



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO  
ESCOLA DE MINAS  
COLEGIADO DO CURSO DE ENGENHARIA DE CONTROLE E  
AUTOMAÇÃO - CECAU**



**ISRAEL DE ASSUNÇÃO GUZZO ROCHA**

**NOVAS ABORDAGENS DE OTIMIZAÇÃO APLICADAS AO  
PROBLEMA DE MOVIMENTAÇÃO DO CARRO *TRIPPER*: ENFOQUE  
CONJUNTO EM EQUILÍBRIO DOS NÍVEIS DOS SILOS E ECONOMIA  
DE ENERGIA**

**MONOGRAFIA DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE CONTROLE E  
AUTOMAÇÃO**

**Ouro Preto, 2023**

**ISRAEL DE ASSUNÇÃO GUZZO ROCHA**

**NOVAS ABORDAGENS DE OTIMIZAÇÃO APLICADAS AO  
PROBLEMA DE MOVIMENTAÇÃO DO CARRO *TRIPPER*: ENFOQUE  
CONJUNTO EM EQUILÍBRIO DOS NÍVEIS DOS SILOS E ECONOMIA  
DE ENERGIA**

**Monografia apresentada ao Curso de Engenharia de Controle e Automação da Universidade Federal de Ouro Preto como parte dos requisitos para a obtenção do Grau de Engenheiro de Controle e Automação.**

Orientador: Me. Eduardo Sanches da Silva Filho

Coorientador: Dra. Adrielle Carvalho Santana

**Ouro Preto  
Escola de Minas – UFOP  
2023**



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO  
REITORIA  
ESCOLA DE MINAS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CONTROLE E  
AUTOMACAO



**FOLHA DE APROVAÇÃO**

**Israel de Assunção Guzzo Rocha**

**Novas Abordagens de Otimização Aplicadas ao Problema de Movimentação do Carro Tripper: Enfoque Conjunto em Equilíbrio dos Níveis dos Silos e Economia de Energia**

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia de Controle e Automação da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de bacharel em Engenharia de Controle e Automação

Aprovada em 04 de agosto de 2023

**Membros da banca**

Me. Eduardo Sanches da Silva Filho - Orientador (Universidade Federal de São Carlos)  
Profa. Adrielle de Carvalho Santana - Coorientadora (DECAT - Universidade Federal de Ouro Preto)  
Me. Tarley Mansur Fantazzini - Convidado (Universidade Federal de São Carlos)  
Prof. Agnaldo José da Rocha Reis - Convidado (DECAT - Universidade Federal de Ouro Preto)

Eduardo Sanches da Silva Filho, orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito na Biblioteca Digital de Trabalhos de Conclusão de Curso da UFOP em 10/08/2023



Documento assinado eletronicamente por **Adrielle de Carvalho Santana, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 10/08/2023, às 07:50, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [http://sei.ufop.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **0566018** e o código CRC **49C1E2D6**.

*Dedico este trabalho a minha amada família, cujo amor incondicional e apoio constante foram as bases que me sustentaram ao longo desta jornada acadêmica.*

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, agradeço por todo o sustento e força que me deu para chegar até aqui. Aos meus pais Jesus Antônio e Anique, pelo amor incondicional, apoio e felicidade pelas minhas conquistas. À minha irmã Isabelle pela amizade e companheirismo em todos os momentos de nossa vida. Ao meu amigo e orientador Eduardo e coorientadora Adrielle por acreditarem neste trabalho e contribuir de forma tão significativa na minha formação profissional e como ser humano, com competência e qualidade. Aos meus amigos Emily, Marco Túlio, Fabrício, Richard, Júlia e João Andrade, meu agradecimento pelos momentos memoráveis e maravilhosos durante a graduação e apoio nos momentos difíceis. Aos amigos de Ouro Preto que participaram desta jornada, a caminhada se tornou mais leve ao lado de vocês. À República Rodoviária por me acolher e fazer parte da minha vida e história. Aos queridos amigos e colegas de trabalho da Instrumentação Hidrogeotecnia, meu muito obrigado pelos grandes ensinamentos e bons momentos ao lado de vocês.

*"Só se pode alcançar um grande êxito quando nos mantemos fiéis a nós mesmos"*  
*(Friedrich Nietzsche)*

## RESUMO

Nos cenários atuais, a mineração pode ser percebida como uma das atividades que impactam, de forma significativa nos indicadores econômicos de diversos países. No Brasil, essa atividade se encontra dentre as principais atividades produtivas. O processo de extração e beneficiamento mineral é complexo e demanda de várias etapas durante a operação de uma mina, dentre eles, a alocação do minério em silos de armazenamento temporários, através do carro *tripper*. Devido às grandes proporções desse equipamento e a operação ser realizada por mão de obra humana, o consumo deste equipamento representa boa parcela do consumo energético dentro de uma usina de beneficiamento mineral. Partindo destas informações, o presente trabalho busca desenvolver três novas abordagens para o problema do *tripper*, principalmente baseadas na junção de equilíbrio dos níveis dos silos com economia energética, através da minimização dos movimentos do equipamento. Os testes computacionais foram desenvolvidos em linguagem AMPL e resolvidos pelo *solver* CPLEX. Ao fim, as novas políticas foram capazes de contribuir com a literatura em questão, apresentando bons resultados, tanto para o equilíbrio dos níveis, quanto para tempos de resolução.

**Palavras-chaves:** Mineração, Carro *tripper*, Otimização, Beneficiamento Mineral, Eficiência Energética.

## ABSTRACT

In current scenarios, mining can be perceived as one of the activities that significantly impact the economic indicators of several countries. In Brazil, this activity is among the main productive activities. The process of mineral extraction and beneficiation is complex and requires various stages during mine operation, including the allocation of ore into temporary storage silos through the *tripper* car. Due to the large proportions of this equipment and the operation being carried out by human labor, the consumption of this equipment accounts for a significant portion of the energy consumption within a mineral beneficiation plant. Building upon this information, the present study aims to develop three new approaches to the tripper problem, primarily based on the integration of silo level balance with energy savings, achieved by minimizing the equipment movements. Computational tests were conducted using the AMPL language and solved using the CPLEX solver. Ultimately, the new policies were able to contribute to the relevant literature, presenting promising results for both level balancing and resolution times.

**Key-words:** Mining, *Tripper* Car, Optimization, Mineral Improvement, Energy Efficiency.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Carro <i>tripper</i> e correia transportadora. Fonte: Santos (2019) . . . . .	13
Figura 2 – Peneira. Fonte: Santos (2019) . . . . .	13
Figura 3 – Sistema Silo- <i>tripper</i> . Fonte: Santos (2019) . . . . .	14
Figura 4 – Equilíbrio dos níveis ao longo do tempo para a instância de 4 silos. . . . .	45
Figura 5 – Equilíbrio dos níveis ao longo do tempo para a instância de 9 silos. . . . .	47
Figura 6 – Equilíbrio dos níveis ao final do horizonte de planejamento para 4 silos. Fonte: O Autor (2023) . . . . .	52
Figura 7 – Equilíbrio dos níveis ao final do horizonte de planejamento para 6 silos. Fonte: O Autor (2023) . . . . .	53
Figura 8 – Equilíbrio dos níveis ao final do horizonte de planejamento para 9 silos. Fonte: O Autor (2023) . . . . .	54

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros da política de Caldas e Martins (2018) . . . . .	19
Tabela 2 – Variáveis da política de Caldas e Martins (2018) . . . . .	19
Tabela 3 – Parâmetro de entrada do algoritmo GRASP . . . . .	29
Tabela 4 – Parâmetro de entrada do <i>Simulated Annealing</i> . . . . .	31
Tabela 5 – Abreviações utilizadas para as Políticas . . . . .	39
Tabela 6 – Estouros de memória resultantes do processamento . . . . .	40
Tabela 7 – Tempo de resolução para instâncias de 4 silos (segundos) . . . . .	41
Tabela 8 – Tempo de resolução para instâncias de 6 silos (segundos) . . . . .	42
Tabela 9 – Tempo de resolução para instâncias de 9 silos (segundos) . . . . .	44
Tabela 10 – Número de movimentos realizados para as instâncias de 4 silos . . . . .	48
Tabela 11 – Número de movimentos realizados para as instâncias de 6 silos . . . . .	49
Tabela 12 – Número de movimentos realizados para as instâncias de 9 silos . . . . .	50
Tabela 13 – Número de movimentos realizados em cada política . . . . .	50

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>12</b>
1.1	Objetivos	15
1.1.1	<i>Objetivo geral</i>	15
1.1.2	<i>Objetivos específicos</i>	15
1.2	Justificativa	15
1.3	Organização do Trabalho	16
<b>2</b>	<b>REVISÃO DA LITERATURA</b>	<b>17</b>
2.1	Pesquisa Operacional Aplicada à Mineração	17
2.2	Problemas de Movimentação do Carro <i>tripper</i>	18
2.2.1	<i>Modelo de Caldas e Martins (2018) - CMI</i>	18
2.2.2	<i>Modelo de Pedrosa (2019) - P1</i>	20
2.2.3	<i>Modelos de Silva Filho et al. (2020) - SF1</i>	20
2.2.3.1	Política de minimização da diferença dos níveis	21
2.2.3.2	Política de minimização das movimentações do carro <i>tripper</i> - SF2	21
2.2.4	<i>Modelos de Reis (2022)</i>	22
2.2.4.1	Política de minimização dos níveis máximos a cada período de tempo - Reis 1	22
2.2.4.2	Política de minimização dos níveis máximos em todos os períodos de tempo - Reis 2	22
2.2.4.3	Política de minimização do menor nível e maximização do maior nível em todos os períodos - Reis 3	23
2.2.4.4	Política de maximização do menor nível, minimização do maior nível em todo o horizonte de planejamento e minimização de movimentos - Reis 4	23
2.2.4.5	Avaliação dos Resultados	24
2.3	Outras abordagens para resolução do problema de movimentação do carro <i>tripper</i>	26
2.3.1	<i>Programação Dinâmica</i>	26
2.3.2	<i>Heurísticas e Metaheurísticas</i>	28
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA DE PESQUISA</b>	<b>35</b>
<b>4</b>	<b>NOVAS ABORDAGENS PROPOSTAS</b>	<b>37</b>
4.1	Minimização da diferença do maior e do menor nível a cada período e das movimentações do carro <i>tripper</i>	37
4.2	Minimização da diferença do maior e do menor nível de todos os períodos	37
4.3	Minimização da diferença do maior e do menor nível de todos os períodos e das movimentações do carro <i>tripper</i>	38

<b>5</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO</b>	<b>39</b>
5.1	Estouros de memória	40
5.2	Tempo de resolução demandado para obter a solução ótima	41
5.3	Equilíbrio dos níveis dos silos	44
5.4	Quantidade de movimentos realizados	47
5.4.1	<i>Movimentos realizados em instâncias específicas</i>	50
5.5	Equilíbrio dos silos ao final do horizonte de planejamento	52
<b>6</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	<b>55</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>57</b>

# 1 INTRODUÇÃO

Uma das principais atividades econômicas desenvolvidas no mundo é o processo de extração mineral. No Brasil, esta atividade representa grande parte do Produto Interno Bruto do país (FERREIRA, 2001). Segundo IBRAM (2022a), em 2021, o setor extrativo mineral brasileiro ultrapassou R\$ 310 bilhões em faturamento, correspondendo a cerca de 1,150 bilhão de toneladas exportadas. O principal produto extraído e exportado pela indústria é o minério de ferro, que representou 74% do faturamento do setor em 2021 e correspondeu a 58,6% do total de exportações brasileiras de minerais.

Diante de tal importância, a indústria mineral impacta diretamente as sociedades locais, promovendo a geração direta e indireta de postos de trabalho. No ano de 2021, entre os meses de janeiro e novembro, o número de vagas de empregos geradas para o setor foi de 14.869 diretamente, totalizando mais de 200.000 empregos indiretamente (IBRAM, 2022b).

Estudos aplicados ao setor de mineração brasileiro são de grande relevância para a melhoria e otimização de processos, propondo metodologias de trabalho em toda a estrutura de mina, beneficiamento e logística da indústria.

O processo de beneficiamento mineral, consiste no processamento do *Run of Mine* (ROM), composto por minerais de valor econômico, neste caso o minério de ferro e os minerais de ganga ou estéréis, como terra e pedregulos. Assim, o beneficiamento mineral tem por objetivo, separar o minério do estéril e realizar as adequações necessárias para que o produto atenda às especificações de mercado.

