



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO**  
**CENTRO DE EDUCAÇÃO ABERTA E A DISTÂNCIA**  
**CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**



PAULINE NEIVA FARIA

**PENSAMENTO ALGÉBRICO E SEU DESENVOLVIMENTO**

Julho, 2022  
Timóteo, Minas Gerais

PAULINE NEIVA FARIA

## **PENSAMENTO ALGÉBRICO E SEU DESENVOLVIMENTO**

Trabalho apresentado à Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP) junto ao Centro de Educação Aberta e a Distância (CEAD) como requisito indispensável à conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática, pela aluna Pauline Neiva Faria, matrícula 16.2.6773, sob orientação do Prof. Me. Fabiano Teixeira Garcia.

Julho, 2022  
Timóteo, Minas Gerais



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO  
REITORIA  
CENTRO DE EDUCACAO ABERTA E A DISTANCIA - CEAD  
COLEGIADO DO CURSO DE MATEMATICA -  
MODALIDADE A DISTANCIA



**FOLHA DE APROVAÇÃO**

**Pauline Neiva Faria**

Pensamento Algébrico e seu Desenvolvimento

Monografia apresentada ao Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de licenciada em Matemática

Aprovada em 29 de julho de 2022

**Membros da banca**

Mestre em Educação Matemática - Fabiano Teixeira Garcia - Orientador - Universidade Federal de Ouro Preto  
Doutor em Educação - Daniel Clark Orey - Universidade Federal de Ouro Preto  
Doutor em Educação - Milton Rosa - Universidade Federal de Ouro Preto

Fabiano Teixeira Garcia, orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito na Biblioteca Digital de Trabalhos de Conclusão de Curso da UFOP em 29 de julho de 2022



Documento assinado eletronicamente por **Milton Rosa, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 22/07/2024, às 10:44, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [http://sei.ufop.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **0743661** e o código CRC **0A47EB64**.

## RESUMO

Através de uma pesquisa bibliográfica, o presente trabalho de conclusão de curso teve por objetivo compreender o conceito de *pensamento algébrico*, atualmente citado pelas diretrizes governamentais para ensino e aprendizagem significativos do conteúdo da Álgebra, assim como compreender de que forma se dá o seu desenvolvimento nos discentes. Quatro trabalhos científicos são utilizados como referências primárias, dois dos quais utilizados para caracterização do pensamento algébrico; outros dois, investigações voltadas para a temática do desenvolvimento do pensamento algébrico em discentes dos anos finais do ensino fundamental.

**Palavras-chave:** Pensamento algébrico; Desenvolvimento do pensamento algébrico; anos finais do ensino fundamental; Álgebra.

## SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	2
METODOLOGIA.....	4
DESENVOLVIMENTO.....	5
Sobre O Pensamento Algébrico.....	5
Desenvolvimento Do Pensamento Algébrico.....	7
ANÁLISE E CONCLUSÃO .....	13
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	17

## INTRODUÇÃO

A Matemática, enquanto conteúdo escolar no ensino básico, é instrumento para compreender o mundo, portanto é necessário que impulsionemos o aluno a vê-la como “área de conhecimento que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas” (BRASIL, 1998, p. 15). Segundo a Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018), por meio dos diversos campos dessa disciplina, o ensino deve garantir que os alunos relacionem observações empíricas do mundo real a representações relacionadas a atividades matemáticas. Para a segunda etapa do ensino fundamental, a BNCC destaca que se deve ter “compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente” (BRASIL, 2018, p. 266)

Sendo a Matemática uma ciência ampla, com diversos campos, existe variadas possibilidades para o desenvolvimento das habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente. Dentre tais campos, existe a Álgebra, caracterizada por seu formalismo e natureza abstrata, onde uma das características principais são os símbolos (PONTE, BRANCO E MATOS, 2009). No que tange a unidade temática Álgebra, ainda conforme a BNCC, a finalidade do ensino e aprendizagem é o desenvolvimento do *pensamento algébrico* – “essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos.” (BRASIL, 2018, p. 270)

A Álgebra, que pode ser definida como a generalização da aritmética (SILVA, 2022), é marcada pela linguagem simbólica. Segundo Santos (2016), tal linguagem simbólica representa um mecanismo indispensável à solução de problemas matemáticos, onde há transformação simbólica de expressões por outras mais simples de solucionar, mas com o mesmo significado e que a relação entre álgebra e símbolos é intrínseca.

Entretanto, o processo de ensino e aprendizagem da Álgebra é caracterizado, muitas vezes, por uma didática mecanizada, onde são priorizados a memorização de regras, conteúdos e algoritmos (PINHEIRO, 2013). Dado o devido grau de abstração os alunos não conseguem acompanhar o conteúdo, assim como a forma que geralmente esse conteúdo é apresentado aos alunos, os faz tomar desgosto pela Matemática e compromete a aprendizagem, “o que faz que os alunos não compreendam sua abordagem, não percebam aplicabilidade ou estabeleçam no mínimo relações com outros conceitos da disciplina.” (PEREIRA, 2017, p. 2)

“Em relação às particularidades da linguagem Matemática, seu formalismo característico, bem como sua compreensão, no sétimo ano da Educação Básica a situação torna-se, de modo geral, mais problemática haja vista que é nesta etapa do ensino que ocorre a introdução formal da utilização da linguagem algébrica, é nesta fase que as letras se misturam aos números requerendo mais do raciocínio dos alunos.” (PEREIRA, 2017, p. 2)

Além da dificuldade de desenvolver o pensamento abstrato algébrico, observa-se também, de alguma forma, “resistência por parte de muitos alunos em estudar conteúdos do campo da álgebra; talvez por julgarem ‘difícil de entender’” (PINHEIRO, 2013, p. 11).

