



UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO - UFOP
ESCOLA DE MINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE MINAS - DEMIN



MATEUS DOS ANJOS SILVA

**ESCALONAMENTO DE DIÂMETRO DE BOLAS DE REPOSIÇÃO EM MOINHOS
VIA SIMULAÇÃO**

Ouro Preto – MG
2023

MATEUS DOS ANJOS SILVA

ESCALONAMENTO DE DIÂMETRO DE BOLAS DE REPOSIÇÃO EM MOINHOS
VIA SIMULAÇÃO

Monografia submetida à apreciação da banca examinadora de graduação em Engenharia de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto, como parte dos requisitos necessários para a obtenção de grau de Bacharel em Engenharia de Minas.

Área de Concentração: Processamento Mineral.

Orientador: Prof. Dr. Vladimir Kronemberger Alves.

SISBIN - SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO

S586e Silva, Mateus dos Anjos.
Escalonamento de diâmetro de bolas de reposição em moinhos via
simulação. [manuscrito] / Mateus dos Anjos Silva. - 2023.
65 f.

Orientador: Prof. Dr. Vladimir Kronemberger Alves.
Monografia (Bacharelado). Universidade Federal de Ouro Preto. Escola
de Minas. Graduação em Engenharia de Minas .

1. Beneficiamento de minério - Processamento mineral. 2.
Beneficiamento de minério - Moagem. 3. Métodos de simulação. I. Alves,
Vladimir Kronemberger. II. Universidade Federal de Ouro Preto. III. Título.

CDU 622.73

Bibliotecário(a) Responsável: Sione Galvão Rodrigues - CRB6 / 2526



FOLHA DE APROVAÇÃO

Mateus dos Anjos Silva

Escalonamento de diâmetro de bolas de reposição em moinhos via simulação

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de Engenheiro de Minas

Aprovada em 11 de (Dezembro) de 2023

Membros da banca

[Doutor] - Vladimir Kronemberger Alves - Orientador (Universidade Federal de Ouro Preto)
[Mestre] - Marco Aurélio Soares Martins - (CEMI - Consultoria em Engenharia Mineral)
[Mestre] - Jacinto Tchipa Daniel Cumena- (Mineração Morro do Ipê S.A.)

Vladimir Kronemberger Alves, orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito na Biblioteca Digital de Trabalhos de Conclusão de Curso da UFOP em 26/12/2023



Documento assinado eletronicamente por **Vladimir Kronemberger Alves, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 26/12/2023, às 20:58, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **0648037** e o código CRC **19F7688F**.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer primeiramente à Deus, por me possibilitar chegar até aqui, passando por cima de diversas atribuições e dando o melhor de mim. Aos meus pais, que sempre me apoiaram e estiveram ao meu lado em minhas decisões e estão sempre na torcida por mim. Minha família e amigos, que sempre estiveram ao meu lado, compartilhando comigo essa caminhada, apoiando sempre que foi necessário.

Um agradecimento aos professores e funcionários do departamento de Engenharia de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto, em especial ao meu orientador, Vladimir Kronemberger Alves, pelo acompanhamento e apoio prestado na minha jornada durante o curso, principalmente na elaboração deste trabalho.

Por fim, gostaria de agradecer de forma geral, a todos que direta ou indiretamente estiveram envolvidos durante a elaboração dessa monografia e durante a minha passagem pelo curso de Engenharia de Minas na Universidade Federal de Ouro Preto, a qual também agradeço o ensino gratuito e de qualidade oferecido a todos os alunos.

RESUMO

Este trabalho foi elaborado com o objetivo de estimar os parâmetros de quebra de um material, em escala de laboratório a fim de usá-los para modelagem matemática e simulação de um moinho de bolas em escala industrial. A metodologia utilizada consistiu em utilizar uma amostra de minério de ferro advinda do circuito de moagem industrial da mina de Germano da empresa Samarco, e moê-la em diferentes tempos, 0,5, 1, 2, 4 e 8 minutos em um moinho padronizado em escala de laboratório sob as mesmas condições do moinho industrial, exceto o diâmetros das bolas, realizar a análise granulométrica ao final de cada ensaio de moagem tanto quanto do material utilizado na alimentação e inserir essas informações em um software, da empresa Moly Cop, que estima os parâmetros das funções seleção e quebra. Esse software calcula estes parâmetros ajustando uma curva simulada à curva experimental, retornando como resultados os valores dos parâmetros dessas duas funções. A fim de facilitar os ensaios laboratoriais de moagem, apenas o último dos 5 ensaios no tempo de 8 minutos foi efetuado com a porcentagem de sólidos do circuito industrial, sendo que os demais foram realizados à seco, alterando assim apenas o valor do parâmetro α_0 , que foi cerca de 2,4 vezes maior que os demais, sendo que este depende diretamente da velocidade de fragmentação do material. Todos os ensaios de bancada foram realizados utilizando-se bolas de 25,4mm, para simulação do circuito industrial que operava com uma bola de reposição de 63 mm, foi utilizado o fator de escalonamento C_2 proposto por Austin (Austin, 1984). Ao final foi feita a simulação do circuito industrial e comparado com o balanço de massas no momento da amostragem e pode-se concluir que a metodologia se mostrou adequada e satisfatória, tendo em vista que as curvas simuladas pelo software tiveram uma aderência muito boa com as curvas experimentais e com o balanço de massas do circuito industrial.

Palavras-chave: Corpos Moedores. Simulação. Escalonamento. Balanço Populacional.

ABSTRACT

This work was developed with the aim of estimating the breakage parameters of a material on a laboratory scale for use in mathematical modeling and simulation of an industrial-scale ball mill. The methodology employed involved using a sample of iron ore from the industrial grinding circuit of Samarco's Germano mine, grinding it at different times (0.5, 1, 2, 4, and 8 minutes) in a standardized laboratory-scale mill under the same conditions as the industrial mill. Granulometric analysis was conducted at the end of each grinding test for both the material used in the feed and the resulting material. The obtained data were then input into software from Moly Cop, a company that estimates the parameters of selection and breakage functions. This software calculates these parameters by fitting a simulated curve to the experimental curve, yielding the values of the parameters for these two functions as results. To facilitate laboratory grinding tests, only the last of the five tests at the 8-minute time interval was conducted with the percentage of solids from the industrial circuit, while the others were performed dry. This alteration affected only the value of the parameter α_0 , which was approximately 2.4 times greater than the others and is directly dependent on the material's fragmentation speed. All bench-scale tests were conducted using 25.4mm balls to simulate the industrial circuit, which operated with a replacement ball size of 63mm. The C_2 scaling factor proposed by Austin (Austin, 1984) was used to account for this difference. In the final stage, simulation of the industrial circuit was performed and compared with the mass balance at the sampling moment. It was concluded that the methodology proved to be appropriate and satisfactory, as the curves simulated by the software showed a very good fit with the experimental curves and the mass balance of the industrial circuit.

Keywords: Grinding Media. Simulation. Scaling. Population Balance.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Circuitos de moagem.	16
Figura 2 - Representação esquemática das funções S e B.	22
Figura 3 - Forma matricial da equação de balanço populacional.	23
Figura 4 - Exemplo de Curva de Partição	28
Figura 5 – Esquema de preparação das amostras.....	32
Figura 6 - Análises granulométricas (Alimentação e diversos tempos de moagem).	37
Figura 7 - Fluxograma do circuito de moagem com pontos amostrados e variáveis operacionais.	38
Figura 8 - Curvas de saída.	39
Figura 9 - Resultado da Simulação do Moinho em Circuito Aberto	41
Figura 10 - Estimativa de Parâmetros do Ciclone	42
Figura 11 - Resultados da Simulação do Circuito Industrial	43

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Dimensões dos equipamentos industriais	32
Tabela 2 – Condições de moagem e dimensões do moinho de laboratório.	33
Tabela 3 - Tempos de Moagem.	33
Tabela 4 - Dados de saída VKABmill.....	34
Tabela 5 - Densidades Calculadas.....	36
Tabela 6 - Dados de Saída.....	39
Tabela 7 - Balanço de Massa e Análise Granulométrica do Circuito Industrial de Moagem	40

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

B – Função Quebra

CC – Carga circulante

D – Diâmetro interno do moinho em pés

E – Energia em kWh/t

fc – Carga de Material (%)

J – Fração do enchimento de bolas do moinho.

L – Comprimento interno do moinho em pés

OF – Overflow

rpm – Rotações por minuto

S – Função Seleção

t – Tempo em minutos

U – Fração do preenchimento Intersticial de minério na carga de bolas

UF – Underflow

Vc – Velocidade Crítica em RPM

W – Potência em kW

WI – Work Index em kWh/t

x – Abertura da Peneira em mm

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	OBJETIVOS	13
2.1	OBJETIVO GERAL	13
2.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	13
3	REVISÃO DA LITERATURA	15
3.1	MOAGEM.....	15
3.2	CIRCUITOS DE MOAGEM DE BOLAS	15
3.3	MOINHO DE BOLAS.....	16
3.4	TEORIAS CLÁSSICAS	18
3.4.1	Primeira lei da cominuição	18
3.4.2	Segunda lei da cominuição	18
3.4.3	Terceira lei da cominuição	19
3.5	DIMENSIONAMENTO DE MOINHO DE BOLAS	20
3.6	EQUAÇÃO DE BALANÇO POPULACIONAL	21
3.7	PARÂMETROS PARA ESCALONAMENTO DA FUNÇÃO SELEÇÃO PROPOSTOS POR AUSTIN	25
3.8	CLASSIFICAÇÃO EM HIDROCICLONES	27
3.8.1	Modelo CIMM	29
4	METODOLOGIA	32
4.1	PREPARAÇÃO DA AMOSTRA.....	32
4.2	MOAGEM.....	33
4.3	CÁLCULO DE DENSIDADE E UMIDADE.....	34
4.4	ANÁLISE GRANULOMÉTRICA	34
4.5	ESTIMATIVA DE PARÂMETROS E SIMULAÇÃO	34
5	RESULTADOS	36
5.1	DENSIDADE E UMIDADE	36
5.2	ANÁLISE GRANULOMÉTRICA	36
5.3	ESTIMATIVA DOS PARÂMETROS DE QUEBRA	37
5.4	SIMULAÇÃO DO CIRCUITO DE MOAGEM ABERTO.....	40
5.5	CALIBRAÇÃO DOS CICLONES	42
5.6	SIMULAÇÃO DO CIRCUITO INDUSTRIAL	43
6	CONCLUSÃO	44
7	SUGESTÃO PARA TRABALHOS FUTUROS	45
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	46

1 INTRODUÇÃO

O processo de cominuição tem como uma de suas principais funções reduzir o tamanho das partículas minerais até uma granulometria que permita uma efetiva liberação da espécie mineral útil da não útil. Na cominuição existem duas etapas principais: a britagem, que faz uma redução inicial um pouco mais grosseira, e a moagem, capaz de reduzir as partículas até granulometrias extremamente finas. Alvez (2006) diz que o material proveniente do processo de moagem determina o quão eficiente serão os processos subsequentes, nos levando então a dar uma certa atenção a esta etapa e aos fenômenos que nela ocorrem.

Em 1981, a National Research Council apud Maia (2022), publicou um estudo no qual se estimava que o processo de cominuição era responsável por consumir de 3 a 4% da eletricidade produzida no mundo e cerca de 70% da energia utilizada em uma planta de beneficiamento. Maia (2022) constata que embora os dados dessa pesquisa sejam antigos, houve poucos avanços na tecnologia utilizada nesse processo, o que nos motiva então a focar alguns estudos nessa área tão importante para o processamento mineral.

A equação de balanço populacional é muito utilizada quando se deseja descrever o comportamento de uma população em função de alguma variável. No processo de moagem, ela é uma ferramenta muito utilizada quando queremos descrever o comportamento de um determinado grupo de partículas, normalmente de uma mesma granulometria, em função do tempo. No contexto da moagem, Herbst et al. (1973) propôs uma equação de balanço populacional definida com base em dois parâmetros, que são eles a função seleção e a função quebra. Alvez (2006) nos diz que a primeira está diretamente relacionada à velocidade de quebra do material, que por sua vez está relacionada aos parâmetros adotados neste processo, enquanto a segunda está relacionada às características intrínsecas ao material que está sendo moído.

A equação do balanço populacional, associada a uma metodologia eficaz de simulação matemática são ferramentas eficientes e fundamentais para um processo de dimensionamento de moinhos e controle dos parâmetros de moagem, que se apresentam como uma ótima saída quanto ao alto consumo energético nesse processo, tendo em vista que qualquer otimização que venha gerar economia

energética no processo é muito desejada. A metodologia adotada neste trabalho consiste em efetuar testes de moagem em diferentes tempos, utilizando as mesmas condições de operação de um moinho industrial previamente amostrado, exceto o diâmetro das bolas, e estimar com auxílio de um software os parâmetros da função seleção e função quebra até que a curva de análise granulométrica simulada se ajuste à curva experimental, após estimativa destes parâmetros simular o desempenho do circuito de moagem amostrado.

Nos capítulos posteriores é feita uma revisão da literatura, na qual são apresentados alguns conceitos fundamentais do processo de moagem e expostas algumas formulações de parâmetros utilizados no controle do processo de moagem. Após isso são expostas as principais teorias clássicas de cominuição, sendo elas a de von Rittinger, a de Kick e a de Bond. As três tentam em suma, explicar como se dá a relação entre o consumo específico de energia e a geração de finos no processo de moagem. Por fim, falamos sobre a equação de balanço populacional e descrevendo em detalhe a função seleção e a função quebra. Após isso são expostos a metodologia detalhada e os resultados do experimento realizado com uma amostra de minério de ferro da mina de Germano, da mineradora Samarco.

