

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO – UFOP  
ESCOLA DE MINAS - EM  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO,  
ADMINISTRAÇÃO E ECONOMIA - DEPRO

ÍTALA CARLA MARCIANO

**RESOLUÇÃO DO PROBLEMA INTEGRADO DE  
CARREGAMENTO E ROTEAMENTO DE VEÍCULOS COM  
FROTA HETEROGÊNEA POR MEIO DE MÉTODOS META-  
HEURÍSTICOS**

OURO PRETO  
2023

ÍTALA CARLA MARCIANO

RESOLUÇÃO DO PROBLEMA INTEGRADO DE  
CARREGAMENTO E ROTEAMENTO DE VEÍCULOS COM  
FROTA HETEROGÊNEA POR MEIO DE MÉTODOS META-  
HEURÍSTICOS

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia de Produção da Universidade Federal de Ouro Preto como parte dos requisitos para a obtenção do Grau de Engenharia de Produção.

Orientador: Aloísio de Castro Gomes Junior  
Coorientador: Helton Cristiano Gomes

OURO PRETO  
2023

## SISBIN - SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO

M319r Marciano, Ítala Carla.

Resolução do problema integrado de carregamento e roteamento de veículos com frota heterogênea por meio de métodos meta-heurísticos. [manuscrito] / Ítala Carla Marciano. - 2023.

32 f.: il.: color., tab..

Orientador: Prof. Dr. Aloísio de Castro Gomes Júnior.

Coorientador: Prof. Dr. Helton Cristiano Gomes.

Monografia (Bacharelado). Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de Minas. Graduação em Engenharia de Produção .

1. Pesquisa Operacional. 2. Logística. 3. Programação Linear. 4. Roteamento e Carregamento de Veículos. I. Gomes Júnior, Aloísio de Castro. II. Gomes, Helton Cristiano. III. Universidade Federal de Ouro Preto. IV. Título.

CDU 658.5

Bibliotecário(a) Responsável: Maristela Sanches Lima Mesquita - CRB-1716



## FOLHA DE APROVAÇÃO

Ítala Carla Marciano

### Resolução do problema integrado de carregamento e roteamento de veículos com frota heterogênea por meio de métodos meta-heurísticos

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia de Produção da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Produção.

Aprovada em 30 de março de 2023

#### Membros da banca

[Doutor] - Aloísio de Castro Gomes Júnior - Orientador (Universidade Federal de Ouro Preto)  
[Doutor] - Helton Cristiano Gomes - Co-orientador - (Universidade Federal de Ouro Preto)  
[Mestre] - Cristiano Luís Turbino de França e Silva - (Universidade Federal de Ouro Preto)

Aloísio de Castro Gomes Júnior, orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito na Biblioteca Digital de Trabalhos de Conclusão de Curso da UFOP em 02/05/2023.



Documento assinado eletronicamente por **Aloísio de Castro Gomes Junior**, **PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 30/03/2023, às 19:28, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Helton Cristiano Gomes**, **PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 30/03/2023, às 19:47, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [http://sei.ufop.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **0501892** e o código CRC **30187DE3**.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente à Deus por me guiar nesse novo caminho que decidi trilhar, não foi uma decisão fácil, mas nem por um minuto me arrependi. Aos meus pais Valéria e Carlos por sempre acreditarem em mim, muito mais do que eu poderia acreditar. À minha irmã Duda, por ser a pessoa que me faz querer ser melhor. Ao Victor por ter estado ao meu lado em todos os momentos, inclusive nos de ansiedade, que não foram poucos.

Aos queridos amigos do Covil, Max, Distoia, Arara e Aylime por me incentivarem em todos os momentos e por tornarem esse caminho sempre leve com tantas fofocas para me distrair, em especial Arara e Distoia por tomarem decisões importantes por mim. Às amigas Camila, Marina S. e Marina F. por mesmo com todo tempo e distância me apoiarem. Aos amigos que fiz nestes anos por todos os momentos vividos, risadas, e muitos relatórios, especialmente Carol, Tati, Bia, Lucas e Ullysses.

Agradeço à Universidade Federal de Ouro Preto, à Escola de Minas, ao Departamento de Engenharia de Produção e à Fundação Gorceix por todas as oportunidades e investimentos. A todos os professores do DEPRO pelos ensinamentos, em especial ao Aloísio pela orientação e enorme compreensão, ao Helton e ao Cristiano por me ajudarem sempre que preciso e me renderem boas risadas. À Irce, Maurince e Karine por serem mulheres que me inspiraram tanto. Ao Magno por todos os aprendizados, caronas e amizade. Por último, mas não menos importante, à Samantha por ser uma excelente educadora e logo nos meus primeiros passos no curso me deixar encantada com a profissão.

Agradeço à ENACOM pela oportunidade de estágio e pelos novos desafios da vida profissional.

## RESUMO

Diante do cenário cada vez mais atual de alta conectividade e de tempos de resposta cada vez mais curtos, as organizações, para se manterem ao nível de competitividade do mercado, precisam estudar não somente as melhores formas produtivas para o seu modelo de negócio, mas também as melhores maneiras de gestão da cadeia de suprimentos e estratégias que melhorem as suas atividades logísticas e operacionais. Por ser a atividade logística que absorve maior porcentagem dos custos, o transporte pode ser considerado uma área fundamental nas decisões do *mix* logístico, que após os impactos da pandemia de COVID-19 teve um aumento crescente de demanda advinda do crescimento dos *e-commerce*. No caso das atividades de distribuição, um dos problemas mais conhecidos e utilizados é o Problema de Roteamento de Veículos (PRV), que é também um dos mais clássicos da otimização combinatória. Este trabalho se propõe a junto do PRV a utilização do Problema de Carregamento de Veículos (PCV), formando o Problema Integrado de Carregamento e Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea (PICRVFH), considerando a utilização de frota de caminhões com diferentes capacidades de peso e volume, buscando a melhor maneira de distribuição de carga entre os veículos para que a rota seja a menor possível. O sistema computacional foi desenvolvido em linguagem *Python* baseado no método meta-heurístico *Iterated Local Search* (ILS). Para validação do sistema foram utilizadas 41 instâncias-testes criadas pela equipe envolvida no projeto. O sistema foi validado pelo método exato, que demonstra a capacidade do modelo proposto de atingir boas soluções em um tempo de processamento considerado aceitável para a tomada de decisões.

**Palavras-chave:** Logística, Pesquisa Operacional, Meta-heurísticas, Programação Linear Inteira Mista, Roteamento e Carregamento de Veículos

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Pseudocódigo do algoritmo ILS. Fonte: Souza (2011).....	12
Figura 2: Representação da solução. ....	16
Figura 3: Movimentos de troca.....	17
Figura 4: Movimentos de realocação.....	18

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Parâmetros retornados pelo irace.....	19
Tabela 2: Relação do número de clientes, número de veículos e número de objetos de cada instância.....	20
Tabela 3: Resultados obtidos pelo software CPLEX.....	21
Tabela 4: Resultados obtidos pela meta-heurística ILS (Para MaxIterILS = 500 e Fator = 0,7803).....	23
Tabela A: Resultados obtidos pela meta-heurística ILS (Para MaxIterILS = 100 e Fator = 0,9139).....	30
Tabela B: Resultados obtidos pela meta-heurística ILS (Para MaxIterILS = 500 e Fator = 0,4587).....	31
Tabela C: Resultados obtidos pela meta-heurística ILS (Para MaxIterILS = 500 e Fator = 0,7803).....	32



## SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO .....	1
1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS .....	1
1.2 JUSTIFICATIVA.....	2
1.3 OBJETIVOS .....	2
1.3.1 Objetivo Geral .....	2
1.3.2. Objetivos Específicos .....	2
2 REFERENCIAL TEÓRICO .....	3
2.1 LOGÍSTICA.....	3
2.1.1 Logística de Transportes .....	4
2.2 PESQUISA OPERACIONAL.....	4
2.2.1 Problema de Roteamento de Veículos (PRV) .....	5
2.2.2 Problema de Carregamento de Veículos (PCV).....	8
2.2.3 Problema Integrado de Carregamento e Roteamento de Veículos (PICRV).....	9
2.2.4 Problema da Roteirização de Veículos com Restrições de Carregamento em Duas Dimensões (2L-CVRP).....	10
2.3 MÉTODOS META-HEURÍSTICOS .....	10
2.3.1 <i>Iterated Local Search</i> (ILS) .....	11
3 MODELO MATEMÁTICO.....	13
4 METODOLOGIA .....	16
4.1 REPRESENTAÇÃO DA SOLUÇÃO .....	16
4.2 GERAÇÃO DA SOLUÇÃO INICIAL .....	16
4.3 ESTRUTURA DE VIZINHANÇA.....	17
4.4 FUNÇÃO DE AVALIAÇÃO .....	18
4.5 ANÁLISE ESTATÍSTICA .....	18
5 RESULTADOS E DISCUSSÕES .....	20
5.1 RESULTADOS.....	20
5.2 DISCUSSÕES.....	24
6 CONCLUSÕES.....	26
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	27
APÊNDICE A .....	30
APÊNDICE B .....	31
APÊNDICE C .....	32

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Considerações Iniciais

Diante do cenário cada vez mais atual de alta conectividade e de tempos de resposta cada vez mais curtos, as organizações, para se manterem ao nível de competitividade do mercado, precisam estudar não somente as melhores formas produtivas para o seu modelo de negócio, mas também as melhores maneiras de gestão da cadeia de suprimentos e estratégias que melhorem as suas atividades logísticas e operacionais.

Os custos logísticos representam em média 12% do produto interno bruto mundial, de acordo com o Fundo Monetário Internacional (FMI *apud* BALLOU, 2007), dos quais o transporte normalmente representa o elemento mais importante em termos de custos logísticos para inúmeras empresas, absorvendo de um a dois terços dos custos logísticos totais (BALLOU, 2007).

Pensando nos pontos citados anteriormente, a Pesquisa Operacional (PO) através da aplicação de métodos científicos auxilia na tomada de decisões mais rápidas e eficientes. Utilizadas da maneira correta, as técnicas de PO possibilitam a otimização buscada, seja por meio de minimização de custos, tempo, ou maximização de lucro, por exemplo.

No caso das atividades de distribuição, um dos problemas mais conhecidos e utilizados é o Problema de Roteamento de Veículos (PRV), que é também um dos mais clássicos da otimização combinatória. A partir do PRV vários derivados podem ser citados, como o Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea (PRVFH), Problema de Roteamento de Veículos com Janela de Tempo (PRVJT), e até mesmo derivados mais complexos como o Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea e Janela de Tempo (PRVFHJT). O PRVFH se difere do PRV ao trabalhar com uma frota com diferentes capacidades de carga e o PRVJT envolve uma janela de tempo para as entregas acontecerem.