Existem índices que corroboram tais observações nas dificuldades de ensino e aprendizagem da álgebra: a proficiência média na prova SAEB em 2019 na disciplina de Matemática para o 9º ano do Ensino Fundamental é de 263, ou seja, nível 3 (entre 1 e 9). De acordo com o quadro de descrição dos níveis, disponibilizado pelo INEP, esse resultado implica que os alunos dessa série, em média, nem mesmo são capazes trabalhar equações algébricas de 1º grau.

“O ensino-aprendizagem da Álgebra tem gerado algumas deficiências que são diagnosticadas em várias pesquisas e nas avaliações governamentais. Acreditamos que isso ocorre em vista da ênfase que se dá a seus aspectos técnicos, deixando de lado, muitas vezes, o desenvolvimento dos conceitos e uma busca por um pensamento mais abstrato. Acreditamos que ao se enfatizar o **pensamento algébrico** ao invés de apenas se restringir a questões técnicas e operacionais, o ensino de Álgebra poderia contribuir não só no aprendizado da Matemática como também auxiliar no desenvolvimento do pensamento lógico-abstrato do estudante, pensamento esse essencial para o desenvolvimento de um cidadão capaz de viver na sociedade atual” (COELHO E AGUIAR, 2018, p. 171)

O pensamento algébrico tem sido citado por autores como o foco do ensino e aprendizagem da álgebra. Ponte, Branco e Matos (2009, p. 9) dizem que “o grande objetivo do estudo da Álgebra nos ensinos básico e secundário é desenvolver o pensamento algébrico dos alunos”. Pereira (2017, p. 3) diz que “a melhor forma de indicar os grandes objetivos da Álgebra, ao nível escolar, é dizer então que almeja ao desenvolvimento do pensamento algébrico”. Almeida (2017, p. 1) defende que “o ensino de álgebra na educação básica deva ocorrer com foco no desenvolvimento do pensamento algébrico”. Assim como também documentos norteadores governamentais, conforme citado anteriormente, indicam que a finalidade do ensino e aprendizagem é o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Entretanto, o que é pensamento algébrico? De qual forma ele pode ser desenvolvido? Para dar sequência na compreensão sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico,

devemos inicialmente questionar o que é tal pensamento. De acordo com Coelho e Aguiar (2018, p. 178) não existe um consenso na literatura sobre o significado de pensamento algébrico, vários autores têm sua própria concepção e caracterização sobre o assunto. O interesse na caracterização do conceito de pensamento algébrico é consequência de muitas discussões realizadas desde a década de 1980 acerca da delimitação sobre o ensino da Álgebra no ensino básico, de acordo com Ponte, Branco e Matos (2009, p. 9)

Esse trabalho tem por objetivo, através de uma revisão bibliográfica, imergir no contexto de ensino e aprendizagem da Álgebra com foco no desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos finais do Ensino Fundamental.

## METODOLOGIA

A pesquisa bibliográfica, metodologia do presente trabalho de conclusão de curso, trata-se da busca em obras já publicadas para conhecer e analisar o tema problema da pesquisa e tem como finalidade aprimoramento e atualização do conhecimento através de uma investigação científica, segundo Sousa, Oliveira e Alves (2021). “A base da pesquisa bibliográfica são os livros, teses, artigos e outros documentos publicados que contribuem na investigação do problema proposto na pesquisa.” (SOUSA, OLIVEIRA E ALVES, 2021).

Conforme abordado anteriormente, as características e estruturas da linguagem algébrica geram certo tipo de resistência por parte dos discentes nos anos finais do Ensino Fundamental, assim como o processo de ensino também pode ser falho – dentre outras dificuldades que haja no contexto escolar. A intenção desse trabalho é, através da busca em obras relacionadas ao tema, compreender *o que é* o pensamento algébrico e de *que forma se dá o desenvolvimento* dele nos discentes.

Para tal, houve uma busca em documentos publicados através do Google Acadêmico, com a palavra chave “pensamento algébrico”. Dentre os trabalhos acadêmicos resultantes da busca, foram selecionados àqueles que não só tratavam sobre a definição de pensamento algébrico, como também os que tratavam sobre a didática da álgebra no ensino fundamental II com a introdução ou a partir da introdução da linguagem algébrica.

É necessário entender os conceitos do que seja o pensamento algébrico, para então encontrar alternativas para desenvolvê-lo, já que não se trata de uma habilidade nata do ser humano, mas que pode ser desenvolvido de acordo com o meio social que vivemos, de acordo com Coelho e Aguiar (2018).

Sendo assim, para definição de pensamento algébrico, contaremos com os textos: *A história da álgebra e o pensamento algébrico: correlações com o ensino*, de Coelho e Aguiar (2018), que apesar de ter enfoque principal na correlação entre a história da álgebra e o pensamento algébrico, apresenta um tópico específico sobre as questões do pensamento algébrico; e *Álgebra No Ensino Básico*, de Ponte, Branco e Matos, uma brochura formulada como material de apoio aos professores, onde o capítulo 2 trata da álgebra e o pensamento algébrico.

