

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS
DEPARTAMENTO DE COMPUTAÇÃO

LUCAS SILVA DE SENA BASTOS
Orientador: Prof. Dr. Rafael Alves de Bonfim Queiroz

**CONSTRUÇÃO DE MODELOS DE ÁRVORES ARTERIAIS NO
COMPUTADOR USANDO DIFERENTES FUNÇÕES CUSTO**

Ouro Preto, MG
2023

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS
DEPARTAMENTO DE COMPUTAÇÃO

LUCAS SILVA DE SENA BASTOS

**CONSTRUÇÃO DE MODELOS DE ÁRVORES ARTERIAIS NO COMPUTADOR
USANDO DIFERENTES FUNÇÕES CUSTO**

Monografia apresentada ao Curso de Ciência da Computação da Universidade Federal de Ouro Preto como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Bacharel em Ciência da Computação.

Orientador: Prof. Dr. Rafael Alves de Bonfim Queiroz

Ouro Preto, MG
2023

SISBIN - SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO

B327c Bastos, Lucas Silva De Sena.
Construção de modelos de árvores arteriais no computador usando diferentes funções custo. [manuscrito] / Lucas Silva De Sena Bastos. - 2023.
32 f.: il.: color..

Orientador: Prof. Dr. Rafael Alves Bonfim de Queiroz.
Monografia (Bacharelado). Universidade Federal de Ouro Preto.
Instituto de Ciências Exatas e Biológicas. Graduação em Ciência da Computação .

1. Hemodinâmica. 2. Otimização. 3. Árvores arterial.. I. Queiroz, Rafael Alves Bonfim de. II. Universidade Federal de Ouro Preto. III. Título.

CDU 004

Bibliotecário(a) Responsável: Luciana De Oliveira - SIAPE: 1.937.800



FOLHA DE APROVAÇÃO

Lucas Silva de Sena Bastos

Construção de modelos de árvores arteriais no computador usando diferentes funções custo

Monografia apresentada ao Curso de Ciência da Computação da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Ciência da Computação

Aprovada em 21 de Março de 2023.

Membros da banca

Rafael Alves Bonfim de Queiroz (Orientador) - Doutor - Universidade Federal de Ouro Preto
Luiz Cláudio Mesquita de Aquino (Examinador) - Doutor - Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri
Patricia Fonseca de Brito Anjos (Examinadora) - Doutora - CEEFMTI Conde de Linhares

Rafael Alves Bonfim de Queiroz, Orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito na Biblioteca Digital de Trabalhos de Conclusão de Curso da UFOP em 21/03/2023.



Documento assinado eletronicamente por **Rafael Alves Bonfim de Queiroz, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 29/03/2023, às 20:32, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **0493038** e o código CRC **DB4E1363**.

Resumo

Uma das principais motivações para a construção automática de modelos de árvores circulatórias é a impossibilidade de obter dados anatômicos suficientes que permitam uma caracterização detalhada da estrutura geométrica e topológica das redes vasculares periféricas. O objetivo geral deste trabalho é investigar o método CCO considerando uma diferente função custo que é baseada na lei de Poiseuille e no volume intravascular. Foi observado que é importante considerar na geração dos modelos uma função custo que leva em conta uma contribuição do volume intravascular para que seja gerado modelos que representem uma ramificação mais próxima da realidade.

Palavras-chave: Árvores arterial. Otimização. Hemodinâmica computacional.

Abstract

One of the primary motivations for the automatic construction of circulatory tree models is the impossibility of obtaining sufficient anatomical data to allow a detailed characterization of the geometric and topological structure of peripheral vascular networks. The overall objective of this work is to investigate the CCO method considering a different cost function that is based on Poiseuille's law and intravascular volume. It was observed that it is crucial to consider a cost function that evaluates a contribution from the intravascular volume in generating models to generate models that represent a branching closer to reality.

Keywords: Arterial tree. Optimization. Computational hemodynamics.

Lista de Ilustrações

Figura 2.1 – Exemplificando o impacto do controle do grau de assimetria em bifurcações de modelos de árvores arteriais gerados dentro de uma área circular. Fonte: (SCHREINER et al., 1997).	6
Figura 2.2 – Exemplo da determinação das posições de bifurcação. Fonte: (QUEIROZ, 2013).	12
Figura 3.1 – Vascularização de um círculo através de modelos de árvores arteriais gerados com 250 segmentos terminais e função custo dependendo dos seguintes parâmetros: A) $\alpha = 0$ e $\beta = 1$, B) $\alpha = 1$ e $\beta = 1$, C) $\alpha = 1$ e $\beta = 10^{-4}$, D) $\alpha = 1$ e $\beta = 10^{-6}$, E) $\alpha = 1$ e $\beta = 10^{-7}$, F) $\alpha = 1$ e $\beta = 10^{-8}$	17
Figura 3.2 – Vascularização de um círculo através de modelos de árvores arteriais gerados com 1000 segmentos terminais e função custo dependendo dos seguintes parâmetros: A) $\alpha = 0$ e $\beta = 1$, B) $\alpha = 1$ e $\beta = 1$, C) $\alpha = 1$ e $\beta = 10^{-4}$, D) $\alpha = 1$ e $\beta = 10^{-6}$, E) $\alpha = 1$ e $\beta = 10^{-7}$, F) $\alpha = 1$ e $\beta = 10^{-8}$	18
Figura 3.3 – Vascularização de um quadrado através de modelos de árvores arteriais gerados com 250 segmentos terminais e função custo dependendo dos seguintes parâmetros: A) $\alpha = 0$ e $\beta = 1$, B) $\alpha = 1$ e $\beta = 1$, C) $\alpha = 1$ e $\beta = 10^{-4}$, D) $\alpha = 1$ e $\beta = 10^{-6}$, E) $\alpha = 1$ e $\beta = 10^{-7}$, F) $\alpha = 1$ e $\beta = 10^{-8}$	19
Figura 3.4 – Vascularização de um quadrado através de modelos de árvores arteriais gerados com 1000 segmentos terminais e função custo dependendo dos seguintes parâmetros: A) $\alpha = 0$ e $\beta = 1$, B) $\alpha = 1$ e $\beta = 1$, C) $\alpha = 1$ e $\beta = 10^{-4}$, D) $\alpha = 1$ e $\beta = 10^{-6}$, E) $\alpha = 1$ e $\beta = 10^{-7}$, F) $\alpha = 1$ e $\beta = 10^{-8}$	20

Lista de Tabelas

Tabela 3.1 – Parâmetros adotados nas simulações computacionais.	16
---	----

Lista de Abreviaturas e Siglas

CCO	<i>Constrained Constructive Optimization</i>
SCVH	Sistema Cardiovascular Humano
2D	Duas Dimensões
3D	Três Dimensões
dSFMT	<i>Double Precision SIMD-Priented Fast Mersenne Twister</i>
CT	Tomografia Computadorizada
MRI	Imagem de Ressonância Magnética

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Problema abordado	1
1.2	Justificativa	1
1.3	Revisão da literatura	2
1.4	Objetivos	3
1.5	Organização do Trabalho	3
2	Método de construção de modelos otimizados de árvores arteriais	4
2.1	Suposições dos modelos	4
2.1.1	Condições fisiológicas e restrições	5
2.2	Algoritmo para geração dos modelos de árvore arteriais	7
2.2.1	Critério de distância	8
2.2.2	Escala dos raios dos segmentos	9
2.2.3	Otimização geométrica da função custo	11
2.2.4	Interseção de segmento	12
2.2.5	Otimização estrutural	13
2.2.6	Geração aleatória das posições terminais	14
2.3	Proposta de uma nova função custo	14
3	Resultados	16
4	Conclusões e Trabalhos Futuros	21
	Referências	22

1 Introdução

1.1 Problema abordado

Ao definir um modelo hemodinâmico para simulações numéricas ao nível da circulação periférica (arteríolas e capilares) é necessário caracterizar a topologia microscópica dos vasos sanguíneos. Isso foi alcançado com sucesso usando dados obtidos a partir de imagens digitais. Técnicas de visualização recentes também são capazes de fornecer informações valiosas e detalhadas sobre a topologia dos vasos a partir de imagens digitais. No entanto, nenhuma das abordagens acima é atualmente viável ao considerar análises específicas de pacientes e procedimentos médicos de rotina. Além disso, eles não fornecem uma abordagem sistemática para criar vasculatura microscópica detalhada e realista em outros cenários de interesse. Em vez disso, eles fornecem uma topologia específica da estrutura geral da rede vascular real e a atual resolução dos dispositivos médicos de aquisição de imagem (CT, MRI, etc.) não conseguem detectar vasos com diâmetro abaixo de uma fração de milímetros (MÜLLER et al., 2008).

.Dada a relevância científica e o seu impacto social (30% das mortes são devidas a doenças cardiovasculares (BRASIL, 2020)), este trabalho prevê o desenvolvimento de um algoritmo para geração automática de árvore arterial para simular de forma mais realista a área vascular periférica do sistema cardiovascular, do ponto de vista anatômico e hemodinâmico. Claramente, esses modelos detalhados de árvores arteriais são benéficos para estudos de vascularização e simulações hemodinâmicas de regiões vasculares (regiões supridas por mais de uma artéria fonte), sejam órgãos, pele ou músculos.

