

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS
DEPARTAMENTO DE COMPUTAÇÃO

SULEIMANE DUCURE
Orientador: Prof. Dr. Vander Luis de Souza Freitas

**A CORRESPONDÊNCIA ENTRE A ESTRUTURA DA REDE DE
MOBILIDADE E OS CASOS DE COVID-19 NO BRASIL**

Ouro Preto, MG
2023

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS
DEPARTAMENTO DE COMPUTAÇÃO

SULEIMANE DUCURE

**A CORRESPONDÊNCIA ENTRE A ESTRUTURA DA REDE DE MOBILIDADE E OS
CASOS DE COVID-19 NO BRASIL**

Monografia apresentada ao Curso de Ciência da Computação da Universidade Federal de Ouro Preto como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Bacharel em Ciência da Computação.

Orientador: Prof. Dr. Vander Luis de Souza Freitas

Ouro Preto, MG
2023



FOLHA DE APROVAÇÃO

Suleimane Ducure

A correspondência entre a estrutura da rede de mobilidade e os casos de COVID-19 no Brasil

Monografia apresentada ao Curso de Ciência da Computação da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Ciência da Computação

Aprovada em 6 de Fevereiro de 2024

Membros da banca:

Vander Luís de Souza Freitas (Orientador) - Doutor - Universidade Federal de Ouro Preto
Sammuel Ramos da Silva (Examinador) - Bacharel - Universidade Federal de Ouro Preto
Leonardo Bacelar Lima Santos (Examinador) - Doutor - Centro Nacional de Monitoramento e Alertas de Desastres Naturais

Vander Luís de Souza Freitas, Orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito na Biblioteca Digital de Trabalhos de Conclusão de Curso da UFOP em 6/02/2024.



Documento assinado eletronicamente por **Vander Luis de Souza Freitas, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 16/02/2024, às 16:01, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **0665647** e o código CRC **E9642378**.

Dedico este trabalho ao meu saudoso irmão, que foi um dos meus maiores mentores. Sua partida precoce deixou uma lacuna, mas seu legado continua a inspirar-me diariamente.

Agradecimentos

Agradeço imensamente a "Allah"(Deus) pela saúde e facilidade que me concedeu até chegar nesta fase. Expresso meus sinceros agradecimentos à senhora Salimato e ao senhor Quissima, que são meus pais, aos meus irmãos e à minha tia, senhora Sofia, pelo apoio e pela força que sempre me proporcionaram nesta jornada.

Quero dedicar meus agradecimentos especiais ao meu orientador, o Professor Dr. Vander L. S. Freitas, a pessoa que desempenhou um papel significativo em minha graduação.

Agradeço imensamente a Julia Claudia Santos, a mãe que Maceió-AL me proporcionou. Expresso minha gratidão à família Camargo de Santa Bárbara-MG, que me acolheu como membro da família. Em especial, agradeço a dona Selma e a Douglas Augusto (Korage), que tornaram para mim uma avó e um irmão, presentes que Minas Gerais me presenteou.

Meus agradecimentos se estendem também a todas as pessoas que sempre estiveram ao meu lado, aquelas que direta e indiretamente contribuíram para esta jornada. Pessoas como Edgar, Zico, Ulilé, Suleimane (Matcho), Jussara, Mariana, Estefanio, entre outros, pela companhia e apoio ao longo desse percurso.

Resumo

Com o propósito de investigar a relação entre a mobilidade das pessoas e os casos de COVID-19 no Brasil, este estudo busca aplicar abordagens de redes complexas para modelar e ilustrar a importância das redes de mobilidade na propagação de epidemias, como a COVID-19. Uma compreensão profunda desse fenômeno é crucial para a tomada de decisões no enfrentamento de epidemias similares. Foram utilizados dados de mobilidade aérea (referentes a 2019), fluvial e terrestre (ambos de 2016) do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), juntamente com dados de casos de COVID-19 (de fevereiro de 2020 a maio de 2021) do Ministério da Saúde do Brasil. Redes foram construídas a partir dos dados de mobilidade, tendo as cidades como nós e as conexões entre cidades como arestas, representando os fluxos de deslocamento entre elas. Métricas de centralidade da rede, como grau, *betweenness* e *closeness* são computadas a partir da rede para se investigar as correspondências entre elas e os dados de notificação de casos de COVID-19. Para tanto, compara-se as cidades ordenadas a partir das métricas e as cidades ordenadas a partir das datas de primeira notificação de casos de COVID-19. Observa-se que a métrica *strength* apresenta as maiores correspondências, seguida por grau, *closeness* sem peso e *betweenness* sem peso. Observa-se que a métrica *strength* apresenta as maiores correspondências, seguida por grau, *closeness* sem peso e *betweenness* sem peso. Em todos os casos, exceto *closeness* com peso no modal fluvial, as métricas demonstraram bons resultados em capturar as correspondências, sugerindo assim, a possibilidade de investigar a previsibilidade do padrão de propagação de doenças infecciosas.

Palavras-chaves: Redes complexas. COVID-19. Rede de Mobilidade. Epidemias. Grafos.

Abstract

With the purpose of investigating the relationship between people's mobility and COVID-19 cases in Brazil, this study aims to apply complex network approaches to model and illustrate the significance of mobility networks in the spread of epidemics, such as COVID-19. A profound understanding of this phenomenon is crucial for decision-making in tackling similar epidemics. Aerial data(2019), fluvial and terrestrial mobility (both from 2016) from the Brazilian Institute of Geography and Statistics (IBGE) were used, along with COVID-19 case data (from February 2020 to May 2021) from the Brazilian Ministry of Health. Networks were constructed from mobility data, with cities as nodes and connections between cities as edges, representing the flow of movement between them. Network centrality metrics, such as degree, betweenness, and closeness, were computed to investigate correspondences between these metrics and COVID-19 case notification data. To this end, cities ordered by metrics were compared with cities ordered by the dates of the first COVID-19 case notifications. It can be observed that the strength metric presented the highest matches, followed by degree, unweighted closeness, and unweighted betweenness. In all cases, except for weighted closeness in the fluvial mode, the metrics showed good results in capturing the matches. This suggests the possibility of investigating the predictability of the infectious disease spread pattern.

Keywords: Complex networks. COVID-19. Mobility network. Epidemics. Graphs.

Lista de Ilustrações

Figura 2.1 – Exemplo de um grafo. Adaptado de Barabási e Pósfai (2016).	7
Figura 2.2 – A subfigura <i>a</i>) mostra as pontes de Königsberg em forma de grafo e a <i>b</i>) é um esquema do Rio Pregel. Adaptado do Barabási e Pósfai (2016)	7
Figura 2.3 – Grafo não direcionado (à esquerda) e grafo direcionado (à direita), com suas respectivas matrizes de adjacências. Figuras retiradas de Barabási e Pósfai (2016).	8
Figura 2.4 – Um grafo e sua respectiva lista de adjacências. Figura retirada de Goldbarg e Goldbarg (2012).	8
Figura 2.5 – Alguns tipos de grafos: <i>a</i>) não direcionado, <i>b</i>) ponderado (grafo com pesos), <i>c</i>) direcionado e <i>d</i>) direcionado e ponderado.	9
Figura 3.1 – Exemplo de dois conjuntos (à esquerda, dados de COVID-19; à direita, dados de mobilidade ordenados considerando as métricas <i>degree</i> e <i>betweenness</i>) no estágio inicial antes do início dos cálculos.	16
Figura 3.2 – Em verde destaca-se o conjunto com $n = 1$ município. Observa-se uma correspondência de 100% tanto para a métrica de grau quanto para a de <i>betweenness</i>	17
Figura 3.3 – Em verde destaca-se o conjunto com $n = 3$ municípios. Observa-se uma correspondência de 33.3% tanto para a métrica de grau quanto para a de <i>betweenness</i> . Das três cidades listadas para cada uma das métricas, apenas São Paulo está presente no conjunto das n primeiras cidades que notificaram casos de COVID-19.	17
Figura 3.4 – Em verde destaca-se o conjunto com $n = 4$ municípios. Observa-se uma correspondência de 50% tanto para a métrica de grau quanto para a de <i>betweenness</i> . Das 4 cidades listadas para cada uma das métricas, apenas São Paulo e Brasília estão presentes no conjunto das n primeiras cidades que notificaram casos de COVID-19.	18
Figura 3.5 – Em verde destaca-se o conjunto com $n = 6$ municípios. Observa-se uma correspondência de 50% para grau e 33.33% para <i>betweenness</i> . Das 6 cidades listadas para cada uma das métricas, apenas São Paulo, Brasília e Rio de Janeiro estão presentes para grau e São Paulo e Brasília para <i>betweenness</i>	18
Figura 3.6 – Ao final, nota-se uma correspondência de 100% tanto para o grau quanto para o <i>betweenness</i> , uma vez que todas as cidades presentes em ambos os conjuntos são consideradas. Em outras palavras, ao término, os conjuntos acabam sendo idênticos.	19
Figura 4.1 – Rede aérea construída a partir dos dados disponíveis em IBGE (2021).	21

Figura 4.2 – Análise da rede aérea, com curvas representando as taxas de captura de correspondências ao longo das datas. Legenda mostra as médias e desvios padrão de cada métrica.	22
Figura 4.3 – Médias e desvios-padrão das correspondências para a rede aérea.	23
Figura 4.4 – Rede fluvial construída a partir dos dados disponíveis em IBGE (2017). . . .	24
Figura 4.5 – Análise da rede fluvial, com curvas representando as taxas de captura de correspondências ao longo das datas. Legenda mostra as médias e desvios padrão de cada métrica.	24
Figura 4.6 – Médias e desvios-padrão das correspondências para a rede fluvial.	25
Figura 4.7 – Rede terrestre construída a partir dos dados disponíveis em IBGE (2017). . .	26
Figura 4.8 – Análise da rede terrestre, com curvas representando as taxas de captura de correspondências ao longo das datas. Legenda mostra as médias e desvios padrão de cada métrica.	27
Figura 4.9 – Médias e desvios-padrão das correspondências para a rede terrestre.	27
Figura 4.10–Rede resultante da fusão dos modais terrestre, fluvial e aéreo.	28
Figura 4.11–Análise da rede multimodal (fusão das redes aérea fluvial e terrestre) com curvas representando as taxas de captura de correspondências ao longo das datas. Legenda mostra as médias e desvios padrão de cada métrica.	29
Figura 4.12–Médias e desvios-padrão das correspondências para a rede multimodal. . . .	29
Figura 4.13–Médias das médias de cada métrica nos três modais estudados, acompanhadas dos respectivos desvios-padrão.	31

Lista de Tabelas

Tabela 4.1 – Médias das médias de cada métrica nos três modais estudados, acompanhadas dos respectivos desvios-padrão.	31
--	----

Lista de Abreviaturas e Siglas

IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
UITP	Associação Internacional de Transporte Público
OMS	Organização Mundial de Saúde

Lista de Símbolos

σ_{uv}	Caminhos mínimos que ligam os vértices u e v
b	<i>Betweenness</i> ou centralidade de intermediação de um vértice
c	<i>Closeness</i> ou centralidade de proximidade de um vértice
k	Grau de um vértice
s	<i>Strength</i> ou força de um vértice
V	Conjunto de vértices
E	Conjunto de arestas
A_{ij}	Matriz de adjacências
G	Grafo

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Justificativa	2
1.2	Objetivos	3
1.3	Organização da Monografia	3
2	Revisão Bibliográfica	5
2.1	Trabalhos Relacionados	5
2.2	Fundamentação Teórica	6
2.2.1	Grafos	6
2.2.1.1	Representação	7
2.2.2	Redes Complexas	9
2.2.2.1	Métricas de rede	10
3	Desenvolvimento	13
3.1	Sobre os Dados	13
3.1.1	Dados de Mobilidade	13
3.1.2	Dados de Notificação de Casos de COVID-19	14
3.2	Geração das Redes	14
3.2.1	Fusão das Redes	15
3.3	Correspondências entre casos de COVID-19 e a estrutura topológica da rede de mobilidade	15
3.3.1	Análise de resultados	19
4	Resultados	21
4.1	Rede aérea	21
4.2	Rede fluvial	23
4.3	Rede terrestre	25
4.4	Rede multimodal resultante da fusão das redes aérea, fluvial e terrestre	28
4.5	Análise de Resultados	29
4.5.1	Comparação de Desempenho entre Modais: Média das Médias	30
5	Considerações Finais	32
5.1	Conclusão	32
5.1.1	Implicações na saúde pública	32
5.2	Trabalhos Futuros	33
	Referências	34

1 Introdução

O SARS-CoV-2 é um vírus infeccioso pertencente à família de vírus conhecida como coronavírus que, ao infectar uma pessoa, causa a popular e conhecida doença chamada COVID-19. Em dezembro de 2019, um conjunto de casos graves de pneumonia de causa desconhecida foi relatado em Wuhan, província de Hubei, China (CUCINOTTA; VANELLI, 2020). A COVID-19, já logo no início, mostrou-se muito eficiente e rápida na propagação. A partir dos primeiros casos relatados no final de dezembro em Wuhan, foram necessários apenas poucos meses para que a mesma se propagasse para outras regiões da China e países do mundo.

De acordo com Liu e Hualan (2023), o principal alvo da COVID-19 é o sistema respiratório, causando danos nos pulmões e levando à insuficiência respiratória. Os sintomas incluem febre, fadiga, tosse e em alguns casos dor de cabeça. Huang et al. (2020) realizaram um estudo com um grupo de 41 pacientes diagnosticados com vírus em janeiro de 2020, observando que 98% dos pacientes apresentaram febre, 76% deles apresentaram tosse, e fadiga ou mialgia 44%. Dentre as principais formas de transmissão, destaca-se a transmissão por gotículas respiratórias contaminadas, num raio de aproximadamente 1 metro, através de tosse, espirros e até mesmo a fala, na qual, ao serem inaladas por uma outra pessoa, a expõe ao vírus. A COVID-19 também pode ser transmitida através de contatos tanto com objetos, quanto com as mãos de pessoas contaminadas. Até a data de 1 de fevereiro de 2024, segundo o portal da OMS (Organização Mundial de Saúde), há 772,8 milhões de casos confirmados e 6,98 milhões de óbitos no cenário global. No Brasil, na mesma data, de acordo com o portal governamental de saúde, o total de casos confirmados é de 37,5 milhões e 702 mil óbitos, destacando a região Sudeste como líder tanto em casos confirmados quanto em óbitos.