Além disso, contaremos com *Pensamento Algébrico na Aprendizagem de Equações do 1º Grau*, de Hilário et al. (2021) e *Uma Reflexão Sobre O Desenvolvimento Do Pensamento Algébrico Discente No Ensino Fundamental*, de Schwantes e Schwantes (2004). Ambas pesquisas qualitativas com alunos do ensino básico fundamental, a de Hilário et al. (2021) mensurando a capacidade de pensamento algébrico dos alunos e a de Schwantes e Schwantes (2004), descrevendo o processo de desenvolvimento do pensamento algébrico. O objetivo de submeter tais trabalhos a revisão de literatura (pesquisa bibliográfica), é observar as semelhanças ou divergências, relações ou contradições nas experiências.

## **DESENVOLVIMENTO**

### **SOBRE O PENSAMENTO ALGÉBRICO**

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), o desenvolvimento do pensamento algébrico depende necessariamente com o engajamento do aluno em atividades que inter-relacionem as diferentes concepções da álgebra (BRASIL, 1998). O documento continua que reconhecidamente os professores não desenvolvem todos os aspectos da álgebra no ensino fundamental, pois privilegiam os estudos dos cálculos algébricos e das equações de maneira descoladas dos problemas e que ainda que os cálculos algébricos e equações sejam necessários, não são absolutamente suficientes para aprendizagem.

Já a Base Comum Curricular (BNCC, 2017) coloca como finalidade da unidade temática Álgebra o desenvolvimento do pensamento algébrico, destacando-o como “essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos” (BRASIL, 2017, p. 270). Além disso, indica que os estudos da álgebra devem ser

desenvolvidos “como uma maneira de representar e resolver determinados tipos de problema, e não como objetos de estudo em si mesmos” (BRASIL, 2017, p. 271)

Tendo em vista as informações contidas nos documentos norteadores, dois aspectos interferem num ensino e aprendizagem significativos: o engajamento dos alunos e o ensino mecanizado. Corroborando com as orientações da BNCC e sugerindo como alternativa para contornar as dificuldades para o ensino e aprendizagem, Coelho e Aguiar defendem que:

“Ao se enfatizar o pensamento algébrico ao invés de apenas se restringir a questões técnicas e operacionais, o ensino de Álgebra poderia contribuir não só no aprendizado da Matemática como também auxiliar no desenvolvimento do pensamento lógico-abstrato do estudante, pensamento esse essencial para o desenvolvimento de um cidadão capaz de viver na sociedade atual.” (COELHO E AGUIAR, 2018, p. 171)

Ponte, Branco e Matos (2009) também defendem que “o grande objetivo do estudo da Álgebra nos ensinos básico e secundário é desenvolver o pensamento algébrico dos alunos”. (p. 9)

Estando delimitado que a ênfase do ensino e aprendizagem da álgebra está no desenvolvimento do pensamento algébrico, resta-nos buscar conceituar o pensamento algébrico.

Coelho e Aguiar (2018) argumentam que não é fácil definir o pensamento algébrico, pois não há um consenso na literatura sobre o termo, portanto entendem que as contribuições de variados autores se complementam no que é o pensamento algébrico que deve ser ensinado nas escolas. Dentre as definições citadas por Coelho e Aguiar, temos que o pensamento algébrico é um processo de generalização de ideias matemáticas de um conjunto particular, por parte dos alunos, estabelecimento de generalizações pelo discurso de argumentação, assim como a expressão formal algébrica apropriada para a idade (BLANTON E KAPUT, 2005, p. 413, apud COELHO E AGUIAR, 2018, p. 178).

De acordo com Blanton e Kaput (2005, p. 413), existem quatro formas de pensamento algébrico categorizadas: aritmética generalizada, que é “o uso da aritmética como domínio da expressão e a formalização da generalização”; pensamento funcional, que é “a generalização de padrões numéricos para descrever as relações funcionais”; “a modelação como um domínio para a expressão e formalização das generalizações; e a generalização sobre sistemas matemáticos abstratos do cálculo e das relações.” (apud COELHO E AGUIAR, 2018, p. 178)

Para Ponte, Branco e Matos (2009, p. 10), o pensamento algébrico inclui a capacidade de manipulação de símbolos, interpretar e usar de forma criativa a matemática na descrição de

situações e na resolução de problemas. Ponte, Branco e Matos (2009) argumentam que “resumir a atividade algébrica à manipulação simbólica, equivale a reduzir a riqueza da Álgebra a apenas a uma das suas facetas.”

“[...] no pensamento algébrico dá-se atenção não só aos objetos mas principalmente às relações existentes entre eles, representando e raciocinando sobre essas relações tanto quanto possível de modo geral e abstrato. Por isso, uma das vias privilegiadas para promover este raciocínio é o estudo de regularidades num dado conjunto de objetos.

[...] aprender Álgebra implica ser capaz de pensar algebricamente numa diversidade de situações, envolvendo relações, regularidades, variação e modelação.” (PONTE, BRANCO E MATOS, 2009, p. 10)

O pensamento algébrico inclui três vertentes, de acordo com Ponte, Branco e Matos (2009): *representar*, onde o aluno é capaz de usar diferentes sistemas de representação com caracteres primitivos de natureza simbólica; *raciocinar*, de forma dedutiva e indutiva, relacionando e analisando propriedades de objetos matemáticos, generalizar estabelecendo relações válidas para uma certa classe de objetos e deduzir; e *resolver problemas*, “que inclui modelar situações – trata-se de usar representações diversas de objetos algébricos para interpretar e resolver problemas matemáticos e de outros domínios”

“Acreditamos na ideia de que o pensamento abstrato, para emergir dentre os cidadãos, precisa de um meio para se desenvolver e ser aprendido. Nesse sentido, e na escola em especial, o ensino de Matemática possui um papel relevante. Faz parte das habilidades matemáticas auxiliar os estudantes a desenvolverem tais ferramentas para a sua vida em sociedade. Em especial, a Álgebra pode corroborar se, em seu ensino, o enfoque for o de desenvolver no estudante um pensamento que o auxilie na busca de padrões e analogias quando enfrentar problemas cotidianos.” (COELHO E AGUIAR, 2018, p.177, 178)

Entendendo a relevância do desenvolvimento do pensamento algébrico no cotidiano escolar do ensino básico, o próximo passo é compreender o comportamento desse tipo de pensamento na prática.