1.2 Justificativa

A principal motivação para a construção automática do modelo de árvore arterial é a impossibilidade de se ter dados anatômicos suficientes para descrever em detalhes a geometria e topologia da rede vascular periférica nos níveis das arteríolas e capilares. A representação adequada dessas redes é necessária para modelar adequadamente os efeitos do leito periférico na hemodinâmica do sistema arterial humano e explorar as condições hemodinâmicas locais encontradas na circulação periférica. De fato, isso é necessário para que os modelos do sistema cardiovascular possam prever corretamente o significado da estenose e o efeito da intervenção cirúrgica.

A iniciativa de estudar o manejo da assimetria de ramificação na criação de modelos 3D de árvores arteriais se justifica pelo fato de que, segundo (ZAMIR, 1988), as artérias coronárias humanas possuem transporte e suprimento sanguíneo intimamente relacionados ao grau de

assimetria das bifurcações nas quais a pesquisa deste trabalho se concentra. Segmentos de transporte são aqueles que transportam sangue para uma parte distante do tecido. Ao longo do caminho, eles podem causar pouca perda de fluxo através de pequenas ramificações laterais e reduzir o raio entre essas ramificações apenas ligeiramente (ou seja, são ramificações muito assimétricas). Por outro lado, os segmentos de suprimento ramificam-se quase simetricamente (reduzindo muito o raio) e devem suprir as áreas teciduais com sangue.

1.3 Revisão da literatura

A topologia das redes vasculares e a geometria dos vasos do sistema circulatório, particularmente no tocante ao arranjo espacial, não é por acaso, mas seguem algum princípio de otimização.

Murray (1926a) propôs uma geometria ideal para uma ramificação de vasos considerando a restrição de trabalho mínimo. Já se utilizando das ideias de Murray, Thompson e Thompson (1942) mostraram que essa restrição tinha regras qualitativas envolvendo ângulos das bifurcações, que foi comprovado por Zamir (1976). Rosen (1967) considera uma rede vascular ótima dependendo da resistência ao escoamento e do volume do sangue. Há argumentos teóricos que sugerem que o gasto global de energia no sistema circulatório pode ser minimizado se o volume total de sangue é minimizado e, simultaneamente, os raios dos segmentos arteriais em bifurcações seguem uma lei de potência (SHERMAN, 1981). Estas propriedades podem, então, ser incorporadas em modelos de árvores arteriais que simulam não só uma bifurcação, mas uma árvore inteira, e ainda estudar o impacto das diferentes condições de escoamento sobre o desempenho da árvore no transporte do sangue.

Neste contexto, Lefèvre (1983) gerou modelo de vasos pulmonares e investigou a relação direta entre a complexidade de uma árvore vascular e sua eficiência hemodinâmica. Gottlieb (1990) construiu um modelo bidimensional (2D) de crescimento dos vasos e Lefèvre (1983) criaram um modelo também 2D com três propriedades: crescimento, ramificação e anastomose. Porém, nenhum destes modelos vasculares 2D foram gerados baseados em leis fisiológicas e suas estruturas eram muito simplificadas. Schreiner (1993) desenvolveu o método computacional chamado Constrained Constructive Optimization (CCO) que permite gerar árvores arteriais otimizadas de acordo com uma função custo e cujas bifurcações satisfazem uma lei de potência (SHERMAN, 1981). Estes modelos de árvores arteriais gerados pelo método CCO são ramificações binárias de vasos, que podem crescer em diferentes domínios adicionando sucessivamente segmentos terminais. Cada novo segmento terminal é conectado a um local ótimo dentro da árvore preexistente, e a nova bifurcação é otimizada geometricamente. Após cada etapa de adição e otimização, os raios são ajustados para que a árvore atenda às condições fisiológicas de contorno de pressão e fluxo (ZAMIR; CHEE, 1987).()

Brito, Santos e Queiroz (2018) utilizou o CCO para gerar modelos otimizados de árvores

circulatórias, levando em conta algumas características realísticas de artérias coronarianas reais, como perfis de pressão, diâmetro dos vasos e distribuição do ângulo de bifurcação. O objetivo do trabalho foi estudar a influência da função custo na construção desses modelos, utilizando um algoritmo baseado no CCO que leva em conta uma viscosidade sanguínea representada por uma função não linear que reflete o chamado efeito Fåhræus-Lindqvist.

Queiroz e Aquino (2018) construíram um modelo geométrico de árvore arteriovenosa vascular. O algoritmo usa condições fisiológicas para pressão e fluxo, enquanto minimiza o volume intravascular total. O algoritmo é aplicado para construir um modelo geométrico do sistema vascular renal. Os resultados mostram que o modelo tem propriedades morfométricas semelhantes às árvores arteriais e venosas reais.

Anjos, Santos e Queiroz (2022) adaptaram o CCO levando em conta uma função $\gamma(n)$ para o expoente de bifurcação, um raio fixo da artéria de alimentação e uma distribuição de fluxos distintos através dos segmentos terminais. Essas condições consideradas na construção do modelo buscam torná-lo mais próximo das árvores arteriais reais.

1.4 Objetivos

O objetivo geral deste trabalho é investigar o método CCO considerando diferentes funções custo. Objetivos específicos são expressos por:

- Investigar o impacto dos parâmetros da função custo na arquitetura dos modelos de árvores arteriais;
- Construir e visualizar modelos de árvores arteriais.

1.5 Organização do Trabalho

Os demais capítulos são organizados como seguem:

Capítulo 2: apresenta-se o método CCO.

Capítulo 3: mostram-se os modelos gerados pelo método CCO usando uma nova função custo.

Capítulo 4: descrevem-se as conclusões e os próximos passos deste trabalho.

2 Método de construção de modelos otimizados de árvores arteriais

2.1 Suposições dos modelos

Os modelos de árvores arteriais são gerados no contexto do método CCO satisfazendo as suposições abaixo (KARCH et al., 1999; QUEIROZ, 2013; SCHREINER; BUXBAUM, 1993):

(i) O princípio subjacente à construção da topologia das árvores circulatórias é o de minimização da seguinte função

$$V = \pi \sum_{i=1}^{K_{tot}} l_i r_i^2. \quad (2.1)$$

onde r_i é o raio do segmento i , l_i é o comprimento do segmento i , K_{tot} é o número de segmentos na árvore em estágio de crescimento;

(ii) As porções de tecido ou órgãos a serem fornecidos com sangue são modelados por domínios de perfusão convexos 2D ou 3D não necessariamente convexos denotados por V_{perf} ;

(iii) A árvore arterial é representada por uma rede de ramificação binária de tubos rígidos cilíndricos (representando os segmentos de vaso), através dos quais escoo um fluido em regime laminar e estacionário;

(iv) A partir de um único segmento de alimentação (segmento raiz), a árvore sucessivamente bifurca até o nível pré-arteriolar, onde é truncada na forma de segmentos terminais. Tais segmentos fornecem sangue à rede microcirculatória (que não é modelada em detalhe) e a quantidade deles, denotada por N_{term} , é um dado de entrada para o método CCO.

(v) O modelo de árvore deverá preencher o espaço de uma porção de tecido do modo mais uniforme possível;

(vi) O sangue é assumido ser um fluido incompressível, homogêneo e newtoniano;

(vii) A resistência hidrodinâmica R_i de um segmento i da árvore é dada pela lei de Poiseuille (FUNG, 1984) como segue

$$R_i = \left(\frac{8\eta}{\pi} \right) \frac{l_i}{r_i^4}, \quad (2.2)$$

onde η é a viscosidade sanguínea assumida como sendo constante ($\eta = 3.6$ cP). Logo, o fluxo sanguíneo na microcirculação não é modelado em detalhe. A resistência hidrodinâmica reduzida R_i^* do segmento i é definida por:

$$R_i^* = R_i r_i^4. \quad (2.3)$$

A resistência hidrodinâmica reduzida $R_{sub,i}^*$ do segmento i incluindo suas subárvores a esquerda e a direita resulta:

$$R_{sub,i}^* = R_i^* + \left[\frac{(\beta_i^{esq})^4}{R_{esq,i}^*} + \frac{(\beta_i^{dir})^4}{R_{dir,i}^*} \right]^{-1}, \quad (2.4)$$

nos quais $R_{esq,i}^*$ e $R_{dir,i}^*$ são as resistências reduzidas nas subárvores a esquerda e a direita do segmento i ; β_i^{esq} e β_i^{dir} são as razões de bifurcação que caracterizam os raios dos segmentos filhos (r_{esq} , r_{dir}) em relação ao raio do segmento pai (r_i) como segue

$$\beta_i^{esq} = \frac{r_{esq}}{r_i}, \quad (2.5)$$

$$\beta_i^{dir} = \frac{r_{dir}}{r_i},$$

nos quais r_{esq} e r_{dir} correspondem aos raios de entrada na subárvore a esquerda e a direita do segmento i , respectivamente;

(viii) A queda de pressão Δp_s ao longo de cada segmento é dada por

$$\Delta p_s = RQ_s, \quad (2.6)$$

onde Q_s representa o fluxo através do segmento.

2.1.1 Condições fisiológicas e restrições

Em cada estágio do crescimento, o modelo de árvore arterial satisfaz um conjunto de condições de contorno fisiológicas e restrições conforme segue (KARCH et al., 1999; QUEIROZ, 2013):

(i) cada segmento terminal fornece uma quantidade de sangue Q_{term} na região microcirculatória, que não é modelada em detalhe;

(ii) a pressão p_{term} na posição distal de cada segmento terminal é constante e assumida ser a pressão de entrada na região microcirculatória

(iii) a queda de pressão total Δp da árvore é dada por

$$\Delta p = p_{perf} - p_{term}, \quad (2.7)$$

onde p_{perf} denota a pressão de perfusão na posição proximal \mathbf{x}_{prox} do segmento raiz.