2 OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GERAL

Este trabalho tem como objetivo fazer uma estimativa dos parâmetros de quebra de um material através da equação de balanço populacional em escala de laboratório, a fim de usar essas informações para uma modelagem matemática e para simulação de moinho de bolas em escala industrial. Utilizando um moinho de bancada operando com uma carga de bolas de 25,4 mm, e aplicando o fator C_2 proposto por Austin (Austin, 1984) em conjunto com a equação do balanço populacional, para escalonar o moinho industrial operando com uma bola de reposição de diâmetro diferente do testado em laboratório.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Apresentar a importância da moagem e do eficiente dimensionamento dos moinhos, tanto quanto os tipos de circuito de moagem, os parâmetros do processo e as três teorias clássicas da cominuição.
- Discorrer sobre o dimensionamento de um moinho de bolas, sobre a equação de balanço populacional e como esta é utilizada nos processos de simulação e modelagem matemática.
- Explicar uma metodologia de estimativa de parâmetros de quebra de um material e de simulação de um circuito de moagem através da utilização dos softwares Moly Cop Tools 3.0.
- Realizar o escalonamento do diâmetro das bolas de um moinho em escala industrial, operando com bolas de reposição de diâmetro diferente aos utilizados em laboratório, utilizando o fator de escalonamento C_2 proposto por Austin (Austin, 1984).
- Demonstrar a aplicação desta metodologia para uma amostra de minério de ferro coletada na Usina 3 da planta de beneficiamento da mina de Germano da empresa Samarco em Mariana, MG.

3 REVISÃO DA LITERATURA

3.1 MOAGEM

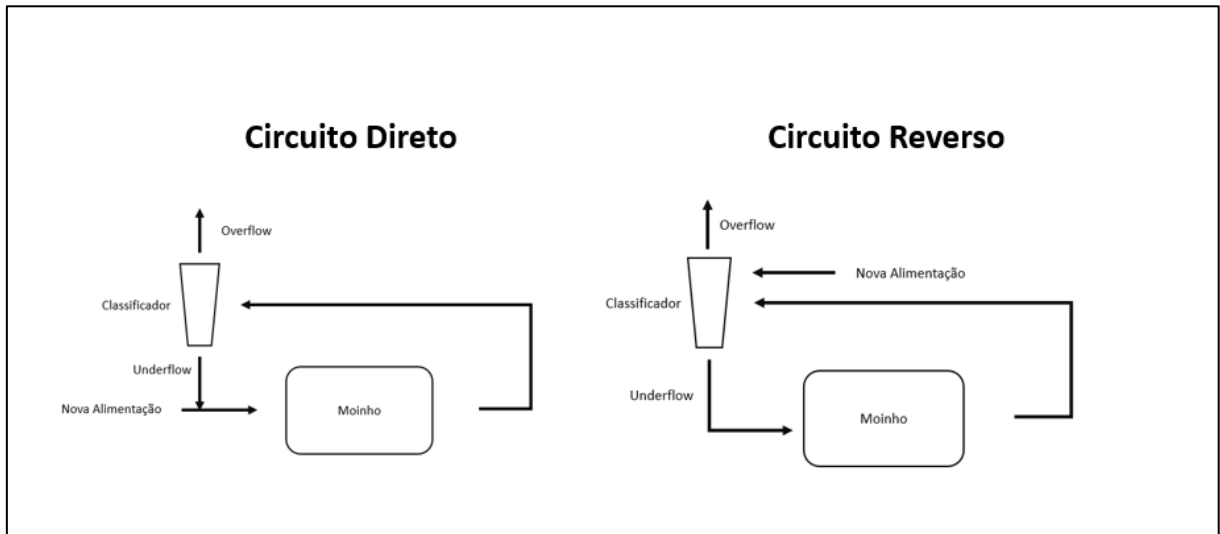
O processo de beneficiamento de minerais inclui algumas etapas, dentre as quais destacamos a cominuição do material. Na etapa de cominuição estão compreendidos os processos de britagem, que irá realizar as primeiras reduções de granulometria do material extraído da mina. Subsequente a essa, existe o processo de moagem que irá realizar uma fragmentação ainda maior nas partículas, a fim de garantir que elas possuam o grau de liberação necessário para seguir para as etapas posteriores ao processo de cominuição.

Segundo Figueira et al. (2010), na etapa de moagem as partículas são fragmentadas por uma combinação de forças até um tamanho adequado para etapas posteriores de concentração, sendo que cada tipo de minério possui uma granulometria ótima para moagem, a ser definida por diversos fatores como o grau de liberação da ganga e do mineral de interesse e o método de concentração aplicado.

3.2 CIRCUITOS DE MOAGEM DE BOLAS

Basicamente, os circuitos de moagem/classificação existentes são divididos em circuito direto e circuito reverso. No circuito direto, a alimentação do moinho é feita com material fresco adicionado na fração underflow proveniente do classificador. No circuito reverso, a alimentação fresca é feita diretamente no classificador, e após o processo, o underflow deste alimenta o moinho. O que existe de comum em ambos os casos é que o overflow do classificador será o produto final. Pode-se observar a esquematização dos dois circuitos na figura 1.

Figura 1 - Circuitos de moagem.



Fonte: O autor, 2023.

3.3 MOINHO DE BOLAS

Os moinhos podem ser preenchidos com diferentes tipos de corpos moedores, a depender do tipo de material e da granulometria a qual se deseja chegar. Dentre os corpos moedores mais comuns, podemos citar: as barras, os cylpebs e as bolas. Segundo Alves (2006), quando tratamos do processo de moagem, faz-se necessário ter o controle sobre alguns valores inerentes aos moinhos, que são eles: o consumo específico de energia (E) expresso em kWh/t e a carga circulante CC. Quando tratamos do moinho de bolas, algumas condições de operação são de extrema importância de se conhecer e controlar, a fim de manter um bom funcionamento do processo.

De acordo com Bond (1951) apud Alves (2006) a velocidade crítica de rotação de um moinho é aquela na qual as bolas começam a ter um comportamento de centrifugação nas paredes dele. Essa velocidade crítica é definida como:

$$V_c = \frac{76,6}{\sqrt{D - d}}, \text{ D e d em pés} \quad (3.1)$$

$$V_c = \frac{42,2}{\sqrt{D - d}}, \text{ D e d em metros} \quad (3.2)$$

Onde:

Vc: velocidade crítica em RPM;

D: diâmetro interno do moinho;

d: diâmetro máximo das bolas.

Segundo Austin (1981) apud Nascimento (2013), a fração do volume interno do moinho ocupada pela carga de bolas é igual ao carregamento J. Na prática utiliza-se a equação abaixo para medir o carregamento do moinho:

$$J = \left(\frac{\text{massa de bolas}}{\text{densidade da bola}} \right) \frac{1}{\text{Volume do moinho} \cdot 0,6} \quad (3.3)$$

De forma análoga, a carga de material f_c é representada por:

$$f_c = \left(\frac{\text{massa total das partículas}}{\text{densidade do material}} \right) \frac{1}{\text{Volume do moinho} \cdot 0,6} \quad (3.4)$$

Por fim, o preenchimento intersticial U é definido por:

$$U = \frac{f_c}{0,4J} \quad (3.5)$$

Segundo Nascimento (2013), o valor de J normalmente se encontra entre 0,35 e 0,40.

O valor de U é normalmente 1.

3.4 TEORIAS CLÁSSICAS

Segundo Rosa (2019), existem três tradicionais leis da cominuição, propostas por von Rittinger, Kick e Bond, que relacionam o consumo específico de energia com a geração de finos.

3.4.1 Primeira lei da cominuição

De acordo com von Rittinger (1867) apud Alves (2006), a relação entre a energia específica consumida para gerar uma nova superfície devido redução de tamanho da partícula no moinho é proporcional à superfície gerada, a menos de uma constante.

$$E = k \left(\frac{1}{dp} - \frac{1}{Da} \right) \quad (3.6)$$

Onde:

E: energia consumida por unidade de massa da alimentação;

dp: diâmetro da partícula do produto;

Da: diâmetro da partícula da alimentação;

k: constante de proporcionalidade.

3.4.2 Segunda lei da cominuição

Segundo Kick (1885) apud Alves (2006), a energia é proporcional à razão de redução entre a alimentação e o produto gerado por esse circuito, a menos de uma constante.

$$E = k \ln \left(\frac{Da}{dp} \right) \quad (3.7)$$

Onde:

E: energia consumida por unidade de massa da alimentação;

dp: diâmetro da partícula do produto;

Da: diâmetro da partícula da alimentação;

k: constante de proporcionalidade.

3.4.3 Terceira lei da cominuição

Uma das principais leis de cominuição estudadas até os dias de hoje é a lei de Bond (1952). Segundo o autor, a energia específica consumida em um processo de cominuição é inversamente proporcional à raiz quadrada do tamanho da partícula. A fórmula da potência consumida é:

$$W = 10 WI \left(\frac{1}{\sqrt{P80}} - \frac{1}{\sqrt{F80}} \right) \quad (3.8)$$

Sendo:

W: potência consumida(kWh/st);

P80: d80 da alimentação (μm);

F80: d80 do produto (μm);

WI: Work Index (kWh/st).

Existem, porém, algumas questões que a lei de Bond não abrangia. Segundo Alves (2006), a fórmula tem validade para moinho de barras operando em circuito aberto e moinho de bolas operando em circuito fechado. Além disso, a equação dá o consumo de potência em kWh/st para moagem a úmido realizada em moinhos de 8" de diâmetro interno (ALVES,2006).

A fim de corrigir essa limitação, foram desenvolvidos por Rowland, 8 (oito) fatores de correção que são multiplicados ao valor de W, permitindo com que a fórmula de Bond seja aplicada para diversas configurações de moagem (BERALDO, 1987).

Esses fatores possibilitam utilizar a fórmula de Bond em caso de moagem a seco, moinho de bolas em circuito aberto, diâmetro interno do moinho diferente de 8",

alimentação do moinho grosseira, moagem extremamente fina, a relação de redução for menor que 6 para moinho de bolas, e em caso de ineficiência de moinho e barras.

3.5 DIMENSIONAMENTO DE MOINHO DE BOLAS

Segundo Alves (2006), para o correto dimensionamento de um moinho de bolas é necessário saber o valor da potência utilizada pelo mesmo. Para esse dimensionamento a fórmula mais utilizada é a de Bond. Segundo Bond (1960):

$$KW = 7,33 A J \varphi c (1 - 0,937 J) \left(1 - \frac{0,1}{2^{9-10 \varphi c}}\right) \rho b L D^{2,3} \quad (3.9)$$

Onde:

A = 1, moagem a úmido em moinho de descarga overflow;

A = 1,16, moagem a úmido com moinho de descarga por grelha;

A = 1,08, moagem a seco;

D: diâmetro interno do moinho (m);

L: comprimento interno do moinho (m);

J: carregamento;

φc : fração da velocidade crítica do moinho

Moinhos com diâmetros menores que 0,76 m possibilitam a utilização da equação proposta por Rowland (1986) apud Batalha (2021), que é baseada na afirmação de que a potência calculada pela mesma é igual à potência medida caso fosse utilizado um moinho de torque.

$$kWb = 6,3 \times D^{0,3} \times \text{sen} \left[51 - 22 \left(\frac{2,44 - D}{2,44} \right) \right] \times (3,2 - 3 J) \times \varphi c \times \left(1 - \frac{0,1}{2^{(9-10 \times \varphi c)}} \right) \quad (3.10)$$

Onde:

kWb = quilowatts/ t de bolas, no eixo pinhão;

D = diâmetro do moinho interno ao revestimento (m);

J = carregamento;

φ_c = fração da velocidade crítica do moinho.

Para obtermos o valor da potência em kW, basta multiplicarmos o valor encontrado por essa equação pela massa de bolas, em toneladas, que está sendo utilizada.

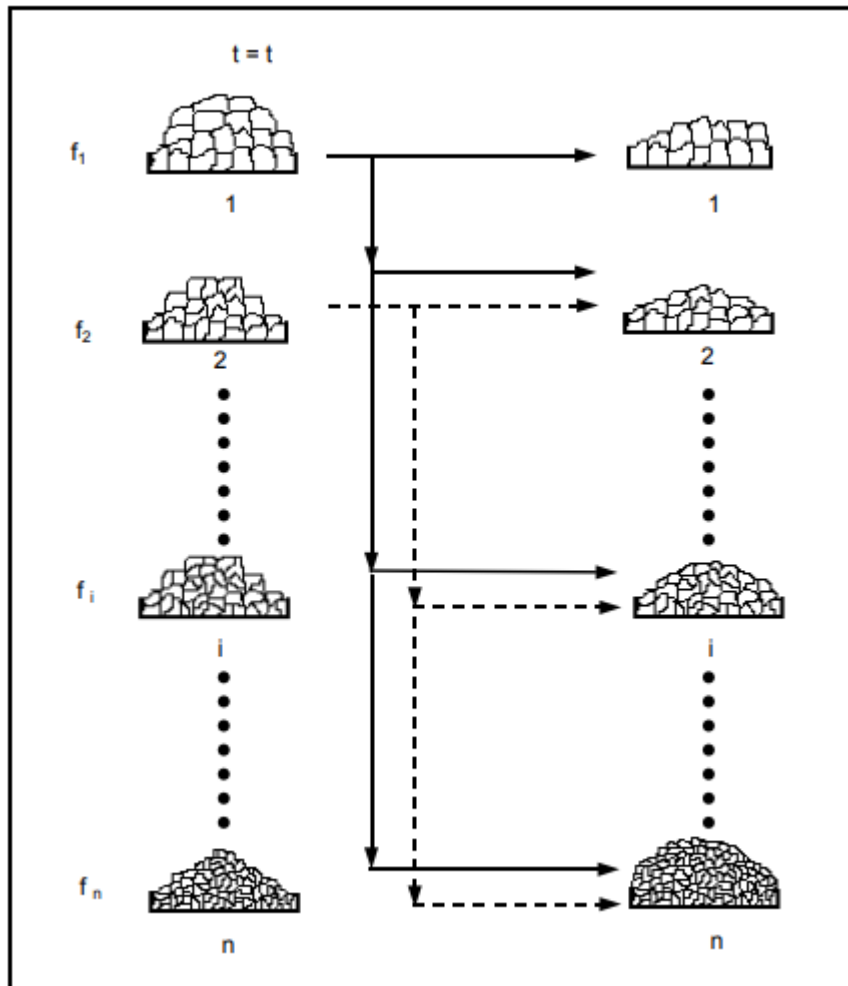
3.6 EQUAÇÃO DE BALANÇO POPULACIONAL

MAZZINGHY *et al.* (2013) dizem que, para a simulação de um processo de moagem em escala industrial, a equação de balanço populacional é um dos modelos mais robustos dos quais possuímos atualmente. Essa equação considera conjuntos de partículas sendo fragmentadas por um determinado intervalo de tempo e a partir dele é possível descobrir a fragmentação de cada fração granulométricas.