A mobilidade desempenha um papel de extrema relevância no desenvolvimento de uma sociedade, pois seus impactos refletem em diversos aspectos importantes. Na economia, a mobilidade permite que as pessoas possam se movimentar para suas atividades laborais impulsionando o crescimento econômico. Ainda, a qualidade de vida de pessoas melhora quando há facilidade de se locomover para serviços básicos como saúde, educação lazer, entre outros. A interação e integração de diferentes grupos sociais é também facilitada, promovendo a compreensão e o respeito mútuo. O estudo de mobilidade é especialmente importante para estimar o fluxo migratório, previsão de tráfego, planejamento urbano e na modelagem de epidemias (BARBOSA et al., 2018). Segundo Publics (2017), em um estudo realizado com 39 países nos quais o Brasil fez parte, o ônibus foi apontado como o principal modal de transporte coletivo nessas nações, representando 63% do total, seguido pelo metrô, com 16% de participação.

A propagação de COVID-19 é fortemente influenciada pela mobilidade das pessoas. Freitas, Barcellos e Villela (2021) observaram que, a difusão da COVID-19 no Brasil pareceu

seguir a mesma lógica observada na maioria dos países onde, a partir de grandes cidades, a doença se disseminou para médias e depois para pequenas cidades. Segundo os autores, parece que a difusão em escala nacional entre os centros urbanos se deu através de ligações aéreas e o espalhamento em escala regional dependeu de ligações rodoviárias. Após entrada da COVID-19 no país, através de via aérea, as 26 rodovias federais foram responsáveis por 30% da disseminação, como mostrado por [Nicolelis et al. \(2021\)](#).

Redes de mobilidade desempenham um papel importante na disseminação de doenças infecciosas como a COVID-19, fato que é de suma importância para entender o caminho de transmissão e, conseqüente elaboração de políticas públicas adequadas no combate a epidemias. Nesse contexto, a abordagem de redes complexas ([BARABÁSI; PÓSFAL, 2016](#)) possui grande aplicabilidade, sendo possível representar os deslocamentos das pessoas (e suas frequências) a partir do ferramental de teoria dos grafos ([OSTROSKI; MENONCINI, 2009](#)).

As redes complexas ganharam notoriedade em meados da década de 1990, período em que a área começou a ganhar grande espaço na academia, devido a sua aplicabilidade na representação, modelagem e no estudo de sistemas complexos. Uma ampla variedade de fenômenos em diversos domínios naturais pode ser adequadamente representada na forma de redes interligadas ([CARSTENS, 2017](#)). Devido à sua natureza interdisciplinar, suas aplicações abrangem muitos campos da ciência. Alguns exemplos incluem: [Shi et al. \(2020\)](#) propõem o uso de abordagens de rede para estudar o sistema imunológico (biologia); [Jackson \(2009\)](#) discute como as redes sociais influenciam o comportamento econômico (economia); [Wasserman e Faust \(1994\)](#) apresentam uma visão geral abrangente dos métodos de análise de redes sociais (ciências sociais); e [Shimoura et al. \(2021\)](#) abordam a modelagem de redes de neurônios no neocórtex e hipocampo (neurociência); entre outros.

Em [Barabási e Pósfai \(2016\)](#), discute-se como a previsão precisa obtida em 2009, contribuiu na minimização de impactos negativos, durante a epidemia de H1N1 (gripe suína), graças à compreensão do papel das redes de transporte na disseminação do vírus. O trabalho realizado por [Freitas et al. \(2020\)](#) aborda o assunto de investigação desta monografia. Os autores identificaram correspondências entre o caminho de disseminação da COVID-19 nas cidades brasileiras e a mobilidade terrestre.

1.1 Justificativa

A escolha e o estudo deste tema podem ser justificados ao observarmos os impactos causados pela pandemia de COVID-19. Esses impactos vão desde o grande número de óbitos e seu impacto na economia global, a acentuação dos problemas de desigualdade social e a alteração na forma como as pessoas convivem. O isolamento social e a restrição de mobilidade são duas das estratégias adotadas para conter a propagação da COVID-19. Estudos, como os de [Chinazzi et al. \(2020\)](#); [Ferreira et al. \(2021\)](#); [Silva, Filho e Fernandes \(2020\)](#) e outros, demonstraram que essas

estratégias levaram à redução de novos casos da doença. Entretanto, embora essas estratégias tenham apresentado resultados positivos, acabaram agravando outros problemas.

Com a restrição de mobilidade e o isolamento social, uma recessão econômica se desencadeou devido ao fechamento temporário ou permanente de empresas, à perda de empregos e à consequente diminuição da renda. Além disso, houve impacto no fluxo da cadeia de suprimentos devido ao fechamento de fronteiras, afetando diretamente indústrias dependentes dessas fontes, resultando em escassez de produtos essenciais, entre outros problemas. Como destacado por [Gomes et al. \(2021\)](#), as implicações econômicas são abrangentes e incertas, com diversos efeitos no mercado de trabalho, na situação financeira e na economia global.

A presente monografia tem como objetivo aprofundar o estudo e a compreensão da relação entre a mobilidade das pessoas e a dinâmica de propagação de casos de COVID-19. Compreender a mobilidade das pessoas no contexto da disseminação de doenças infecciosas, como a COVID-19, é fundamental para o desenvolvimento de políticas públicas e estratégias eficazes visando a sua contenção.

Dessa forma, almeja-se obter resultados que possam contribuir de maneira significativa na tomada de decisões relacionadas à mobilidade da população em períodos de epidemia, decisões que visem à minimização dos impactos mencionados no início desta seção.

1.2 Objetivos

Objetivo desta monografia é estudar a relação entre dados de mobilidade e dados de casos de COVID-19 nas cidades brasileiras, traçando-se um paralelo entre a ordem de notificação dos primeiros casos e a centralidade das cidades nas respectivas redes de mobilidade. Os objetivos específicos são:

- Gerar as redes de mobilidade a partir de dados públicos, nos modais aéreo, terrestre e fluvial;
- Analisar as correspondências entre as cidades mais centrais dessas redes e as que primeiro notificaram casos no Brasil;
- Discutir as correspondências encontradas.

1.3 Organização da Monografia

O Capítulo 2 apresenta trabalhos relacionados e fundamentação teórica, onde são abordados os conceitos e definições necessários para entendimento de métodos utilizados no desenvolvimento desta monografia. No Capítulo 3, apresenta-se a metodologia empregada, baseando-se na fundamentação teórica para tratar os dados usados nesta monografia, desde a geração das redes,

até a obtenção dos resultados da comparação. Nos Capítulos 4 e 5, são apresentados resultados obtidos e considerações finais.

2 Revisão Bibliográfica

A importância da mobilidade das pessoas na disseminação de COVID-19, a hipótese de que a mobilidade das pessoas explica o caminho realizado pela doença, e que o entendimento desse caminho leva a elaboração de planos eficazes no combate a epidemias, são alguns dos assuntos que a presente monografia versa. Este Capítulo também apresenta e discute sobre alguns trabalhos em que foram abordados temas semelhantes ao que se propõe investigar nesta monografia.

2.1 Trabalhos Relacionados

Freitas et al. (2020) utilizaram dados de mobilidade do Brasil em duas escalas, redes de mobilidade interurbanas brasileiras, com exceção da região norte do país e rede de mobilidade do estado de São Paulo. O trabalho teve como objetivo investigar a correspondência entre o caminho de disseminação da COVID-19 entre cidades brasileiras e sua rede de mobilidade terrestre para identificar cidades que são vulneráveis à disseminação da COVID-19. Os autores empregaram redes complexas na modelagem de dados, em que as cidades foram tomadas como nós da rede e a ligação entre as cidades como arestas. Os dados foram obtidos junto do Ministério da Saúde brasileiro e do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). Nessa abordagem, os pesquisadores exploraram três métricas da rede: grau (k), *betweenness* (b) e o *strength* (s), tendo como base redes não ponderadas. Para isso, foram geradas versões da rede original a partir de limiarização global dos fluxos. No entanto, nesta monografia, o foco será na geração de redes ponderadas. Os resultados obtidos pelos autores demonstraram que as medidas de centralidade da rede como o *strength* e o grau, revelaram-se ferramentas valiosas para compreender e apoiar o processo de tomada de decisões no que se trata da mobilidade intermunicipal em relação ao COVID-19 e outras epidemias.

Uma das três hipóteses apresentadas por Leiva, Sathler e Filho (2020) é de que a forma com que o sistema de transporte de pessoas está estruturado numa cidade desempenha papel relevante no ritmo de disseminação da COVID-19. Neste trabalho, usou-se o método indutivo nos dados, considerando dois modelos de cidades: cidades compactas e espaiadas. Segundo os autores, a cidade compacta refere-se a uma cidade densa e que favorece aproximação das pessoas. Cidade espaiada por outro lado, é uma cidade caracterizada pela criação de subúrbios e pelo distanciamento do centro e periferia. Os autores apresentaram dois exemplos de modelos estudados: a cidade de Nova Iorque, sendo uma cidade com maior densidade populacional, em que se verifica maior uso de sistema de transporte público, estaria mais suscetível à propagação em relação a cidades como Los Angeles, em que o modal de transporte dominante é modo individual.

Costa et al. (2022) afirmaram que maiores níveis de mobilidade estão associados a maiores números de novos casos. A metodologia usada consiste na aplicação de regressões lineares múltiplas entre a incidência de COVID-19 e os dados de mobilidade da Google, com desfase temporal de 14 dias. Segundo os autores, a escolha do número 14 se deu por ser o valor mais sugerido na literatura e em vários testes. Os resultados obtidos mostraram forte relação entre os dados reais e dados estimados, comprovando assim, a associação entre variáveis de mobilidade e a ocorrência de novos casos de COVID-19 em Portugal.

O estudo conduzido por Changruengnam, Bicout e Modchang (2020) teve como objetivo investigar o impacto da mobilidade individual humana na disseminação de doenças infecciosas e entender como esse impacto pode ser integrado aos modelos epidemiológicos. Ao contrário da abordagem adotada nesta monografia, os autores empregaram o modelo clássico SEIR, o qual foi combinado com modelos de mobilidade individual humana para analisar como a movimentação da população afeta a propagação de epidemias. No desenvolvimento do trabalho, foram utilizadas estratégias que envolveram restrições individuais, como a restrição das viagens de pessoas sintomáticas. Como resultado, os autores identificaram que esse modelo pode fornecer informações sobre os padrões geo-temporais da propagação de epidemias, que não são capturados pelos modelos epidemiológicos tradicionais que consideram a homogeneidade da população. Além disso, os autores também observaram que as doenças tendem a se disseminar primeiro em áreas urbanas densamente povoadas e, posteriormente, alcançam regiões mais rurais.

Essas descobertas destacam a importância de incorporar o fator de mobilidade nos modelos epidemiológicos, uma vez que a mobilidade humana desempenha um papel crucial na propagação de doenças infecciosas.

2.2 Fundamentação Teórica

Nesta seção, são apresentados os principais conceitos necessários para a compreensão da monografia.

2.2.1 Grafos

Se quisermos entender um sistema complexo, primeiro precisamos saber como seus componentes interagem entre si (BARABÁSI; PÓSFAL, 2016).

Grafo é uma estrutura matemática que consiste em um conjunto de objetos chamados de vértices e um conjunto de conexões ligando os vértices chamadas de arestas, comumente usado na representação de relações e interações entre objetos. A Figura 2.2 mostra um exemplo.

Um grafo $G = (V, E)$ é uma estrutura composta por um conjunto de vértices V e um conjunto de arestas E , que é formado por pares de vértices (MOTA, 2019). Nesse caso, a rede possui $N = |V|$ nós e $L = |E|$ arestas (links).

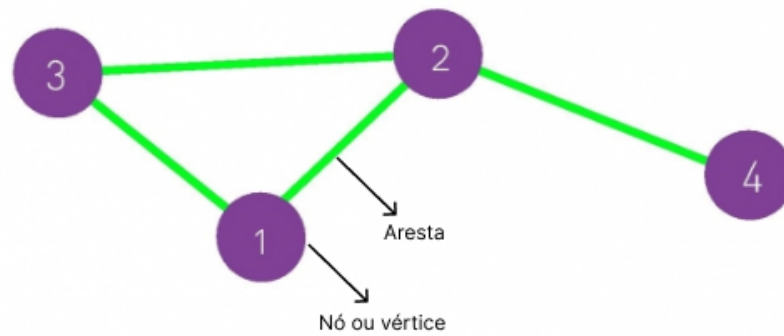


Figura 2.1 – Exemplo de um grafo. Adaptado de Barabási e Pósfai (2016).

A teoria de grafos remonta desde o século XVII, quando o matemático suíço Leonhard Euler resolveu o problema das sete pontes de Königsberg (hoje chamada de Kaliningrado). O problema consistia em investigar a possibilidade de realizar um passeio sobre as sete pontes que atravessam o rio Pregel, passando por todas as pontes apenas uma única vez. Para resolver o problema, Euler modelou o problema em forma de grafos, considerando cada uma das porções da terra como nós e as pontes de arestas. Por fim, Euler conseguiu mostrar a impossibilidade de realizar tal passeio.