(iv) devido ao modo binário de ramificação, uma árvore com N_{term} segmentos terminais tem sempre $K_{tot} = 2N_{term} - 1$ segmentos no total.

(v) em cada bifurcação, os raios do segmento pai (r_i) e dos segmentos filhos (r_{esq} , r_{dir}) obedecem a lei de Murray derivada da análise morfométrica de árvores coronárias reais (ZAMIR; CHEE, 1987; ZAMIR, 1988), a qual é expressa por

$$r_i^\gamma = r_{esq}^\gamma + r_{dir}^\gamma, \quad (2.8)$$

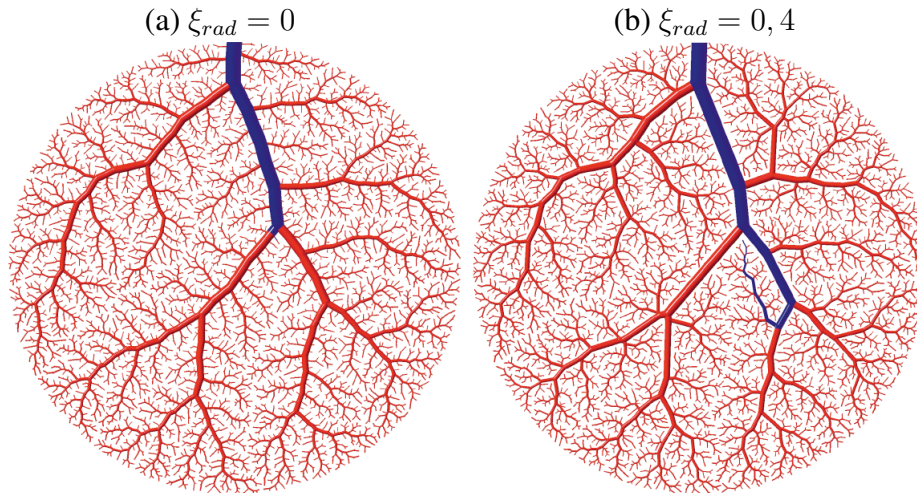


Figura 2.1 – Exemplificando o impacto do controle do grau de assimetria em bifurcações de modelos de árvores arteriais gerados dentro de uma área circular. Fonte: (SCHREINER et al., 1997).

com um expoente $\gamma \in [2.55; 3]$ constante durante a geração do modelo de árvore circulatória. Diferentes valores são adotados para o expoente γ na literatura. A mínima reflexão das ondas de pulso é alcançada com $\gamma = 2.55$ (ARTS et al., 1979). Medidas em corrosão vascular de artérias coronárias humanas indicam que $\gamma = 3$ permite a tensão de cisalhamento uniforme por toda a árvore (RODBARD, 1975; SMAJE; FRASER; CLOUGH, 1980). Por fim, $\gamma = 3$ é uma condição necessária obtida da lei de Murray (SHERMAN, 1981) para o mínimo consumo de energia em um sistema hidrodinâmico composto de tubos sob as hipóteses aqui consideradas.

(vi) O grau de assimetria de uma bifurcação é expressa pelo *índice de simetria* (SCHREINER et al., 1997) dado por

$$\xi_{rad} = \frac{\min\{r_{esq}, r_{dir}\}}{\max\{r_{esq}, r_{dir}\}}, \quad \xi_{rad} \in (0, 1], \quad (2.9)$$

nos quais os operadores min e max retornam o menor e o maior raio dos segmentos filhos, respectivamente. Toda bifurcação criada no modelo de árvore arterial em crescimento é restrita a $\xi_{rad} \geq \xi_{lim}$, no qual ξ_{lim} é um valor pré-definido e mantido constante ao longo da geração da árvore. Bifurcações muito assimétricas são caracterizadas por índices de simetria próximos de zero, enquanto que em bifurcações perfeitamente simétricas o índice de simetria resulta a unidade.

A Figura 2.1 apresenta a influência nas estruturas geométrica e topológica dos modelos de árvores gerados controlando o grau de assimetria. Em cor azul, tem-se um exemplo de um segmento de transporte de sangue, oriundo deste surge outros que tem a função de subministro de sangue, ou seja, o papel de suprir de sangue as regiões do tecido.

2.2 Algoritmo para geração dos modelos de árvore arteriais

Nesta seção, o crescimento do modelo de árvore arterial é apresentado empregando um algoritmo baseado no método CCO (KARCH et al., 1999; QUEIROZ, 2013; SCHREINER; BUXBAUM, 1993). Abaixo segue uma explicação geral sobre a geração da árvore considerando N_{term} segmentos terminais.

Inicialmente, o modelo de árvore com apenas o segmento raiz é gerado dentro de um domínio de perfusão. Em seguida, dentro deste domínio, a posição distal para um novo segmento terminal \mathbf{x}_{inew} é obtida aleatoriamente até que um critério distância (Seção 2.2.1) seja verificado.

Dado que a posição \mathbf{x}_{inew} satisfaz o critério distância, ela é conectada temporariamente nos pontos médios dos segmentos viáveis da árvore (2.2.4). No entanto, a adição de um novo segmento terminal gerando uma bifurcação perturba a distribuição dos fluxos dos segmentos, violando assim a condição de contorno relacionada ao fluxo através do segmento terminal. De modo a restabelecer os fluxos terminais corretos, a resistência hidrodinâmica da árvore deve ser ajustada. À medida que os comprimentos dos segmentos, bem como as pressões de perfusão e terminal são fixas, isto só pode ser conseguido através da modificação dos raios dos segmentos (Seção 2.2.2). A bifurcação criada em cada conexão temporária é otimizada geometricamente (Seção 2.2.3) e o valor da função custo é armazenado, bem como, a posição da bifurcação. Em seguida, a bifurcação é removida e a árvore volta ao estágio anterior da conexão de \mathbf{x}_{inew} . Após a realização da otimização geométrica de todas as conexões temporárias, a bifurcação viável que resultou no menor valor da função custo é encontrada durante o processo denominado otimização estrutural, e torna-se permanente na árvore. Depois disso, o número de terminais K_{term} da árvore é incrementado em uma unidade. Caso K_{term} não seja igual a N_{term} , repete-se o procedimento anteriormente explicado.

A explicação acima é sistematizada no Algoritmo 1. Este algoritmo depende de um critério de distância para determinar a posição de um segmento terminal, do ajuste dos raios dos segmentos durante o crescimento da árvore, da otimização geométrica da função custo, da verificação de interseção de segmentos, da otimização estrutural e da geração aleatória das posições terminais que são explicados na Seções 2.2.1, 2.2.2, 2.2.3, 2.2.4, 2.2.5 e 2.2.6 respectivamente.

Algoritmo 1: Algoritmo para geração de modelos de árvores arteriais 3D.

Dados: V_{perf} , \mathbf{x}_{prox} , Q_{perf} , N_{term} , Δp , γ , ξ_{lim} , $\eta = 3.6$ cP.

- 1 Fixar a posição proximal \mathbf{x}_{prox} do segmento raiz no domínio de perfusão;
repita
 - 2 | Gerar a posição distal \mathbf{x}_{inew} para o segmento raiz dentro do domínio de perfusão;
| Verificar o critério de distância de \mathbf{x}_{inew} em relação à posição proximal da raiz \mathbf{x}_{prox} ;
 - 3 **até** (\mathbf{x}_{inew} ser viável);
 - 4 Conectar \mathbf{x}_{inew} a \mathbf{x}_{prox} (*coloca segmento raiz*); **enquanto** (*não for atingido N_{term}*) **faça**
 - 5 | **repita**
 - 6 | | Gerar a posição distal \mathbf{x}_{inew} do segmento terminal dentro do domínio de perfusão;
| | Verificar o critério de distância de \mathbf{x}_{inew} em relação aos segmentos da árvore;
 - 7 **até** (*critério distância ser satisfeito*);
 - 8 Obter os N_{con} segmentos vizinhos de \mathbf{x}_{inew} viáveis para conexão;
 $j \leftarrow 1$;
 - 9 **enquanto** $j \leq N_{con}$ **faça**
 - 9 | Conectar \mathbf{x}_{inew} no ponto médio \mathbf{x}_{ibif} do segmento j (*cria bifurcação*);
| Otimizar a posição \mathbf{x}_{ibif} da bifurcação (*otimização geométrica*);
| Verificar a viabilidade da bifurcação otimizada (*controle da assimetria da bifurcação*);
| Armazenar o valor da função custo, a posição \mathbf{x}_{ibif} e o resultado da verificação na linha j da *Tabela de Avaliação de Conexão (TAC)*;
| Retornar o estado inicial da árvore antes da conexão (*remove bifurcação*);
| $j \leftarrow j + 1$;
 - 10 Restringir TAC a um subconjunto TAC^v apenas com as conexões viáveis;
se (TAC^v não é um conjunto vazio) **então**
 - 11 | Buscar em TAC^v a conexão ótima denominada j_{opt} (*otimização estrutural*);
| Conectar \mathbf{x}_{inew} ao segmento j_{opt} (*cria bifurcação ótima*);
 - 12 **senão**
 - 13 | Recusar a posição terminal \mathbf{x}_{inew} ;
 - 14 Obter as quantidades calculadas (comprimentos, raios, resistências);
-

2.2.1 Critério de distância

Nesta seção é apresentado um critério de distância para domínios de perfusão 3D (QUEIROZ, 2013) que tem por função verificar a distância de uma posição terminal em relação a outros segmentos da árvore.

