

Ministério da Educação
Universidade Federal de Ouro Preto
Escola de Minas
Departamento de Engenharia de Produção, Administração e Economia

JÉSSICA NATÁLIA MIRANDA PAIVA

Uma abordagem de otimização multiobjetivo para o Problema de Localização-Alocação de Mamógrafos

Ouro Preto
2024

Jéssica Natália Miranda Paiva

Uma abordagem de otimização multiobjetivo para o Problema de Localização-Alocação de Mamógrafos

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia de Produção da Universidade Federal de Ouro Preto como parte dos requisitos para a obtenção do Grau de Engenheiro de Produção.

Universidade Federal de Ouro Preto

Orientador: Prof. Dr. Marcene Jamilson Freitas Souza
Coorientador: Prof. Dr. Aloísio de Castro Gomes Júnior

Ouro Preto
2024



FOLHA DE APROVAÇÃO

Jéssica Natália Miranda Paiva

Uma abordagem de otimização multiobjetivo para o Problema de Localização-Alocação de Mamógrafos

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia de Produção da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Produção.

Aprovada em 06 de abril de 2024

Membros da banca

Prof. Doutor Marcone Jamilson Freitas Souza - Orientador - Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP)
Prof. Doutor Aloísio de Castro Gomes Júnior - Coorientador - Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP)
Profa. Doutora Irce Fernandes Gomes Guimarães - Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP)
Prof. Doutor Helton Cristiano Gomes - Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP)

Marcone Jamilson Freitas Souza, orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito na Biblioteca Digital de Trabalhos de Conclusão de Curso da UFOP em 06/04/2024.



Documento assinado eletronicamente por **Marcone Jamilson Freitas Souza, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 08/04/2024, às 13:57, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **0696517** e o código CRC **FA79AB0C**.

Dedico o meu trabalho a nós, mulheres, que mesmo diante de um cenário de desigualdades e limitações, continuamos fortes, com muita coragem e determinação para vencer todas as dificuldades.

Agradecimentos

Expresso minha profunda gratidão pelo apoio recebido durante a minha jornada acadêmica, em especial, as seguintes pessoas e instituições:

- Agradeço a Deus pela saúde, sabedoria e oportunidades nesta jornada.
- À minha mãe, Rosária, e à minha irmã, Simone, cuja dedicação e incentivo foram fundamentais para esta jornada.
- Ao meu companheiro de vida e melhor amigo, Augusto, cujo amor e apoio foram uma base indispensável para os desafios da minha trajetória acadêmica.
- Ao meu orientador, Marcone, pelos ensinamentos, orientações, pela paciência e pela paixão por ensinar. Além de ser um ser humano e pesquisador referência para mim.
- À Escola de Minas, aos professores e funcionários da UFOP, em especial ao professor Aloísio por todos auxílios e ensinamentos, e aos funcionários do repositório pelo apoio.
- Aos meus colegas da UFOP, em especial Carolina Vieira, Carolina, Aline, Zandra e Isabela por estarem ao meu lado, pelas experiências compartilhadas e por todo apoio.
- A todos os meus amigos e familiares, cujo encorajamento e amor têm sido uma fonte de força ao longo do tempo. Em especial aos meus sobrinhos, Paulo, João e Maria.
- A todos os colegas que conheci durante minha trajetória na área da Pesquisa Operacional, nas empresas Vallourec e Mercado Livre e na UFOP, em especial Cougias, Junão e Marcos Vinícius.
- À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES), pelo apoio financeiro fornecido a este trabalho sob código de financiamento 001.
- À Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG) e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq, processos 428817/2018-1 e 303266/2019-8), pelo apoio e recursos ao desenvolvimento deste trabalho.

Resumo

Neste trabalho, trata-se o Problema Multiobjetivo de Localização-Alocação de Unidades de Mamografia (PMOLAM) abordando dois objetivos: maximizar a cobertura de exames de mamografia e minimizar a distância total percorrida pelo número de usuários ponderada pela demanda. Introduzimos uma formulação de programação linear inteira mista para representar o PMOLAM. A formulação foi resolvida com o método da soma ponderada. Para testá-la, foram usados os dados reais do Estado de Minas Gerais para gerar quatro cenários. Esses cenários variam com relação ao uso de microrregiões de saúde e a fixação dos equipamentos de mamografia. Os resultados mostraram que é possível aumentar a demanda por exames no Estado com o número de equipamentos existentes. As soluções fornecidas por este trabalho permitem que os gestores de saúde escolham a localização e alocação mais apropriadas das unidades de mamografia, considerando os dois objetivos.

Palavras-chave: Pesquisa Operacional na área da Saúde, Problema de Localização-Alocação de Mamógrafos, Localização de Facilidades, Programação Linear Inteira Mista, Otimização Multiobjetivo, Método da Soma Ponderada.

Abstract

In this paper, we solve the Multi-Objective Mammography Unit Location-Allocation Problem (MOMULAP) by addressing two objectives: maximizing the coverage of mammography exams and minimizing the total distance travelled by the number of users weighted by demand. We introduced a mixed integer linear programming formulation to represent MOMULAP. The formulation was solved using the weighted sum method. To test it, real data from the state of Minas Gerais was used to generate four scenarios. These scenarios vary with respect to the use of health micro-regions and the fixing of mammography equipment. The results show that it is possible to increase the demand for tests in the state with the number of existing machines. The solutions provided by this work allow health managers to choose the most appropriate location and allocation of mammography units, considering both objectives.

Keywords: Operations Research in Healthcare, Mammography Unit Location-Allocation Problem, Facility Location, Mixed Integer Linear Programming, Multiobjective Optimization, Weighted Sum Method.

Lista de abreviaturas e siglas

DATASUS	Departamento de Informação e Informática do SUS
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
MOMULAP	Multi-Objective Mammography Unit Location-Allocation Problem
MS	Ministério da Saúde
PLAM	Problema de Localização-Alocação de Mamógrafos
PLMC	Problema de Localização de Máxima Cobertura
PMOLAM	Problema Multiobjetivo de Localização-Alocação de Mamógrafos
POM	Problemas de Otimização Multiobjetivo
Python MIP	Mixed-Integer Linear Programs (MIPs)
SUS	Sistema Único de Saúde
WSM	Weighted Sum Method

Lista de ilustrações

Figura 1 – Gráfico de soluções de um POM.	20
Figura 2 – Demanda descoberta <i>versus</i> distância percorrida ponderada pela demanda no Cenário 1.	32
Figura 3 – Demanda descoberta <i>versus</i> distância percorrida ponderada pela demanda no Cenário 2.	32
Figura 4 – Demanda descoberta <i>versus</i> distância percorrida ponderada pela demanda no Cenário 3.	33
Figura 5 – Demanda descoberta <i>versus</i> distância percorrida ponderada pela demanda no Cenário 4.	33

Lista de tabelas

Tabela 1 – Parâmetros e variáveis de decisão.	24
Tabela 2 – Descrição dos cenários.	29
Tabela 3 – Resultados das funções objetivo no Cenário 1.	30
Tabela 4 – Resultados das funções objetivo no Cenário 2.	30
Tabela 5 – Resultados das funções objetivo no Cenário 3.	30
Tabela 6 – Resultados das funções objetivo no Cenário 4.	30
Tabela 7 – Hipervolumes	35
Tabela 8 – Municípios considerados com infraestrutura hospitalar em Minas Gerais	44

Sumário

	Lista de ilustrações	8
	Lista de tabelas	9
1	INTRODUÇÃO	11
1.1	Objetivos	12
1.2	Limitações deste Trabalho	13
1.3	Estrutura do Trabalho	13
2	REFERENCIAL TEÓRICO	14
2.1	Pesquisa Operacional na área da saúde	14
2.2	Localização de Mamógrafos	15
2.3	Otimização Multiobjetivo	19
3	METODOLOGIA	22
3.1	Pré-processamento	22
3.2	Caracterização do estudo	22
3.3	Formulação matemática	23
4	APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	27
4.1	Ambiente de testes	27
4.2	Características da instância	27
4.3	Experimentos computacionais	28
4.4	Discussão dos resultados	29
5	CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS	37
	REFERÊNCIAS	39
	ANEXOS	43
	ANEXO A – MUNICÍPIOS CONSIDERADOS COM INFRAESTRUTURA EM MINAS GERAIS	44

1 Introdução

O câncer de mama é um dos principais problemas de saúde pública no mundo. Esse tipo de câncer é o segundo mais comum entre a população feminina no Brasil. Apesar dos casos serem bem mais comuns nas mulheres, ele também pode afetar homens. A maioria dos casos acontecem após 50 anos. Para o triênio de 2023 a 2025, foram estimados 73.610 novos casos (BRASIL, 2022). Já no mundo todo, o número de casos em 2020 foi cerca de 2,3 milhões.

De acordo com Xavier et al. (2016), o rastreamento do câncer de mama pelo exame de mamografia é o principal meio de detecção precoce desta doença. A mamografia permite identificar lesões em fases iniciais, antes que possam ser palpáveis ou causar sintomas. Tratamentos adjuvantes (quimioterapia, radioterapia, etc), combinados com o exame de mamografia, contribuem para a redução na taxa de mortes por câncer (BERRY et al., 2005). Segundo Witten e Parker (2018), somente a detecção precoce de neoplasias por meio do processo de rastreamento demonstrou ser eficaz na diminuição da taxa de mortalidade em um mínimo de 30%. Os mesmos autores também destacaram que, quando o câncer é identificado nos estágios iniciais, a chance de sobrevivência pode exceder 95%.

A descoberta do câncer de mama precocemente é de extrema importância para a sobrevivência dos pacientes. Esse exame é um dos serviços diagnósticos ofertados pelo Sistema Único de Saúde (SUS), um grande pilar do sistema de proteção social brasileiro.

Rosa et al. (2020a) fizeram um estudo com pacientes com câncer de mama recém diagnosticado no Brasil. O estudo mostra que a idade média de diagnóstico é de 53,9 anos e apenas 34% desses pacientes foram diagnosticados com exame de triagem. Em relação ao seguro de saúde, os pacientes do sistema público tiveram a doença detectada por sintomas e não por mamografia. Como consequência, eles foram diagnosticados em fases mais avançadas da doença em relação aos pacientes que possuem acesso ao sistema privado de saúde.

A recomendação atual do Ministério da Saúde (MS) é que o rastreamento do câncer de mama pelo exame de mamografia deve ser ofertado para as mulheres com idade de 50 a 69 anos, a cada dois anos. É nessa faixa etária e periodicidade que se observa balanço favorável entre riscos e benefícios do rastreamento. Essa diretriz ainda aponta um adicional de 8,9% anualmente por indicação diagnóstica para mulheres nessa faixa etária. Desta forma, para mulheres de 50 a 69 anos, a projeção da demanda é de 58,9% da população feminina por ano. Além disso, existe a necessidade de realização de exames anuais em 20% das mulheres de 40 a 49 anos, sendo 10% por indicação diagnóstica e 10% por outras indicações (BRASIL, 2017).

Os estudos da área de localização de facilidades visam evitar consequências negativas resultantes de uma distribuição inadequada de recursos. O objetivo principal desses estu-

dos é analisar e selecionar o melhor local para instalar equipamentos em uma determinada área geográfica, assim como definir os locais de atendimento deles. Esses estudos trazem bons resultados tanto na indústria quanto em unidades de saúde. Na área da saúde, os benefícios vão além de custo e atendimento aos usuários, pois instalações que não estão bem localizadas podem resultar em um aumento no número de mortes e/ou de pessoas doentes.

É importante garantir o acesso aos exames de mamografia para toda a população alvo na faixa etária indicada a fazer o exame, pois a maioria dos casos da doença, quando tratados de forma adequada e em tempo oportuno, apresentam bom prognóstico de cura. No entanto, a disponibilidade de mamógrafos do SUS no Brasil não é uniforme (AMARAL et al., 2017). Isso evidencia a necessidade de implementar políticas públicas que promovam a equidade na distribuição dos mamógrafos. Amaral et al. (2017) analisaram a distribuição dos mamógrafos no Brasil e detectaram um baixo grau de utilização deles, apontando que a quantidade de mamógrafos existentes é suficiente para atender toda a demanda do país. Na prática, essa demanda não é atendida. A limitação do alcance da oferta a uma distância máxima de 60 quilômetros gera falta de cobertura em algumas regiões do país. Segundo o Ministério da Saúde (BRASIL, 2017), *para a alocação dos equipamentos deve-se considerar o acesso das usuárias ao exame. Para essa garantia propõe-se o parâmetro de tempo de deslocamento de 60 minutos ou a distância máxima de 60 quilômetros.*

A principal contribuição do presente trabalho, que o torna relevante, é apresentar uma efetiva proposta de distribuição de mamógrafos para o Estado de Minas Gerais. Esta proposta considera esses problemas relatados e, ao realizar um estudo embasado cientificamente para indicar a localização mais adequada para os mamógrafos do SUS e a sua rede de atendimentos, ele contribui para apoiar os gestores de saúde em suas decisões a respeito da localização-alocação dos equipamentos no Estado, visando o melhor aproveitamento dos recursos públicos. Este trabalho apresenta o Problema Multiobjetivo de Localização-Alocação de Mamógrafos (PMOLAM) para maximizar a cobertura por exames e minimizar a distância viajada pelas usuárias que realizam o rastreamento. Este problema é uma variante do Problema de Localização-Alocação de Mamógrafos (PLAM).

1.1 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo geral estudar o Problema Multiobjetivo de Localização-Alocação de Mamógrafos (PMOLAM) no Sistema Único de Saúde brasileiro visando a maximizar a cobertura de exames de mamografia e minimizar a distância percorrida pela população alvo para realizar os exames.

Os objetivos específicos são:

1. Estudar o problema sob investigação, identificando dados de entrada importantes para sua análise, assim como indicadores importantes para análise dos resultados

encontrados;

2. Desenvolver um modelo de programação linear biobjetivo para representar o problema;
3. Resolver a formulação biobjetivo por meio do método da soma ponderada;
4. Testar e validar o método de solução usando dados reais de Minas Gerais, disponibilizados em plataformas de acesso público;
5. Analisar cenários com relação à cobertura e à distância viajada pela população alvo;
6. Contribuir com a divulgação de técnicas de otimização aplicadas à resolução de problemas da área de saúde.

1.2 Limitações deste Trabalho

É importante destacar algumas limitações que podem ter impactado a abrangência e a precisão desta pesquisa. As principais limitações deste trabalho são as seguintes:

1. Os dados utilizados foram aqueles disponibilizados publicamente. Esses dados podem apresentar limitações, incluindo a possibilidade de estarem desatualizados, uma vez que alguns equipamentos e alguns hospitais podem estar inoperantes no momento da coleta dos dados.
2. Nos testes apresentados para testar a modelagem matemática proposta, não temos conhecimento detalhado de convênios específicos que possam existir entre esses municípios, o que poderia influenciar os resultados. Somente temos conhecimento das microrregiões de saúde apresentadas pelo DATASUS.
3. Pode existir a presença de uma população flutuante. Isto é, mesmo com o censo demográfico atualizado, as estimativas do tamanho da população-alvo são baseadas em dados aproximados. A dinâmica da população flutuante pode introduzir variações que não foram totalmente capturadas pelos dados disponíveis. Assim, a precisão das estimativas está sujeita a essa variabilidade inerente à dinâmica populacional.

