



UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO – UFOP
ESCOLA DE MINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE MINAS



CAIO CÉSAR SILVEIRA

**ANÁLISE ESTATÍSTICA A PARTIR DA CONTAGEM DE
PONTOS DE ÓXIDOS DE FERRO OBTIDA POR
MICROSCOPIA ÓPTICA**

OURO PRETO – MG
2018

CAIO CÉSAR SILVEIRA

**ANÁLISE ESTATÍSTICA A PARTIR DA CONTAGEM DE
PONTOS DE ÓXIDOS DE FERRO OBTIDA POR
MICROSCOPIA ÓPTICA**

Monografia apresentada ao curso de Engenharia de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto, como parte dos requisitos para obtenção do título de bacharel em Engenharia de Minas.

Orientador: Dr. Leonardo Martins Graça
Co-orientador: Dr. Teodoro Gauzzi

OURO PRETO – MG
2018

SISBIN - SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO

S587a Silveira, Caio César.

Análise estatística a partir da contagem de pontos de óxidos de ferro obtida por microscopia óptica. [manuscrito] / Caio César Silveira. - 2018. 39 f.: il.: color., gráf., tab..

Orientador: Prof. Dr. Leonardo Martins Graça.

Monografia (Bacharelado). Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de Minas. Graduação em Engenharia de Minas .

1. Beneficiamento de minério - Processamento mineral. 2. Caracterização mineralógica - Contagem de grãos. 3. Estatística. I. Graça, Leonardo Martins. II. Universidade Federal de Ouro Preto. III. Título.

CDU 552.22

Bibliotecário(a) Responsável: Sione Galvão Rodrigues - CRB6 / 2526



FOLHA DE APROVAÇÃO

Caio César Silveira

ANÁLISE ESTATÍSTICA DE CONTAGEM DE PONTOS DE ÓXIDOS DE FERRO OBTIDAS POR MICROSCOPIA ÓPTICA

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Minas

Aprovada em 19 de dezembro de 2018

Membros da banca

Dr. Leonardo Martins Graça - Orientador - Universidade Federal de ouro Preto
Dr.^a Érica Linhares Reis - Universidade Federal de Ouro Preto
Eng.^a de Minas Adriana Baldessin Costa - Universidade Federal de Ouro Preto

Leonardo Martins Graça, orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito na Biblioteca Digital de Trabalhos de Conclusão de Curso da UFOP em 11/02/2019



Documento assinado eletronicamente por **Jose Fernando Miranda, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 16/01/2024, às 16:13, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **0652844** e o código CRC **444417ED**.

Dedico este trabalho à minha família, em especial meu pai e meus irmãos pelo apoio. À Samira pela paciência, zelo, cumplicidade e companheirismo sempre, e ao Murilo (*Vermêi*), pela amizade e ajuda.

AGRADECIMENTOS

Ao amigo e orientador, professor Dr. Leonardo Martins Graça (Bakana), pela paciência, ensinamentos, conhecimentos técnicos e irmandade, não só neste trabalho, mas durante toda minha graduação.

A todos os colegas da Engenharia de Minas e Engenharia Geológica que de alguma forma colaboraram com este trabalho, em especial aos amigos Rafael Marra, João Pedro e Og Pires.

A UFOP pelo ensino gratuito e de qualidade e aos meus mestres por todos os ensinamentos.

A República Aquarius e todos meus irmãos aquarianos pela convivência, amizade e apoio durante toda esta jornada, principalmente nesta reta final. Em especial ao meu irmão de batalha, Vinícius Rossi (Angu).

“Um trabalho te dá um propósito e um significado. A vida é vazia sem ambos.”

Stephen Hawking

RESUMO

A caracterização mineralógica de concentrados de minério de ferro com auxílio de microscópio óptico é amplamente utilizada para determinação das fases minerais. Combinada com a técnica de contagem de grãos torna-se possível determinar o percentual das fases presentes em uma amostra. A partir disso, o presente trabalho propõe uma investigação estatística para os resultados desta técnica aplicada a uma amostra de *pellet feed* com o objetivo de avaliar o comportamento do desvio padrão ao se considerar 100, 200, 300, 400, 500 e 600 grãos. Além disso, determinar um número mínimo de grãos a serem considerados para que se obtenha 95 % de confiança estatística nos resultados. Para este experimento, foram geradas imagens com auxílio de uma câmera acoplada ao microscópio óptico, e a partir delas foram estimados os percentuais em área das fases minerais magnetita, goethita e hematita com aplicação da técnica de contagem de grãos. Foi realizado o tratamento estatístico e tornou-se possível analisar os resultados obtidos da amostra investigada. As análises revelaram um percentual de 4,55 % (0,54) de magnetita, 13,63 % (1,51) de goethita e 81,82 % (1,66) de hematita. O estudo verifica que a variação do desvio padrão diminui com o aumento do número de grãos contados. Além disso, para 500 e 600 grãos foram obtidos uma confiança estatística de 95 % com a dispersão dos resultados entre o intervalo de +/-2 desvios padrões em torno da média.

Palavras-chave: Caracterização Mineralógica; Contagem de Grãos; Estatística; Microscópio Óptico.

ABSTRACT

The mineralogical characterization of iron ore concentrates with the aid of an optical microscope is widely used to determine the mineral phases. Combined with the grain counting technique it is possible to determine the percentage of the phases present in a sample. From this, the present work proposes a statistical investigation for the results of this technique applied to a sample of pellet feed in order to characterize the behavior of the standard deviation when considering 100, 200, 300, 40, 500 and 600 grains. In addition, determine a minimum of grains to be considered in order to obtain 95% statistical confidence in the results. In order to do so, images were generated with the aid of a camera coupled to the optical microscope, and from them were estimated the percentage of mineral phases magnetite, goethite and hematite with the grain counting technique. Statistical analysis was performed and it was possible to analyze the results obtained from the sample investigated. The results revealed a percentage of 4.55% (0.54) of magnetite, 13.63% (1.51) of goethite and 81.82% (1.66) of hematite. The study records the variation of the standard deviation that decreases with the increase in the number of counted grains. In addition, 95% confidence with the dispersion of results between 2 sigmas was characterized for 500 and 600 grains.

Keywords: Mineralogical Characterization; Counting of Grains; Statistic; Optical Microscope.

LISTA DE SIGLAS, ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

Mgt – Magnetita

Gth – Goethita.

Hem – Hematita.

Qtz – Quartzo.

MO – Microscópio óptico.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – a) identificação das regiões onde há hematita; b) super segmentação dos grãos de hematita; c) sementes de grãos d) grãos reconstruídos codificados por cores; e) detectados limites sobrepostos.	15
Figura 2 - Fluxograma de amostragem e peneiramento para a obtenção das alíquotas 1, 2, 3, 4 e 5 utilizadas na preparação de pastilhas.	16
Figura 3 - Imagem exemplo de uma seção polida utilizada para a caracterização mineralógica.	19
Figura 4 - Médias dos percentuais em área de Mgt, Gth e Hem para cada seleção aleatória.	20
Figura 5 - Gráfico da evolução do desvio padrão da Mgt entre 100 a 600 grãos considerados.	21
Figura 6 - Gráfico da evolução do desvio padrão da Gth entre 100 a 600 grãos considerados.	21
Figura 7 - Gráfico da evolução do desvio padrão da Hem entre 100 a 600 grãos considerados.	22
Figura 8 - Gráfico de dispersão dos valores percentuais de Mgt obtidos na seleção de áreas A.	23
Figura 9 - Gráfico de dispersão dos valores percentuais de Gth obtidos na seleção de áreas A.	23
Figura 10 - Gráfico de dispersão dos valores percentuais de Hem obtidos na seleção de áreas A.	23
Figura 11 - Gráfico de dispersão dos valores percentuais de Mgt obtidos na seleção de áreas B.	24
Figura 12 - Gráfico de dispersão dos valores percentuais de Gth obtidos na seleção de áreas B.	24
Figura 13 - Gráfico de dispersão dos valores percentuais de Hem obtidos na seleção de áreas B.	24

Figura 14 - Gráfico de dispersão dos valores percentuais de Mgt obtidos na seleção de áreas C.	25
Figura 15 - Gráfico de dispersão dos valores percentuais de Gth obtidos na seleção de áreas C.	25
Figura 16 - Gráfico de dispersão dos valores percentuais de Hem obtidos na seleção de áreas C.	25
Figura 17 - Gráfico de dispersão dos valores percentuais de Mgt obtidos na seleção de áreas D.	26
Figura 18 - Gráfico de dispersão dos valores percentuais de Gth obtidos na seleção de áreas D.	26
Figura 19 - Gráfico de dispersão dos valores percentuais de Hem obtidos na seleção de áreas D.	26
Figura 20 - Gráfico da evolução da confiança estatística em função do número de grãos considerados para a fase mineral Mgt.	27
Figura 21 - Gráfico da evolução da confiança estatística em função do número de grãos considerados para a fase mineral Gth.	27
Figura 22 - Evolução da confiança relativa em função do número de grãos considerados para a fase mineral Hem.	28
Figura 23 - Intervalo de confiança para uma distribuição normal.	28

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Variáveis usadas para o estudo com seus respectivos valores e representação	18
Tabela 2 - Média percentual, desvio padrão médio e variância do resultado da contagem de 600 grãos obtidos a partir das análises das seleções de áreas A, B, C e D	20
Tabela 3 - Resultado da construção da variável m. seleção de áreas A.....	34
Tabela 4 - Resultado da construção da variável m. seleção de áreas B.....	34
Tabela 5 - Resultado da construção da variável m. seleção de áreas C.....	34
Tabela 6 - Resultado da construção da variável m seleção de áreas D.....	35
Tabela 7 – Resultado da construção da variável g seleção de áreas A.	35
Tabela 8 - Resultado da construção da variável g seleção de áreas B.	35
Tabela 9 - Resultado da construção da variável g seleção de áreas C.	36
Tabela 10 - Resultado da construção da variável g seleção de áreas D.....	36
Tabela 11 - Resultado da construção da variável h seleção de áreas A.....	36
Tabela 12 - Resultado da construção da variável h seleção de áreas B.	37
Tabela 13 - Resultado da construção da variável h seleção de áreas C.....	37
Tabela 14 - Resultado da construção da variável h seleção de áreas D.....	37

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	8
2. RELEVÂNCIA DO ESTUDO	9
3. OBJETIVOS	10
3.1. Objetivo geral	10
3.2. Objetivos específicos	10
4. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	11
4.1. Caracterização mineralógica de minérios	11
4.2. Microscopia óptica.....	11
4.3. Técnica de contagem de pontos	12
5. MATERIAIS E MÉTODOS.....	16
6. RESULTADOS	19
7. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	30
8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	31
ANEXO 1.....	34
ANEXO 2.....	38

1. INTRODUÇÃO

A produção de aço se dá a partir de produtos de minério de ferro classificados por granulometria como granulado, *sínter feed* o *pellet feed*. A assembleia mineralógica comumente presente nesses produtos é composta predominantemente por hematita (Hem), magnetita (Mgt), goethita (Gth) e quartzo (Qtz). Tal assembleia apresenta variação em determinados parâmetros físicos dos grãos. Torna-se então necessário o conhecimento e controle desses parâmetros a fim de se garantir resultados satisfatórios nos processos geometalúrgicos. Nesse contexto, a indústria de beneficiamento de minérios tem demonstrado uma crescente utilização das técnicas de caracterização mineralógica nos mais diversos tipos de minerais. Nos produtos do minério de ferro, conhecer a mineralogia, morfologia e microestruturas presentes nos produtos destinados à metalurgia são condição fundamental para prever a eficiência dos processos de concentração e aglomeração deste metal (Baker *et al.*, 1973; Takehara, 2004; Dwarapudi *et al.*, 2008; Graça, 2015).