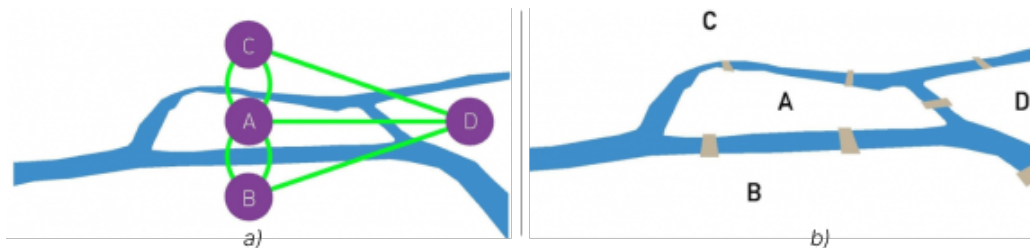


Figura 2.2 – A subfigura a) mostra as pontes de Königsberg em forma de grafo e a b) é um esquema do Rio Pregel. Adaptado do Barabási e Pósfai (2016)

2.2.1.1 Representação

A lista de adjacências e matriz de adjacências são as duas principais estruturas de dados que são utilizadas para o armazenamento e a representação de grafos. Diz-se que um vértice v_i é adjacente a v_j se existe uma aresta que os interliga.

Matriz de Adjacências é uma matriz quadrada A_{ij} , que é usada para representar e armazenar relacionamentos entre vértices, como se pode ver na Figura 2.3. O elemento da posição A_{ij} é igual a:

$$\begin{cases} 0, & \text{se o vértice } v_i \text{ não for adjacente ao vértice } v_j. \\ 1, & \text{se os vértices } v_i \text{ e } v_j \text{ forem adjacentes.} \end{cases} \quad (2.1)$$

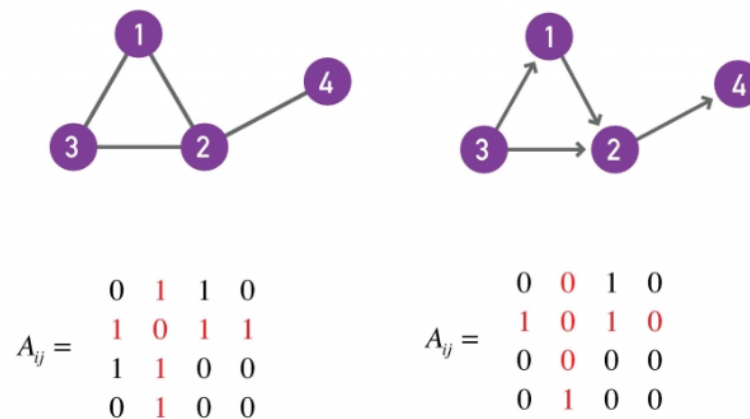


Figura 2.3 – Grafo não direcionado (à esquerda) e grafo direcionado (à direita), com suas respectivas matrizes de adjacências. Figuras retiradas de Barabási e Pósfai (2016).

Lista de Adjacências A lista de adjacência é uma lista L , cujo tamanho n é igual à quantidade de vértices no grafo. A posição L_i da lista é associada ao vértice v_i do grafo, e contém uma sub-lista que contém vértices adjacentes a v_i .

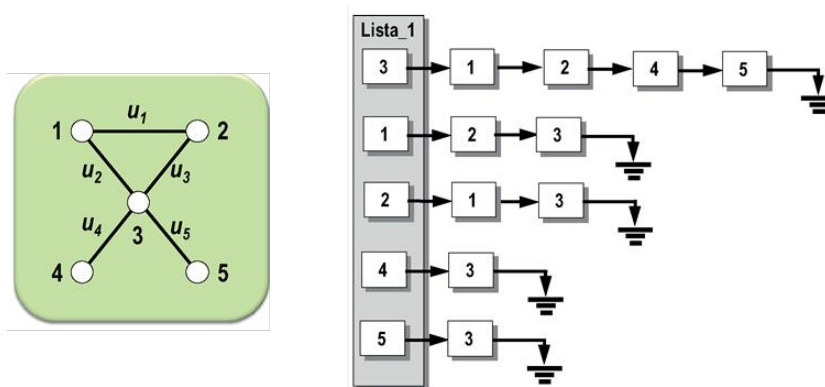


Figura 2.4 – Um grafo e sua respectiva lista de adjacências. Figura retirada de Goldberg e Goldberg (2012).

Os grafos podem ser direcionados, não direcionados e ponderados. Isso significa que eles podem representar relacionamentos que são unidirecionais, bidirecionais e/ou que têm diferentes pesos. Essa flexibilidade permite que as redes sejam construídas e representadas de acordo com as naturezas, propriedades e relacionamentos dos objetos em estudo:

- Grafos não direcionados são usados quando a direção da aresta ligando os nós não é relevante para o contexto, ou seja, quando as relações a serem representadas forem simétricas.
- Grafos direcionados são usados quando a relação dos objetos em estudo são assimétricas, ou seja, quando as arestas possuem direção específica.

- Grafos ponderados são usados quando está associado às ligações entre objetos em estudo, um valor numérico, podendo este representar peso, custo, distância, etc.

A Figura 2.5 apresenta alguns exemplos de tipos dos grafos. Nesta monografia, é adotado grafo não direcionado e ponderado para representar redes.

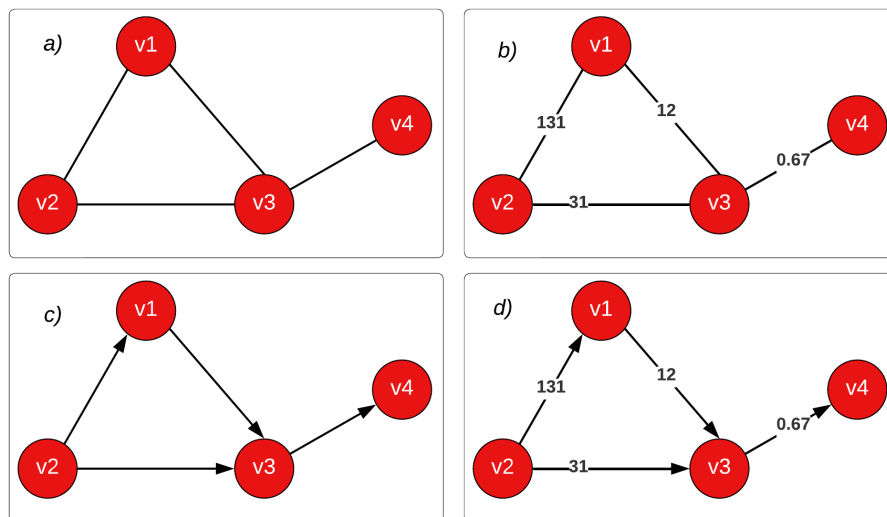


Figura 2.5 – Alguns tipos de grafos: *a)* não direcionado, *b)* ponderado (grafo com pesos), *c)* direcionado e *d)* direcionado e ponderado.

2.2.2 Redes Complexas

Redes complexas é uma ciência relativamente nova e interdisciplinar, que serve de ferramenta para modelar fenômenos cujas dinâmicas são complexas, quer em termos de tamanho ou natureza, quer em termos da estrutura. Uma rede complexa é definida como sendo um grafo que representa um sistema complexo. Redes complexas não só tem sido a principal ferramenta nos estudos de sistemas complexos, mas também tem estado presente no meio de vários trabalhos e em diferentes campos da ciência. Desde a descoberta pioneira da propriedade scale-free da World Wide Web por Albert, Jeong e Barabási, o estudo das redes complexas tornou-se a principal disciplina da ciência da complexidade (FORTUNATO, 2009).

Os estudos das redes complexas foram iniciados em meados de 1930, quando sociólogos utilizaram essas redes com a finalidade de estudar o comportamento da sociedade e a relação entre os indivíduos (METZ et al., 2007). A ciência social considerava as pessoas como nós da rede, e as relações entre essas pessoas eram tidas como arestas. Segundo Newman (2003), os estudos típicos de redes sociais abordavam questões de centralidade (quais os indivíduos que estão melhor ligados uns aos outros ou têm mais influência) e conectividade (se e como

os indivíduos estão ligados uns aos outros através da rede). O avanço da tecnologia e o poder de processamento proporcionaram avanços no campo, tornando possível o estudo de redes de grande escala. As pesquisas, antes focadas em pequenas redes e nas propriedades de vértices individuais ou arestas, passaram a considerar propriedades estatísticas em larga-escala (METZ et al., 2007).

Cada dia, as aplicações de redes complexas crescem em diversas áreas do conhecimento. De acordo com Barabási e Pósfai (2016), esta disciplina possui uma natureza interdisciplinar, com uma linguagem que permite a interação entre vários campos. Conforme o autor menciona, biólogos celulares, cientistas do cérebro, cientistas da computação e outros pesquisadores enfrentam a mesma tarefa de caracterizar e modelar os sistemas em estudo. As aplicações de redes complexas podem ser encontradas em vários campos de conhecimento. Na computação, Newman (2003) estudou a estrutura e a função de redes complexas. Na biologia, Sol, Fujihashi e O'Meara (2005) investigaram a topologia de redes de mundo pequeno em estruturas complexas de proteína-proteína. Nas ciências sociais, Wasserman e Faust (1994) desenvolveram uma representação matemática de redes sociais. Na economia, Jackson et al. (2008) discutem a aplicação de redes em uma ampla gama de fenômenos econômicos, e assim por diante.

2.2.2.1 Métricas de rede

É muito comum uma rede ser constituída de milhares de vértices ou mais, fato que torna a avaliação visual de certos aspectos da rede inviável. As métricas possibilitam a extração de informações sobre propriedades específicas da rede, como centralidade, eficiência, robustez, etc. Nesta monografia, são abordados: grau k , *betweenness* b , *strenight* s e *closeness* c .

Grau (k)

O grau k_i de um nó i corresponde à quantidade de nós a que ele é ligado, ou seja, quanto maior o número de nós ligados a i , maior a conectividade (uma das formas de se quantificar a importância) do nó para a rede (RONQUI, 2014). Calcula-se o grau utilizando a seguinte expressão:

$$k_i = \sum_{j=1}^N A_{ij}, \quad (2.2)$$

onde k_i é o grau do vértice i , A_{ij} são elementos da matriz de adjacência e N representa o número de vértices do grafo G .

Strength(s)

O *strength* ou força de um nó i é a soma dos pesos de todas as arestas conectadas a ele:

$$s_i = \sum_{j=1}^N W_{ij}, \quad (2.3)$$

onde W_{ij} é o peso da ligação entre o nó i e o nó j . O *strength* de um nó representa uma medida da importância funcional do nó na rede (COHEN; HAVLIN, 2010).

Closeness (c)

A *closeness* ou centralidade de proximidade determina o quão perto um vértice i está em relação aos demais vértices da rede. Ela quantifica a capacidade para acessar, por meio de caminhos mínimos, outros nós na rede (MACHADO; BOERES, 2016). No âmbito da medida de proximidade (*closeness*), um vértice v_i é considerado central quando requer poucos intermediários para se comunicar com os demais vértices na rede. Isso é relevante em situações em que a prioridade é estabelecer uma proximidade entre os vértices, de forma a requerer apenas um pequeno número de intermediários para alcançar qualquer outro vértice na rede. Além disso, é importante ressaltar que a interpretação da medida de centralidade de proximidade pode variar de acordo com o tipo de rede analisada. Em redes não ponderadas, a centralidade de proximidade avalia a capacidade de um vértice em comunicar-se com outros através de caminhos mínimos, considerando o número de arestas para se chegar ao vértice pretendido. Por outro lado, quando a rede for ponderada, busca-se os caminhos com menores pesos. Ela pode ser calculada usando seguinte expressão:

$$c_i = \frac{1}{\sum_{v_j \in V} d(v_j, v_i)}, \quad (2.4)$$

onde c_i é a centralidade de proximidade do vértice v_i a ser calculado, $d(v_j, v_i)$ é a distância entre os vértices v_i e v_j .

Betweenness(b)

Betweenness (b) ou a centralidade de intermediação é uma métrica que calcula a importância de um vértice $v_i \in V$ com base na razão entre o número de caminhos mínimos que passam por v_i e o total de caminhos mínimos no grafo $G(V, E)$ (MACHADO; BOERES, 2016). Em outras palavras, a centralidade de intermediação quantifica o número de vezes que um vértice atua como ponte ao longo dos caminhos mínimos na rede. Quando a rede é ponderada, esse cálculo é realizado considerando vértices com menores pesos, quanto maior o valor de b_i , mais importante é o vértice para a comunicação entre outros vértices da rede. Ela pode ser calculada usando seguinte expressão:

$$b_i = \sum_{v \neq u \neq i} \frac{\sigma_{vu}(i)}{\sigma_{vu}}, \quad (2.5)$$

em que σ_{vu} é o número de caminhos mínimos que ligam os vértices v e u ; $\sigma_{vu}(i)$ representa o número de caminhos mínimos que ligam os vértices v e u passando por i (MACHADO; BOERES, 2016).

A *closeness* e o *betweenness* são duas métricas que revelam as localizações vantajosas ou restritas dos nós na rede. Enquanto o *betweenness* responde à pergunta sobre com que frequência um dado nó i figura no caminho mais curto entre dois outros nós da rede, a *closeness* responde a perguntas como: com que rapidez esse dado nó i pode alcançar todos os outros nós da rede. (THATTE; PRICA; ILIĆ, 2014).

3 Desenvolvimento

Compreender adequadamente o papel da mobilidade na propagação de epidemias é fundamental para o êxito no seu combate. Isso requer uma análise profunda e abrangente da mobilidade no contexto das epidemias, tendo como foco principal a mobilidade das pessoas. Neste Capítulo, são fornecidas informações relevantes sobre os objetos de estudo (dados de mobilidade e dados de notificações de casos de COVID-19), explicando a obtenção e detalhando a organização desses dados, a criação das redes a partir desses dados, a integração destas e o cálculo das correspondências entre mobilidade e dados da doença.

3.1 Sobre os Dados

Nesta monografia, utilizou-se dados de mobilidade (aérea, fluvial e terrestre), obtidos a partir do banco de dados do IBGE e dados de notificações de casos de COVID-19 foram obtidos do Ministério de Saúde do Brasil.