Este trabalho se propõem a junto do PRV a utilização do Problema de Carregamento de Veículos (PCV), formando o Problema Integrado de Carregamento e Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea (PICRVFH). Considerando a utilização de frota de caminhões com diferentes capacidades de peso e volume, a melhor maneira de distribuição de carga entre os veículos, e de forma que as entregas sejam feitas dentro do intervalo pré-estabelecido pelo cliente.

Neste capítulo serão apontadas as justificativas para este trabalho e os seus objetivos. No Capítulo 2 será apresentado o referencial teórico dos problemas apresentados neste trabalho. No Capítulo 3 será apresentado o modelo matemático para resolução do problema. No Capítulo

4 os métodos utilizados serão apresentados. No Capítulo 5 serão apresentados os resultados e as discussões, por fim, no Capítulo 6 serão apresentadas as conclusões do projeto.

## **1.2 Justificativa**

A relevância deste estudo está atrelada ao fato que a roteirização dos meios de transporte é um fator estratégico na busca de menores custos para uma boa configuração logística. Levando em consideração um problema como o estudado neste trabalho, que envolve frota de veículos com diferentes capacidades e precisa atender às necessidades de entrega compatíveis com os horários estabelecidos pelos clientes, tudo visando a melhor rota a ser feita e a melhor maneira de se carregar os veículos em questão, é notável a complexidade da tomada de decisões para este problema, principalmente à medida que ele é elevado com o acréscimo do número de clientes e número de cargas. Desta maneira, é possível justificar a aplicação de métodos meta-heurísticos para a solução deste problema na busca de encontrar as melhores soluções (próximas a ótima, ou até mesmo a solução ótima) em um tempo computacional compatível com o necessário para tomada dessa decisão num cenário realístico.

## **1.3 Objetivos**

Esta seção tem por finalidade apresentar o objetivo geral e os objetivos específicos deste trabalho.

### **1.3.1 Objetivo Geral**

O objetivo deste trabalho consiste no desenvolvimento em linguagem de programação *Python* de um programa computacional baseado na meta-heurística *Iterated Local Search* (ILS) para resolução do Problema Integrado de Carregamento e Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea, levando em consideração as restrições do problema.

### **1.3.2. Objetivos Específicos**

Os objetivos específicos são:

- (i) definir os parâmetros de método utilizado para desenvolver o problema proposto através de análises estatísticas;
- (ii) testar e validar o sistema computacional desenvolvido;
- (iii) difundir a utilização de técnicas de otimização na resolução de problemas logísticos de transporte.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

### 2.1 Logística

Para Ballou (2007), logística é um conjunto de atividades funcionais, classificadas como atividades-chave e de suporte, que se repetem inúmeras vezes ao longo do canal pelo qual matérias-primas são convertidas em produtos acabados, aos quais se agrega valor ao consumidor. As atividades-chave consideradas por este autor são os serviços padronizados aos clientes, o transporte, a gerência dos estoques e o fluxo de informações e processamento de pedidos, já as atividades de suporte envolvem armazenagem, manuseio dos materiais, compras, embalagem, cooperação com a produção/operação e manutenção de informações. O gerenciamento dessas atividades varia de acordo com a estrutura organizacional de cada empresa.

Um conceito geral determina que as atividades empresariais criam quatro tipos de valores em produtos ou serviços, que são: forma, tempo, lugar e posse (BALLOU, 2007). O valor forma é gerado pela produção, os valores tempo e lugar são controlados pela logística e o valor posse é geralmente gerado pelo *marketing*. Logo, a logística é responsável por garantir que o que é procurado pelo consumidor esteja no lugar certo no tempo certo da procura, caso contrário o produto/serviço perderá grande parte do seu valor. Dessa forma, a logística se torna uma ferramenta estratégica com relação aos concorrentes e deve ser administrada como um esforço integrado para alcançar a satisfação do cliente pelo menor custo possível (BOWERSOX *et al.*, 2014).

Os custos logísticos representam em média 12% do Produto Interno Bruto (PIB) mundial, de acordo com o Fundo Monetário Internacional (FMI *apud* BALLOU, 2007). Segundo a Confederação Nacional do Transporte (CNT) o PIB do transporte mostrou um crescimento de 11,4% para 12,9% no ano de 2022 (CNT, 2022) e o aumento desses custos está ligado também ao aumento de operações durante o período da pandemia do COVID-19. Cabe ressaltar que o coronavírus transformou tendências globais relacionadas ao comércio. O início da pandemia criou um cenário caótico que teve um impacto negativo em 33,5% das empresas que continuaram funcionando nesse momento, houve uma queda de 32,9% das vendas e serviços comercializados e para completar essas estatísticas, 14% da classe trabalhadora estava desocupada naquele momento (IBGE, 2020). Já no final de 2020 esse cenário sofreu uma alteração, segundo estudo realizada pela Sociedade Brasileira de Varejo e Consumo (SBVC) (2022) houve nesse período um aumento nas comprar realizadas online, nesse período da pesquisa 8% das pessoas que realizavam compras online estavam realizando compras pela

primeira vez e 70% dessas pessoas pretendiam continuar fazendo compras online mesmo após o final da pandemia. Esse crescimento pode ser acompanhado até o final do período pandêmico, o que reforça a importância da logística como fator estratégico.

### **2.1.1 Logística de Transportes**

As principais decisões a serem tomadas para esta atividade são a seleção do modal, a roteirização dos embarques, a programação dos veículos e a consolidação dos fretes (BALLOU, 2007).

Segundo Ballou (2007), os cinco principais modais da logística de transporte são: hidroviário, ferroviário, rodoviário, aeroviário e dutoviário. Além disso, os modais podem ser combinados entre si das mais variadas formas para garantir que a mercadoria seja entregue no local de destino geralmente no menor tempo, com melhores preços, menor variabilidade de trânsito ou por menores perdas e danos. Cada um dos tipos de modais apresentam preços fixos relacionados a sua utilização, mas nem sempre o preço é o fator decisivo, por exemplo o transporte rodoviário chega a ser sete vezes mais caro que o transporte ferroviário, porém se não há a opção de ferrovias para executar o transporte então o preço acaba não sendo o fator decisivo.

No Brasil cerca de 63% do modal utilizado é o transporte rodoviário, no qual a Pesquisa Operacional pode atuar como uma técnica essencial para redução dos custos atuando diretamente em melhores formas de roteirização do transporte e de carregamento dos veículos utilizados.

## **2.2 Pesquisa Operacional**

Segundo a Sociedade Brasileira de Pesquisa Operacional (SOBRAPO), a “Pesquisa Operacional é a área do conhecimento que estuda, desenvolve e aplica métodos analíticos avançados para auxiliar na tomada de decisões nas mais diversas áreas de atuação humana”.

A origem da PO como a conhecemos hoje pode ser atrelada à Segunda Guerra Mundial, onde desempenhou um papel importante na gestão eficiente dos recursos militares, principalmente associados à logística militar (SOBRAPO). Um nome importante que pode ser destacado neste período é Patrick Maynard Stuart Blackett, também conhecido como o pai da Pesquisa Operacional. Blackett foi o primeiro a inserir a PO no exército inglês, ele definiu as regras básicas pelas quais ela deveria operar e as suas características (CHAVES, 2011).

No pós-guerra, com o intuito de continuar as pesquisas iniciadas durante aquele período, foi criada nos Estados Unidos a *RAND Corporation*, que serviu como incubadora para muitas outras produções científicas, como Inteligência Artificial, Cibernética, Programação Linear, Programação Dinâmica, entre outras. Um dos cientistas da *RAND* que teve papel importante para o desenvolvimento da PO foi George Dantzig, que desenvolveu o método Simplex em 1947, utilizado até os dias atuais para resolução de problemas lineares (CHAVES, 2011).

Hoje a Pesquisa Operacional é aplicada para resolução de vários problemas, principalmente em áreas de importâncias estratégicas, tais como Energia, Prospecção e Exploração de Petróleo, Logística, Gerência de Operações, dentre outras tantas (SOBRAPO).

Nos tópicos a seguir serão abordados mais profundamente os problemas de interesse deste trabalho, tais como o Problema do Roteamento de Veículos (PRV), o Problema de Carregamento de Veículos (PCV) e o Problema Integrado de Carregamento e Roteamento de Veículos, este último com enfoque no Problema da Roteirização de Veículos com Restrições de Carregamento em Duas Dimensões (2L-CVRP).

### **2.2.1 Problema de Roteamento de Veículos (PRV)**

Os problemas de transporte são uma classe especial de problemas de programação linear que tratam do envio de uma mercadoria de determinada origem para um determinado destino (TAHA, 2008). O objetivo consiste em escolher as melhores rotas a serem traçadas de forma a minimizar as distâncias ou os custos totais envolvidos na operação, respeitando as restrições de fornecimento e de demanda. Foi desenvolvido originalmente por Dantzig & Ramser (1959) a partir do conhecido problema do caixeiro viajante e teve sua primeira formulação matemática desenvolvida por Golden et al. (1984).

Bodin & Golden (1981) listam em seu trabalho que o PRV pode ser classificado de acordo com vários critérios, tais como o tempo para atender um arco ou nó, o número de domicílios, o tamanho e o tipo da frota envolvida, a natureza e a localização das demandas, as restrições de capacidade do veículo, o tempo máximo de rota de um veículo, os custos, o tipo de operação e qual o objetivo do problema, além de outras restrições, que podem ser inerentes do problema analisado. Todas essas possibilidades geram um grande número de variações do problema original proposto por Dantzig & Ramser (1959).

O problema clássico considera a frota de veículos homogênea, isto, é todos os veículos possuem a mesma capacidade, o que caracteriza o Problema de Roteamento de Veículos Capacitado (PRVC), com a frota de veículos limitada ou não (GOLDBARG; LUNA, 2005).

Uma variação do PRV, considera veículos com diferentes capacidades e custos, caracterizando o Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea (PRVFH) (GOLDEN et al. 1984).