Para uma coordenada $\mathbf{x}_{inew} = (x_{inew}, y_{inew}, z_{inew})$ ser posição distal de um novo segmento terminal, a distância crítica d_{crit}^j entre \mathbf{x}_{inew} e cada segmento j ($j = 1, \dots, K_{tot}$) existente na árvore deve ser maior que uma distância limiar adaptativa d_{lim} .

Se $d_{crit}^j < d_{lim}$, então uma nova posição \mathbf{x}_{inew} é gerada aleatoriamente. Este processo aleatório é repetido até no máximo $N_s = 10$ vezes. No caso de nenhuma posição \mathbf{x}_{inew} for aceita, diminui-se a distância limiar em um fator de 0,9 e um novo processo de geração aleatória de pontos é repetido no máximo N_s vezes. O procedimento anterior só termina quando uma localização \mathbf{x}_{inew} satisfazer $d_{crit}^j > d_{lim}$.

Seguem os cálculos das distâncias d_{crit}^j e d_{lim} . Sejam as posições proximal \mathbf{x}_{Pj} e distal \mathbf{x}_{Dj} de um segmento j da árvore. Definem-se os vetores $\mathbf{u} = \mathbf{x}_{Pj} - \mathbf{x}_{Dj}$, $\mathbf{v} = \mathbf{x}_{inew} - \mathbf{x}_{Dj}$ e $\mathbf{w} = \mathbf{x}_{inew} - \mathbf{x}_{Pj}$. Note que $\mathbf{v} = \mathbf{u} + \mathbf{w}$. A projeção do vetor \mathbf{v} em \mathbf{u} é quantificada mediante

$$d_{proj}^{r,j}(\mathbf{x}_{inew}) = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{u}|^2}. \quad (2.10)$$

Se $d_{proj}^{r,j}(\mathbf{x}_{inew}) \in [0, 1]$, então a projeção do vetor \mathbf{v} em \mathbf{u} está ao longo do segmento j . Desta forma, a distância ortogonal é considerada crítica e calculada por

$$d_{crit}^j(\mathbf{x}_{inew}) = \frac{|\mathbf{v} \times \mathbf{w}|}{|\mathbf{u}|}, \quad (2.11)$$

onde “ \times ” denota o produto vetorial, $|\mathbf{v} \times \mathbf{w}|$ é igual a duas vezes a área do triângulo formado pelos vértices localizados em \mathbf{x}_{inew} , \mathbf{x}_{Dj} e \mathbf{x}_{Pj} , e $|\mathbf{u}|$ é o comprimento da base deste triângulo.

Se $d_{proj}^{r,j}(\mathbf{x}_{inew}) \notin [0, 1]$, então a distância mínima entre \mathbf{x}_{inew} e as posições proximal e distal do segmento j é assumida como crítica e calculada deste modo

$$d_{crit}^j(\mathbf{x}_{inew}) = \min\{|\mathbf{v}|, |\mathbf{w}|\}. \quad (2.12)$$

A distância limiar d_{lim} é estabelecida antes de acrescentar um novo segmento terminal por

$$d_{lim} = L_{perf} \sqrt{\frac{\pi}{K_{term}}}, \quad (2.13)$$

onde L_{perf} é o comprimento característico do domínio de perfusão. Por exemplo, L_{perf} é igual ao valor do raio em um domínio de perfusão esférico.

2.2.2 Escala dos raios dos segmentos

As condições de contorno fisiológicas e restrições mencionadas na Seção 2.1.1 são simultaneamente satisfeitas através de uma modificação dos raios dos segmentos da árvore (KARCH et al., 1999; SCHREINER; BUXBAUM, 1993) conforme explicado a seguir.

Em cada bifurcação da árvore, os fluxos através do segmento pai (Q_i) e dos segmentos filhos (Q_{dir} , Q_{esq}) satisfazem a conservação de massa (equação da continuidade)

$$Q_i = Q_{dir} + Q_{esq}, \quad (2.14)$$

e os raios do segmento pai (r_i) e dos segmentos filhos (r_{dir} , r_{esq}) obedecem a lei de potência dada pela equação (2.8).

Combinando as Equações (2.5) e (2.8), podemos expressar as razões de bifurcação com respeito ao segmento i por

$$\beta_i^{dir} = \left[1 + \left(\frac{r_{dir}}{r_{esq}} \right)^{-\gamma} \right]^{-1/\gamma}, \quad (2.15)$$

$$\beta_i^{esq} = \left[1 + \left(\frac{r_{dir}}{r_{esq}} \right)^{\gamma} \right]^{-1/\gamma}.$$

Como a pressão distal de todos os segmentos terminais é constante e igual a p_{term} , a razão entre os fluxos de separação na bifurcação do segmento i é dada por

$$\frac{Q_{dir}}{Q_{esq}} = \frac{R_{sub,esq}}{R_{sub,dir}} = \frac{R_{sub,esq}^*/r_{esq}^4}{R_{sub,dir}^*/r_{dir}^4}, \quad (2.16)$$

nos quais $R_{sub,dir}$ é a resistência hidrodinâmica da árvore cujo segmento inicial é o filho a direita do segmento i , $R_{sub,esq}$ é a resistência hidrodinâmica da árvore cujo segmento inicial é o filho a esquerda do segmento i . Por sua vez, $R_{sub,dir}^* = R_{sub,dir}r_{dir}^4$ e $R_{sub,esq}^* = R_{sub,esq}r_{esq}^4$ são as correspondentes resistências hidrodinâmicas reduzidas.

Da expressão (2.16), segue que a razão entre os raios dos segmentos filhos do segmento i é calculada por

$$\frac{r_{dir}}{r_{esq}} = \left(\frac{Q_{dir}R_{sub,dir}^*}{Q_{esq}R_{sub,esq}^*} \right)^{1/4}. \quad (2.17)$$

Substituindo o resultado deste cálculo em (2.15), garante-se que os fluxos Q_{dir} e Q_{esq} escoem para as subárvores distais a direita e esquerda do segmento i , respectivamente. Por este motivo que o método CCO considera que um raio de um segmento arbitrário i , cujo segmento pai denomina-se p , de uma árvore CCO está escalado quando se determina o parâmetro β_p^i , que corresponde à razão de bifurcação do próprio segmento filho i em relação ao seu segmento pai p . Em particular, o valor absoluto do raio do segmento raiz (r_{iraiz}) é escalado por

$$r_{iraiz} = \left[R_{sub,iraiz}^* \frac{Q_{perf}}{\Delta p} \right]^{1/4}, \quad (2.18)$$

em que Δp é a queda de pressão total na árvore, $R_{sub,iraiz}^*$ é a resistência hidrodinâmica reduzida da árvore que tem por segmento raiz o segmento $iraiz$, isto é, a árvore completa, e Q_{perf} é o fluxo total dado por

$$Q_{perf} = \sum_{j=1}^{K_{term}} Q_{term}^j, \quad (2.19)$$

no qual K_{term} é o número de segmentos terminais presentes na árvore em estágio de crescimento. Quando $K_{term} = 1$, o raio do segmento raiz é obtido por

$$r_{iraiz} = \left[R_{iraiz}^* \frac{Q_{term}}{\Delta p} \right]^{1/4}, \quad (2.20)$$

em que R_{iraiz}^* é a resistência hidrodinâmica reduzida do segmento raiz (o único segmento da árvore).

Dado que somente o raio relativo β_p^i (i, p arbitrários, p pai de i) é considerado na escala da árvore pelo método CCO, não se tem necessidade de armazenar o valor absoluto do raio toda vez que β_p^i é ajustado. Contudo, quando necessário o valor absoluto do raio de um segmento i é calculado como segue

$$r_i = r_{iraiz} \prod_{\substack{j \in \mathcal{J} \\ p \text{ é pai de } j}} \beta_p^j, \quad (2.21)$$

onde \mathcal{J} é o conjunto de índices correspondentes aos segmentos da árvore que permitem realizar o caminho do segmento raiz (*irriz*) ao segmento em questão i . Os raios absolutos dos segmentos são utilizados, por exemplo, no cálculo do volume intravascular da árvore (ver Equação 2.1), função custo que é minimizada durante o crescimento do modelo de árvore circulatória.

2.2.3 Otimização geométrica da função custo

Após conectar um novo segmento terminal a outro segmento existente na árvore, a posição da bifurcação que minimiza a função custo definida na equação (2.1) deve ser encontrada. Isto é realizado alterando a posição da bifurcação através da exploração de um universo finito de possibilidades. Em cada alteração da posição da bifurcação, os raios dos segmentos são recalculados para que as condições de contorno fisiológicas e restrições sejam garantidas.

A posição da bifurcação que conduz ao menor valor da função custo nas árvores geradas pelo CCO pertence ao plano definido pelas posições dos três segmentos envolvidos na bifurcação conforme constatado em (KARCH et al., 1999). Isto está consistente com resultados experimentais reportados para a rede arterial do músculo cardíaco humano (ZAMIR; CHEE, 1986). Dentro deste contexto, abaixo segue uma estratégia proposta por Queiroz (QUEIROZ, 2013) para determinar candidatos a posição da bifurcação.

Suponha que inicialmente a posição $\mathbf{x}_{new} = (x_3, y_3, z_3)$ seja conectada no ponto médio \mathbf{x}_{ibif} do segmento *icon* que possui posições proximal $\mathbf{x}_P = (x_1, y_1, z_1)$ e distal $\mathbf{x}_D = (x_2, y_2, z_2)$. Os pontos \mathbf{x}_P , \mathbf{x}_D , \mathbf{x}_{new} definem o plano de bifurcação (KARCH et al., 1999). A próxima posição a ser escolhida para \mathbf{x}_{ibif} é determinada no interior do triângulo Δ_1 contido no plano de bifurcação (ver Figura 2.2).