Em linhas gerais, o beneficiamento mineral, pode ser separado em etapas macro, sendo: cominuição, classificação, moagem e concentração. Assim, o processo demanda várias etapas, dentre elas, a estocagem do minério, advindo de processos anteriores, para que possam ser distribuídos posteriormente. Nesse cenário, a estocagem pode ser realizada por meio de silos de armazenamento, cujo objetivo é armazenar o minério por um curto período de tempo. Nesse sentido, para realizar a alimentação dos silos, o minério é transportado via correia transportadora até o alimentador. Ao se utilizar correias transportadoras para realizar o transporte do minério, é muito comum o emprego do carro *tripper* como sistema de alimentação dos silos.

O *tripper* é um equipamento de grandes dimensões, comumente empregado em usinas de beneficiamento mineral e na agricultura. Nas plantas de beneficiamento mineral, o *tripper* transporta determinadas quantidades de minério advindas do processo de britagem. Para isso, são utilizadas correias transportadoras, em um silo que possui uma série de funis em sua extremidade para receberem o minério (CALDAS; MARTINS, 2018).

A construção do equipamento é feita partindo de uma estrutura metálica móvel capaz de suportar fisicamente um ponto de descarga de uma correia transportadora. O carro é dirigido por



Figura 1 – Carro *tripper* e correia transportadora. Fonte: Santos (2019)

rodas de aço, localizadas na parte inferior do equipamento. Além disso, existem trilhos metálicos, cujo objetivo é apoiar e guiar o equipamento, longitudinalmente, ao longo de toda a disposição dos silos. Para isso, são utilizadas correias transportadoras, que possuem uma série de funis em sua extremidade para receberem o minério (CALDAS; MARTINS, 2018). A Figura 1 representa um carro *tripper* e as correias transportadoras instalados em uma planta de beneficiamento mineral.

Após o processo de descarregamento de minério no silo, o material é destinado às peneiras, onde serão classificados, segundo a granulometria do material e, dessa forma, prosseguirão para as próximas etapas de beneficiamento da planta, ou retornarão para o processo de britagem, a fim de que sejam cominuídos até atender a granulometria especificada. A etapa de descarregamento do silo sobre a peneira pode ser observada na Figura 2.



Figura 2 – Peneira. Fonte: Santos (2019)

O processo completo de funcionamento de um *tripper* pode ser visto na Figura 3, que apresenta um diagrama esquemático que contempla todas as etapas descritas anteriormente. Assim, o minério, é transportado da pilha pulmão, via correia transportadora, que conecta a pilha à parte superior do equipamento. A operação do *tripper* inicia quando o volume máximo de minério suportado é atendido. Seguinte a isso, o *tripper* inicia a movimentação, preenchendo os silos com o material que, em seguida será destinado às peneiras para serem classificados,

segundo a granulometria e, assim prossigam para as próximas etapas. Esse processo ocorre de forma cíclica, até que todo o material esteja de acordo com a granulometria adequada, exigida para prosseguirem para as etapas de moagem e concentração.

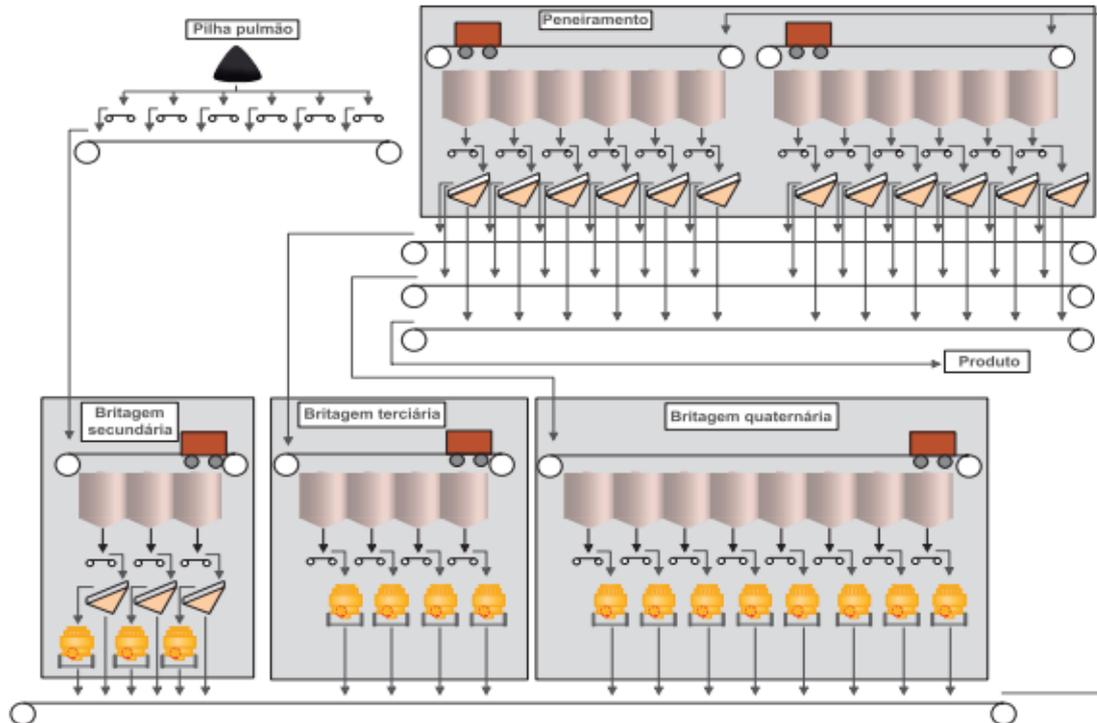


Figura 3 – Sistema Silo-*tripper*. Fonte: Santos (2019)

A operação do *tripper* na indústria mineral representa um grande consumo energético dentro do planejamento produtivo. Além de ser um equipamento de grandes proporções, em plantas produtivas, geralmente é manuseado majoritariamente por operadores humanos. Diante disso, a falta de um projeto de sequenciamento e automação das tarefas pode acarretar em altos custos em sua movimentação.

Diante da complexidade da atividade, abordagens elaboradas, a partir de modelos matemáticos podem ser desenvolvidas para auxiliar na solução dos problemas. No caso do problema de movimentação do carro *tripper*, pesquisas recentes desenvolveram abordagens capazes de avaliar o cenário como um todo, criando métricas que auxiliam o tomador de decisões a partir dos resultados gerados pelo modelo, sendo estas métricas baseadas em duas premissas: equilíbrio dos níveis dos silos ao longo do horizonte de planejamento e economia de energia pela minimização da movimentação do carro *tripper*. Porém, estes trabalhos deixaram lacunas que possibilitam o desenvolvimento de novas abordagens a partir das criadas por estes, como a elaboração de novas instâncias, mais próximas à realidade, ou a aplicação em otimização multiobjetivo.

Além disso, tais trabalhos tendem a apresentar uma modelagem NP-Difícil, e a caracterização do problema pode levar a necessidade de aplicação de métodos de solução alternativos, uma vez que a complexidade dos modelos existentes e dos potenciais novos modelos pode levar

a necessidade do uso desses métodos alternativos, como o uso de heurísticas e metaheurísticas, ou por programação dinâmica.

Dado o cenário ao qual o problema de movimentação do carro *tripper* está inserido, o presente trabalho propõe três novas abordagens, baseadas nos modelos de [Silva Filho \(2021\)](#), para modelar o problema segundo as métricas de equilíbrio de níveis dos silos e eficiência de energia, estabelecendo comparações entre os modelos elaborados e os modelos propostos por [Silva Filho \(2021\)](#) e um dos propostos por [Reis \(2022\)](#), como forma de validar a eficiência dos mesmos na geração de soluções ao problema, pelo estabelecimento de uma sequência de movimentos que otimizam a operação do equipamento.

## 1.1 Objetivos

### 1.1.1 Objetivo geral

Tem-se por objetivo propor novas abordagens para a modelagem do problema em questão, fundamentadas nos modelos propostos por [Silva Filho \(2021\)](#).

### 1.1.2 Objetivos específicos

Devido à complexidade da proposta, pretende-se alcançar os seguintes objetivos específicos, a fim de alcançar o objetivo geral:

- Estudar e analisar a literatura atual acerca da utilização da pesquisa operacional para resolução do problema de movimentação do carro *tripper*, bem como dos impactos da automação e otimização na indústria mineradora;
- Avaliar as políticas existentes na literatura e desenvolver novas abordagens a partir destas políticas que sejam capazes de gerar cenários comparativos entre elas;
- Realizar testes computacionais para medir a eficiência das abordagens já existentes na literatura, bem como as novas proposições.

## 1.2 Justificativa

Novas abordagens de otimização para o problema de movimentação do carro *tripper*, considerando as já existentes na literatura que tratam do equilíbrio dos níveis dos silos e da redução da movimentação do carro *tripper*, além da aplicação de métodos de solução alternativos ao método exato constituem uma pesquisa capaz de cobrir lacunas teórica e prática importantes sobre o problema em questão.

Em relação à lacuna teórica, o desenvolvimento de modelos aplicáveis ao problema de movimentação do carro *tripper* é recente, tendo seu primeiro trabalho sido publicado somente no ano de 2018, e, após este, cerca de somente cinco outros trabalhos foram publicados nesta

vertente. Até o presente momento são consideradas tendências a serem exploradas para pesquisas futuras nesta área a modelagem de sistemas conjuntos de equilíbrio dos níveis dos silos com a economia energética, novas abordagens capazes de avaliar níveis de equilíbrio dos silos ao longo dos períodos de planejamento e outras novas abordagens capazes de avaliar a eficiência da economia energética. De modo geral, idealiza-se que possam ser construídas novas abordagens que combinem as abordagens já existentes na literatura, que não foram implementadas, mas que apresentam potencial para que sejam desenvolvidas.

Em termos práticos, este projeto visa cobrir lacunas existentes dentro do processo produtivo. Se avaliar esse cenário, o carro *tripper* é um equipamento que desempenha um papel vital no processo de beneficiamento mineral, uma vez que é ele o responsável por realizar a distribuição do minério, advindo da britagem, para as etapas de moagem e concentração. Na prática, a paralisação não programada desse equipamento, acarreta a paralisação de toda a usina de beneficiamento, o que, por consequência, provoca perdas econômicas e produtivas à organização, além de pôr em risco a integridade física do equipamento, promovida pelo maior desgaste.

No que diz respeito à eficiência energética, uma sequência planejada de movimentos, permite reduzir custos operacionais, partindo da minimização de movimentos, que possibilitem o equilíbrio de níveis dos silos. Nesse cenário, a redução do número de movimentos resulta na redução do consumo de energia gasta. Além disso o planejamento da rota, permite avaliar o cenário como um todo, definindo melhores estratégias de movimentação para cada cenário, aumentando a eficiência do equipamento na planta, evitando paradas não programadas do processo produtivo.

Assim como as abordagens de resolução já propostas na literatura, novas abordagens para o problema de movimentação do carro *tripper* tendem a apresentar grande complexidade computacional, uma vez que os modelos já existentes são considerados NP - difíceis, isto é, o tempo de resolução aumenta exponencialmente à medida em que as instâncias do problema crescem. Diante da tal situação, a aplicação de métodos de solução alternativos, como os propostos no trabalho de [Silva Filho et al. \(2020\)](#), serão necessários para que se retornem soluções em tempo computacional viável ao problema.

### **1.3 Organização do Trabalho**

O presente trabalho é organizado como se segue, sendo este capítulo o que apresenta a introdução. No capítulo 2, apresenta-se a revisão da literatura. O capítulo 3 apresenta a metodologia de pesquisa. No capítulo 4, as novas abordagens propostas são apresentadas. A apresentação e discussão dos resultados está no capítulo 5. Por fim, no capítulo 6, realiza-se a conclusão do trabalho.

## 2 REVISÃO DA LITERATURA

O presente capítulo aborda alguns conceitos necessários para o entendimento do trabalho. Neste sentido, as informações foram seccionadas entre os tópicos: Pesquisa operacional aplicada à mineração. Problema de movimentação do carro *tripper*.

### 2.1 Pesquisa Operacional Aplicada à Mineração

A multidisciplinariedade da Pesquisa Operacional, aliada ao auxílio à tomada de decisões que ela proporciona, permite que seus recursos sejam aplicados em diversos setores da produção de diferentes segmentos, cujo objetivo é solucionar problemas complexos (BARCELOS; EVANGELISTA; SEGATTO, 2012).

Na mineração, muitos são os trabalhos que buscam otimizar processos, desde as etapas de lavra até o transporte do minério. Nesse sentido, Faria (2022) desenvolve uma abordagem com o intuito de solucionar o problema de mistura de calcários em uma empresa de mineração, para atender as especificações de diferentes mercados consumidores. O objetivo circunda a maximização da recuperação da lavra, auxiliando o tomador de decisões na geração de novas soluções. Nesse sentido, o modelo proposto, consegue gerar boas soluções ao problema.