Uma definição formal para o problema proposto por Dantzig & Ramser (1959) pode ser vista em Vieira (2008): Seja um grafo  $G = (V, A)$  completo, em que  $A$  é um conjunto de arcos, que representam os caminhos que ligam os clientes entre si e estes ao depósito, e  $V = 0, \dots, n$  denota um conjunto de  $n + 1$  vértices. O vértice 0 representa o depósito e os outros simbolizam os clientes. A cada arco  $(i, j)$  é associado um custo não negativo,  $c_{ij}$ , que representa o custo de viagem do vértice  $i$  ao vértice  $j$ . Na maioria dos casos, os custos dos arcos satisfazem a desigualdade triangular,  $c_{ik} + c_{kj} \geq c_{ij}$ , para  $i, k, j \in V$ . Quando o custo do arco  $(i, j)$  é igual ao custo do arco  $(j, i)$ , tem-se o problema simétrico. Caso contrário, ele é dito assimétrico. Um conjunto  $K$  de veículos idênticos, com capacidade  $C$ , é alocado a um único depósito. A cada cliente  $i$  é associada uma demanda não negativa  $m_i$ . Para o depósito  $m_0 = 0$ . O PRV consiste em encontrar um conjunto de exatamente  $K$  rotas, cada uma percorrida por um veículo, de modo a minimizar o custo total de transporte de forma que: 1) cada rota deve ter início e fim no depósito; 2) cada cliente deve ser visitado apenas uma vez e somente por um veículo; 3) a soma das demandas dos clientes incluídos em uma rota não deve exceder a capacidade do veículo. Para definir o problema, utilizamos  $Kn^2$  variáveis binárias, dadas por

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{se o veículo } k \text{ trafega no trecho } (i, j); \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

para  $i, j \in \{0, 1, \dots, n\}, i \neq j$  e  $k \in \{1, \dots, K\}$ . A formulação matemática do PRV é apresentada abaixo.

$$\text{Min} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{k \in K} c_{ij} x_{ijk} \quad j \neq i \quad (2.1)$$

$$\text{s. a.} \quad \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^n x_{0jk} = K \quad (2.2)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{0jk} = \sum_{j=1}^n x_{j0k} = 1 \quad k = 1, \dots, K \quad (2.3)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{j=0}^n x_{0jk} = 1 \quad i = 1, \dots, n \quad (2.4)$$

$$\sum_{j=0}^n x_{ijk} - \sum_{j=0}^n x_{ijk} = 0 \quad k = 1, \dots, K, i = 1, \dots, n \quad (2.5)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ijk} \leq |S| - v(S) \quad \forall S \subseteq V \setminus \{0\}, |S| \geq 2 \quad (2.6)$$

$$\sum_{i=1}^n m_i \sum_{j=0}^n x_{ijk} \leq C \quad j \neq i, k = 1, \dots, K \quad (2.7)$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\} \quad i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, n, k = 1, \dots, n \quad (2.8)$$

A equação (2.2) garante que exatamente  $K$  veículos sairão do depósito, enquanto (2.3) assegura que cada rota tenha início e fim no depósito. As restrições (2.4) e (2.5) garantem que cada cliente seja visitado exatamente uma vez, e que o veículo que chega em um cliente saia dele. A restrição (2.6) evita que seja formado um subciclo que não inclua o depósito. Nesta restrição,  $v(S)$  representa o número mínimo de veículos necessário para atender o conjunto de clientes  $S$ . Por exigir que o número de veículos usados para atender os clientes do conjunto  $S$  não seja inferior a  $v(S)$ , o mínimo necessário, a família de restrições (2.6) assegura, indiretamente, que a capacidade dos veículos não seja violada. A restrição (2.7) é a capacidade dos veículos.

Como o PRV é um problema de otimização combinatória, à medida que o problema se torna mais complexo a sua resolução por métodos exatos se torna cada vez mais inviável devido ao alto custo computacional envolvido e ao tempo de retorno da solução ótima do problema. Busca-se então a utilização de uma heurística que seja preferencialmente simples, flexível, precisa e veloz (CORDEAU, 2002).

Uma variação deste problema que vem sendo estudada nos últimos anos é o Problema de Roteamento de Veículos Elétricos (PRVE), um dos primeiros estudos dessa nova modalidade foi proposto por Li (2014), onde ele trata sobre o roteamento e troca de baterias de veículos elétricos. O mesmo autor também fez uma importante contribuição para essa nova categoria de estudos ao analisar o desenvolvimento de ônibus movidos por baterias, com a possibilidade de recargas regulares, trocas de bateria com carregamento rápido entre escalas (LI, 2016 apud SOUZA, 2021). Essa nova categoria dentro do PRV tende a ter cada vez mais estudos em vista do aumento das possibilidades de uso dos veículos elétricos e visam sanar os problemas de alocação para trocas ou carregamento de baterias, assim como o trabalho desenvolvido por Souza (2021).



### 2.2.2 Problema de Carregamento de Veículos (PCV)

O Problema de Carregamento de Veículos consiste na alocação de cargas a serem transportadas dentro da carroceria do veículo em questão. Este problema busca a otimização de determinado critério como, por exemplo, a maximização de carga a ser alocada dentro do veículo de forma a aproveitar da melhor maneira possível o espaço disponível, respeitando as restrições do problema.

Na literatura também pode ser modelado como Problema de Empacotamento e por decorrência também como Problema de Carregamento de Contêineres.

Segundo Candido (2016) os Problemas de Empacotamento são problemas de otimização combinatória que pertencem à classe dos Problemas de Corte e Empacotamento. São considerados dois grupos de elementos: os maiores, denominados objetos, e os menores, denominados itens. Definidos os itens e os objetos busca-se o agrupamento dos itens dentro dos objetos, respeitando as condições: (i) o item não pode ter dimensão maior do que o objeto no qual será alocado e (ii) que não haja sobreposição de itens dentro do mesmo objeto.

Wäscher, Haußner e Schumann (2007) propuseram uma classificação que divide os problemas de empacotamento segundo cinco características: dimensionalidade, tipo de atribuição, sortimento dos itens, sortimento dos objetos e forma dos itens.

*Dimensionalidade:* define o número de dimensões necessárias para a descrição do padrão de empacotamento.

*Tipo de atribuição:* pode ser de dois tipos, no primeiro o conjunto de objetos não é suficiente para a disposição de todos os itens e busca-se a maximização de saídas e no segundo o conjunto de objetos consegue dispor todos os itens, buscando-se a minimização das entradas.

*Sortimento dos itens:* relativo à heterogeneidade dos itens, se possuem a mesma forma ou formas distintas.

*Forma dos itens:* em problemas bi ou tridimensionais classifica os itens como regulares ou irregulares.

*Sortimento dos objetos:* envolve as características do objeto.

Em Morabito & Arenales (1997) o Problema de Carregamento de Contêineres é descrito da seguinte maneira: Considere um conjunto de caixas agrupadas em  $m$  tipos. Para cada tipo  $i$ , caracterizado pelo comprimento, largura e altura  $(l_i, w_i, h_i)$ , tem-se uma quantidade  $b_i$  de caixas. Considere também um conjunto de contêineres agrupados em  $n$  tipos. Para cada tipo  $k$ , caracterizado pelas dimensões  $(L_k, W_k, H_k)$ , estão disponíveis  $B_k$  contêineres. As caixas devem

ser carregadas ortogonalmente dentro dos contêineres. Por simplicidade e sem perda de generalidade, admita que as caixas sejam carregadas com uma orientação fixada, isto é,  $l_i, w_i$  e  $h_i$  paralelos a  $L_k, W_k$  e  $H_k$ , respectivamente.

Bortfeldt; Wäscher (2013) estabeleceram algumas restrições para o problema:

*Restrições relacionadas aos contêineres:* levam em consideração os limites de peso e se é necessária a distribuição de peso dentro dos contêineres.

*Restrições relacionadas às caixas:* se há ou não prioridades de carregamento, qual a orientação das caixas e o empilhamento das mesmas (somente no caso tridimensional).

*Restrições relacionadas à carga:* quando a carga se trata de componentes de uma mesma entidade funcional deve-se avaliar a necessidade ou não da separação dos componentes em mais de um contêiner (caso o conjunto não caiba no mesmo contêiner) e alocação de carga que sigam restrições de conectividade ou de separação.

*Restrições de posicionamento:* lidam com a localização de uma caixa, tanto em termos de sua posição absoluta no veículo quanto de sua posição em relação às outras caixas.

*Restrições relacionadas ao padrão de carregamento:* são as restrições relativas ao arranjo das caixas dentro do veículo como estabilidade (caso tridimensional) e complexidade de carregamento.

### **2.2.3 Problema Integrado de Carregamento e Roteamento de Veículos (PICRV)**

A partir da integração do Problema de Carregamento de Veículos e do Problema de Roteamento de Veículos, vistos nos tópicos anteriores, têm-se o Problema Integrado de Carregamento e Roteamento de Veículos. O PICRV é um problema de alta complexidade dentro da otimização combinatória, porém apresenta a grande vantagem de resolver dois problemas importantes de forma integrada, o que possibilita tomadas de decisões mais assertivas.

A busca pela solução integrada destes dois problemas é considerada recente na literatura, em Iori (2004) temos a primeira combinação do PRV capacitado com uma variação do Problema de Corte e Empacotamento Bidimensional. Desde então esse problema vem sendo explorado e apresenta algumas variações importantes. Em Iori et al. (2007) o autor apresenta o 2L-CVRP (Capacitated Vehicle Routing Problem with Two-dimensional Loading Constraints) ou Problema da Roteirização de Veículos com Restrições de Carregamento em Duas Dimensões, onde realiza o carregamento de forma sequencial, ou seja, levando em consideração a ordem de entrega para o carregamento adequado da carga. Gendreau et al. (2008) trabalham

no mesmo problema abordando também a forma irrestrita do problema, onde a ordem de carregamento não é levada em consideração. Fuellerer et al. (2009) resolveram pela primeira vez o 2L-CVRP não-orientado, ou seja, os itens podem ser rotacionados em 90° para serem carregados.

Uma variação mais complexa desse problema é o 3L-CVRP (Capacitated Vehicle Routing Problem with Three-dimensional Loading Constraints) ou Problema da Roteirização de Veículos com Restrições de Carregamento em Três Dimensões, introduzido por Gendreau (2006) e que adiciona o agravante do empilhamento da carga.

O presente trabalho aborda o problema em sua versão de duas dimensões e com carregamento do tipo irrestrito.

#### **2.2.4 Problema da Roteirização de Veículos com Restrições de Carregamento em Duas Dimensões (2L-CVRP)**

No 2L-CVRP, as características dos veículos e da demanda dos clientes levam em consideração o aspecto geométrico das mesmas. O objetivo do problema continua o mesmo do PRV, determinar quais rotas devem ser feitas buscando o custo mínimo, porém levando em consideração as restrições de carregamento dos itens dentro do veículo considerando itens retangulares e sem empilhamento.