Para facilitar a determinação dos candidatos a posição de bifurcação no triângulo Δ_1 , um mapeamento isoparamétrico é adotado. Seja o triângulo Δ_2 com vértices $G_1 = (0, 0)$, $G_2 = (1, 0)$ e $G_3(0, 1)$ no sistema de coordenadas ϵ e η (ver Figura 2.2). Dado um ponto $G = (\epsilon, \eta)$ no triângulo Δ_2 , este ponto é representado como um ponto $\mathbf{x}_{ibif} = (x, y, z)$ no triângulo Δ_1 através do mapeamento dado por

$$\begin{aligned} x &= \sum_{i=1}^3 \psi_i(\epsilon, \eta) x_i, \\ y &= \sum_{i=1}^3 \psi_i(\epsilon, \eta) y_i, \\ z &= \sum_{i=1}^3 \psi_i(\epsilon, \eta) z_i, \end{aligned} \tag{2.22}$$

onde as funções lineares $\psi_i(\epsilon, \eta)$ são dadas por

$$\begin{aligned}\psi_1(\epsilon, \eta) &= 1 - \epsilon - \eta, \\ \psi_2(\epsilon, \eta) &= \epsilon, \\ \psi_3(\epsilon, \eta) &= \eta.\end{aligned}\tag{2.23}$$

Note que os vértices G_1 , G_2 e G_3 do triângulo Δ_2 correspondem aos vértices do triângulo Δ_1 localizados em \mathbf{x}_P , \mathbf{x}_D e \mathbf{x}_{inew} , respectivamente.

Divide-se o triângulo Δ_2 por meio de uma malha regular de pontos com espaçamento $\delta_e = 1/N_e$ nas direções ϵ e η , no qual N_e é o número de divisões pré-definido. Na Figura 2.2, $N_e = 6$. As posições nodais com coordenadas (ϵ, η) desta malha são representadas no triângulo Δ_1 através do mapeamento definido pela (2.22) para serem utilizadas como candidatas a posição de bifurcação $\mathbf{x}_{ibif} = (x, y, z)$.

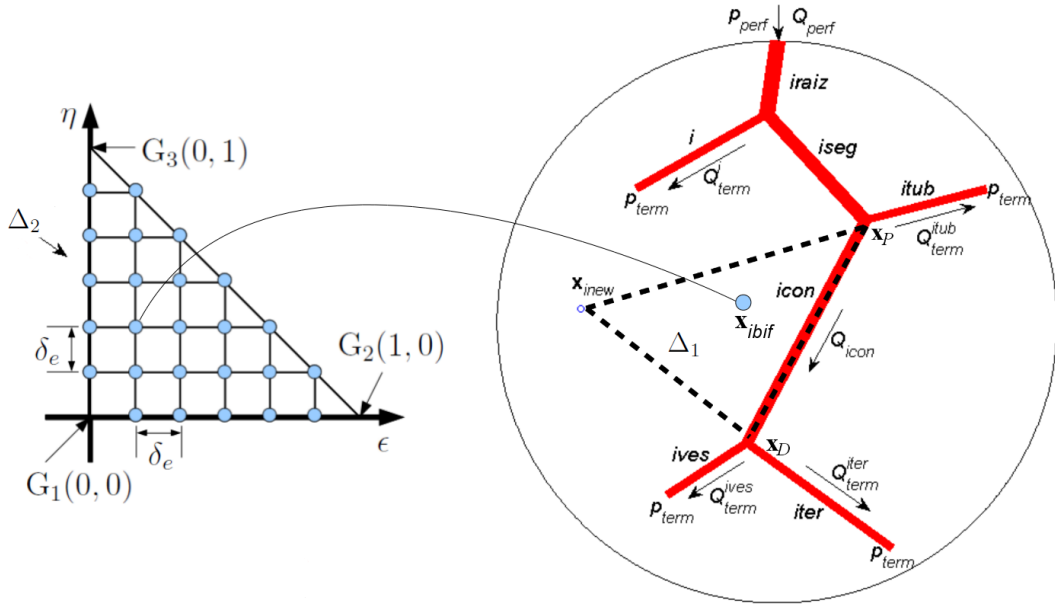


Figura 2.2 – Exemplo da determinação das posições de bifurcação. Fonte: (QUEIROZ, 2013).

Desta forma, a otimização geométrica da bifurcação criada com a conexão de \mathbf{x}_{inew} ao segmento *icon* pode ser realizada como segue. Dadas N_{pts} posições $\mathbf{x}_{ibif} = (x, y, z)$ no triângulo Δ_1 determinadas como explicado acima, cada uma delas é utilizada para criar uma bifurcação temporária. A cada nova bifurcação, a árvore é escalada e a função custo avaliada. Por fim, a posição \mathbf{x}_{ibif} que resultou no menor valor da função custo e resultou em uma bifurcação que atende a restrição de índice mencionada na Seção 2.1.1 é considerada ótima para conectar \mathbf{x}_{inew} ao segmento *icon*.

2.2.4 Interseção de segmento

Ao conectar uma posição a outro segmento existente na árvore para gerar um novo segmento terminal pode ocorrer interseção com outro segmento não envolvido nesta bifurcação.

Além deste caso, durante o processo de otimização geométrica pode também ocorrer interseção com outros segmentos da árvore ao movimentar o ponto de bifurcação. Assim, o Algoritmo 1 necessita de uma estratégia que faça esta verificação.

Geralmente dois segmentos no espaço 3D podem não se interceptar, mas estarem relativamente muito próximos. Assim sendo, no caso 3D, emprega-se o menor segmento que conecta os dois segmentos, o qual é único e é frequentemente considerado para fins de critérios de interseção nesse caso (O'ROURKE et al., 1998).

Dados dois segmentos: m com coordenadas proximal $\mathbf{x}_{Pm} = (x_1, y_1, z_1)$ e distal $\mathbf{x}_{Dm} = (x_2, y_2, z_2)$, e n com coordenadas proximal $\mathbf{x}_{Pn} = (x_3, y_3, z_3)$ e distal $\mathbf{x}_{Dn} = (x_4, y_4, z_4)$. As equações dos segmentos m e n são dadas, respectivamente, por

$$\mathbf{x}_m = \mathbf{x}_{Pm} + t_m(\mathbf{x}_{Dm} - \mathbf{x}_{Pm}), \quad t_m \in [0, 1], \quad (2.24)$$

$$\mathbf{x}_n = \mathbf{x}_{Pn} + t_n(\mathbf{x}_{Dn} - \mathbf{x}_{Pn}), \quad t_n \in [0, 1].$$

O menor segmento que conecta dois outros segmentos 3D é perpendicular a ambos. Desta forma, a interseção entre eles acontece se satisfazem as seguintes identidades

$$\begin{aligned} (\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_n) \cdot (\mathbf{x}_{Dm} - \mathbf{x}_{Pm}) &= 0, \\ (\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_n) \cdot (\mathbf{x}_{Dn} - \mathbf{x}_{Pn}) &= 0, \end{aligned} \quad (2.25)$$

o qual pode ser reescrito em coordenadas Cartesianas (x, y, z) por (O'ROURKE et al., 1998):

$$\begin{aligned} d_{1321} + t_m d_{2121} - t_n d_{4321} &= 0, \\ d_{1343} + t_m d_{4321} - t_n d_{4343} &= 0, \end{aligned} \quad (2.26)$$

nos quais $d_{abcd} = (x_a - x_b)(x_c - x_d) + (y_a - y_b)(y_c - y_d) + (z_a - z_b)(z_c - z_d)$, e os coeficientes t_m e t_n são dados por

$$\begin{aligned} t_m &= \frac{d_{1343}d_{4321} - d_{1321}d_{4343}}{d_{2121}d_{4343} - d_{4321}d_{4321}}, \\ t_n &= \frac{d_{1343} + t_m d_{4321}}{d_{4343}}. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Como indicado em (O'ROURKE et al., 1998), não ocorre a interseção entre os segmentos m e n em três situações: (i) $d_{2121} < \epsilon$, em que ϵ é uma tolerância (por exemplo, $\epsilon = 10^{-5}$); (ii) $d_{4321} < \epsilon$; (iii) $(d_{2121}d_{4343} - d_{4321}d_{4321}) < \epsilon$.

2.2.5 Otimização estrutural

A otimização estrutural busca tornar permanente um conexão temporária (QUEIROZ, 2013), entre todas as N_{con} , que retornou o menor valor da função de custo (2.1). A conexão ótima

é encontrada ao pesquisar em TAC e procurar apenas as conexões viáveis, gerando o subconjunto TAC^v . Agora em TAC^v descobrimos qual a conexão temporária j_{opt} que resultou no menor valor da função custo, e que se corresponde com a denominada posição ótima x_{opt} , no caso do subconjunto estar vazio deve se procurar uma nova posição terminal x_{inew} . Logo em posse da nova conexão ótima conectamos o ponto x_{inew} ao segmento j_{opt} da árvore, assim a conexão é realizada em x_{opt} e não no ponto medio da bifurcação.

2.2.6 Geração aleatória das posições terminais

O crescimento do modelo de árvore via CCO depende de um gerador de números pseudoaleatórios para produzir as posições terminais, ou seja, as posições distais dos segmentos terminais (QUEIROZ, 2013). Os números pseudoaleatórios são utilizados para determinar as posições distais de x_{inew} .