Dentre as técnicas de caracterização mineralógica conhecidas, a metodologia de contagem de pontos é via de regra utilizada para a determinação das fases em produtos de beneficiamento de minério de ferro (Gaudin, 1933; Berubé & Marchand, 1983; Berubé *et al.*, 1983; Sá *et al.*, 2004; Graça 2015). Essa técnica consiste numa estimativa de percentagem em massa a partir de uma estimativa de volume. Este volume é relativo à área ocupada por cada fase mineral em uma seção polida. A análise é feita a partir de microscópio óptico com luz refletida. As áreas de cada mineral de interesse são calculadas em diferentes frações granulométricas para posteriormente se fazer uma ponderação com peso específico de cada membro da assembléia mineralógica referente à amostra analisada. O intuito de tal procedimento é determinar o conteúdo de cada uma das fases minerais encontradas (Miller, 1939; Berubé, 1984; Graça, 2015).

Contudo, ao longo do último século, puderam-se observar diferentes métodos para a estimativa do volume relativo. Alguns autores propuseram fatores de correção da estimativa direta do volume relativo a partir do cálculo de áreas. Por outro lado, outros autores consideravam que uma melhoria na preparação de amostras permitiria obter melhores resultados de análise visual. Este trabalho é inovador por relacionar a quantidade de grãos contados com a confiança dos resultados após a contagem dos mesmos. Assim, neste trabalho serão considerados 100, 200, 300, 400, 500 e 600 pontos de contagem.

2. RELEVÂNCIA DO ESTUDO

O minério de ferro representa um importante recurso mineral que ocorre no Brasil principalmente na Serra dos Carajás e no Quadrilátero Ferrífero, estados do Pará e Minas Gerais, respectivamente. O tratamento mineral desse recurso requer diferentes processos unitários, os quais têm sua eficiência relacionada com os conteúdos das fases minerais hematita, magnetita e goethita.

A determinação dessas fases minerais pode ser feita a partir da contagem de pontos que representam equi-áreas. No entanto, não há trabalhos que relacionem a incerteza do conteúdo das fases minerais com o número de pontos contados numa determinada amostra. Assim, este trabalho propõe investigar a variação da incerteza de cada fase mineral em função do número de pontos contados.

3. OBJETIVOS

3.1. Objetivo geral

Determinar as fases minerais hematita, magnetita e goethita presentes em uma amostra de minério de ferro tipo *pellet feed* a partir da técnica de contagem de pontos, realizada em microscópio óptico com luz refletida e fazer uma interpretação estatística para verificar a relação da média e desvio padrão em função do número de grãos considerados.

3.2. Objetivos específicos

São objetivos específicos do projeto:

- Obter imagens da fração granulométrica estudada a partir de microscópio óptico para realizar a contagem de pontos;
- Determinar os percentuais em área das fases minerais hematita, magnetita e goethita;
- Analisar o comportamento do desvio padrão entre 100, 200, 300, 400, 500 e 600 pontos considerados;
- Determinar a confiança estatística relativa aos resultados da técnica.

4. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

4.1. Caracterização mineralógica de minérios

O conhecimento de informações intrínsecas dos minérios é condição fundamental para o sucesso dos projetos de beneficiamento. Informações como distribuição granulométrica, densidade relativa, conteúdo químico, grau de liberação e classificação da assembleia mineralógica podem ser controladas nos processos de concentração mineral (Gaudin, 1933; Miller, 1939; Berubé, 1984; Sá *et al.*, 2004; Graça, 2015).

Assim, a caracterização mineralógica permite identificar e determinar fases minerais e caracterizar a morfologia dos grãos presentes em amostras de minérios. Dentre as várias técnicas existentes destaca-se a difração de raios X (DRX), microscopia óptica (MO) e microscopia eletrônica de varredura (MEV).

4.2. Microscopia óptica

A microscopia óptica é uma das técnicas empregadas para análise visual de seções polidas ou lâminas delgadas. Trabalhos acerca do uso do microscópio óptico se destacam na área de microbiologia desde o século XVII (Roane e Pepper, 2014). Contudo, sua aplicabilidade se estendeu para diversas áreas devido à eficácia na análise visual.

No âmbito da engenharia mineral e geologia é amplamente utilizada na caracterização mineralógica de rochas, minérios e produtos de beneficiamento mineral, tendo grande aplicação na indústria do minério de ferro (Berubé e Marchand, 1983; Berubé, 1984; Sá *et al.*, 2004; Graça, 2015).

A utilização da MO permite identificar as fases minerais, bem como a determinação do grau de liberação (Gaudin, 1933; Miller, 1939) e até a determinação de tamanho de partículas presentes em seções polidas ou lâminas delgadas com auxílio de algoritmos (Berubé e Marchand, 1983; Berubé 1984). A combinação da MO com técnicas de contagem de pontos permite estabelecer o conteúdo de fases minerais e obter resultados com relevância estatística (Miller, 1939).

4.3. Técnica de contagem de pontos

A publicação mais antiga remonta ao século XIX (Delesse, 1847; *apud* Miller, 1939). Esta considera que o total de áreas dos grãos contidos em uma superfície plana é proporcional ao volume verdadeiro de cada constituinte mineral representado por estes grãos.

A partir da ideia de Delesse e Rosiwal (1898) *apud* Miller (1939) propôs um fator de correção para a determinação das áreas. Seu método consistiu em traçar vários retângulos de igual tamanho sobre um vidro transparente que foi posto sobre a superfície analisada. As interseções dos vértices dos retângulos com os grãos eram contadas e comparadas com o comprimento total das linhas que formam os lados de cada retângulo. Depois disso é ponderado o peso específico dos constituintes minerais com o valor percentual de grãos interceptados, e assim torna-se possível calcular o percentual em massa de cada fase mineral.

Em paralelo aos trabalhos de quantificação focados em parâmetros de correção das áreas estimadas, Murdock (1916) *apud* Miller (1939) estabeleceu um procedimento focado na melhoria da preparação de superfícies planas para análise a MO. Seu método consiste no uso de um material macio para receber os grãos e uma superfície plana de vidro úmido para servir de molde de embutimento. Por fim o polimento é realizado. Começa-se a perceber a partir daqui a importância da preparação das seções para análise visual que vem a culminar no desenvolvimento de pastilhas, em substituição à lâmina de vidro até então utilizada como molde. O material macio utilizado como matriz para os grãos foi substituído por uma resina à base de fenol denominada Redmanol desenvolvida por Head (1925) *apud* Miller (1939)

Na mesma linha da determinação de correções para a estimativa direta de volume por meio de análise de áreas, foi feito um estudo estatístico de resultados de análise de seções polidas ao microscópio óptico para um concentrado de molibdenita (Coghill e Bonardi, 1919; *apud* Miller, 1939). Determinaram fatores de correção de peso baseados nas características de seus minérios. Para tanto, sua estimativa de área foi feita ao se projetar o contorno de grãos das amostras investigadas em uma folha branca de papel e realizar as medições de áreas com mais exatidão. Head (1925) *apud* Miller (1939) utilizou um micromêtro com auxílio de uma rede ordenada sobre a área projetada com intuito de estimar as áreas considerando um total de 4000 grãos. Já Gaudin (1933) considerou de 1500-5000 grãos a depender da disponibilidade de cada fase mineral nas amostras, porém sem especificar a razão pela escolha desses valores.

Glagolev (1934) *apud* Miller (1939) verificou a existência de correlação entre o erro estatístico e a quantidade de grãos a serem analisados. Seu método de contagem consistiu em projetar uma grande quantidade de pontos igualmente distribuídos sobre a área a ser analisada. Todos os pontos coincidentes com áreas de grãos eram mensurados e o erro estatístico foi calculado com base na equação 1, a partir de um percentual inicial de determinada fase mineral arbitrado.

$$\lambda = 0,67\sqrt{(A(100-A) / n)} \quad (\text{equação 1})$$

Onde:

λ representa o erro;

A o percentual arbitrado;

n o número de pontos mensurados.

Posteriormente, Gerson (1938) analisou amostras minerais sintéticas de galena e quartzo, nas quais os seus conteúdos verdadeiros foram determinados por análise química. Seu fator de correção para estimativa de volume relativo aplicado consistiu na determinação dos diâmetros das partículas analisadas. Após a contagem foram feitas as ponderações do volume relativo estimado para as áreas dos grãos contados com o peso específico dos minerais presentes. O objetivo final é estimar o percentual em peso de cada fase mineral. Por fim, fez-se uma comparação entre este método e os métodos clássicos de Delesse (1847) *apud* Miller (1939) e Rosiwal (1898) *apud* Miller (1939). Tomou-se por base o resultado das análises químicas e o mesmo resultou numa dispersão de 2,81% do valor verdadeiro, enquanto para os métodos clássicos a mesma foi de 12,05%.

Posteriormente, Miller (1939) propôs um método detalhado, baseado nos modelos clássicos, tendo igualmente em conta os trabalhos realizados anteriormente no que se refere à contagem de pontos. Sua metodologia abrangeu várias etapas desde o procedimento de obtenção das massas de minério a serem analisadas, passando pela determinação do volume relativo dos grãos a partir de contagem de pontos, e culminando numa análise estatística dos resultados. O teor verdadeiro das amostras era determinado por análise química e assumia-se este valor como correto para efeitos de comparação de resultados e determinação de erro estatístico. Seu trabalho desconsiderou os grãos que não estavam totalmente inseridos nas áreas analisadas. Seu fator de correção consistiu em assumir que todos os grãos são esféricos

e, a partir dessa premissa, calcular os respectivos raios de cada grão. Os resultados das contagens foram ponderados com o peso específico da associação mineral. A análise estatística dos resultados dos cálculos de percentual por ponderação de massas específicas foi feita, comparando-se os valores obtidos em percentuais com os valores obtidos da análise química. A partir de um valor de referência é calculado o erro relacionado à análise mediante um total de 2200 grãos por pastilha.

A técnica foi aprimorada por Bayly (1965) que propôs um estudo estatístico de análises modais em seções planas e polidas de matrizes de rochas, no qual foi considerada uma correlação estatística entre a distribuição dos grãos na matriz e a formação da rocha. Com isso, foram estudadas as variâncias de amostragem (V_s) e de contagem (V_e). O valor de V_e é definido pela equação 2.

$$V_e = p(100-p) / n. \quad (\text{equação 2})$$

Onde:

V_e representa a variância de contagem;

p o percentual estimado para a fase mineral em análise;

n o número de grãos considerados.

Berubé e Marchand (1983) e Berubé (1984) trouxeram avanços importantes para a evolução da técnica. Ao analisar produtos de moagem, perceberam que a distribuição granulométrica tende a se dar em torno de um tamanho médio de um intervalo granulométrico pré-definido. Além disso, empregaram o uso de algoritmos para a determinação do volume relativo a partir da medida da área. Seus estudos focaram na quantificação das fases minerais e definição do grau de liberação. A aplicação de algoritmos abriu caminho para uma nova forma de designação das áreas a partir da análise de imagens digitais.

Sá *et al.* (2004) e Graça (2015) publicaram seus trabalhos utilizando a metodologia de Berubé e Marchand (1983) e Berubé (1984) para realização da contagem de pontos. No trabalho de Graça (2015) é feita uma comparação entre os resultados da estimativa da contagem de pontos em *pellet feed* obtidos por dois métodos diferentes de contagem. De um lado, considera-se que todos os grãos num mesmo intervalo granulométrico possuem a mesma área. De outro, a medida de área foi feita com um *software* de tratamento de imagens. Os

resultados mostrados pelo autor denotam que ambos os métodos findam em estimativas semelhantes.

Mais recente, Augusto *et al.* (2015), seguindo estudos de Iglesias *et al.* (2011), apresentam um método automático baseado em processamento digital de imagens para a indicação das áreas. Foram empregadas técnicas de segmentação de imagens para a análise individual de cada grão e os resultados mostraram que foi possível também definir o conteúdo de tipos morfológicos como, por exemplo, a hematita martítica. A figura 1 mostra o processo de diferenciação dos grãos de hematita ao se utilizar técnicas de segmentação de imagens digitais.