Outra abordagem dentro deste setor que pode ser apresentada é proposta por Martins (2022), sugerindo modelos que solucionem o problema de dimensionamento de frota de equipamentos, levando em consideração as metas de produção e qualidade do material. Nesse sentido o objetivo consiste em maximizar o uso do minério da frente de lavra com menor teor de ferro. Foram gerados resultados satisfatórios que, avaliados podem ser utilizados para otimizar o processo abordado.

Ainda nesse enfoque, podem ser acrescentados dois outros trabalhos, que utilizam a pesquisa operacional, aplicada aos processos de mineração. Assim, Alexandre (2010) propõe uma abordagem de otimização multiobjetivo como forma gerar soluções factíveis ao problema de despacho de veículos em minas a céu aberto. Este problema consiste em alocar os veículos disponíveis em frentes de extração, de forma a maximizar a extração do minério estéril e minimizar os desvios de qualidade. Diante do problema, é possível afirmar que a modelagem proposta foi validada, a partir da avaliação de cinco cenários distintos e foi capaz de gerar bons resultados, se mostrando decisório no aumento da produtividade das máquinas de carregamento.

Por fim, Moraes et al. (2006), propõem o uso de modelos de otimização no processo de composição de lotes de minério de ferro. Essa modelagem otimiza o processo de blendagem do minério, ou seja, a mistura do minério com outros materiais, cujo objetivo é atender as especificações de mercado. Assim, o objetivo da aplicação é minimizar os desvios de qualidade, de forma a maximizar a qualidade do produto, evitando um elevado grau de variabilidade entre

os produtos, de forma indesejada. Como resultado, essa foi não apenas capaz de gerar boas respostas ao problema, como também, para alguns casos, foi capaz de atingir a meta de qualidade para parâmetros mais críticos, se mostando muito eficiente.

Portanto, é possível notar que aplicações de abordagens de modelagem matemática em pesquisa operacional possuem praticabilidade em diferentes atividades inerentes a atividade de extração mineral, tanto para o planejamento e controle da produção, quanto para atividades logísticas.

## 2.2 Problemas de Movimentação do Carro *tripper*

Mesmo com grande aplicação na indústria mineral, o *tripper* conta com movimentação limitada a suas adjacências, isto é, no turno de movimentação o equipamento pode apenas se movimentar uma vez para uma posição adjacente ou permanecer na mesma posição. Sendo assim, devido a essa restrição, o consumo de energia elétrica do equipamento pode se tornar muito elevado, dependendo do número de movimentações necessárias para manter os silos equilibrados. Além do alto custo energético, um eventual esvaziamento ou transbordo de um dos silos acarreta na interrupção completa do sistema, levando à parada não-programada também nas etapas anteriores e posteriores do processo de beneficiamento mineral.

O problema de movimentação do *tripper*, inicialmente definido, consiste na determinação da posição ótima em que o equipamento deve assumir no momento em que se despeja o minério no silo ao longo do tempo, partindo de informações já conhecidas e previsões de informações futuras (CALDAS; MARTINS, 2018).

Por se tratar de uma área nova na pesquisa, existem poucas informações na literatura que abordam a temática e técnicas de otimizar os processos que o envolvem. Assim, a presente seção aborda políticas desenvolvidas com o objetivo de otimizar os processos que envolvem o equipamento em questão e, também, abordagens alternativas desenvolvidas com base nas abordagens exatas para solucionar os problemas supracitados.

### 2.2.1 Modelo de Caldas e Martins (2018) - CM1

O primeiro trabalho trazindo, que tem o enfoque na resolução para o problema de movimentação do *tripper* é o de Caldas e Martins (2018), que surgiu como evolução tecnológica do problema de movimentação do *tripper* presente na literatura, já que este novo modelo é capaz de controlar todas as variáveis envolvidas no processo.

Os conjuntos e parâmetros propostos na política estão na Tabela 1.

As variáveis da política estão na Tabela 2.

O modelo proposto se apresenta da seguinte forma:

Tabela 1 – Parâmetros da política de Caldas e Martins (2018)

Parâmetros	Definição
n	número de silos disponíveis
I	níveis iniciais dos silos
Lmax	nível máximo que cada silo pode atingir
Lmin	nível mínimo que cada silo pode atingir
q	massa de minério disponível no <i>tripper</i>
Q	massa de minério sendo descarregadas pelos silos nos processos seguintes
k	taxa de esvaziamento
p	posição inicial do <i>tripper</i>

Tabela 2 – Variáveis da política de Caldas e Martins (2018)

Variáveis	Definição
X	Define a posição do <i>tripper</i> (se está no silo i no tempo j)
A e B	Variáveis de folga para as restrições de máximo e mínimo do nível dos silos
L	Dá o nível de cada silo em cada um dos períodos de tempo
Z	Variável auxiliar à função objetivo, ela computa o silo de menor massa no tempo j

$$Max \sum_{j \in T} Z_j - \sum_{i \in P, j \in T} A_{ij} - \sum_{i \in P, j \in T} B_{ij} \quad (2.1)$$

S.a.:

$$Z_j \leq L_{ij}, \quad j \in T, i \in P \quad (2.2)$$

$$\sum_{i \in P} X_{ij} = 1, \quad j \in T \quad (2.3)$$

$$X_{ij} \leq X_{i-1, j-1} + X_{i, i-1} + X_{i+1, j-1}, \quad i \in P, j \in T : n-1 \geq i \geq 2, j \geq 2 \quad (2.4)$$

$$X_{1j} \leq X_{1, j-1} + X_{2, j-1}, \quad j \in T : j \geq 2 \quad (2.5)$$

$$X_{nj} \leq X_{n, j-1} + X_{n-1, j-1}, \quad j \in T : j \geq 2 \quad (2.6)$$

$$X_{p1} = 1 \quad (2.7)$$

$$L_{i1} = I_i, \quad i \in P \quad (2.8)$$

$$L_{ij+1} = L_{ij} + K_i(qX_{ij} - Q_i) + A_{i, j+1} - B_{i, j+1}, \quad i \in P, j \in T : j \leq t-1 \quad (2.9)$$

$$l_{min} \leq L_{ij} \leq l_{max}, \quad i \in P, j \in T \quad (2.10)$$

$$X_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i \in P, j \in T \quad (2.11)$$

$$A_{ij}, B_{ij}, L_{ij} \in R_+, \quad i \in P, j \in T \quad (2.12)$$

$$Z_j \in R_+, \quad j \in T \quad (2.13)$$

A função objetivo está representada na Equação 2.1. Esta tem como objetivo maximizar o valor da soma dos níveis mínimos dos silos a cada período de tempo, sendo representada pela variável  $\mathbf{Z}$ . O conjunto de restrições 2.2 garante que a variável  $\mathbf{Z}$  receba o valor do nível do silo que estiver mais vazio a cada período de tempo. As restrições 2.3 garantem que o *tripper* estará em uma e apenas uma posição a cada período de tempo.

As restrições 2.4 e 2.5 determinam os possíveis deslocamentos do *tripper* quando ele se encontra na primeira ou última posição, respectivamente. Já as restrições 2.6 determinam os deslocamentos possíveis quando o carro se encontra nas posições intermediárias, consideradas a partir do segundo período de tempo, pois a posição inicial é definida pelo parâmetro  $\mathbf{p}$ , que está representada pela restrição 2.7. Os níveis iniciais dos silos são definidos pelas restrições 2.8, enquanto os níveis para os períodos de tempo seguintes são definidos pelas restrições 2.9. As restrições 2.10 garantem que o nível de cada silo fique entre o limite máximo e mínimo. As restrições representadas de 2.11 a 2.13 apresentam os domínios das variáveis.

### 2.2.2 Modelo de Pedrosa (2019) - P1

Esta política tem como objetivo maximizar o menor nível entre todos os períodos de tempo. Dessa forma a variável  $\mathbf{Z}$  agora não é mais um vetor, e sim uma variável que armazena o menor valor de nível encontrado em todo o problema. O modelo é representado pelas restrições 2.3 a 2.12, adicionando-se a equação 2.14 como função objetivo que busca maximizar o menor nível encontrado em todos os períodos de tempo. As restrições 2.15 garantem que a variável  $\mathbf{Z}$  receba o valor do nível do silo que estiver mais vazio durante todos os períodos de tempo.

$$Max \quad Z - \sum_{i \in P, j \in T} A_{ij} - \sum_{i \in P, j \in T} B_{ij} \quad (2.14)$$

S.a.:

$$Z \leq L_{ij}, \quad j \in T, i \in P \quad (2.15)$$

### 2.2.3 Modelos de Silva Filho et al. (2020) - SF1

No artigo, os autores propõem duas novas abordagens para o problema, a primeira, visando a métrica de equilíbrio de níveis dos silos e a segunda com o foco em economia de energia. As abordagens propostas por Silva Filho et al. (2020) partem do modelo de Caldas

e Martins (2018), o qual foi modificado para cumprir os novos objetivos estabelecidos. Tais modelos são descritos a seguir:

### 2.2.3.1 Política de minimização da diferença dos níveis

Esta política tem como objetivo minimizar o somatório da diferença entre o maior e menor nível dos silos em todos os períodos de tempo. Dessa forma, esta política busca aumentar o equilíbrio entre os volumes nos silos. A primeira alteração no modelo de (CALDAS; MARTINS, 2018) para este foi a eliminação da variável  $\mathbf{Z}$ , com a incorporação de outras três:  $\mathbf{Zmin}_j, j \in T$ , que armazena o menor nível dos silos em cada período de tempo.  $\mathbf{Zmax}_j, j \in T$ , que armazena o maior nível dos silos em cada período de tempo. e  $\mathbf{dif}_j, j \in T$ , que armazena a diferença entre o maior e menor nível dos silos de cada período de tempo.

Este modelo é representado pelas restrições 2.3 a 2.12, adicionando-se a equação 2.16 como função objetivo, que busca minimizar a diferença entre o maior e o menor nível dos silos a cada período de tempo. Adicionam-se também as restrições 2.17 a 2.20. As restrições 2.17 e 2.18 recebem os níveis mínimos e máximos a cada período de tempo, respectivamente. Já as restrições 2.19 fornecem a diferença entre o maior e o menor nível a cada período de tempo. As restrições 2.20 trata do domínio das novas variáveis.

$$\text{Min} \sum_{j \in T} dif_j + \sum_{i \in P, j \in T} A_{ij} + \sum_{i \in P, j \in T} B_{ij} \quad (2.16)$$

S.a.:

$$Zmin_j \leq L_{ij}, \quad j \in T, i \in P \quad (2.17)$$

$$Zmax_j \geq L_{ij}, \quad j \in T, i \in P \quad (2.18)$$

$$dif_j = Zmax_j - Zmin_j, \quad j \in T \quad (2.19)$$

$$Zmin_j, Zmax_j, dif_j \in R_+, \quad j \in T \quad (2.20)$$

### 2.2.3.2 Política de minimização das movimentações do carro *tripper* - SF2

Diferente das demais políticas, que têm como objetivo alterar o comportamento dos níveis dos silos, esta política trabalha diretamente com os movimentos do carro *tripper* ao longo dos períodos de tempo. Para isso o modelo original foi modificado de forma a excluir a variável  $\mathbf{Z}$  e criar uma nova variável  $\mathbf{Y}$ , que armazena o número de movimentos que o *tripper* faz durante todo o período de tempo. O objetivo passa a ser minimizar a movimentação do carro *tripper*, o que gera economia energética. O modelo é representado pelas restrições 2.3 a 2.12, adicionando-se a equação 2.21 como função objetivo para minimizar os movimentos do carro

*tripper*. Adicionam-se também as restrições 2.22 a 2.23. As restrições 2.22 tratam de armazenar movimentos do equipamento na variável. A restrição 2.23 trata do domínio da nova variável.

$$\text{Min} \sum_{j \in T} Y_j + \sum_{i \in P, j \in T} A_{ij} + \sum_{i \in P, j \in T} B_{ij} \quad (2.21)$$

S.a.:

$$Y_j \geq X_{ij} - X_{ij+1}, \quad i \in P, j \in T, j \geq 2 \quad (2.22)$$

$$Y_j \in \{0, 1\}, \quad j \in T \quad (2.23)$$

#### 2.2.4 Modelos de Reis (2022)

Ainda com enfoque ao problema de movimentação do carro *tripper*, Reis (2022), aborda quatro novas modelagens para buscar novas soluções tanto para as métricas de equilíbrio dos níveis dos silos, quanto no viés de economia energética. Além disso, nesta abordagem, Reis (2022) leva em consideração a questão de transbordo dos silos, o que, se acontecer, paraliza a planta. Desta forma, os modelos propostos foram implementados, partindo de modificações realizadas nos modelos já implementados na literatura e são apresentados a seguir:

##### 2.2.4.1 Política de minimização dos níveis máximos a cada período de tempo - Reis 1

A primeira política proposta por Reis (2022), surge, partindo de modificações realizadas no modelo de Caldas e Martins (2018). Neste modelo, a variável  $Z_j, j \in T$ , foi substituída pela variável  $ZZ_j, j \in T$ , que passa a armazenar o nível máximo dos silos a cada período de tempo. Dessa forma, a variável  $ZZ_j$  deve receber o valor no nível mais alto a cada período de tempo, dentro do horizonte de planejamento. Portanto, a função objetivo proposta por Reis (2022) consiste em minimizar a soma dos níveis mais altos, evitando o transbordo de minério. O modelo é representado pelas restrições 2.25 que garante que a variável  $ZZ$  ira assumir o valor do maior nível a cada período de tempo, o que modifica a função objetivo, 2.30. A restrição 2.26 se refere ao domínio das variáveis.

$$\text{Min} \sum_{j \in T} ZZ_j + \sum_{i \in P, j \in T} A_{ij} + \sum_{i \in P, j \in T} B_{ij} \quad (2.24)$$

S.a.:

$$ZZ_j \geq L_{ij}, \quad i \in P, j \in T, j \quad (2.25)$$

$$ZZ_j \geq 0, \quad j \in T \quad (2.26)$$

##### 2.2.4.2 Política de minimização dos níveis máximos em todos os períodos de tempo - Reis 2

De mesmo modo que Pedrosa (2019), a segunda política proposta por Reis (2022), consiste na variação dos níveis em todos os períodos de tempo, dentro do horizonte de planejamento

e, não mais a cada período. Para tal, de mesmo modo que na primeira política, apresentada no item 2.2.4.1, a variável  $Z$ , modelada por Pedrosa (2019) foi substituída pela mesma variável  $ZZ$ , mas, nesta nova abordagem, a variável passa a armazenar o maior valor do nível dentre todos os períodos de tempo. Logo, a função objetivo é modificada de forma a minimizar o valor do nível mais alto dos silos.

$$\text{Min } ZZ + \sum_{i \in P, j \in T} A_{ij} + \sum_{i \in P, j \in T} B_{ij} \quad (2.27)$$

S.a.:

$$ZZ_j \geq L_{ij}, \quad i \in P, j \in T. \quad (2.28)$$

$$ZZ_j \geq 0, \quad j \in T \quad (2.29)$$

Nesta nova abordagem, o problema é representado pelas restrições 2.28 que garante que a variável  $ZZ$  receberá o valor do maior nível em todos os períodos de tempo e a restrição 2.29 que trata do domínio das variáveis.

#### 2.2.4.3 Política de minimização do menor nível e maximização do maior nível em todos os períodos - Reis 3

Ainda no enfoque de equilibrar os níveis dos silos, evitando o transbordo de minério, Reis (2022), traz uma abordagem diferente das duas anteriormente apresentadas. A terceira política proposta, trata de objetivos simultâneos, ou seja, minimizar o maior nível e, ao mesmo tempo, maximizar o menor nível na Função Objetivo. A nova política consiste na junção entre a política Reis 2 e a de Pedrosa (2019). Nesta política, a variável  $Z$  é mantida e armazena o menor nível dos silos em todos os períodos de tempo, já a variável  $ZZ$ , também é utilizada e passa a armazenar o maior nível dentro de todo o horizonte de planejamento. O modelo é representado pelas mesmas restrições de Pedrosa (2019) e as restrições 2.28, que, de forma análoga a política anterior, garante que o valor do maior nível em todos os períodos de tempo seja atribuído à variável  $ZZ$  e as restrições 2.29 que trata do domínio das variáveis. A nova função objetivo modificada é representada pela equação 2.30

$$\text{Min } (Z - ZZ) + \sum_{i \in P, j \in T} A_{ij} + \sum_{i \in P, j \in T} B_{ij} \quad (2.30)$$

#### 2.2.4.4 Política de maximização do menor nível, minimização do maior nível em todo o horizonte de planejamento e minimização de movimentos - Reis 4

Esta abordagem proposta por Reis (2022) une, pela primeira vez na literatura, as duas métricas existentes até o momento: equilíbrio dos níveis dos silos e eficiência energética. Pode-se dizer, portanto, que a última política proposta por Reis (2022) é a segunda política que tem foco em reduzir o consumo de energia realizado pelo carro *tripper*. Assim, essa modelagem

aborda três objetivos simultâneos, maximizar o menor nível, minimizar o maior nível em todos os períodos de tempo e, ao mesmo tempo, minimizar o número de movimento que o equipamento deve realizar. Para realizar essa modelagem, duas políticas foram unidas: a política Reis 3, anteriormente apresentada e a política SF2, proposta por [Silva Filho et al. \(2020\)](#), que busca, dentro de todos os objetivos, otimizar o consumo energético gasto pelo equipamento uma vez que, reduzindo o número de movimentos, implica a redução do consumo de energia necessária para movimentá-lo. Dessa forma, o novo modelo, proposto mantém as variáveis  $Z$ ,  $Y$  e acrescenta a variável  $ZZ$ , cujo valor do maior nível será atribuído e, na variável  $Y$  será armazenado o número de movimentos que o equipamento realizará e a variável  $Z$  para a receber o valor do menor nível em todos os períodos de tempo. Essas modificações também foram expressas na função objetivo, que passou a ter a forma apresentada pela equação 2.31:

$$\text{Min } (Z - ZZ) + \sum_{i \in P, j \in T} A_{ij} + \sum_{i \in P, j \in T} B_{ij} + \sum_{i \in P, j \in T} Y_{ij} \quad (2.31)$$

Para a última política proposta por [Reis \(2022\)](#), todas as restrições explicitadas anteriormente são válidas.

#### 2.2.4.5 Avaliação dos Resultados

Analisando a abordagem de [Caldas e Martins \(2018\)](#), os autores definem o conjunto de instâncias como sendo os níveis iniciais de cada silo, a taxa do alimentador e a posição inicial do *tripper*. Os resultados obtidos, mostram que, para instâncias de  $n$  silos, sendo  $n = \{3, 5, 9 \text{ e } 16\}$  em  $t$  períodos de tempo, há uma tendência de equilíbrio dos níveis dos silos a cada período de tempo tanto para instâncias equilibradas, quanto para instâncias que demonstram desequilíbrio, atendendo o objetivo do trabalho. No entanto, um problema surge em relação ao tempo computacional de resolução do problema que, aumenta à medida que as instâncias se tornam maiores.

[Pedrosa \(2019\)](#) compara os resultados obtidos pela sua política com a política proposta por [Caldas e Martins \(2018\)](#). Para isso, um novo conjunto de instâncias foi desenvolvido, que leva em consideração o número de silos em  $n = \{4, 6, 9 \text{ e } 16\}$  e para os períodos de tempo em  $t = \{20, 40 \text{ e } 60\}$ . Tais instâncias se apresentam como equilibradas, que são instâncias onde a taxa de entrada e saída dos silos é a mesma, e desequilibradas, onde as taxas de entrada e saída dos silos são diferentes. Ao fim, são totalizadas 60 instâncias equilibradas e 60 instâncias desequilibradas.

Ao analisar a resolução do problema para sistemas equilibrados, é possível constatar que, em 90% das comparações entre os tempo de processamento dos modelos, a abordagem proposta por [Pedrosa \(2019\)](#) retornou menores tempos computacionais. Em sistemas desequilibrados, 66% dos resultados apresentados pela política em questão foram encontrados em tempos computacionais menores do que da política de [Caldas e Martins \(2018\)](#). No entanto, ao se avaliar o critério de equilíbrio de níveis, a política proposta por [Pedrosa \(2019\)](#) tem eficiência menor, se

comparada a proposta no trabalho anterior.

No trabalho de [Silva Filho \(2021\)](#), as duas políticas propostas pelos autores são comparadas com as políticas de [Caldas e Martins \(2018\)](#) e [Pedrosa \(2019\)](#), utilizando as instâncias equilibradas, propostas no trabalho de [Pedrosa \(2019\)](#). Nesse sentido, ao avaliar o desempenho da política de minimização da diferença dos níveis dos silos a cada período de tempo (SF1), é possível dizer que a mesma apresenta um equilíbrio maior entre os silos ao fim dos horizontes de planejamento. Por sua vez, a política de minimização dos movimentos do carro *tripper* (SF2) apresenta melhores resultados no quesito de economia energética, sendo a primeira abordagem proposta para solucionar tal problema.

Assim, diante das comparações, os autores estabelecem que as melhores políticas para o problema de movimentação do carro *tripper*, em termos de equilíbrio dos silos, são a de [Caldas e Martins \(2018\)](#) e SF1. Em relação ao tempo computacional para resolver o modelo, as comparações realizadas pelo autor enfatizam que, para o tempo de processamento, a política proposta por [Pedrosa \(2019\)](#) é capaz de retornar resultados mais rapidamente, quando comparada as demais. Já em relação ao modelo proposto por [Caldas e Martins \(2018\)](#), a política SF1 apresenta resultados similares em termos de tempo computacional, enquanto a política SF2 apresentou tempo de resolução superior.

Quando avalia-se o desempenho do modelo para a métrica de equilíbrio de níveis dos silos, a política SF1 apresenta resultados similares e/ou superiores, quando comparada demais. No entanto, para a política SF2, o mesmo não ocorre, justificado pelo enfoque diferente da política, que é baseado na minimização de movimentos realizados.

Dessa forma, os autores concluem que, das duas políticas propostas, a política SF1 se mostra eficiente para a métrica de equilíbrio dos silos, enquanto a política SF2 se torna uma potencial política no auxílio a encontrar soluções mais econômica energeticamente.

O trabalho mais recente publicado por [Reis \(2022\)](#), compara as 4 políticas propostas em seu trabalho, com as políticas anteriormente publicadas. Nesse cenário o autor avalia o desempenho segundo três métricas de avaliação: o tempo de execução necessário para a obtenção da solução ótima, o equilíbrio dos níveis dos silos e o número de movimentos que o equipamento realiza na operação, utilizando as instâncias equilibradas, propostas pelo trabalho de [Pedrosa \(2019\)](#).

Quando se avalia as políticas em relação ao tempo de execução, foi possível perceber compartamentos diferentes entre elas. Dessa forma, as políticas Reis1, Caldas e Martins, SF1 foram agrupadas por possuírem o maior tempo de execução, avaliando o comportamento do problema ao longo do tempo. As políticas Pedrosa, Reis2 e Reis3, por serem promissoras à aplicação prática, justamente por conseguir gerar resultados ótimos em tempo computacional reduzido. Por fim, as políticas SF2, Reis3 e Reis4, pelo enfoque na minimização dos movimentos do *tripper* dessas duas políticas e, a inserção da política Reis3, se deu pela necessidade de avaliar

a complexidade computacional, atrelada a inclusão da minimização dos movimentos do *tripper* à um modelo que foca apenas em equilíbrio de níveis. Nessa abordagem, o modelo proposto por [Pedrosa \(2019\)](#), ainda é o mais rápido na geração de resultados.

No enfoque de equilíbrio, os testes foram realizados para todos modelos separadamente. Neste, é possível avaliar que a política Reis4 foi a que obteve maior sucesso em atender a métrica de equilíbrio, quando comparada a SF2, apresentando menor variação de níveis e possuir o mesmo enfoque em minimização de movimentos. Quando se avalia o desempenho das políticas, em relação a minimização de movimentos, a política Reis4, demonstrou melhores resultados, quando comparada a política SF2, acrescentando o fato de que além de controlar os movimentos essa política também proporcionou um melhor controle dos níveis, evitando transbordo e esvaziamento, além disso demonstrou um maior equilíbrio durante o processo.

## 2.3 Outras abordagens para resolução do problema de movimentação do carro *tripper*

### 2.3.1 Programação Dinâmica

Segundo [Powell \(2007\)](#), a programação dinâmica pode ser definida como um conjunto de procedimentos utilizados na resolução de problemas que podem ser escritos nos termos de uma variável recursiva. Essa variável relaciona o valor de estar em um estado particular em um ponto no tempo para o valor dos estados seguintes em um novo ponto no tempo. Já, para [Campello \(2002\)](#) a programação dinâmica pode ser definida como um modelo de resolução de problemas de decisão sequenciais, que possuam múltiplos estágios relacionados. Neste caso, a resolução desses problemas pode ser realizada, a partir da subdivisão do problema principal em problemas menores que trabalham com apenas uma variável de decisão. Ou seja, as definições de ambos os autores se complementam.