O gratuito dSFMT (*double precision SIMD-oriented Fast Mersenne Twister*) (SAITO; MATSUMOTO, 2009) é utilizado para retornar valores entre 0 e 1 seguindo uma distribuição uniforme. Através deste valor (Θ), emprega-se transformação em coordenadas polares para determinar um coordenada de um ponto (x_{inew}, y_{inew}) dentro de um círculo, por exemplo. Segue a transformação para um círculo de raio r_{sup} e centro na origem do sistema cartesiano:

$$\begin{aligned} x_{inew} &= r_{sup} \cos(\Theta) \\ y_{inew} &= r_{sup} \sin(\Theta) \end{aligned} \quad (2.28)$$

Para gerar pontos em um quadrado de lado $2a$ e centro na origem $(0,0)$, basta realizar uma transformação linear para mapear $(\Theta \in [0, 1])$ entre $x_{inew} \in [-a, a]$ e $y_{inew} \in [-a, a]$,

2.3 Proposta de uma nova função custo

Neste trabalho, pretende-se investigar o método CCO considerando a minimização da seguinte função custo associada ao trabalho total simplificado envolvido na circulação sanguínea em uma artéria (MURRAY, 1926b):

$$E = \sum_{i=1}^{K_{tot}} \left(\alpha \frac{8\eta l_i Q_i^2}{\pi r_i^4} + \beta \pi l_i r_i^2 \right), \quad (2.29)$$

onde r_i é o raio do segmento i , l_i é o comprimento do segmento i , K_{tot} é o número de segmentos na árvore em estágio de crescimento, η é a viscosidade sanguínea e Q_i representa o fluxo através do segmento i . O termo que multiplica alfa está relacionado a queda de pressão $\Delta p_i = RQ_i$ (ver equação 2.6) multiplicado pelo fluxo Q_i , onde R é a resistência calculada pela lei de Poiseuille (ver equação 2.2).

Para $\alpha = 0$, a função custo (2.29), torna-se dependente apenas do volume intravascular (2.1). Para $\beta = 0$, tem-se a predominância do termo associado a lei de Poiseuille na função custo.

Na função custo (2.29), salienta-se que parâmetro α é adimensional e o parâmetro β tem as seguintes unidades no sistema internacional: [kg m/s³].

3 Resultados

Neste capítulo, apresentam-se modelos de árvores arteriais dentro de duas regiões convexas: círculo e quadrado. O objetivo aqui é mostrar que é possível construir os modelos utilizando a função custo (2.29).

O Algoritmo 1 utilizado nas simulações foi implementado na linguagem de programação C. Para efeitos de visualização dos modelos de árvores gerados por tal algoritmo, adotou-se o programa de visualização chamado *Paraview* que é gratuito.

Os parâmetros adotados nas simulações são apresentados na Tabela 3.1, cujos valores hemodinâmicos são obtidos de Schreiner (1993). Consideram-se o expoente de bifurcação (γ) e viscosidade sanguínea (η) constantes durante a simulação. Além disso, o fluxo através do segmento terminal é constante e igual a Q_{perf}/N_{term} .

Parâmetro	Descrição	Valor
N_{term}	número de segmentos terminais	250 e 1000
$A_{perf} [cm^2]$	área da região de perfusão	78,85
$Q_{perf} [mL/min.]$	fluxo de perfusão	500
$P_{perf} [mmHg]$	pressão de perfusão	100
$P_{term} [mmHg]$	pressão terminal	60
γ	expoente de bifurcação	3
$\eta [cP]$	viscosidade sanguínea	3,6
α	escalar associado à função custo (2.29)	0; 1
$\beta [kg m/s^3]$	escalar atrelado à função custo (2.29)	1; 10^{-4} ; 10^{-6} ; 10^{-7} , 10^{-8}

Tabela 3.1 – Parâmetros adotados nas simulações computacionais.

Para investigar a função custo, foram também utilizados diferentes parâmetros α e β da função custo. Para tanto, fixou-se também a semente do gerador pseudoaleatório que possibilita a obtenção das posições distais dos segmentos terminais.

As Figuras 3.1, 3.2, 3.3 e 3.4 apresentam os modelos gerados pelo algoritmo CCO considerando a nova função custo. Nota-se que a medida que o parâmetro β diminui, a estrutura geométrica do modelo altera-se e, em geral, afeta o ângulo e tamanho dos segmentos terminais envolvidos em uma bifurcação.

Observa-se também nas figuras mencionadas anteriormente que ao empregar a função custo com $\alpha = 0$ e $\beta = 1$ foi obtido o mesmo modelo de árvore que ao utilizar $\alpha = 1$ e $\beta = 1$. Isto ocorreu, pois a magnitude (peso) do termo associado ao volume intravascular é mais preponderante na função custo (2.29).

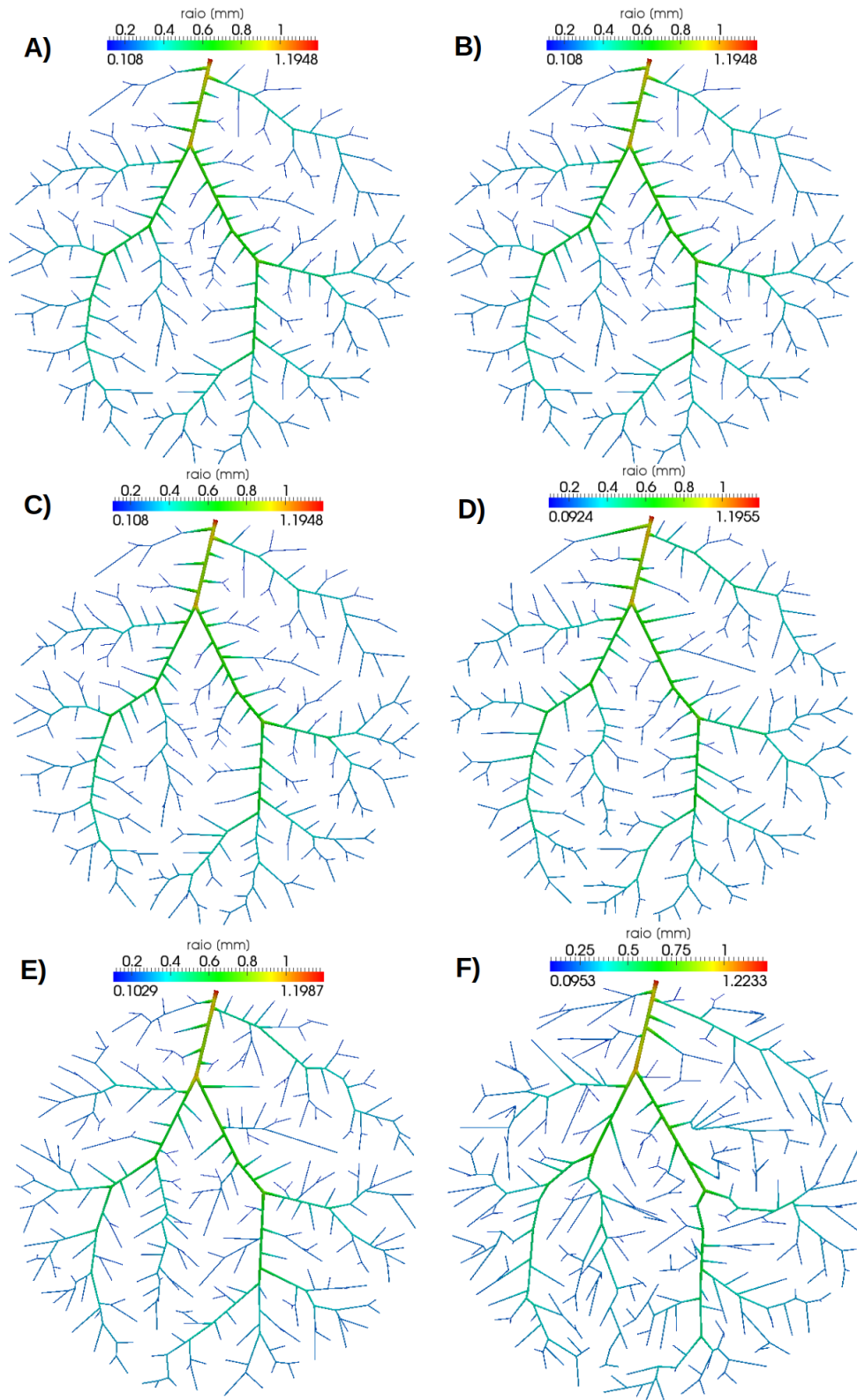


Figura 3.1 – Vascularização de um círculo através de modelos de árvores arteriais gerados com 250 segmentos terminais e função custo dependendo dos seguintes parâmetros: A) $\alpha = 0$ e $\beta = 1$, B) $\alpha = 1$ e $\beta = 1$, C) $\alpha = 1$ e $\beta = 10^{-4}$, D) $\alpha = 1$ e $\beta = 10^{-6}$, E) $\alpha = 1$ e $\beta = 10^{-7}$, F) $\alpha = 1$ e $\beta = 10^{-8}$.