Utilizou-se a linguagem de programação Python, na versão 3.10, juntamente com bibliotecas como *igraph*, *pandas*, *numpy*, *matplotlib* e outras, para o tratamento de dados, implementação, geração de redes e cálculo de correspondências. Código fonte disponível em: <<https://github.com/varlson/monograph>>.

3.1.1 Dados de Mobilidade

Parte dos dados (dados terrestres e fluviais) compreende informações de mobilidade referentes ao ano de 2016 (IBGE, 2017). Esses dados foram coletados pelo IBGE como parte de uma pesquisa com o objetivo de analisar as áreas do território que estão mais interligadas através do transporte de passageiros entre as cidades¹. As informações foram organizadas em uma planilha, destacando os fluxos semanais entre pares de ligações. Esses pares incluem informações sobre a origem e o destino das viagens. Importante notar que o número total de viagens entre cada par de municípios conectados por diferentes meios de transporte foi agregado. Isso envolveu a consideração das viagens de ida e volta, bem como trajetos redundantes. Vale ressaltar que a quantidade de viagens de A para B é equivalente àquelas de B para A (rede não-direcionada).

Os dados foram originalmente normalizados para se ajustarem à resolução temporal padrão (semanal) predefinida, bem como às diferentes capacidades dos veículos. A capacidade dos ônibus serviu como referência (valor 1), enquanto para vans e carros, essas capacidades foram multiplicadas por 0,25. No caso das ligações com frequência quinzenal ou mensal, os valores

¹ <<https://www.ibge.gov.br/geociencias/organizacao-do-territorio/redes-e-fluxos-geograficos/15794-rodoviaras-e-hidroviarias.html>>

foram ajustados multiplicando-se por 0,5 para viagens quinzenais e 0,25 para viagens mensais. Em relação aos veículos aquaviários, as voadeiras tiveram suas frequências multiplicadas por 0,25, lanchas e catamarãs foram consideradas equivalentes aos ônibus (valor 1), barcos foram multiplicados por 1,5 e navios por 2 (IBGE, 2017).

Além disso, uma outra porção de dados (dados aéreos) provenientes do IBGE, referentes ao ano de 2019 IBGE (2021), foi disponibilizada em uma planilha². Essa planilha contém informações anuais sobre o fluxo de pessoas para cada par de conexões aéreas, inclusive voos com conexão. Nesse contexto, foi necessário realizar ajustes para homogeneizar tanto a resolução temporal quanto a capacidade, a fim de compará-los com outros dois modais de transporte (terrestre e fluvial), cuja unidade de medida é o ônibus. Para efetuar tal equiparação, adotou-se como capacidade média e aproximada dos ônibus o número 40. Com base nisso, o fluxo de passageiros de cada par de conexões foi dividido por 52, representando as semanas do ano; em seguida, esse valor foi dividido pela capacidade dos ônibus (40). Dessa forma, os dados de mobilidade aérea são ponderados para a análise subsequente a partir da seguinte relação:

$$\text{Est. Sem.} = \frac{FA}{52} \div 40 \quad (3.1)$$

onde FA representa o fluxo anual, 52 representa o número de semanas em um ano e 40 é uma estimativa aproximada da capacidade média de um ônibus.

3.1.2 Dados de Notificação de Casos de COVID-19

Os dados de notificação de casos de COVID-19 (COTA et al., 2020) provém de boletins diários estaduais disponibilizados pelo Ministério da Saúde do Brasil no período entre fevereiro de 2020 e maio de 2021. Esses dados foram organizados em uma planilha contendo as datas das notificações e os locais de residência das pessoas. A primeira notificação foi registrada em 25 de fevereiro de 2020, na cidade de São Paulo, e a última (primeira notificação de uma cidade) ocorreu em Óleo, no estado de São Paulo, em 5 de maio de 2021, totalizando 5.597 cidades brasileiras com ao menos uma notificação.

3.2 Geração das Redes

As redes foram criadas a partir dos dados de mobilidade das planilhas (terrestre, fluvial e aéreo), considerando as cidades como nós e cada par de conexão representando uma aresta entre esses nós na rede. A cada aresta (par de conexão), foi atribuído um valor numérico (peso), representando o fluxo de veículos semanal. As Figuras 4.1, 4.4, 4.7 e 4.10 mostram as redes aérea, fluvial, terrestre e a rede resultante da fusão dos modais terrestre, fluvial e aéreo, respectivamente.

² <<https://www.ibge.gov.br/geociencias/organizacao-do-territorio/redes-e-fluxos-geograficos/15797-ligacoes-aereas.html>>

3.2.1 Fusão das Redes

Inicialmente, as redes foram geradas e analisadas separadamente para cada modal de transporte, os três modais foram integrados em uma única rede e analisados, preservando todas as características originais. Cada cidade é identificada por um código único (geocódigo). Dessa forma, o processo de integração das redes ocorreu mediante a criação de uma nova rede que funde os nós dos modais a serem combinados. Por exemplo, ao unir os três modais, as conexões foram estabelecidas seguindo o seguinte procedimento:

- Para cada nó na nova rede, as conexões nos três modais foram analisadas para verificar se há sobreposições (ou seja, se há cidades conectadas nos três modais).
- Se houver sobreposição de conexões, uma única conexão é mantida, somando os pesos das conexões.
- Se não houver sobreposição, são criadas conexões independentes existentes em cada modal. Por exemplo, se o nó A no modal terrestre estiver conectado ao nó B, o mesmo nó A no modal aéreo estiver conectado ao nó C, e no modal fluvial o nó A estiver conectado ao nó D, na nova rede o nó A estará conectado aos nós B, C e D, continuando assim para os outros nós.

Isso resulta na criação de uma rede integrada que combina as conexões dos três modais de transporte, mantendo as conexões existentes e adicionando novas conexões quando necessário, como ilustra a Figura 4.10.

3.3 Correspondências entre casos de COVID-19 e a estrutura topológica da rede de mobilidade

Esta seção descreve os passos metodológicos adotados para relacionar os dados de mobilidade e os dados da COVID-19.

A primeira etapa no processo de cálculo das correspondências entre os dois conjuntos de dados (dados de mobilidade e dados de notificação de casos de COVID-19) envolve a ordenação ascendente dos nós da rede, com base em uma métrica específica. As métricas da rede classificam a importância dos nós com base em alguma propriedade. A partir dessa ordenação, verifica-se a taxa de correspondência entre as cidades ordenadas e a sequência de cidades que primeiro notificaram casos de COVID-19, ordenadas temporalmente.

Após a ordenação ascendente dos nós da rede com base em uma métrica específica, o processo de análise se inicia. Primeiramente, examina-se a primeira data, que corresponde à data no topo da lista ordenada. Calcula-se o número de cidades que registraram seus primeiros casos nessa data. Suponha que n cidades tenham notificado seus primeiros casos nessa data inicial. Em

seguida, selecionam-se as n primeiras cidades na lista de cidades ordenadas pela métrica de rede.. É relevante destacar que esses dados já estão ordenados de acordo com as datas de surgimento de casos no Brasil.

Calcula-se a interseção entre as n cidades que apresentaram casos na data em análise e as n primeiras cidades do conjunto da lista de cidades ordenadas pela métrica. O resultado desse cálculo representa a taxa de correspondência para essa data específica. Esse processo é então repetido para a segunda data, seguindo o mesmo procedimento. O valor de n é crescente, sempre incluindo todas as cidades já analisadas em iterações anteriores. Esse procedimento é repetido iterativamente para cada data subsequente até alcançar a última data disponível. Há um total de $n \in [1, n]$ de elementos a serem comparados, sendo n o número total de municípios da análise. Para facilitar a compreensão, as Figuras 3.1 a 3.6 ilustram intuitivamente o passo a passo do processo de cálculo das interseções.

Dados de COVID-19			Dados de mobilidade	
Ordem	Datas	Cidades	Grau	Betweenness
1	2020/02/25	São Paulo	São Paulo	São Paulo
2	2020/03/06	Feira de Santana	Belo Horizonte	Recife
3	2020/03/06	Rio de Janeiro	Brasília	Belo Horizonte
4	2020/03/07	Brasília	Recife	Brasília
5	2020/03/08	Divinópolis	Rio De Janeiro	Cuiabá
6	2020/03/08	Maceió	Ribeirão Preto	Manaus
7	2020/03/11	Porto Alegre	Cuiabá	Porto Velho
8	2020/03/12	Caxias do Sul	Salvador	Rio De Janeiro
9	2020/03/12	Cianorte	Goiânia	Ribeirão Preto
10	2020/03/12	Curitiba	Porto Alegre	Porto Seguro
N

Figura 3.1 – Exemplo de dois conjuntos (à esquerda, dados de COVID-19; à direita, dados de mobilidade ordenados considerando as métricas *degree* e *betweenness*) no estágio inicial antes do início dos cálculos.

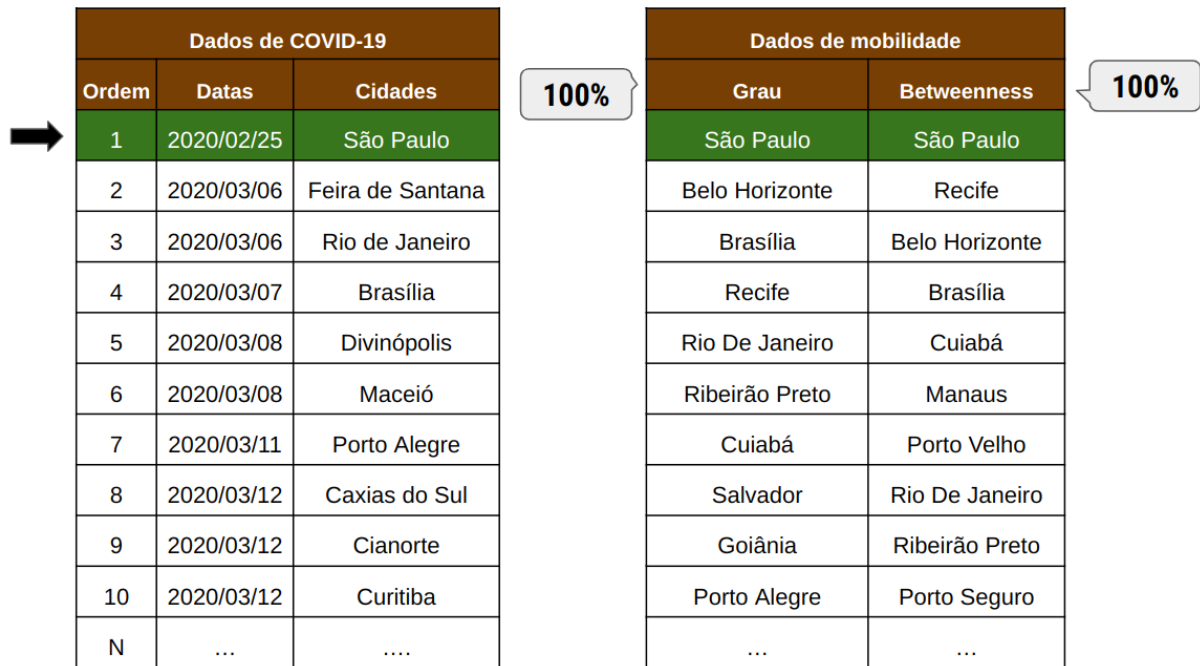


Figura 3.2 – Em verde destaca-se o conjunto com $n = 1$ município. Observa-se uma correspondência de 100% tanto para a métrica de grau quanto para a de betweenness.



Figura 3.3 – Em verde destaca-se o conjunto com $n = 3$ municípios. Observa-se uma correspondência de 33.3% tanto para a métrica de grau quanto para a de betweenness. Das três cidades listadas para cada uma das métricas, apenas São Paulo está presente no conjunto das n primeiras cidades que notificaram casos de COVID-19.

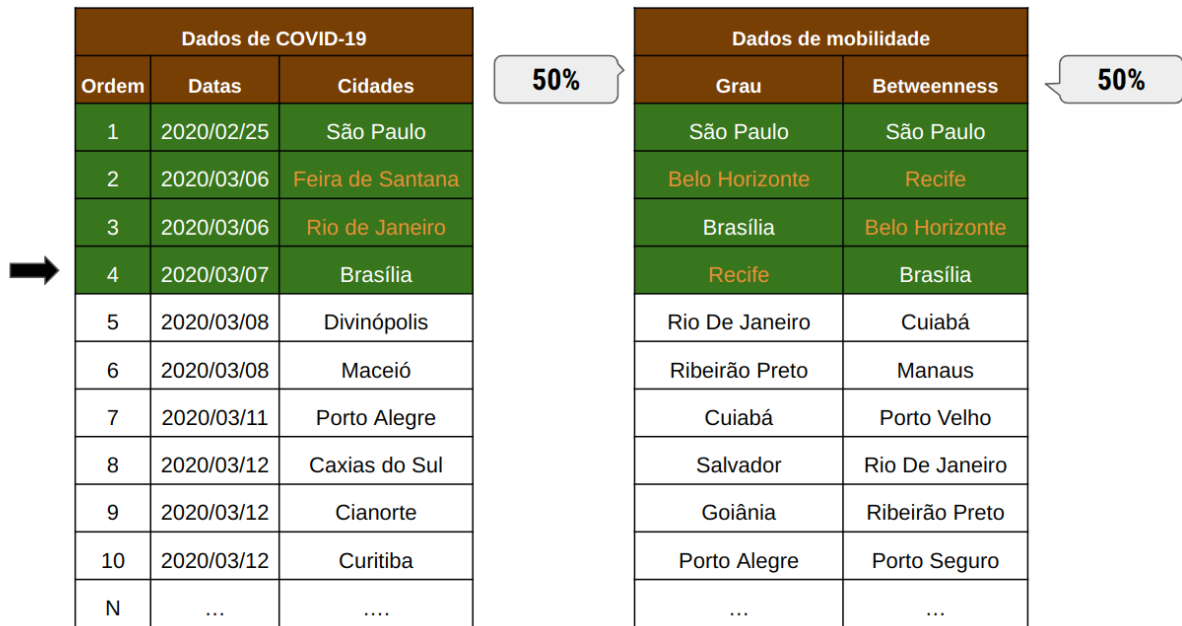


Figura 3.4 – Em verde destaca-se o conjunto com $n = 4$ municípios. Observa-se uma correspondência de 50% tanto para a métrica de grau quanto para a de betweenness. Das 4 cidades listadas para cada uma das métricas, apenas São Paulo e Brasília estão presentes no conjunto das n primeiras cidades que notificaram casos de COVID-19.