1.3 Estrutura do Trabalho

O restante deste trabalho está organizado como segue. No Capítulo 2, apresenta-se o referencial teórico deste trabalho. No Capítulo 3, descreve-se o problema objeto de investigação, introduz-se a formulação de programação linear inteira mista que representa o problema e apresenta-se o método de solução para resolvê-lo. No Capítulo 4 são realizados experimentos computacionais e seus resultados são discutidos. Por último, no Capítulo 5 são feitas as considerações finais.

2 Referencial teórico

2.1 Pesquisa Operacional na área da saúde

Na literatura é possível encontrar diversas aplicações da pesquisa operacional na área de saúde. Entre eles podemos destacar a revisão de Ahmadi-Javid, Seyedi e Syam (2017). No trabalho de Ahmadi-Javid, Seyedi e Syam (2017), os autores apresentaram uma metodologia para classificar problemas de localização de facilidades em sistemas de saúde.

Vários problemas que envolvem serviço de saúde são conhecidos na literatura como Problemas de Localização-Alocação, assim como o PMOLAM. Os problemas do tipo Localização-Alocação tem como objetivo encontrar a melhor localização de um conjunto de instalações destinadas a atender às demandas por esses recursos na área estudada. Além de definir as localizações para instalar as instalações, a solução para esses tipos de problemas também deve definir as alocações (ou atribuições) para essas instalações, ou seja, o conjunto de localizações que cada instalação deve atender. Em nosso caso, além de definir a localização dos equipamentos de mamografia, a solução indica as atribuições que cada equipamento localizado deve ter, isto é, os municípios que um mamógrafo deve atender. No geral, existem três tipos de modelos de localização de instalações usados em contextos públicos que são p -mediana, cobertura e p -centros (AHMADI-JAVID; SEYEDI; SYAM, 2017).

Nos problemas do tipo p -mediana, o objetivo é encontrar a localização ótima de p instalações de forma que a soma ponderada das distâncias entre os clientes e as instalações atribuídas a eles seja minimizada. Nesse tipo de problema, é presumido que todas as demandas serão atendidas. O problema da localização de p -centros busca minimizar a distância do usuário mais afastado após identificar uma localização, como uma escola ou hospital (HAKIMI, 1964). Nesse tipo também assume-se que toda demanda é atendida. Já os problemas baseados no tipo cobertura consideram um raio de cobertura para determinar quais instalações serão abertas. Dessa forma, leva em consideração apenas as instalações cuja distância aos pontos de demanda não ultrapassa um valor pré-definido. Dentro do tipo cobertura, existe mais duas classes de problemas, sendo um deles o Problemas de Localização de Máxima Cobertura (PLMC). Esse tem como objetivo determinar a localização de p instalações para maximizar a demanda coberta dentro de um raio de cobertura. Os modelos baseados no PLMC são muito utilizados em diversas áreas da saúde, principalmente no setor público, no qual os recursos são escassos e há muitas restrições orçamentárias, e também por usar um limite fixo de facilidades nos modelos (SATHLER et al., 2017).

Vários trabalhos abordam a localização de recursos na área da saúde (VERTER; LA-PIERRE, 2002; ZHANG; BERMAN; VERTER, 2009; ZHANG et al., 2010; GU; WANG;

MCGREGOR, 2010; ZHANG; BERMAN; VERTER, 2012; DAVARI; KILIC; NADERI, 2016; DOGAN; KARATAS; YAKICI, 2020).

Verter e Lapierre (2002) elaboraram uma formulação de programação matemática a fim de determinar a configuração ideal de uma rede de unidades de saúde preventivas, com o objetivo de maximizar a participação das pessoas nos programas de prevenção, como a mamografia. Eles consideraram que o nível de participação nos programas de saúde preventiva é extremamente importante para a eficiência deles. Para o desenvolvimento da formulação matemática, eles se basearam em três suposições: (i) cada indivíduo procuraria a instalação mais próxima; (ii) a probabilidade de participação de uma pessoa no programa de prevenção é reduzida quando a sua distância até a instalação aumenta; (iii) existe um número mínimo de participantes para uma instalação ser aberta. O modelo foi aplicado para a localização de centros de triagem de mamografia em Montreal, no Canadá.

Zhang, Berman e Verter (2009) elaboraram uma metodologia para projetar uma rede de unidades de saúde preventivas a fim de maximizar a participação da população. Além de considerar o tempo ou a distância como o fator de acessibilidade à instalação, eles consideraram o tempo total gasto, que é formado pelo tempo de viagem, pelo tempo de espera para realizar o serviço e o próprio tempo de serviço. Os autores também adicionaram o conceito de congestionamento em seus estudos. Para resolução do problema, eles desenvolveram uma heurística de alocação e quatro heurísticas de localização. Já em Zhang et al. (2010), os autores consideraram a quantidade de serviços que cada instalação oferecerá para decidir se ela será aberta ou não. O problema foi tratado por meio de dois métodos de solução, sendo o primeiro uma formulação de programação não-linear de dois níveis e o segundo, um procedimento heurístico baseado em Busca Tabu.

Dogan, Karatas e Yakici (2020) também focaram na localização de instalações de cuidados preventivos de saúde e desenvolveram um modelo multiobjetivo que busca minimizar três termos: (i) o desvio médio ponderado total entre a participação realizada e a máxima participação possível ocorrida durante o período de planejamento; (ii) o desvio total resultante do excesso de tempo de espera médio aceitável esperado nas instalações durante o período de planejamento; e (iii) o desvio resultante da superação do orçamento. O modelo foi aplicado para localizar centros de diagnóstico, triagem e tratamento de câncer em Istambul, na Turquia.

2.2 Localização de Mamógrafos

No Brasil, existem alguns trabalhos que visam a uma distribuição geográfica mais acessível dos mamógrafos na rede pública de saúde (CORRÊA et al., 2018; SOUZA et al., 2019; Sá et al., 2019; SOUZA et al., 2020; CAMPOS et al., 2020; ROSA et al., 2020b; ASSIS et al., 2022; PAIVA et al., 2023; CAMPOS et al., 2024).

Corrêa et al. (2018) analisaram a distribuição e alocação de mamógrafos em 12 regiões de saúde compostas por 142 localidades do Estado de Minas Gerais, Brasil. Quatro

formulações de programação linear inteira baseadas no problema das p -medianas foram desenvolvidas, todas com o objetivo de minimizar a distância total entre as localidades atendidas e seus respectivos locais de atendimento. A primeira formulação possui uma restrição de distância máxima entre cada localidade e o local em que o equipamento está instalado. Na segunda, essa restrição de distância pode ser violada, sendo essa violação minimizada na função objetivo. A terceira e quarta formulações são similares à primeira e à segunda, respectivamente; porém, a função objetivo delas inclui a quantidade de mulheres que se deslocam para realizar o exame. Apesar de na região analisada a distribuição existente de mamógrafos não ser suficiente para atender a toda a demanda, os autores concluíram que é possível cobrir a demanda da região com os equipamentos existentes desde que fosse permitida a redistribuição dos equipamentos existentes de seus municípios sedes.

Ainda no mesmo problema, Souza et al. (2019) analisaram o PLAM no Estado de Rondônia, Brasil. Nesse trabalho, o problema foi tratado como PLMC. Eles propuseram duas formulações de programação matemática que buscam maximizar a demanda de mulheres atendidas respeitando-se a distância máxima que elas podem se deslocar para serem atendidas. A primeira formulação considera que uma localidade deve ser totalmente atendida ou não ser atendida. Na segunda, há uma relaxação linear parcial da primeira. Neste caso, uma localidade pode ser parcialmente atendida por um mamógrafo instalado em outra localidade. Nos testes realizados, os autores concluíram que se fosse viável redistribuir os mamógrafos disponíveis, a quantidade de mulheres atendidas aplicando-se as duas formulações propostas seria maior do que aquela atendida pela Secretaria de Estado de Saúde. Além disso, a cobertura seria maior se fosse usada a formulação com atendimento parcial.

Por sua vez, Sá et al. (2019) aplicaram a primeira formulação de Souza et al. (2019) para tratar o PLAM no SUS para o Estado do Espírito Santo, Brasil. Os autores analisaram a aquisição gradativa de mamógrafos até suprir a demanda de todo o Estado e concluíram que se fosse possível fazer a redistribuição dos mamógrafos existentes, a quantidade de mulheres atendidas aumentaria significativamente comparando-se com o cenário atual.

Souza et al. (2020) apresentaram dois métodos de solução para tratar o PLAM no SUS. Ambos buscam maximizar a demanda de mulheres atendidas, sendo que o primeiro consistiu na aplicação da primeira formulação de programação matemática de Souza et al. (2019) e o segundo método no desenvolvimento de um algoritmo heurístico baseado na meta-heurística *Variable Neighborhood Search* (VNS) para tratar instâncias de dimensões maiores, dado que o problema em questão é NP-difícil (GAREY; JOHNSON, 1979). Os dois métodos de solução foram testados com dados do Estado de Minas Gerais, Brasil. De acordo com os resultados do trabalho, tanto a formulação matemática quanto o algoritmo heurístico forneceram soluções melhores que aquela permitida pela distribuição existente

dos equipamentos.

Rosa et al. (2020b) estenderam as duas formulações anteriores, acrescentando a restrição de que mulheres de uma localidade só podem ser atendidas por um mamógrafo que esteja instalado em uma localidade que esteja em sua microrregião de saúde. Os autores também adaptaram o algoritmo heurístico VNS de Souza et al. (2020) para permitir que a rede de assistência de uma localidade esteja vinculada à sua microrregião de saúde. Entre as análises feitas, os autores consideraram dois cenários relativos a uma instância do ano de 2020 do Estado de Minas Gerais. No primeiro deles, que impõe a vinculação de uma localidade à sua microrregião de saúde, obteve-se uma cobertura de 1587792 exames; enquanto que no segundo cenário, em que não se impõe tal restrição, obteve-se uma cobertura de 1633358 exames. Segundo os autores, esse resultado de cerca de 45 mil exames a menos é um indicativo de que a divisão atualmente existente das microrregiões de saúde em Minas Gerais pode não ser a ideal.

Campos et al. (2020) também estudaram se era possível uma solução com uma distribuição mais eficiente de mamógrafos existentes a fim de aumentar a cobertura de mulheres atendidas no SUS. No problema tratado admite-se que um equipamento atenda parcialmente a demanda de outra localidade. Assim, eles utilizaram a segunda formulação de programação matemática de Souza et al. (2019) e incluíram um conjunto de restrições para tratar o caso em que as realocações de equipamentos existentes não sejam permitidas. Os autores também desenvolveram um algoritmo heurístico baseado em *Simulated Annealing* para obter soluções em instâncias maiores. No algoritmo heurístico foi utilizada uma solução inicial aleatória e o espaço de soluções do problema foi explorado por meio de movimentos de realocação de equipamentos de mamografia. Os métodos foram testados em seis instâncias relativas ao Estado de Minas Gerais e duas do Estado de Rondônia. Os resultados mostraram que o algoritmo heurístico proposto foi capaz de gerar soluções de boa qualidade em tempo significativamente menor do que aquele requerido pelo resolvidor de programação matemática. Os autores também usaram uma instância do Estado de Minas Gerais para definir a quantidade de equipamentos de mamografia a serem adquiridos para se ter a maior cobertura possível. Adicionando um equipamento por vez, e não permitindo a realocação dos equipamentos existentes, eles concluíram que a maior cobertura possível seria de 99,97%, com uma taxa de utilização global dos equipamentos de 64,01%, alcançada com a aquisição de mais 78 equipamentos, considerando uma produtividade de 6758 exames/mamógrafo. A formulação proposta neste trabalho também busca minimizar a distância de atendimento, o que não é feito em Campos et al. (2020). Por fim, ao contrário de Campos et al. (2020), considera-se no presente trabalho também a existência de microrregiões de saúde tal como em Rosa et al. (2020b) e em Paiva et al. (2023). Assim, foram definidos cenários de testes em que a demanda de um município só pode ser atendida por um mamógrafo de sua microrregião de saúde.

Em Assis et al. (2022), os autores trataram o PLAM permitindo o atendimento par-

cial das demandas. O objetivo foi buscar uma distribuição mais eficiente de mamógrafos de forma a maximizar a cobertura por exames, expandindo o atendimento fracionado de um município por meio de novas estruturas de vizinhanças. A representação da solução, neste trabalho, permite individualizar os atendimentos realizados por cada equipamento sediado em um município. Eles desenvolveram uma metaheurística baseada em *General Variable Neighborhood Search* (GVNS), com a solução inicial baseada na fase de construção da metaheurística *Greedy Randomized Adaptive Search Procedures* (GRASP). As buscas locais foram desenvolvidas com a estratégia *First Improvement* baseada no método *Variable Neighborhood Descent* (VND). Os resultados foram comparados com os do algoritmo proposto em Campos et al. (2020) e mostraram que o GVNS obteve um melhor resultado e desempenho em algumas instâncias.

Já no trabalho de Paiva et al. (2023), os autores estudaram a viabilidade de uma solução que também otimizasse a distribuição mais eficiente dos mamógrafos, aumentando a cobertura por exames da população alvo pelo SUS. O método foi aplicado no Estado de Rondônia. Neste estudo, a estrutura da rede de assistência já estabelecida entre os municípios foi devidamente considerada, sendo conduzida um estudo em colaboração com a Coordenação Estadual de Rede de Doenças Crônicas da Secretaria de Saúde do Estado de Rondônia (SESAU-RO). Foram propostas duas formulações com objetivo de maximizar a cobertura, minimizar o número de novos equipamentos e as distâncias entre os municípios sedes de um equipamento e os atendidos, sendo uma formulação binária e a outra com variáveis contínuas, permitindo um atendimento parcial das localidades. Nessas propostas, foi permitido aumentar a distância máxima viajada para 90 e 120 quilômetros. Dessa forma, os autores chegaram à conclusão de que ao aumentar a distância máxima, houve um aumento tanto na demanda coberta quanto no número de municípios atendidos. Entretanto, no cenário com *distMax* igual a 90 quilômetros, observou-se que apenas 22% das localidades tiveram a distância viajada acima de 60 quilômetros. Essa observação justifica a escolha dessa distância, uma vez que proporciona um significativo aumento na cobertura.

Por fim, no trabalho de Campos et al. (2024), foi estudado o Problema Multiobjetivo de Localização-Alocação de Mamógrafos (PMOLAM). Os autores desenvolveram um método para tratar o problema com foco em três objetivos: maximizar a cobertura por exames de mamografia, minimizar a distância total percorrida ponderada pelo número de usuários e maximizar a equidade no acesso aos exames de mamografia. Esse método foi composto por uma formulação de programação não linear mista inteira para representar o problema, além de algoritmos baseados no *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II* (NSGA-II) e *Strength Pareto Evolutionary Algorithm* (SPEA2). Para testar os métodos, eles utilizaram 7 instâncias, sendo cada uma um estado da federação brasileira. Além disso, indicadores de hipervolume e espaçamento foram utilizados para avaliar o desempenho dos algoritmos propostos. O NSGA-II superou o SPEA2 com superioridade estatística

em 6 das 7 instâncias no que diz respeito ao indicador de hipervolume. Por outro lado, os autores observaram SPEA2 teve um desempenho melhor em relação ao indicador de espaçamento, pois o teste estatístico comprovou sua superioridade sobre o NSGA-II em 6 das 7 instâncias.