[Powell \(2007\)](#) apresenta também algumas definições importantes para se abordar um problema de programação dinâmica. Algumas delas são:

- **Variável de Estado:** A variável de estado é quem é responsável por levar todas as informações necessárias para a tomada de decisão do problema.
- **Variável de Decisão:** Decisões possíveis de serem tomadas no processo de resolução do problema. A variável de decisão é, ainda quem dá a representação da forma como o processo é controlado.
- **Informação Exógena:** Dados conhecidos em cada estágio do processo, inclusive pode indicar o estado inicial do problema.
- **Função de Transição:** A função de transição determina o comportamento do sistema enquanto o mesmo evolui de um estado até outro, levando em conta a decisão realizada no n-ésimo estágio e as novas informações obtidas nos estágios n e n+1.

- **Função Objetivo:** Ela é responsável por determinar o que está sendo minimizado ou maximizado, no decorrer do horizonte de tempo. Por exemplo, neste trabalho a função objetivo se dedica em avaliar como a minimização das movimentações influencia na minimização do consumo energético do equipamento.

Tendo as definições anteriores, a respeito de Programação Dinâmica, como referência, [Morais \(2019\)](#) e [Santos \(2021\)](#) aplicam os conceitos de resolução na avaliação de políticas de movimentação. Nesse sentido, obtiveram-se bons resultados, comprovando que a aplicação da programação dinâmica no problema, se mostrou-se muito eficiente à realidade do mesmo, gerando sequências de movimentos viáveis, capazes de atender as restrições e objetivos do problema de movimentação do carro *tripper*.

Para a aplicação por programação dinâmica, proposta por [Morais \(2019\)](#), o problema de movimentação do carro *tripper* foi adaptado de forma a considerar a limitação de movimentos do equipamento às suas adjacências, ou seja, os movimentos se limitam em permanecer na mesma posição ou movimentar-se para a posição mais próxima. Além disso essa limitação implica que, em cada estágio do problema, o silo respectivo, obrigatoriamente, deverá ser preenchido com o material transportado. Essa abordagem considera que pode ocorrer transbordo ou falta de minério, uma vez que os níveis dos silos não são equivalentes.

Dessa forma, para contrornar este problema, são implementadas variáveis de folga positiva e negativa, isto é, variáveis que levam em consideração o excesso e a falta de material, após o descarregamento de minério nos silos em cada estágio, que são penalizadas na função objetivo proposta, com o intuito de minimizar a frequência que esses eventos ocorrem. Outra adaptação do problema, decorre da aplicação de uma variável de estado que, tem por finalidade, indicar o nível dos silos em cada estágio de transição. Essa variável está intimamente relacionada com a posição do *tripper* no  $n$ -ésimo estágio e o nível de cada silo em cada estágio de decisão.

O processo de resolução proposto, inicializa-se definindo uma função de transição, que atualiza todas as variáveis do processo decisório. Essa função se relaciona com a variável de decisão e uma equação que deve garantir que a posição assumida pelo *tripper* seja válida. Após esse processo, o problema foi adaptado à Equação de Bellman, que consiste em uma formulação recursiva, capaz de definir a utilidade de determinado estado, levando em consideração o estado atual do equipamento e a utilidade do próximo. Ademais, nesta formulação é adicionada uma condição de parada.

A resolução do problema proposto, consiste na aplicação e avaliação de desempenho de três políticas: política gulosa, política passos e política desvio padrão. A política gulosa pode ser compreendida como uma política míope, ou seja, a tomada de decisão é feita de forma míope, desconsiderando impactos da escolha nos demais silos. A segunda política destacada - política passos - consiste, essencialmente, em avaliar quantos passos "passos", em outras palavras, quantos movimentos o equipamento realiza para deslocar do ponto inicial ( $P_{ini}$ ), até o ponto

não atendido. Por fim, a política de desvio padrão, segue o que foi proposto por [Caldas \(2018\)](#), que consiste em homogeneizar os níveis dos silos. Nesse contexto, a decisão deve pautar tanto em manter os níveis dentro dos limites, não permitindo transbordo, como também em torna-los homogêneos, isto é, permitindo pouca variabilidade entre os níveis dos silos. Nesta política, o retorno final une a política passos e a penalização, onde, quanto maior for o desequilíbrio entre os silos, maior será a penalização sobre o retorno local.

Ainda no âmbito da programação dinâmica, [Santos \(2021\)](#) busca aplicar esse método de resolução na avaliação do modelo proposto por [Caldas e Martins \(2018\)](#). A modelagem proposta, diferentemente de [Morais \(2019\)](#), consiste em controlar o nível de minério contido nos silos, ainda penalizando a falta ou excesso de material. Dessa forma, a modelagem do problema foi adaptada de maneira a minimizar o custo de cada estágio do problema.

A resolução, consiste, de mesmo modo que [Morais \(2019\)](#), utilizar a aproximação por programação dinâmica, utilizando as três funções descritas na abordagem anterior, com a adição de outras três funções, não abordadas anteriormente: as funções passos up, caminho ideal e ciclo mínimo.

Na abordagem proposta, a função Passos Up, visa avaliar o comportamento do silo, sob o qual o *tripper* está localizado, indicando e penalizando se o transbordo estiver próximo a ocorrer. Pode-se estabelecer uma relação entre a função passos up e a função passos, sendo diferidas somente pelo fato de que a função passos up considera apenas o comportamento do silo em que o equipamento está posicionado e o limite superior do silo, ou seja, se o limite não for excedido, a função retornará o valor zero e, caso seja, a penalidade será calculada.

Em outro enfoque, a função caminho ideal, outra abordagem proposta por [Santos \(2021\)](#), para a resolução do problema, pode ser comparada ao padrão geométrico conhecido como zigue-zague, a qual considera o caminho ideal que o carro *tripper* deve percorrer, respeitando as condições iniciais do problema. A última função proposta é a função ciclo mínimo. Diferente das anteriores, esta consiste em calcular o custo necessário para o equipamento realizar uma volta completa nos silos, tanto para a esquerda quanto para a direita, escolhendo, assim, aquele que apresenta o menor custo.

Neste sentido, é possível avaliar que ambos os trabalhos obtiveram boa eficiência na solução do problema de movimentação do *tripper*, baseados na programação dinâmica, por meio de um algoritmo de aproximação baseado no método de iteração de política associado.

### 2.3.2 Heurísticas e Metaheurísticas

Como mencionado em seções anteriores, o problema de movimentação do carro *tripper* é da classe NP-Difícil, isto é, o tempo de resolução computacional cresce exponencialmente, à medida em que o porte do modelo também aumenta, por meio da geração de instâncias com conjuntos maiores. Para tal, é muito comum que, ao trabalhar-se com estas instâncias, as aborda-

gens pelo método exato não seja capaz de encontrar a solução ótima em tempo computacional aceitável. Neste caso, é necessário avaliar o desempenho do problema, submetendo-o a métodos de solução alternativos ou aproximados.

Cordenonsi (2008) define uma Heurística como um algoritmo, fundamentado em modelos cognitivos, cujas regras baseiam-se na experiência dos desenvolvedores. Esses métodos consistem em estratégias, procedimentos e métodos de aproximação, capazes de encontrar boas soluções, mesmo que estas não sejam ótimos globais, em tempo computacional viável.

Por outro lado, a metaheurística, pode ser compreendida, conforme apresentado por Cordenonsi (2008), como um conjunto de procedimentos Heurísticos que têm, por finalidade, guiar outras heurísticas, usualmente de busca local, expandindo o espaço de buscas pela solução ótima, além do ótimo local. Além disso, o uso de metaheurísticas, visa suprir problemas que podem surgir com a utilização de heurísticas puramente construtivas e de melhoramento.

Na literatura atual, dois trabalhos utilizam abordagens fundamentadas em heurísticas e metaheurísticas para auxiliar a encontrar soluções factíveis ao problema de movimentação do carro *tripper*.

Caldas (2018) e Silva Filho (2021), utilizam abordagens baseadas em heurísticas e metaheurísticas para geração de soluções factíveis em tempo computacional reduzido. No primeiro trabalho, o autor utiliza das metaheurísticas GRASP e *Simulated Annealing*.

- **Greed Randomized Adaptive Search Procedure - GRASP:** Essa Metaheurística consiste em duas partes: a construção e a busca local. A primeira fica responsável pela construção de uma solução viável ao problema. Tendo essa parte concluída, o objetivo passa a ser realizar a busca pelo ótimo local, nas vizinhanças da solução gerada. Para isso, o GRASP aproveita a busca por uma solução gulosa para a resolução do problema, acrescentando uma componente de aleatoriedade, em outros termos, o algoritmo GRASP é uma modificação da formulação gulosa em que, durante o processo de construção de novas soluções, os elementos são selecionados de maneira aleatória, dentro de um conjunto de possíveis soluções, com os melhores candidatos, aumentando a quantidade de soluções possíveis.

Para o algoritmo GRASP os parâmetros estabelecidos estão apresentados na Tabela 3.

Tabela 3 – Parâmetro de entrada do algoritmo GRASP

Parâmetro	Definição
I	Conjunto de posições iniciais
Q	Conjunto de vazões de saída
q	Vazão mássica de entrada
p	Posição inicial
n	Número de compartimentos
e	Número de períodos de tempo
Pr	Probabilidade de escolha aleatória

Para a aplicação, o pseudo-código, que pode ser encontrado na literatura, foi adaptação para resolver o problema de movimentação do equipamento. Nele é possível estabelecer que, para todas as possíveis movimentações que podem ser realizadas, será calculado um custo adicionado gerado por cada uma dessas opções, esse cálculo é expresso.

O cálculo dos possíveis valores que os níveis dos silos podem assumir é expresso pela função *Simula Nível* e o cálculo varia de acordo com as entradas fornecidas nas chamadas. Após o cálculo, a próximo passo é determinar a posição do movimento que o *tripper* vai realizar. Esse movimento possui três possíveis critérios:

- **Critério 1:** diz que, para todo par (a,b), que pertença ao intervalo, e cujos valores de custo sejam iguais a seleção da próxima posição é realizada de forma aleatória.
- **Critério 2:** Determina que a escolha da próxima posição seja determinada de forma gulosa, toda vez que um par (a,b) de soluções que pertença ao conjunto e, que os valores dos custos sejam iguais ou, se uma variável pseudoaleatória  $x$  for menor que o valor mínimo, estabelecido.
- **Critério 3:** Se, nenhuma dos critérios anteriores forem atendidos, a seleção se dá por 2 elementos, pertencentes ao conjunto, que implicam em um maior custo na função objetivo.

Outro ponto a ser explicado, é a função da variável  $x$  para o processo de solução proposto por [Caldas \(2018\)](#). Tal variável é responsável por determinar se a escolha será, ou não realizada aleatoriamente dentro do subconjunto que armazena as duas possíveis opções de movimento. Se  $x \geq Pr$ , o método se dará pela forma aleatória, caso contrário, se  $x < 0$ , será por método guloso. Dessa forma,  $Pr$  permite controlar o processo de decisão, sendo  $Pr = 1$ , totalmente guloso, ou  $Pr = 0$ , totalmente aleatório.

**Simulated Annealing - SA:** Trata-se de um método de busca local, capaz de simular o processo de resfriamento de átomos aquecidos, tal como definido por [Kirkpatrick, Jr e Vecchi \(1983\)](#), para resolver o problema. Nesta abordagem, proposta por [Caldas e Martins \(2018\)](#), a função objetivo que maximiza a soma dos níveis mínimos em cada período do horizonte de planejamento, é substituída pelo desvio padrão, passando assim, a minimizar o desvio padrão de todos os níveis em cada etapa.

Os parâmetros definidos para resolução do problema por *Simulated Annealing*, estão apresentados na Tabela 4

A implementação do algoritmo se deu, partindo da adaptação do pseudo-código, disponível na literatura. O código foi modificado para resolver o problema de movimentação do *tripper*.

A resolução começa, a partir da inicialização das variáveis *solução*,  $i$  e *custo*. A solução inicial é gerada aleatoriamente, partindo da posição  $p$  do *tripper*. O laço principal é onde define-

Tabela 4 – Parâmetro de entrada do *Simulated Annealing*

Parâmetro	Definição
I	Conjunto de posições iniciais
Q	Conjunto de vazões de saída
q	Vazão mássica de entrada
p	Posição inicial
n	Número de compartimentos
e	Número de períodos de tempo
T	Temperatura inicial
$\alpha$	Taxa de resfriamento
$i_{max}$	Número máximo de iterações

se o algoritmo. Esse laço será executado enquanto a variável T permanecer menor do que 1, em que a variável T é a temperatura.