## **DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO**

Este trabalho submeteu a pesquisa bibliográfica dois artigos que contaram com investigações sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico no ensino fundamental. Hilário et al. (2021) procurou caracterizar o nível do desenvolvimento algébrico com relação a equações de 1º grau, de vinte e oito alunos da 8ª classe de uma Escola Secundária no país de

Moçambique. Enquanto Schwantes (2004) procurou compreender o desenvolvimento e a constituição do pensamento algébrico no ensino fundamental, realizando uma pesquisa com treze alunos da antiga 7ª série (atual 8º ano do fundamental), no estado do Paraná, Brasil.

### **Pensamento Algébrico Na Aprendizagem De Equações De 1º Grau (Hilário Et Al. 2021)**

Hilário et al. (2021) utilizou como instrumento de recolha de dados um questionário composto por quatro situações problemas relacionados às equações de 1º grau. Subdividindo os vinte e oito alunos em grupos de quatro pessoas, categorizou a forma como os grupos respondiam às questões da seguinte maneira: C1 – Resolução de problemas por meio de contagem; C2 – Resolução de problemas por meio de linguagem simbólica; C3 – Manifestação de erro; C4 – Resolução de problemas por meio de tentativas e erro.

Os dados da pesquisa são descritos de acordo com uma abordagem qualitativa e descritiva, onde o modelo de análise do pensamento algébrico utilizado, proposto por Almeida (2016) “permite verificar o desenvolvimento do Pensamento Algébrico dos alunos ao realizarem diferentes tarefas matemáticas.” (apud HILÁRIO et al., 2021, p. 6), onde são descritos quatro níveis de desenvolvimento do pensamento: ausência do pensamento algébrico (nível 0); pensamento algébrico incipiente (nível 1); pensamento algébrico intermediário (nível 2); e pensamento algébrico consolidado (nível 3).

Para a situação problema 1, do questionário de Hilário et al (2021), a questão foi: *“Miguel pensou em um número, somou-lhe 14 e obteve como resultado 22. Qual é o número que Miguel pensou? Explique os procedimentos de resolução.”*, cuja pretensão era o aluno modelar o problema por meio da equação de 1º grau, “sem o uso vicioso da letra ‘x’ como símbolo da incógnita”. Dentre os sete grupos, foi mensurado que seis deles encontrava-se no nível 1, ou seja, o pensamento algébrico desses alunos foi incipiente, descrito como utilizar de técnicas para “resolver problemas que envolvem quantidades desconhecidas por meio de substituição ou contagem” (HILÁRIO et al, 2021, p. 6). Enquanto apenas um dos grupos se encontrou no nível 2, ou seja, pensamento algébrico intermediário, descrito como habilidade de “estabelecer relações entre duas quantidades e reconhecer a equação que corresponde ao problema” (HILÁRIO et al., 2021, p. 6)

Para a situação problema 2, do questionário de Hilário et al (2021), a questão foi:

“António e Pedro juntaram ambos 600 MT1 para gastarem nas férias do final do ano na cidade de Pemba. Se o António juntou mais 100 MT que o Pedro. Qual é em MT, a quantia que cada um deles juntou? Explique os procedimentos de resolução.” (HILÁRIO et al., 2021, p. 10)

Onde MT é a moeda local. Hilário et al. (2021) descreve que a pretensão dessa questão era que o aluno traduzisse a situação por meio de uma equação de 1º grau, além de estabelecer relações entre duas incógnitas em uma equação por meio de uma condição delimitada. Novamente, seis dos grupos apresentaram resoluções enquadradas na categoria C4, ou seja, resolução de problemas por meio de tentativas e erro, sendo classificados pela ausência do pensamento algébrico (nível 0), enquanto apenas um dos grupos foi classificado como nível 2, ou seja, apresentou pensamento algébrico intermediário em suas resoluções apresentando capacidade de representar e operar com objetos algébricos.

Hilário et al. (2021) propõe como situação problema 3:

“Uma balança de dois pratos, contem doze (12) quilogramas de açúcar e outro prato contem cinco (5) quilogramas de açúcar. O Manuel pretende equilibrar a balança, mantendo a mesma quantidade de açúcar para cada prato. Qual é (em quilograma) a quantidade de açúcar que o Manuel terá que aumentar para que os pratos da balança tenham mesma quantidade de açúcar? Explique os procedimentos de resolução.” (HILÁRIO et al. 2021, p. 11)

Com objetivo de “impulsionar o aluno a distinguir o significado da igualdade em uma expressão aritmética e em uma equação, que representa o ponto de equilíbrio entre duas expressões” (HILÁRIO et al. 2021). Nessa questão, foram constatadas dificuldades em trabalhar com os dados da questão, como, por exemplo, interpretar o número desconhecido como uma incógnita, estabelecer relações entre quantidade e formação e interpretação de métodos utilizados. Novamente, a maior parte dos grupos tenta resolução por meio de contagem e apenas um grupo manifesta a linguagem simbólica, sendo a maior parte dos alunos classificados com pensamento algébrico nível 1 e apenas um dos grupos classificado como nível dois.