2.3 Otimização Multiobjetivo

A maioria dos problemas da vida real, depara-se com vários objetivos a serem otimizados, frequentemente em conflito uns com os outros. A otimização de um ou alguns desses objetivos pode resultar, por conseguinte, na deterioração de outros. Em outras palavras, quando se busca a minimização individual de um objetivo, isso acarreta no agravamento de outro. Tais dilemas são categorizados como Problemas de Otimização Multiobjetivo (POM), sendo definido como um problema com mais de um objetivo, como o próprio nome sugere, dado que esses objetivos são conflitantes entre si. Portanto, o termo “otimizar” significa encontrar uma solução que forneça os valores de todas as funções objetivo aceitáveis para o tomador de decisões (COELLO; VELDHUIZEN; LAMONT, 2002).

De acordo com Coello (2000), este é um tópico crucial na área de otimização, tanto para pesquisadores quanto para engenheiros. Sua relevância não se limita apenas à sua aplicabilidade em problemas do mundo real, mas também às questões ainda não totalmente esclarecidas nessa área.

A ideia de buscar uma única solução ocorre em diversos problemas de Pesquisa Operacional. Mas, ao lidar com diversas funções objetivo, o conceito de “ótimo” altera o seu significado, pois em POM, o objetivo é encontrar boas compensações, conhecidas como “trade-offs”, ao invés de buscar uma única solução. Nesse contexto, a solução de POM é dada sobre um conjunto de soluções não-dominadas, conhecido como fronteira de Pareto.

A formulação típica de um POM pode ser apresentada da seguinte maneira:

$$\min \quad (\max) \quad z = f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x))$$

$$\text{sujeito a: } x = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \in X^*$$

Nas equações acima, temos que:

- x é o vetor de variáveis de decisão;
- $f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)$ são as funções objetivo, sendo k o número de objetivos;
- X^* é o conjunto de soluções viáveis do problema;
- Z é o conjunto imagem de X^* , denominado espaço objetivo viável.

A solução de um POM envolve a obtenção de um conjunto de soluções que respeitem as restrições estabelecidas e otimizem uma função composta por várias funções objetivo.

Portanto, é crucial que o tomador de decisão selecione a solução que mais bem atenda às suas necessidades específicas.

Por definição, temos que um vetor z^* é Pareto-ótimo se não existe um outro vetor viável z que possa melhorar algum objetivo, sem causar uma piora em pelo menos um outro objetivo. Em outras palavras, um vetor solução z^* pertence ao conjunto de soluções Pareto-ótimo se não existe nenhum vetor solução z que domine z^* (PARETO, 1896 apud PANTUZA, 2011).

Uma solução domina outra quando sua avaliação é estritamente menor em pelo menos um objetivo e pelo menos igual em todos os outros objetivos. Em outras palavras, a solução dominante oferece um desempenho melhor (valor menor no caso de minimização) em pelo menos um objetivo, sem ser pior em nenhum outro objetivo em comparação com a solução dominada. A solução dominada não faz parte do conjunto Pareto-ótimo. A seguir é apresentado um exemplo para ilustrar esse conceito.

Sejam S_1 , S_2 , S_3 e S_4 soluções de um POM com dois objetivos de minimização, $FO1$ e $FO2$ representados pelos pontos abaixo:

$$S_1 : (10, 20)$$

$$S_2 : (10, 15)$$

$$S_3 : (8, 10)$$

$$S_4 : (5, 13)$$

O gráfico da Figura 1 representa, também, as soluções de um POM. No eixo x são exibidos os valores da $FO1$ e no eixo y os valores da $FO2$.

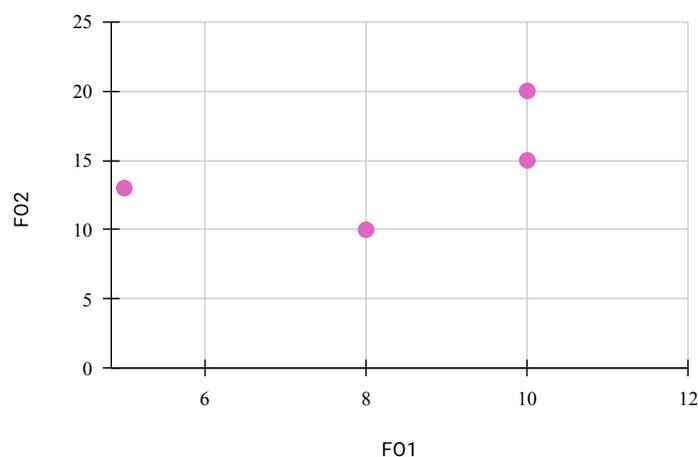


Figura 1 – Gráfico de soluções de um POM.

Nesse exemplo, S_2 domina S_1 porque o valor de cada função objetivo de S_2 é menor ou igual ao correspondente valor da função objetivo de S_1 , sendo que um desses valores

é estritamente menor. No caso, a *FO1* de S_2 é igual à *FO1* de S_1 , e a *FO2* de S_2 é estritamente menor que a *FO2* de S_1 , pois 15 é menor que 20.

Ao comparar S_3 com S_1 , temos que S_3 domina S_1 . As funções objetivo de S_3 , tanto *FO1* quanto *FO2*, são menores aos correspondentes valores de cada função objetivo de S_1 .

Ao comparar S_4 com S_3 , temos que S_4 não domina S_3 . De fato, o valor da função objetivo *FO1* de S_4 é estritamente menor que o valor da *FO1* de S_3 . Entretanto, o valor de *FO2* de S_4 não é menor ou igual a *FO2* de S_3 .

Dentre os métodos para resolver problemas de otimização multiobjetivo, destaca-se o Método da Soma Ponderada (WSM, das iniciais em inglês *Weighted Sum Method*) (YANG, 2014). Este método consiste em gerar a fronteira Pareto a partir da variação de pesos da soma ponderada das funções objetivo. Mais precisamente, dado um conjunto de k funções objetivo $f_j(x)$ a serem minimizadas, este método consiste em considerar uma função mono-objetivo dada pela expressão:

$$f(x) = \sum_{j=1}^k \alpha_j \times f_j(x)$$

Nessa expressão, temos que α_j são pesos aplicados a cada função objetivo $f_j(x)$, tal que $\alpha_j \in [0, 1] \forall j$ e $\sum_{j=1}^k \alpha_j = 1$.

A análise comparativa entre conjuntos de soluções não-dominadas obtidos por diferentes algoritmos de otimização multiobjetivo não é uma tarefa trivial (GOMES, 2012). Assim, para avaliar a qualidade das soluções não-dominadas encontradas pelos testes, o presente trabalho utiliza a métrica de avaliação de desempenho conhecida como hipervolume (ZITZLER, 1999). O hipervolume é um indicador que calcula o tamanho da região dominada pelas soluções não-dominadas. Para os problemas de minimização, quanto maior o valor da área de cobertura, melhor.

3 Metodologia

Neste capítulo são apresentados os métodos e os algoritmos utilizados para resolver o problema objeto de estudo. A Seção 3.1 mostra como os dados são tratados antes de serem usados no modelo. A Seção 3.2 descreve o PMOLAM com Atendimento Parcial. A Seção 3.3 introduz a formulação de programação matemática proposta para representar o problema.

Em relação à classificação desta pesquisa, ela é de natureza aplicada, com abordagem quantitativa. Em relação ao objetivo, ela é exploratória e, em relação aos procedimentos técnicos, ela representa um estudo de caso.

3.1 Pré-processamento

O modelo matemático descrito na Seção 3.3 recebe um conjunto de dados de entrada. Um deles é a demanda de mulheres a serem atendidas, por ano, em cada município. Para rodar cenários com os mamógrafos fixados onde estão localizados atualmente, foi realizado um pré-processamento nos dados. Esse método utilizado pressupõe que quando uma cidade possui uma demanda maior que a capacidade de um mamógrafo, é alocado um equipamento de mamografia para atendê-la. Isto é, um mamógrafo é alocado a cada cidade com demanda superior à capacidade do equipamento, repetindo-se esse processo até que todas as cidades com demanda maior que a capacidade sejam atendidas. Esse método é chamado de pré-processamento e visa à maior cobertura possível. Nele, busca-se evitar que cidades com grande demanda fiquem sem mamógrafos ou sejam atendidas por cidades menores próximas. Além disso, os equipamentos alocados possuem uma taxa de utilização de suas capacidades igual a 100%, o que justifica o método descrito.

3.2 Caracterização do estudo

O Problema Multiobjetivo de Localização-Alocação de Mamógrafos (PMOLAM), conhecido na literatura inglesa como *Multi-Objective Mammography Unit Location-Allocation Problem* (MOMULAP), aqui tratado possui as seguintes características:

1. Existe um conjunto N de n localidades candidatas a sediar $pMax$ unidades de mamografia;
2. Cada mamógrafo possui uma capacidade cap anual de realização de exames, sendo $cap = 6.758$ exames/ano (BRASIL, 2017);

3. Cada localidade j possui uma demanda anual dem_j de mulheres na faixa de idade indicada para realizar o rastreamento, ou seja, 58,9% de mulheres com idades entre 50 e 69 anos e 20% de mulheres entre 40 e 49 anos (BRASIL, 2017);
4. As mulheres devem se deslocar, no máximo, R km até os hospitais onde estão instalados os aparelhos de mamografia, sendo $R = 60$ km (BRASIL, 2017, p. 70);
5. Apenas localidades com infraestrutura hospitalar são candidatas a sediar um equipamento de mamografia;
6. Cada localidade só pode ser atendida por outra que esteja em sua microrregião de saúde (BRASIL, 2001, pp. 18-19); (BRASIL, 2011);
7. Um local que sediar algum equipamento deve priorizar o atendimento da sua própria demanda;
8. Há duas formas de atender a uma localidade, sendo que cada uma delas dá origem a uma variante do problema:
 - a) PMOLAM com atendimento integral: Uma localidade deve ser totalmente atendida ou não atendida;
 - b) PMOLAM com atendimento parcial: Uma localidade pode ser parcialmente atendida por outra localidade.

Conforme descrito no item 5, apenas municípios que possuem infraestrutura podem ser candidatos a sediar algum equipamento de mamografia. Neste trabalho, uma localidade tem infraestrutura se, no mínimo, uma das condições forem satisfeitas:

- O município tem algum hospital, seja público ou privado.
- O município possui algum equipamento de mamografia, independente da gestão.

Os objetivos são decidir onde instalar os equipamentos de mamografia para minimizar a demanda descoberta de exames e a distância de atendimento ponderada pela demanda.

Neste trabalho, utilizaremos somente o PMOLAM com atendimento parcial, visto que este problema é mais aderente ao SUS, de acordo com Paiva et al. (2023).

3.3 Formulação matemática

A Tabela 1 introduz a notação para apresentar a formulação multiobjetivo proposta.

As equações (3.1)-(3.13) representam a formulação de programação linear multiobjetivo relativa ao PMOLAM com atendimento parcial. Um problema de otimização multiobjetivo, ao contrário de um problema de otimização com um único objetivo, não possui necessariamente uma solução ótima que minimize todas as funções multiobjetivo de forma

Tabela 1 – Parâmetros e variáveis de decisão.

Parâmetros de entrada	
N	Conjunto de municípios
d_{ij}	Distância entre os municípios i e j , em km
dem_i	Demanda anual por exames de mamografia de município $i \in N$
cap	Capacidade anual de realização de exames de um mamógrafo
$pMax$	Número máximo de mamógrafos disponíveis para alocação
$distMax$	Distância máxima para atendimento, em km
$infra_i$	Parâmetro que assume o valor 1 se o município $i \in N$ possui infraestrutura para sediar mamógrafos, e 0 caso contrário
$micro_i$	Microrregião de saúde à qual pertence o município $i \in N$
S_i	Conjunto das localidades cuja distância do município i é menor ou igual a $distMax$ km, isto é: $S_i = \{j \in N \mid d_{ij} \leq distMax \text{ e } d_{ji} \leq distMax\}$
$nEquipExist_i$	Número de equipamentos existentes no município $i \in N$
Variáveis de decisão	
y_i	Variável inteira que representa o número de equipamentos instalados no município i
z_i	Variável binária que assume o valor 1 se o município i sedia algum equipamento de mamografia, e valor 0, caso contrário
x_{ij}	Variável contínua que assume um valor no intervalo $[0, 1]$, que indica o percentual de atendimento ao município j por algum mamógrafo instalado no município i

Fonte: Elaborada pela autora.

simultânea. Frequentemente, os objetivos podem ser conflitantes, e os valores ótimos de alguns objetivos geralmente não conduzem à otimalidade de outros objetivos; às vezes, até os pioram.

$$\max \quad f_1(x) = \sum_{i \in N} \sum_{j \in S_i} dem_j \cdot x_{ij} \quad (3.1)$$

$$\min \quad f_2(x) = \sum_{i \in N} \sum_{j \in S_i} d_{ij} \cdot dem_j \cdot x_{ij} \quad (3.2)$$

$$\text{s. a.} \quad \sum_{i \in S_j} x_{ij} \leq 1 \quad \forall j \in N \quad (3.3)$$

$$\sum_{i \in N} y_i = pMax \quad (3.4)$$

$$\sum_{j \in S_i} dem_j \cdot x_{ij} \leq cap \cdot y_i \quad \forall i \in N \quad (3.5)$$

$$y_i \geq nEquipExist_i \quad \forall i \in N \quad (3.6)$$

$$y_i = 0 \quad \forall i \in N \mid infra_i \neq 1 \quad (3.7)$$

$$z_i \geq y_i / pMax \quad \forall i \in N \quad (3.8)$$

$$x_{ii} = z_i \quad \forall i \in N \quad (3.9)$$

$$z_i \geq x_{ij} \quad \forall i, j \in N \quad (3.10)$$

$$x_{ij} \in [0, 1] \quad \forall i, j \in N \quad (3.11)$$

$$z_i \in \{0, 1\} \quad \forall i \in N \quad (3.12)$$

$$y_i \in \mathbb{Z}^+ \quad \forall i \in N \quad (3.13)$$

As equações (3.1) e (3.2) representam a função objetivo do PMOLAM, sendo que a primeira busca maximizar a cobertura por mamografias e a segunda busca minimizar a distância viajada pela população alvo ponderada pela demanda.

As restrições (3.3) indicam que a fração da demanda da cidade i pode ser atendida por unidades de mamografias localizadas em cidades que distam, no máximo, R km dela. As restrições (3.4) limitam a alocação de exatamente $pMax$ equipamentos. As restrições (3.5) garantem que a capacidade de atendimento dos equipamentos de mamografia instalados em cada localidade i não pode ser violada. As restrições (3.6) estabelecem que cada localidade deve manter, pelo menos, o número atual de equipamentos instalados, ou seja, não é permitida a realocação dos equipamentos existentes. Entretanto, se o parâmetro de entrada $nEquipExist_i$ for setado no valor 0 para alguma localidade i , a formulação passa a considerar que os equipamentos existentes nessa localidade podem ser realocados. As restrições (3.7) impedem que localidades sem infraestrutura hospitalar sejam indicadas a sediar mamógrafos. As restrições (3.8) forçam a variável binária z a assumir o valor 1 nos locais que sediam mamógrafos. As restrições (3.9) impõem que um local que sediar algum equipamento atenda integralmente a sua própria demanda. As restrições (3.10) garantem que uma cidade j só pode ser atendida por uma cidade i que sedie algum equipamento. Por fim, as restrições (3.11), (3.12) e (3.13) estabelecem o domínio das variáveis de decisão.