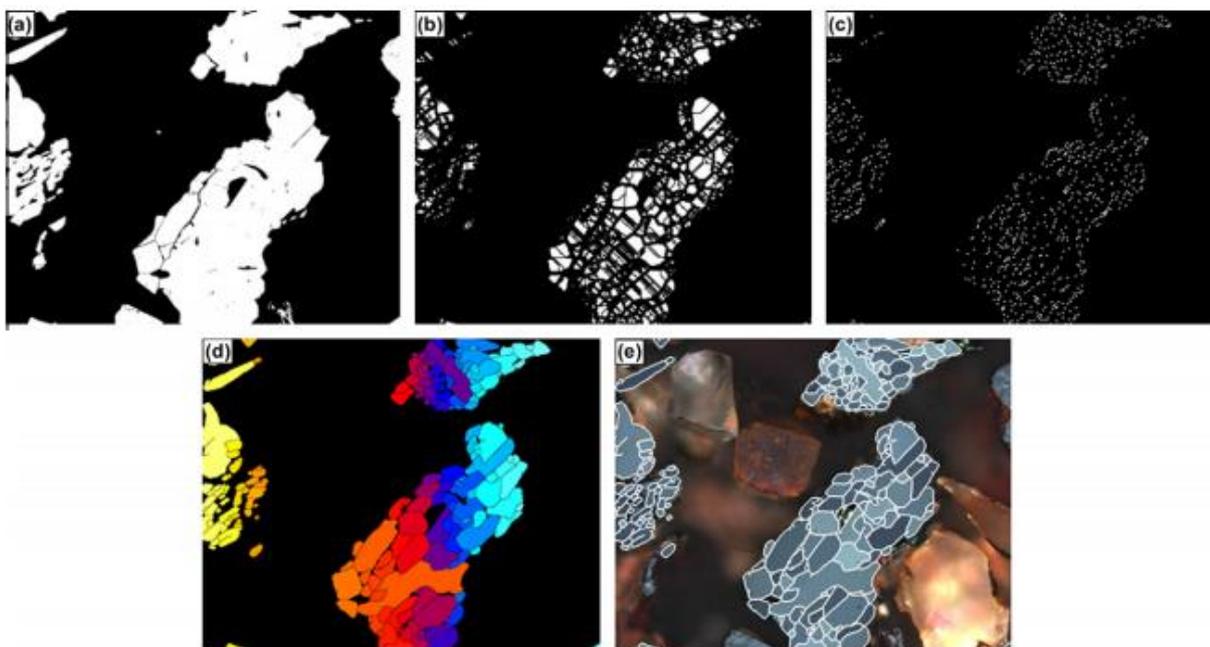


Figura 1 – a) identificação das regiões onde há hematita; b) super segmentação dos grãos de hematita; c) sementes de grãos d) grãos reconstruídos codificados por cores; e) detectados limites sobrepostos.

Fonte: Iglesias (2011)

Pode-se perceber então que a aplicabilidade da técnica de contagem de grãos traz resultados confiáveis em termos estatísticos, além de ser rápida e de fácil aplicação, não exige grandes habilidades do operador (Miller, 1939). Contudo, ainda há uma carência de análises estatísticas que levam em conta o número de grãos a serem contados. Pode-se perceber que a realização de estudos estatísticos consoantes a automatização do processo de contagem a partir do processamento digital de imagens demonstra ser tendência para pesquisas futuras.

5. MATERIAIS E MÉTODOS

A preparação de pastilhas consistiu desde a coleta de uma amostra de produto *pellet feed* concentrado a partir de flotação até a confecção das pastilhas para as análises à MO. A amostra investigada é proveniente da mina de Alegria que está localizada na borda leste do Quadrilátero Ferrífero (MG). Esse produto é constituído essencialmente por hematita (Hem), magnetita (Mgt), goethita (Gth) e quartzo (Qtz).

A amostra foi processada a fim de se determinar a qual fração granulométrica possui maior massa e nesta focar as quantificações. O fluxograma operacional para a determinação da fração de maior massa encontra-se na figura 2. Geraram-se então cinco alíquotas da fração granulométrica compreendida entre 106 a 45 μm e foram identificadas como 1, 2, 3, 4 e 5. Cada alíquota foi embutida em resina epóxi para preparação das seções polidas. μm . Cada uma das pastilhas foi submetida aos abrasivos 300, 500 e 3000# para desbaste e geração de uma superfície plana. Por fim, foram polidas em pasta de alumina de granulometria de 0,3 μm

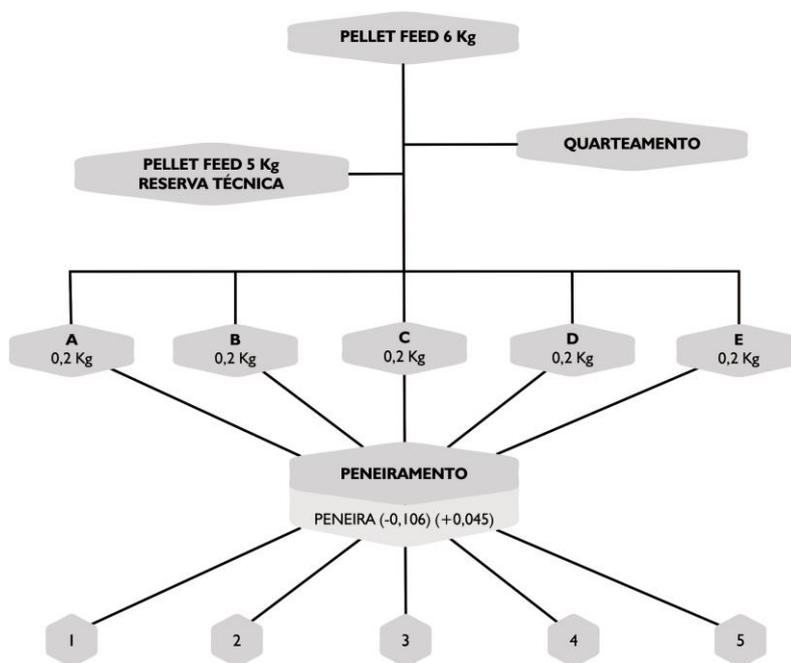


Figura 2 - Fluxograma de amostragem e peneiramento para a obtenção das alíquotas 1, 2, 3, 4 e 5 utilizadas na preparação de pastilhas.

A aplicação da técnica de contagem de pontos em cada uma das pastilhas usou um microscópio óptico modelo Leitz Laborlux 12 POL S acoplado com câmera Sony DFW-

SX910. Foram analisadas 30 áreas de cada uma das pastilhas com magnificação de 200 vezes a fim de se obter um total mínimo de 700 grãos (Hem + Mgt + Gth por pastilha. A partir do total de 700 grãos tornou-se possível gerar resultados e considerar um total de 100, 200, 300, 400, 500 e 600 grãos para o propósito da análise estatística dos resultados.

O tratamento estatístico foi realizado a partir do *software Microsoft Excel* (2016) e usado o teste de *Shapiro-Wilk* com a finalidade de verificar se os dados seguiam uma função de distribuição de probabilidade normal com auxílio do *software* estatístico R (2016). No caso do teste de *Shapiro-Wilk* avalia-se o p-valor obtido pelo teste. Se $p\text{-valor} < \alpha$, rejeita a hipótese H_0 , ou seja, não se pode admitir que os dados analisados adotem uma distribuição normal. Se $p\text{-valor} > \alpha$, aceita – se H_0 e o conjuntos de dados apresenta uma possível distribuição normal sendo permitindo analisar valores de média ou desvios devido à concordância e consistência entre os dados. (Montgomery, 2009).

Os grãos foram contados considerando como premissa peso 1 para o tamanho médio do intervalo granulométrico selecionado. Os grãos maiores e menores em relação ao tamanho médio foram estimados em função desse peso 1. O resultado final da contagem de pontos realizada são os valores das médias percentuais de cada fase considerada por pastilha e por número de grãos contados. Para o cálculo das médias percentuais foi feita uma razão entre número de grãos atribuídos a cada fase com o número total de grãos contados em cada pastilha, multiplicado por 100.

Os resultados das médias por grupo de contagem (100-600 grãos) foram agrupados a fim de se realizar o cálculo estatístico dos parâmetros de interesse, média e desvio padrão. Utilizou-se as funções “MÉDIA” e “DESVPAD.A”, respectivamente.

Para o agrupamento dos dados foram adotadas como variáveis aleatórias contínuas m, g e h, as quais se referem ao conjunto das médias percentuais de Hem, Mgt e Gth, respectivamente. Além disso, cada uma das pastilhas é representada pela variável i e os grupos de pontos contados representados pela variável j. Para tanto, a seleção das imagens para constituir os grupos de 100, 200, 300, 400, 500 e 600 grãos, e compor a variável j foi feita aleatoriamente pela função "aleatório". Na análise de cada grupo foram geradas 4 seleções aleatórias de áreas, aqui denominadas A, B, C e D como mostrado na tabela 1.

Variável	Tipo	Valor	Representação
Fase Mineral	Hematita	Hematita	h
	Magnetita	Magnetita	m
	Goethita	Goethita	g
Contagem de grãos	-	100 - 600	j
Qtidade de pastilhas	-	5	i
Qtidade de áreas	-	4	A,B,C e D

Tabela 1 - Variáveis usadas para o estudo com seus respectivos valores e representação

Em cada seleção foram tomadas as médias percentuais de cada fase mineral para cada grupo. Portanto m, g e h terão no final a média percentual da sua respectiva fase mineral, para cada pastilha i e cada número j de grãos, de cada uma das seleções. Foi considerado como premissa que a média do resultado da contagem de 600 grãos das quatro seleções feitas é o valor mais refinado para a estimativa das fases minerais e este será utilizado como base para comparação e caracterização da evolução das variáveis estatísticas.

A seguir foi calculada a média percentual e o desvio padrão médio de cada fase relativa às quatro seleções aleatórias tendo j igual a 600 grãos, utilizando a função “MÉDIA”. Tal média, aqui denominada como μ , foi considerada o melhor resultado da contagem de grãos e foi adotada como o valor de referência para a interpretação estatística dos demais resultados das contagens. Foi também adotado o desvio padrão médio denominado como σ e sendo referente à média dos desvios padrão de cada seleção aleatória com j igual a 600.

Por fim, foi feita a análise de dispersão dos valores das variáveis m, g e h em torno da média de referência μ . Foram considerados como limites inferiores e superiores à μ , respectivamente, σ , 2σ e 3σ . Também foi feita a análise da evolução do desvio padrão em função do número de grãos considerados. As duas análises são a base para a interpretação estatística dos resultados.

6. RESULTADOS

As imagens geradas permitem a visualização das seções dos grãos expostos. A partir delas são identificadas e quantificadas as fases minerais de interesse. Um exemplo de imagem gerada com a identificação das fases minerais determinadas se encontra na figura 3.