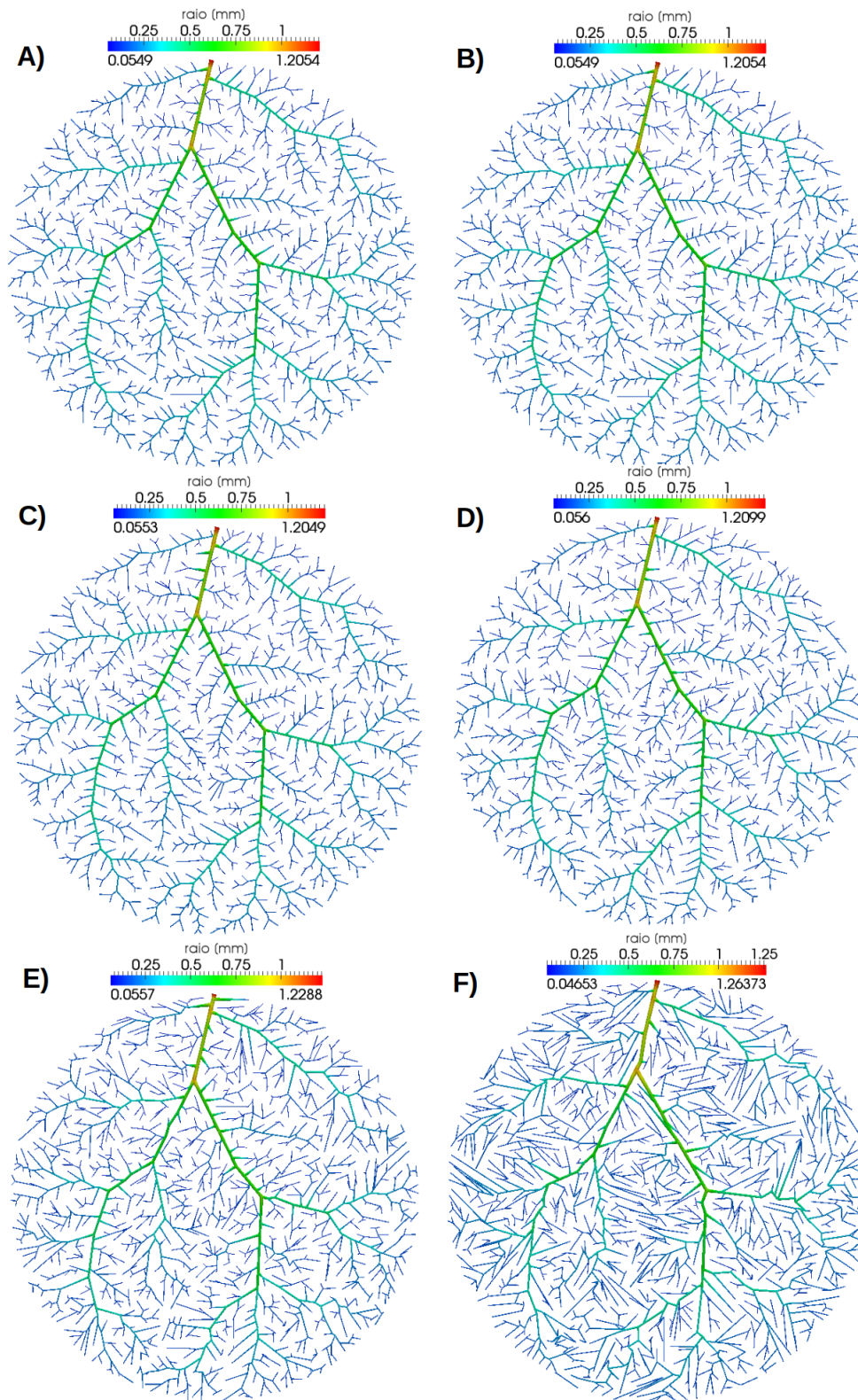


Figura 3.2 – Vascularização de um círculo através de modelos de árvores arteriais gerados com 1000 segmentos terminais e função custo dependendo dos seguintes parâmetros: A) $\alpha = 0$ e $\beta = 1$, B) $\alpha = 1$ e $\beta = 1$, C) $\alpha = 1$ e $\beta = 10^{-4}$, D) $\alpha = 1$ e $\beta = 10^{-6}$, E) $\alpha = 1$ e $\beta = 10^{-7}$, F) $\alpha = 1$ e $\beta = 10^{-8}$.

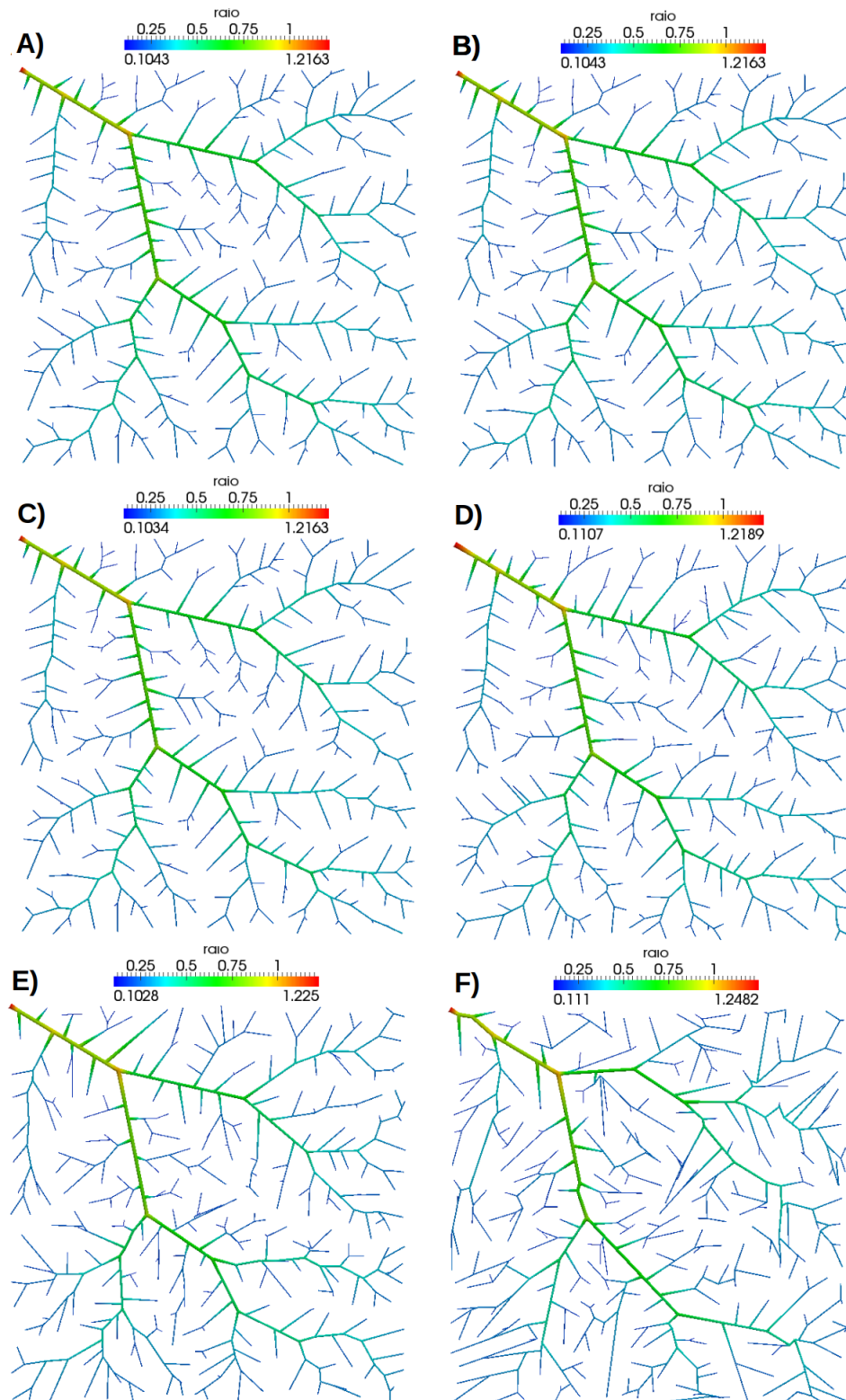


Figura 3.3 – Vascularização de um quadrado através de modelos de árvores arteriais gerados com 250 segmentos terminais e função custo dependendo dos seguintes parâmetros: A) $\alpha = 0$ e $\beta = 1$, B) $\alpha = 1$ e $\beta = 1$, C) $\alpha = 1$ e $\beta = 10^{-4}$, D) $\alpha = 1$ e $\beta = 10^{-6}$, E) $\alpha = 1$ e $\beta = 10^{-7}$, F) $\alpha = 1$ e $\beta = 10^{-8}$.