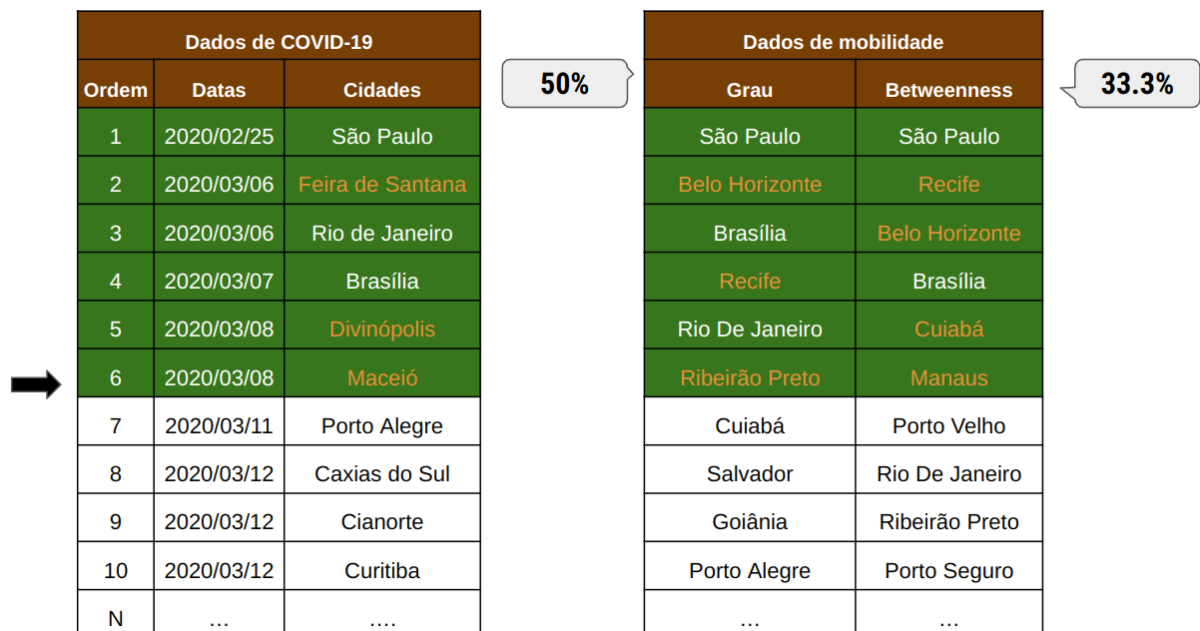


Figura 3.5 – Em verde destaca-se o conjunto com $n = 6$ municípios. Observa-se uma correspondência de 50% para grau e 33.33% para *betweenness*. Das 6 cidades listadas para cada uma das métricas, apenas São Paulo, Brasília e Rio de Janeiro estão presentes para grau e São Paulo e Brasília para *betweenness*.

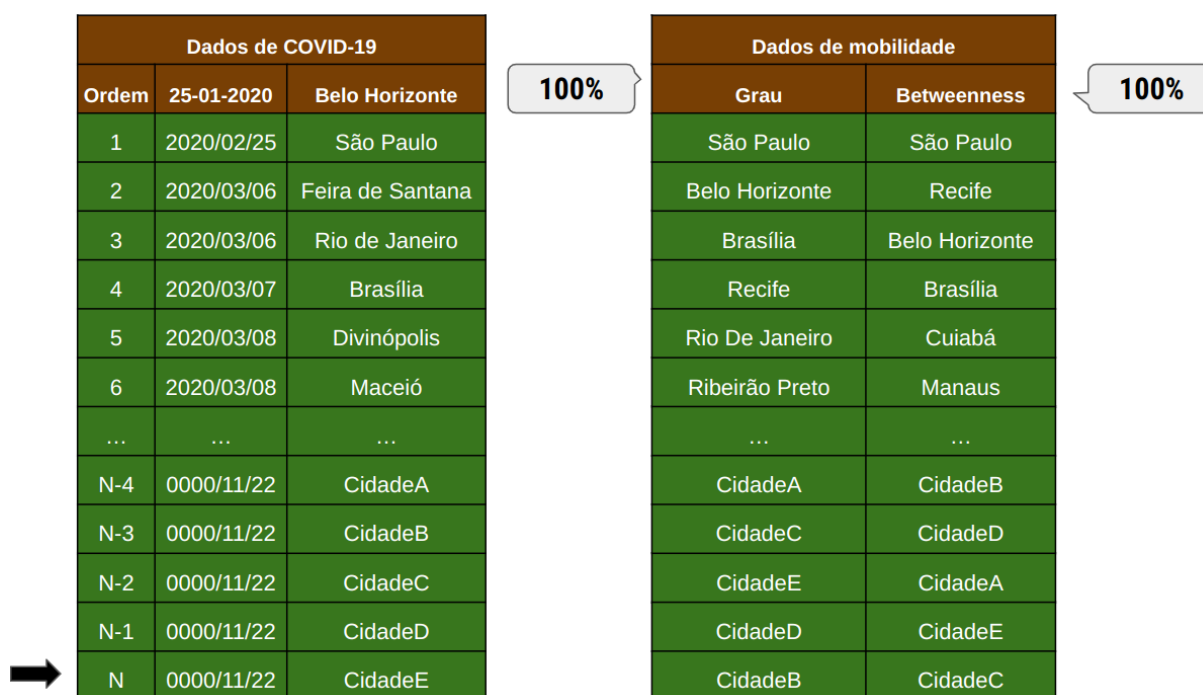


Figura 3.6 – Ao final, nota-se uma correspondência de 100% tanto para o grau quanto para o *betweenness*, uma vez que todas as cidades presentes em ambos os conjuntos são consideradas. Em outras palavras, ao término, os conjuntos acabam sendo idênticos.

Os resultados das análises são mostrados em gráficos que contêm as seguintes informações: O eixo X contém as datas em que os casos foram inicialmente notificados e o eixo Y contém as taxas de correspondência entre 0 e 1. Para não se limitar a fazer comparações apenas pelas curvas nos gráficos, foram computadas médias obtidas pelas métricas ao longo dos cálculos das interseções. Após o cálculo da interseção de um dado modal, obtém-se uma série de taxas correspondentes, desde as primeiras até as últimas cidades presentes em ambos os conjuntos (dados de notificação de COVID-19 e dados de mobilidade). Com isso, calculou-se a média obtida no cálculo e seu desvio padrão, facilitando assim a comparação de desempenho obtido pelas métricas. Quanto maior for a média, maior é a eficácia da métrica em capturar as correspondências entre a mobilidade e a propagação de casos de COVID-19. As diferentes cores das curvas no gráfico relacionam as médias e seus respectivos desvios padrão com as métricas presentes na legenda do gráfico.

3.3.1 Análise de resultados

Os resultados das análises são mostrados em gráficos que contêm as seguintes informações: O eixo *x* contém as datas em que os casos foram inicialmente notificados e o eixo *y* contém as taxas de correspondência, variando de 0 a 100, normalizadas entre 0 e 1. Para não se limitar a fazer comparações apenas pelas curvas nos gráficos, foram computadas médias obtidas pelas

métricas ao longo dos cálculos das interseções. Após o cálculo da interseção de um dado modal, obtém-se uma série de taxas correspondentes, desde as primeiras até as últimas cidades presentes em ambos os conjuntos (dados de notificação de COVID-19 e dados de mobilidade). Com isso, calculou-se a média obtida no cálculo e seu desvio padrão, facilitando assim a comparação de desempenho obtido pelas métricas. Quanto maior for a média, maior é a eficácia da métrica em capturar as correspondências entre a mobilidade e a propagação de casos de COVID-19.

As diferentes cores das curvas no gráfico relacionam as médias e seus respectivos desvios padrão com as métricas presentes na legenda do gráfico.

4 Resultados

Neste capítulo, são apresentados os gráficos das redes geradas a partir dos dados de mobilidade, bem como os resultados dos cálculos de intersecção para os três modais (aéreo, fluvial e terrestre), além da rede resultante da integração dos três modais. Cada modal foi analisado individualmente e em seguida, analisou-se a rede resultante da junção dos três modais. Os modais foram analisados considerando as métricas grau (k), *strength* (s), *betweenness* (b) com e sem pesos e *closeness* (c) com e sem peso. Calculou-se a intersecção entre dois conjuntos de dados: os dados de notificação de casos de COVID-19, já ordenados pelas datas em que os casos foram notificados, e os dados de mobilidade, ordenados em ordem decrescente, isto, da cidade com maior valor da métrica para cidade com menor valor, considerando as métricas utilizadas na análise. O cálculo foi realizado de forma iterativa, iniciando com as n primeiras cidades de ambos os conjuntos e variando o valor de n de 1 até as últimas cidades presentes em ambos.

Os resultados das intersecções são representados em gráficos, nos quais os eixos y refletem as taxas de correspondência. Os eixos x exibem as datas em que os casos foram inicialmente notificados. Cada curva no gráfico representa uma das métricas analisadas, incluindo as médias e seus respectivos desvios padrão.

4.1 Rede aérea

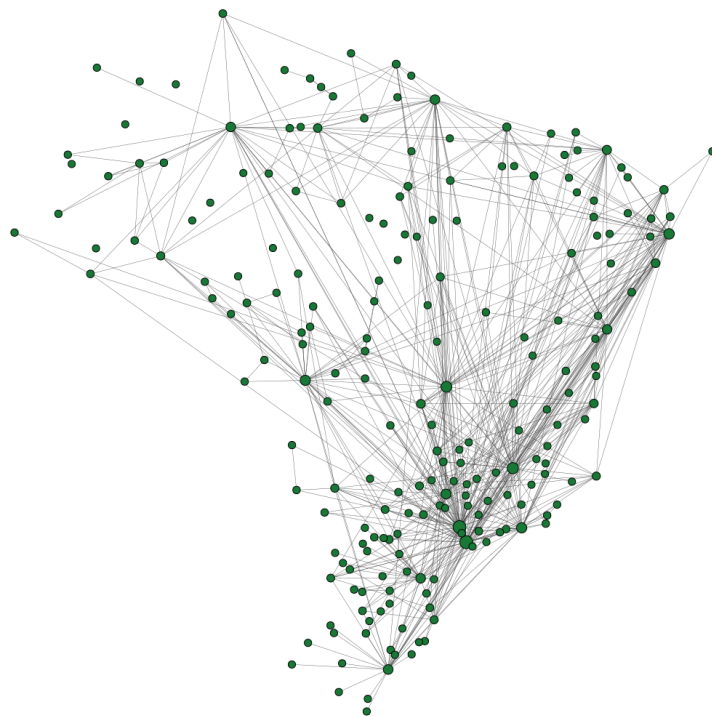


Figura 4.1 – Rede aérea construída a partir dos dados disponíveis em [IBGE \(2021\)](#).

Composta por 213 nós e 561 arestas (ligações), a rede aérea destaca cidades como São Paulo, Belo Horizonte, Brasília, Recife, entre outras, que se destacam por sua alta conectividade e importância na formação de conexões com outras cidades. Essas localidades desempenham um papel crucial nas conexões entre diferentes regiões (Figura 4.1).

A rede aérea é a segunda maior rede dentre os três modais (aérea, fluvial e terrestre). O intervalo de tempo analisado foi de 25 de fevereiro de 2020 a 17 de junho do mesmo ano. Vale lembrar que para efeito de comparação dos conjuntos, eles devem conter sempre os mesmos dados. Nesse sentido, utiliza-se apenas cidades que aparecem concomitantemente nos dois conjuntos de dados, ou seja, tanto no conjunto de cidades que notificaram casos e no conjunto de cidades do modal aéreo. As métricas que capturaram as melhores correspondências com os dados de notificação de casos de COVID-19 foram a *betweenness* sem peso, a *betweenness* com peso e o grau, como pode ser observado pelos resultados nas Figuras 4.2 e 4.3. As médias dessas métricas foram de 0.74, 0.73 e 0.71, respectivamente, com desvios padrão similares, da ordem de $\approx 0,14$. As métricas restantes apresentaram resultados mais modestos em comparação com as anteriores. A *closeness* sem peso e a *strength* apresentaram correspondências de 0,62 e a *closeness* com peso alcançou 0.58. Esses valores, embora ligeiramente inferiores, ainda se mostram significativos.

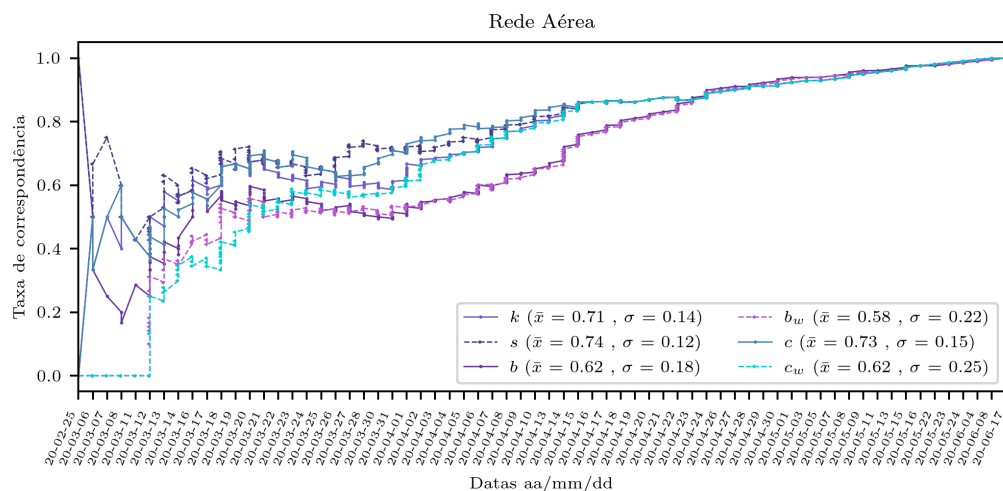


Figura 4.2 – Análise da rede aérea, com curvas representando as taxas de captura de correspondências ao longo das datas. Legenda mostra as médias e desvios padrão de cada métrica.