Antes, porém de apresentar a equação de balanço populacional proposta por Herbst *et al.* (1973), devemos nos atentar a dois parâmetros utilizados na definição da mesma: a função Seleção (S) e a função Quebra (B).

De acordo com Alves (2006), a função seleção está relacionada à velocidade de quebra das partículas e a função quebra à distribuição granulométrica do produto. A figura 2 nos ajudará numa melhor compreensão desses conceitos.

Figura 2 - Representação esquemática das funções S e B.



Fonte: ALVES, 2006.

Considerando que em um tempo t qualquer, as granulometrias do material presente no moinho (f_i , $i=1, 2, \dots, n$), são representadas pelas porções de partículas na parte esquerda da figura. Após passado um intervalo de tempo Δt do início do processo de moagem, a distribuição granulométrica do material se redistribui em intervalos menores, representados do lado direito da figura. Podemos observar que as porções menores, após passado um período Δt do início da moagem, recebe partículas das porções iniciais de granulometria maior, e à medida que o intervalo de tempo aumenta, podemos constatar que as porções de granulometria menor vão aumentando sua quantidade de partículas enquanto as porções de maior granulometria vão diminuindo, até terminar, ou seja, até todas as partículas daquela porção granulométrica terem sido fragmentadas.

Sendo assim, a equação de balanço populacional pode ser descrita utilizando as seguintes matrizes apresentado na figura 3.

Figura 3 - Forma matricial da equação de balanço populacional.

$$f = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_{n-1} \\ f_n \end{pmatrix} \quad S = \begin{pmatrix} S_1 & & & & \\ & S_2 & \mathbf{0} & & \\ & & \cdot & & \\ & & & \cdot & \\ & & & & \mathbf{0} & S_{n-1} \\ & & & & & S_n \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & & & & \\ b_{21} & \mathbf{0} & & & \\ b_{31} & b_{32} & & & \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

Fonte: ALVES, 2006.

Seja S a matriz que representa a função seleção, B a matriz que representa a função quebra e I a matriz inversa, segundo Herbst (Herbst et al., 1968; Herbst et al., 1973; Herbst et al., 1980), podemos definir T como uma matriz composta pelos vetores $[-(I-B)S]$, e J como uma matriz diagonal que contém a solução, de forma que:

$$f(t) = T_{ij} J_{ij} T_{ij}^{-1} f^0 \quad (3.11)$$

Onde:

$$J_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{se } i \neq j \\ e^{-s_i t}, & \text{se } i = j \end{cases} \quad (3.12)$$

$$T_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{se } i < j \\ 1, & \text{se } i = j \\ \sum_{k=j}^{k=i} \frac{b_{ik} S_k}{S_i - S_j} T_{kj}, & \text{se } i > j \end{cases} \quad (3.13)$$

Por fim, definimos a equação de balanço populacional em função do consumo específico de energia E, cuja solução é dada pelo conjunto de equações acima.

$$\frac{df}{dE} = -S_i^E f_i + \sum_1^{j=i-1} B_{ij} S_j^E f_j \quad (3.14)$$

A partir dela podemos definir então as funções seleção específica e quebra através das fórmulas:

$$S_i^E = \frac{\alpha_0 d_i^{\alpha_1}}{1 + \left(\frac{d_i}{d_{crit}}\right)^{\alpha_2}}, i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (3.15)$$

$$B_{ij} = \beta_0 \left(\frac{d_i}{d_j}\right)^{\beta_1} + (1 - \beta_0) \left(\frac{d_i}{d_j}\right)^{\beta_2}, i = 1, 2, 3, \dots, n; j \leq i \quad (3.16)$$

Os parâmetros α_0 , α_1 , α_2 , d_{crit} , β_0 , β_1 e β_2 , podem ser determinados de várias formas possíveis, como por exemplo estimação por regressão não linear ou a utilização de modelos, entretanto, existem softwares hoje que fazendo a determinação dos mesmos através de algumas entradas de dados obtidos em ensaios de moagem feitos sob condições específicas. Um exemplo de software que realiza esse tipo de determinação é o Moly-Cop Tools.

Sobre a função quebra, Maia (2022) conclui em seu trabalho que a mesma não depende das condições de moagem do material, e sim apenas das características intrínsecas ao mesmo, dessa forma pode-se extrapolar para a escala industrial, com os devidos cuidados, todos os ajustes feitos no moinho de batelada.

3.7 PARÂMETROS PARA ESCALONAMENTO DA FUNÇÃO SELEÇÃO PROPOSTOS POR AUSTIN

Austin (1984) propõe em seu livro *Process Engineering of Size Reduction: Ball Milling*, parâmetros empíricos de ajuste para a função seleção dos materiais em casos que se deseja estimar parâmetros de um moinho industrial utilizando equipamentos em escala de laboratório. Esses parâmetros têm relação com variáveis como o diâmetro do moinho, o diâmetro das bolas, o enchimento e a velocidade crítica. São aplicados na função seleção de acordo com a equação a seguir.

$$S_i^E = \frac{\alpha_0 d_i^{\alpha_1}}{1 + \left(\frac{d_i}{C_1 d_{crit}}\right)^{\alpha_2}} C_2 C_3 C_4 C_5 \quad (3.17)$$

Onde:

C_1, C_2, C_3, C_4 e C_5 = parâmetros de escalonamento.

$$C_1 = \left(\frac{D}{D_T}\right)^{N_2} \left(\frac{d}{d_T}\right)^2 \quad (3.18)$$

Onde:

D = diâmetro do moinho industrial em pés;

D_T = diâmetro do moinho de teste em pés;

d = diâmetro da bola industrial em polegadas;

d_T = diâmetro da bola de teste em polegadas;

N_2 = parâmetro empírico.

$$C_2 = \left(\frac{d_T}{d}\right)^{N_0} \quad (3.19)$$

Onde:

N_0 = parâmetro empírico.

$$C_3 = \left(\frac{D}{D_T}\right)^{N_1}, \quad D \leq 3,81 \text{ m} \quad (3.20)$$

$$C_3 = \left(\frac{3,81}{D_T}\right)^{N_1} \left(\frac{D}{3,81}\right)^{N_1-\Delta}, \quad D \geq 3,81 \text{ m} \quad (3.21)$$

Onde:

N_1 = Parâmetro empírico;

$\Delta = 0,2$.

$$C_4 = \left(\frac{1 + 6,6J_T^{2,3}}{1 + 6,6J^{2,3}}\right) e^{-c(U-U_T)} \quad (3.22)$$

Onde:

J_T = Carregamento do moinho de teste;

J = Carregamento do moinho industrial;

$c = 1,3$;

U = Preenchimento intersticial do moinho industrial;

U_T = Preenchimento intersticial do moinho de teste.

$$C_5 = \left(\frac{\phi_c - 0,1}{\phi_{cT} - 0,1}\right) \left(\frac{1 + e^{[15,7(\phi_{cT}-0,94)]}}{1 + e^{[15,7(\phi_c-0,94)]}}\right) \quad (3.23)$$

Onde:

ϕ_c = velocidade crítica do moinho industrial;

ϕ_{cT} = velocidade crítica do moinho de teste.

3.8 CLASSIFICAÇÃO EM HIDROCICLONES

Segundo Carrisso (2004), os hidrociclones são constituídos por um cone e um cilindro que são unidos e em seu vértice possui uma abertura de descarga de underflow denominada apex. A alimentação é feita de forma tangencial, com a polpa sendo injetada sob pressão na seção cilíndrica onde existe também o que denominamos vortex, por onde é descarregado o overflow. Alves (2006) nos diz em seu trabalho que até o momento existem muitas discrepâncias em relação à definição dos parâmetros que garantem a eficiência dos hidrociclones como por exemplo a porcentagem de sólidos ideal na polpa de alimentação, a porcentagem de sólidos no overflow e a carga circulante desse processo.

Sepúlveda (1984) diz que a porcentagem de sólido e a carga circulante ótimas para operar com um hidrociclone são aquelas que permitem uma operação com a porcentagem mínima de sólidos no overflow e máxima no underflow de forma que seja possível operar. Podemos usar a expressão abaixo para representar esse postulado. Ressalta-se ainda, de acordo com Alves (2006), que a primeira parte, referente a diluição no underflow depende apenas da disponibilidade de água no processo e que a segunda parte, a diluição no overflow pode ser alcançada modificando a geometria e a quantidade de hidrociclones utilizados.

$$\%S_{Alm \acute{O}tm} = \frac{1 + CC \acute{O}tm}{\frac{CC \acute{O}tm}{\%S_{UF \ max}} + \frac{1}{\%S_{OF \ min}}} \quad (3.24)$$

Onde:

$\%S_{Alm \acute{O}tm}$ = porcentagem de sólidos em peso ótimo na alimentação;

$CC \acute{O}tm$ = carga circulante;

$\%S_{UF \ max}$ = porcentagem de sólidos em peso máxima no underflow;

$\%S_{OF \ min}$ = porcentagem de sólidos em peso mínima no overflow.

A eficiência de um hidrociclone pode ser mensurada através de sua curva de eficiência, também conhecida como curva de partição que é uma representação gráfica da quantidade esperada em relação a quantidade real de partículas

recuperadas para cada um dos diversos tamanhos da alimentação. Devemos destacar, porém, que a curva de partição feita através de dados experimentais não vai até a origem como se espera, que a eficiência convirja para um valor igual a zero à medida que as partículas vão diminuindo de tamanho. Segundo Nunes (2012), tal fato acontece porque a separação do material não é efetivamente real, sendo que vários mecanismos do próprio processo fazem com que partículas finas, que deveriam sair no overflow, sejam encontradas no underflow. A esse efeito damos o nome de curto-circuito ou by-pass.

Figura 4 - Exemplo de Curva de Partição



Fonte: Adaptado de CHAVES, 2002.

Para a realização de análises através da curva de partição faz-se necessário então fazer uma correção, que consiste em descontar da Eficiência de Classificação (E), o efeito de curto-circuito (B_{pf}). Dessa forma:

$$E_c = \frac{E - B_{pf}}{1 - B_{pf}} \quad (3.25)$$

Onde:

E_c =Eficiência Corrigida de Classificação;

E =Eficiência de Classificação;

B_{pf} = Efeito de Curto-Circuito.

Existem até então alguns modelos matemáticos elaborados para a classificação com hidrociclones. Dentre eles podemos destacar o modelo proposto pelo Centro de Investigación Minera y Metalúrgica (CIMM) embasado em um total de 77 ensaios de classificação com hidrociclones de diâmetros iguais a 6", 10", 15" e 20" descrito no trabalho de Sepúlveda (1983).

3.8.1 Modelo CIMM

- **Equação de pressão na alimentação**

$$H = a_1 \frac{Q^{1,46} e^{(-7,63\phi + 10,79\phi^2)}}{(DC)^{0,20} h^{0,15} (DI)^{0,51} (DO)^{1,65} (DU)^{0,53}} \quad (3.26)$$

Onde:

ϕ = porcentagem de sólidos, em volume, da alimentação;

a_1 = constante empírica característica do mineral;

Q = vazão volumétrica da polpa da alimentação em m³/h;

h = altura livre do ciclone em polegadas;

DC = diâmetro interno do ciclone em polegadas;

DI = diâmetro interno do inlet em polegadas;

DO = diâmetro do vortex em polegadas;

DU = diâmetro do apex em polegadas.

- **Equação do tamanho de corte corrigido**

$$d_{50}^c = a_2 \frac{(DC)^{0,40} (DI)^{0,58} (DO)^{1,91} e^{(11,12\phi)}}{(DU)^{0,80} h^{0,37} Q^{0,44} (\rho_s - 1)^{0,5}} \quad (3.27)$$

Onde:

a_2 = constante empírica característica do mineral;

ρ_s = densidade do mineral (g/cm^3).

- **Equação de partição da polpa**

$$S = \frac{Q_u}{Q_o} = a_3 \frac{h^{0,19} \left(\frac{DU}{DO}\right)^{0,24} e^{(-4,33\phi+8,77\phi^2)}}{H^{0,54}(DC)^{0,38}} \quad (3.28)$$

Onde:

a_3 = constante empírica característica do mineral.

- **Equação da eficiência de classificação**

$$E_i = B_{pf} + (1 - B_{pf})E_i^c \quad ; i = 1, 2, \dots, n \quad (3.29)$$

Onde:

$$E_i^c = 1 - e^{\left[-0,693 \left(\frac{d_i}{d_{50}^c}\right)^m\right]} \quad (3.30)$$

$$m = e^{(a_4 - 1,58R_v) \left(\frac{DC^2 h}{Q}\right)^{0,15}} \quad (3.31)$$

$$B_{pf} = \lambda B_{pw} \quad (3.32)$$

$$B_{pw} = \frac{R_v - \phi R_{sc}}{1 - \phi[1 - \lambda(1 - R_{sc})]} \quad (3.33)$$

$$R_v = \frac{S}{(S + 1)} \quad (3.34)$$

$$R_{sc} = \sum_1^n f_i E_i^c \quad (3.35)$$

De acordo com a equipe do CIMM, em um único ensaio de classificação é possível obter as constantes a_1 , a_2 , a_3 e λ . Neste trabalho foi utilizado este modelo adaptado na planilha Excel Cyclobal_Single do conjunto de planilhas disponíveis no software Moly Cop Tools.