O problema pode ser descrito de acordo com Iori *et al.* (2007), Fuellerer *et al.* (2009) e Zachariadis *et al.* (2009) da seguinte maneira: Seja um grafo não orientado completo dado por  $G = \{V, E\}$  onde  $V$  é o conjunto de  $n + 1$  vértices que correspondem ao depósito (vértice 0) e aos clientes (vértices  $1, \dots, n$ ), e  $E = \{e_{ij}: i, j \in V, i \neq j\}$  o conjunto de arestas. A cada aresta  $e_{ij} \in E$  é associado um custo  $(c_{ij})$  correspondente ao custo de percurso entre  $i$  e  $j$ . É dado também um conjunto  $K$  de veículos, que apresentam uma capacidade de carga  $D$  dada em peso e uma superfície de carga retangular de largura  $W$  e comprimento  $L$ , acessível somente pela parte traseira. A área total da superfície de carga é dada por  $A = W * L$ . Seja  $c_r(k)$  o custo total do roteiro  $k$  e  $S(k)$  o conjunto de clientes alocados ao roteiro  $k$ . A demanda de cada cliente  $i$  consiste de um conjunto  $IT_i$  de  $m_i$  itens regulares de peso conhecido e dado por  $d_i$ .

### **2.3 Métodos Meta-Heurísticos**

Problemas do tipo NP-difícil são problemas de otimização combinatória que apresentam um alto nível de complexidade. Devido as suas características e ao número de fatores

envolvidos nem sempre eles podem ser resolvidos em tempo polinomial, ou seja, no pior dos casos todas as suas combinações devem ser analisadas, o que gera um alto custo computacional. Dessa maneira, o uso de métodos exatos na resolução de problemas deste tipo acaba se tornando restrito. Pensando em situações reais onde o tempo para a tomada de decisões é importante, nem sempre é necessário encontrar a solução ótima para o problema, muitas vezes basta uma boa solução.

Uma maneira eficiente de contornar essa situação é a utilização de métodos heurísticos e meta-heurísticos para a resolução do problema. Segundo Souza (2011) heurísticas podem ser definidas como técnicas inspiradas em processos intuitivos que procuram uma boa solução a um custo computacional aceitável, sem, no entanto, garantir a sua “otimalidade”, bem como garantir quão próximo ela está da solução ótima. Como as heurísticas muitas vezes são utilizadas para problemas muito específicos, a partir da junção de conceitos da Otimização com a Inteligência Artificial foi possível desenvolver técnicas teóricas mais gerais do que as heurísticas. Assim surgiram as meta-heurísticas, que possuem como características básicas estruturas com uma menor rigidez que as encontradas em métodos clássicos de otimização, mas que não apresentam uma flexibilidade caótica (SOUZA, 2011).

Algumas meta-heurísticas bastante estudadas são: Algoritmos Genéticos (AG), *Simulated Annealing* (SA), Busca Tabu, GRASP, dentre outras. Neste trabalho utilizaremos a meta-heurística *Iterated Local Search* (ILS).

### **2.3.1 *Iterated Local Search* (ILS)**

O método *Iterated Local Search* (ILS) (LOURENÇO *et al.*, 2003) trabalha com um processo de exploração do espaço de soluções através de perturbações aplicadas no sistema, sua metodologia incide na busca de novas soluções sempre a partir de um ótimo local, e não de uma solução completamente nova ou aleatória a cada iteração. Quatro procedimentos compõem o algoritmo: (i) *GeraSolucaoInicial()*; (ii) *BuscaLocal()*; (iii) *Pertubacao()*; e (iv) *CriterioAceitacao()*. Na Figura 1 é apresentado o pseudocódigo do algoritmo ILS, na linha 1 o procedimento *GeraSolucaoInicial()* gera a solução inicial  $s_0$  do problema; na linha 2 aplica-se o procedimento *BuscaLocal()* para refinamento da solução  $s_0$  gerando uma solução corrente possivelmente melhorada  $s$ ; na linha 3 tem início o procedimento de iterações do método, que será definido através do número máximo de iterações, enquanto este não for alcançado entra-se no laço onde na linha 4 realiza-se o procedimento de *Pertubacao()* da solução corrente  $s$  e a geração de uma solução intermediária  $s'$ ; na linha 5 acontece novamente o procedimento

*BuscaLocal()*, desta vez o refinamento ocorre na solução intermediária  $s'$  gerando uma possível solução melhorada  $s''$ ; por fim, na linha 6 acontece o procedimento *CriterioAceitacao()* que baseado no histórico decide em qual solução a busca local prosseguirá na próxima iteração, se na solução corrente  $s$  ou na solução  $s''$ , geralmente o critério de aceitação utiliza a função de avaliação do problema, caso o valor da função de avaliação gerada seja menor do que o da solução corrente então esta solução que passará pelo próximo processo de perturbação. Este laço acontece até que o número máximo de iterações estabelecido seja alcançado.

Figura 1: Pseudocódigo do algoritmo ILS. Fonte: Souza (2011).

```
procedimento ILS  
1  $s_0 \leftarrow GeraSolucaoInicial();$   
2  $s \leftarrow BuscaLocal(s_0);$   
3 enquanto (os critérios de parada não estiverem satisfeitos) faça  
4    $s' \leftarrow Perturbacao(histórico, s);$   
5    $s'' \leftarrow BuscaLocal(s');$   
6    $s \leftarrow CriterioAceitacao(s, s'', histórico);$   
8 fim-enquanto;  
fim ILS;
```

### 3 MODELO MATEMÁTICO

O Problema Integrado de Carregamento e Roteamento de Veículo com Frota Heterogênea (PICRVFH) abordado neste estudo é uma integração da variação com frota heterogênea do problema clássico PRV e do PCV em duas dimensões.

O modelo matemático utilizado foi baseado em Candido & Souza (2016), que utilizam uma extensão a formulação dependente do tempo para o Problema do Caixeiro Viajante proposta por Junqueira (2013) para problemas integrados de carregamento e roteamento de veículos.

Nesta formulação, o parâmetro  $N$  representa o conjunto de clientes, cada qual com uma demanda  $P_i$  e distância entre os elementos desse conjunto dada por  $d_{ij}$ .  $K$  é o conjunto de veículos heterogêneos, cada qual com uma capacidade  $Q_k$ .  $T$  define o conjunto de períodos (ordem) de visitas. Por fim, a variável de decisão  $z_{ij}^{kt}$ , sendo igual a 1 quando o veículo  $k$  viaja no período  $t$ , entre os pontos  $i$  e  $j$ , e 0 caso contrário. O objetivo desse modelo é a minimização das distâncias percorridas pelos veículos.

$$\text{Min} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} d_{ij} z_{ij}^{kt} \quad (3.1)$$

$$\text{s. a.} \quad \sum_{j \in N} \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} z_{ij}^{kt} = 1 \quad i \in N \setminus \{0\} \quad (3.2)$$

$$\sum_{j \in N} \sum_{k \in K} \sum_{t \in T \setminus \{1\}} t z_{ij}^{kt} - \sum_{g \in N} \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} t z_{gi}^{kt} = 1 \quad i \in N \setminus \{0\} \quad (3.3)$$

$$\sum_{j \in N \setminus \{0\}} z_{0j}^{k1} \leq 1 \quad k \in K \quad (3.4)$$

$$\sum_{j \in N \setminus \{0\}} z_{ij}^{kt+1} - \sum_{g \in N} z_{gi}^{kt} = 0 \quad i \in N \setminus \{0\}, k \in K, t \in T \setminus \{t+1\} \quad (3.5)$$

$$\sum_{i \in N \setminus \{0\}} \sum_{j \in N} \sum_{t \in T \setminus \{1\}} P_i z_{ij}^{kt} \leq Q_k \quad k \in K \quad (3.6)$$

$$z_{ij}^{kt} \in \{0,1\} \quad i \in N, j \in N, k \in K, t \in T \quad (3.7)$$

A função objetivo (3.1) minimiza a distância dos roteiros utilizados para visitar os clientes. As restrições (3.2) e (3.3) garantem que cada cliente seja visitado uma única vez e que se um cliente  $i$  é visitado na posição  $t$ , este cliente tem que ser o ponto de partida para algum

outro cliente em uma posição  $t + 1$ . As restrições (3.4) e (3.5) garantem que cada veículo seja utilizado uma única vez que a conservação do fluxo, isto é, se um veículo  $k$  chega em um cliente  $i$  na posição  $t$ , então  $i$  deve ser ponto de partida para que o veículo  $k$  visite algum outro cliente na posição  $t + 1$ . Por fim, as restrições (3.6) e (3.7) garantem que a capacidade dos veículos não seja excedida e o domínio das variáveis de decisão, respectivamente.

Para formular matematicamente as restrições geométricas referentes ao carregamento dos veículos, também foram utilizadas as mesmas que Candido & Souza (2016), que tomam como base a formulação para o problema de carregamento de contêiner proposto por Chen *et al.* (1995), adaptando-a para o caso bidimensional.

Sejam as superfícies de carregamento dos veículos um conjunto  $K = \{1, \dots, P\}$  de  $P$  objetos retangulares, com dimensões  $L_k \times W_k, k = 1, \dots, P$  onde  $L_k$  e  $W_k$  denotam, respectivamente, comprimento e largura. Para o mapeamento da superfície de carregamento, toma-se um sistema cartesiano bidimensional compostos de dois eixos  $X$  e  $Y$ . Supondo que o canto frontal esquerdo da superfície de carregamento do veículo seja posicionado na origem  $(0,0)$  do sistema cartesiano, sua lateral esquerda sobre o eixo  $X$  e sua lateral frontal sobre o eixo  $Y$  e que os itens tenham orientação fixa, são definidas as seguintes variáveis:

$(x_p, y_p)$ : variáveis reais, que correspondem às coordenadas do canto frontal esquerdo do item  $I_p$  quando posicionado no veículo, tal que  $I_p \in I$ .

$s_{pk}$ : variável binária, igual a 1 se o item  $I_p$  é carregado no veículo  $k$ , tal que  $I_p \in I, k \in K$ ; e igual a 0 caso contrário.

$v_k$ : variável binária, igual a 1 se o veículo  $k$  é utilizado, tal que  $k \in V$ ; e igual a 0 caso contrário.

$\alpha_{pq}$ : variável binária, igual a 1 se o item  $I_p$  é posicionado atrás do item  $I_q$ , tal que  $I_p, I_q \in I, p < q$ ; e igual a 0 caso contrário.

