [37](#)
- RODRIGUES, G. G. *Identificação de sistemas dinâmicos não-lineares utilizando modelos narmax polinomiais: aplicação a sistemas reais*. Dissertação (Mestrado), 1996. [14](#)
- ROSA, R. T. S. da et al. Identificação de sistemas não lineares em espaço de estados utilizando redes neurais artificiais. *Revista Mundi Engenharia, Tecnologia e Gestão (ISSN: 2525-4782)*, v. 2, n. 2, 2017. [44](#)
- RUBINGER, R. M. *Auto-organização induzida por processos de geração e recombinação ativados por campo elétrico em semicondutores em regime de não equilíbrio termodinâmico*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Minas Gerais, 2000. [14](#)
- SALIMIFARD, M.; JAFARI, M.; DEHGhani, M. Identification of nonlinear MIMO block-oriented systems with moving average noises using gradient based and least squares based iterative algorithms. *Neurocomputing*, Elsevier, v. 94, p. 22–31, 2012. [38](#)
- SANTOS, A. P. L. et al. Aplicação de representações em blocos interconectados em identificação caixa-cinza de sistemas dinâmicos não lineares. In: *XVIII Congresso Brasileiro de Automatica*. [S.l.: s.n.], 2010. p. 4224–4230. [18](#)
- SANTOS, D. M. B.; GARCIA, C. Identificação de sistemas não lineares usando métodos por subespaços. *Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics*, v. 1, n. 1, 2013. [32](#)
- SANTOS, L. H. d. Linearizações paramétrica e não paramétrica para controle robusto a partir de modelos de blocos interconectados identificados por métodos de subespaços. 2022. TCC. [15](#), [75](#)
- SJÖBERG, J. et al. Nonlinear black-box modeling in system identification: a unified overview. *Automatica*, Elsevier, v. 31, n. 12, p. 1691–1724, 1995. [13](#)

- SUN, Y.; WEI, H.-L. Efficient mask attention-based NARMAX (MAB-NARMAX) model identification. In: *2022 27th International Conference on Automation and Computing (ICAC)*. [S.l.: s.n.], 2022. p. 1–6. [20](#)
- TEIXEIRA, E. H. C. G. et al. *Controles típicos de equipamentos e processos industriais*. [S.l.]: Editora Blucher, 2010. [75](#)
- UMANS, S. D. *Máquinas Elétricas de Fitzgerald e Kingsley-7*. [S.l.]: AMGH Editora, 2014. [14](#)
- VERHAEGEN, M.; VERDULT, V. *Filtering and system identification: a least squares approach*. [S.l.]: Cambridge university press, 2007. [16](#)
- VERHAEGEN, M.; WESTWICK, D. Identifying MIMO Hammerstein systems in the context of subspace model identification methods. *IFAC Proceedings Volumes*, Elsevier, v. 29, n. 1, p. 4092–4097, 1996. [33](#)
- WADA, T.; OSUKA, K. Modeling of nonlinear systems for linear robust control theory: identification via linear model sets under shifts of operating points. In: IEEE. *Proceedings of 35th IEEE Conference on Decision and Control*. [S.l.], 1996. v. 1, p. 424–427. [19](#)
- WARWICK, K.; CRADDOCK, R. An introduction to radial basis functions for system identification: A comparison with other neural network methods. In: IEEE. *Proceedings of 35th IEEE Conference on Decision and Control*. [S.l.], 1996. v. 1, p. 464–469. [19](#)
- WESTWICK, D.; VERHAEGEN, M. Identifying MIMO Wiener systems using subspace model identification methods. *Signal Processing*, Elsevier, v. 52, n. 2, p. 235–258, 1996. [33](#)
- ZHOU, W.; BLANKE, M. Identification of a class of nonlinear state-space models using RPE techniques. In: IEEE. *1986 25th IEEE Conference on Decision and Control*. [S.l.], 1986. p. 1637–1642. [19](#)



TERMO DE RESPONSABILIDADE

O texto do trabalho de conclusão de curso intitulado “ESTUDOS DE MÉTODOS PARA SISTEMAS NÃO LINEARES MULTIVARIÁVEIS REPRESENTADOS POR MODELOS DE BLOCOS INTERCONECTADOS” é de minha inteira responsabilidade. Declaro que não há utilização indevida de texto, material fotográfico ou qualquer outro material pertencente a terceiros sem a devida citação ou consentimento dos referidos autores.

João Monlevade, 05 de agosto de 2024.

Mário Sérgio Borges