Por último, Hilário et al (2021) propõe a situação problema:

“Três clubes de basquetebol A, B e C, submetidos a uma competição do campeonato de jogos escolares 2019, marcaram um total de 240 pontos nas partidas que tiveram. Sabendo que o clube B marcou o dobro de pontos do clube A e o clube C marcou 40 pontos a mais que o clube B. Nessas condições, quantos pontos foram marcados por cada clube? Explique os procedimentos de resolução.” (HILÁRIO et al., 2021, p. 12)

Cujo objetivo é o aluno estabelecer relações entre três incógnitas, formular e argumentar as próprias hipóteses. Nesta questão constatou-se que os alunos desconsideraram as condições dadas, tratando a questão como uma proposta que envolve apenas as quantidades conhecidas, conduzindo os alunos a resoluções equivocadas. Novamente, seis dos grupos tenta resolução por meio de contagem e apenas um grupo manifesta a linguagem simbólica, sendo a maior parte dos alunos classificados com pensamento algébrico nível 1 e apenas um dos grupos classificado como nível 3, com domínio consolidado do pensamento algébrico.

“[...]verificamos dificuldades que carecem ser ultrapassados por parte dos alunos. Porém, para que isso aconteça, eles precisam de um acompanhamento dos professores, assim como das entidades envolvidas no sistema educativo, pois o apoio desses condiciona o desenvolvimento cognitivo dos alunos.” (HILÁRIO et al., 2021, p. 13)

Nota-se nos resultados de Hilário et al. (2021) que os alunos mobilizaram mais a estratégia de substituição de incógnitas por números de forma arbitrária. As dificuldades enfrentadas durante a resolução de problemas advém da aprendizagem (ou falta dela) na disciplina da matemática, constata Hilário et al. (2021).

“Os dados obtidos revelaram que 85,3% dos alunos ostentam o Nível 1 que está relacionado ao Pensamento Algébrico Incipiente (primário). Quanto ao Nível 2, 14,7% dos alunos mostraram estar nele representado, ou seja, possuem um Pensamento Algébrico Intermediário. Este cenário demonstra que os alunos se encontram em um processo de desenvolvimento do Pensamento Algébrico, pois, trata-se de um nível transitório, do Pensamento Aritmético (operações aritméticas simples) para o pensamento algébrico (operações algébricas).” (HILÁRIO et al. 2021, p. 15)

De toda forma, os autores Hilário et al. (2021) salientam que os alunos estão muito longe dos objetivos definidos no Plano Curricular de Moçambique, em particular, no estudo de equações do 1º grau. “Verificamos que os alunos não conseguem traduzir problemas expressos em linguagem corrente para linguagem simbólica e como consequência não atribuem se quer um significado aos objetos algébricos.” (Hilário et al. 2021, p. 16), por conta desse fato, os autores dedicarão em pesquisa futura a esse cenário.

Para Hilário et al. (2021), para que o processo de ensino e aprendizagem ocorra com mais significância, é uma tarefa indispensável e inerente ao professor acompanhar o desenvolvimento do pensamento algébrico dos seus alunos, auxiliando este processo por meio de metodologias de ensino adequadas, orientando tarefas que permitam aos alunos desenvolver habilidades de resolução de problemas algébricos.

## **Uma Reflexão Sobre O Desenvolvimento Do Pensamento Algébrico Discente No Ensino Fundamental (Schwantes E Schwantes, 2004)**

Schwantes (2000) desenvolvem uma pesquisa com treze alunos da 7ª série (atual 8º ano do ensino fundamental), no ano de 2002, de uma escola no município de Mercedes, estado Paraná.

As situações problema da pesquisa são elaboradas a partir da ótica de Lins (1994), considerando não só a álgebra, mas a matemática em si, como textos que devem ser lidos e compreendidos como uma espécie de diálogo, uma comunicação realizada através de um sistema de signos, ou seja, através da linguagem algébrica (apud Schwantes, 2004, p. 78).

“A álgebra é um texto que passa a ser conhecimento algébrico medida que se fale sobre esse texto, no sentido de essa crença-afirmação ser reconhecida como integrante desse texto. O pensamento algébrico é elaborado pelo aluno a partir do momento em que este domina o texto algébrico, utilizando-o para resolver situações-problema.” (SCHWANTES e DCHWANTES, 2004, p. 78)

Sendo assim, as situações problema desenvolvidas por Schwantes (2004) permitiram os alunos a representação do pensamento algébrico através da linguagem cotidiana ou simbólica, de acordo com a natureza da questão, de forma que o pensamento algébrico elaborado tivesse sentido para os alunos. Os autores afirmam que a linguagem significada que possibilita o surgimento de um pensamento de caráter generalizante, ainda que não haja necessidade do uso da simbologia matemática para expressá-lo.