$\beta_{pq}$ : variável binária, igual a 1 se o item  $I_p$  é posicionado a frente do item  $I_q$ , tal que  $I_p, I_q \in I, p < q$ ; e igual a 0 caso contrário.

$\gamma_{pq}$ : variável binária, igual a 1 se o item  $I_p$  é posicionado à esquerda do item  $I_q$ , tal que  $I_p, I_q \in I, p < q$ ; e igual a 0 caso contrário.

$\delta_{pq}$ : variável binária, igual a 1 se o item  $I_p$  é posicionado à direita do item  $I_q$ , tal que  $I_p, I_q \in I, p < q$ ; e igual a 0 caso contrário.

As variáveis  $\alpha_{pq}, \beta_{pq}, \gamma_{pq}, \delta_{pq}$  ditam o posicionamento relativo entre os itens. Sendo  $M$  um número arbitrariamente grande, as restrições geométricas para o carregamento dos itens nos veículos são dadas por:

$$x_p + l_p \leq x_q + (1 - \alpha_{pq})M, I_p, I_q \in I, p < q \quad (3.8)$$

$$x_q + l_q \leq x_p + (1 - \beta_{pq})M, I_p, I_q \in I, p < q \quad (3.9)$$

$$y_p + w_p \leq y_q + (1 - \gamma_{pq})M, I_p, I_q \in I, p < q \quad (3.10)$$

$$y_q + w_q \leq y_p + (1 - \delta_{pq})M, I_p, I_q \in I, p < q \quad (3.11)$$

$$\alpha_{pq} + \beta_{pq} + \gamma_{pq} + \delta_{pq} \geq s_{pk} + s_{qk} - 1, I_p, I_q \in I, p < q, k \in V \quad (3.12)$$

$$x_p + l_p \leq L_k + (1 - s_{pk})M, I_p \in I, k \in V \quad (3.13)$$

$$y_q + w_q \leq W_k + (1 - s_{pk})M, I_p \in I, k \in V \quad (3.14)$$

$$x_p, y_p \in \mathbb{R}, I_p \in I \quad (3.15)$$

$$\alpha_{pq}, \beta_{pq}, \gamma_{pq}, \delta_{pq} \in \{0,1\}, I_p, I_q \in I, p < q \quad (3.16)$$

$$s_{pk} \in \{0,1\}, I_p \in I, k \in V \quad (3.17)$$

As restrições (3.8)-(3.11) garantem que não haja sobreposição dos itens, e a restrição (12) faz com que a verificação de sobreposição seja feita apenas para itens carregados no mesmo veículo, enquanto as restrições (3.13)-(3.14) fazem com que os itens não excedam as dimensões da superfície de carregamento do veículo. Por fim, as restrições (3.15)-(3.17) definem o domínio das variáveis de decisão. Para garantir que todos os itens de um cliente sejam carregados no veículo que o atende utiliza-se a restrição (3.18) a seguir:

$$\sum_{I_p \in IT_i} s_{pk} = m_i \sum_{j \in N} \sum_{t \in T} z_{ij}^{kt}, i \in N \setminus \{0\}, k \in V \quad (3.18)$$



## 4 METODOLOGIA

O presente trabalho possui natureza básica e abordagem quantitativa. É uma pesquisa com caráter descritivo que busca avaliar o comportamento da heurística proposta.

Para a resolução do problema utilizou-se a meta-heurística *Iterated Local Search* (ILS). No tópico 4.1 é mostrada qual foi a representação escolhida para a solução. Como foi dito no referencial teórico, o ILS é composto por quatro procedimentos essenciais, o primeiro é a geração da solução inicial, mostrado no tópico 4.2. No tópico 4.3 é mostrada a estrutura de vizinhança utilizada tanto no procedimento de Busca Local quanto na Perturbação e no tópico 4.4 é mostrada a função de avaliação utilizada para a resolução problema. No procedimento de Busca Local foi utilizada a heurística Método da Descida, que faz uma varredura em todos os vizinhos da solução analisada na busca por uma melhor solução. No procedimento de Perturbação foi criada uma estrutura que escolhe um dos tipos de movimento mostrados no tópico 4.3 para realizar uma perturbação no sistema, o nível de perturbação foi determinado de acordo com o número de iterações máximas do ILS.

### 4.1 Representação da Solução

A representação da solução para este trabalho se dá de forma matricial, ou lista de listas, onde cada linha da matriz, ou cada lista, representa um veículo. A representação é apresentada na Figura 2.

Figura 2: Representação da solução.

	c1	c2	c3	c4	...	cn
v1	1	13	12	4	15	9
v2	8	2	5	10		
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
vn	6	7	11	3	14	

$$S = [[1, 13, 12, 4, 15, 9], [8, 2, 5, 10], [...], [6, 7, 11, 3, 14]]$$

### 4.2 Geração da Solução Inicial

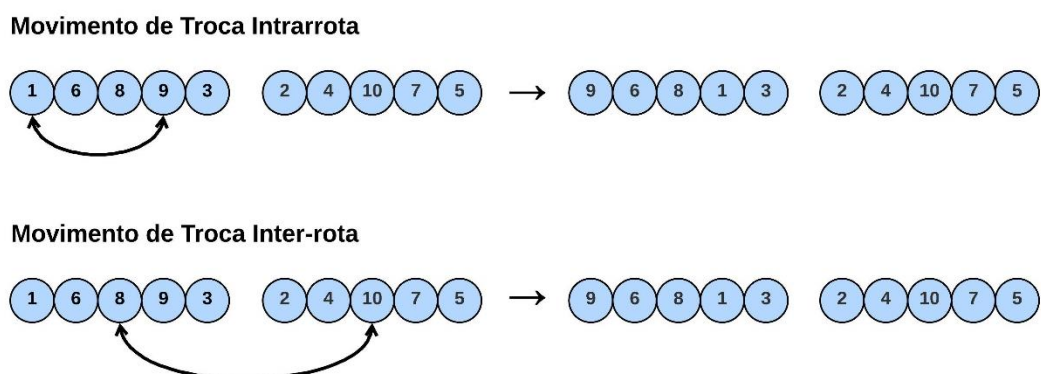
Para a geração de uma solução inicial foi criado um algoritmo de construção aleatória. O algoritmo cria uma lista com todos os clientes disponíveis para serem visitados e outra lista com

todos os veículos disponíveis, inicialmente essas listas contém todos os clientes do problema e todos os veículos. Cada veículo é responsável por uma rota, para definição da rota é feito o sorteio de um cliente, a demanda em peso e em área do cliente sorteado é verificada para ter certeza de que não ultrapassa a capacidade disponível no veículo em questão. Caso a capacidade não seja ultrapassada o cliente é inserido na rota do veículo e retirado da lista de clientes disponíveis, caso contrário testa-se o próximo cliente sorteado, até que todos os clientes sejam testados ou enquanto a houver capacidade disponível no veículo. Quando o veículo não é capaz de receber mais nenhum cliente passa-se para o próximo veículo e o mesmo processo acontece, até que todos os clientes sejam inseridos em alguma rota.

### 4.3 Estrutura de Vizinhança

A estrutura de vizinhança foi utilizada para realizar a perturbação das soluções. A partir da solução  $s$ , é gerado um vizinho  $s'$  através de movimentos de troca ou realocação. O movimento de troca consiste em selecionar aleatoriamente os elementos a serem trocados de posição e o de realocação em sortear o elemento que será realocado e onde ele será realocado. Ambos os movimentos podem ser intrarrotas, ou seja, o movimento ocorre dentro de um mesmo veículo, ou inter-rotas, quando o movimento ocorre entre veículos distintos. Na Figura 3 o movimento de troca intrarrota mostra a troca do primeiro elemento do vetor com o quarto elemento do mesmo vetor, já o movimento de troca inter-rota mostra a troca do elemento na terceira posição do primeiro vetor com o elemento da terceira posição do segundo vetor.

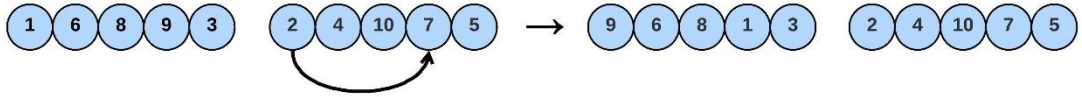
Figura 3: Movimentos de troca.



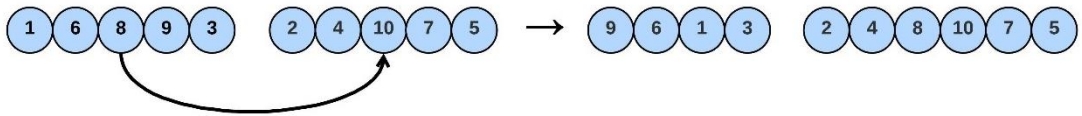
Na Figura 4, o movimento de realocação intrarrota acontece com o primeiro elemento do segundo vetor indo para a quarta posição do mesmo vetor, já no movimento inter-rota o terceiro elemento do primeiro vetor é realocado para a terceira posição do segundo vetor.

Figura 4: Movimentos de realocação.

**Movimento de Realocação Intrarota**



**Movimento de Realocação Inter-rota**



#### 4.4 Função de Avaliação

A função de avaliação para este problema leva em consideração a distância do cliente  $i$  para o cliente  $j$  e a capacidade do veículo responsável pela rota, ou seja, ela é a mesma função objetivo usada para o modelo matemático com o acréscimo de uma função de penalização para quando a restrição de capacidade não for cumprida. A distância novamente é representada por  $d_{ij}$  e  $f(s)$  o excesso de capacidade do veículo e  $\alpha$  representa a penalização pelo excesso de capacidade.

$$\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{k \in K} d_{ij} z_{ij}^k + \alpha f(s)$$

#### 4.5 Análise Estatística

Para definir quais os parâmetros de entrada mais adequados para a execução da meta-heurística, foi utilizado o pacote IRACE integrado ao *software* R. Ele implementa um procedimento de corrida iterado, que é uma extensão do *Iterated F-race* (I / F-Race). O principal uso do irace é a configuração automática de algoritmos de otimização e decisão, ou seja, encontrar as configurações mais adequadas de um algoritmo para um conjunto de instâncias de um problema. No entanto, também pode ser útil para configurar outros tipos de algoritmos quando o desempenho depende das configurações de parâmetro usadas. Para este trabalho teve-se a necessidade de descobrir qual o melhor valor para o parâmetro *maxiteracao* e o parâmetro *fator*. O parâmetro *maxiteracao* é o responsável por definir qual o número máximo de iterações do ILS e teve seus valores de entrada para do irace como 100, 250, 500,

1000. O parâmetro fator é utilizado para realização da perturbação e teve valores de entrada para o irace de 0,1 a 1,0. No final, o irace retornou as três melhores combinações de parâmetros que são mostradas na Tabela 1 abaixo.