4 METODOLOGIA

4.1 PREPARAÇÃO DA AMOSTRA

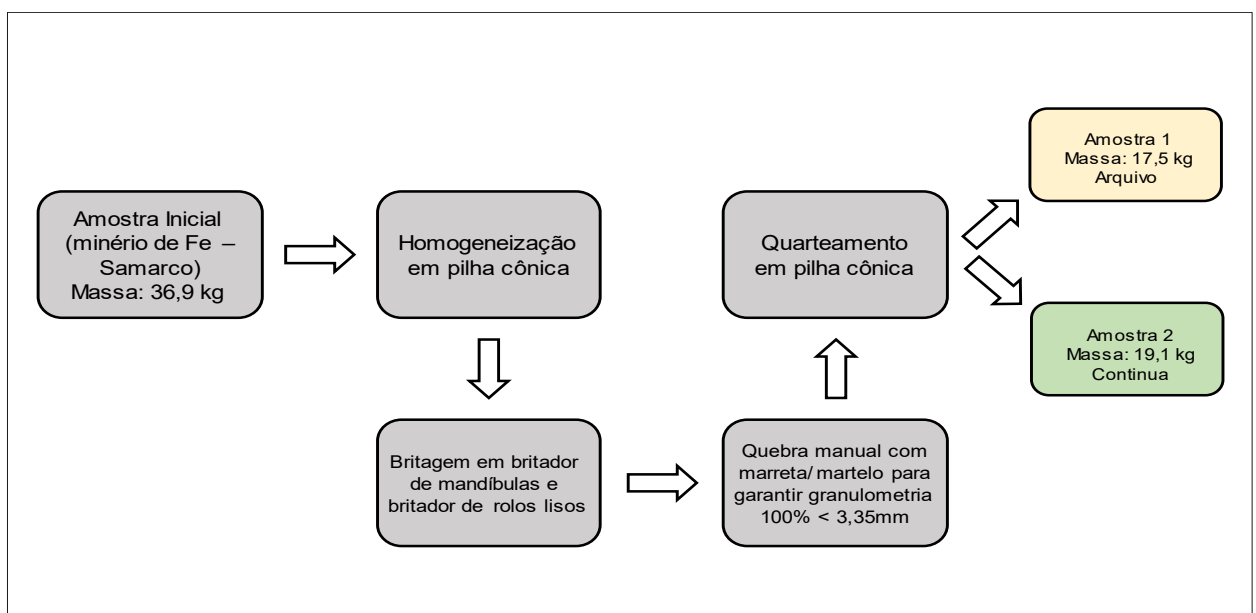
Este trabalho foi elaborado e realizado com a utilização de uma amostra de minério de ferro da empresa Samarco. Inicialmente foram coletadas amostras de todos os fluxos do circuito de moagem durante duas horas de operação do circuito estável, com coletas de alíquotas a cada 15 minutos para compor a amostra final. A amostra da alimentação nova foi homogeneizada, britada e quarteada. As dimensões dos equipamentos industriais encontram-se na Tabela 1 e os processos realizados com a amostra inicial até seu primeiro quarteamento encontram-se no esquema da figura 5.

Tabela 1 - Dimensões dos equipamentos industriais

Moinho		Ciclones	
Diâmetro (pés)	20	Número de ciclones	10
Comprimento (pés)	41	Pressão (psi)	15
Vc (%)	76	Diâmetro (pol.)	26
J (%)	22	Inlet (pol.)	10
Diâmetro das bolas (pol.)	2,5	Vortex (pol.)	10
		Apex (pol.)	5

Fonte: O autor, 2023.

Figura 5 – Esquema de preparação das amostras.



Fonte: O autor, 2023.

Com as amostras dos demais fluxos que compõe o circuito de moagem industrial amostrado, foram realizadas análises com base em parâmetros como vazão de polpa, granulometria e porcentagem de sólidos a fim de realizar o fechamento do balanço de massas deste circuito. Após esse processo, a amostra 2 foi quarteada por mais 7 vezes em um quarteador tipo Jones, obtendo-se por fim 8 amostras de aproximadamente 2,4 kg que foram utilizadas na moagem.

4.2 MOAGEM

As configurações do moinho, as condições de moagem e os tempos de cada ensaio de moagem estão expostos abaixo (Tabelas 2 e 3).

Tabela 2 – Condições de moagem e dimensões do moinho de laboratório.

Diâmetro (pol.)	10
Comprimento (pol.)	10
Vc (%)	76
J (%)	22
U	1
Diâmetro da Bola (pol.)	1

Fonte: O autor, 2023.

Tabela 3 - Tempos de Moagem.

Tempo (min)	% sólidos
0,5	100
1	100
2	100
4	100
8	79,3

Fonte: O autor, 2023.

Esses dados foram inseridos, juntamente com as densidades calculadas anteriormente no software VKABmill, o qual retornou já calculadas as massas de material a ser moído, a massa da carga de bolas utilizada no moinho, o volume de água e a velocidade de operação do moinho. Após todas as regulagens necessárias, foram efetuados os ensaios de moagem nos tempos determinadas. Foram utilizadas

as amostras previamente quarteadas (5 para moagem e 2 para arquivo), sendo que foi adicionado material proveniente de uma pilha alongada. O software VKABmill que utilizamos para o cálculo dos dados expostos na tabela abaixo utiliza as fórmulas descritas na revisão da literatura para os cálculos, mais especificamente as descritas nos tópicos 3.3, 3.4 e 3.5.

Tabela 4 - Dados de saída VKABmill.

Massa Material (Kg)	2.7
Massa Bolas (Kg)	12.778
rpm	67
Net Power (kW)	51.475
Net Torque (kW)	7.328
Água (ml)	0

Fonte: O autor, 2023.

4.3 CÁLCULO DE DENSIDADE E UMIDADE

Foram preparadas 3 amostras de 30 g que foram posteriormente levadas ao laboratório de propriedades interfaciais do DEMIN - UFOP para o cálculo da densidade através do método do picnômetro a gás que nos forneceu uma maior precisão nos dados. Foram calculados também com auxílio do picnômetro a gás a densidade das bolas que seriam utilizadas para a moagem. Os testes de densidade foram feitos em triplicata. Além das amostras para o cálculo de densidade foram preparadas uma amostra de 160,3 g para a determinação da umidade do material e uma amostra de 224 g para realização da análise granulométrica da alimentação do moinho.

4.4 ANÁLISE GRANULOMÉTRICA

Após os ensaios de moagem, o material foi seco (no caso da moagem a úmido), quarteado até se obter amostras de aproximadamente 350g e foi realizado um peneiramento a úmido, em uma série de peneiras que varia de uma abertura de 3,35mm até 0,038mm variando em uma razão $r=\sqrt{2}$. Foram realizadas as análises granulométricas do material da alimentação do moinho e do material moído após os tempos de 0,5 min, 1min, 2min, 4min e 8min. Após isso as amostras foram secas separadamente cada qual sua granulometria e pesadas.

4.5 ESTIMATIVA DE PARÂMETROS E SIMULAÇÃO

Para estimar os parâmetros da função seleção e função quebra, os dados da análise granulométrica foram inseridos no software Ball Param_Batch_Multi. Logo após a

obtenção dos parâmetros foi feito um escalonamento dos parâmetros da função seleção, utilizando o parâmetro C_2 de Austin e esses valores foram utilizados para a simulação do moinho industrial em circuito aberto utilizando o software BallSim_Open. Após isso foi necessário a estimativa dos parâmetros do ciclone, sendo assim utilizamos os dados obtidos nas etapas anteriores para preencher o software Cyclobal_Single que nos retornou os parâmetros necessários para o preenchimento do software BallSim_Direct que foi responsável por simular todo o circuito industrial de moagem. Todas as planilhas citadas acima estão disponíveis no pacote de simulação Moly Cop Tools 3.0.

5 RESULTADOS

5.1 DENSIDADE E UMIDADE

Podemos observar os resultados dos testes de determinação de densidade das bolas utilizados no laboratório e o material na tabela abaixo.

Tabela 5 - Densidades Calculadas.

Amostra	Minério	Bolas	Unidade
1	3.9583	7.5179	g/cm ³
2	3.9794	7.5211	
3	3.9368	7.5246	
Média	3.95817	7.5212	

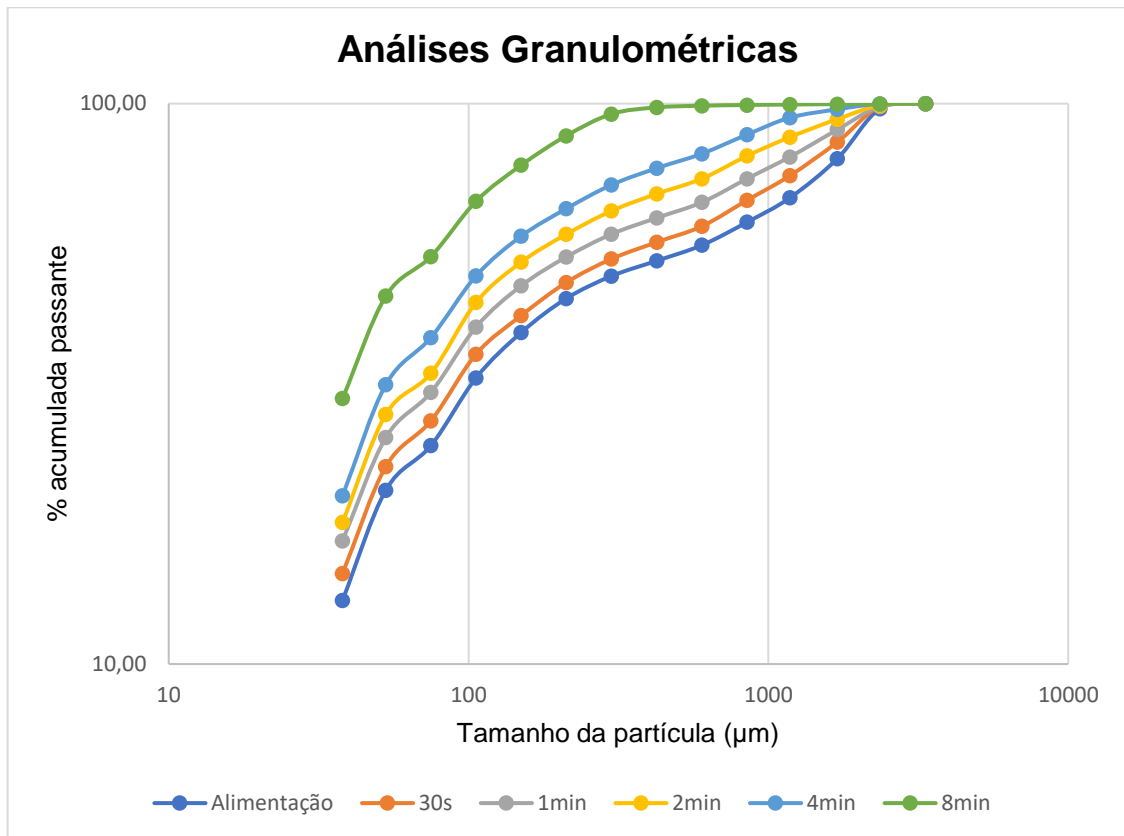
Fonte: O autor, 2023.

Para determinação da umidade, iniciou-se com uma amostra de 160,3 g. Após seca a amostra utilizada para pesava 159,3 g, sendo possível determinar a umidade do material analisado que foi de 0,374%.

5.2 ANÁLISE GRANULOMÉTRICA

Para os ensaios de bancada toda a amostra da alimentação nova do moinho industrial foi britada até 100 % passante na peneira de 3,35 mm tendo em vista que o material possuía granulometria grosseira, e caso não fosse reduzida, poderia impossibilitar sua moagem devido as dimensões do moinho e das bolas de teste. Após as análises granulométricas obtivemos os resultados conforme mostra o gráfico da figura abaixo.

Figura 6 - Análises granulométricas (Alimentação e diversos tempos de moagem).



Fonte: O autor, 2023.

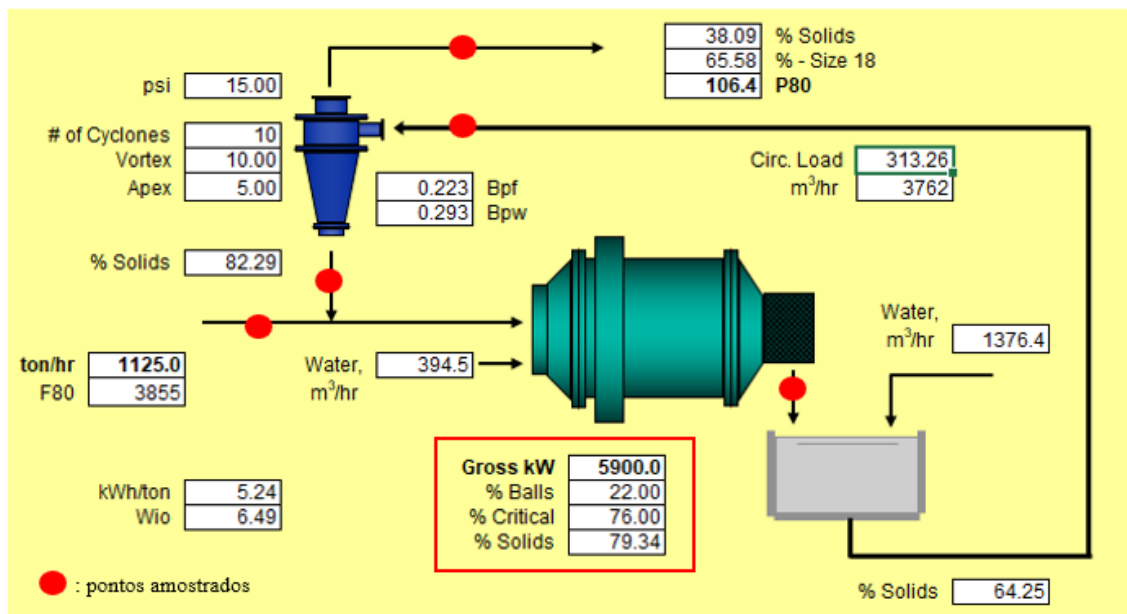
Podemos observar que o material moído por 8 minutos possui uma maior quantidade de material fino, diferindo-se do comportamento observado nos demais tempos, que possuem uma distribuição granulométrica um pouco mais uniforme. Isso se dá pelo fato de que além de ser o maior tempo de moagem, ele foi o único ensaio realizado à úmido, aumentando assim a fragmentação do material.

5.3 ESTIMATIVA DOS PARÂMETROS DE QUEBRA

As condições utilizadas nos ensaios de moagem foram iguais às condições de operação do moinho industrial da empresa Samarco, do qual o material foi amostrado, exceto o diâmetro da bola, que nos testes de laboratório foi utilizado o monotamanho de 1" e no moinho industrial é de 2,5" para as bolas de reposição. Outra observação é sobre a porcentagem de sólidos, que é igual à do balanço de massa da descarga do moinho industrial para o ensaio no tempo de 8 minutos, realizado a úmido. Os demais ensaios foram feitos à seco, ou seja, com porcentagem de sólidos igual a 100% a fim de simplificar e facilitar o procedimento laboratorial.

As condições de operação do moinho industrial e os pontos nos quais foram feitas amostragens no circuito de moagem estão expostos na figura 7.

Figura 7 - Fluxograma do circuito de moagem com pontos amostrados e variáveis operacionais.