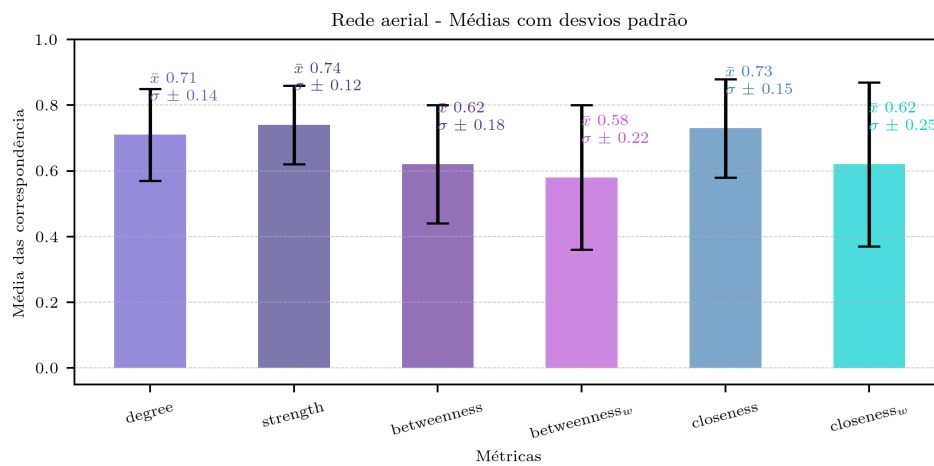


Figura 4.3 – Médias e desvios-padrão das correspondências para a rede aérea.

Ainda neste modal, as métricas de grau, *strength*, *betweenness* sem peso e *closeness* sem peso demonstraram taxas de correspondência favoráveis desde as fases iniciais do cálculo, em relação às demais métricas (*betweenness* com peso e *closeness* com peso). As métricas de grau, *strength* e *closeness* exibem taxas de correspondência consistentes antes de atingirem 50% do cálculo. Essas taxas permaneceram estáveis, mantendo-se acima de 0.60, o que as diferencia das demais métricas. A *betweenness* mostrou a menor variabilidade entre todas, enquanto a *closeness* apresentou a maior variabilidade. As cidades que ocupam as posições mais elevadas neste modal após a ordenação, baseada em uma das métricas analisadas, tendem a ser aquelas que são densamente povoadas e/ou desempenham um papel crucial na conexão com outras cidades e/ou possuem mais conexões e/ou maiores fluxos com outras cidades em relação às outras.

4.2 Rede fluvial

Sendo a menor das três redes de transporte (aérea, fluvial e terrestre), a rede fluvial possui um total de 140 nós e 405 ligações. Destaca-se uma maior mobilidade nesta rede na região norte do país, sendo como a área com a mais significativa movimentação fluvial (Figura 4.4).

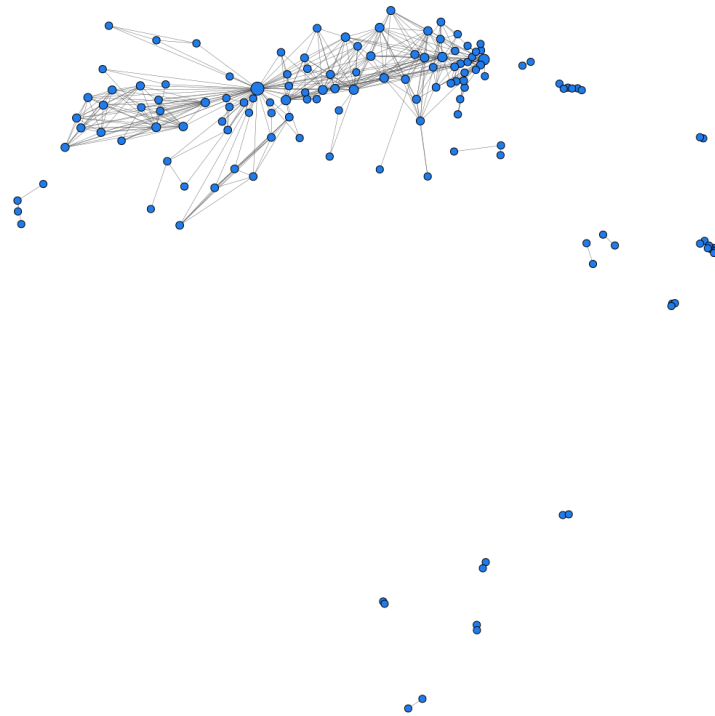


Figura 4.4 – Rede fluvial construída a partir dos dados disponíveis em IBGE (2017).

O período de análise para este modal foi de 13 de março de 2020 a 16 de junho do mesmo ano. O curto intervalo de tempo observado pode ser justificado pelo fato de esta rede ser a menor entre as três analisadas. Outra explicação reside no fato de ser o modal de transporte menos frequente entre os três (aéreo, fluvial e terrestre) no Brasil, sendo a mobilidade fluvial mais significativa na região norte do país.

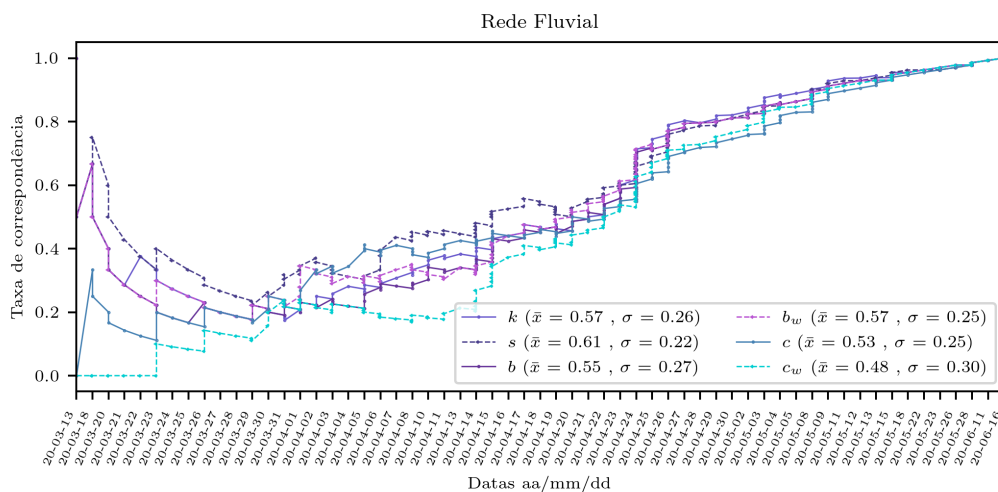


Figura 4.5 – Análise da rede fluvial, com curvas representando as taxas de captura de correspondências ao longo das datas. Legenda mostra as médias e desvios padrão de cada métrica.

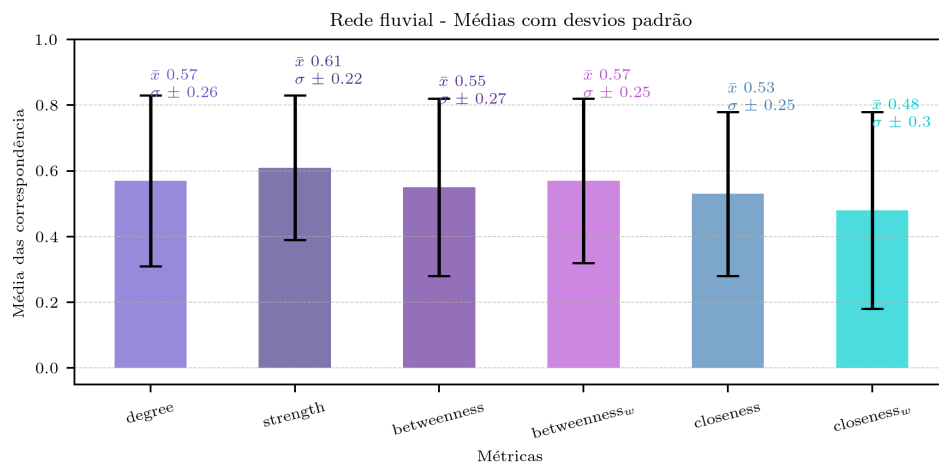


Figura 4.6 – Médias e desvios-padrão das correspondências para a rede fluvial.

De acordo com os resultados apresentados nas Figuras 4.5 e 4.6, as métricas de *strength*, grau, *betweenness* com peso, *betweenness* sem peso e *closeness* exibiram médias de 0.61, 0.55, 0.57, 0.57 e 0.53, respectivamente, com desvios padrão de 0.22, 0.27, 0.25, 0.26 e 0.25. Notavelmente, *closeness* com peso apresentou uma eficácia menor, apresentando uma média de 0.48.

Os resultados revelaram uma eficácia menos expressiva em relação ao modal aéreo, com as médias ligeiramente acima de 0.50, com exceção da métrica *closeness* com peso, que registrou uma média abaixo desse valor.

A rede apresenta um padrão de conectividade diferente em relação às outras redes, tendo maior número de clusters desconexos e com cluster maior na região norte, sendo a região com maior mobilidade por modo fluvial.

4.3 Rede terrestre

A rede de mobilidade terrestre brasileira é a maior das três, com um total de 5.322 nós (cidades) e 65.121 ligações (Figura 4.7).

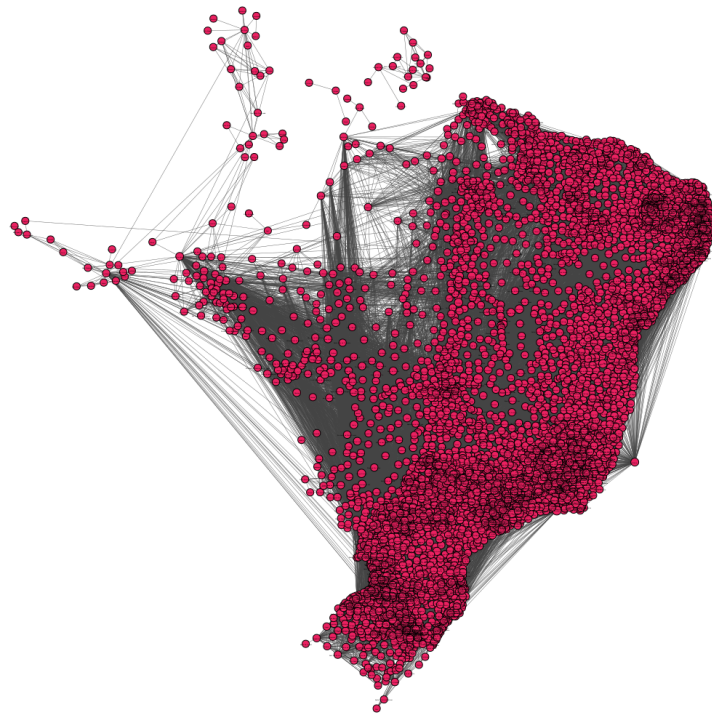


Figura 4.7 – Rede terrestre construída a partir dos dados disponíveis em [IBGE \(2017\)](#).

O resultado da análise da rede terrestre (Figuras 4.8 e 4.9) destacou todas as métricas com boas taxas de correspondências, apresentando valores médios entre 0.62 a 0.66, exceto a *closeness* com peso, que registrou uma taxa média de 0.57. Embora ligeiramente mais baixa em comparação com outras métricas.

A rede terrestre é muito maior em relação aos outros dois modais, o que também resulta em um intervalo de datas analisado muito maior (lembrando que as cidades consideradas no estudo devem aparecer nos dois conjuntos de dados, concomitantemente, e redes maiores admitem a inclusão de mais cidades do conjunto de dados de notificação). O período examinado neste modal é de 25 de fevereiro de 2020 a 03 de outubro do mesmo ano. As Figuras 4.8 e 4.9 apresentam os resultados obtidos, sendo *strength* a métrica com melhores correspondências. Comparar dois ou mais conjuntos de dados com tamanhos desiguais leva a resultados menos precisos, conforme aponta [Rusticus e Lovato \(2019\)](#). Dessa forma, tornou-se inviável afirmar categoricamente que a mobilidade aérea é melhor em capturar as correspondências, mesmo apresentando taxas médias um pouco acima das encontradas neste modal.

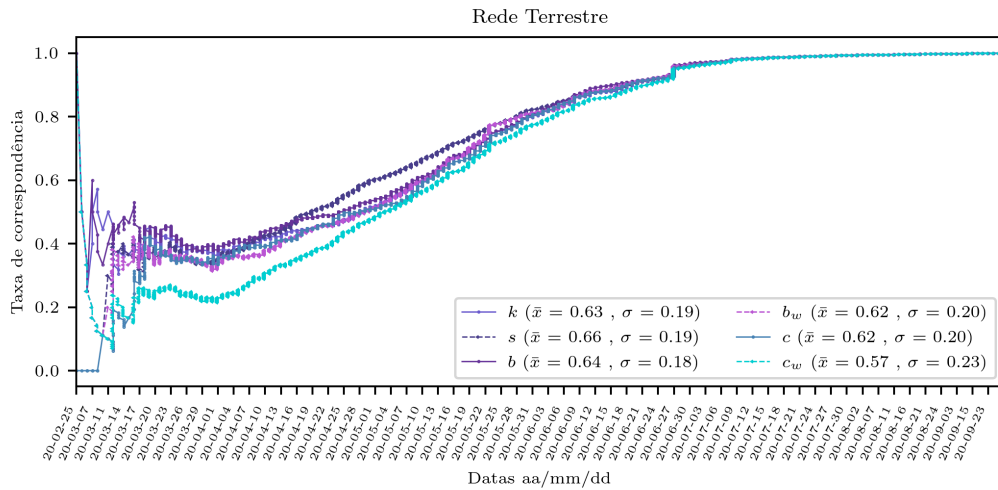


Figura 4.8 – Análise da rede terrestre, com curvas representando as taxas de captura de correspondências ao longo das datas. Legenda mostra as médias e desvios padrão de cada métrica.