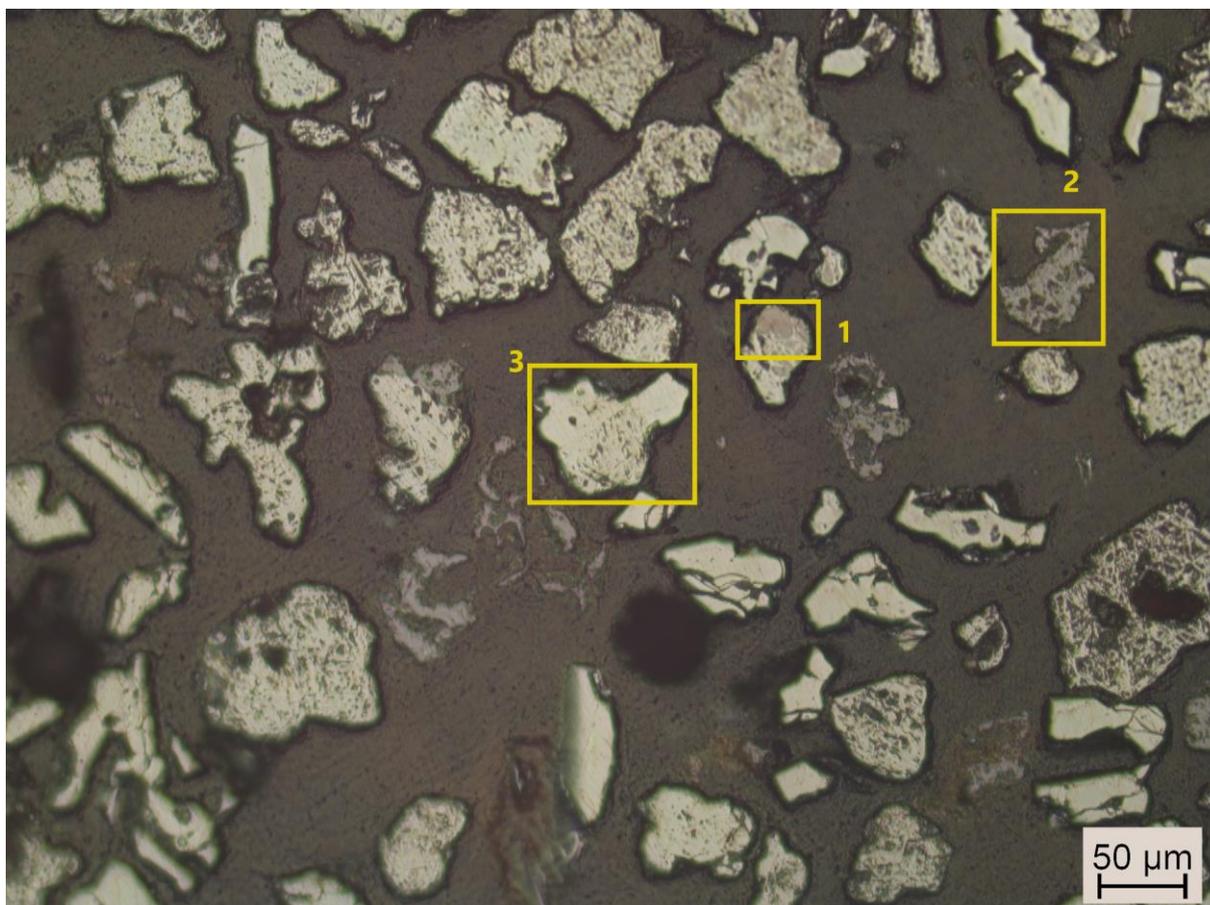


Figura 3 - Imagem exemplo de uma seção polida utilizada para a caracterização mineralógica.

Onde: 1 – magnetita, 2 – goethita, 3 - hematita.

As contagens de grãos resultaram em médias percentuais relativas às áreas ocupadas pelas fases minerais Mgt, Gth e Hem, as quais foram designadas para cada uma das variáveis aleatórias m, g e h, respectivamente.

Os resultados obtidos para 600 grãos caracterizaram a Hem como a fase principal do produto perfazendo o valor médio 81,82 %. A Gth ocorre com valor médio de 13,63 %, seguida de Mgt com 4,55 %. Os valores estatísticos obtidos (média percentual das fases e

média dos desvios padrão) a partir das 4 seleções realizadas para 600 grãos encontram-se expressos na tabela 2.

Resultado da Contagem			
	Mgt	Gth	Hem
1	4,68	13,60	81,72
2	4,37	13,55	82,08
3	4,45	13,78	81,77
4	4,69	13,60	81,71
Média	4,55	13,63	81,82
δ	0,54	1,51	1,66

Tabela 2 - Média percentual, desvio padrão médio e variância do resultado da contagem de 600 grãos obtidos a partir das análises das seleções de áreas A, B, C e D.

Os valores obtidos das médias percentuais de cada fase a partir das 4 seleções encontram-se expressos na Figura 4. Como pode ser observado, as médias das fases mostraram-se consistentes e registram variação absoluta de 0,32% para Mgt, 0,23% para Gth e 0,37% para Hem. As tabelas completas que correspondem à composição de cada uma das variáveis aleatórias se encontram no anexo 1.

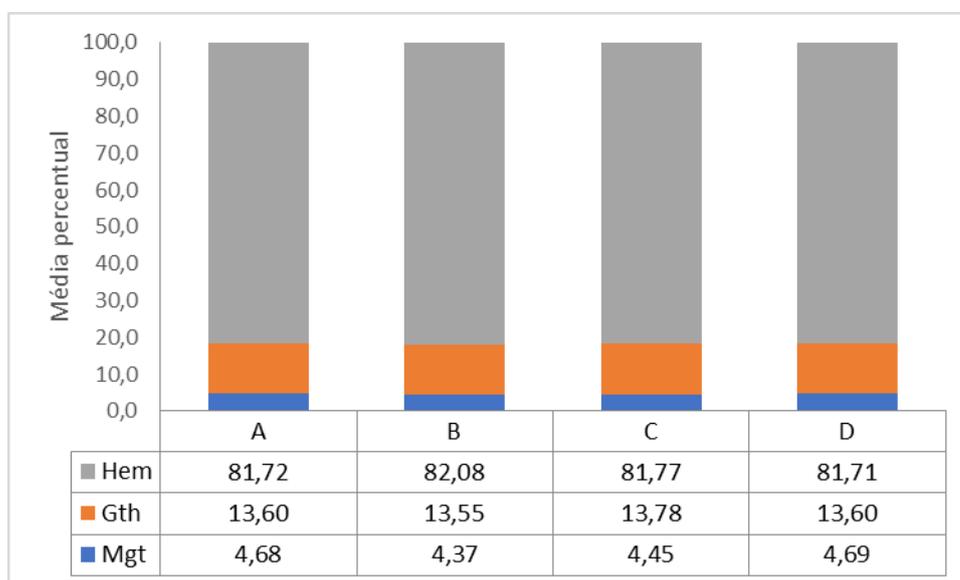


Figura 4 - Médias dos percentuais em área de Mgt, Gth e Hem para cada seleção aleatória.

Os desvios padrões obtidos em cada variável aleatória foram relacionados com seu respectivo grupo j de grãos, considerando as quatro seleções. As figuras 5, 6 e 7 mostram a evolução do desvio padrão quando se aumenta j de 100 até 600 grãos para Mgt, Gth e Hem e

pôde ser observado a partir da linha de tendência inserida em cada uma das figuras respectivamente.

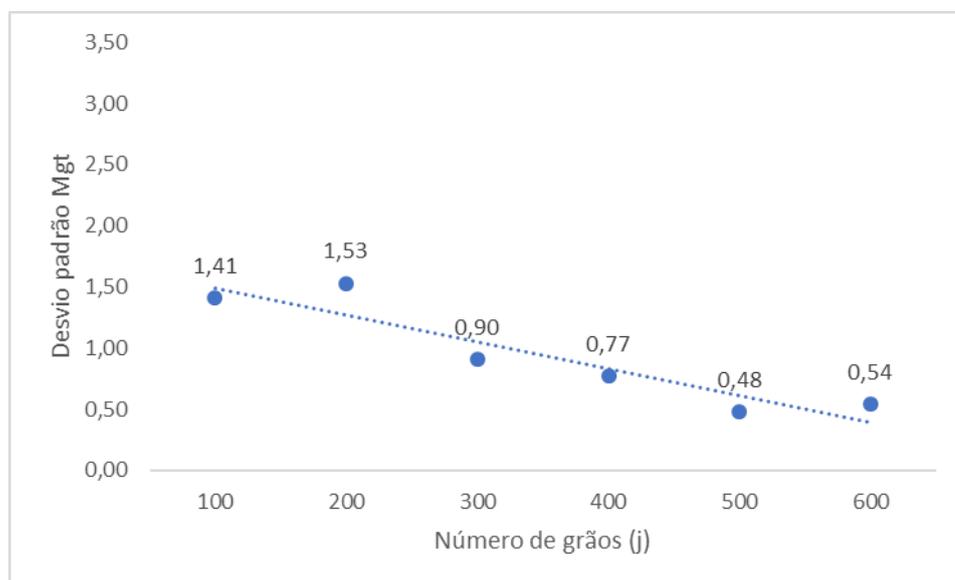


Figura 5 - Gráfico da evolução do desvio padrão da Mgt entre 100 a 600 grãos considerados.

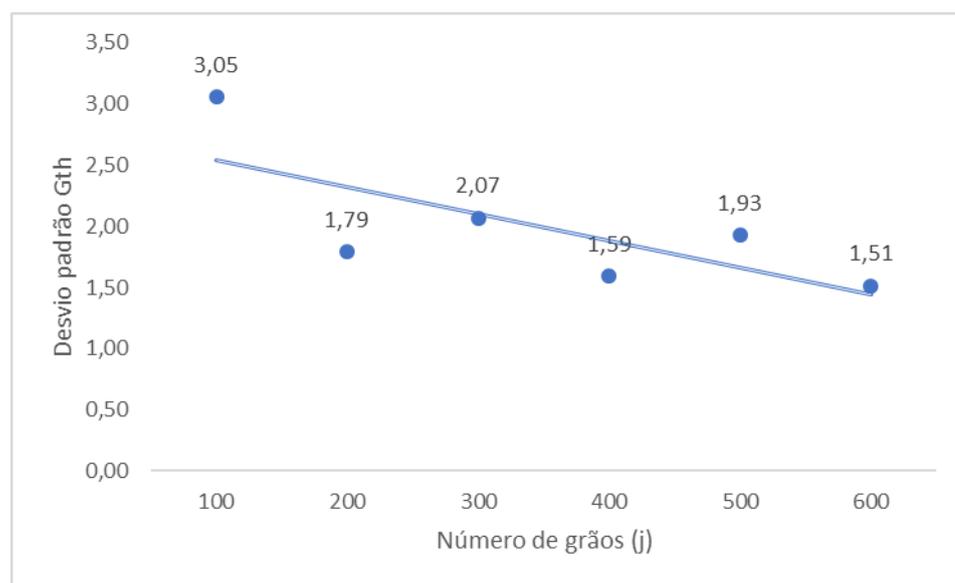


Figura 6 - Gráfico da evolução do desvio padrão da Gth entre 100 a 600 grãos considerados.

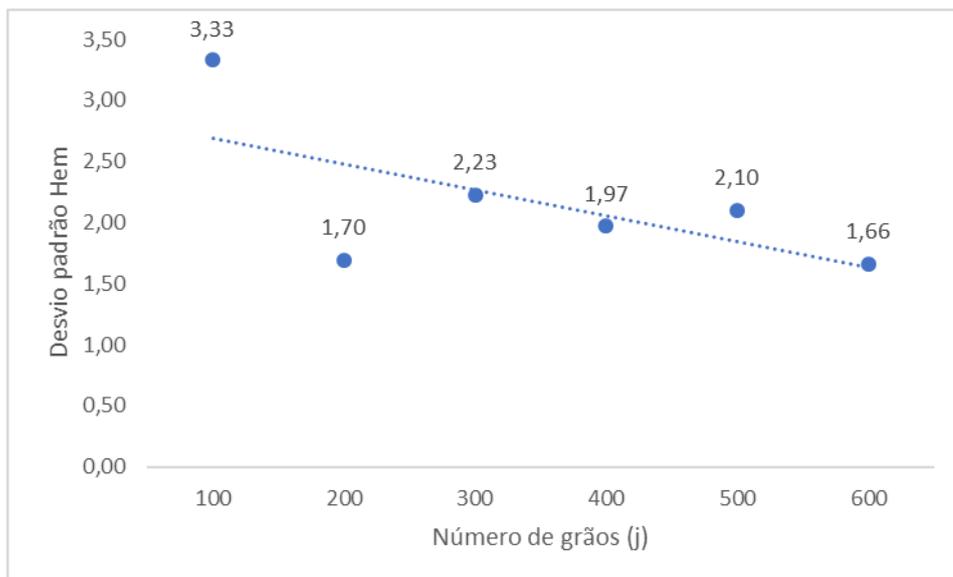


Figura 7 - Gráfico da evolução do desvio padrão da Hem entre 100 a 600 grãos considerados.