Foi usado o método de soma ponderada *Weighted Sum Method* (WSM) para obter uma solução para esta formulação de programação matemática (YANG, 2014). Esse método é empregado para combinar critérios ponderados na tomada de decisões. Os passos gerais incluem a identificação dos critérios relevantes, atribuição de pesos a esses critérios, formulação da medida composta com base na soma ponderada, integração dessa medida na formulação do problema de programação matemática, resolução do problema e interpretação dos resultados.

Como as duas funções objetivo têm dimensões diferentes, pois a primeira trata da demanda coberta e a segunda, da distância ponderada pela demanda, é necessário normalizá-las para aplicar o WSM.

Para normalizar a primeira função objetivo, aplicamos a formulação dada, considerando apenas a função objetivo (3.1), sujeita às restrições (3.3)-(3.13). O valor resultante da aplicação desta formulação é nomeado $UB_{DemandaCoberta}$. Como os otimizadores de mercado (Gurobi, etc.) trabalham somente com um tipo de objetivo, de minimização ou maximização, e não trabalham com dois tipos ao mesmo tempo, transformaremos a primeira função objetivo em um problema de minimização. Assim, ao invés de maximizar a demanda coberta, iremos minimizar a demanda descoberta. Para tanto, a equação (3.1) é, agora, transformada em:

$$\min \quad z_1(x) = \left(1 - \frac{\sum_{i \in N} \sum_{j \in S_i} dem_j \cdot x_{ij}}{UB_{DemandaCoberta}} \right) \quad (3.14)$$

A função objetivo (3.14) busca minimizar a demanda descoberta.

Para normalizar a segunda função objetivo (3.2), executamos a formulação (3.3)-(3.13), maximizando a função objetivo (3.2). O resultado desta formulação, $UB_{DistanciaPonderada}$, é o limite superior para o valor da segunda função objetivo. Desta forma, a função objetivo (3.2) é transformada na função objetivo (3.15):

$$\min \quad z_2(x) = \frac{\sum_{i \in N} \sum_{j \in S_i} d_{ij} \cdot dem_j \cdot x_{ij}}{UB_{DistanciaPonderada}} \quad (3.15)$$

Agora, sendo todas as funções objetivo de minimização, apliquemos o WSM, considerando $\alpha \in [0, 1]$:

$$\min \quad z(x) = \alpha \cdot z_1(x) + (1 - \alpha) \cdot z_2(x) \quad (3.16)$$

Portanto, o modelo a ser resolvido pelo WSM consiste nas equações (3.16),(3.3)-(3.13).

4 Apresentação e discussão dos resultados

Neste capítulo, as configurações tanto do ambiente de desenvolvimento quanto das instâncias de testes são descritos. Esses ambientes foram ajustados para testar o modelo matemático proposto. Em seguida, são detalhadas as particularidades da instância empregada para testar os métodos de solução, incluindo a forma como foi adquirida. Por fim, são expostos os testes computacionais conduzidos neste estudo, juntamente com as análises realizadas sobre os resultados obtidos nessas experimentações.

4.1 Ambiente de testes

O modelo de programação matemática apresentado foi implementado utilizando o resolvidor Gurobi, versão 10.0.3, com as configurações padrões, exceto pelo parâmetro *MIPGap*, definido no valor 10^{-8} . Esse ajuste foi necessário para adequar a ordem de grandeza dos valores da função objetivo com a execução do modelo. O modelo foi desenvolvido na linguagem Python, versão 3.10.12, utilizando a biblioteca Python-MIP (Mixed-Integer Linear programs (MIPs)). Os testes foram realizados em um computador Intel Core i5-8265U@ 1.6 GHz, com 8 GB de memória RAM sob o sistema operacional Ubuntu, versão 22.04.

4.2 Características da instância

A instância utilizada para testar o formulação de programação matemática foi a do Estado de Minas Gerais. Esse Estado é o maior da federação brasileira e é composto por 853 localidades. As informações sobre a população feminina na faixa etária indicada para fazer o exame de rastreamento de câncer de mama se referem aos dados coletados pelo Censo Demográfico de 2022, esses dados estão disponíveis em IBGE (2022). Dessa forma, a demanda total por exames anual da população alvo, isto é, na faixa etária entre 40 a 69, em Minas Gerais é de 1738472. Considerando-se a alocação dos equipamentos em dezembro de 2023, simulando o cenário real de atendimento do Estado, a demanda atendida por eles é de apenas 1555710 exames de mamografia por ano. Ao considerar o atendimento real somente entre municípios que pertencem a mesma microrregião de saúde, temos um atendimento de somente 1486059 exames anuais.

Os dados referentes aos equipamentos de mamografia foram coletados pelo site do Departamento de Informática do Sistema Único de Saúde (DATASUS), referentes a dezembro de 2023. Nesta data, o Estado de Minas Gerais possuía um total de 354 mamógrafos para atender a população, entre aqueles de gestões estaduais, municipais e duplas (estaduais e municipais).

As distâncias entre cada par de localidades foram extraídas de Carvalho, Amaral e Mendes (2021). Esses autores obtiveram as distâncias entre os 5.570 municípios brasileiros a partir das APIs das ferramentas Google Maps e OpenStreet Maps.

Para determinar se um município possui ou não infraestrutura para a instalação de um mamógrafo, avaliamos a presença de um hospital ou a existência de um mamógrafo já alocado no local. Caso uma dessas condições seja satisfeita, consideramos que ele tem infraestrutura

para sediar equipamentos de mamografia. Os dados dos estabelecimentos hospitalares foram extraídos de BRASIL (2024), referentes a dezembro de 2022.

4.3 Experimentos computacionais

Nesta seção são apresentados os resultados dos experimentos realizados para testar a formulação de programação matemática apresentada no Capítulo 3. O parâmetro $distMax$ foi setado como 60 quilômetros.

A modelagem matemática proposta forma uma região viável de atendimento para cada município i pertencente aos cenários utilizados. Para a formação de cada região viável, é analisada a distância percorrida entre um município i a um município j . Caso a distância percorrida entre eles seja menor que $distMax$, o município j é incluído na região viável de i . Caso o uso de microrregiões de saúde seja presente, é analisado também se os municípios i e j estão na mesma região de saúde.

Em alguns cenários, foram adotados a fixação dos mamógrafos. O método de fixar os mamógrafos consiste na determinação de que esses equipamentos devem ser localizados nos municípios aos quais estão vinculados, de acordo com os dados referentes aos equipamentos. Isto é, os valores do parâmetro de entrada $nEquipExist_i$ são iguais ao número de equipamentos que cada município, i , possui. Para isso, foi realizado um pré-processamento dos equipamentos, conforme citado no Capítulo 3. Nesse caso, como os mamógrafos são fixos, não é permitida a realocação deles para outros municípios. Nos cenários em que não houve a fixação dos equipamentos, o valor de $nEquipExist_i$ para cada município i foi igual a zero.

O número máximo de mamógrafos disponíveis para alocação, $pMax$, foi de 354. Entretanto, para os cenários nos quais os mamógrafos disponíveis são fixos, foi considerado $pMax = 245$. Isso acontece porque houve o pré-processamento de mamógrafos. Nesse pré-processamento, 109 mamógrafos foram processados e suas respectivas capacidades foram subtraídas nas demandas dos municípios sedes desses equipamentos de mamografia.

A quantidade de municípios com infraestrutura hospitalar para receber um equipamento de mamografia calculada foi de 399. A relação desses municípios com essa característica é apresentada na Tabela 8 no Anexo A. Nessa tabela, a coluna “Índice” mostra o índice de cada município e a coluna “Município” exibe o nome. A coluna “Possui mamógrafo” indica se a cidade possui um ou mais equipamentos de mamografia. Já a coluna “Possui hospital?” indica se o município possui algum hospital. Por fim, a coluna “Possui infraestrutura?” indica se aquele município tem ou não infraestrutura.

Os experimentos computacionais foram realizados usando quatro cenários. A Tabela 2 descreve os cenários utilizados. A primeira coluna indica qual é o cenário. A segunda coluna indica se os mamógrafos foram fixos ou não, em cada cenário. A última coluna, “Restrição de microrregião?”, indica se foi utilizada a restrição de microrregião ao formar as regiões viáveis de atendimento em cada município.

Tabela 2 – Descrição dos cenários.

Cenário	Permite realocação de equipamentos?	Restrição de microrregião?
1	Sim	Não
2	Sim	Sim
3	Não	Não
4	Não	Sim

4.4 Discussão dos resultados

O modelo de programação matemática multiobjetivo utilizado neste estudo demonstrou eficácia na resolução de problemas complexos com dois objetivos. O método retornou um conjunto de soluções não-dominadas em tempo razoável. No total foram realizadas 44 execuções da formulação de programação matemática para os quatro cenários.

As Tabelas 3, 4, 5 e 6 mostram os resultados dos testes para esses cenários. A primeira coluna dessas tabelas mostram o valor de α , sendo que a cada teste o valor dessa penalidade foi alterado. Inicialmente, seu valor é 1 e a cada execução do Python MIP, seu valor é decrescido em 0,1 unidades. As demais colunas exibem os valores da função objetivo de demanda descoberta normalizada, $z_1(x)$, e os da função objetivo normalizada de distância viajada ponderada pela demanda, $z_2(x)$. Por fim, a última coluna mostra os valores da função objetivo, $z(x)$, para cada valor de α . O tempo computacional gasto em cada execução foi menor que 5 segundos.

Essas tabelas mostram que à medida que o valor de α diminui, o valor da função objetivo de demanda descoberta normalizada aumenta. Isto é, a demanda coberta por exames diminui. Por outro lado, à medida que α diminui, o valor da função objetivo de distância viajada ponderada pela demanda diminui também. Ou seja, a distância total percorrida pela população alvo diminui. Isso evidencia um nível maior de importância para $z_2(x)$ à medida que α diminui. Em relação à função objetivo $z(x)$, à medida que o valor de α diminui, os valores da função ponderada aumentam até atingir um máximo e, em seguida, eles diminuem.

Tabela 3 – Resultados das funções objetivo no Cenário 1.

α	$z_1(x)$	$z_2(x)$	$z(x)$
1	0,0000	0,7512	0,0000
0,9	0,0000	0,1321	0,0132
0,8	0,0000	0,1321	0,0264
0,7	0,0010	0,1290	0,0394
0,6	0,0029	0,1259	0,0521
0,5	0,0296	0,0955	0,0625
0,4	0,0850	0,0502	0,0642
0,3	0,1518	0,0133	0,0549
0,2	0,1846	0,0018	0,0384
0,1	0,1934	0,0002	0,0195
0	0,9997	0,0000	0,0000

Tabela 4 – Resultados das funções objetivo no Cenário 2.

α	$z_1(x)$	$z_2(x)$	$z(x)$
1	0,0051	0,5692	0,0051
0,9	0,0051	0,1455	0,0192
0,8	0,0056	0,1431	0,0331
0,7	0,0081	0,1358	0,0464
0,6	0,0131	0,1269	0,0586
0,5	0,0487	0,0851	0,0669
0,4	0,1012	0,0421	0,0657
0,3	0,1563	0,0119	0,0552
0,2	0,1851	0,0018	0,0384
0,1	0,1934	0,0002	0,0195
0	0,9997	0,0000	0,0000

Tabela 5 – Resultados das funções objetivo no Cenário 3.

α	$z_1(x)$	$z_2(x)$	$z(x)$
1	0,0997	0,2207	0,0997
0,9	0,0997	0,1785	0,1076
0,8	0,0997	0,1785	0,1155
0,7	0,0997	0,1785	0,1233
0,6	0,1028	0,1733	0,1310
0,5	0,1556	0,1104	0,1330
0,4	0,2309	0,0502	0,1225
0,3	0,2958	0,0143	0,0988
0,2	0,3297	0,0025	0,0679
0,1	0,3413	0,0002	0,0343
0	0,3434	0,0000	0,0000

Tabela 6 – Resultados das funções objetivo no Cenário 4.

α	$z_1(x)$	$z_2(x)$	$z(x)$
1	0,1400	0,1611	0,1400
0,9	0,1400	0,1427	0,1403
0,8	0,1400	0,1427	0,1406
0,7	0,1400	0,1427	0,1408
0,6	0,1400	0,1427	0,1411
0,5	0,1806	0,0946	0,1376
0,4	0,2428	0,0444	0,1238
0,3	0,2987	0,0133	0,0989
0,2	0,3297	0,0025	0,0679
0,1	0,3413	0,0002	0,0343
0	0,3434	0,0000	0,0000

Por exemplo, para o Cenário 1 na Tabela 3, para o valor de α igual a 0,3, temos $z_1(x)$ igual a 0,1518 e $z_2(x)$ igual a 0,0133. Já no Cenário 2, esse mesmo valor de α possui um valor de $z_1(x)$ igual a 0,1563 e um valor de $z_2(x)$ correspondente a 0,0119. No Cenário 3, o valor correspondente de $z_1(x)$ é 0,2958 e para $z_2(x)$ temos 0,0143. No Cenário 4, temos o valor de 0,2987 para $z_1(x)$ e 0,0133 para $z_2(x)$. Nos cenários em que os equipamentos de mamografias estão fixos em suas localizações informadas pelo DATASUS, os valores da função objetivo de

demanda descoberta normalizada são maiores do que os valores dessa mesma função nos cenários que permitem a realocação dos equipamentos, comparando as soluções para o mesmo valor de α (0,3). Essa diferença pode indicar que a localização atual dos equipamentos pode não ser a ideal. Ademais, em cenários nos quais as localidades são atendidas exclusivamente por equipamentos localizados na mesma microrregião de saúde, os valores da função objetivo de demanda descoberta normalizada também são maiores do que aqueles observados quando essa restrição é flexibilizada para o mesmo valor de α . Isso pode indicar que o agrupamento em microrregiões pode estar restringindo o acesso aos exames de mamografia.

Ao comparar os resultados do Cenário 3 com o Cenário 4, percebe-se uma redução nos valores de $z_2(x)$. Por exemplo, para α igual a 0,5, na Tabela 5 temos um valor de $z_2(x)$ igual a 0,1104. O valor correspondente na Tabela 6 é igual a 0,0946. Entretanto, isso pode ser reflexo do aumento do valor da função de demanda descoberta, $z_2(x)$, indicando uma redução na quantidade de municípios cobertos e em consequência, uma redução de distância total percorrida.