Fonte: Adaptado de Moly Cop Tools 3.0, 2023.

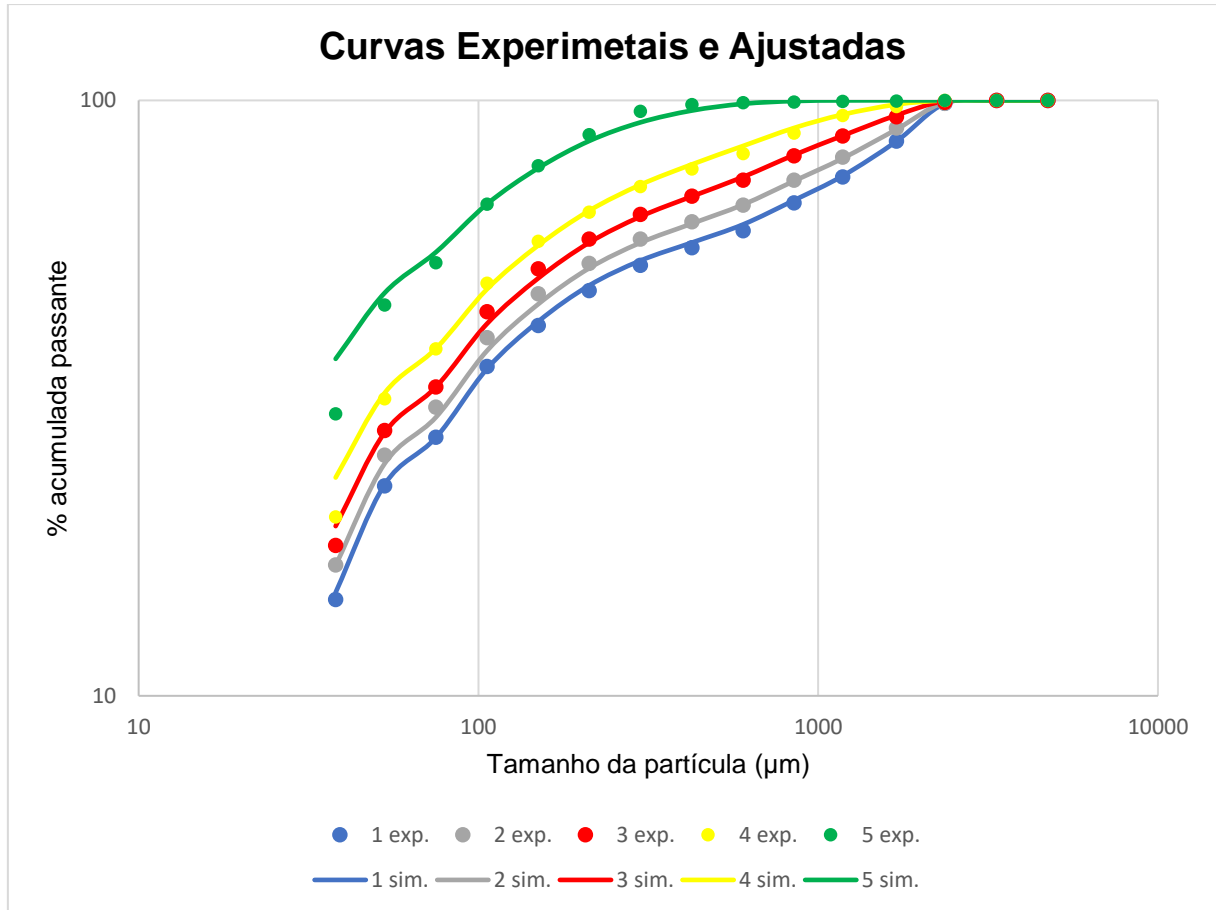
Munidos dos dados, seguiu-se para utilização da planilha Excel BallParam_Batch, do pacote Moly Cop Tools, onde foi feita a estimativa dos parâmetros da função seleção e função quebra do material em análise.

Na área destinada aos parâmetros, inserimos os que são utilizados em cada um dos testes em sua respectiva coluna. Destaca-se que apenas o teste de número 5 apresenta o % sólidos igual a 79,3, e os demais utilizam este parâmetro igual a 100%. Já na área destinada às distribuições granulométricas experimentais, inserimos sempre a análise granulométrica da alimentação do moinho, que é igual para todos os testes e em seguida inserimos a análise granulométrica do produto da moagem para cada tempo de moagem.

Após fornecidos os dados de entrada, o software inicia-se a etapa de estimativa dos parâmetros de quebra. Pode-se dizer então que o software faz o levantamento dos

parâmetros da função seleção e da função quebra até que a curva granulométrica estimada se ajuste à curva granulométrica experimental

Figura 8 - Curvas de saída.



Fonte: O autor, 2023.

Os parâmetros das funções seleção e quebra estimados estão apresentados na tabela 6.

Tabela 6 - Dados de Saída

Função Seleção		Função Quebra	
α_0	0,00017	β_0	0,04299
α_1	1,369	β_1	13,938
α_2	11,4	β_2	0,5
Dcrit	53383		
Função Objetiva		1,26	

Fonte: O autor, 2023.

Os dados apresentados nesta tabela são do quinto teste, que apresenta uma variação no valor de α_0 , em relação aos demais testes, 2,4 vezes maior, devido ao fato

que o mesmo foi realizado a úmido, o que aumenta assim a velocidade de fragmentação do material, influenciando no valor desse parâmetro, que está diretamente ligado à essa velocidade.

5.4 SIMULAÇÃO DO CIRCUITO DE MOAGEM ABERTO

Os resultados do balanço de massas são apresentados na tabela abaixo.

Tabela 7 - Balanço de Massa do Circuito Industrial de Moagem

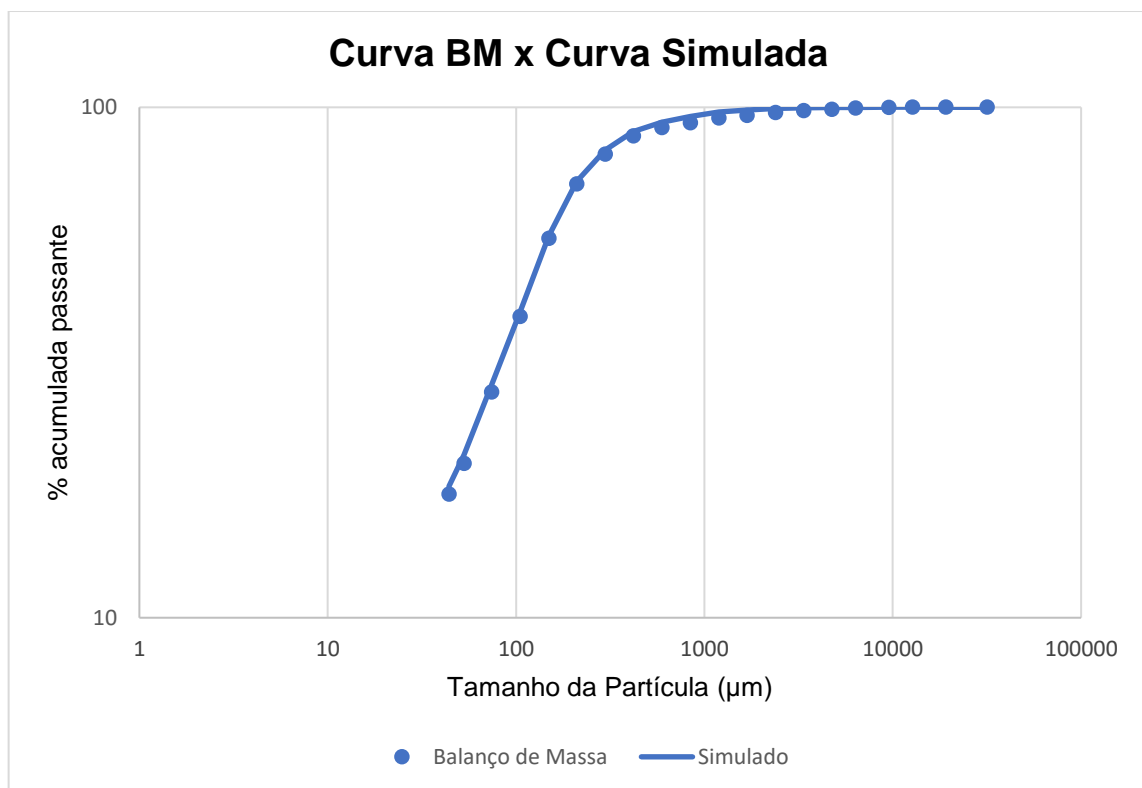
BALANÇO DE MASSA CIRCUITO DIRETO							
	Alim Nova	Alim Moinho	Descarga Moinho	Sump Água	Alim Ciclone	Ciclone Underflow	Ciclone Overflow
Minério (t/h)	1125,00	4649,16	4649,16	0,00	4649,16	3524,16	1125,00
Água (m ³ /h)	57,59	816,08	1210,63	1376,39	2587,02	758,49	1828,53
Polpa (t/h)	1182,59	5465,24	5859,79	1376,39	7236,18	4282,65	2953,53
Polpa (m ³ /h)	341,81	1990,66	2385,21	1376,39	3761,60	1648,84	2112,75
Densidade Polpa (t/m ³)	3,46	2,75	2,46	1,00	1,92	2,60	1,40
% Sólidos (em volume)	83,15	59,00	49,24	0,00	31,23	54,00	13,45
% Sólidos (em massa)	95,13	85,07	79,34	0,00	64,25	82,29	38,09
Distribuição Granulométrica							
Abertura							
31700,00	100,00	100,00	100,00	0,00	100,00	100,00	100,00
19100,00	99,91	99,98	100,00	0,00	100,00	100,00	100,00
12700,00	99,00	99,76	100,00	0,00	100,00	100,00	100,00
9525,00	95,65	98,89	99,94	0,00	99,94	99,92	100,00
6350,00	87,98	96,71	99,61	0,00	99,61	99,49	99,98
4750,00	83,66	95,15	99,09	0,00	99,09	98,81	99,96
3360,00	77,68	93,04	98,43	0,00	98,43	97,94	99,93
2380,00	73,84	91,29	97,59	0,00	97,59	96,86	99,90
1680,00	69,72	89,02	96,31	0,00	96,31	95,18	99,85
1190,00	67,40	87,48	95,32	0,00	95,32	93,89	99,81
840,00	64,17	84,60	93,21	0,00	93,21	91,13	99,72
595,00	62,20	82,19	91,25	0,00	91,25	88,58	99,64
420,00	59,90	78,34	87,93	0,00	87,93	84,23	99,50
297,00	57,64	70,91	80,94	0,00	80,94	75,14	99,10
210,00	53,62	60,06	70,73	0,00	70,73	62,12	97,68
149,00	47,65	44,61	55,36	0,00	55,36	43,64	92,05
105,00	38,82	29,03	38,89	0,00	38,89	25,91	79,56
74,00	29,95	19,06	27,68	0,00	27,68	15,59	65,58
53,00	21,42	12,55	20,05	0,00	20,05	9,71	52,45
44,00	18,11	10,43	17,45	0,00	17,45	7,97	47,13
D80, microns	3855	489	288	0	288	359	106

Fonte: O autor, 2023.

A partir dos dados obtidos, partiu-se para a simulação do moinho industrial em circuito aberto. Vale lembrar aqui que todo o ensaio de moagem foram feitos utilizando os mesmos parâmetros do moinho industrial, exceto o tamanho da bola, que nos ensaios foi utilizada de 1” e no moinho industrial é de 2,5”. Sendo assim faz-se necessário realizar um escalonamento tomando como base a razão entre o tamanho da bola de teste e da bola de reposição industrial para prosseguir com a simulação. Para isso utilizou-se a equação 3.19 para ajuste da função seleção com base no parâmetro C_2 de Austin.

Dessa forma, para os tamanhos de bola utilizados neste trabalho obtemos o valor de C_2 igual a 0,4. Foi possível então prosseguir com a simulação do moinho industrial em circuito aberto. Pode-se observar na imagem abaixo o gráfico que mostra a relação entre os dados obtidos através do balanço de massas do circuito industrial e os dados obtidos através da simulação utilizando o software Ballsim_Open do software Moly Cop Tools.

Figura 9 - Resultado da Simulação do Moinho em Circuito Aberto



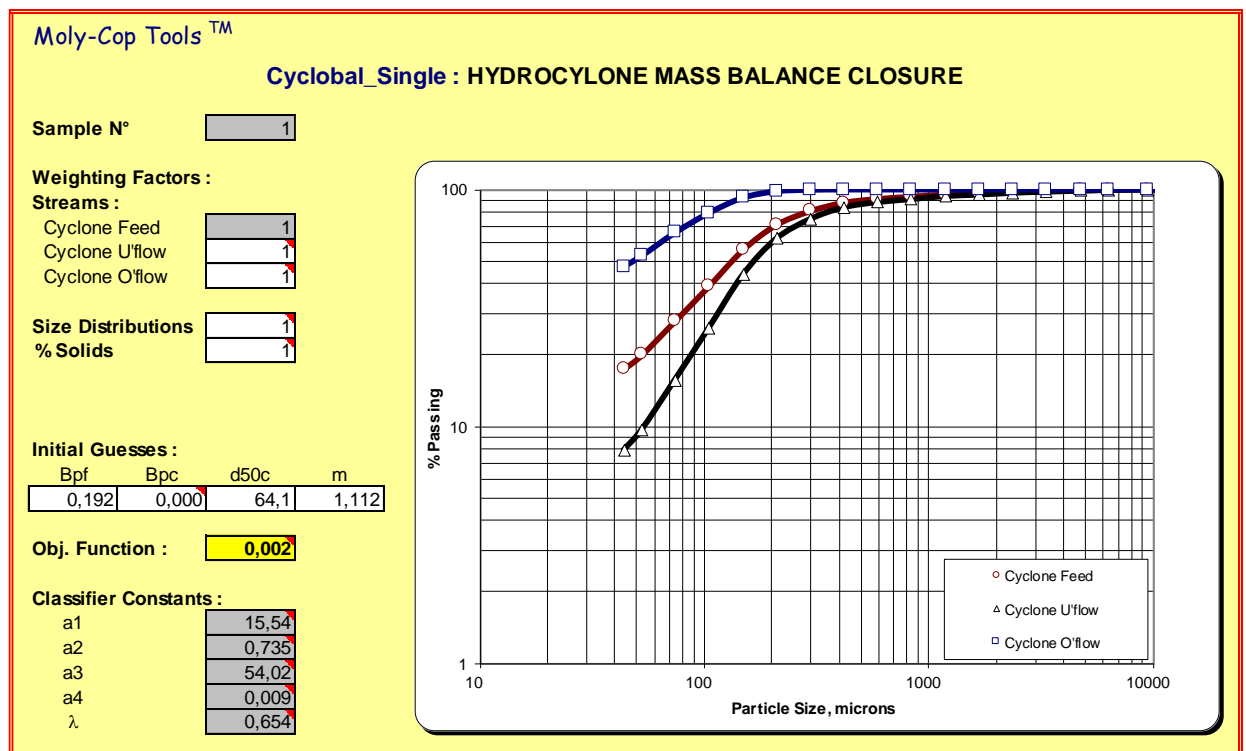
Fonte: O autor, 2023.