*Tabela 1: Parâmetros retornados pelo irace.*

<b>Maxitercao</b>	<b>Fator</b>
100	0,9139
500	0,4587
500	0,7859

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 5.1 Resultados

O modelo matemático foi implementado utilizando a linguagem AMPL no *software* CPLEX versão 12.9. Foi estabelecido como tempo limite para execução 10800 segundos para a obtenção da solução ótima. A meta-heurística ILS foi implementada em linguagem Python, utilizando o escritor de código-fonte *Visual Studio Code*. Foi utilizado um computador com processador Intel Core i5-8265U 1.8 GHz, 8 GB de memória RAM com sistema operacional Microsoft Windows 10 64 bits.

Foram utilizadas como problemas-teste 41 instâncias criadas pela equipe envolvida no projeto. Cada instância apresenta como informações o número de clientes a serem visitados, o número de veículos disponíveis para o problema, o número de objetos a serem transportados, o valor de penalização  $\alpha$ , bem como informações sobre as dimensões dos objetos, dos veículos, das demandas de cada cliente e as distâncias do centro de distribuição aos clientes e dos clientes entre si. As relações entre número de clientes, número de veículos e número de objetos de cada instância podem ser vistas na Tabela 1.

Tabela 2: Relação do número de clientes, número de veículos e número de objetos de cada instância.

<b>Instância</b>	<b>Nº Clientes</b>	<b>Nº Veículos</b>	<b>Nº Objetos</b>
<b>Inst08_03_21</b>	8	3	21
<b>Inst08_04_30</b>	8	4	30
<b>Inst08_04_35</b>	8	4	35
<b>Inst08_04_35_v2</b>	8	4	35
<b>Inst08_06_35</b>	8	6	35
<b>Inst08_06_40</b>	8	6	40
<b>Inst08_10_45</b>	8	10	45
<b>Inst08_10_50</b>	8	10	50
<b>Inst08_12_60</b>	8	12	60
<b>Inst10_04_26</b>	10	4	26
<b>Inst10_04_30</b>	10	4	30
<b>Inst10_04_40</b>	10	4	40
<b>Inst10_05_45</b>	10	5	45
<b>Inst10_05_50</b>	10	5	50
<b>Inst10_06_56</b>	10	6	56
<b>Inst10_06_60</b>	10	6	60
<b>Inst10_06_68</b>	10	6	68
<b>Inst12_04_26</b>	12	4	26
<b>Inst12_05_26</b>	12	5	26
<b>Inst12_06_31</b>	12	6	31
<b>Inst12_06_33</b>	12	6	33
<b>Inst12_07_38</b>	12	7	38

<b>Instância</b>	<b>Nº Clientes</b>	<b>Nº Veículos</b>	<b>Nº Objetos</b>
<b>Inst12_07_41</b>	12	7	41
<b>Inst12_08_46</b>	12	8	46
<b>Inst15_04_30</b>	15	4	30
<b>Inst15_05_30</b>	15	5	30
<b>Inst15_05_35</b>	15	5	35
<b>Inst15_06_40</b>	15	6	40
<b>Inst15_06_45</b>	15	6	45
<b>Inst15_07_50</b>	15	7	50
<b>Inst15_07_55</b>	15	7	55
<b>Inst15_08_60</b>	15	8	60
<b>Inst25_03_25</b>	25	3	25
<b>Inst25_04_40</b>	25	4	40
<b>Inst25_04_45</b>	25	4	45
<b>Inst25_05_50</b>	25	5	50
<b>Inst25_05_55</b>	25	5	55
<b>Inst25_06_60</b>	25	6	60
<b>Inst25_08_70</b>	25	8	70
<b>Inst50_06_50</b>	50	6	50
<b>Inst50_10_50</b>	50	10	50

A solução para cada instância, os tempos de execução e o GAP calculado pelo *software* CPLEX podem ser vistos na Tabela 2.

*Tabela 3: Resultados obtidos pelo software CPLEX.*

<b>Instância</b>	<b>FO</b>	<b>Tempo (s)</b>	<b>GAP</b>
<b>Inst08_03_21</b>	54	22,02	0%
<b>Inst08_04_30</b>	58	123,03	0%
<b>Inst08_04_35</b>	70	10800,14	4%
<b>Inst08_04_35_v2</b>	73	10853,77	8%
<b>Inst08_06_35</b>	63	104,86	0%
<b>Inst08_06_40</b>	63	10860,56	8%
<b>Inst08_10_45</b>	70	1184,22	0%
<b>Inst08_10_50</b>	78	24,02	0%
<b>Inst08_12_60</b>	76	128,8	0%
<b>Inst10_04_26</b>	66	10805,72	4%
<b>Inst10_04_30</b>	67	1064,91	0%
<b>Inst10_04_40</b>	59	1573,72	0%
<b>Inst10_05_45</b>	56	10800,45	21%
<b>Inst10_05_50</b>	56	10818,44	13%
<b>Inst10_06_56</b>	58	10950,5	28%
<b>Inst10_06_60</b>	58	10800,25	38%
<b>Inst10_06_68</b>	68	10800,31	42%

<b>Instância</b>	<b>FO</b>	<b>Tempo (s)</b>	<b>GAP</b>
<b>Inst12_04_26</b>	59	10879,59	28%
<b>Inst12_05_26</b>	59	10943,39	35%
<b>Inst12_06_31</b>	49	10844,05	18%
<b>Inst12_06_33</b>	49	10800,81	17%
<b>Inst12_07_38</b>	49	10800,75	23%
<b>Inst12_07_41</b>	49	10800,17	20%
<b>Inst12_08_46</b>	51	10800,25	25%
<b>Inst15_04_30</b>	64	10897,38	32%
<b>Inst15_05_30</b>	63	10863,36	35%
<b>Inst15_05_35</b>	63	10864,58	35%
<b>Inst15_06_40</b>	63	10800,34	36%
<b>Inst15_06_45</b>	64	10897,8	36%
<b>Inst15_07_50</b>	59	10843,88	32%
<b>Inst15_07_55</b>	56	10800,39	28%
<b>Inst15_08_60</b>	64	10800,22	38%
<b>Inst25_03_25</b>	53	10996,88	17%
<b>Inst25_04_40</b>	71	10800,88	43%
<b>Inst25_04_45</b>	85	10800,45	51%
<b>Inst25_05_50</b>	84	10800,34	53%
<b>Inst25_05_55</b>	82	10800,22	52%
<b>Inst25_06_60</b>	87	10813,81	55%
<b>Inst25_08_70</b>	156	10800,47	75%
<b>Inst50_06_50</b>	722	10801,05	92%
<b>Inst50_10_50</b>	722	10816,92	$\infty$

Os resultados para a meta-heurística ILS são apresentados no APÊNDICE A. Foram feitas 50 replicações para cada instância, o número máximo de iterações *MaxIterILS* e o fator de replicação *Fator* foram estabelecidos como explicado no tópico 3.5, onde *MaxIterILS* = 500 e *Fator* = 0,7803 apresentou os melhores resultados dentre os demais, o valor médio, melhor valor alcançado, tempo médio de execução em segundos e o GAP deste podem ser vistos na Tabela 3. Para dados de comparação e cálculo do GAP foram utilizados os resultados obtidos pelo método exato.

Tabela 4: Resultados obtidos pela meta-heurística ILS (Para  $MaxIter_{ILS} = 500$  e Fator = 0,7803).

Instância	Valor Médio	Melhor Valor	GAP	Tempo Médio (s)
Inst08_03_21	54,78	54	0%	0,722951455
Inst08_04_30	58	58	0%	0,813543172
Inst08_04_35	68,74	67	4%	0,806649423
Inst08_04_35_v2	68,98	67	8%	0,806718554
Inst08_06_35	66,6	63	0%	0,995048575
Inst08_06_40	63,54	58	8%	1,031875391
Inst08_10_45	71,8	70	0%	1,365952396
Inst08_10_50	78,12	78	0%	1,430625792
Inst08_12_60	86,28	76	0%	1,592930231
Inst10_04_26	63,74	62	6%	1,397050753
Inst10_04_30	68,88	67	0%	1,326215396
Inst10_04_40	61,36	59	0%	1,423716936
Inst10_05_45	61,52	56	0%	1,449159513
Inst10_05_50	61,94	60	-7%	1,465967569
Inst10_06_56	64,14	58	0%	1,977819066
Inst10_06_60	62,9	58	0%	1,882357144
Inst10_06_68	67,3	60	12%	1,866341901
Inst12_04_26	62,84	59	0%	2,57180429
Inst12_05_26	62,4	56	5%	2,732702789
Inst12_06_31	65,44	54	-10%	2,98494771
Inst12_06_33	62,58	53	-8%	2,483235044
Inst12_07_38	64,42	50	-2%	3,16241365
Inst12_07_41	65,78	57	-16%	3,091098895
Inst12_08_46	65,36	51	0%	3,33822505
Inst15_04_30	68,98	64	0%	4,128500657
Inst15_05_30	69,14	64	-2%	4,375626602
Inst15_05_35	68,16	63	0%	4,680648198
Inst15_06_40	74,48	63	0%	5,224789577
Inst15_06_45	71,52	62	3%	4,95539434
Inst15_07_50	72,46	61	-3%	5,354711246
Inst15_07_55	73,74	64	-14%	5,324322877
Inst15_08_60	71,56	62	3%	5,805967102
Inst25_03_25	65,2	58	-9%	15,07273067
Inst25_04_40	72,7	62	13%	17,0368001
Inst25_04_45	71,62	62	27%	17,69072477
Inst25_05_50	78	69	18%	18,64489067
Inst25_05_55	79,28	68	17%	17,7834163
Inst25_06_60	85,26	78	10%	19,94338053
Inst25_08_70	87,3	76	51%	23,05824305
Inst50_06_50	116,78	104	86%	143,6123266
Inst50_10_50	117,88	102	86%	219,1014768



## 5.2 Discussões

Analisando os resultados encontrados pelo método exato na Tabela 3, é possível perceber que apenas para oito instâncias a solução ótima foi alcançada, sendo estas instâncias compostas por problemas pequenos com 8 e 10 clientes. Apenas estas instâncias apresentaram o tempo computacional inferior ao estabelecido para a finalização do programa. À medida que a complexidade do problema aumenta com o aumento das variáveis número de clientes, número de veículos e número de objetos o tempo para alcançar a solução ótima se torna cada vez maior e menos hábil para uma situação real. No caso do problema mais complexo, com 50 clientes e 10 veículos, é possível notar que o tempo estabelecido não foi suficiente sequer para garantir um limite de cálculo mínimo ou máximo para o modelo matemático, o que retorna um GAP representado por ( $\infty$ ), isso significa que para esta instância seria necessário um tempo muito maior de cálculo do que o disponível. É importante salientar que os resultados alcançados não mostram uma ineficiência do modelo matemático utilizado, mas evidencia que devido à complexidade do problema o tempo de execução estabelecido como máximo não é suficiente para se alcançar a otimalidade para a maior parte das instâncias utilizadas.