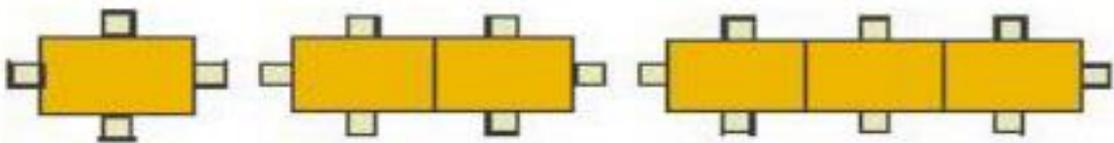
“Sob a perspectiva do professor de matemática, é importante superar a ideia de que o aprendizado de matemática se dá por uma via de mão única, em que o conhecimento matemático É transmitido do professor para o aluno, ou como disciplina situada à parte do mundo, onde a matemática ensinada na sala de aula não leva em consideração o conhecimento que os alunos trazem de fora da escola. É fundamental incorporar a ideia de que a matemática pode ser compartilhada entre alunos e professores, de forma interdisciplinar, complementando e sistematizando os conhecimentos que os alunos trazem consigo, em sua trajetória de vida anterior à fase escolar.

Quanto ao aluno, é preciso ficar claro o perfil de aluno que se almeja. Espera-se que este seja capaz de analisar problemas, considerando como essencial o entendimento da sua estrutura, de utilizar procedimentos algébricos apropriados na sua resolução e de desenvolver habilidades para determinar tais procedimentos. É fundamental que o aluno seja capaz de fazer argumentações matemáticas sobre problemas e conhecer as razões para resolvê-los matematicamente.” (Schwantes E Schwantes, 2004, p. 82)

Durante a pesquisa, Schwantes e Schwantes (2004) adotaram a postura de mediadores e questionadores, mediando o processo investigativo com enfoque no diálogo, propondo uma série de atividades orientadas com objetivo de averiguar se a produção de significados sobre a linguagem contribui para o desenvolvimento do pensamento algébrico, através de duas situações problemas.

A primeira situação problema de Schwantes e Schwantes (2004) solicitou que os alunos observassem uma sequência repetida de figuras geométricas, sabendo que seriam questionados sobre elas em seguida, sendo essa imagem composta por um quadrado e um retângulo, assim sucessivamente. Após observação, os educandos foram questionados a falar sobre o que viam e em seguida, questionados sobre quem ocupava a 9ª, a 12ª, 15ª, ...ª, ... posição da sequência repetida. Além disso, foram questionados sobre o comportamento dessa sequência, se expressando por via oral em linguagem cotidiana e escrita em forma de texto, sem o uso de expressões algébricas.

A segunda situação problema de Schwantes e Schwantes (2004) é uma história e desafio, contemplando a seguinte situação: uma festa familiar onde estão presentes parentes próximos e distantes, onde as pessoas juntam mesas para facilitar a conversação com os entes queridos, ainda que as mesas não fiquem na disposição original organizada para festa. “Queremos dizer, poderão faltar mesas, caso muitas delas forem encostadas [conforme figura que segue] para a conversação familiar citada. E agora?” (Schwantes e Schwantes, 2004, p. 84) Então os alunos são questionados se existe alguma correlação entre a matemática e a situação descrita e se a álgebra pode ajudar a resolver a questão das mesas.



Imnes e Lellis, 7ª série (1997, p. 144, apud SCHWANTES E SCHWANTES, 2004, p.84)

Nessa situação, uma aluna do grupo de pesquisas conseguiu generalizar a situação problema e chegar à expressão  $l = 2m + 2$ , onde  $l$  é o número de lugares e  $m$  é o número de mesas, raciocinando que para qualquer número de mesas teremos dois lugares nas extremidades e que para cada mesa juntada aumentava-se 2 lugares ( $2m$ ).

“Para o caso específico desta situação-problema, a livre conversação, os depoimentos sobre o que cada aluno percebeu ao observar o número de  $l$  lugares, representados na 1ª, 2ª, 3ª, 4ª, 5ª posições da sequência, relacionados com o número de  $m$  mesas, foram tão importantes quanto os questionamentos e suas justificações. Todos esses procedimentos geraram e amadureceram um pensar generalizante que, antes de ser expresso na linguagem simbólica, perpassou pelo entendimento linguístico e por um raciocínio indutivo. Após explicitarem seus procedimentos de várias formas, os alunos foram questionados e conduzidos dialogicamente a elaborar uma expressão algébrica que expressasse quantos lugares [cadeiras] teremos nessa sequência quando forem juntadas  $m$  mesas” (SCHWANTES E SCHWANTES, 2004, p. 85)

Então, a partir de um processo argumentativo reflexivo, Schwantes e Schwantes, estimularam a verbalização do comportamento da sequência, para então os alunos se expressassem de maneira simbólica retratando o contexto da situação problema, através dessa metodologia, foi instigado nos alunos a possibilidade de organizar e explorar individualmente e coletivamente suas respectivas capacidades e potencialidades para expressar os pensamentos. Schwantes e Schwantes afirmam que a pesquisa realizada mostrou sinais de desenvolvimento do pensamento algébrico à medida que os alunos compreenderam o texto.

Para Schwantes e Schwantes (2001), o pensamento algébrico pode ser elaborado a partir do uso da linguagem cotidiana e é resultante da produção dialógica de significados, dando sentido aos conceitos, o que permite sua internalização.

Schwantes e Schwantes (2001, p. 87) indicam que as dificuldades do ensino e aprendizagem pode ser minimizada através da linguagem provida de significados, “permitindo-se uma transição sem rupturas entre a elaboração do pensamento algébrico e a utilização deste conhecimento na sistematização e apropriação do conteúdo algébrico formal.”

## ANÁLISE E CONCLUSÃO

É reconhecido entre autores, como Ponte, Branco e Matos (2009), e a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), que o desenvolvimento do pensamento algébrico é um dos pilares para construção da aprendizagem no conteúdo da Álgebra e deve ser o foco do ensino.