Aninhado ao laço principal, tem-se outro laço, que tem como objetivo testar um conjunto de  $i_{max}$  estados submetidos à mesma temperatura. Após isso, realiza-se a mudança aleatória na solução atual, por meio de uma etapa pivô escolhida randomicamente atribuindo um valor aleatório de posicionamento. O próximo passo é garantir que o conjunto que contém a nova solução gerada é contínuo, submetendo-a ao algoritmo de correção de continuidade.

Em sequência é preciso realizar o cálculo do custo da nova solução e, se for melhor do que o da solução corrente, o resultado é armazenado como o melhor alcançado até o momento. Caso contrário, o valor da nova solução é acolhido, se o valor da variável for menor do que o limiar. Após o limite de iterações ser extrapolado, reduz-se a temperatura, mediante a reinicialização do laço externo por uma taxa  $\alpha$ .

O método de avaliação de desempenho das metaheurísticas, para o problema de movimentação do *tripper* foi realizado, a partir de testes computacionais, cujo objetivo é verificar o tempo de despendimento e o número de soluções encontradas. [Caldas \(2018\)](#) divide os testes em duas categorias: comparação da precisão e rapidez e do desempenho dos algoritmos em relação aos métodos de solução exatos.

A execução para o algoritmo GRASP foi realizada 100 vezes e alcançou a solução ótima em todas as instâncias e, percentual do número de vezes em que solução ótima foi encontrada para cada instância foi de 99,65%. Por outro lado, quando se avalia o desempenho do *simulated annealing*, o algoritmo teve um desempenho bem inferior, quando comparado ao anterior, alcançando a solução ótima em apenas 33,01% das vezes e o custo das melhores soluções encontradas ficaram em 99,44% do custo encontrado para a solução ótima.

Ainda com foco nos métodos de solução alternativos, [Silva Filho \(2021\)](#) utiliza, além do *simulated annealing*, novas abordagens aplicadas, tanto ao modelo proposto por [Caldas e Martins \(2018\)](#), quando para a política de movimentos SF1, ou seja, a primeira política proposta no trabalho. Para esta abordagem, utiliza os seguintes métodos de solução alternativos:

- **Heurística Construtiva Parcialmente Aleatória:** utilizada para a geração do conjunto inicial de soluções viáveis, que serão utilizadas pelos métodos de refinamento, com o objetivo de melhorar as soluções iniciais obtidas.
- **Simulated Annealing:** Diferente do que foi proposto por [Caldas \(2018\)](#), o qual utiliza uma metodologia para realizar a correção de eventuais discontinuidades, provocadas pela perturbação na solução obtida, o *simulated annealing*, utilizado por [Silva Filho \(2021\)](#) leva em consideração as funções objetivos e, não mais o desvio padrão de todos os níveis.
- **Algoritmo Genético:** Esse método de solução consiste na busca de otimização, fundamentada pelo conceito de seleção natural e reprodução genética, apresentada por Charles Darwin. Segundo [Souza \(2008\)](#), no Algoritmo Genético, cada cromossomo representa uma solução associada ao problema e, cada gene está associado a um componente que constitui a solução.

A resolução consiste na aplicação de um mecanismo reprodutivo, aplicado sobre a população a fim de encontrar as melhores soluções, contidas em todo o espaço de busca. Para o problema de movimentação do carro *tripper*, partindo das soluções obtidas pela heurística construtiva, onde serão escolhidas duas soluções: uma dentre as melhores e outra dentre as demais, para que sejam combinadas e gerem soluções filhos.

Importante frisar que, para gerar as soluções filhos, os pais necessitam possuir um ponto em comum, em outras palavras, em um mesmo período de tempo, para as duas soluções selecionadas o carro *tripper* deve estar posicionado em um silo. Caso os pais possuam pontos em comum, as soluções filhos são geradas, se os pais não possuírem, outros pais serão selecionados e combinados. Com a geração de soluções filhos, estas recebem as informações armazenadas por seus pais para gerar duas novas soluções. Esta etapa é chamada de *crossover*.

Após o *crossover*, a próxima etapa consiste na mutação das soluções filhos. Dessa forma uma solução é escolhida randomicamente para ser trocada, trazendo para o problema do *tripper*, temos que, se em determinado período de tempo, o *tripper* estava em um silo, a mutação modifica o silo que estará presente no período em questão. Quando ocorrer a escolha do período de tempo para modificação, o caminho será atualizado evitando, desse jeito, a ocorrência de discontinuidades.

- **Colônia de Formigas:** Essa metaheurística têm como fundamento uma colônia de formigas artificiais que cooperam entre si para buscar soluções viáveis, que satisfaçam os problemas de otimização. O algoritmo, utiliza os conceitos do mundo real, na forma em que as formigas se organizam para realizar a busca por alimentos, simulando o comportamento cooperativo das formigas que, fazem a deposição de feromônios nos caminhos percorridos por elas, para auxiliarem as demais, durante a movimentação. Dessa forma, a cada movimentação, as formigas possibilitam a geração de novas soluções para o problema.

No trabalho de [Silva Filho \(2021\)](#), a analogia utilizada no emprego dessa metaheurística consiste em que cada formiga representa o *tripper* e, os movimentos executados pelo equipamento, são equiparados aos movimentos realizados ao longo da trilha. A deposição dos feromônios ocorre à medida em que o número de formigas em escolher determinado caminho aumentar. Em outras palavras, a probabilidade do *tripper* escolher determinado caminho durante a movimentação aumenta se, outras soluções, obtidas anteriormente, também utilizam aquele caminho.

- **Algoritmo Clonal:** A primeira abordagem dessa metaheurística em trabalhos da área científica foi proposta por [Castro e Zuben \(2000\)](#), com objetivo de desenvolver um algoritmo capaz de solucionar problemas relacionados à aprendizagem de máquina.

Partindo de princípios da biologia, o Algoritmo Clonal foi estruturado a partir dos elementos: Células de memória, que são responsáveis por armazenar as melhores soluções, selecionar os melhores indivíduos, clonar aqueles com maior afinidade à antígenos de mutação, morte de células que apresentam menor estimulação, maturação de afinidade com os antígenos e, por conseguinte, realizar uma nova seleção dos clones que possuem maior afinidade com antígenos.

O uso do Algoritmo Clonal no problema de movimentação do carro *tripper* inicia-se, a partir da geração da primeira população (soluções geradas pela heurística construtiva). Partindo disso, um antígeno, proporcional às melhores soluções, será inserido na população, de modo a estabelecer afinidades com os melhores indivíduos, assim, quanto melhor for o resultado, mais afinidade tal solução apresentará com o antígeno inserido.

Com isso as soluções são clonadas e mutadas, segundo a afinidade das soluções com o antígeno. Assim, quanto maior o grau de afinidade entre determinada solução com o antígeno, maior será a mutação desta. Se, o clone for capaz de melhorar a solução, este será inserido na nova população, que, ao final do processo, elimina as soluções com menor afinidade, pois, assim elimina-se as soluções que se tornam piores.

O método utilizado por [Silva Filho \(2021\)](#), para resolver o problema, analogamente ao trabalho de [Caldas \(2018\)](#), foi realizado, por meio de testes computacionais. Em termos de desempenho, os métodos metaheurísticos apresentou resultados distintos, para a avaliação de diversos fatores.

Quando se avalia o desempenho, frente aos métodos exatos, para instâncias de menor porte, as metaheurísticas não apresentaram um cenário tão interessante, em termos computacional, apresentando um tempo de resposta superior ao obtido pelo método exato. No entanto, quando as instâncias de resolução do problema se tornaram muito grandes, tornando a aplicabilidade dessas técnicas em instâncias de médio e grande porte muito atrativa.

Interessante ressaltar que, as metaheurísticas populacionais, ou seja, algoritmo genético e algoritmo clonal, foram os que obtiveram os melhores resultados, essa constatação parte da comparação realizada entre estes e os demais métodos propostos no trabalho.

Assim, quando se avalia o uso de metaheurísticas, aplicado ao problema proposto, é possível analisar que esse método de resolução alternativo permitiu testar o problema para instâncias muito maiores, que não foram capazes de ser solucionadas pelo método exato, em um tempo computacional aceitável para aplicações reais, tornando a aplicação dos métodos, em ambos os trabalhos muito atrativo e, abrindo um novo leque de possibilidades, para avaliar o uso de metaheurísticas diversas para resolver o problema proposto.

### 3 METODOLOGIA DE PESQUISA

A pesquisa descrita neste projeto é classificada como empírico-normativa, por ser voltada para a criação de modelos matemáticos e para a aplicação de métodos de resolução que auxiliam na tomada de decisões. Esta também é classificada como uma pesquisa quantitativa, pois uma pesquisa empírica normativa quantitativa tem como principal objetivo assegurar relação entre as observações do modelo com a realidade dos cenários, ou seja, relacionar corretamente os fatos acontecidos. Tal pesquisa é dividida em 5 fases, de acordo com o protocolo definido por [Morabito e Pureza \(2012\)](#), sendo elas:

- **Definição do problema:** consiste em definir seu escopo, quais decisões tomar sobre este problema, seus objetivos e o modelo conceitual. Na etapa de definição, entende-se que o carro *tripper* é um equipamento de grandes proporções, que pode vir a consumir uma quantidade elevada de energia para se movimentar. Diante disso, serão utilizadas as políticas já propostas na literatura com o intuito de comparar possíveis economias energéticas na movimentação do equipamento.
- **Construção do modelo:** construir um modelo matemático mais adaptável ao problema definido no primeiro passo bem como os dados recolhidos neste. Para este trabalho, são avaliados, em um primeiro cenário, os modelos já existentes na literatura. A partir destes modelos, construí-se outros modelos, com o objetivo de encontrar um método mais eficaz voltado à economia energética para o carro *tripper*.
- **Solução do modelo:** esta fase indica a solução por meio de algoritmos para a resolução do modelo. Para o desenvolvimento, são utilizadas instâncias adaptadas do trabalho de [Pedrosa \(2019\)](#), utilizado o solver de otimização CPLEX e a linguagem AMPL.
- **Validação do problema:** esta fase significa verificar se o modelo proposto, bem como sua resolução, se adequa à realidade, em relação a sua aplicação prática. Quanto mais precisa for a resposta, melhor a qualidade de resolução da mesma. Neste caso, são comparadas as respostas das instâncias e modelos adaptados com os resultados obtidos por [Silva Filho et al. \(2020\)](#) para verificar a confiabilidade das novas metodologias propostas.
- **Implementação da solução:** esta etapa significa traduzir o modelo para o mundo real, tomando decisões palpáveis a partir dos resultados gerados. Esta etapa não será aplicada no trabalho, pois não há projetos conjuntos com o governo ou indústria para sua aplicação.

No âmbito deste trabalho, foram propostas três novas abordagens, que se baseiam nas abordagens de programação matemática previamente desenvolvidas por [Silva Filho et al. \(2020\)](#). O autor introduziu duas abordagens distintas, sendo a primeira direcionada à minimização da

diferença entre os níveis máximo e mínimo em cada período do horizonte de planejamento, enquanto a segunda visa reduzir os movimentos do carro *tripper* para promover a economia de energia. As novas abordagens são explicitadas nas subseções a seguir.

## 4 NOVAS ABORDAGENS PROPOSTAS

Neste trabalho, são desenvolvidas três políticas para modelar o problema. Estas são descritas nas seções a seguir.

### 4.1 Minimização da diferença do maior e do menor nível a cada período e das movimentações do carro *tripper*

A primeira abordagem de resolução, proposta neste trabalho, consiste na combinação das duas abordagens apresentadas por [Silva Filho et al. \(2020\)](#). Nessa abordagem combinada, a função objetivo considera tanto a minimização da diferença entre o maior e o menor nível quanto a redução dos movimentos do carro *tripper*. Essa integração de políticas pode ser uma alternativa prática interessante, uma vez que busca alcançar um equilíbrio nos níveis dos silos, ao mesmo tempo em que promove a economia de energia. Essa abordagem conjunta pode oferecer benefícios significativos em termos de eficiência operacional e sustentabilidade.

Para tal, as variáveis  $Zmin_j$ ,  $Zmax_j$ ,  $dif_j$  e  $Y_j$ ,  $j \in T$ , anteriormente utilizadas nos modelos propostos por [Silva Filho et al. \(2020\)](#) serão utilizadas, bem como as restrições 2.17, 2.18, 2.19 e 2.22, além das restrições 2.20 e 2.23 que tratam do domínio das variáveis propostas. As demais restrições são representadas pelas equações 2.3 a 2.12. A nova função objetivo é representada em 4.1.

$$Min \sum_{j \in T} dif_j + \sum_{j \in T} Y_j + \sum_{i \in P, j \in T} A_{ij} + \sum_{i \in P, j \in T} B_{ij} \quad (4.1)$$

### 4.2 Minimização da diferença do maior e do menor nível de todos os períodos

Analogamente ao que é proposto no trabalho de [Pedrosa \(2019\)](#) em relação a [Caldas e Martins \(2018\)](#), onde a autora altera a maximização dos níveis mínimos a cada período de tempo para a maximização do menor nível ao longo de todos os períodos de tempo, essa segunda abordagem reescreve o objetivo da primeira abordagem proposta por [Silva Filho et al. \(2020\)](#). Enquanto a abordagem original visava minimizar a diferença entre o maior e o menor nível em cada período de tempo, esta abordagem busca minimizar a diferença entre o maior e o menor nível registrado em todos os períodos de tempo. Essa abordagem pode se mostrar eficiente do ponto de vista computacional, uma vez que elimina variáveis binárias da modelagem, o que pode contribuir para a redução da complexidade do problema. Além disso, esta política tem enfoque exclusivamente em equilíbrio dos níveis dos silos.