Partindo para os resultados alcançados pela meta-heurística ILS, apresentados na Tabela 4 os resultados podem ser analisados comparando-se com os resultados obtidos pelo método exato. Para os casos em que o método exato encontrou a solução ótima a meta-heurística alcançou os mesmos valores para as 8 instâncias que alcançaram o valor ótimo, que foram as instâncias Inst08\_03\_21, Inst08\_04\_30, Inst08\_06\_35, Inst08\_10\_45, Inst08\_10\_50, Inst08\_12\_60, Inst10\_04\_30 e Inst10\_04\_40. Já para os casos em que o método exato não foi capaz de alcançar a solução ótima, a meta-heurística foi capaz de encontrar melhores resultados para as instâncias Inst08\_04\_35, Inst08\_04\_35\_v2, Inst08\_06\_40, Inst10\_04\_26, Inst10\_05\_45, Inst10\_06\_56, Inst10\_06\_60, Inst10\_06\_68, Inst12\_04\_26, Inst12\_05\_26, Inst12\_08\_46, Inst15\_04\_30, Inst15\_05\_35, Inst15\_06\_40, Inst15\_06\_46, Inst15\_08\_60, Inst25\_04\_40, Inst25\_04\_45, Inst25\_05\_50, Inst25\_05\_55, Inst25\_06\_60, Inst25\_08\_70, Inst50\_06\_50 e Inst50\_10\_50. Para as instâncias Inst50\_06\_50 e Inst50\_10\_50, as quais o modelo matemático teve uma menor eficiência no tempo de execução, a meta-heurística foi capaz de alcançar resultados muito melhores.

É importante ressaltar que os tempos de execução da meta-heurística foram na casa dos segundos, com tempo máximo de execução de 373,43 segundos, ou seja, os tempos foram muito inferiores ao tempo de alcance do método exato e mesmo para os casos em que os valores obtidos pelo ILS não foram melhores do que os obtidos pelo método exato a meta-heurística se

mostra eficiente, uma vez que é capaz de retornar bons resultados em um tempo muito inferior e considerado hábil para auxílio na tomada de decisões.

## 6 CONCLUSÕES

A meta-heurística escolhida para a aplicação no trabalho foi a *Iterated Local Search* (ILS), que utilizou uma heurística de construção aleatória para gerar a solução inicial do problema, utilizou o Método da Descida como busca local e realizou a perturbação no sistema por meio de movimentos de troca e realocação intra e inter-rotas.

Foram testadas no método exato e pela meta-heurística 41 instâncias desenvolvidas pela equipe. Como essas instâncias foram desenvolvidas especificamente para o PICRVFHJT, a sua resolução pelo PICRVFH deve ser a principal razão para que apenas 20% tenham alcançado a solução ótima.

O algoritmo ILS apresentou uma eficiência de 100% para os casos em que a solução ótima foi obtida pelo método exato e de 58% para os casos em que o método exato não alcançou a solução ótima. Com relação ao tempo de execução, o algoritmo mostrou-se eficiente para todas as instâncias e muito útil em situações reais, onde geralmente o tomador de decisões não tem muito tempo disponível. Dessa forma, o método aplicado neste trabalho se mostra útil, de fácil aplicação e flexível para a resolução de problemas deste nível de complexidade.

Como proposta de trabalhos futuros, uma evolução do problema 2L-CVRP para 3L-CVRP pode vir a ser interessante, aumentando o nível de complexidade do problema e se aproximando de problemas mais reais, assim como a combinação do ILS com outros métodos como GRASP.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABOL – Associação Brasileira de Operadores Logísticos (2022). **Custo Brasil do setor logístico deve consumir 13,3% do PIB em 2022**. Disponível em <<https://abolbrasil.org.br/noticias/noticias-do-setor/custo-brasil-do-setor-logistico-deve-consumir-133-do-pib-em-2022>>. Acesso em 20/03/2023.
- Araújo, R. R. D. (2010). **Uma abordagem de resolução integrada para os problemas de roteirização e carregamento de veículos**. Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- Augerat, P., Blenguer, J.M., Benavent, E., Corberán, A., Naddef, D. e Rinaldi, G. (1998). **Computational Results with a Branch and Cut Code for the Capacitated Vehicle Routing Problem**, Research Report 949-M, Universite Joseph Fourier, Grenoble, France.
- Ballou, R. H. (2007). **Gerenciamento da cadeia de suprimentos/logística empresarial [recurso eletrônico]** / Ronald H. Ballou; tradução Raul Rubenich. – 5. ed. – Dados eletrônicos. – Porto Alegre: Bookman.
- Bertaglia, P. R. (2016). **Logística e gerenciamento da cadeia de abastecimento** – 3. ed. – São Paulo: Saraiva.
- Bortfeldt, A. & Wäscher, G. (2013). **Constraints in container loading - a state-of-the-art review**. European Journal of Operational Research, v. 229, n. 1, p. 1–20.
- Candido, L. C. X. (2016). **Modelo matemático e algoritmo meta-heurístico para o problema de roteamento de veículos com frota heterogênea fixa e restrições de carregamento bidimensional**. Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba.
- Chaves, V. H. C. (2011). **Perspectivas históricas da Pesquisa Operacional**. Dissertação (mestrado) – Unesp Rio Claro.
- Chen, C. S., Lee, S. M, Shen, Q. S. (1995). **An analytical model for the container loading problem**. European Journal of Operational Research, v. 80, n. 1, p. 68-76.
- CNT – Confederação Nacional do Transporte (2020). **Pesquisa de Impacto no Transporte Covid-19**. Disponível em <<https://www.cnt.org.br/pesquisas>>. Acesso em 19/03/2023.
- CNT – Confederação Nacional do Transporte (2022). **Radar CNT do Transporte – PIB 3º Trimestre 2022**. Disponível em <<https://www.cnt.org.br/pesquisas>>. Acesso em 19/03/2023.
- CNT – Confederação Nacional do Transporte (2020). **Transporte em Movimento – Mudanças no setor de transporte de pós-COVID-19**. Disponível em <<https://www.cnt.org.br/pesquisas>>. Acesso em 19/03/2023.
- Cordeau, J. F., Gendreau, M., Laporte, G., Potvin, J. Y., e Semet, F. (2002). **A guide to vehicle routing heuristics**. Journal of the Operational Research society, 53(5), p. 512-522.
- Corrêa, H.L. (2019). **Administração de cadeias de suprimentos e logística: integração na era da Indústria 4.0** – 2. ed. – São Paulo: Atlas.

Dantzig, G. B., & Ramser, J. H. (1959). **The truck dispatching problem**. *Management Science*, 6(1), 80-91.

Fuellerer, G., Doerner, K. F., Hartl, R. F. & Iori, M. (2009). Ant colony optimization for the two-dimensional loading vehicle routing problem. *Computers and Operations Research*, 36(3):655–673.

Gendreau, M.; Iori, M.; Laporte, G. & Martello, S. (2006). **A tabu search algorithm for a routing and container loading problem**. *Transportation Science*, 40(3):342–350.

Gendreau, M.; Iori, M.; Laporte, G. & Martello, S. (2008). **A tabu search heuristic for the vehicle routing problem with two-dimensional loading constraints**. *Networks*, 51(1):4–18.

Gendreau, M., & Potvin, J.-Y. (2019). **Handbook of Metaheuristics. International Series in Operations Research & Management Science**. New Yorker: Springer, 3<sup>a</sup> ed.

Goldbarg, M. C. e Luna, H. P. L. (2005). **Otimização combinatória e programação linear: modelos e -2.ed.** – Rio de Janeiro: Elsevier.

Golden, B., Assad, A., Levy, L., e Gheysens, F. (1984). **The fleet size and mix vehicle routing problem**. *Computers & Operations Research*, 11(1), p. 49-66.

Gomes Júnior, A. C., Souza, M. J. F., e Martins, A. X. (2005). **Simulated annealing aplicado à resolução do problema de roteamento de veículos com janela de tempo**. *TRANSPORTES*, vol. XIII, n. 2, p. 5-20.

Higino, W., Bezerra, H. M., Araújo, E. J., Poldi, K. C., e Chaves, A. A. (2012). **Metaheurísticas simulated annealing e pesquisa em vizinhança variável aplicadas ao problema de roteamento periódico de veículos para coleta de lixo**. In *Anais XVI CLAIO/XLIV SBPO*, Rio de Janeiro.

IBGE. (2020). **Pesquisa Pulso Empresa**. Disponível em <<https://covid19.ibge.gov.br/pulso-empresa/>>. Acesso em: 19/03/2023.

IBGE. (2020). **PNAD COVID 19 - Trabalho**. Disponível em <<https://covid19.ibge.gov.br/pnad-covid/trabalho.php/>>. Acesso em: 19/03/2023.

Iori, M. (2004). **Metaheuristic algorithms for combinatorial optimization problems**. Tese de doutorado, DEIS - Department of Electronics, Computer Science and Systems, University of Bologna, Bologna, Italy.

Iori, M.; Salazar-González, J.-J. & Vigo, D. (2007). **An exact approach for the vehicle routing problem with two-dimensional loading constraints**. *Transportation Science*, 41(2):253–264.

Junqueira, L. (2013). **Modelos e Algoritmos para Problemas Integrados de Roteamento e Carregamento de Veículos**. Tese (Doutorado) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos.

Kirkpatrick, S., Gelatt, C. D., e Vecchi, M. P. (1983). **Optimization by simulated annealing**. *Science*, 220(4598), p. 671-680.

Li, Jing-Quan. (2014). **Transit bus scheduling with limited energy**. *Transportation Science*, 48(4), 521–539.

Lopes, H. S., Rodrigues, L. C., & Steiner, M. T. A. (2013). **Meta-heurísticas em pesquisa operacional**. Curitiba: Omnipax, Vol. 1.

Lourenço, H. R., Martin, O. C., & Stützle, T. (2003). **Iterated local search**. In *Handbook of metaheuristics* (pp. 320-353). Springer, Boston, MA.