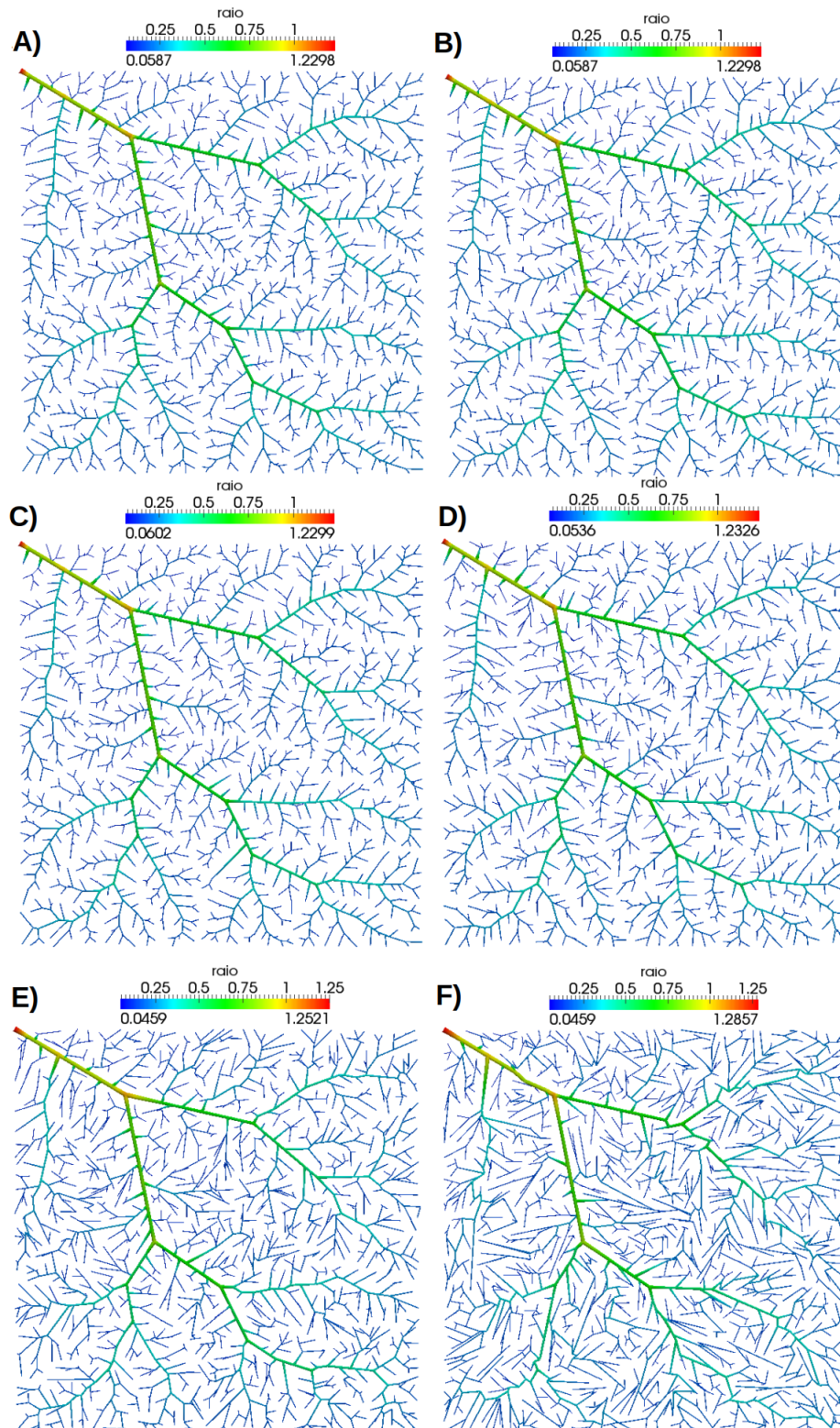


Figura 3.4 – Vascularização de um quadrado através de modelos de árvores arteriais gerados com 1000 segmentos terminais e função custo dependendo dos seguintes parâmetros: A) $\alpha = 0$ e $\beta = 1$, B) $\alpha = 1$ e $\beta = 1$, C) $\alpha = 1$ e $\beta = 10^{-4}$, D) $\alpha = 1$ e $\beta = 10^{-6}$, E) $\alpha = 1$ e $\beta = 10^{-7}$, F) $\alpha = 1$ e $\beta = 10^{-8}$.

4 Conclusões e Trabalhos Futuros

Neste trabalho, o método CCO foi simulado com uma diferente função custo, que não depende exclusivamente do volume intravascular. Durante as simulações realizadas, foi possível concluir que é importante considerar na geração dos modelos uma função custo que leva em conta uma contribuição do volume intravascular para que seja gerado modelos que representem uma ramificação mais próxima da realidade.

Como trabalhos futuros, pretendem-se:

- Analisar propriedades morfométricas dos modelos: ângulo de bifurcação e diâmetros dos segmentos;
- Realizar simulações hemodinâmicas com os modelos geométricos gerados.

Referências

- ANJOS, P. F. B.; SANTOS, R. W. dos; QUEIROZ, R. A. de. Um algoritmo baseado em otimização para construção de modelos de árvores arteriais com nexo em hemodinâmica computacional. In: SBC. *Anais Estendidos do XXII Simpósio Brasileiro de Computação Aplicada à Saúde*. [S.l.], 2022. p. 7–12.
- ARTS, T.; KRUGER, R.; GERVEN, W. V.; LAMBREGTS, J.; RENEMAN, R. Propagation velocity and reflection of pressure waves in the canine coronary artery. *American Journal of Physiology-Heart and Circulatory Physiology*, American Physiological Society Bethesda, MD, v. 237, n. 4, p. H469–H474, 1979.
- BRASIL. Ministério da Saúde. Banco de dados do Sistema Único de Saúde-DATASUS. 2020. Disponível em: <<http://www.datasus.gov.br>>.
- BRITO, P. F. de; SANTOS, R. W. dos; QUEIROZ, R. A. de. Influência da escolha da função custo na construção de modelos de árvores arteriais considerando o efeito fahraeus-lindqvist. *Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics*, v. 6, n. 1, 2018.
- FUNG, Y. Biodynamics: Circulation. *Biodynamics: Circulation*, Springer-Verlag, 1984.
- GOTTLIEB, M. Modelling blood vessels: A deterministic method with fractal structure based on physiological rules. In: [1990] *Proceedings of the Twelfth Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society*. [S.l.: s.n.], 1990. p. 1386–1387.
- KARCH, R.; NEUMANN, F.; NEUMANN, M.; SCHREINER, W. A three-dimensional model for arterial tree representation, generated by constrained constructive optimization. *Computers in biology and medicine*, Elsevier, v. 29, n. 1, p. 19–38, 1999.
- LEFÈVRE, J. Teleonomical optimization of a fractal model of the pulmonary arterial bed. *Journal of theoretical biology*, Elsevier, v. 102, n. 2, p. 225–248, 1983.
- MÜLLER, B.; LANG, S.; DOMINIETTO, M.; RUDIN, M.; SCHULZ, G.; DEYHLE, H.; GERMANN, M.; PFEIFFER, F.; DAVID, C.; WEITKAMP, T. High-resolution tomographic imaging of microvessels. In: STOCK, S. R. (Ed.). *Developments in X-Ray Tomography VI*. [S.l.]: SPIE, 2008. v. 7078, p. 70780B.
- MURRAY, C. D. The physiological principle of minimum work applied to the angle of branching of arteries. *The Journal of general physiology*, The Rockefeller University Press, v. 9, n. 6, p. 835, 1926.
- MURRAY, C. D. The physiological principle of minimum work: I. the vascular system and the cost of blood volume. *Proc. Natl. Acad. Sci USA*, v. 12, n. 3, p. 207–214, 1926.
- O'ROURKE, J. et al. *Computational geometry in C*. [S.l.]: Cambridge university press, 1998.
- QUEIROZ, R. A. B. *Construção automática de modelos de árvores circulatórias e suas aplicações em hemodinâmica computacional*. Tese (Doutorado) — Laboratório Nacional de Computação Científica, 2013.

- QUEIROZ, R. A. de; AQUINO, L. C. de. Automatic construction of vascular arteriovenous tree geometric model. *Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics*, v. 6, n. 2, 2018.
- RODBARD, S. Vascular caliber. *Cardiology*, Karger Publishers, v. 60, n. 1, p. 4–49, 1975.
- ROSEN, R. *Optimality principles in biology*. [S.l.]: Butterworth, 1967.
- SAITO, M.; MATSUMOTO, M. A prng specialized in double precision floating point numbers using an affine transition. In: ECUYER, P. L.; OWEN, A. B. (Ed.). *Monte Carlo and Quasi-Monte Carlo Methods 2008*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2009. p. 589–602.
- SCHREINER, W. Computer generation of complex arterial tree models. *Journal of biomedical engineering*, Elsevier, v. 15, n. 2, p. 148–150, 1993.
- SCHREINER, W.; BUXBAUM, P. F. Computer-optimization of vascular trees. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, IEEE, v. 40, n. 5, p. 482–491, 1993.
- SCHREINER, W.; NEUMANN, F.; NEUMANN, M.; KARCH, R.; END, A.; ROEDLER, S. M. Limited bifurcation asymmetry in coronary arterial tree models generated by constrained constructive optimization. *The Journal of general physiology*, The Rockefeller University Press, v. 109, n. 2, p. 129–140, 1997.
- SHERMAN, T. F. On connecting large vessels to small. the meaning of murray's law. *The Journal of general physiology*, v. 78, n. 4, p. 431–453, 1981.
- SMAJE, L.; FRASER, P.; CLOUGH, G. The distensibility of single capillaries and venules in the cat mesentery. *Microvascular research*, Elsevier, v. 20, n. 3, p. 358–370, 1980.
- THOMPSON, D. W.; THOMPSON, D. W. *On growth and form*. [S.l.]: Cambridge university press Cambridge, 1942. v. 2.
- ZAMIR, M. Optimality principles in arterial branching. *Journal of Theoretical Biology*, Elsevier, v. 62, n. 1, p. 227–251, 1976.
- ZAMIR, M. Distributing and delivering vessels of the human heart. *The Journal of general physiology*, p. 725–735, 1988.
- ZAMIR, M.; CHEE, H. Branching characteristics of human coronary arteries. *Canadian journal of physiology and pharmacology*, NRC Research Press Ottawa, Canada, v. 64, n. 6, p. 661–668, 1986.
- ZAMIR, M.; CHEE, H. Segment analysis of human coronary arteries. *Journal of Vascular Research*, Karger Publishers, v. 24, n. 1-2, p. 76–84, 1987.