Pode-se observar que os dados da simulação tiveram uma ótima aderência quando comparados com os dados do balanço de massas do circuito industrial. Dessa forma partiu-se para a simulação do moinho em circuito fechado, ou seja, de todo o circuito industrial de moagem.

5.5 CALIBRAÇÃO DOS CICLONES

A partir do balanço de massas do circuito industrial, realizou-se a calibração do modelo matemático dos ciclones, utilizando para isso uma estimativa dos parâmetros propostos pelo modelo do CIMM, através da planilha Excel Cyclobal_Single do software Moly Cop Tools. Nesse software nós inserimos como dados de entrada as dimensões e o número de ciclones em operação, as informações sobre a polpa que alimenta o ciclone, análises granulométricas da alimentação do Ciclone, do Underflow e do Overflow do ciclone e a porcentagem de sólidos em massa de cada um deles. Dessa forma obtemos as informações mostradas na figura abaixo.

Figura 10 - Estimativa de Parâmetros do Ciclone

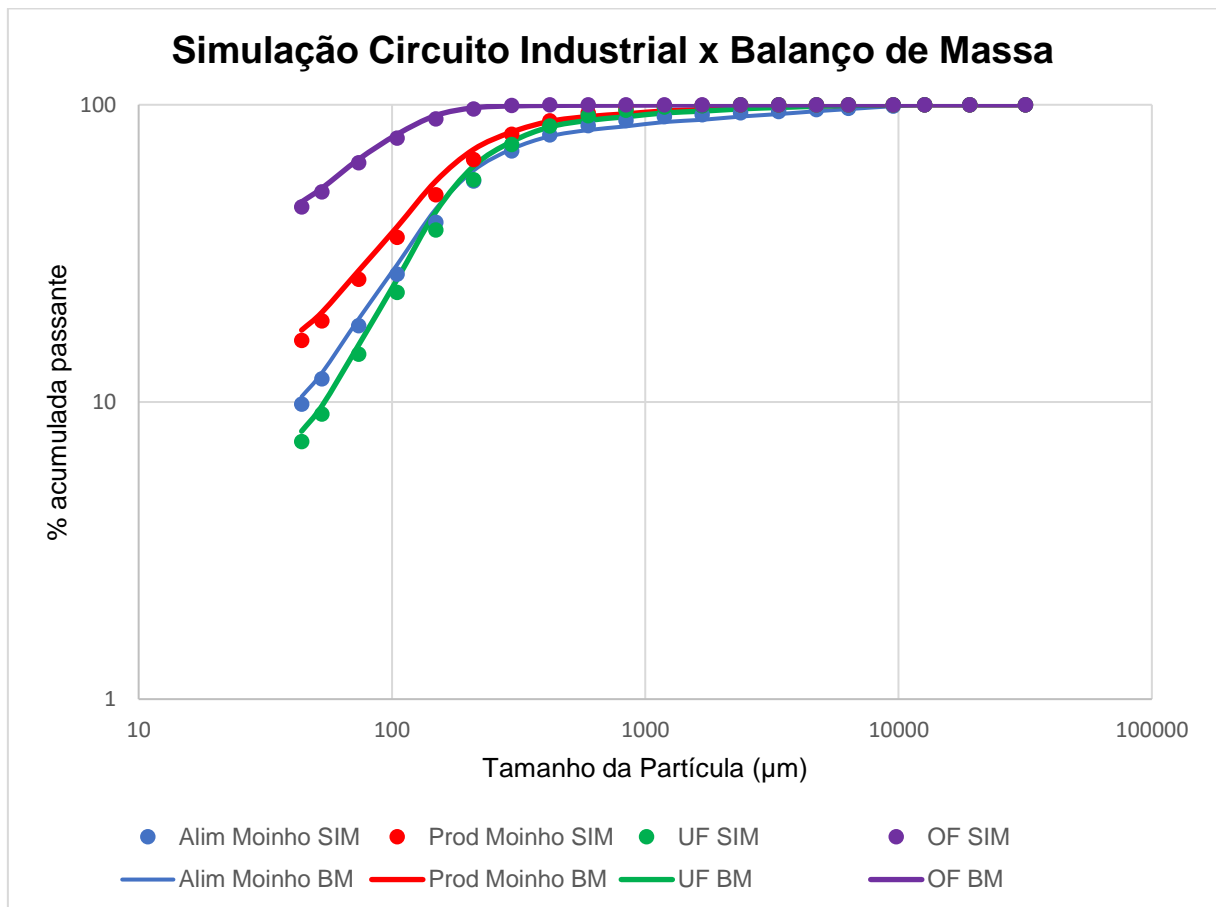


Fonte: Adaptado de Moly Cop Tools, 2023.

5.6 SIMULAÇÃO DO CIRCUITO INDUSTRIAL

Após o levantamento de todos os parâmetros necessários, foi realizada a simulação do circuito industrial de moagem utilizando os dados da função seleção ajustados, função quebra e parâmetros obtidos através do modelo de simulação de ciclonagem em circuito aberto através da planilha Excel BallSim_Direct do software Moly Cop Tools.

Figura 11 - Resultados da Simulação do Circuito Industrial



Fonte: O autor, 2023.

Pode-se observar na figura 11 comparando-se os resultados obtidos através da simulação do circuito industrial de moagem (alimentação e descarga do moinho, underflow e overflow do ciclone) com os dados obtidos no balanço de massa, verifica-se uma ótima aderência, mostrando assim a eficiência do método de simulação.

6 CONCLUSÃO

Ao final deste trabalho, pode-se concluir que a metodologia de levantamento de parâmetros de quebra de material em escala de laboratório se mostrou adequada e satisfatória considerando que a aderência das curvas experimentais de análise granulométrica com as curvas ajustadas através do software foi muito boa. A simulação do circuito industrial de moagem se mostrou satisfatória, fato constatado pela sua boa aderência com as curvas elaboradas através dos dados do balanço de massa. Sendo assim podemos afirmar que o fator de escalonamento C_2 proposto por Austin se mostrou adequado para a realização do escalonamento do circuito industrial de moagem operando com bolas de reposição de tamanhos diferentes das utilizadas para levantamento de parâmetros em escala de laboratório.

7 SUGESTÃO PARA TRABALHOS FUTUROS

Recomenda-se em trabalhos posteriores a realização e definição de um teste de bancada padrão para estimativa dos parâmetros de quebra e posterior simulação utilizando os demais parâmetros propostos por Austin para escalonamento de função seleção.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVES, Vladimir Kronemberger. 2006. **Otimização de carga moedora utilizando ferramentas de modelamento matemático e simulação de moagem**. 122 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Metalúrgica e de Minas) – Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2006.

AUSTIN, L.G. *et al.* **Process Engineering of Size Reduction: Ball Milling**. New York: Society of Mining Engineers, 1984. 561 p.

BATALHA, Anderson Fillipe Nascimento. 2021. **Modelo multicomponente para simulação de moinho de bolas**. 45 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mineral) – Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2021.

BERALDO, J. L. Moagem de minérios em moinhos tubulares. São Paulo: Edgard Blücher Ltda., 1987. 64p.

BOND, F.C. 1952. The Third Theory of Comminution. **AIME Trans.**, Vol. 193, p. 484. Também em Mining Engineering, Mayo.

BOND, F.C. 1960. Crushing and grinding Calculations. **British Chemical Engineering**, vol. 6, 378-391, 543-548.

CHAVES, Arthur Pinto. Teoria e Prática do Tratamento de Minérios. 2. ed. rev. São Paulo: Signus Editora, 2002. 267 p. v. 1.

FIGUEIRA, Hedda Vargas de O., et al. Britagem e Moagem. In: LUZ, A.B., et al. **Tratamento de Minérios**. 5 ed. Rio de Janeiro: CETEM, 2010, cap. 4, p. 143 – 210.

HERBST, J.A. et al. 1973. Population Balance models for Design of Continuous Grinding Mills. 10 th IMPC, London, p. 23-45.

HERBST, J.A., FUERSTENAU, D.W. 1968. The Zero Order Production of Fine Sizes in Comminution and its Implications in Simulation. **AIME Trans.**, Vol. 241, p. 538-548. Dezembro.

HERBST, J.A., FUERSTENEAU, D.W. 1980. Scale-up Procedures for Continuous Grinding Mill Design Using Population Balance Models. **International Journal of Mining Processing**, Vol. 7, p. 1-31.

HERBST, J.A., GRANDY, G.A., MIKA, T.S. 1968. On the Development and Use of Lumped Parameters Models for an Open and Closed-Circuit Grinding. **Trans. IMM**, Seção C, Vol. 77, p. 193.

MAIA, Alair Corrêa. **Determinação da função quebra de minério em diferentes condições operacionais em escala de laboratório**. 2022. 72 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mineral) – Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2022.

MAZZINGHY, D.B. et al. Previsão de distribuição granulométrica de moinho vertimill através do modelo do balanço populacional. XXI ENTMME, 8 p.

NASCIMENTO, Dirceu Valadares. 2013. **Análise da dinâmica da carga moedora nos moinhos de bolas**. 136 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Metalúrgica e de Minas) – Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2013.

NUNES, Andréia de Lourdes. Modelagem e Simulação do Circuito de Moagem da Votorantim Metais Zinco Morro Agudo. 2012. 117 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mineral) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, [S. l.], 2012. Disponível em: https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3134/tde-14062013-142637/publico/Dissertacao_Andreia.pdf. Acesso em: 26 out. 2023.

ROSA, Andreia Carolina. 2019. **Método para estimativa do consumo específico de energia de itabiritos em moinhos de remoagem a seco**. 126 f. Tese (Doutorado em Ciências) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2019.

SAMPAIO, João Alves *et al.* Ensaaios de Classificação em Hidrociclone. *In*: SAMPAIO, João Alves *et al.* **Tratamento de Minérios: Práticas Laboratoriais**. Rio de Janeiro: CETEM/MCT, 2007. cap. 7, p. 137-154.

Sepúlveda, J.E. 1984. Una “Cuarta Ley” para la Molienda / Clasificación. IV Simposium sobre Molienda, ARMCO, Chile, p. 49, Noviembre.

Sepúlveda, J.E., Souyris, R., Reyes, J. 1983. Proyecto P1183, CIMM, Mayo.

ANEXOS

Anexo 1 – Análises granulométricas

Anexo 2 – Dados completos da estimativa de parâmetros de quebra

Anexo 3 – Painéis de controle do software BallParam_Batch

Anexo 4 – Dados completos da simulação do moinho industrial em circuito aberto

Anexo 5 – Painéis de controle do software BallSim_Open

Anexo 6 – Dados completos da estimativa de parâmetros do ciclone

Anexo 1 – Análises granulométricas

ALIMENTAÇÃO					
Malha #	Abertura (um)	Massa (g)	% retida simples	% retida acumulada	% acumulada
6	3350	0	0,00	0,00	100,00
8	2360	4,16	2,00	2,00	98,00
10	1700	37,92	18,20	20,20	79,80
14	1180	24,76	11,88	32,08	67,92
20	850	13,45	6,46	38,54	61,46
28	601	11,56	5,55	44,09	55,91
35	425	7,23	3,47	47,56	52,44
48	300	6,67	3,20	50,76	49,24
65	212	9,02	4,33	55,09	44,91
100	150	12,18	5,85	60,94	39,06
150	106	13,85	6,65	67,59	32,41
200	75	16,37	7,86	75,44	24,56
270	53	8,59	4,12	79,57	20,43
400	38	15,49	7,44	87,00	13,00
Fundo	-	27,08	13,00	100,00	0,00
Total		208,33	100,00		

MOAGEM 30s					
Malha #	Abertura (um)	Massa (g)	% retida simples	% retida acumulada	% acumulada
6	3350	0,08	0,03	0,03	99,97
8	2360	3,39	1,08	1,11	98,89
10	1700	42,15	13,48	14,59	85,41
14	1180	34,54	11,04	25,63	74,37
20	850	22,26	7,12	32,75	67,25
28	601	21,33	6,82	39,56	60,44
35	425	11,99	3,83	43,40	56,60
48	300	11,79	3,77	47,17	52,83
65	212	15,24	4,87	52,04	47,96
100	150	19,03	6,08	58,12	41,88
150	106	19,22	6,14	64,27	35,73
200	75	26,75	8,55	72,82	27,18
270	53	14,57	4,66	77,48	22,52
400	38	25,06	8,01	85,49	14,51
Fundo	-	45,38	14,51	100,00	0,00
Total		312,78	100,00		

MOAGEM 1min					
Malha #	Abertura (um)	Massa (g)	% retida simples	% retida acumulada	% acumulada
6	3350	0,18	0,05	0,05	99,95
8	2360	3,97	1,09	1,14	98,86
10	1700	32,68	8,98	10,12	89,88
14	1180	34,69	9,54	19,66	80,34
20	850	24,97	6,86	26,52	73,48
28	601	24,72	6,80	33,32	66,68
35	425	15,04	4,13	37,45	62,55
48	300	14,73	4,05	41,50	58,50
65	212	19,07	5,24	46,75	53,25
100	150	21,59	5,93	52,68	47,32
150	106	26,83	7,38	60,06	39,94
200	75	34,15	9,39	69,44	30,56
270	53	18,87	5,19	74,63	25,37
400	38	31,93	8,78	83,41	16,59
Fundo	-	60,36	16,59	100,00	0,00
Total		363,78	100,00		