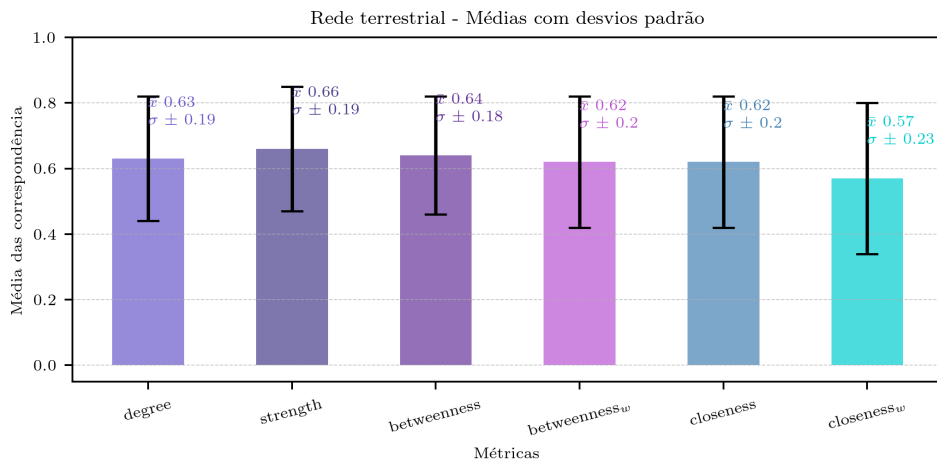


Figura 4.9 – Médias e desvios-padrão das correspondências para a rede terrestre.

4.4 Rede multimodal resultante da fusão das redes aérea, fluvial e terrestre

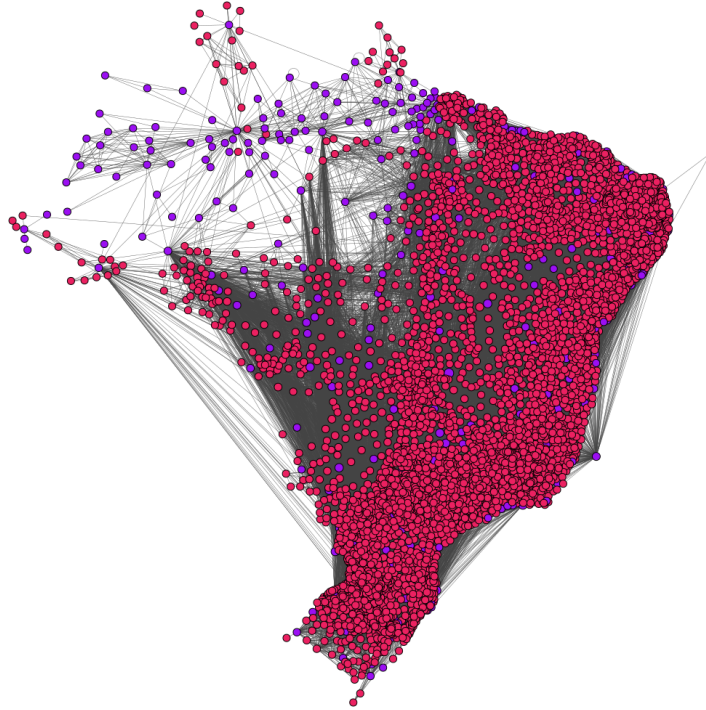


Figura 4.10 – Rede resultante da fusão dos modais terrestre, fluvial e aéreo.

Como é possível observar, os modais foram destacados por meio de cores distintas. O modal fluvial apresenta nós em azul, o modal aéreo destaca nós em verde, e no modal terrestre, os nós estão destacados em vermelho. Essa diferenciação foi adotada com o intuito de mostrar, na rede multimodal (resultado da integração dos três modais), os nós correspondentes a cada modalidade. No modal multimodal (4.10), nós em roxo representam pontos presentes em pelo menos dois modais. Vale ressaltar que o modal terrestre é significativamente maior em comparação aos outros dois modais, resultando não apenas em um maior número de nós destacados em vermelho, mas também em sobreposição de nós exclusivos de outros modais (verde para aéreo e azul para fluvial), devido ao seu tamanho.

Os resultados obtidos a partir da fusão dos modais são bastante semelhantes aos do modal terrestre, conforme se pode observar pelas Figuras 4.11 e 4.12. Uma possível explicação para isso é o fato de a rede terrestre ser significativamente maior que as outras duas, influenciando não apenas a estrutura topológica, mas também os resultados da análise.

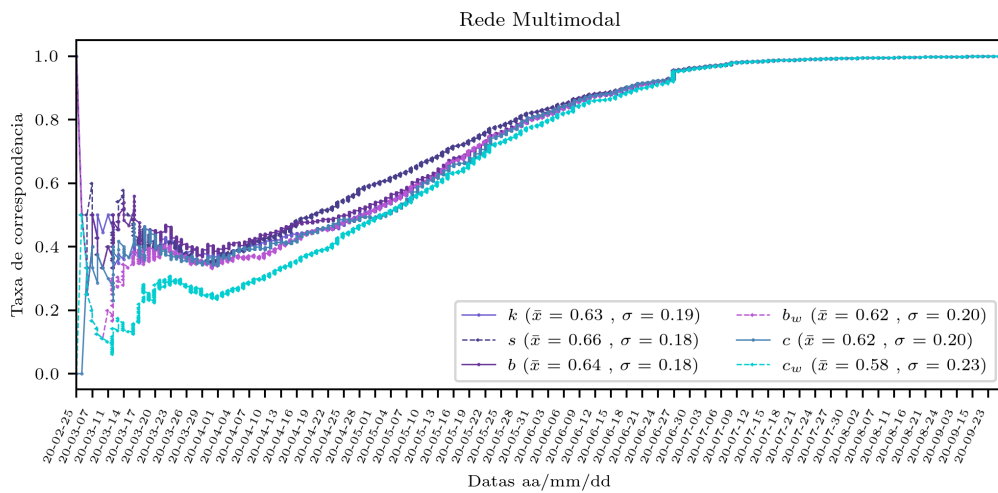


Figura 4.11 – Análise da rede multimodal (fusão das redes aérea fluvial e terrestre) com curvas representando as taxas de captura de correspondências ao longo das datas. Legenda mostra as médias e desvios padrão de cada métrica.

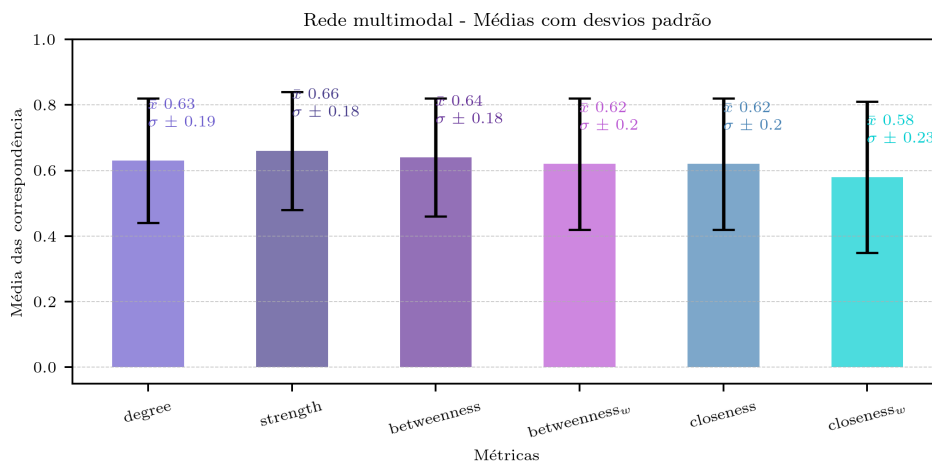


Figura 4.12 – Médias e desvios-padrão das correspondências para a rede multimodal.

4.5 Análise de Resultados

A prática limitada da mobilidade fluvial, restrita a regiões específicas em que é mais viável, contribui para a predominância dos outros dois modais (aérea e terrestre). A limitada utilização desse modal, concentrada em áreas específicas, resulta em um desempenho modesto quando é relacionado com a propagação de casos de COVID-19 em comparação aos modais aéreo e terrestre.

A mobilidade aérea apresenta todos os elementos propícios para a disseminação de doenças infecto contagiosas, sendo um modal que conecta as cidades de maneira direta e indireta de forma extremamente rápida. Além disso, estabelece conexões diretas com cidades brasileiras

que, em geral, possuem padrões específicos, que podem ser caracterizados por cidades densamente povoadas, localizações estratégicas que facilitam conexões com outras áreas urbanas e/ou o status de metrópoles. O casamento desses elementos essenciais para a eficácia na propagação de doenças infectocontagiosas, ou seja, mobilidade rápida e abrangente que conecta cidades distantes tanto intra quanto intercontinentalmente, caracteriza a mobilidade aérea. Esse fato explica os resultados destacados nas análises relacionadas à rede de mobilidade aérea, evidenciando sua influência significativa na disseminação de doenças com vias de transmissão como a da COVID-19.

De acordo com [Nicolelis et al. \(2021\)](#) e [Hâncean, Slavinec e Perc \(2020\)](#), o contágio em metrópoles ocorreu devido à mobilidade aérea, enquanto a mobilidade terrestre foi responsável por propagar os casos de COVID-19 das metrópoles para as cidades mais interioranas. Por se tratar de um modal com facilidade de acesso às cidades mais remotas, como mencionado em uma das seções anteriores, no Brasil, o meio de transporte terrestre coletivo mais comum é o ônibus, um ambiente propício para a transmissão. Os resultados obtidos na análise desse modal sugerem que a mobilidade terrestre é o segundo modo de propagação de casos, logo após a mobilidade aérea.

Na rede multimodal (resultado da fusão das redes aérea, fluvial e terrestre), nota-se uma grande influência da rede terrestre nesse modal, devido ao seu tamanho significativamente maior em relação aos outros dois modais. Isso faz com que os resultados se aproximem bastante dos obtidos na rede terrestre, com diferenças bastante sutis. Os padrões de correspondência para todas as métricas são semelhantes, exceto para *closeness* com e sem peso, que apresentaram pequenas diferenças nos estágios iniciais de correspondência, mostrando melhores correspondências em relação ao modal terrestre. Possíveis explicações para esse fenômeno podem estar relacionadas à natureza da própria métrica, que calcula a proximidade do nó i em relação aos demais nós na rede. [Sun e Zhuge \(2011\)](#) observaram que a fusão de redes impacta as métricas da rede. A fusão deve ter levado à existência de conexões alternativas viáveis nesse modal quando comparado aos modais individualmente.

4.5.1 Comparação de Desempenho entre Modais: Média das Médias

A rede aérea conta com 213 nós e 561 conexões, com intervalo de data analisado compreendendo 25 de fevereiro de 2020 a 17 de junho do mesmo ano. A rede fluvial conta com 140 nós e 405 conexões, com intervalo analisado de 13 de março de 2020 a 16 de junho do mesmo ano. Já a rede terrestre conta com 5322 nós e 65121 conexões, com intervalo de 25 de fevereiro de 2020 a 03 de outubro do mesmo ano. Vale lembrar que esses intervalos são obtidos dos dados de notificação de casos de COVID-19 e são diferentes pois os modais exibem conjuntos de cidades diferentes. Levando-se em conta que apenas as cidades presentes tanto nos dados de COVID-19 quanto nos modais podem ser utilizadas a fim de comparação, isso resulta em intervalos distintos.

Computou-se as médias das médias das métricas dos modais (aéreo, fluvial e terrestre), a fim de poder analisar o desempenho delas de um ponto de vista geral. Assim, a Tabela 4.1 e a

Métricas	Média das Médias	Desvio Padrão
<i>Strength (s)</i>	0.66	0.055
Grau (<i>k</i>)	0.63	0.057
<i>Closeness (c)</i>	0.62	0.082
<i>Betweenness (b)</i>	0.60	0.038
<i>Betweenness com peso (b_w)</i>	0.59	0.021
<i>Closeness com peso (c_w)</i>	0.55	0.057

Tabela 4.1 – Médias das médias de cada métrica nos três modais estudados, acompanhadas dos respectivos desvios-padrão.

Figura 4.13 contém os resultados obtidos da relação realizada. A Tabela contém as médias das médias das métricas com respectivos desvios-padrão, nas quais destacam-se a *closeness* com peso pela média mais baixa em relação às outras, que tiveram resultados bem próximos uns dos outros, tendo como destaque a *strength* pela maior média de todas. Vale ressaltar que, como pode se observar, os intervalos das datas analisadas e tamanhos das redes são bem diferentes.