Também é de fácil observar que o desvio padrão tem comportamento decrescente em função do aumento do número de grãos considerados. Para Mgt, o desvio padrão mostra estabilidade a partir de 500 grãos considerados. Já para Gth e Hem, a partir de 200 grãos. A diminuição do desvio padrão implica numa menor dispersão dos pontos em torno de μ , o que demonstra resultados mais confiáveis.

A análise de dispersão foi feita para as todas as seleções A, B, C e D. A dispersão de pontos em torno de um valor médio, com intervalos definidos pelo valor desvio padrão e seus múltiplos fornece o nível de confiabilidade do processo. Os gráficos das figuras 8 a 19 representam a dispersão dos pontos correspondentes aos valores obtidos nas contagens de 100 a 600 grãos. Quanto mais próximos os pontos estão da média, representada por μ e considerada como ideal, menor a dispersão e conseqüentemente maior a probabilidade de o resultado do processo estar próximo deste valor. Em sentido oposto, quanto mais afastados os pontos se encontram de μ , maior a incerteza em relação ao resultado do processo.

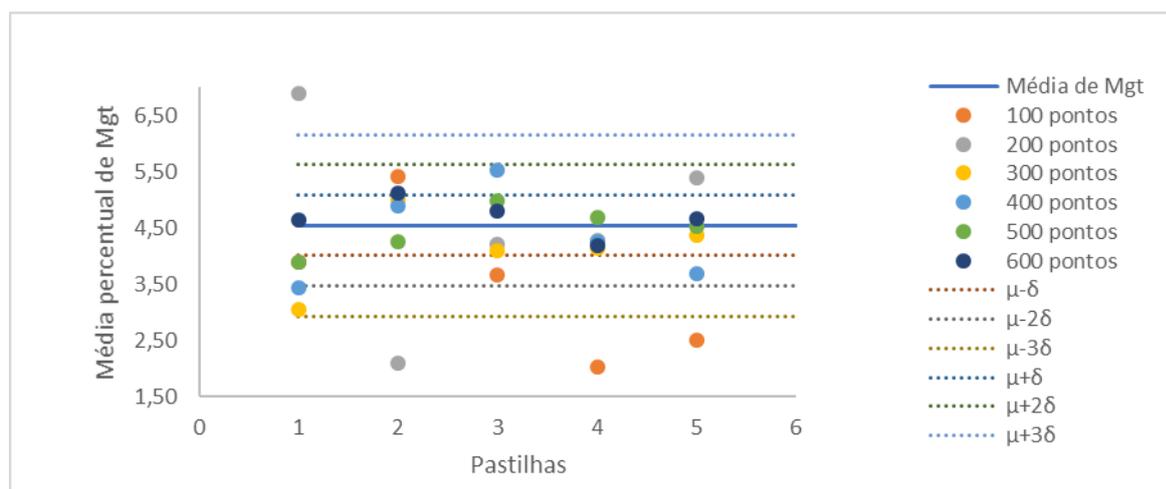


Figura 8 - Gráfico de dispersão dos valores percentuais de Mgt obtidos na seleção de áreas A.

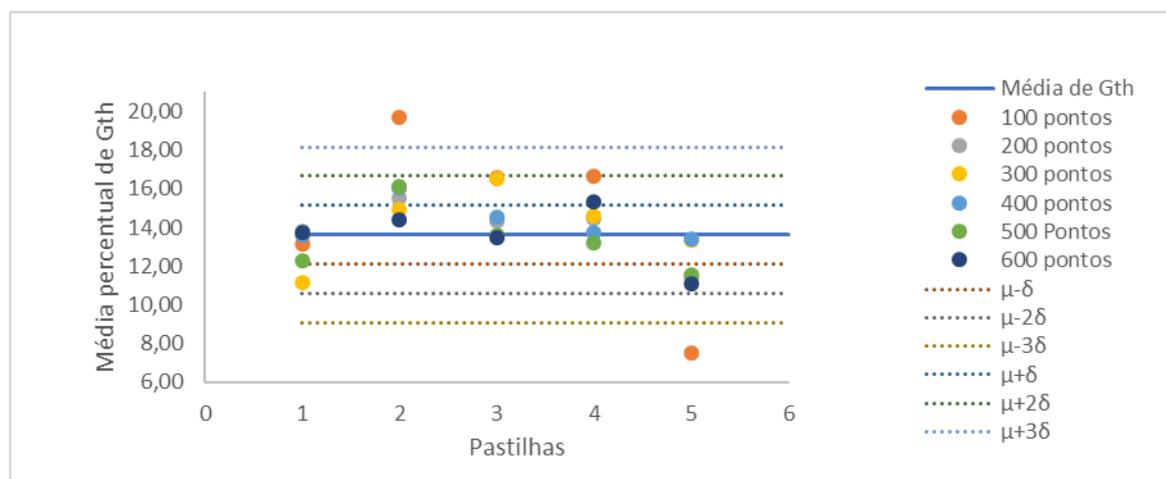


Figura 9 - Gráfico de dispersão dos valores percentuais de Gth obtidos na seleção de áreas A.

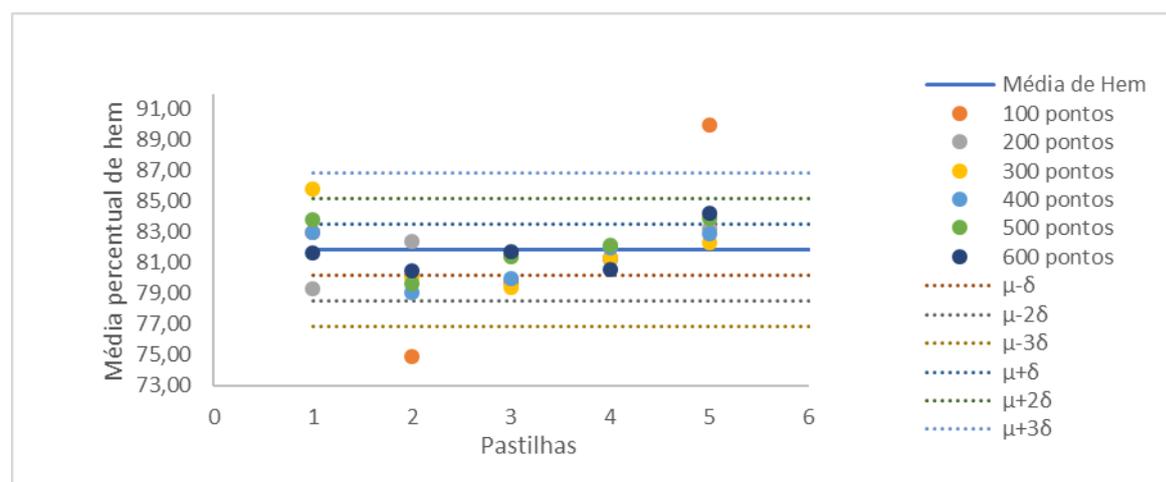


Figura 10 - Gráfico de dispersão dos valores percentuais de Hem obtidos na seleção de áreas A.

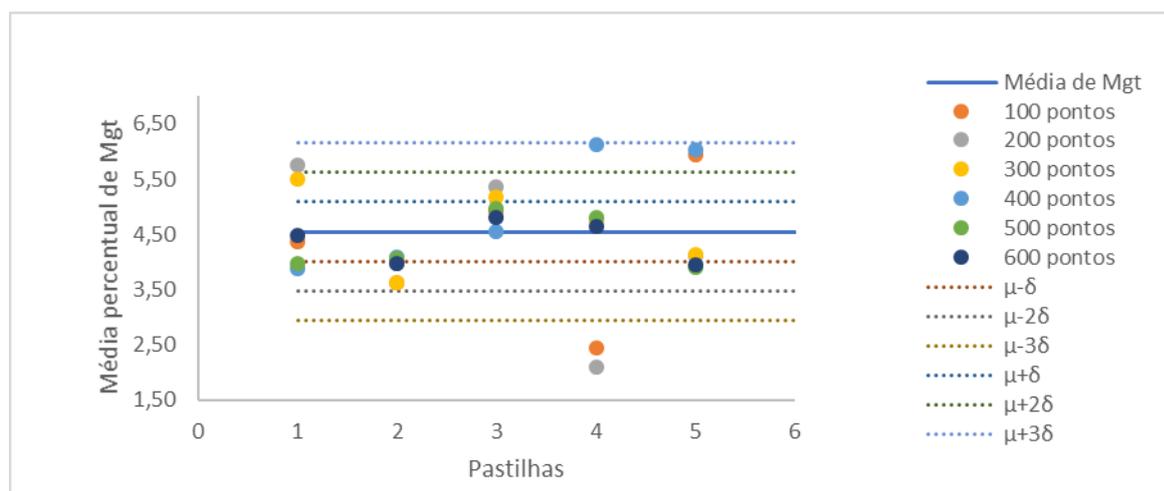


Figura 11 - Gráfico de dispersão dos valores percentuais de Mgt obtidos na seleção de áreas B.

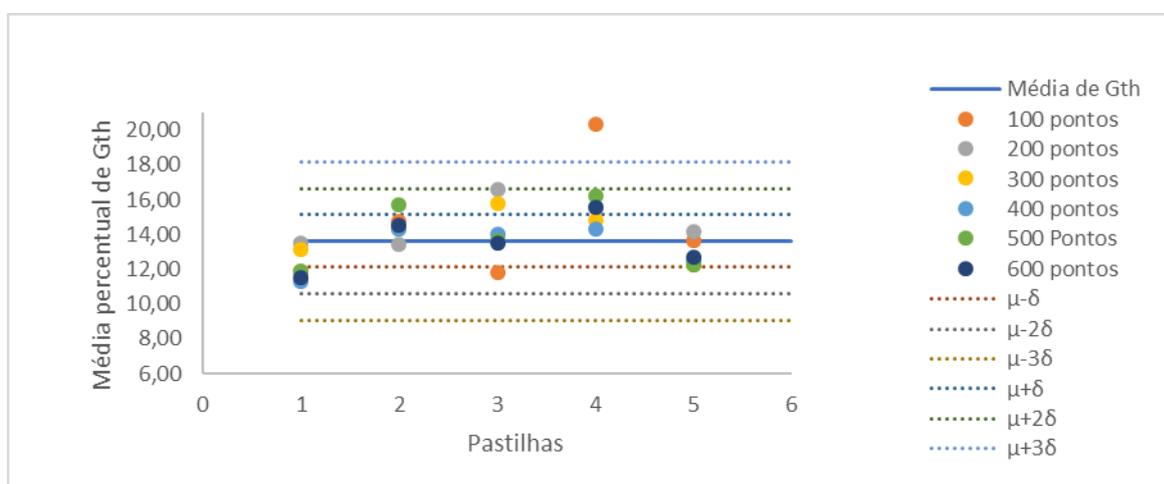


Figura 12 - Gráfico de dispersão dos valores percentuais de Gth obtidos na seleção de áreas B.