Morabito, R., & Arenales, M.N. (1997). **Abordagens para o problema do carregamento de contêineres**. *Pesquisa Operacional*, 17(1), 29-56.

Neves, T. A., Souza, M. J. F., Martins, A. X. (2005). **Construção de um protótipo framework e seu uso na resolução do problema de roteamento de veículos com frotas heterogêneas e janelas de tempo**. In *Anais do XXVIII Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional*. Santo Amaro. Disponível em: <<https://repositorio.ufop.br/handle/123456789/1315>>. Acesso em: 10 dezembro de 2019.

Oliveira, H. C. B., da Cunha, A. S., e Mateus, G. R. (2008). **Um algoritmo híbrido baseado na geração de colunas para o problema de roteamento de veículos com janela de tempo**. In *Anais do XL SBPO*, p. 1883-1894, João Pessoa. SOBRAPO.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE VAREJO E CONSUMO – SBVC (2022). **Estudos: O papel do varejo na economia brasileira**. Disponível em <<https://sbvc.com.br/o-papel-do-varejo-na-economia-brasileira-atualizacao-2022-sbvc/>>. Acesso em 20/03/2023.

Silva, J. N. Y., Gomes Júnior, A. C., Silva, M. C., Gomes, H. C. (2019). **Aplicação do Método Simulated Annealing para determinar as rotas de uma Empresa Distribuidora de Bebidas**. In *Anais XIX Simpósio de Pesquisa Operacional e Logística da Marinha*, p. 1-16, Rio de Janeiro.

SOBRAPO. Web page. <https://www.sobrapo.org.br/>. Acessado: 2020-28-03.

Souza, A. F. (2021). **Problema de roteamento de veículos elétricos capacitados com localização de estações de troca de baterias**. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), Departamento de Computação, Ouro Preto.

Taha, H. A (2008). **Pesquisa Operacional: uma visão geral**. 8. ed. São Paulo: Pearson.

Vieira, H. P. (2008). **Metaheurística para a solução de problemas de roteamento de veículo com janela de tempo**. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Campinas (Unicamp), Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, Campinas.

Wäscher, G., Haussner, H., Schumann, H. (2007). **An improved typology of cutting and packing problems**. *European Journal of Operational Research*, v. 183, n. 3, p. 1109–1130.

**APÊNDICE A – Resultados obtidos pela meta-heurística ILS (Para MaxIterILS = 100 e Fator = 0,9139)**

<b>Instância</b>	<b>Valor Médio</b>	<b>Melhor Valor</b>	<b>GAP</b>	<b>Tempo Médio (s)</b>
Inst08_03_21	54,26	54	0%	0,152212672
Inst08_04_30	58	58	0%	0,166354361
Inst08_04_35	68,26	67	4%	0,159215441
Inst08_04_35_v2	68,98	67	8%	0,164869933
Inst08_06_35	65,9	63	0%	0,206730251
Inst08_06_40	63,68	58	8%	0,211074867
Inst08_10_45	72,02	70	0%	0,288056841
Inst08_10_50	78,08	78	0%	0,277567983
Inst08_12_60	86,28	78	-3%	0,324600987
Inst10_04_26	63,4	62	6%	0,277010336
Inst10_04_30	68,16	67	0%	0,282026124
Inst10_04_40	61,6	59	0%	0,282914472
Inst10_05_45	61,62	58	-4%	0,324973249
Inst10_05_50	62,24	56	0%	0,34013279
Inst10_06_56	65,14	59	-2%	0,393787155
Inst10_06_60	63,02	58	0%	0,377520528
Inst10_06_68	67,58	59	13%	0,367184272
Inst12_04_26	61,68	57	3%	0,464060717
Inst12_05_26	62	59	0%	0,527489662
Inst12_06_31	66,1	62	-27%	0,593334222
Inst12_06_33	60,98	53	-8%	0,466946697
Inst12_07_38	64,22	54	-10%	0,648319449
Inst12_07_41	64,88	50	-2%	0,619693618
Inst12_08_46	65,5	54	-6%	0,825974002
Inst15_04_30	69,14	63	2%	0,831726456
Inst15_05_30	69,28	61	3%	1,202396817
Inst15_05_35	68,18	63	0%	0,879403658
Inst15_06_40	73,72	64	-2%	1,01034791
Inst15_06_45	71,94	59	8%	1,132041082
Inst15_07_50	71,9	60	-2%	1,146343355
Inst15_07_55	71,68	61	-9%	1,200680871
Inst15_08_60	70,24	63	2%	1,245734162
Inst25_03_25	65,56	56	-6%	3,035099602
Inst25_04_40	71,38	63	11%	4,283578291
Inst25_04_45	71,08	63	26%	4,526603527
Inst25_05_50	78,02	70	17%	4,938546095
Inst25_05_55	80,24	73	11%	4,990931563
Inst25_06_60	87,04	76	13%	5,47474556
Inst25_08_70	87,54	78	50%	7,222046771
Inst50_06_50	115,96	99	86%	499,5106164
Inst50_10_50	117,04	100	86%	67,94667971

**APÊNDICE B - Resultados obtidos pela meta-heurística ILS (Para MaxIterILS = 500 e Fator = 0,4587)**

<b>Instância</b>	<b>Valor Médio</b>	<b>Melhor Valor</b>	<b>GAP</b>	<b>Tempo Médio (s)</b>
Inst08_03_21	55,2	54	0%	0,844916372
Inst08_04_30	58,6	58	0%	0,898545775
Inst08_04_35	68,32	67	4%	0,922849336
Inst08_04_35_v2	69,28	67	8%	0,961017761
Inst08_06_35	66,7	63	0%	1,142238488
Inst08_06_40	65,32	58	8%	1,1518325
Inst08_10_45	71,78	70	0%	1,668547759
Inst08_10_50	78,2	78	0%	1,997256746
Inst08_12_60	86,76	78	-3%	1,928967342
Inst10_04_26	64,52	62	6%	1,679901705
Inst10_04_30	68,8	67	0%	1,856035552
Inst10_04_40	62,02	59	0%	1,799502907
Inst10_05_45	62	59	-5%	1,948700604
Inst10_05_50	62,06	58	-4%	2,100069065
Inst10_06_56	63,2	58	0%	2,252768426
Inst10_06_60	63,72	58	0%	4,294901743
Inst10_06_68	68,62	60	12%	5,99511095
Inst12_04_26	63,36	59	0%	6,973942828
Inst12_05_26	62,84	59	0%	7,46708666
Inst12_06_31	65,88	58	-18%	7,461946406
Inst12_06_33	62	55	-12%	6,370768251
Inst12_07_38	65,82	58	-18%	8,360420012
Inst12_07_41	65,36	54	-10%	8,278114165
Inst12_08_46	66,26	54	-6%	8,562340994
Inst15_04_30	69,2	62	3%	12,06680542
Inst15_05_30	69,46	65	-3%	12,81941431
Inst15_05_35	70,16	63	0%	12,97859189
Inst15_06_40	74,84	64	-2%	535,6267011
Inst15_06_45	72,66	60	6%	1273,509569
Inst15_07_50	73,02	65	-10%	5,402958503
Inst15_07_55	72,66	64	-14%	5,765764446
Inst15_08_60	73,28	65	-2%	6,730844998
Inst25_03_25	65,04	54	-2%	15,31514456
Inst25_04_40	71,82	65	8%	16,63923428
Inst25_04_45	71,32	64	25%	16,90875122
Inst25_05_50	78,7	67	20%	19,91610149
Inst25_05_55	79,98	72	12%	17,45792311
Inst25_06_60	87,42	78	10%	19,40706644
Inst25_08_70	87,5	79	49%	23,23870563
Inst50_06_50	118,62	103	86%	130,3554118
Inst50_10_50	119,28	101	86%	668,2201627



**APÊNDICE C - Resultados obtidos pela meta-heurística ILS (Para MaxIterILS = 500 e Fator = 0,7803)**

<b>Instância</b>	<b>Valor Médio</b>	<b>Melhor Valor</b>	<b>GAP</b>	<b>Tempo Médio (s)</b>
Inst08_03_21	54,78	54	0%	0,722951455
Inst08_04_30	58	58	0%	0,813543172
Inst08_04_35	68,74	67	4%	0,806649423
Inst08_04_35_v2	68,98	67	8%	0,806718554
Inst08_06_35	66,6	63	0%	0,995048575
Inst08_06_40	63,54	58	8%	1,031875391
Inst08_10_45	71,8	70	0%	1,365952396
Inst08_10_50	78,12	78	0%	1,430625792
Inst08_12_60	86,28	76	0%	1,592930231
Inst10_04_26	63,74	62	6%	1,397050753
Inst10_04_30	68,88	67	0%	1,326215396
Inst10_04_40	61,36	59	0%	1,423716936
Inst10_05_45	61,52	56	0%	1,449159513
Inst10_05_50	61,94	60	-7%	1,465967569
Inst10_06_56	64,14	58	0%	1,977819066
Inst10_06_60	62,9	58	0%	1,882357144
Inst10_06_68	67,3	60	12%	1,866341901
Inst12_04_26	62,84	59	0%	2,57180429
Inst12_05_26	62,4	56	5%	2,732702789
Inst12_06_31	65,44	54	-10%	2,98494771
Inst12_06_33	62,58	53	-8%	2,483235044
Inst12_07_38	64,42	50	-2%	3,16241365
Inst12_07_41	65,78	57	-16%	3,091098895
Inst12_08_46	65,36	51	0%	3,33822505
Inst15_04_30	68,98	64	0%	4,128500657
Inst15_05_30	69,14	64	-2%	4,375626602
Inst15_05_35	68,16	63	0%	4,680648198
Inst15_06_40	74,48	63	0%	5,224789577
Inst15_06_45	71,52	62	3%	4,95539434
Inst15_07_50	72,46	61	-3%	5,354711246
Inst15_07_55	73,74	64	-14%	5,324322877
Inst15_08_60	71,56	62	3%	5,805967102
Inst25_03_25	65,2	58	-9%	15,07273067
Inst25_04_40	72,7	62	13%	17,0368001
Inst25_04_45	71,62	62	27%	17,69072477
Inst25_05_50	78	69	18%	18,64489067
Inst25_05_55	79,28	68	17%	17,7834163
Inst25_06_60	85,26	78	10%	19,94338053
Inst25_08_70	87,3	76	51%	23,05824305
Inst50_06_50	116,78	104	86%	143,6123266
Inst50_10_50	117,88	102	86%	219,1014768