Nesta, as variáveis  $dif_j$ ,  $Zmin_j$  e  $Zmax_j$  deixam de ser indexadas no conjunto de períodos de tempo e passam a ser unidimensionais, sem indexação em quaisquer conjuntos. A

nova função objetivo, representada em 4.2 é uma adaptação da equação 2.16. Além disso, as restrições 2.17 a 2.20 são alteradas e representadas pelas novas equações 4.3 a 4.6. O conjunto de restrições do problema ainda conta com as equações 2.3 a 2.12). a seguir, apresentam-se as novas equações adaptadas.

$$\text{Min } dif + \sum_{i \in P, j \in T} A_{ij} + \sum_{i \in P, j \in T} B_{ij} \quad (4.2)$$

S.a.:

$$Zmin \leq L_{ij}, \quad j \in T, i \in P \quad (4.3)$$

$$Zmax \geq L_{ij}, \quad j \in T, i \in P \quad (4.4)$$

$$dif = Zmax - Zmin \quad (4.5)$$

$$Zmin, Zmax, dif \in R_+ \quad (4.6)$$

### 4.3 Minimização da diferença do maior e do menor nível de todos os períodos e das movimentações do carro *tripper*

A última política proposta, visa combinar a segunda política desenvolvida neste trabalho com a proposta apresentada por Silva Filho et al. (2020) para minimizar os movimentos do carro *tripper*. O desenvolvimento dessa política é de grande relevância, pois ela avaliará simultaneamente o equilíbrio dos níveis dos silos e a economia de energia.

A função objetivo, representada na equação 4.7, é uma junção das funções objetivos representadas em 4.2 e 2.21, e está apresentada a seguir. O conjunto de restrições do problema é determinados pelas equações 2.3 a 2.12, 2.22 a 2.23 e 4.3 a 4.6

$$\text{Min } dif + \sum_{j \in T} Y_j + \sum_{i \in P, j \in T} A_{ij} + \sum_{i \in P, j \in T} B_{ij} \quad (4.7)$$

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os testes foram realizados em um computador Lenovo Ideapad 3, com processador AMD Ryzen 5 3500u, velocidade, 12 GB de memória RAM, 512GB SSD e sistema operacional Windows 11. Os modelos foram implementados na linguagem AMPL e solucionados pelo *solver* CPLEX 11.1.0. As instâncias utilizadas foram propostas por [Pedrosa \(2019\)](#), sendo consideradas, unicamente, as instâncias equilibradas, ou seja, que possuem as mesmas vazões de entrada e saída no sistema. Tal como proposto pela autora, o número de silos varia entre 4, 6 e 9 e, os períodos de tempo, variam entre 20, 40 e 60. 45 períodos, essas instâncias foram utilizadas para cada uma das 6 políticas, totalizando 270 testes.

A Tabela 5 auxilia no entendimento acerca das abreviações utilizadas na apresentação dos resultados computacionais. Ao consultar essa Tabela, é possível obter clareza e esclarecimento acerca dos termos abreviados utilizados ao longo do estudo, facilitando a interpretação dos dados e tornando a análise mais acessível e precisa.

Tabela 5 – Abreviações utilizadas para as Políticas

<b>Políticas</b>	<b>Abreviação</b>
Minimização da diferença dos níveis (SILVA FILHO, 2021)	SF1
Minimização dos movimentos do carro <i>tripper</i> (SILVA FILHO, 2021)	SF2
Maximização do menor nível e minimização do maior nível e dos movimentos do tripper	Reis4
Minimização da diferença entre os silos de maior e menor nível a cada período de tempo e das movimentações do carro tripper	Rocha1
Minimização da diferença entre os silos de maior e menor nível em todos os períodos de tempo	Rocha2
Minimização da diferença entre os silos de maior e menor nível em todos os períodos de tempo e das movimentações do carro tripper	Rocha3

Fonte: O Autor (2023)

Assim, as seções que seguem apresentam os resultados e discussão, subdividindo em: (1) estouros de memória, (2) tempo computacional gasto para resolver cada política, (3) equilíbrio dos níveis e as (4) movimentações realizadas pelo carro *tripper*.

## 5.1 Estouros de memória

A Tabela 6 apresenta os estouros de memória obtidos durante a execução dos testes computacionais. Nesse contexto, é crucial ressaltar a complexidade das políticas propostas neste trabalho, que, combinada com as configurações da máquina utilizada, excederam a capacidade de processamento, tornando inviável a obtenção de soluções pelo método exato. A política Rocha 1 se destaca com o maior número de estouros de memória entre as demais, registrando uma a cada quatro instâncias em que não se obteve o resultado computacional ótimo, demonstrando o elevado nível de complexidade dessa política. Em contrapartida, a política Reis 2 não apresentou nenhum estorno de memória, o que, do ponto de vista computacional, mostra-se interessante para desenvolver análises a partir dessa política.

Tabela 6 – Estouros de memória resultantes do processamento

	Reis 4	Rocha 1	Rocha 2	Rocha 3	SF1	SF2	Totais
4_20	-	-	-	-	-	-	-
4_40	-	-	-	-	-	-	-
4_60	-	1	-	-	1	-	2
4_Total	-	1	-	-	1	-	2
6_20	-	-	-	-	-	-	-
6_40	-	-	-	-	-	-	-
6_60	2	5	-	2	3	1	13
6_Total	2	5	-	2	3	1	13
9_20	-	-	-	-	-	-	-
9_40	-	1	-	-	-	-	1
9_60	5	5	-	5	3	5	23
9_Total	5	6	-	-	-	-	24
TOTAIS	7	12	0	7	7	6	39
%	16%	27%	0%	16%	16%	13%	14%

Fonte: O Autor (2023)

É possível avaliar que no cenário com menor número de silos já ocorre o estouro de memória para as políticas Rocha1 e SF1 na instância 4\_60\_2, onde fica evidente a complexidade de se solucionar o problema de movimentação do *tripper*, mesmo quando o número de silos é pequeno. Assim, mesmo que todas as instâncias apresentem o mesmo porte, algumas, apresentam maior complexidade, quando comparadas as demais.

Para as instâncias com 6 silos e 60 períodos de tempo, a política Rocha1 extrapolou a capacidade de processamento todas as vezes, não retornando nenhum valor para a solução. De mesmo modo, as políticas, Reis4, Rocha3, SF1 e SF2, apresentaram 2, 2, 3 e 1 estouros de memória, respectivamente, para as instâncias de 60 períodos de tempo.

Para instâncias com 9 silos, com exceção de Rocha2, as demais políticas apresentam

estouros de memória, para 60 períodos de tempo. Outra análise a ser destacada, é que a política Rocha1 foi a única que apresentou algum estorno para instâncias de 40 períodos de tempo.

## 5.2 Tempo de resolução demandado para obter a solução ótima

Esta seção aborda a discussão acerca dos tempos computacionais de processamento, demandados pelas políticas SF1, SF2, Reis4 e as políticas propostas Rocha1, Rocha2 e Rocha3. Assim, para auxiliar no entendimento, os resultados foram divididos em Tabelas, seguindo o número de silos. Dessa forma, a Tabela 7, apresenta os tempos computacionais para cada período de tempo, bem como o tempo médio decorrido do início até a obtenção da solução ótima para as instâncias de 4 silos de armazenamento. As instâncias que contêm um "\*" se referem àquelas que apresentaram estouro de memória no processamento.

Tabela 7 – Tempo de resolução para instâncias de 4 silos (segundos)

Instância	Reis 4	Rocha 1	Rocha 2	Rocha 3	SF1	SF2
4_20_1	0,109	0,094	0,016	0,156	0,05	0
4_20_2	0,008	6,949	0,157	3,094	2,338	0,972
4_20_3	0,015	0,079	0	0,01	0,04	0,062
4_20_4	2,793	0,015	0,015	0,004	0,012	0
4_20_5	0,145	0,8	0,003	0,158	0,097	0,676
MÉDIA	0,614	1,5874	0,0382	0,6844	0,5074	0,342
4_40_1	0,517	49,024	0,066	1,134	11,33	0,423
4_40_2	0,487	46,797	0,016	0,395	11,385	0,827
4_40_3	194,086	1501,53	2,26	234,45	108,223	2,228
4_40_4	2,794	391,737	0,024	3,208	46,129	0,173
4_40_5	6,674	13,156	0,188	8,709	9,253	4,973
MÉDIA	40,9116	400,4488	0,5108	49,5792	37,264	1,7248
4_60_1	118,574	449,592	0,109	74,507	57,413	101,924
4_60_2	56,83	8833,62*	0,031	53,133	7768,79*	7,906
4_60_3	16,456	707,026	0,047	16,557	70,69	11,829
4_60_4	8,368	296,063	0,063	7,835	6,675	21,964
4_60_5	0,363	158,131	0,785	161,228	15,697	203,404
MÉDIA	40,1182	2088,8864	0,207	62,652	1583,853	69,4054

\*Instâncias onde houve estouro de memória de processamento antes de encontrar o resultado ótimo Fonte: O Autor (2023)

Ao analisar a Tabela 7, é possível notar que, para as instâncias 4\_20, isto é, 4 silos e 20 períodos de tempo, todas as políticas, apresentam resultados ótimos em tempos computacionais próximos, em termos do tempo médio, tornando a escolha a critério do tomador de decisões.

Esse cenário se inverte, à medida em que as instâncias do problema aumentam. Assim, para as instâncias de 4\_40 e 4\_60, a política Rocha2, foi a que resolveu em menor tempo

computacional, o que a torna, em termos de tempo, a política mais provável a ser aplicada pelo tomador de decisões.

Por outro lado, as políticas Rocha1 e SF1, à medida em que as instâncias crescem, mostram um aumento considerável no tempo de resolução sendo este, na última instância, superiores a 1500 segundos. Acrescido a isso, já nas menores instâncias do problema, essas duas políticas já não são capazes de encontrar soluções ótimas.

Ainda nessa avaliação, as políticas Reis4, Rocha3 e SF2, se apresentam como intermediárias, uma vez que, além de resolverem o problema em tempo computacional menor, ainda que maior em relação aos tempos obtidos para a política Rocha2, não apresentam nenhum estorno para essa instância.

Para instâncias de 6 silos, a Tabela 8 apresenta os tempos computacionais dispendidos para solucionar o problema. Nestes casos, um número considerável de instâncias apresentaram estouros de memória.

Tabela 8 – Tempo de resolução para instâncias de 6 silos (segundos)

Instância	Reis 4	Rocha 1	Rocha 2	Rocha 3	SF1	SF2
6_20_1	0,363	2,044	0,02	0,488	0,648	0,374
6_20_2	0,439	0,388	0	0,477	0,192	0,674
6_20_3	0,36	1,457	0,016	0,374	0,368	0,288
6_20_4	1,59	1,572	0,031	0,798	0,425	0,915
6_20_5	0,439	0,414	0,015	0,501	0,203	0,439
MÉDIA	0,6382	1,175	0,0164	0,5276	0,3672	0,538
6_40_1	6872,82	1692,45	0,455	9851,5	23,58	12733,3
6_40_2	82,753	33,201	2,575	113,288	10,569	349,654
6_40_3	91,56	23,76	0,423	112,325	6,798	74,352
6_40_4	87,719	75,953	0,595	124,759	15,487	38,737
6_40_5	344,875	18899,5	0,298	209,158	980,607	190,264
MÉDIA	1495,9454	4144,9728	0,8692	2084,22	207,4082	2677,2616
6_60_1	24341,2	15498,1*	0,989	34065,5	11503,6*	3716,32
6_60_2	45094,9*	31271,4*	1,239	21589,6*	30469,4	2807,84
6_60_3	8603,82	22005,9*	5,475	27245,1	6516,13*	2532,46
6_60_4	13327,7*	21345,7*	3,561	18319	6996,12	16246,9*
6_60_5	24732,3	21284,7*	0,407	24093,4*	14221,5*	63794,2
MÉDIA	23219,984	22281,16*	2,3342	25062,52	13941,35	17819,544

\*Instâncias onde houve estouro de memória de processamento antes de encontrar o resultado ótimo

Fonte: O Autor (2023)

É possível avaliar que, para a instância 6\_20, os tempos de resolução para todas as políticas, de mesmo modo que ocorreu para a instância 4\_20, são muito próximos, o que, novamente deixa a escolha da política a ser aplicada, a cargo do tomador de decisões.