MOAGEM 2min					
Malha #	Abertura (um)	Massa (g)	% retida simples	% retida acumulada	% acumulada
6	3350	0	0,00	0,00	100,00
8	2360	2,36	0,70	0,70	99,30
10	1700	18,46	5,46	6,16	93,84
14	1180	22,66	6,70	12,86	87,14
20	850	21,79	6,44	19,30	80,70
28	601	24,43	7,22	26,53	73,47
35	425	15,03	4,44	30,97	69,03
48	300	15,78	4,67	35,64	64,36
65	212	19,92	5,89	41,53	58,47
100	150	21,4	6,33	47,85	52,15
150	106	26,89	7,95	55,81	44,19
200	75	37,73	11,16	66,96	33,04
270	53	17,38	5,14	72,10	27,90
400	38	33,8	9,99	82,10	17,90
Fundo	-	60,54	17,90	100,00	0,00
Total		338,17	100,00		

MOAGEM 4min					
Malha #	Abertura (um)	Massa (g)	% retida simples	% retida acumulada	% acumulada
6	3350	0	0,00	0,00	100,00
8	2360	0,19	0,06	0,06	99,94
10	1700	7,65	2,25	2,30	97,70
14	1180	11,23	3,30	5,60	94,40
20	850	21,49	6,32	11,92	88,08
28	601	22,63	6,65	18,57	81,43
35	425	16,04	4,71	23,28	76,72
48	300	17,3	5,08	28,37	71,63
65	212	22,74	6,68	35,05	64,95
100	150	23,54	6,92	41,97	58,03
150	106	29,74	8,74	50,71	49,29
200	75	37,49	11,02	61,73	38,27
270	53	22,96	6,75	68,48	31,52
400	38	39,32	11,56	80,03	19,97
Fundo	-	67,95	19,97	100,00	0,00
Total		340,27	100,00		

MOAGEM 8min					
Malha #	Abertura (um)	Massa (g)	% retida simples	% retida acumulada	% acumulada
6	3350	0	0,00	0,00	100,00
8	2360	0,12	0,04	0,04	99,96
10	1700	0,52	0,17	0,21	99,79
14	1180	0,49	0,16	0,36	99,64
20	850	0,66	0,21	0,57	99,43
28	601	0,87	0,28	0,85	99,15
35	425	2,18	0,70	1,55	98,45
48	300	8,12	2,60	4,16	95,84
65	212	25,59	8,21	12,36	87,64
100	150	31,07	9,96	22,33	77,67
150	106	33,34	10,69	33,02	66,98
200	75	42,39	13,60	46,62	53,38
270	53	25,02	8,02	54,64	45,36
400	38	48,59	15,58	70,22	29,78
Fundo	-	92,84	29,78	100,00	0,00
Total		311,8	100,00		

Anexo 2 – Dados completos da estimativa de parâmetros de quebra

Moly-Cop Tools™

Test N° 1

BALL_PARAM

Ball Mill Grinding Model Parameter Estimator

Remarks : Base Case Example

DESIGN AND OPERATING CONDITIONS

Configuration : BATCH

Ore, kg	2.7	Diameter, ft	1.50
Water, lt	0.0	Length, ft	1.25
Slurry, kg	2.7	Balls Filling, %	4.4
Slurry, lt	1.0	Speed, % Critical	76.0
Slurry Dens., kg/lt	2.800	App. Dens., ton/m3	5.633
% Solids (by weight)	100.0	Power, kW	0.05
Grinding Time, min	0.5	Energy, kWh/ton	0.16

Particle Size Distributions (Cumm. % Passing)

i	Mesh	Opening	Feed	Discharge	
				Exp.	Adj.
1	1.05	25400	100.00	100.00 /	100.00
2	0.742	19050	100.00	100.00 /	100.00
3	0.525	12700	100.00	100.00 /	100.00
4	0.371	9500	100.00	100.00 /	100.00
5	3	6700	100.00	100.00 /	100.00
6	4	4750	100.00	100.00 /	100.00
7	6	3350	100.00	99.97 /	100.00
8	8	2360	98.00	98.89 /	98.79
9	10	1700	79.80	85.41 /	85.38
10	14	1180	67.92	74.37 /	74.66
11	20	850	61.46	67.25 /	67.98
12	28	601	55.91	60.44 /	61.89
13	35	425	52.44	56.60 /	57.70
14	48	300	49.24	52.83 /	53.82
15	65	212	44.91	47.96 /	48.89
16	100	150	39.06	41.88 /	42.53
17	150	106	32.41	35.73 /	35.41
18	200	75	24.56	27.18 /	27.15
19	270	53	20.43	22.52 /	22.65
20	400	38	13.00	14.51 /	14.91
D80, microns			1707	1430 /	1424

MODEL PARAMETERS			
Selection		Breakage	
alpha01	0.000072	beta00	0.04299
alpha02	0.0000000	beta01	0.000
alpha11	1.369	beta1	13.938
alpha12	1.000	beta2	0.461
alpha2	11.419		
Dcrit	53383	Obj. Function	0.77

BALL_PARAM

Ball Mill Grinding Model Parameter Estimator

Remarks : Base Case Example

DESIGN AND OPERATING CONDITIONS*Configuration : BATCH*

Ore, kg	2.7	Diameter, ft	1.50
Water, lt	0.0	Length, ft	1.25
Slurry, kg	2.7	Balls Filling, %	4.4
Slurry, lt	1.0	Speed, % Critical	76.0
Slurry Dens., kg/lt	2.800	App. Dens., ton/m3	5.633
% Solids (by weight)	100.0	Power, kW	0.05
Grinding Time, min	1.0	Energy, kWh/ton	0.32

Particle Size Distributions (Cumm. % Passing)

i	Mesh	Opening	Feed	Discharge	
				Exp.	Adj.
1	1.05	25400	100.00	100.00 /	100.00
2	0.742	19050	100.00	100.00 /	100.00
3	0.525	12700	100.00	100.00 /	100.00
4	0.371	9500	100.00	100.00 /	100.00
5	3	6700	100.00	100.00 /	100.00
6	4	4750	100.00	100.00 /	100.00
7	6	3350	100.00	99.95 /	100.00
8	8	2360	98.00	98.86 /	99.27
9	10	1700	79.80	89.88 /	89.40
10	14	1180	67.92	80.34 /	79.91
11	20	850	61.46	73.48 /	73.23
12	28	601	55.91	66.68 /	66.81
13	35	425	52.44	62.55 /	62.10
14	48	300	49.24	58.50 /	57.68
15	65	212	44.91	53.25 /	52.27
16	100	150	39.06	47.32 /	45.48
17	150	106	32.41	39.94 /	37.98
18	200	75	24.56	30.56 /	29.37
19	270	53	20.43	25.37 /	24.56
20	400	38	13.00	16.59 /	16.56

D80, microns	1707	1162 /	1184
--------------	------	--------	------

MODEL PARAMETERS			
Selection		Breakage	
alpha01	0.000072	beta00	0.04299
alpha02	0.0000000	beta01	0.000
alpha11	1.369	beta1	13.938
alpha12	1.000	beta2	0.461
alpha2	11.419		
Dcrit	53383	Obj. Function	1.14

BALL_PARAM

Ball Mill Grinding Model Parameter Estimator

Remarks : Base Case Example

DESIGN AND OPERATING CONDITIONS*Configuration : BATCH*

Ore, kg	2.7	Diameter, ft	1.50
Water, lt	0.0	Length, ft	1.25
Slurry, kg	2.7	Balls Filling, %	4.4
Slurry, lt	1.0	Speed, % Critical	76.0
Slurry Dens., kg/lt	2.800	App. Dens., ton/m3	5.633
% Solids (by weight)	100.0	Power, kW	0.05
Grinding Time, min	2.0	Energy, kWh/ton	0.64

Particle Size Distributions (Cumm. % Passing)

i	Mesh	Opening	Feed	Discharge	
				Exp.	Adj.
1	1.05	25400	100.00	100.00 /	100.00
2	0.742	19050	100.00	100.00 /	100.00
3	0.525	12700	100.00	100.00 /	100.00
4	0.371	9500	100.00	100.00 /	100.00
5	3	6700	100.00	100.00 /	100.00
6	4	4750	100.00	100.00 /	100.00
7	6	3350	100.00	100.00 /	100.00
8	8	2360	98.00	99.30 /	99.73
9	10	1700	79.80	93.84 /	94.41
10	14	1180	67.92	87.14 /	87.23
11	20	850	61.46	80.70 /	80.99
12	28	601	55.91	73.47 /	74.37
13	35	425	52.44	69.03 /	68.99
14	48	300	49.24	64.36 /	63.81
15	65	212	44.91	58.47 /	57.71
16	100	150	39.06	52.15 /	50.27
17	150	106	32.41	44.19 /	42.17
18	200	75	24.56	33.04 /	33.02
19	270	53	20.43	27.90 /	27.69
20	400	38	13.00	17.90 /	19.28

D80, microns	1707	823 /	809
--------------	------	-------	-----

MODEL PARAMETERS			
Selection		Breakage	
alpha01	0.000072	beta00	0.04299
alpha02	0.0000000	beta01	0.000
alpha11	1.369	beta1	13.938
alpha12	1.000	beta2	0.461
alpha2	11.419		
Dcrit	53383	Obj. Function	1.07

BALL_PARAM

Ball Mill Grinding Model Parameter Estimator

Remarks : Base Case Example

DESIGN AND OPERATING CONDITIONS*Configuration : BATCH*

Ore, kg	2.7	Diameter, ft	1.50
Water, lt	0.0	Length, ft	1.25
Slurry, kg	2.7	Balls Filling, %	4.4
Slurry, lt	1.0	Speed, % Critical	76.0
Slurry Dens., kg/lt	2.800	App. Dens., ton/m3	5.633
% Solids (by weight)	100.0	Power, kW	0.05
Grinding Time, min	4.0	Energy, kWh/ton	1.27

Particle Size Distributions (Cumm. % Passing)

i	Mesh	Opening	Feed	Discharge	
				Exp.	Adj.
1	1.05	25400	100.00	100.00 /	100.00
2	0.742	19050	100.00	100.00 /	100.00
3	0.525	12700	100.00	100.00 /	100.00
4	0.371	9500	100.00	100.00 /	100.00
5	3	6700	100.00	100.00 /	100.00
6	4	4750	100.00	100.00 /	100.00
7	6	3350	100.00	100.00 /	100.00
8	8	2360	98.00	99.94 /	99.96
9	10	1700	79.80	97.70 /	98.43
10	14	1180	67.92	94.40 /	94.66
11	20	850	61.46	88.08 /	89.91
12	28	601	55.91	81.43 /	83.84
13	35	425	52.44	76.72 /	78.07
14	48	300	49.24	71.63 /	72.18
15	65	212	44.91	64.95 /	65.29
16	100	150	39.06	58.03 /	57.08
17	150	106	32.41	49.29 /	48.20
18	200	75	24.56	38.27 /	38.32
19	270	53	20.43	31.52 /	32.27
20	400	38	13.00	19.97 /	23.26

D80, microns	1707	542 /	479
--------------	------	-------	-----

MODEL PARAMETERS			
Selection		Breakage	
alpha01	0.000072	beta00	0.04299
alpha02	0.0000000	beta01	0.000
alpha11	1.369	beta1	13.938
alpha12	1.000	beta2	0.461
alpha2	11.419		
Dcrit	53383	Obj. Function	1.47

BALL_PARAM

Ball Mill Grinding Model Parameter Estimator

Remarks : Base Case Example

DESIGN AND OPERATING CONDITIONS*Configuration : BATCH*

Ore, kg	2.7	Diameter, ft	1.50
Water, lt	0.0	Length, ft	1.25
Slurry, kg	2.7	Balls Filling, %	4.4
Slurry, lt	1.0	Speed, % Critical	76.0
Slurry Dens., kg/lt	2.800	App. Dens., ton/m3	4.877
% Solids (by weight)	79.3	Power, kW	0.05
Grinding Time, min	8.0	Energy, kWh/ton	2.54

Particle Size Distributions (Cumm. % Passing)

i	Mesh	Opening	Feed	Discharge	
				Exp.	Adj.
1	1.05	25400	100.00	100.00 /	100.00
2	0.742	19050	100.00	100.00 /	100.00
3	0.525	12700	100.00	100.00 /	100.00
4	0.371	9500	100.00	100.00 /	100.00
5	3	6700	100.00	100.00 /	100.00
6	4	4750	100.00	100.00 /	100.00
7	6	3350	100.00	100.00 /	100.00
8	8	2360	98.00	99.96 /	100.00
9	10	1700	79.80	99.79 /	100.00
10	14	1180	67.92	99.64 /	99.98
11	20	850	61.46	99.43 /	99.75
12	28	601	55.91	99.15 /	98.68
13	35	425	52.44	98.45 /	96.14
14	48	300	49.24	95.84 /	91.85
15	65	212	44.91	87.64 /	85.49
16	100	150	39.06	77.67 /	76.96
17	150	106	32.41	66.98 /	66.98
18	200	75	24.56	53.38 /	55.61
19	270	53	20.43	45.36 /	47.51
20	400	38	13.00	29.78 /	36.81

D80, microns	1707	163 /	170
--------------	------	-------	-----

MODEL PARAMETERS			
Selection		Breakage	
alpha01	0.000170	beta00	0.04299
alpha02	0.000000	beta01	0.000
alpha11	1.369	beta1	13.938
alpha12	1.000	beta2	0.461
alpha2	11.419		
Dcrit	53383	Obj. Function	1.96

Anexo 3 – Painéis de controle do software BallParam_Batch

Moly-Cop Tools™

BALLPARAM_BATCH : Estimation of Grinding Parameters from Laboratory Data

Test N°

SELECTION FUNCTION :

alpha0
 alpha1
 alpha2
 Dcrit

Expanded Form
 alpha02
 alpha12

BREAKAGE FUNCTION :

beta0
 beta1
 beta2

Expanded Form
 beta01

Objective Function

Note : Current calculations are not valid, if SOLVER has not been run after the last data modification.

(*) Suggested Default Values : alpha02 = 0 and beta01 = 0.