Em relação ao atendimento da demanda, os 354 equipamentos com capacidade de 6758 exames anuais cada permitem um atendimento teórico de 2.392.332 exames. Esse valor excede significativamente a demanda total por exames da população alvo do Estado de Minas Gerais, que é de 1.738.472 exames. Isso implica que, teoricamente, há capacidade mais do que suficiente para atender toda a demanda existente, deixando uma folga considerável de 653.860 exames. No entanto, destaca-se um outro ponto de atenção pelo valor encontrado de $UB_{DemandaCoberta}$ igual a 1.728.037. Observa-se que não é possível obter um atendimento de 100% dessa demanda pelos 354 mamógrafos. Isso acontece pois existem municípios que não são elegíveis a receberem mamógrafos devido à falta de infraestrutura hospitalar. Além disso, pode acontecer de esses municípios não estarem próximos o suficiente de outros que possam atendê-los dentro do raio de distância máxima permitida, $distMax$, que é de 60 quilômetros.

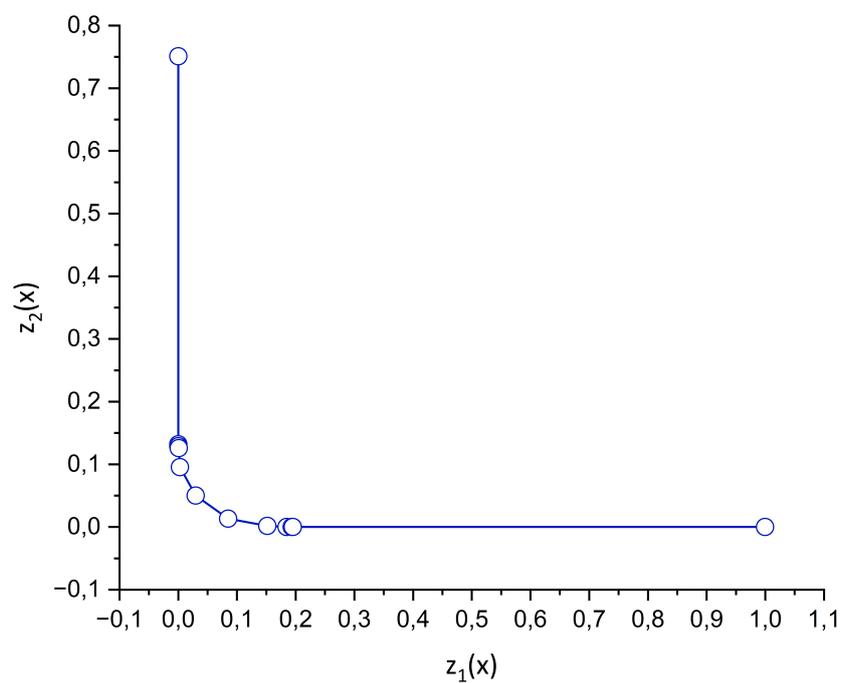


Figura 2 – Demanda descoberta *versus* distância percorrida ponderada pela demanda no Cenário 1.

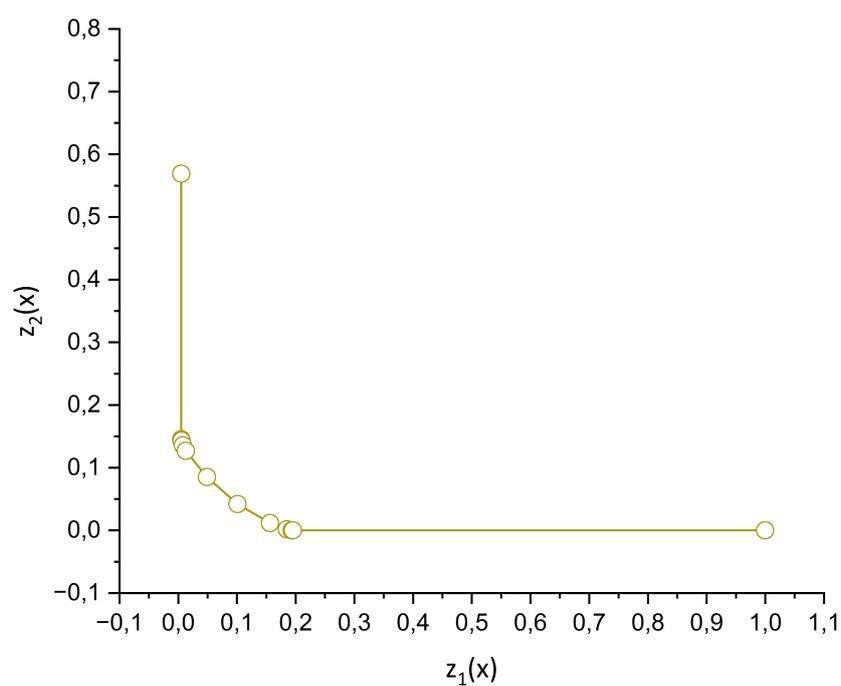


Figura 3 – Demanda descoberta *versus* distância percorrida ponderada pela demanda no Cenário 2.

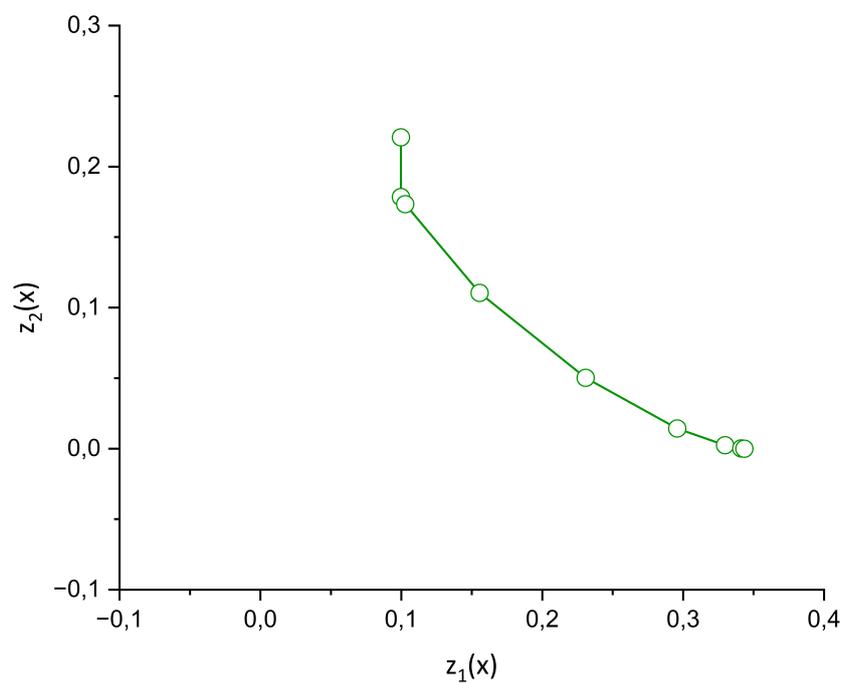


Figura 4 – Demanda descoberta *versus* distância percorrida ponderada pela demanda no Cenário 3.

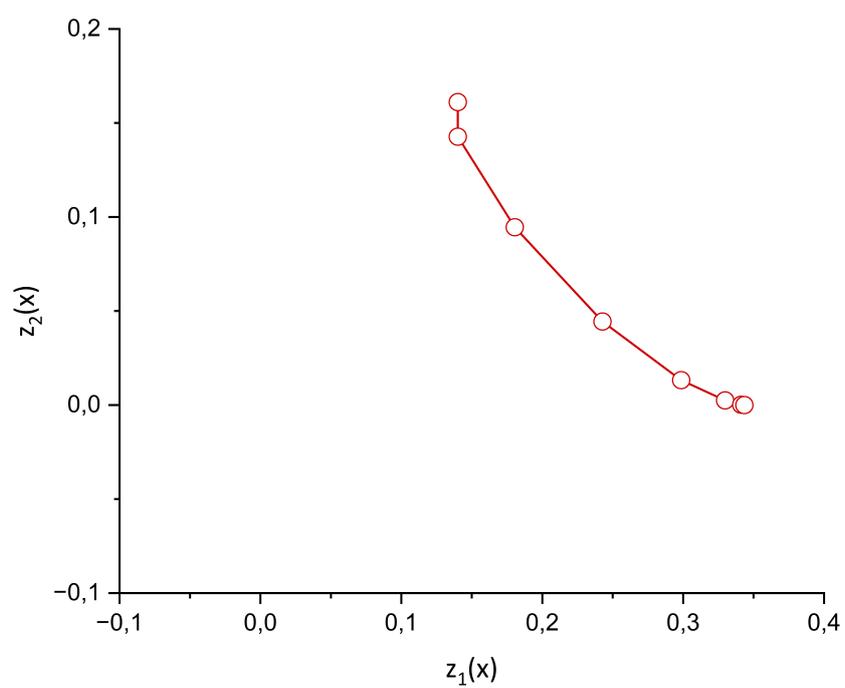


Figura 5 – Demanda descoberta *versus* distância percorrida ponderada pela demanda no Cenário 4.

As Figuras 2, 3, 4 e 5 mostram os gráficos das soluções encontradas ao aplicar os valores de α de 0 a 1, diminuindo 0,1 em cada execução. Esses valores representam as soluções eficientes no sentido de Pareto. No eixo x é exibido os valores da função objetivo de demanda descoberta normalizada. Já no eixo y tem-se os valores da função objetivo normalizada de distância viajada ponderada pela demanda.

Ao analisar as soluções não-dominadas nos gráficos das figuras 2 a 5, observamos claramente os *trade-offs* entre os objetivos conflitantes. Nesses gráficos, nota-se que à medida que o valor de α aumenta, a demanda descoberta aumenta também, isto é, a demanda coberta por exames diminui. Entretanto, a distância viajada diminui. Ao utilizar valores de α que priorizem o objetivo de distância, as soluções alocam os equipamentos de mamografia de forma a diminuir a distância percorrida. No entanto, essa abordagem pode resultar em uma menor cobertura geográfica e dificultar o acesso aos serviços de saúde para certas áreas mais distantes. Por outro lado, ao priorizar a minimização da demanda descoberta, as soluções indicam atendimentos entre os municípios que maximizem a demanda por exame, além de alocar estrategicamente os mamógrafos para facilitar a maior cobertura geográfica. Isso pode implicar em um aumento da distância viajada percorrida pela população alvo que irá realizar o exame, impactando nos custos operacionais e no acesso aos exames. A escolha entre priorizar a distância ou a demanda reflete a ponderação dos *trade-offs* inerentes aos objetivos conflitantes. Essa compreensão é crucial para os tomadores de decisão, isto é, para os gestores da área da saúde, pois lhes permitem explorar as soluções não-dominadas e selecionar a melhor alternativa de acordo com suas preferências e restrições.

Nos gráficos apresentados nas Figuras 2, 3, 4 e 5, observamos a distribuição dos resultados, representados por uma curva. Nessa curva, identifica-se quais são os pesos, ou valores de α , que contribuem de forma mais significativa para uma determinada função objetivo. Essas curvas também são conhecidas como fronteira de Pareto e mostram as combinações dos objetivos que não podem ser melhoradas em um objetivo sem piorar outro.

A Figura 2 ilustra os resultados das execuções da formulação de programação matemática relativas ao Cenário 1, variando-se os valores de α . Combinando essa figura com os resultados apresentados na Tabela 3, verifica-se que quando α é igual a 1, 0,9 e 0,8, o valor da função objetivo de demanda descoberta normalizada é igual a 0. Isso indica que a cobertura foi a máxima possível, isto é, igual a 1.728.037 exames. Ao comparar os gráficos das figuras 2 e 3 com os gráficos das figuras 4 e 5, observa-se que as soluções não-dominadas estão mais bem espalhadas e alcançam valores extremos nos cenários 1 e 2. Também observa-se que o gráfico da Figura 2 possui a fronteira Pareto-ótimo mais acentuada do que as curvas dos gráficos das figuras 3, 4 e 5.

Nos gráficos dos cenários 3 e 4, observa-se que os valores dos eixos x e y indicam que não foram alcançados os mesmos valores das funções de demanda descoberta normalizada e de distância viajada ponderada pela demanda encontrados nos outros cenários. Isso pode ocorrer devido ao aumento de restrições impostas nesses cenários, como o uso de microrregiões de saúde e a fixação dos mamógrafos. Nos cenários 3 e 4, percebe-se que há menos variação nas soluções encontradas, possivelmente devido às restrições adicionais impostas, o que limita o número de combinações possíveis na resolução do modelo matemático. Também percebe-se que à medida

que as restrições de fixação de mamógrafos e do uso de microrregiões aumenta, os gráficos se afastam do ponto ideal.

Para comparar os conjuntos de soluções não-dominadas obtidos pelos cenários implementados para testar a formulação de programação linear inteira mista, foi usado o indicador de desempenho hipervolume (AUDET et al., 2021). O cálculo do hipervolume requer um ponto de referência, comumente conhecido como o ponto Nadir. Uma vez que as funções objetivo estão normalizadas, o hipervolume é um número entre 0 e 1 e o ponto Nadir foi definido pelas coordenadas $[1, 1]$.

Para calcular os valores de hipervolume, foi utilizado o MOEA Framework (HADKA, 2016). Esse framework foi desenvolvido na linguagem Java e possui a funcionalidade de calcular o hipervolume de forma rápida baseado em um algoritmo de varredura.

Os valores de hipervolumes encontrados para o gráfico de cada cenário estão representados na Tabela 7. A primeira coluna indica qual é o gráfico referente a cada cenário, sendo a Figura 2 referente ao primeiro cenário e assim por diante. A segunda coluna mostra o respectivo valor de hipervolume.

Tabela 7 – Hipervolumes

Figura 2	0,99334
Figura 3	0,98197
Figura 4	0,87837
Figura 5	0,84525

Com base nos dados apresentados na Tabela 7, observa-se que o Cenário 1 se apresenta como o de melhor desempenho no indicador de hipervolume, uma vez que o valor de hipervolume nesse cenário foi o mais elevado. Em sequência, o Cenário 2 obteve o segundo melhor resultado, seguido pelo Cenário 3.

O método de solução desenvolvido demonstrou ser eficiente ao retornar conjuntos de soluções não-dominadas, em menos de cinco segundos para cada solução encontrada. Em particular, as análises dos resultados demonstraram que é possível melhorar a cobertura de exames por meio da realocação dos equipamentos existentes. Os cenários 1 e 2 se destacaram como os mais promissores em termos do indicador de hipervolume, indicando uma cobertura mais abrangente da região dominada pelas soluções não-dominadas. Essa observação fortalece a hipótese inicial de que esses cenários ofereceriam resultados superiores tanto em cobertura de exames quanto em redução da distância percorrida, comparados com os cenários 3 e 4. Esses resultados sugerem que a localização atual dos equipamentos pode não ser a ideal, destacando a importância de considerar estratégias de realocação para aprimorar a eficiência e a abrangência dos serviços de saúde. Além disso, seria ideal utilizar o método proposto para identificar a localização mais adequada para possíveis novos equipamentos de mamografia que possam vir a ser adquiridos.

Nos cenários em que houve a fixação dos mamógrafos, isto é, cenários 3 e 4, ao considerar o uso de microrregiões de saúde no cenário 4, houve uma redução da distância viajada ao comparar as soluções com os mesmos valores de α no cenário sem microrregiões (cenário 3). Entretanto, percebe-se também uma redução na demanda coberta. Dessa forma, a redução da

distância viajada pode ser reflexo da redução da demanda coberta, que por sua vez, está restrita a localização fixa dos equipamentos. Por outro lado, quando não temos o uso de microrregiões de saúde, a metodologia proposta escolhe a melhor maneira de alocar os atendimentos entre os municípios, atingindo menores valores na função de demanda descoberta e, também, menores valores na função de distância viajada ponderada pela demanda.