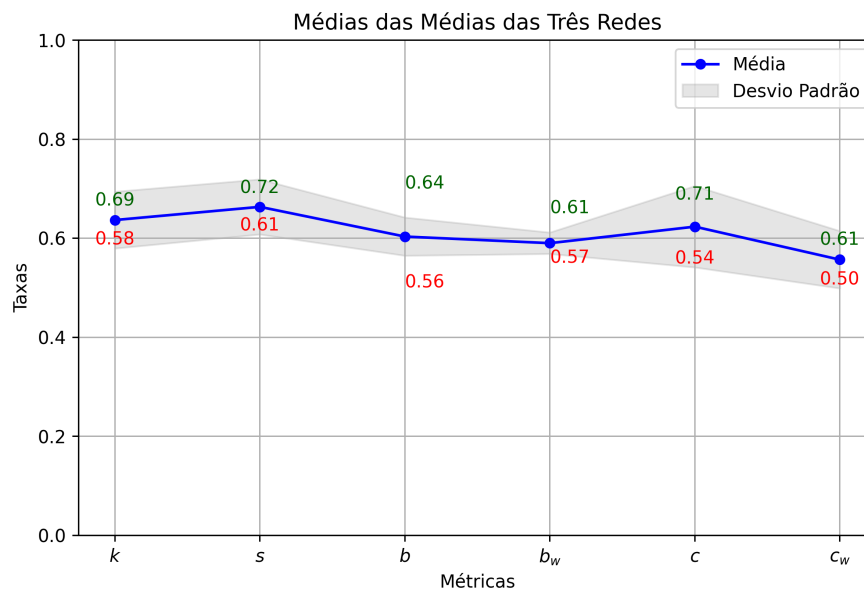


Figura 4.13 – Médias das médias de cada métrica nos três modais estudados, acompanhadas dos respectivos desvios-padrão.

5 Considerações Finais

5.1 Conclusão

Partindo da hipótese que a mobilidade está intrinsecamente ligada à propagação de casos de COVID-19, a presente monografia apresenta uma análise de correspondência entre dados de mobilidade e notificações de casos de COVID-19. Utilizaram-se abordagens de redes complexas para construir redes e classificar os nós (representados pelas cidades) com base em métricas específicas (grau, strength, *betweenness* com e sem peso, e *closeness* também com e sem peso. As interseções entre esses conjuntos foram calculadas, revelando resultados que refletem as taxas de correspondência identificadas.

Como se pode observar pelos resultados, a mobilidade aérea se destacou na captura de correspondências, seguida da mobilidade terrestre, colocando a mobilidade fluvial em terceiro e último lugar. As métricas grau, strength e *betweenness* revelaram-se eficientes não só pelas médias, mas também em apresentar boas capturas iniciais, tendo apresentado médias de 0.63, 0.66 e 0.60, respectivamente, associadas a desvios padrão de 0.057, 0.055 e 0.038. Os três modais colocaram, em vários momentos da análise, cidades como São Paulo, Rio de Janeiro, Manaus, Belo Horizonte e outras como as primeiras cidades que notificariam os casos, tal como consta nos dados reais de notificação de casos, sugerindo a possibilidade de investigar a previsibilidade do padrão de propagação de doenças infecciosas.

5.1.1 Implicações na saúde pública

Poder prever, mesmo com uma precisão modesta, o padrão de propagação de doenças epidemiológicas é vital não apenas no seu combate, mas também para poder responder adequadamente, antecipando ações como:

- **Planejamento e Preparação:** Ação que visa organizar e alocar eficientemente os recursos necessários para responder adequadamente.
- **Intervenções Preventivas:** Por meio de medidas preventivas, como campanhas de sensibilização da população.
- **Pesquisa e Desenvolvimento:** Compreender o padrão pode facilitar o direcionamento de pesquisas e o desenvolvimento de trabalhos que visam combater a epidemia, entre outras ações.

5.2 Trabalhos Futuros

Os modais estudados neste trabalho apresentam tamanhos muito variados entre si, fato que explica as diferentes datas iniciais e finais das notificações dos casos estudados. Isso impossibilitou a comparação que visa identificar o modal que melhor captura as correspondências. Uma outra limitação está relacionada ao curto intervalo de tempo observado nos dados de notificação de casos de COVID-19, sendo o intervalo entre fevereiro de 2020 a maio de 2021.

O presente estudo incorpora dados de mobilidade e notificações de casos de COVID-19 no contexto brasileiro, explorando métricas como grau, *strength*, *betweenness* com e sem peso, e *closeness* com e sem peso. Para futuras pesquisas, pretende-se aprofundar as seguintes áreas:

- Exploração de mais métricas. Além disso, nos próximos passos, planeja-se utilizar dados de mais países, abrangendo um intervalo de tempo mais extenso em comparação com os dados deste estudo.
- Pretende-se ainda, para os próximos passos, aplicar a consideração de grupos de cidades com base em algum critério, em vez de individualmente, como foi feito neste trabalho. Além disso, planeja-se realizar a análise separada da região norte do país devido à elevada mobilidade por via fluvial.
- Consideração do null model para comparação. Essa abordagem envolve a seleção aleatória de cidades para comparação com os métodos adotados, permitindo observar as diferenças entre esses métodos e a escolha aleatória das cidades.
- Consideração do tempo de incubação do vírus nos cálculos. Para futuras etapas, será considerada a flexibilização das datas de primeira notificação, em vez de se olhar a data exata da notificação.

Referências

- BARABÁSI, A.-L.; PÓSFAL, M. *Network science*. Cambridge: Cambridge University Press, 2016. ISBN 9781107076266 1107076269. Disponível em: <<http://barabasi.com/networksciencebook/>>.
- BARBOSA, H.; BARTHELEMY, M.; GHOSHAL, G.; JAMES, C. R.; LENORMAND, M.; LOUAIL, T.; MENEZES, R.; RAMASCO, J. J.; SIMINI, F.; TOMASINI, M. Human mobility: Models and applications. *Physics Reports*, v. 734, p. 1–74, 2018. ISSN 0370-1573. Human mobility: Models and applications. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S037015731830022X>>.
- CARSTENS, C. J. Topology of complex networks: models and analysis. *Bulletin of the Australian Mathematical Society*, Cambridge University Press, v. 95, n. 2, p. 347–349, 2017.
- CARVALHO, M. de. *Construindo o saber: técnicas de metodologia científica*. [S.l.]: Papirus Editora, 1989. ISBN 9788530800710.
- CHANGRUENNGAM, S.; BICOUT, D. J.; MODCHANG, C. How the individual human mobility spatio-temporally shapes the disease transmission dynamics. *Scientific Reports*, Nature Publishing Group UK London, v. 10, n. 1, p. 11325, 2020.
- CHINAZZI, M.; DAVIS, J. T.; AJELLI, M.; GIOANNINI, C.; LITVINOVA, M.; MERLER, S.; PIONTTI, A. Pastore y; MU, K.; ROSSI, L.; SUN, K. et al. The effect of travel restrictions on the spread of the 2019 novel coronavirus (covid-19) outbreak. *Science*, American Association for the Advancement of Science, v. 368, n. 6489, p. 395–400, 2020.
- COHEN, R.; HAVLIN, S. *Complex networks: structure, robustness and function*. [S.l.]: Cambridge university press, 2010.
- COSTA, N. Marques da; MILEU, N.; COSTA, E. Marques da; ALVES, A.; FREITAS, C.; ROCHA, J.; ABRANTES, P.; GOMES, E.; SOUSA, P.; FERNANDES, A. C. et al. Mobilidade e propagação do sars-cov-2 em portugal continental: modelo explicativo territorializado em contexto anterior à vacinação. In: ASSOCIAÇÃO PORTUGUESA DE GEÓGRAFOS, UNIVERSIDADE DE COIMBRA. FACULDADE DE LETRAS. *O compromisso da Geografia para territórios em mudança. Livro de Atas do XIII Congresso da Geografia Portuguesa*. [S.l.], 2022. p. 168–173.
- COTA, W. et al. Monitoring the number of covid-19 cases and deaths in brazil at municipal and federative units level. *SciELO Preprints*, 2020.
- CUCINOTTA, D.; VANELLI, M. Who declares covid-19 a pandemic. *Acta bio medica: Atenei parmensis*, Mattioli 1885, v. 91, n. 1, p. 157, 2020.
- FERREIRA, C. P.; MARCONDES, D.; MELO, M. P.; OLIVA, S. M.; PEIXOTO, C. M.; PEIXOTO, P. S. A snapshot of a pandemic: the interplay between social isolation and covid-19 dynamics in brazil. *Patterns*, Elsevier, v. 2, n. 10, 2021.
- FORTUNATO, S. *Complex networks: Results of the 2009 international workshop on complex networks (complenet 2009)*. (No Title), 2009.

- FREITAS, C. M. d.; BARCELLOS, C.; VILLELA, D. A. M. *Covid-19 no Brasil: cenários epidemiológicos e vigilância em saúde*. [S.l.]: Série Informação para ação na Covid-19| Fiocruz, 2021.
- FREITAS, V. L. d. S.; KONSTANTYNER, T. C. R. d. O.; MENDES, J. F.; SEPETAUSKAS, C. S. d. N.; SANTOS, L. B. L. The correspondence between the structure of the terrestrial mobility network and the spreading of covid-19 in brazil. *Cadernos de Saúde Pública*, SciELO Public Health, v. 36, p. e00184820, 2020.
- GOLDBARG, M.; GOLDBARG, E. *Grafos: conceitos, algoritmos e aplicações*. [S.l.]: Elsevier, 2012.
- GOMES, H. d. S.; LELES, T.; KRUGER, H.; VERAS, S. Covid-19 e o impacto econômico do lockdown: Uma revisão sistemática. In: *XXI USP International Conference in Accounting*. [S.l.: s.n.], 2021. v. 21.
- HÂNCEAN, M.-G.; SLAVINEC, M.; PERC, M. The impact of human mobility networks on the global spread of covid-19. *Journal of Complex Networks*, Oxford University Press, v. 8, n. 6, p. cnaa041, 2020.
- HUANG, C.; WANG, Y.; LI, X.; REN, L.; ZHAO, J.; HU, Y.; ZHANG, L.; FAN, G.; XU, J.; GU, X. et al. Clinical features of patients infected with 2019 novel coronavirus in wuhan, china. *The lancet*, Elsevier, v. 395, n. 10223, p. 497–506, 2020.
- IBGE, I. B. D. G. E. E. *Ligações aéreas: 2019-2020 / IBGE*. 2021. Coordenação de Geografia. - Rio de Janeiro: IBGE. Disponível em: <<https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv101891.pdf>>.
- IBGE, I. B. de Geografia e E. *Ligações rodoviárias e hidroviárias: 2016*. [S.l.]: IBGE, Coordenação de Geografia Rio de Janeiro, Brazil, 2017.
- JACKSON, M. O. Networks and economic behavior. *Annu. Rev. Econ.*, Annual Reviews, v. 1, n. 1, p. 489–511, 2009.
- JACKSON, M. O. et al. *Social and economic networks*. [S.l.]: Princeton university press Princeton, 2008. v. 3.
- LEIVA, G. d. C.; SATHLER, D.; FILHO, R. D. O. Estrutura urbana e mobilidade populacional: implicações para o distanciamento social e disseminação da covid-19. *Revista Brasileira de Estudos de População*, SciELO Brasil, v. 37, p. e0118, 2020.
- LIU, w.; HUALAN, L. *COVID-19: Attacks the I-Beta Chain of Hemoglobin to Disrupt Respiratory Function and Escape Immunity by Capsid-Like System*. 2023.
- MACHADO, A. M.; BOERES, M. C. S. Aplicação de medidas de centralidade e análise da estrutura da rede brasileira de financiamento de campanha eleitoral de 2014. *artigo apresentado no XLVIII SBPO: Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, Vitória, ES*, p. 27–30, 2016.
- METZ, J.; CALVO, R.; SENO, E. R. M.; ROMERO, R. A. F.; LIANG, Z. *Redes complexas: conceitos e aplicações*. 2007.
- MOTA, G. O. *Teoria dos grafos. 1ª edição*. Santo André: CMCC–Universidade Federal do ABC, 2019.

- NEWMAN, M. E. The structure and function of complex networks. *SIAM review*, SIAM, v. 45, n. 2, p. 167–256, 2003.
- NICOLELIS, M. A.; RAIMUNDO, R. L.; PEIXOTO, P. S.; ANDREAZZI, C. S. The impact of super-spreader cities, highways, and intensive care availability in the early stages of the covid-19 epidemic in brazil. *Scientific reports*, Nature Publishing Group UK London, v. 11, n. 1, p. 13001, 2021.
- OSTROSKI, A.; MENONCINI, L. Aplicações práticas da teoria dos grafos. *Pato Branco: XIII ERMAC*, 2009.
- PUBLICS, U. I. des T. *Urban public transport in the 21st century*. 2017.
- RAMPAZZO, L. *Metodologia científica*. [S.l.]: Edições Loyola, 2005. ISBN 9788515024988.
- RONQUI, J. R. F. *Medidas de centralidade em redes complexas: correlações, efetividade e caracterização de sistemas*. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2014.
- RUSTICUS, S. A.; LOVATO, C. Y. Impact of sample size and variability on the power and type i error rates of equivalence tests: A simulation study. *Practical Assessment, Research, and Evaluation*, v. 19, n. 1, p. 11, 2019.
- SHI, H.; YAN, K.-K.; DING, L.; QIAN, C.; CHI, H.; YU, J. Network approaches for dissecting the immune system. *Isience*, Elsevier, v. 23, n. 8, 2020.
- SHIMOURA, R. O.; PENA, R. F.; KAMIJI, N. L.; LIMA, V.; ROQUE, A. C. Modelos de redes de neurônios para o neocórtex e fenômenos emergentes observados. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, SciELO Brasil, v. 43, 2021.
- SILVA, L.; FILHO, D. F.; FERNANDES, A. The effect of lockdown on the covid-19 epidemic in brazil: evidence from an interrupted time series design. *Cadernos de Saúde Pública*, SciELO Public Health, v. 36, p. e00213920, 2020.
- SOL, A. D.; FUJIHASHI, H.; O'MEARA, P. Topology of small-world networks of protein–protein complex structures. *Bioinformatics*, Oxford University Press, v. 21, n. 8, p. 1311–1315, 2005.
- SUN, X.; ZHUGE, H. Merging complex networks. In: IEEE. *2011 Seventh International Conference on Semantics, Knowledge and Grids*. [S.l.], 2011. p. 233–236.
- THATTE, A.; PRICA, M.; ILIĆ, M. Power networks. p. 1319, 2014.
- WASSERMAN, S.; FAUST, K. *Social network analysis: Methods and applications*. Cambridge university press, 1994.