Moly-Cop Tools™

BALLPARAM_BATCH : Estimation of Grinding Parameters from Laboratory Data

Test N°

SELECTION FUNCTION :

alpha0
 alpha1
 alpha2
 Dcrit

Expanded Form
 alpha02
 alpha12

BREAKAGE FUNCTION :

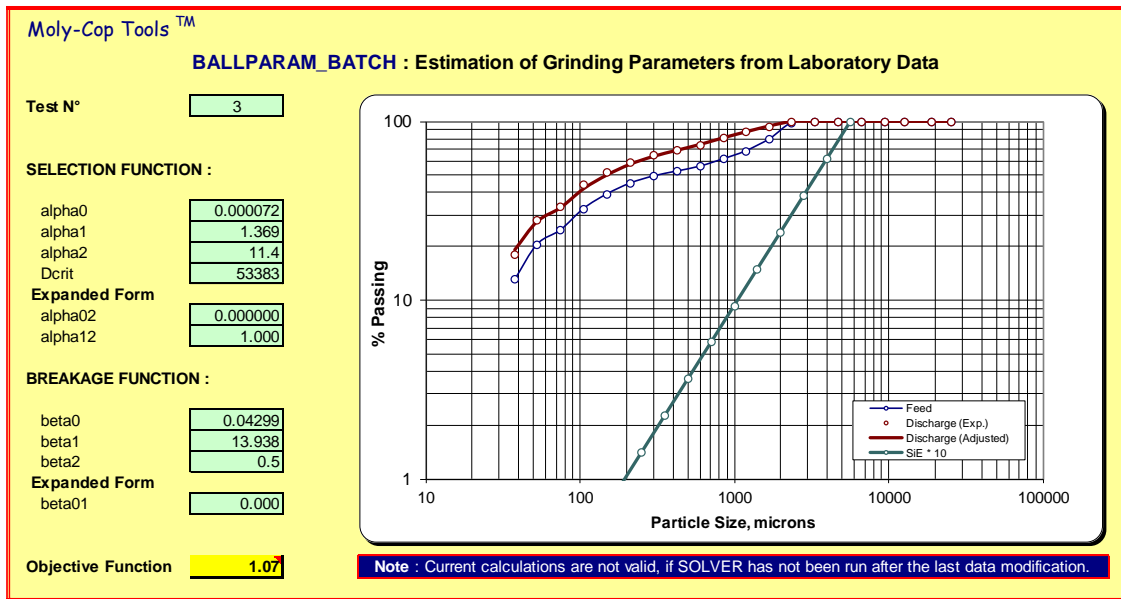
beta0
 beta1
 beta2

Expanded Form
 beta01

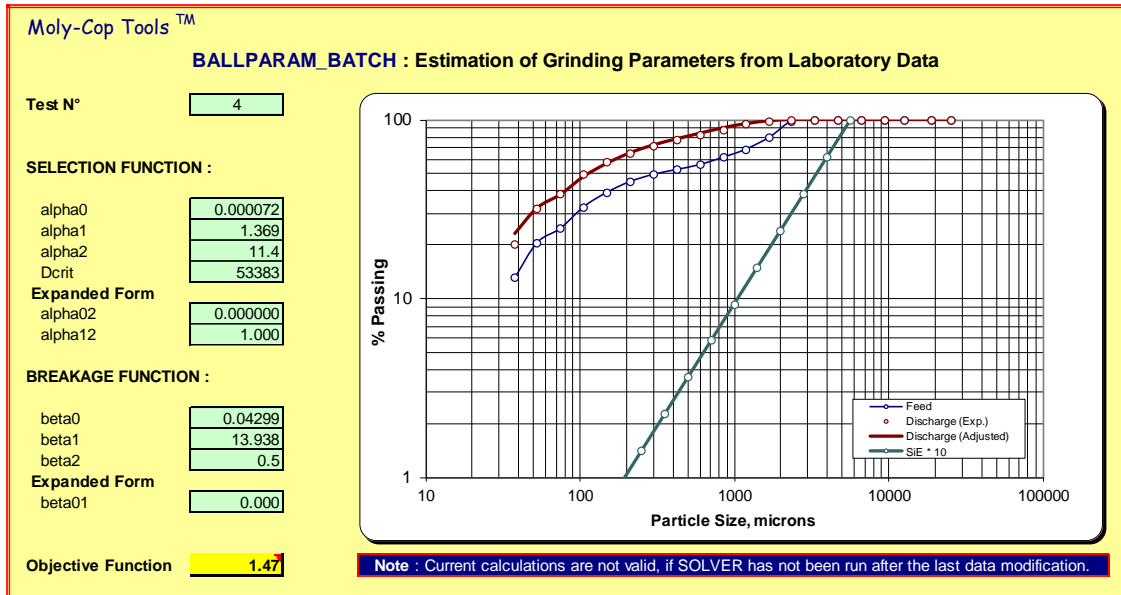
Objective Function

Note : Current calculations are not valid, if SOLVER has not been run after the last data modification.

(*) Suggested Default Values : alpha02 = 0 and beta01 = 0.



(*) Suggested Default Values : alpha02 = 0 and beta01 = 0.



(*) Suggested Default Values : alpha02 = 0 and beta01 = 0.

Moly-Cop Tools™

BALLPARAM_BATCH : Estimation of Grinding Parameters from Laboratory Data

Test N°

SELECTION FUNCTION :

alpha0
 alpha1
 alpha2
 Dcrit

Expanded Form
 alpha02
 alpha12

BREAKAGE FUNCTION :

beta0
 beta1
 beta2

Expanded Form
 beta01

Objective Function

Note : Current calculations are not valid, if SOLVER has not been run after the last data modification.

(*) Suggested Default Values : alpha02 = 0 and beta01 = 0.

Moly-Cop Tools™

BALLPARAM_BATCH : Estimation of Grinding Parameters from Laboratory Data

Test N°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Weighting Factor	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0

SELECTION FUNCTION :

alpha0	0.000072	0.000072	0.000072	0.000072	0.000170	0.000170	0.000170	0.000170	0.000170	0.000170	Overall	0.000092
alpha1	1.369	1.369	1.369	1.369	1.369	1.369	1.369	1.369	1.369	1.369	1.369	
alpha2	11.4	11.4	11.4	11.4	11.4	11.4	11.4	11.4	11.4	11.4	11.4	
Dcrit	53383	53383	53383	53383	53383	53383	53383	53383	53383	53383	53383	

Expanded Form

alpha02	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
alpha12	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

BREAKAGE FUNCTION :

beta0	0.04299	0.04299	0.04299	0.04299	0.04299	0.04299	0.04299	0.04299	0.04299	0.04299	0.04299
beta1	13.938	13.938	13.938	13.938	13.938	13.938	13.938	13.938	13.938	13.938	13.938
beta2	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5

Expanded Form

beta01	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
--------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

Objective Function

	0.77	1.14	1.07	1.47	1.96	4.15	23.75	24.98	25.63	25.89	1.28
--	------	------	------	------	------	------	-------	-------	-------	-------	------

(*) Suggested Default Values : alpha02 = 0 and beta01 = 0.

Anexo 4 – Dados completos da simulação do moinho industrial em circuito aberto

Moly-Cop Tools™

Simulation : 0

BALLSIM

Open Grinding Simulator

Remarks : Base Case Esxample

BALL MILL PERFORMANCE

Diameter, ft	20,0	Mill Power, kW (Gross)	5900,0000
Length, ft	41,0	Mill Power, kW (Net)	5666,9996
Speed, % Critical	76,0	Feed, ton/hr	4649,1554
App. Density, ton/m3	5,63	% Solids (by weight)	79,3
Charge Level, %	22,0	Sp. Energy, kWh/ton	1,27
Balls Filling, %	22,0	Reduction Ratio	1,77
Lift Angle, (°)	26,8		

Size Distributions					
i	Mesh	Opening	Mid-Size	Mill	Mill
				Feed	Discharge
1	2.1"	31700	24606	100,00	100,00
2	1.48"	19100	15575	99,98	100,00
3	1.05"	12700	10999	99,76	100,00
4	0.742"	9525	7777	98,89	100,00
5	0.525"	6350	5492	96,71	99,97
6	0.371"	4750	3995	95,15	99,92
7	3	3360	2828	93,04	99,78
8	4	2380	2000	91,29	99,49
9	6	1680	1414	89,02	98,83
10	8	1190	1000	87,48	97,88
11	10	840	707	84,60	95,92
12	14	595	500	82,19	93,51
13	20	420	353	78,34	89,63
14	28	297	250	70,91	82,43
15	35	210	177	60,06	71,62
16	48	149	125	44,61	56,02
17	65	105	88	29,03	39,72
18	100	74	63	19,06	28,55
19	150	53	48	12,55	20,86
20	200	44	22	10,43	18,09
D80, microns				489	276

Selection Function Parameters						Breakage Function Parameters			
α_0	α_{02}	α_1	α_{12}	α_2	d_{crit}	β_0	β_{01}	β_1	β_2
0,0000679	0,0000000	1,369	1,000	11,42	53383	0,043	0,000	13,94	0,46

Anexo 5 – Painéis de controle do software BallSim_Open

Moly-Cop Tools™

BALLSIM : Open Grinding Simulator

Circuit Type OPEN **Simulation N°** 0

Remarks Base Case Example

Mill Dimensions and Operating Conditions

Diameter	Length	Speed	Charge	Balls	Interstitial	Lift
ft	ft	% Critical	Filling,%	Filling,%	Slurry, %	Angle, (°)
20,0	41,0	76,0	22,0	22,0	100,0	26,8
	rpm	13,02				

4678	Balls
0	Overfilling
989	Slurry
5667	Net kW
3,95	% Losses
5900	Gross kW

Ore Density, ton/m³ 3,96

Balls Density, ton/m³ 7,75

Slurry Density, ton/m³ 2,46

Charge Volume, m ³	Mill Charge Weight, tons			Apparent Density ton/m ³
	Ball	Slurry	Excess	
80,4000	373,8599	79,0082	0,0000	5,633

Feed, ton/hr (dry) 4649,2

% Solids (by weight) 79,3

Feed Size Distribution

i	Mesh	Opening	Mid-Size	ton/hr	% Retained	% Passing
1	2.1"	31700				100,00
2	1.48"	19100	24606	1,0619	0,02	99,98
3	1.05"	12700	15575	10,2423	0,22	99,76
4	0.742"	9525	10999	40,4928	0,87	98,89
5	0.525"	6350	7777	101,2141	2,18	96,71
6	0.371"	4750	5492	72,6636	1,56	95,15
7	3	3360	3995	97,9303	2,11	93,04
8	4	2380	2828	81,4883	1,75	91,29
9	6	1680	2000	105,3760	2,27	89,02
10	8	1190	1414	71,7182	1,54	87,48
11	10	840	1000	133,5943	2,87	84,60
12	14	595	707	112,0690	2,41	82,19
13	20	420	500	179,0107	3,85	78,34
14	28	297	353	345,6592	7,43	70,91
15	35	210	250	504,1233	10,84	60,06
16	48	149	177	718,3302	15,45	44,61
17	65	105	125	724,3073	15,58	29,03
18	100	74	88	463,7069	9,97	19,06
19	150	53	63	302,8229	6,51	12,55
20	200	44	48	98,6597	2,12	10,43
21	-200	0	22	484,6846	10,43	0,00

Selection Function Parameters :

alpha0	alpha1	alpha2	dcrit
6,7919E-05	1,36909657	11,4194329	53383,2414

Breakage Function Parameters :

beta0	beta1	beta2
0,04299034	13,9376075	0,4607013

Expanded Form :

alpha02	alpha12
0	1
0	1

Suggested Default Values

Expanded Form :

beta01
0
0

Suggested Default Value

Anexo 6 – Dados completos da estimativa de parâmetros do ciclone

Moly-Cop Tools™

Simulation N° 1

BALLSIM

Conventional Closed Circuit Grinding Simulator

Remarks : Base Case Example

CLASSIFIERS PERFORMANCE

Number of Cyclones :	10	Operating Conditions :	
Cyclone Dimensions, in :		Feed Flowrate, m3/hr	3761,6
Diameter	26,00	Pressure, psi	15,00
Height	107,80	D50 (corr.), microns	71,7
Inlet	10,00	Water By-Pass, %	29,3
Vortex	10,00	Solids By-Pass, %	35,1
Apex	5,00	Plitt's Parameter	1,37
Ore Density, ton/m3	3,96	Circulating Load, %	313,3

Mass Balance around the Classifiers

i	Mesh	Opening	Mid-Size	Size Distributions, % Passing			Classifier Efficiency	
				Feed	U'flow	O'flow	Actual	Corrected
1	1,05	31700	24606	100,00	100,00	100,00	0,951	1,000
2	0,742	19100	15575	100,00	100,00	100,00	0,951	1,000
3	0,525	12700	10999	100,00	100,00	100,00	0,951	1,000
4	0,371	9525	7777	99,99	99,99	100,00	0,951	1,000
5	3	6350	5492	99,96	99,95	99,99	0,951	1,000
6	4	4750	3995	99,91	99,89	99,98	0,951	1,000
7	6	3360	2828	99,75	99,69	99,95	0,951	1,000
8	8	2380	2000	99,46	99,32	99,89	0,951	1,000
9	10	1680	1414	98,84	98,55	99,76	0,951	1,000
10	14	1190	1000	97,87	97,33	99,56	0,951	1,000
11	20	840	707	95,95	94,92	99,17	0,951	1,000
12	28	595	500	93,10	91,35	98,59	0,950	1,000
13	35	420	353	88,30	85,33	97,61	0,949	0,998
14	48	297	250	80,92	76,09	96,06	0,938	0,978
15	65	210	177	68,58	60,83	92,88	0,896	0,909
16	100	149	125	53,04	42,46	86,17	0,815	0,774
17	150	105	88	37,88	26,16	74,58	0,712	0,602
18	200	74	63	27,03	15,98	61,64	0,613	0,438
19	270	53	48	19,22	9,66	49,17	0,550	0,332
20	400	44	22	16,29	7,54	43,72	0,351	0,128
Ore, ton/hr				4649,2	3524,2	1125,0	Classifier Constants	
Water, m3/hr				2587,0	758,5	1828,5	a1	15,544
Slurry, ton/hr				7236,2	4282,6	2953,5	a2	0,822
Slurry, m3/hr				3761,6	1648,8	2112,8	a3	53,991
Slurry Dens., ton/m3				1,924	2,597	1,398	a4	0,218
% Solids (by volume)				31,2	54,0	13,5	λ	1,196
% Solids (by weight)				64,2	82,3	38,1		