Conforme citado por Coelho e Aguiar (2018), não existe um consenso na literatura sobre a definição de pensamento algébrico, portanto, as definições podem se complementar. A falta do consenso na caracterização do pensamento algébrico pode ser constatada nas pesquisas tanto de Hilário et al. (2021), quanto de Schwantes e Schwantes (2004), onde cada trabalho se pautou em uma definição para desenvolver suas respectivas pesquisas.

No caso da investigação de Hilário et al. (2021), constatou-se a ausência do pensamento algébrico em uma das questões e o pensamento algébrico primário no restante das questões por parte de 85,3% dos alunos submetidos a pesquisa, restando 14,7% dos alunos com pensamento algébrico de nível intermediário no panorama geral.

Hilário et al. (2021) não indica alternativas didáticas para se contornar tal situação, apenas reforça que o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos em questão está longe das expectativas estabelecidas nos parâmetros para o nível de escolaridade em que estão inseridos. Mas deixam explicitado, no desenvolvimento do artigo, que o professor é fundamental para que o processo de ensino e aprendizagem ocorra com mais significância, utilizando metodologias de ensino adequadas e acompanhando o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Já a investigação de Schwantes e Schwantes (2004) tem por objetivo instigar a reflexão num grupo menor de alunos, com enfoque no desenvolvimento algébrico através do diálogo. As situações problema são colocadas de maneira diferente de Hilário et al. (2021), que continham dados numéricos com a expectativa de que os alunos correlacionassem os problemas com a linguagem algébrica. No trabalho de Schwantes e Schwantes (2004), são priorizadas situações problemas com enfoque na generalização a partir de representações geométricas, o que resultou naturalmente na utilização, por parte dos alunos, de uma expressão algébrica para a resolução do problema proposto. Portanto, Schwantes e Schwantes defenderam a aprendizagem através da exposição dos conteúdos em forma de diálogo e atribuição de significados, para contornar dificuldades do ensino e aprendizagem e para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

O fato das pesquisas de Hilário et al. (2021) e de Schwantes e Schwantes (2004) terem perspectivas diferentes e se pautarem em definições diferentes, com abordagens diferentes, porém sobre o mesmo conteúdo (desenvolvimento do pensamento algébrico), abrem margens para interpretação de que, na verdade, o desenvolvimento do pensamento algébrico está condicionado não apenas a série escolar onde os alunos se encontram, mas sim a algumas variáveis que interferem no ensino e aprendizagem.

Uma dessas variáveis, citada anteriormente, é a resistência por parte dos alunos em aprender matemática, por julgarem difícil de entender (PINHEIRO, 2013), em especial a álgebra, que por conta da sua linguagem específica, exige acentuado grau de abstração, “iniciando um abismo na compreensão dos conteúdos matemáticos escolares” (PEREIRA).

Outra variável, relacionada com a anterior, é a forma como o conteúdo é ministrado. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) reconhece que os professores não desenvolvem os aspectos da álgebra da forma como deveriam, além disso, outros autores, como Pereira (2017) corroboram com tal afirmação, argumentando que o conteúdo é introduzido de maneira descontextualizada, focado em exercícios mecânicos de fixação, o que resulta em os alunos não conseguirem compreender a abordagem da álgebra, não perceberem aplicabilidade e não estabelecerem relações entre os conceitos da matemática.

Pinheiro (2013) descreve em sua dissertação de mestrado que podem ser observadas defasagens nos conteúdos matemáticos de séries posteriores e que a transição entre o concreto (aritmética) e abstrato (álgebra) contém uma problemática. “Há indícios que muitas das dificuldades apresentadas pelos alunos na aprendizagem da álgebra sejam ‘herdadas’ da forma como lhes foi ensinada a aritmética.” (PINHEIRO, 2013, p. 20, 21). Isso implica em outra variável que dificulta no desenvolvimento do pensamento algébrico após introdução da linguagem específica do conteúdo.

Seja pela didática contemplada pelo professor, seja pela falta de engajamento dos alunos (essencial, de acordo com o PCN, para o desenvolvimento do pensamento algébrico), Hilário et al. (2021) demonstrou através de sua investigação, que o nível do pensamento algébrico dos alunos na série da pesquisa, é insuficiente para resolução de equações de 1º grau, o que deveriam ser capazes de realizar. Esses dados vão de encontro com os dados do SAEB, citados na introdução desse trabalho, onde no Brasil, os alunos do 9º ano, em média, são incapazes de apresentar resoluções para equações de primeiro grau, constatando a ausência do pensamento algébrico adequado para a série.

Devemos considerar, também, que a aprendizagem ocorre de maneira subjetiva.

“Cardinali (2006) enfatiza que muitas vezes a dificuldade não está no estudante ou numa falha de seu sistema cognitivo para receber um tipo de informação, mas sim no despreparo do sistema de ensino em lidar com as diferenças e particularidades, em compreender o indivíduo de maneira mais ampla e na insistência em tratar a aprendizagem como uma mera transmissão de conteúdos.” (apud BEZERRA, 2012, p. 5)

O professor enquanto mediador do conhecimento, deve contemplar os aspectos envolvidos na aprendizagem para formular alternativas de acordo com a realidade em que está inserido, pois não há uma fórmula de metodologia didática que vá funcionar de forma padronizada.