5 Conclusões e considerações finais

Este trabalho tratou o Problema Multiobjetivo de Localização-Alocação de Mamógrafos (PMOLAM) no Estado de Minas Gerais, levando em consideração as restrições de microrregiões de saúde. O objetivo deste estudo foi apresentar uma proposta de localização e alocação de mamógrafos para maximizar o acesso aos exames de mamografia, bem como diminuir a distância total percorrida, ponderada pela demanda, por aquelas pessoas que irão realizar o exame de rastreio de câncer de mama. Para resolvê-lo, foi apresentado um modelo de programação linear biobjetivo. A função objetivo que visa maximizar a demanda coberta foi transformada em um problema de minimização, a qual teve como novo objetivo minimizar a demanda descoberta. A segunda função objetivo teve como objetivo minimizar a distância total percorrida pela população alvo. Essa segunda função objetivo foi ponderada pela demanda. Para obter uma solução para esse modelo, foi utilizado o método da soma ponderada, *Weighted Sum Method* (WSM), que considera uma função mono-objetivo que é o resultado da soma ponderada dos dois objetivos do problema, cada qual multiplicado por um peso que reflete a sua importância. Para a aplicação desse método, cada função objetivo foi normalizada para garantir que elas fossem comparáveis entre si. Por fim, o problema foi resolvido e os resultados foram discutidos.

Para testar o método proposto, foram utilizados quatro cenários relativos ao Estado de Minas Gerais. Este trabalho considerou os dados de demanda por exames do Censo Demográfico de 2022 e os dados de equipamentos de mamografia de dezembro de 2023, com 354 mamógrafos no Estado de Minas Gerais. O método de solução desenvolvido retornou um conjunto de soluções não-dominadas rapidamente, menos de cinco segundos para cada solução encontrada. Esses resultados mostram o benefício do modelo matemático em lidar com a natureza conflitante dos objetivos em problemas reais. Os resultados mostraram que é possível aumentar a cobertura de exames, bastando para isso realocar os equipamentos existentes. O cenário 1 foi o de melhor resultado com relação ao indicador de hipervolume, bem como nas análises dos gráficos das soluções não-dominadas. Em sequência, o cenário 2 se destacou, seguido pelo cenário 3.

O método desenvolvido pode auxiliar os gestores de saúde na tomada de decisão em relação à distribuição mais adequada dos equipamentos existentes de forma a proporcionar uma maior cobertura de exames ou uma menor distância viajada pelas usuárias que irão realizar o rastreamento do câncer de mama. Além disso, o método de solução proposto pode ser usado pelos gestores de saúde para estudar a localização mais adequada de novos equipamentos de mamografia que porventura venham a ser adquiridos, assim como determinar a rede de atendimentos dele. Para essa tarefa, pode-se, por exemplo, fixar os equipamentos existentes nos locais aonde eles estão sediados, propor o número de equipamentos a serem adquiridos e aplicar o modelo para conhecer a melhor localização para eles, assim como a nova reorganização da rede de atendimentos de todos os equipamentos.

Como trabalhos futuros, considerando que o espaço objetivo encontrado pela metodologia proposta neste trabalho pode não ser convexo e que o método da soma ponderada não consegue gerar a fronteira de pareto não convexa, é ideal aplicar o Método da Métrica de Tchebycheff

(MIETTINEN, 1998). Ademais, é de suma importância aplicar a metodologia proposta neste trabalho em outros estados da federação brasileira, com o intuito de auxiliar os gestores da saúde dos demais estados do país. Também deseja-se fazer um estudo de aquisição gradativa de mamógrafos, isto é, indicar a localização adequada de novos equipamentos de mamografia que porventura venham a ser adquiridos. Por fim, seria ideal fazer um estudo da metodologia proposta neste trabalho considerando os dados de incidência de câncer de mama, ao invés dos dados de demanda pelo Censo Demográfico.

Referências

- AHMADI-JAVID, A.; SEYEDI, P.; SYAM, S. S. A survey of healthcare facility location. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 79, p. 223–263, 2017.
- AMARAL, P. et al. Distribuição espacial de equipamentos de mamografia no Brasil. *Revista Brasileira de Estudos Urbanos e Regionais (RBEUR)*, Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Planejamento Urbano e Regional, v. 19, n. 2, p. 326–341, 2017.
- ASSIS, R. d. S. L. de et al. Um algoritmo variable neighborhood search para o problema de localização de mamógrafos com atendimento parcial. In: *Anais do LIV Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*. Juiz de Fora, Brasil: Galoá: Campinas, 2022. p. 152748. Disponível em <<https://proceedings.science/sbpo/sbpo-2022/trabalhos/un-algoritmo-variable-neighborhood-search-para-o-problema-de-localizacao-de-mamo?lang=pt-br>>. Acesso em: 04/01/2024.
- AUDET, C. et al. Performance indicators in multiobjective optimization. *European Journal of Operational Research*, v. 292, n. 2, p. 397–422, 2021. ISSN 0377-2217. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221720309620>>.
- BERRY, D. A. et al. Effect of screening and adjuvant therapy on mortality from breast cancer. *New England Journal of Medicine*, Mass Medical Soc, v. 353, n. 17, p. 1784–1792, 2005.
- BRASIL. *Portaria MS/GM nº 95, de 26 de janeiro de 2001, Norma Operacional da Assistência à Saúde – NOAS-SUS 01/01. Dispõe sobre a Regionalização da Assistência à Saúde*. Brasília (DF): [s.n.], 2001. Departamento de Descentralização da Gestão da Assistência, Secretaria de Assistência à Saúde, Ministério da Saúde. Acesso em: 14/03/2021. Disponível em: <https://bvsmms.saude.gov.br/bvs/publicacoes/regionalizacao_assist_saude.pdf>.
- BRASIL. *DECRETO nº 7.508, de 28 de junho de 2011. Regulamenta a Lei no 8.080, de 19 de setembro de 1990, que dispõe sobre a organização do Sistema Único de Saúde - SUS, o planejamento da saúde, a assistência à saúde e a articulação interfederativa, e dá outras providências*. 2011. Diário Oficial da União. Acesso em: 14/03/2021. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2011-2014/2011/decreto/d7508.htm>.
- BRASIL. *Critérios e parâmetros assistenciais para o planejamento e programação de ações e serviços de saúde no âmbito do Sistema Único de Saúde*. Brasília, DF, Brasil: [s.n.], 2017. Ministério da Saúde, Secretaria de Atenção à Saúde, Departamento de Regulação, Avaliação e Controle de Sistemas. Acesso em: 02/03/2023. Disponível em: <<https://www.gov.br/saude/pt-br/aceso-a-informacao/gestao-do-sus/programacao-regulacao-controle-e-financiamento-da-mac/programacao-assistencial/arquivos/caderno-1-criterios-e-parametros-assistenciais-1-revisao.pdf>>.
- BRASIL. *Estimativa 2023: incidência de câncer no Brasil*. Rio de Janeiro: [s.n.], 2022. Instituto Nacional de Câncer (Brasil). Acesso em: 02/03/2023. Disponível em: <<https://www.inca.gov.br/publicacoes/livros/estimativa-2023-incidencia-de-cancer-no-brasil>>.

BRASIL. *Ministério da Saúde*. Brasil: [s.n.], 2024. Departamento de Informática do Sistema Único de Saúde. Acesso em: 15/02/2024. Disponível em: <<https://opendatasus.saude.gov.br/>>.

CAMPOS, M. V. et al. A mixed linear integer programming formulation and a simulated annealing algorithm for the mammography unit location problem. In: *Proceedings of the 22nd International Conference on Enterprise Information Systems*. Online Streaming: Scitepress Digital Library: Setúbal, Portugal, 2020. p. 428–439.

CAMPOS, M. V. A. de et al. Multi-objective mammography unit location-allocation problem: A case study. *Operations Research for Health Care*, p. 100430, 2024. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2211692324000110>>.

CARVALHO, L. R. de; AMARAL, P. V. M.; MENDES, P. S. *Matrizes de distâncias e tempo de deslocamento rodoviário entre os municípios brasileiros: uma atualização metodológica para 2020*. 2021. Textos para Discussão Cedeplar-UFMG 630, Cedeplar, Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), Belo Horizonte, Brazil, <<https://ideas.repec.org/p/cdp/texdis/td630.html>>.

COELLO, C. A. C. An updated survey of ga-based multiobjective optimization. *ACM Computing Surveys*, v. 32, p. 109–143, 01 2000.

COELLO, C. A. C.; VELDHUIZEN, D. A. V.; LAMONT, G. B. *Evolutionary Algorithms for Solving Multi-Objective Problems*. Boston, USA: Kluwer Academic Publishers, 2002.

CORRÊA, V. H. V. et al. Localização de mamógrafos: um estudo de caso na rede pública de saúde. In: *Anais do L Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*. Rio de Janeiro, Brasil: Galoá: Campinas, 2018. Disponível em <https://proceedings.science/proceedings/100015/_papers/85461/download/fulltext_file1>. Acesso em: 12/12/2019.

DAVARI, S.; KILIC, K.; NADERI, S. A heuristic approach to solve the preventive health care problem with budget and congestion constraints. *Applied Mathematics and Computation*, Elsevier, v. 276, p. 442–453, 2016.

DOGAN, K.; KARATAS, M.; YAKICI, E. A model for locating preventive health care facilities. *Central European Journal of Operations Research*, Springer, v. 28, p. 1091–1121, April 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s10100-019-00621-4>>.

GAREY, M. R.; JOHNSON, D. S. *A Guide to the Theory of NP-Completeness*. New York: W. H. Freeman, 1979.

GOMES, H. C. *Algoritmos de otimização multiobjetivo para o problema de sequenciamento de atividades em projetos de construção metálica*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, MG, 2012. Disponível em: <<https://www.repositorio.ufop.br/handle/123456789/4364>>.

GU, W.; WANG, X.; MCGREGOR, S. E. Optimization of preventive health care facility locations. *International Journal of Health Geographics*, BioMed Central, v. 9, n. 1, 2010. PMID: 20298608.

HADKA, D. *Beginner's Guide to the MOEA Framework*. 2nd. ed. [S.l.]: Createspace Independent Publishing Platform, 2016. <<http://moeaframework.org/documentation.html>>. Accessed on October 10, 2022.

HAKIMI, S. L. Optimum locations of switching centers and the absolute centers and medians of a graph. *Operations Research, Informs*, v. 12, n. 3, p. 450–459, 1964.

IBGE. *Censo Demográfico: Tabela 9606 - População residente, por cor ou raça, segundo o sexo e a idade*. Brasil: [s.n.], 2022. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. Acesso em: 02/03/2024. Disponível em: <<https://sidra.ibge.gov.br/Tabela/9606>>.

MIETTINEN, K. *Nonlinear Multiobjective Optimization*. [S.l.]: Springer New York, 1998.

PAIVA, J. N. M. P. et al. Localização de mamógrafos: um estudo de caso para novos investimentos em Rondônia. *Pesquisa Operacional para o Desenvolvimento*, v. 16, p. 1–22, 2023.

PANTUZA, G. J. *Métodos de otimização multiobjetivo e de simulação aplicados ao problema de planejamento operacional de lavra em minas a céu aberto*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Ouro Preto, 2011.

PARETO, V. *Cours D'Economie Politique*. Lausanne, Switzerland: F. Rouge, 1896.

ROSA, D. D. et al. The impact of sociodemographic factors and health insurance coverage in the diagnosis and clinicopathological characteristics of breast cancer in Brazil: AMAZONA III study (GBECAM 0115). *Breast Cancer Research and Treatment*, v. 183, n. 3, p. 749–757, 2020.

ROSA, P. M. et al. Análise da localização de mamógrafos em Minas Gerais. In: *Anais do LII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*. João Pessoa, Brasil: Galoá: Campinas, 2020. p. 127627. Disponível em: <<https://proceedings.science/sbpo-series/sbpo-2020/papers/analise-da-localizacao-de-mamografos-em-minas-gerais>>. Acesso em: 28/07/2022.

SATHLER, T. M. et al. Problema de localização e alocação de centros de especialidades médicas no Estado de Minas Gerais. In: *Anais do XLIX Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional – XLIX SBPO*. Blumenau, Brasil: SOBRAPO, 2017. p. 2988–2999.

SOUZA, M. J. F. et al. A vns-based algorithm for the mammography unit location problem. In: BENMANSOUR, R.; SIFALERAS, A.; MLADENOVIC, N. (Ed.). *Variable Neighborhood Search: 7th International Conference, ICVNS 2019, Rabat, Morocco, October 3–5, 2019, Revised Selected Papers*. Cham, Switzerland: Springer, 2020, (Lecture Notes in Computer Science, v. 12010). cap. 3, p. 37–52. DOI: <https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-030-44932-2_3>.

SOUZA, M. J. F. et al. Localização de mamógrafos: formulações e estudo preliminar de caso de Rondônia. In: *Anais do LI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*. Limeira, Brasil: Galoá: Campinas, 2019. p. 107698. Disponível em <<https://proceedings.science/sbpo/sbpo-2019/trabalhos/localizacao-de-mamografos-formulacoes-e-estudo-preliminar-de-caso-de-rondonia>>. Acesso em: 06/04/2020.

Sá, M. V. S. M. de et al. Localização de mamógrafos: um estudo de caso do Estado do Espírito Santo. In: *Anais do XXVI Simpósio de Engenharia de Produção*. Bauru, Brasil: UNESP: Bauru, 2019. Disponível em <<https://rb.gy/wfafbg>>. Acesso em: 06/04/2020.

- VERTER, V.; LAPIERRE, S. D. Location of preventive health care facilities. *Annals of Operations Research*, Springer, v. 110, n. 1, p. 123–132, Feb 2002.
- WITTEN, M.; PARKER, C. C. Screening mammography recommendations and controversies. *Surgical Clinics of North America*, Elsevier Inc., v. 98, n. 4, p. 667–675, 8 2018.
- XAVIER, D. R. et al. Cobertura de mamografias, alocação e uso de equipamentos nas regiões de saúde. *Saúde em Debate*, v. 40, n. 110, p. 20–35, 2016.
- YANG, X.-S. Multi-objective optimization. In: YANG, X.-S. (Ed.). *Nature-Inspired Optimization Algorithms*. Oxford: Elsevier, 2014. cap. 14, p. 197–211. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780124167438000142>>.
- ZHANG, Y. et al. A bilevel model for preventive healthcare facility network design with congestion. *IIE Transactions*, Taylor & Francis, v. 42, n. 12, p. 865–880, 2010.
- ZHANG, Y.; BERMAN, O.; VERTER, V. Incorporating congestion in preventive healthcare facility network design. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 198, n. 3, p. 922–935, 2009.
- ZHANG, Y.; BERMAN, O.; VERTER, V. The impact of client choice on preventive healthcare facility network design. *OR Spectrum*, Springer, v. 34, n. 2, p. 349–370, 2012.
- ZITZLER, E. *Evolutionary algorithms for multiobjective optimization: Methods and applications*. Tese (Doutorado) — Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, Swiss Federal Institute of Technology Zurich, November 1999. Disponível em <<https://sop.tik.ee.ethz.ch/publicationListFiles/zitz1999a.pdf>>.