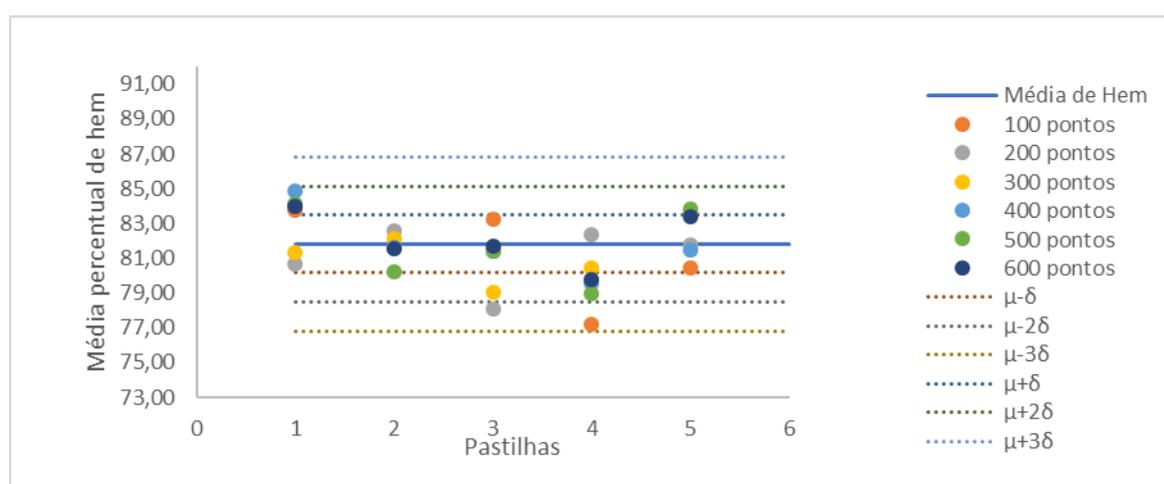


Figura 13 - Gráfico de dispersão dos valores percentuais de Hem obtidos na seleção de áreas B.

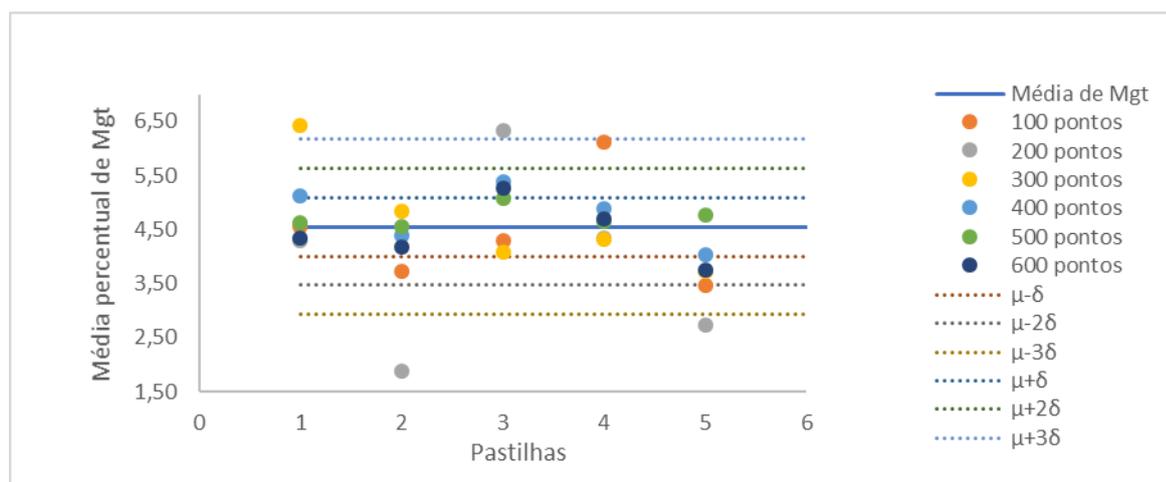


Figura 14 - Gráfico de dispersão dos valores percentuais de Mgt obtidos na seleção de áreas C.

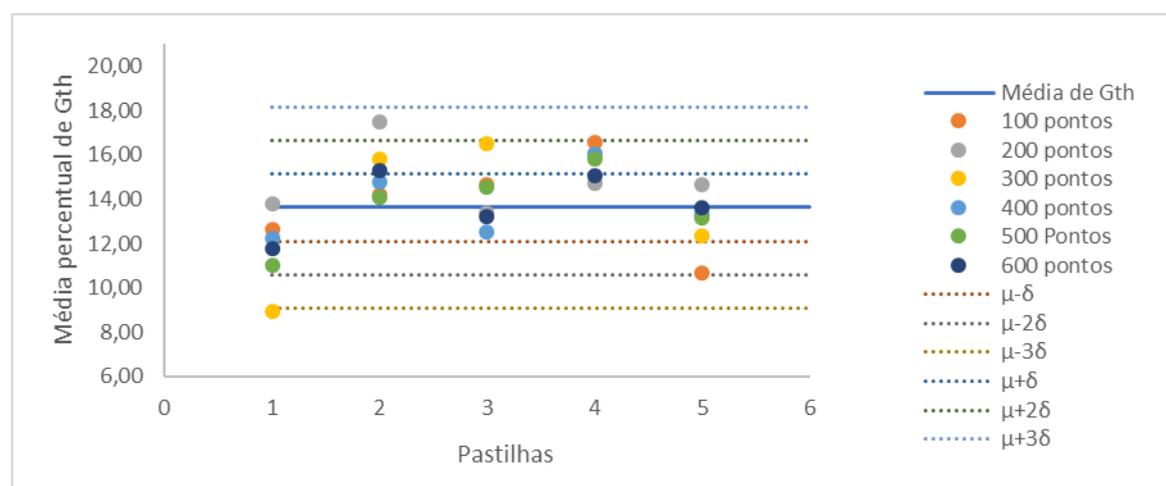


Figura 15 - Gráfico de dispersão dos valores percentuais de Gth obtidos na seleção de áreas C.

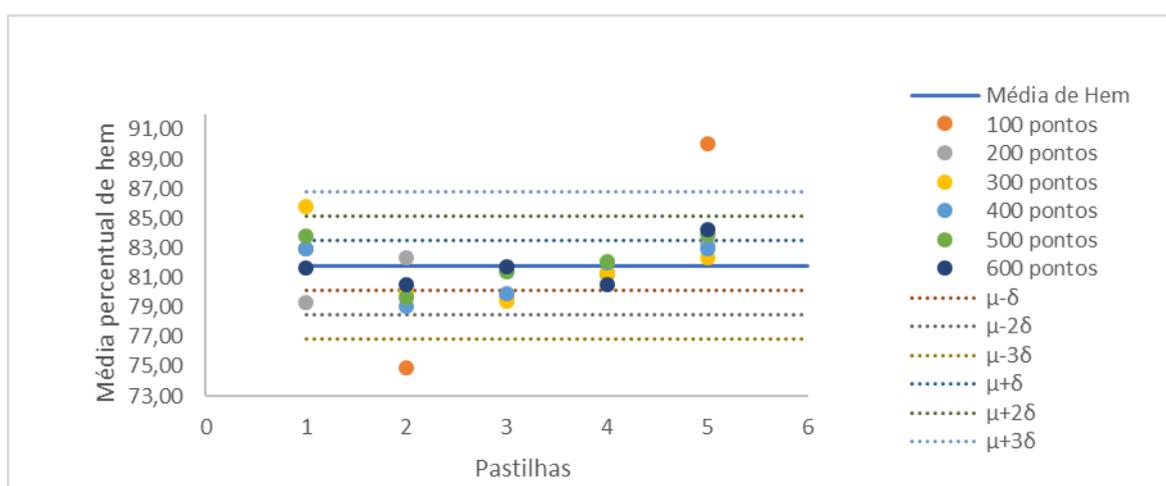


Figura 16 - Gráfico de dispersão dos valores percentuais de Hem obtidos na seleção de áreas C.

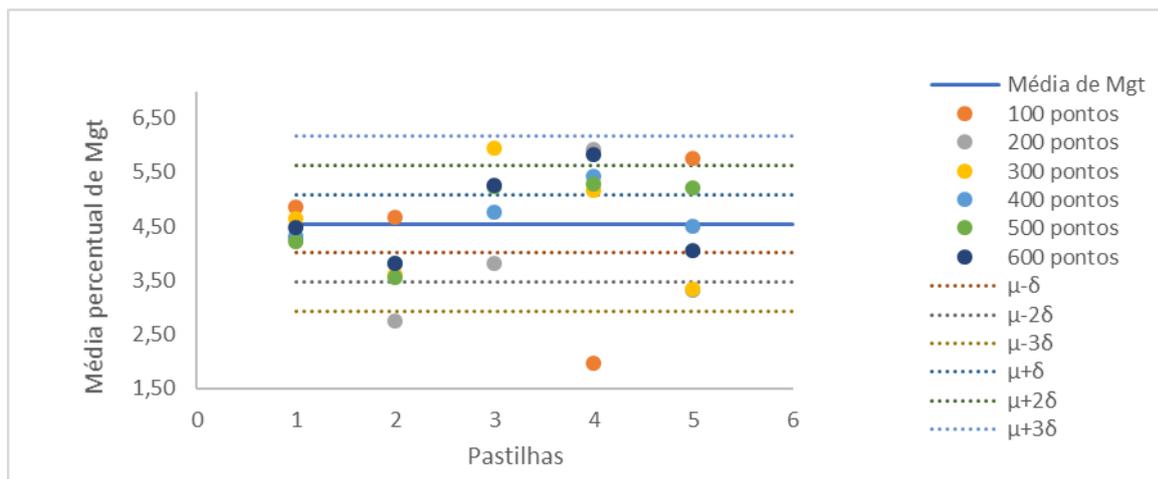


Figura 17 - Gráfico de dispersão dos valores percentuais de Mgt obtidos na seleção de áreas D.

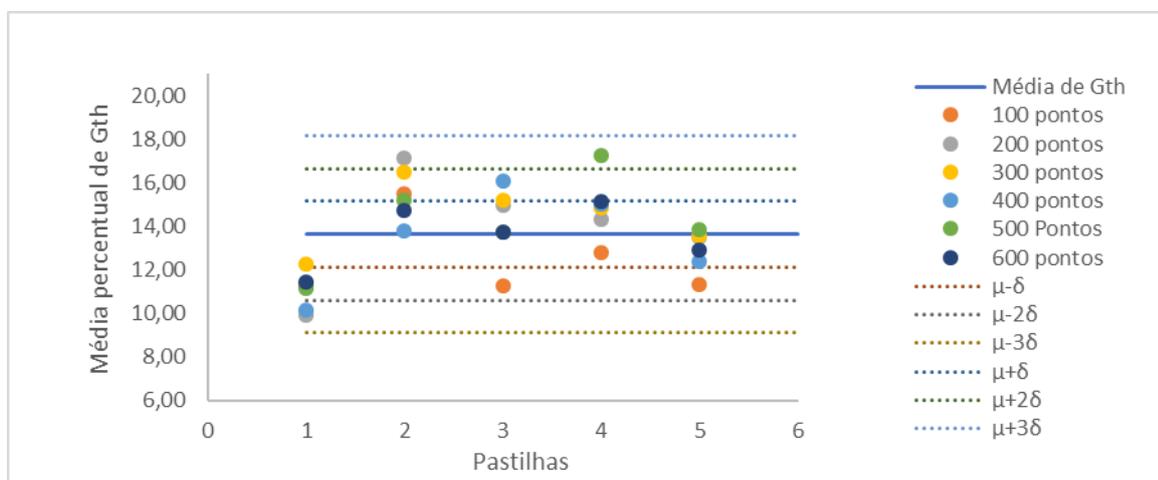


Figura 18 - Gráfico de dispersão dos valores percentuais de Gth obtidos na seleção de áreas D.