Quanto ao professor de matemática, uma alternativa válida, especificamente no campo da Álgebra, é mensurar, tal qual Hilário et al. (2021), os níveis de pensamento algébrico dos alunos, para então encontrar a abordagem adequada para se trabalhar o desenvolvimento do mesmo. É necessário recuperar o valor instrumental da Álgebra, sem reduzir a resolução de problemas suscetíveis a serem resolvidos através de uma equação ou sistema de equações, conforme indicam Ponte, Branco e Matos (2009), valorizando a linguagem algébrica como meio de representar as ideias, promovendo o desenvolvimento do pensamento algébrico, buscando contemplar as seguintes vertentes do pensamento algébrico descritas por Ponte, Branco e Matos (2009, p. 11): representar – tornar o aluno apto a usar diferentes sistemas de representação com caracteres de natureza simbólica; raciocinar – dedutiva e indutivamente, assim como generalizar; e resolver problemas e modelar situações – usar os conhecimentos adquiridos de forma a interpretar e resolver problemas matemáticos ou de demais alçadas.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, Jadilson Ramos. **Álgebra Escolar na Contemporaneidade: uma discussão necessária**. EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana, [s. l.], v. 8, n. 1, 2017. DOI <https://doi.org/10.36397/emteia.v8i1.12004>. Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/12004>. Acesso em: 13 jun. 2022

BEZERRA, Marília dos Santos. **APRENDIZAGEM E SUBJETIVIDADE: Um Caminho Possível**. 2012. 76 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharel em Psicologia) - Centro Universitário de Brasília (UnICEUB), Brasília, 2012. Disponível em: <https://repositorio.uniceub.br/jspui/bitstream/123456789/2577/3/20767418.pdf>. Acesso em: 16 jun. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática** – Ensino de quinta a oitava séries/ Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC / SEF, 1998.

COELHO, Flávio Ulhoa; AGUIAR, Marcia. **A história da álgebra e o pensamento algébrico: Correlações com o Ensino**. ESTUDOS AVANÇADOS, 32 (94), p. 171-188, 2018. DOI <https://doi.org/10.1590/s0103-40142018.3294.0013>. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/ea/a/6KryLd3HngCnBwJtWFHxSHj/?lang=pt>. Acesso em: 14 abr. 2022.

GROENWALD, Claudia Lisete Oliveira. **Pensamento Aritmético E Pensamento Algébrico No Ensino Fundamental**. In: Escola De Inverno De Educação Matemática, IV., 2014, Santa Maria: UFSM. Anais [...]. [S. l.: s. n.], 2014. Disponível em: [http://w3.ufsm.br/ceem/eiemat/Anais/arquivos/ed\\_4/MC/MC\\_Groenwald\\_Claudia.pdf](http://w3.ufsm.br/ceem/eiemat/Anais/arquivos/ed_4/MC/MC_Groenwald_Claudia.pdf). Acesso em: 9 jun. 2022.

HILÁRIO, Constantino; SABE, Elias Manensa; ALBANO, Idio Vilar; PASSOS, Marinez Meneghello. **Pensamento Algébrico na aprendizagem de equações do 1º grau**. Revista Eletrônica de Educação Matemática, Florianópolis, v. 16, p. 1-18, 2021. DOI <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2021.e77155>. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/77155>. Acesso em: 12 jun. 2022.  
Instituto Nacional De Estudos E Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Diretoria De Avaliação Da Educação Básica (Saeb). 2020. **Escalas De Proficiência Do Saeb**, Brasília - DF, 2020.

Instituto Nacional De Estudos E Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Diretoria De Avaliação Da Educação Básica (Daeb). 2019. **Relatório De Resultados Do Saeb 2019: 5º E 9º Anos Do Ensino Fundamental E Séries Finais Do Ensino Médio**, [S. L.], V. 1, 2022.

PEREIRA, Celia Alves. **Dificuldades do ensino da álgebra no ensino fundamental: algumas considerações**. Revista Eletrônica Científica Inovação e Tecnologia, [s. l.], v. 8, n. 15, 2017, E-5047. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/recit/article/download/5047/pdf#:~:text=Essas%20dificuldades>

%20est%C3%A3o%20relacionadas%20ao,novos%20significados%20dos%20s%C3%ADmbolos%20matem%C3%A1ticos. Acesso em: 23 mar. 2022.

PINHEIRO, Patrícia Aparecida. **Introdução Ao Estudo Da Álgebra No Ensino Fundamental**. 2013. 68 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT)) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2013. Disponível em:

<https://repositorio.ufscar.br/bitstream/handle/ufscar/5956/5640.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 7 maio 2022

PONTE, João Pedro da; BRANCO, Neusa; MATOS, Ana. **Álgebra no Ensino Básico**. Lisboa: DGIDC, 2009. 180 p.

SCHWANTES, V.; SCHWANTES, E. B. F. **Uma reflexão sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico discente no ensino fundamental**. *Varia Scientia*, [S. l.], v. 4, n. 7, p. p. 77–87, 2004. Disponível em: <https://saber.unioeste.br/index.php/variascientia/article/view/693>. Acesso em: 12 jun. 2022

SILVA, Luiz Paulo Moreira. **"O que é álgebra?"**; *Brasil Escola*. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/o-que-e/matematica/o-que-e-algebra.htm>. Acesso em 10 de junho de 2022.

SOUSA, Angélica Silva de; OLIVEIRA, Guilherme Saramago de; ALVES, Laís Hilário. **A Pesquisa Bibliográfica: Princípios e Fundamentos**. *Cadernos da FUCAMP*, [s. l.], ano 2021, v. 20, n. 43, p. 64-83, 19 fev. 2021. Disponível em: <https://revistas.fucamp.edu.br/index.php/cadernos/article/view/2336>. Acesso em: 1 jun. 2022