Anexos

ANEXO A – Municípios considerados com infraestrutura em Minas Gerais

Tabela 8 – Municípios considerados com infraestrutura
hospitalar em Minas Gerais

Índice	Município	Possui mamógrafo?	Possui hospital?	Possui infraestrutura?
0	Abadia dos Dourados		✓	✓
1	Abaeté	✓	✓	✓
2	Abre Campo	✓	✓	✓
3	Acaiaca			
4	Açucena			
5	Água Boa		✓	✓
6	Água Comprida			
7	Aguanil			
8	Águas Formosas		✓	✓
9	Águas Vermelhas		✓	✓
10	Aimorés		✓	✓
11	Aiuruoca	✓	✓	✓
12	Alagoa		✓	✓
13	Albertina			
14	Além Paraíba	✓	✓	✓
15	Alfenas	✓	✓	✓
16	Alfredo Vasconcelos			
17	Almenara	✓	✓	✓
18	Alpercata			
19	Alpinópolis	✓	✓	✓
20	Alterosa		✓	✓
21	Alto Caparaó			
22	Alto Rio Doce		✓	✓
23	Alvarenga			
24	Alvinópolis		✓	✓
25	Alvorada de Minas			
26	Amparo do Serra			

Continua na próxima página

Tabela 8 – Continuação da página anterior

27	Andradas	✓	✓	✓
28	Cachoeira de Pajeú		✓	✓
29	Andrelândia		✓	✓
30	Angelândia			
31	Antônio Carlos		✓	✓
32	Antônio Dias			
33	Antônio Prado de Minas			
34	Araçaí			
35	Aracitaba			
36	Araçuaí	✓	✓	✓
37	Araguari	✓	✓	✓
38	Arantina			
39	Araponga			
40	Araporã	✓	✓	✓
41	Arapuá			
42	Araújos			
43	Araxá	✓	✓	✓
44	Arceburgo		✓	✓
45	Arcos	✓	✓	✓
46	Areado		✓	✓
47	Argirita			
48	Aricanduva			
49	Arinos		✓	✓
50	Astolfo Dutra			
51	Ataléia		✓	✓
52	Augusto de Lima			
53	Baependi	✓	✓	✓
54	Baldim			
55	Bambuí	✓	✓	✓
56	Bandeira			
57	Bandeira do Sul			
58	Barão de Cocais	✓	✓	✓
59	Barão de Monte Alto			
60	Barbacena	✓	✓	✓
61	Barra Longa			
62	Barroso	✓	✓	✓

Continua na próxima página

Tabela 8 – Continuação da página anterior

63	Bela Vista de Minas			
64	Belmiro Braga			
65	Belo Horizonte		✓	✓
66	Belo Oriente		✓	✓
67	Belo Vale		✓	✓
68	Berilo		✓	✓
69	Bertópolis			
70	Berizal			
71	Betim		✓	✓
72	Bias Fortes			
73	Bicas	✓	✓	✓
74	Biquinhas			
75	Boa Esperança		✓	✓
76	Bocaina de Minas			
77	Bocaiúva	✓	✓	✓
78	Bom Despacho	✓	✓	✓
79	Bom Jardim de Minas		✓	✓
80	Bom Jesus da Penha			
81	Bom Jesus do Amparo			
82	Bom Jesus do Galho		✓	✓
83	Bom Repouso			
84	Bom Sucesso		✓	✓
85	Bonfim			
86	Bonfinópolis de Minas		✓	✓
87	Bonito de Minas			
88	Borda da Mata			
89	Botelhos		✓	✓
90	Botumirim			
91	Brasilândia de Minas			
92	Brasília de Minas	✓	✓	✓
93	Brás Pires			
94	Braúnas			
95	Brazópolis		✓	✓
96	Brumadinho	✓	✓	✓
97	Bueno Brandão		✓	✓
98	Buenópolis			

Continua na próxima página

Tabela 8 – Continuação da página anterior

99	Bugre			
100	Buritis	✓	✓	✓
101	Buritizeiro		✓	✓
102	Cabeceira Grande			
103	Cabo Verde		✓	✓
104	Cachoeira da Prata			
105	Cachoeira de Minas			
106	Cachoeira Dourada			
107	Caetanópolis		✓	✓
108	Caeté	✓	✓	✓
109	Caiana			
110	Cajuri			
111	Caldas		✓	✓
112	Camacho			
113	Camanducaia		✓	✓
114	Cambuí		✓	✓
115	Cambuquira		✓	✓
116	Campanário			
117	Campanha	✓	✓	✓
118	Campestre	✓	✓	✓
119	Campina Verde	✓	✓	✓
120	Campo Azul			
121	Campo Belo	✓	✓	✓
122	Campo do Meio		✓	✓
123	Campo Florido			
124	Campos Altos		✓	✓
125	Campos Gerais	✓	✓	✓
126	Canaã			
127	Canápolis		✓	✓
128	Cana Verde			
129	Candeias		✓	✓
130	Cantagalo			
131	Caparaó			
132	Capela Nova			
133	Capelinha	✓	✓	✓
134	Capetinga			

Continua na próxima página

Tabela 8 – Continuação da página anterior

135	Capim Branco			
136	Capinópolis		✓	✓
137	Capitão Andrade			
138	Capitão Enéas		✓	✓
139	Capitólio		✓	✓
140	Caputira			
141	Caraí		✓	✓
142	Caranaíba			
143	Carandaí	✓	✓	✓
144	Carangola	✓	✓	✓
145	Caratinga	✓	✓	✓
146	Carbonita		✓	✓
147	Careçu		✓	✓
148	Carlos Chagas		✓	✓
149	Carmésia		✓	✓
150	Carmo da Cachoeira		✓	✓
151	Carmo da Mata		✓	✓
152	Carmo de Minas		✓	✓
153	Carmo do Cajuru			
154	Carmo do Paranaíba	✓	✓	✓
155	Carmo do Rio Claro		✓	✓
156	Carmópolis de Minas	✓	✓	✓
157	Carneirinho	✓		✓
158	Carrancas		✓	✓
159	Carvalhópolis			
160	Carvalhos			
161	Casa Grande			
162	Cascalho Rico			
163	Cássia	✓	✓	✓
164	Conceição da Barra de Minas			
165	Cataguases	✓	✓	✓
166	Catas Altas			
167	Catas Altas da Noruega			
168	Catuji			
169	Catuti			
170	Caxambu		✓	✓

Continua na próxima página

Tabela 8 – Continuação da página anterior

171	Cedro do Abaeté			
172	Central de Minas		✓	✓
173	Centralina		✓	✓
174	Chácara			
175	Chalé			
176	Chapada do Norte			
177	Chapada Gaúcha		✓	✓
178	Chiador			
179	Cipotânea		✓	✓
180	Claraval			
181	Claro dos Poções			
182	Cláudio		✓	✓
183	Coimbra			
184	Coluna		✓	✓
185	Comendador Gomes			
186	Comercinho			
187	Conceição da Aparecida		✓	✓
188	Conceição das Pedras			
189	Conceição das Alagoas		✓	✓
190	Conceição de Ipanema			
191	Conceição do Mato Dentro		✓	✓
192	Conceição do Pará			
193	Conceição do Rio Verde		✓	✓
194	Conceição dos Ouros			
195	Cônego Marinho			
196	Confins			
197	Congonhal			
198	Congonhas	✓	✓	✓
199	Congonhas do Norte			
200	Conquista		✓	✓
201	Conselheiro Lafaiete	✓	✓	✓
202	Conselheiro Pena		✓	✓
203	Consolação			
204	Contagem	✓	✓	✓
205	Coqueiral			
206	Coração de Jesus	✓	✓	✓

Continua na próxima página

Tabela 8 – Continuação da página anterior

207	Cordisburgo			
208	Cordislândia			
209	Corinto			
210	Coroaci			
211	Coromandel		✓	✓
212	Coronel Fabriciano	✓	✓	✓
213	Coronel Murta			
214	Coronel Pacheco			
215	Coronel Xavier Chaves			
216	Córrego Danta			
217	Córrego do Bom Jesus			
218	Córrego Fundo			
219	Córrego Novo			
220	Couto de Magalhães de Minas			
221	Crisólita			
222	Cristais		✓	✓
223	Cristália			
224	Cristiano Ottoni			
225	Cristina		✓	✓
226	Crucilândia			
227	Cruzeiro da Fortaleza			
228	Cruzília	✓	✓	✓
229	Cuparaque			
230	Curral de Dentro			
231	Curvelo	✓	✓	✓
232	Datas		✓	✓
233	Delfim Moreira			
234	Delfinópolis		✓	✓
235	Delta			
236	Descoberto			
237	Desterro de Entre Rios			
238	Desterro do Melo			
239	Diamantina	✓	✓	✓
240	Diogo de Vasconcelos			
241	Dionísio		✓	✓
242	Divinésia			

Continua na próxima página

Tabela 8 – Continuação da página anterior

243	Divino	✓	✓	✓
244	Divino das Laranjeiras		✓	✓
245	Divinolândia de Minas			
246	Divinópolis	✓	✓	✓
247	Divisa Alegre			
248	Divisa Nova		✓	✓
249	Divisópolis			
250	Dom Bosco			
251	Dom Cavati			
252	Dom Joaquim		✓	✓
253	Dom Silvério		✓	✓
254	Dom Viçoso			
255	Dona Euzébia			
256	Dores de Campos			
257	Dores de Guanhões			
258	Dores do Indaiá	✓	✓	✓
259	Dores do Turvo			
260	Doresópolis			
261	Douradoquara			
262	Durandé			
263	Elói Mendes	✓	✓	✓
264	Engenheiro Caldas			
265	Engenheiro Navarro			
266	Entre Folhas			
267	Entre Rios de Minas	✓	✓	✓
268	Ervália	✓	✓	✓
269	Esmeraldas		✓	✓
270	Espera Feliz		✓	✓
271	Espinosa		✓	✓
272	Espírito Santo do Dourado			
273	Estiva		✓	✓
274	Estrela Dalva			
275	Estrela do Indaiá		✓	✓
276	Estrela do Sul		✓	✓
277	Eugenópolis		✓	✓
278	Ewbank da Câmara			

Continua na próxima página

Tabela 8 – Continuação da página anterior

279	Extrema		✓	✓
280	Fama			
281	Faria Lemos			
282	Felício dos Santos			
283	São Gonçalo do Rio Preto		✓	✓
284	Felisburgo		✓	✓
285	Felixlândia			
286	Fernandes Tourinho			
287	Ferros		✓	✓
288	Fervedouro		✓	✓
289	Florestal			
290	Formiga	✓	✓	✓
291	Formoso		✓	✓
292	Fortaleza de Minas			
293	Fortuna de Minas			
294	Francisco Badaró		✓	✓
295	Francisco Dumont			
296	Francisco Sá	✓	✓	✓
297	Franciscópolis			
298	Frei Gaspar			
299	Frei Inocêncio		✓	✓
300	Frei Lagonegro			
301	Fronteira			
302	Fronteira dos Vales			
303	Fruta de Leite			
304	Frutal	✓	✓	✓
305	Funilândia			
306	Galiléia			
307	Gameleiras			
308	Glaucilândia			
309	Goiabeira			
310	Goianá			
311	Gonçalves			
312	Gonzaga			
313	Gouveia		✓	✓
314	Governador Valadares	✓	✓	✓

Continua na próxima página

Tabela 8 – Continuação da página anterior

315	Grão Mogol		✓	✓
316	Grupiara			
317	Guanhães	✓	✓	✓
318	Guapé		✓	✓
319	Guaraciaba		✓	✓
320	Guaraciama			
321	Guaranésia		✓	✓
322	Guarani			
323	Guarará			
324	Guarda-Mor			
325	Guaxupé	✓	✓	✓
326	Guidoval			
327	Guimarânia			
328	Guiricema			
329	Gurinhata		✓	✓
330	Heliodora			
331	Iapu			
332	Ibertioga		✓	✓
333	Ibiá		✓	✓
334	Ibiaí			
335	Ibiracatu			
336	Ibiraci		✓	✓
337	Ibirité		✓	✓
338	Ibitiúra de Minas			
339	Ibituruna			
340	Icaraí de Minas			
341	Igarapé	✓		✓
342	Igaratinga			
343	Iguatama		✓	✓
344	Ijaci			
345	Ilicínea	✓	✓	✓
346	Imbé de Minas			
347	Inconfidentes			
348	Indaiabira			
349	Indianópolis	✓		✓
350	Ingá			

Continua na próxima página

Tabela 8 – Continuação da página anterior

351	Inhapim		✓	✓
352	Inhaúma			
353	Inimutaba			
354	Ipaba			
355	Ipanema	✓	✓	✓
356	Ipatinga	✓	✓	✓
357	Ipiaçu			
358	Ipuiúna		✓	✓
359	Iraí de Minas			
360	Itabira	✓	✓	✓
361	Itabirinha		✓	✓
362	Itabirito	✓	✓	✓
363	Itacambira			
364	Itacarambi		✓	✓
365	Itaguara		✓	✓
366	Itaipé		✓	✓
367	Itajubá	✓	✓	✓
368	Itamarandiba	✓	✓	✓
369	Itamarati de Minas			
370	Itambacuri		✓	✓
371	Itambé do Mato Dentro			
372	Itamogi		✓	✓
373	Itamonte		✓	✓
374	Itanhandu	✓	✓	✓
375	Itanhomi		✓	✓
376	Itaobim	✓	✓	✓
377	Itapagipe			
378	Itapecerica		✓	✓
379	Itapeva			
380	Itatiaiuçu			
381	Itaú de Minas		✓	✓
382	Itaúna		✓	✓
383	Itaverava			
384	Itinga			
385	Itueta			
386	Ituiutaba	✓	✓	✓

Continua na próxima página

Tabela 8 – Continuação da página anterior

387	Itumirim			
388	Iturama	✓	✓	✓
389	Itutinga			
390	Jaboticatubas		✓	✓
391	Jacinto		✓	✓
392	Jacuí		✓	✓
393	Jacutinga	✓	✓	✓
394	Jaguaraçu			
395	Jaíba		✓	✓
396	Jampruca			
397	Janaúba	✓	✓	✓
398	Januária	✓	✓	✓
399	Japaraíba			
400	Japonvar			
401	Jeceaba		✓	✓
402	Jenipapo de Minas			
403	Jequeri			
404	Jequitaiá			
405	Jequitibá			
406	Jequitinhonha	✓	✓	✓
407	Jesuânia			
408	Joaíma		✓	✓
409	Joanésia			
410	João Monlevade	✓	✓	✓
411	João Pinheiro	✓	✓	✓
412	Joaquim Felício			
413	Jordânia		✓	✓
414	José Gonçalves de Minas			
415	José Raydan			
416	Josenópolis			
417	Nova União			
418	Juatuba			
419	Juiz de Fora		✓	✓
420	Juramento			
421	Juruáia		✓	✓
422	Juvenília			