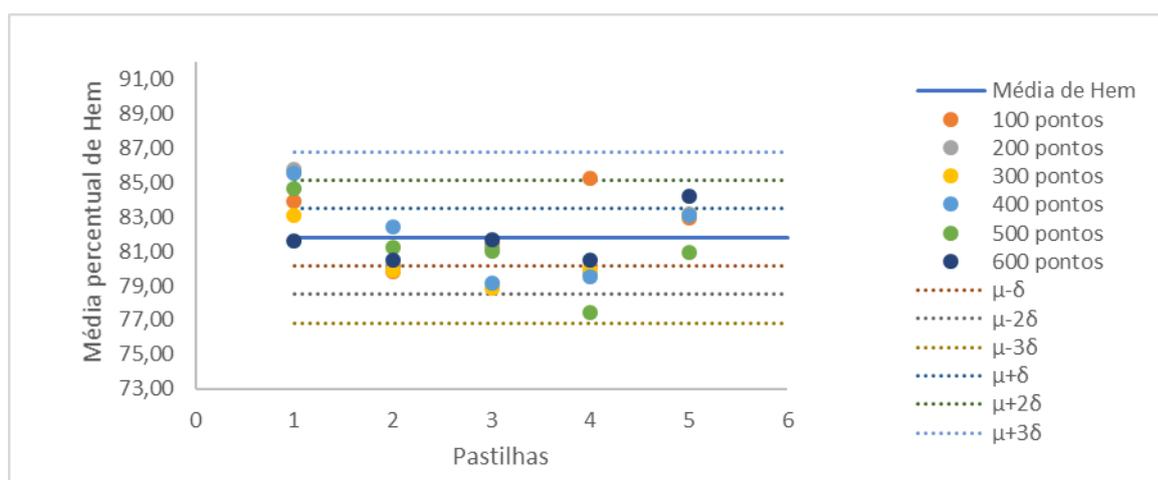


Figura 19 - Gráfico de dispersão dos valores percentuais de Hem obtidos na seleção de áreas D.

A probabilidade de se estimar um valor próximo ou distante do valor médio ideal está diretamente relacionada com o erro de estimativa. Desse modo, os gráficos das figuras 20, 21 e 22 representam o percentual dos valores de cada fase mineral, que estão localizados entre os intervalos relativos à $\pm \sigma$, 2σ e 3σ , e fora deles (*outliers*). A evolução da confiança estatística relativa à técnica aplicada pode ser entendida como a diminuição do erro de estimativa. Como pode ser observado, nas figuras 20, 21 e 22 a concentração de pontos próximos à μ aumenta conforme o número de grãos considerados também aumenta. Por outro lado, os outliers tendem a desaparecer, demonstrando que o processo converge para o valor ideal, à medida que mais grãos são contados.

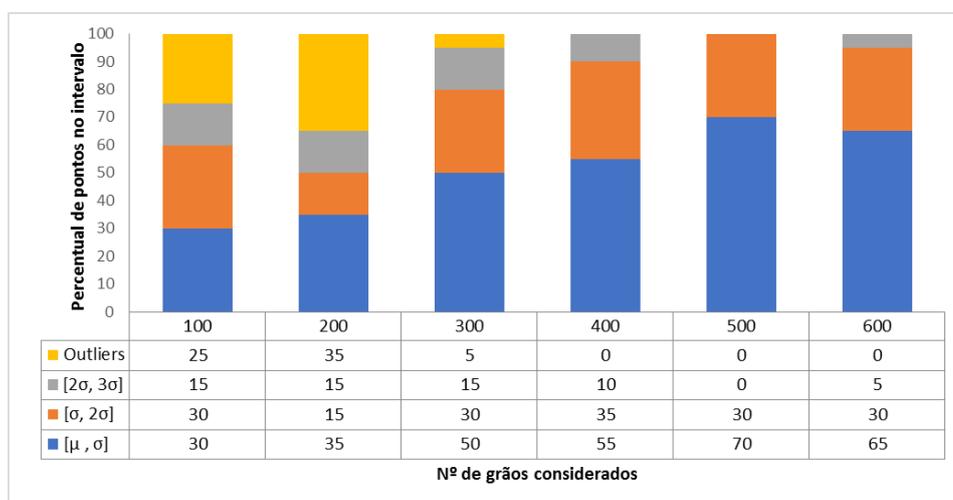


Figura 20 - Gráfico da evolução da confiança estatística em função do número de grãos considerados para a fase mineral Mgt.

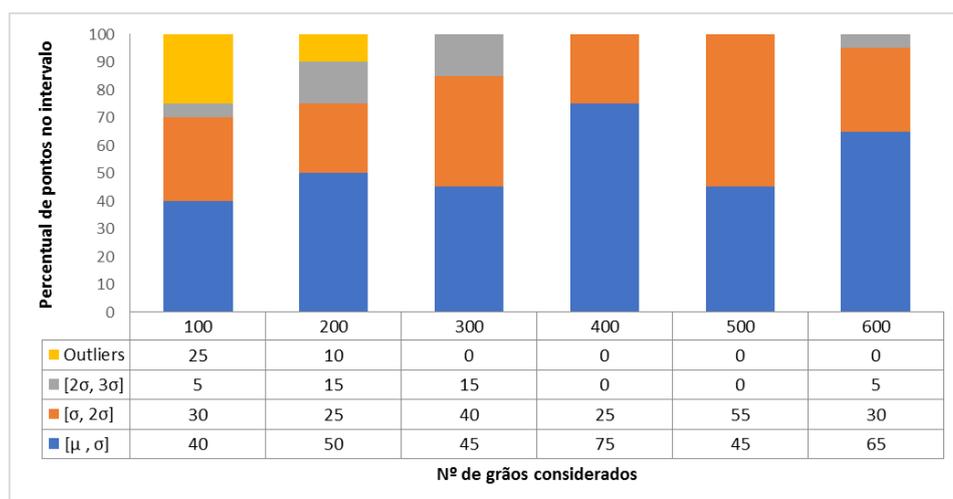


Figura 21 - Gráfico da evolução da confiança estatística em função do número de grãos considerados para a fase mineral Gth.

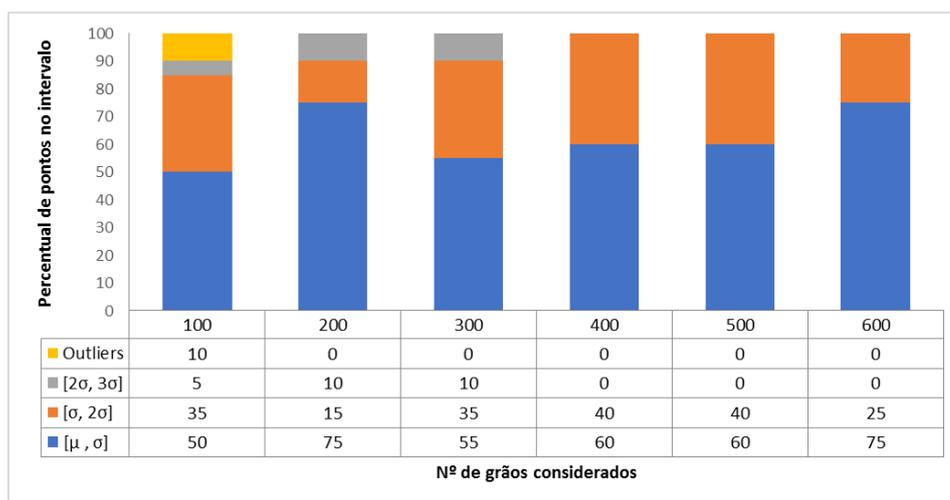


Figura 22 - Evolução da confiança relativa em função do número de grãos considerados para a fase mineral Hem.

A partir dos resultados do teste de *Shapiro-Wilk* no *software* estatístico R (2016), que se encontram no anexo 2, foi possível verificar que as variáveis *m*, *g* e *h* seguem uma distribuição de probabilidade normal. O intervalo de confiança associado ao desvio padrão para uma lei normal pode ser definido na figura 23. Segundo a mesma, pode-se dizer que, se os pontos da dispersão pertencem ao intervalo definido de $\mu - 2\sigma$ até $\mu + 2\sigma$, o resultado do processo possui 95% de confiança. (Montgomery, 2009).

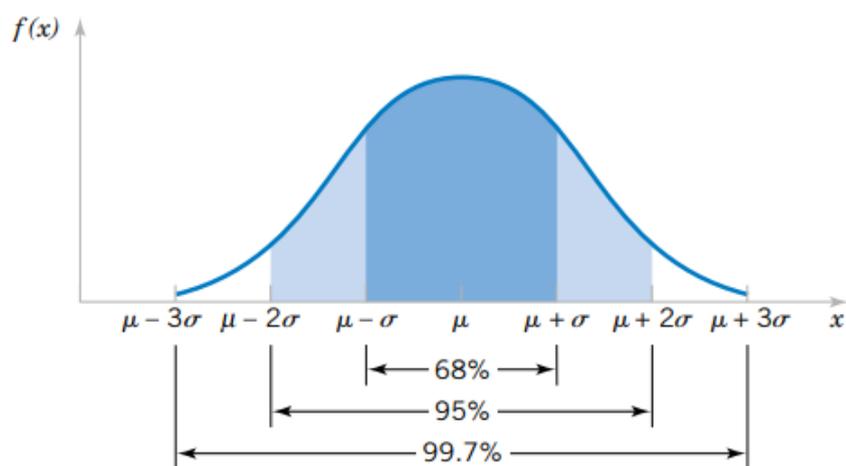


Figura 23 - Intervalo de confiança para uma distribuição normal.

Assim sendo, de acordo os resultados da análise de dispersão, o percentual de pontos que pertencem ao intervalo acima descrito para cada fase mineral mostra que a magnetita, em 500 grãos, possui 70% dos resultados entre μ e 1σ e 30% entre 1σ e 2σ . Além disso, os

outliers desaparecem a partir de 400 grãos. Já em relação à goethita e hematita, para 400 pontos, 60% dos resultados estão entre μ e 1σ e 40% entre μ e 2σ . Os outliers desaparecem a partir de 300 grãos e 200 grãos, respectivamente. Desse modo, ao se realizar uma contagem de óxidos de ferro seguindo a metodologia proposta e realizada nesse trabalho, existe 95 % de probabilidade de estimar um valor para o conteúdo das 3 fases minerais consideradas que estejam no intervalo de até dois desvios padrão.

Embora as fases Gth e Hem terem apresentado 95% de confiança na contagem de 400 grãos, torna-se necessário considerar um mínimo de 500 grãos em função da fase Mgt, que apresentou o mesmo nível de confiança apenas a partir de 500 grãos considerados.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O resultado da contagem de 600 grãos revelou para a fração investigada, +0,045 mm - 0,106 mm, o valor de 4,55 % de Mgt com desvio padrão absoluto de 0,54, 13,68% para Gth com desvio padrão de 1,51 e finalmente 81,82 % para Hem com desvio padrão de 1,66.

O desvio padrão apresentou comportamento decrescente para todas as fases analisadas na medida em que se aumenta de 100 a 600 grãos considerados. Para a Mgt a redução foi de 57,01%, para Gth foi de 80,13% e para Hem de 72,27%.

A partir da análise dos valores de dispersão obtidos a MO para as fases minerais Mgt, Gth e Hem, permitiu sugerir um número mínimo de 500 grãos a serem considerados em uma contagem de fases minerais de ferro para se garantir a confiança estatística de 95 %.

Os resultados obtidos da interpretação estatística são sólidos para amostra considerada, no entanto, é preciso repetir todo o processo utilizando misturas contendo óxidos de ferro provenientes de outras minas. O intuito disso é demonstrar a aplicabilidade do processo a qualquer tipo de minério de ferro.

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AUGUSTO K. S., IGLESIAS J. C. A., DURAND L. D., GOMES O., PIRROTE D., DOMINGUES A. L. A., VIEIRA M. B. and PACIOIRNIK S., Automatic classification of hematite in iron ore. **IN 14th International Congress for Stereology and Image Analysis - Liège**, July 7-10, 2015.

BAYLY, M. B. The sampling error in modal analysis. **American Mineralogist: Journal of Earth and Planetary Materials**, v. 50, n. 1-2, p. 196-211, 1965.

BAKER, L. Effect of goethite on production rate in a traveling grate pellet plant. **Transactions of the American Institute of Mining, Metallurgical and Petroleum Engineers (Society of Mining Engineers)**, v. 254, 1973.

BERUBÉ, M. A.; MARCHAND, J. C. Etudes de liberation des minerais à l'aide d'un analyseur d'images. **Traitement Du Mineral**, v. 76, p. 54-64, 1983.

BERUBÉ, M. A. 'Influence de la composition minéralogique du minerai sur les performances des procedes de broyage et de flottation au concentrateur n. 1 de Mines Gaspé (Murdochville, Québec). **Traitement du Mineral**, v. 77, p. 54-62, 1984.

COGHILL, W. H.; BONARDI, J. P. Approximate quantitative microscopy of pulverized ores. **US Bur. of Mines, Tech. Paper**, v. 211, 1919.

DELESSE, M. A. Procédé mécanique pour déterminer la composition des roches. **CR Acad. Sci. Paris**, v. 25, p. 544-545, 1847.

DWARAPUDI, Srinivas et al. Influence of pellet size on quality and microstructure of iron ore pellets. **ISIJ international**, v. 48, n. 6, p. 768-776, 2008.

GAUDIN A. N., Unusual minerals in flotation products at cananes mill studied quantitavey by microscope. **Engineering and Mining Journal**, p. 135 a 525, 1933.

GERSON L. M., 1938. Correction factors in quantitative microscopic ore analysis. **S. B. Thesis – Mass. Inst. Of Thecnology,**

GLAGOLEV A., Quantitative analysis with the microscope by the Point Method. **Engineering and Mining Journal**, v. 135, p. 399, 1934.

GRAÇA, L. M. Implicações das propriedades mineralógicas e microestruturais do minério de ferro no processo industrial de pelotização. 2015. 178 f. **Tese (Doutorado em Evolução Crustal e Recursos Naturais)** – Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2015.

GRAÇA L. M.; ALAVARENGA, T. F., Mineralogia de Alimentação das Usinas Vale I e II. **In: Seminário Brasileiro de Minério de Ferro**, 10, Ouro Preto, Anais, 2:350-356.

HEAD R. E., A new method of preparing briquetted mineral grains for microscopic analysis., **Bureau of Mines, Reports of Investigations**, p. 2257, United States, 1925.

MILLER, Alfred Norman. **Correction factors in quantitative microscopic analysis of mineral mixtures**. 1939. Tese de Doutorado. Massachusetts Institute of Technology.

MONTGOMERY, Douglas C.; RUNGER, George C.; HUBELE, Norma F. **Engineering statistics**. John Wiley & Sons, 2009.

MURDOCK J., Microscopical determination of the opaque minerals. **John Wiley & Soons**, United States, 1916.

ROANE, Timberley M.; PEPPER, Ian L. Microscopic techniques. In: **Environmental Microbiology**. Academic Press, 2015. p. 177-193

ROSIWAL A., Ein einfacher Ueber geometriache gesteinsanalyse. Ein einfacher heg zur ziffemmssigen feststellung des quantitativserhältnisses – **Der Mineralbestandtheile Gemengter Gesteine Verhanadlungen K.K. Geolodischen reichsanstelt**, p. 143, Wien, 1898

SÁ, Kessel Godinho de; COSTA, Geraldo Magela da; VIEIRA, Cláudio Batista. Efeito da composição mineralógica na resistência à compressão de pelotas de minério de ferro. **Tecnologia em Metalurgia e Materiais**, v.1, n.2, p.18-22. São Paulo. 2004.

TAKEHARA L., Caracterização geometalúrgica dos principais minérios de ferro brasileiros – fração sinter feed. **Tese de Doutorado**, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, p.419 Porto Alegre, 2004

ANEXO 1

Variável m - Seleção A						
i	100	200	300	400	500	600
1	3,89	6,9	3,04	3,43	3,89	4,36
2	5,42	2,10	5,00	4,89	4,25	3,62
j	3	3,66	4,21	4,09	5,52	4,98
4	2,02	4,29	4,14	4,25	4,68	2,45
5	2,50	5,39	4,38	3,68	4,54	5,93
Média	3,50	Área do Gráfico	3	4,35	4,47	4,26
Desvio Padrão	1,33	1,76	0,71	0,86	0,42	1,32
Variância	1,76	3,11	0,50	0,74	0,17	1,73

Tabela 3 - Resultado da construção da variável m. seleção de áreas A.

Variável m - Seleção B						
i	100	200	300	400	500	600
1	4,36	5,76	5,50	3,88	3,97	4,48
2	3,62	3,98	3,61	4,08	4,07	3,96
j	3	4,93	5,36	5,19	4,55	4,98
4	2,45	2,10	4,75	6,12	4,79	4,65
5	5,93	4,10	4,13	6,03	3,89	3,94
Média	4,26	4,26	4,64	4,93	4,34	4,37
Desvio Padrão	1,32	1,44	0,77	Área do Gráfico	1	0,40
Variância	1,73	2,07	0,59	1,15	0,26	0,16

Tabela 4 - Resultado da construção da variável m. seleção de áreas B.

Variável m - Seleção C						
i	100	200	300	400	500	600
1	4,55	4,30	6,42	5,11	4,63	4,33
2	3,73	1,89	4,85	4,39	4,56	4,18
j	3	4,29	6,33	4,09	5,39	5,27
4	6,12	4,33	4,31	4,89	4,65	4,71
5	3,48	2,74	3,73	4,03	4,78	3,75
Média	4,43	3,92	4,68	4,76	4,74	4,45
Desvio Padrão	1,04	1,71	1,05	0,55	0,20	0,57
Variância	1,07	2,91	1,11	0,30	0,04	0,33

Tabela 5 - Resultado da construção da variável m. seleção de áreas C.

Variável m - Seleção D							
i	100	200	300	400	500	600	
1	4,86	4,29	4,65	4,32	4,21	4,48	
2	4,67	2,75	3,61	3,81	3,54	3,81	
j	3	7,35	3,81	5,95	4,76	5,23	5,27
4	1,97	5,91	5,17	5,43	5,29	5,83	
5	5,76	3,31	3,33	4,50	5,20	4,06	
Média	4,92	4,02	4,54	4,57	4,69	4,69	
Desvio Padrão	1,96	1,20	1,09	0,60	0,78	0,84	
Variância	3,85	1,45	1,18	0,36	0,61	0,71	

Tabela 6 - Resultado da construção da variável m seleção de áreas D.

Variável g - Seleção A							
i	100	200	300	400	500	600	
1	13,14	13,79	11,16	13,59	12,27	13,73	
2	19,7	15,54	14,96	16,05	16,10	14,38	
j	3	16,59	14,36	16,51	14,52	13,63	13,48
4	16,67	14,5	14,57	13,75	13,20	15,30	
5	7,5	11,4	13,31	13,4	11,57	11,11	
Média	14,72	13,92	14,10	14,26	13,35	13,60	
Desvio Padrão	4,66	1,54	2,00	1,09	1,73	1,56	
Variância	21,68	2,38	4,01	1,18	3,00	2,43	

Tabela 7 – Resultado da construção da variável g seleção de áreas A.

Variável g - Seleção B							
i	100	200	300	400	500	600	
1	11,86	13,53	13,17	11,26	11,90	11,52	
2	14,73	13,43	14,29	14,28	15,70	14,50	
j	3	11,82	16,58	15,80	14,04	13,63	13,48
4	20,34	15,54	14,83	14,29	16,25	15,54	
5	13,63	14,16	12,23	12,50	12,27	12,70	
Média	14,48	14,65	14,06	13,28	13,95	13,55	
Desvio Padrão	3,50	1,37	1,40	1,35	1,97	1,56	
Variância	12,27	1,87	1,96	1,82	3,86	2,43	

Tabela 8 - Resultado da construção da variável g seleção de áreas B.

Variável g - Seleção C						
i	100	200	300	400	500	600
1	12,63	13,78	8,92	12,22	11,05	11,75
	14,18	17,51	15,80	14,80	14,07	15,30
j	3	14,65	13,42	16,51	12,53	14,56
	4	16,58	14,73	16,05	16,05	15,79
5	10,65	14,68	12,34	13,34	13,14	13,60
Média	13,74	14,82	13,93	13,79	13,72	13,78
Desvio Padrão	2,23	1,60	3,25	1,61	1,77	1,45
Variância	4,97	2,57	10,58	2,59	3,15	2,10

Tabela 9 - Resultado da construção da variável g seleção de áreas C.

Variável g - Seleção D						
i	100	200	300	400	500	600
1	11,25	9,93	12,25	10,12	11,13	11,46
	15,48	17,15	16,49	13,80	15,22	14,74
j	3	11,27	14,99	15,21	16,09	13,74
	4	12,81	14,34	14,85	15,03	17,27
5	11,31	13,50	13,57	12,38	13,83	12,89
Média	12,42	13,98	14,47	13,48	14,24	13,60
Desvio Padrão	1,83	2,64	1,62	2,33	2,25	Área do C
Variância	3,35	6,96	2,63	5,45	5,05	2,22

Tabela 10 - Resultado da construção da variável g seleção de áreas D.

Variável m - Seleção A						
i	100	200	300	400	500	600
1	82,97	79,31	85,8	82,98	83,84	81,64
	74,88	82,37	80,04	79,06	79,65	80,50
3	79,76	81,44	79,40	79,96	81,39	81,71
	4	81,31	81,21	81,29	82	82,12
5	90	83,21	82,31	82,92	83,89	84,23
Média	81,78	81,51	81,77	81,38	82,18	81,72
Desvio Padrão	5,50	1,46	2,52	1,78	1,78	1,52
Variância	30,22	2,14	6,34	3,18	3,17	2,31

Tabela 11 - Resultado da construção da variável h seleção de áreas A.

Variável m - Seleção B						
i	Área do Gráfico	200	300	400	500	600
1	83,78	80,70	81,33	84,86	84,14	84,00
2	81,64	82,59	82,10	81,64	80,23	81,54
3	83,25	78,05	79,01	81,40	81,39	81,71
4	77,21	82,37	80,42	79,59	78,96	79,81
5	80,44	81,74	83,64	81,47	83,84	83,35
Média	81,26	81,09	81,30	81,79	81,71	82,08
Desvio Padrão	2,62	1,85	1,74	1,91	2,25	1,65
Variância	6,89	3,41	3,03	3,63	5,07	2,73

Tabela 12 - Resultado da construção da variável h seleção de áreas B.

Variável m - Seleção C						
i	100	200	300	400	500	600
1	82,83	81,92	84,67	82,67	84,32	83,92
2	82,09	80,60	79,35	80,82	81,37	80,52
3	81,06	80,25	79,40	82,08	80,37	81,53
4	77,30	80,94	79,65	79,06	79,55	80,25
5	85,87	82,59	83,93	82,63	82,08	82,64
Média	81,83	81,26	81,40	81,45	81,54	81,77
Desvio Padrão	3,10	0,97	2,66	1,53	1,83	1,52
Variância	9,63	0,94	7,09	2,35	3,34	2,33

Tabela 13 - Resultado da construção da variável h seleção de áreas C.

Variável m - Seleção D						
i	100	200	300	400	500	600
1	83,89	85,78	83,11	85,56	84,65	84,07
2	79,85	80,10	79,90	82,40	81,24	81,45
3	81,37	81,20	78,84	79,15	81,04	80,99
4	85,22	79,75	79,98	79,54	77,45	79,00
5	82,93	83,18	83,10	83,13	80,97	83,05
Média	82,65	82,00	80,99	81,95	81,07	81,71
Desvio Padrão	2,10	2,50	1,98	2,66	2,55	1,95
Variância	4,42	6,26	3,93	7,06	6,51	3,82

Tabela 14 - Resultado da construção da variável h seleção de áreas D.

ANEXO 2

- Resultados dos testes de *Shapiro-Wilk* no *software* estatístico R (2016)

Hipóteses:

H_0 - Os dados seguem uma distribuição normal.

H_1 - Os dados não seguem uma distribuição normal.

1. *Shapiro-Wilk normality test - Mgt*

data: *med*\$.x[1:5]

$W = 0.87599$, *p-value* = **0.2915**

2. *Shapiro-Wilk normality test - Gth*

data: *med*\$.x[6:10]

$W = 0.92283$, *p-value* = **0.5483**

3. *Shapiro-Wilk normality test - Hem*

data: *med*\$.x[11:15]

$W = 0.87532$, *p-value* = **0.2887**