Continua na próxima página

Tabela 8 – Continuação da página anterior

423	Ladainha		✓	✓
424	Lagamar		✓	✓
425	Lagoa da Prata		✓	✓
426	Lagoa dos Patos			
427	Lagoa Dourada			
428	Lagoa Formosa		✓	✓
429	Lagoa Grande			
430	Lagoa Santa	✓	✓	✓
431	Lajinha		✓	✓
432	Lambari		✓	✓
433	Lamim		✓	✓
434	Laranjal		✓	✓
435	Lassance			
436	Lavras		✓	✓
437	Leandro Ferreira			
438	Leme do Prado			
439	Leopoldina	✓	✓	✓
440	Liberdade			
441	Lima Duarte		✓	✓
442	Limeira do Oeste			
443	Lontra			
444	Luisburgo			
445	Luislândia			
446	Luminárias			
447	Luz		✓	✓
448	Machacalis		✓	✓
449	Machado	✓	✓	✓
450	Madre de Deus de Minas			
451	Malacacheta		✓	✓
452	Mamonas			
453	Manga	✓	✓	✓
454	Manhuaçu	✓	✓	✓
455	Manhumirim		✓	✓
456	Mantena	✓	✓	✓
457	Maravilhas			
458	Mar de Espanha		✓	✓

Continua na próxima página

Tabela 8 – Continuação da página anterior

459	Maria da Fé		✓	✓
460	Mariana	✓	✓	✓
461	Marilac			
462	Mário Campos			
463	Maripá de Minas			
464	Marliéria			
465	Marmelópolis			
466	Martinho Campos		✓	✓
467	Martins Soares			
468	Mata Verde			
469	Materlândia			
470	Mateus Leme		✓	✓
471	Matias Barbosa			
472	Matias Cardoso			
473	Matipó	✓	✓	✓
474	Mato Verde			
475	Matozinhos		✓	✓
476	Matutina		✓	✓
477	Medeiros			
478	Medina	✓	✓	✓
479	Mendes Pimentel		✓	✓
480	Mercês	✓	✓	✓
481	Mesquita			
482	Minas Novas		✓	✓
483	Minduri		✓	✓
484	Mirabela		✓	✓
485	Miradouro			
486	Miraí		✓	✓
487	Miravânia			
488	Moeda			
489	Moema		✓	✓
490	Monjolos			
491	Monsenhor Paulo		✓	✓
492	Montalvânia		✓	✓
493	Monte Alegre de Minas		✓	✓
494	Monte Azul		✓	✓

Continua na próxima página

Tabela 8 – Continuação da página anterior

495	Monte Belo		✓	✓
496	Monte Carmelo	✓	✓	✓
497	Monte Formoso			
498	Monte Santo de Minas	✓	✓	✓
499	Montes Claros	✓	✓	✓
500	Monte Sião	✓		✓
501	Montezuma			
502	Morada Nova de Minas		✓	✓
503	Morro da Garça			
504	Morro do Pilar		✓	✓
505	Munhoz			
506	Muriaé	✓	✓	✓
507	Mutum	✓	✓	✓
508	Muzambinho	✓	✓	✓
509	Nacip Raydan			
510	Nanuque		✓	✓
511	Naque			
512	Natalândia			
513	Natércia			
514	Nazareno		✓	✓
515	Nepomuceno		✓	✓
516	Ninheira			
517	Nova Belém			
518	Nova Era	✓	✓	✓
519	Nova Lima	✓	✓	✓
520	Nova Módica			
521	Nova Ponte		✓	✓
522	Nova Porteirinha			
523	Nova Resende		✓	✓
524	Nova Serrana	✓	✓	✓
525	Novo Cruzeiro		✓	✓
526	Novo Oriente de Minas			
527	Novorizonte			
528	Olaria			
529	Olhos-d'Água			
530	Olímpio Noronha			

Continua na próxima página

Tabela 8 – Continuação da página anterior

531	Oliveira	✓	✓	✓
532	Oliveira Fortes			
533	Onça de Pitangui			
534	Oratórios			
535	Orizânia			
536	Ouro Branco	✓	✓	✓
537	Ouro Fino		✓	✓
538	Ouro Preto		✓	✓
539	Ouro Verde de Minas			
540	Padre Carvalho			
541	Padre Paraíso		✓	✓
542	Paineiras			
543	Pains		✓	✓
544	Pai Pedro			
545	Paiva			
546	Palma		✓	✓
547	Palmópolis			
548	Papagaios			
549	Paracatu	✓	✓	✓
550	Pará de Minas	✓	✓	✓
551	Paraguaçu		✓	✓
552	Paraisópolis		✓	✓
553	Paraopeba			
554	Passabém		✓	✓
555	Passa Quatro		✓	✓
556	Passa Tempo		✓	✓
557	Passa Vinte			
558	Passos	✓	✓	✓
559	Patis			
560	Patos de Minas	✓	✓	✓
561	Patrocínio	✓	✓	✓
562	Patrocínio do Muriaé			
563	Paula Cândido			
564	Paulistas			
565	Pavão			
566	Peçanha		✓	✓

Continua na próxima página

Tabela 8 – Continuação da página anterior

567	Pedra Azul	✓	✓	✓
568	Pedra Bonita			
569	Pedra do Anta			
570	Pedra do Indaiá			
571	Pedra Dourada			
572	Pedralva		✓	✓
573	Pedras de Maria da Cruz			
574	Pedrinópolis		✓	✓
575	Pedro Leopoldo	✓	✓	✓
576	Pedro Teixeira			
577	Pequeri			
578	Pequi			
579	Perdigão			
580	Perdizes		✓	✓
581	Perdões		✓	✓
582	Periquito			
583	Pescador			
584	Piau			
585	Piedade de Caratinga			
586	Piedade de Ponte Nova			
587	Piedade do Rio Grande		✓	✓
588	Piedade dos Gerais			
589	Pimenta		✓	✓
590	Pingo-d'Água			
591	Pintópolis			
592	Piracema			
593	Pirajuba			
594	Piranga		✓	✓
595	Piranguçu			
596	Piranguinho			
597	Pirapetinga	✓	✓	✓
598	Pirapora	✓	✓	✓
599	Piraúba			
600	Pitangui	✓	✓	✓
601	Piumhi	✓	✓	✓
602	Planura		✓	✓

Continua na próxima página

Tabela 8 – Continuação da página anterior

603	Poço Fundo		✓	✓
604	Poços de Caldas	✓	✓	✓
605	Pocrane		✓	✓
606	Pompéu	✓	✓	✓
607	Ponte Nova	✓	✓	✓
608	Ponto Chique			
609	Ponto dos Volantes			
610	Porteirinha		✓	✓
611	Porto Firme			
612	Poté		✓	✓
613	Pouso Alegre	✓	✓	✓
614	Pouso Alto		✓	✓
615	Prados		✓	✓
616	Prata		✓	✓
617	Pratápolis		✓	✓
618	Pratinha		✓	✓
619	Presidente Bernardes		✓	✓
620	Presidente Juscelino			
621	Presidente Kubitschek			
622	Presidente Olegário		✓	✓
623	Alto Jequitibá			
624	Prudente de Moraes			
625	Quartel Geral			
626	Queluzito			
627	Raposos			
628	Raul Soares	✓	✓	✓
629	Recreio		✓	✓
630	Reduto			
631	Resende Costa	✓	✓	✓
632	Resplendor	✓	✓	✓
633	Ressaquinha	✓		✓
634	Riachinho			
635	Riacho dos Machados			
636	Ribeirão das Neves		✓	✓
637	Ribeirão Vermelho		✓	✓
638	Rio Acima		✓	✓

Continua na próxima página

Tabela 8 – Continuação da página anterior

639	Rio Casca		✓	✓
640	Rio Doce			
641	Rio do Prado			
642	Rio Espera		✓	✓
643	Rio Manso			
644	Rio Novo		✓	✓
645	Rio Paranaíba		✓	✓
646	Rio Pardo de Minas		✓	✓
647	Rio Piracicaba		✓	✓
648	Rio Pomba		✓	✓
649	Rio Preto		✓	✓
650	Rio Vermelho		✓	✓
651	Ritópolis			
652	Rochedo de Minas			
653	Rodeiro			
654	Romaria			
655	Rosário da Limeira			
656	Rubelita			
657	Rubim		✓	✓
658	Sabará		✓	✓
659	Sabinópolis		✓	✓
660	Sacramento		✓	✓
661	Salinas		✓	✓
662	Salto da Divisa		✓	✓
663	Santa Bárbara	✓	✓	✓
664	Santa Bárbara do Leste			
665	Santa Bárbara do Monte Verde			
666	Santa Bárbara do Tugúrio			
667	Santa Cruz de Minas			
668	Santa Cruz de Salinas			
669	Santa Cruz do Escalvado			
670	Santa Efigênia de Minas			
671	Santa Fé de Minas			
672	Santa Helena de Minas			
673	Santa Juliana		✓	✓
674	Santa Luzia		✓	✓

Continua na próxima página

Tabela 8 – Continuação da página anterior

675	Santa Margarida		✓	✓
676	Santa Maria de Itabira		✓	✓
677	Santa Maria do Salto		✓	✓
678	Santa Maria do Suaçuí		✓	✓
679	Santana da Vargem			
680	Santana de Cataguases			
681	Santana de Pirapama			
682	Santana do Deserto			
683	Santana do Garambéu			
684	Santana do Jacaré			
685	Santana do Manhuaçu			
686	Santana do Paraíso			
687	Santana do Riacho			
688	Santana dos Montes			
689	Santa Rita de Caldas		✓	✓
690	Santa Rita de Jacutinga		✓	✓
691	Santa Rita de Minas			
692	Santa Rita de Ibitipoca			
693	Santa Rita do Itueto			
694	Santa Rita do Sapucaí		✓	✓
695	Santa Rosa da Serra			
696	Santa Vitória	✓	✓	✓
697	Santo Antônio do Amparo		✓	✓
698	Santo Antônio do Aventureiro			
699	Santo Antônio do Gramma			
700	Santo Antônio do Itambé			
701	Santo Antônio do Jacinto		✓	✓
702	Santo Antônio do Monte	✓	✓	✓
703	Santo Antônio do Retiro			
704	Santo Antônio do Rio Abaixo			
705	Santo Hipólito			
706	Santos Dumont		✓	✓
707	São Bento Abade			
708	São Brás do Suaçuí			
709	São Domingos das Dores			
710	São Domingos do Prata		✓	✓

Continua na próxima página

Tabela 8 – Continuação da página anterior

711	São Félix de Minas			
712	São Francisco		✓	✓
713	São Francisco de Paula			
714	São Francisco de Sales			
715	São Francisco do Glória			
716	São Geraldo			
717	São Geraldo da Piedade			
718	São Geraldo do Baixio			
719	São Gonçalo do Abaeté			
720	São Gonçalo do Pará			
721	São Gonçalo do Rio Abaixo			
722	São Gonçalo do Sapucaí		✓	✓
723	São Gotardo	✓	✓	✓
724	São João Batista do Glória		✓	✓
725	São João da Lagoa			
726	São João da Mata			
727	São João da Ponte		✓	✓
728	São João das Missões			
729	São João del Rei	✓	✓	✓
730	São João do Manhuaçu			
731	São João do Manteninha		✓	✓
732	São João do Oriente			
733	São João do Pacuí			
734	São João do Paraíso		✓	✓
735	São João Evangelista	✓	✓	✓
736	São João Nepomuceno	✓	✓	✓
737	São Joaquim de Bicas		✓	✓
738	São José da Barra			
739	São José da Lapa			
740	São José da Safira			
741	São José da Varginha			
742	São José do Alegre			
743	São José do Divino			
744	São José do Goiabal			
745	São José do Jacuri			
746	São José do Mantimento			

Continua na próxima página

Tabela 8 – Continuação da página anterior

747	São Lourenço	✓	✓	✓
748	São Miguel do Anta			
749	São Pedro da União		✓	✓
750	São Pedro dos Ferros			
751	São Pedro do Suaçuí			
752	São Romão		✓	✓
753	São Roque de Minas		✓	✓
754	São Sebastião da Bela Vista			
755	São Sebastião da Vargem Alegre			
756	São Sebastião do Anta			
757	São Sebastião do Maranhão			
758	São Sebastião do Oeste			
759	São Sebastião do Paraíso	✓	✓	✓
760	São Sebastião do Rio Preto			
761	São Sebastião do Rio Verde			
762	São Tiago		✓	✓
763	São Tomás de Aquino		✓	✓
764	São Tomé das Letras			
765	São Vicente de Minas		✓	✓
766	Sapucaí-Mirim			
767	Sardoá			
768	Sarzedo			
769	Setubinha			
770	Sem-Peixe			
771	Senador Amaral			
772	Senador Cortes			
773	Senador Firmino		✓	✓
774	Senador José Bento			
775	Senador Modestino Gonçalves			
776	Senhora de Oliveira			
777	Senhora do Porto			
778	Senhora dos Remédios			
779	Sericita			
780	Seritinga			
781	Serra Azul de Minas			
782	Serra da Saudade			

Continua na próxima página

Tabela 8 – Continuação da página anterior

783	Serra dos Aimorés			
784	Serra do Salitre		✓	✓
785	Serrania		✓	✓
786	Serranópolis de Minas			
787	Serranos			
788	Serro		✓	✓
789	Sete Lagoas	✓	✓	✓
790	Silveirânia			
791	Silvianópolis			
792	Simão Pereira			
793	Simonésia			
794	Sobralia			
795	Soledade de Minas			
796	Tabuleiro			
797	Taiobeiras	✓	✓	✓
798	Taparuba			
799	Tapira			
800	Tapiraí			
801	Taquaraçu de Minas			
802	Tarumirim	✓	✓	✓
803	Teixeiras		✓	✓
804	Teófilo Otoni	✓	✓	✓
805	Timóteo		✓	✓
806	Tiradentes			
807	Tiros		✓	✓
808	Tocantins			
809	Tocos do Moji			
810	Toledo			
811	Tombos		✓	✓
812	Três Corações	✓	✓	✓
813	Três Marias	✓	✓	✓
814	Três Pontas	✓	✓	✓
815	Tumiritinga			
816	Tupaciguara		✓	✓
817	Turmalina	✓	✓	✓
818	Turvolândia			

Continua na próxima página

Tabela 8 – Continuação da página anterior

819	Ubá	✓	✓	✓
820	Ubaí			
821	Ubaporanga			
822	Uberaba	✓	✓	✓
823	Uberlândia	✓	✓	✓
824	Umburatiba			
825	Unaí	✓	✓	✓
826	União de Minas		✓	✓
827	Uruana de Minas			
828	Urucânia			
829	Urucuaia		✓	✓
830	Vargem Alegre			
831	Vargem Bonita			
832	Vargem Grande do Rio Pardo			
833	Varginha	✓	✓	✓
834	Varjão de Minas			
835	Várzea da Palma		✓	✓
836	Varzelândia		✓	✓
837	Vazante	✓	✓	✓
838	Verdelândia			
839	Veredinha			
840	Veríssimo			
841	Vermelho Novo			
842	Vespasiano	✓	✓	✓
843	Viçosa	✓	✓	✓
844	Vieiras			
845	Mathias Lobato			
846	Virgem da Lapa		✓	✓
847	Virgínia		✓	✓
848	Virginópolis		✓	✓
849	Virgolândia			
850	Visconde do Rio Branco	✓	✓	✓
851	Volta Grande			
852	Wenceslau Braz			