À medida que o número de silos e períodos de tempo nas instâncias aumentam, novamente, a política Rocha2, se mostra como a mais vantajosa, encontrando resultados ótimos em menor tempo computacional, consideravelmente, menor, além de não apresentar estouros para nenhuma das instâncias.

Quando avalia-se as demais políticas, percebe-se que, para as instâncias de 6\_40, em que o tempo de resolução cresce de forma significativa, onde a política Rocha1, se mostra a menos interessante, em termos de tempo, apresentando um tempo médio de resolução das instâncias próximos de 4000 segundos, seguida da política SF2, cujo tempo médio foi próximo de 2600 segundos. Para este conjunto, todas as políticas, de mesmo modo que para as instâncias 6\_20, encontraram a solução ótima.

Para as instâncias 6\_60, as políticas Reis4 e Rocha3 são as que apresentam os piores tempos de processamento. No entanto, em termos de estorno, a política Rocha2, foi a única que resolveu todas as instâncias, tendo um tempo médio de 2,3 segundos para resolvê-las, enquanto as políticas Rocha1, não foi capaz de resolver nenhuma instância e, a política SF1, resolveu apenas as instâncias 6\_60\_2 e 6\_60\_4.

Finalizando a discussão, a respeito do tempo despendido na solução das políticas, a Tabela 9, apresenta os tempos de resolução para as instâncias de 9 silos.

Nesse sentido, é perceptível a complexidade da política Rocha1, na resolução do problema, uma vez que, esta já apresenta estorno para a instância 9\_40, sendo a única política que não foi capaz de resolver alguma das instâncias desse conjunto. Além disso, a política Rocha1 é, novamente, a política que apresenta os maiores tempos de resolução.

Outro ponto interessante é que, exceto a política Rocha2, a qual, ainda apresenta os melhores tempos computacionais, mesmo para as maiores instâncias, todas as políticas apresentaram estouros para as instâncias de 9\_60. Nesse cenário, as políticas Reis4, Rocha1, Rocha e SF2, não foram capazes de processar nenhuma das instâncias, enquanto a política SF1, resolveu apenas duas instâncias.

Assim, é notório o bom desempenho, em termos de tempo despendido, da política Rocha2, que, além de possuir os menores tempos, foi capaz de resolver todas as instâncias utilizadas, encontrando a solução ótima. No entanto, é preciso avaliar que, o fato da política Rocha2 possuir os menores tempos de processamento justamente, devido a eliminação de variáveis binárias, a modelagem que representa a política Rocha2, reduz a complexidade e, por isso retorna resultados em tempos computacionais menores. Por outro lado, a política Rocha1 apresentou tempos computacionais elevados, em relação à política SF1, o que atesta que, ao se trabalhar com objetivos simultâneos, ou seja, minimizar os movimentos do equipamento, junto com a minimização da diferença entre os níveis dos silos, aumentam, de forma significativa, a complexidade do modelo, tornando-o mais suscetível à extrapolar a capacidade de processamento e gerar estouros de memória.

Tabela 9 – Tempo de resolução para instâncias de 9 silos (segundos)

Instância	Reis 4	Rocha 1	Rocha 2	Rocha 3	SF1	SF2
9_20_1	1,428	0,901	0,364	2,974	0,34	1,931
9_20_2	1,428	0,849	0,423	3,326	0,355	1,93
9_20_3	1,036	1,914	0,047	1,051	0,808	0,259
9_20_4	3,282	5,446	0,533	4,019	3,299	2,554
9_20_5	0,628	2,589	0,454	0,848	0,467	0,651
MÉDIA	1,5604	2,3398	0,3642	2,4436	1,0538	1,465
9_40_1	1986,82	390,008	2,127	928,078	86,057	4194,63
9_40_2	110,144	41,062	8,975	196,469	35,256	381,702
9_40_3	935,563	707,709	1,538	943,948	120,994	4251,43
9_40_4	3311,28	1559,91	5,819	6588,68	349,09	2785,76
9_40_5	108,905	23798,9*	0,848	105,772	729,788	271,456
MÉDIA	1290,5424	5299,5178	3,8614	1752,5894	264,237	2376,9956
9_60_1	35659,1*	77563,1*	2,858	30122,9*	54108,7	30362,2*
9_60_2	45703*	65865,9*	54,132	58473,8*	27294,4	120765*
9_60_3	94276,3*	60389*	449,843	50174,4*	44879,5*	57666,3*
9_60_4	60241,4*	48257,6*	3,532	113581*	72172,5*	102248*
9_60_5	53445,4*	44079,8*	23,767	45802,5*	98988,2*	114376*
MÉDIA	57865,04*	59231,08*	106,8264	59630,92*	59488,66	85083,5*

\*Instâncias onde houve estouro de memória de processamento antes de encontrar o resultado ótimo

Fonte: O Autor (2023)

Por fim, quando se realiza a comparação entre as políticas Rocha1, Rocha3 e Reis4, é possível verificar, como a inserção de mais um objetivo na modelagem impacta em todo o modelo. Nesse sentido, a modelagem da política Rocha3, construída por meio da junção das políticas Rocha2 e SF2, retorna tempos computacionais ainda elevados para instâncias menores do problema, mas, quando comparados os tempos médios para instâncias de 9 silos, as maiores propostas neste trabalho, a mesma resulta em um tempo computacional muito próximo da política SF1, tornando-a muito interessante, em termos exclusivamente de tempo, para aplicação em instâncias maiores.

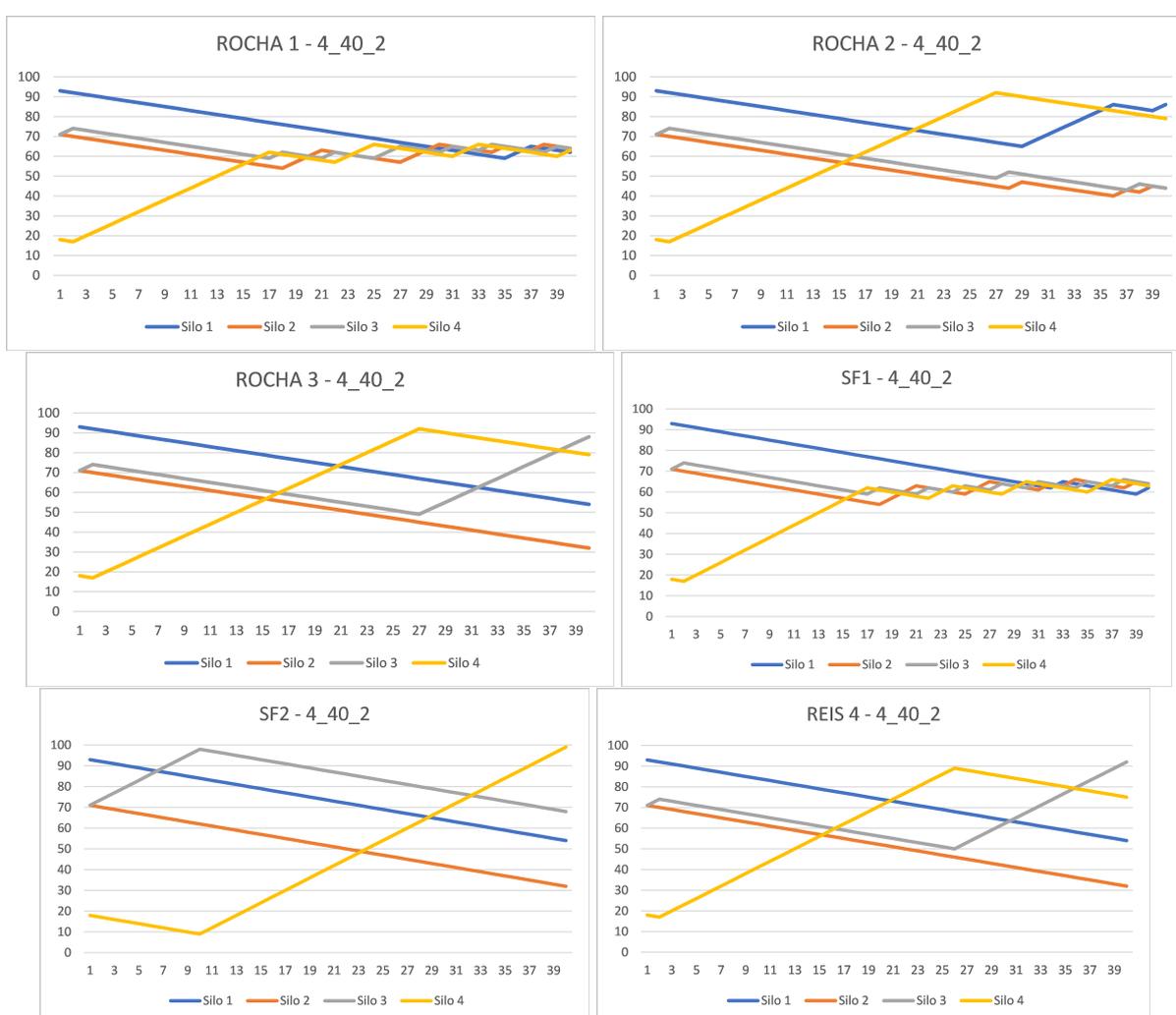
### 5.3 Equilíbrio dos níveis dos silos

Nesta seção serão apresentados o comportamento dos níveis dos silos ao longo dos períodos de tempo e, a compreensão destes não é trivial. Na verdade, é a partir desses gráficos em que os comportamentos das políticas avaliadas pode ser utilizado para verificar a viabilidade, ou não, de aplicação para as instâncias propostas no trabalho.

Devido ao alto número de testes realizados, duas das 45 instâncias foram selecionadas

para se analisar detalhadamente, sendo elas as instâncias 4\_40\_2 e 9\_40\_2. A primeira foi escolhida por ser uma instância de menor porte, com horizonte de planejamento intermediário e que apresenta dois silos com níveis iniciais similares e outros dois com valores completamente discrepantes. Já a segunda instância representa a de maior porte que obteve resultado ótimo para todas as políticas. Nela, 3 silos apresentam baixa taxa de preenchimento e os demais uma alta taxa, ao início do horizonte de planejamento. A Figura 4, apresenta os resultados obtidos para a instância 4\_40\_2. O movimento do equipamento para um silo implica o descarregamento de material sobre ele. Tal descarregamento é representado pelos picos de subida e o decrescimento é, de forma contrária, o decrescimento da linha.

Figura 4 – Equilíbrio dos níveis ao longo do tempo para a instância de 4 silos.



Fonte: O Autor (2023)

É possível notar que as políticas Rocha1 e SF1 apresentam comportamento similares, ao longo do tempo. Além disso, os níveis dos silos ao final horizonte de planejamento é similar para as duas políticas. A diferença é que, como pode ser visto, a política Rocha1 apresenta uma variação menor da quantidade de movimentos.

Outra avaliação interessante de ser realizada é o comportamento similar das políticas

Rocha3 e Reis4, apresentando movimentos do carro *tripper* nos mesmos períodos e/ou em períodos próximos. Esse comportamento pode ser explicado pela similaridade dos objetivos, que consiste no equilíbrio dos silos e minimização dos movimentos do equipamento em todos os períodos de tempo. Nesta comparação, a política Rocha3 apresenta ligeira vantagem em relação à Reis4, uma vez que a diferença entre o silo de maior nível e o de menor nível é de 56 para Rocha3, contra 60 para Reis4, ao final do horizonte de planejamento.

A política Rocha2 conseguiu apresentar um comportamento, inicialmente, muito parecido com as políticas Rocha3 e Reis4, sendo que, ao fim, ela apresentou um equilíbrio melhor que estas. A política SF2, que não tem enfoque em equilíbrio e, sim em reduzir a movimentação do *tripper* apresentou os piores resultados se comparada a essa métrica.

A Figura 5, apresenta os resultados para a instância 9\_40\_2. Avaliando esse cenário, é possível notar que até o 9º período de tempo, o comportamento das 6 políticas é bastante similar para os silos com maiores níveis. As mudanças mais significativas, que distinguem os comportamentos de cada uma, inicialmente, são observados nos silos de menor nível, onde fica perceptível como cada uma procede para minimizar a diferença entre níveis, com o intuito de atingir o equilíbrio.

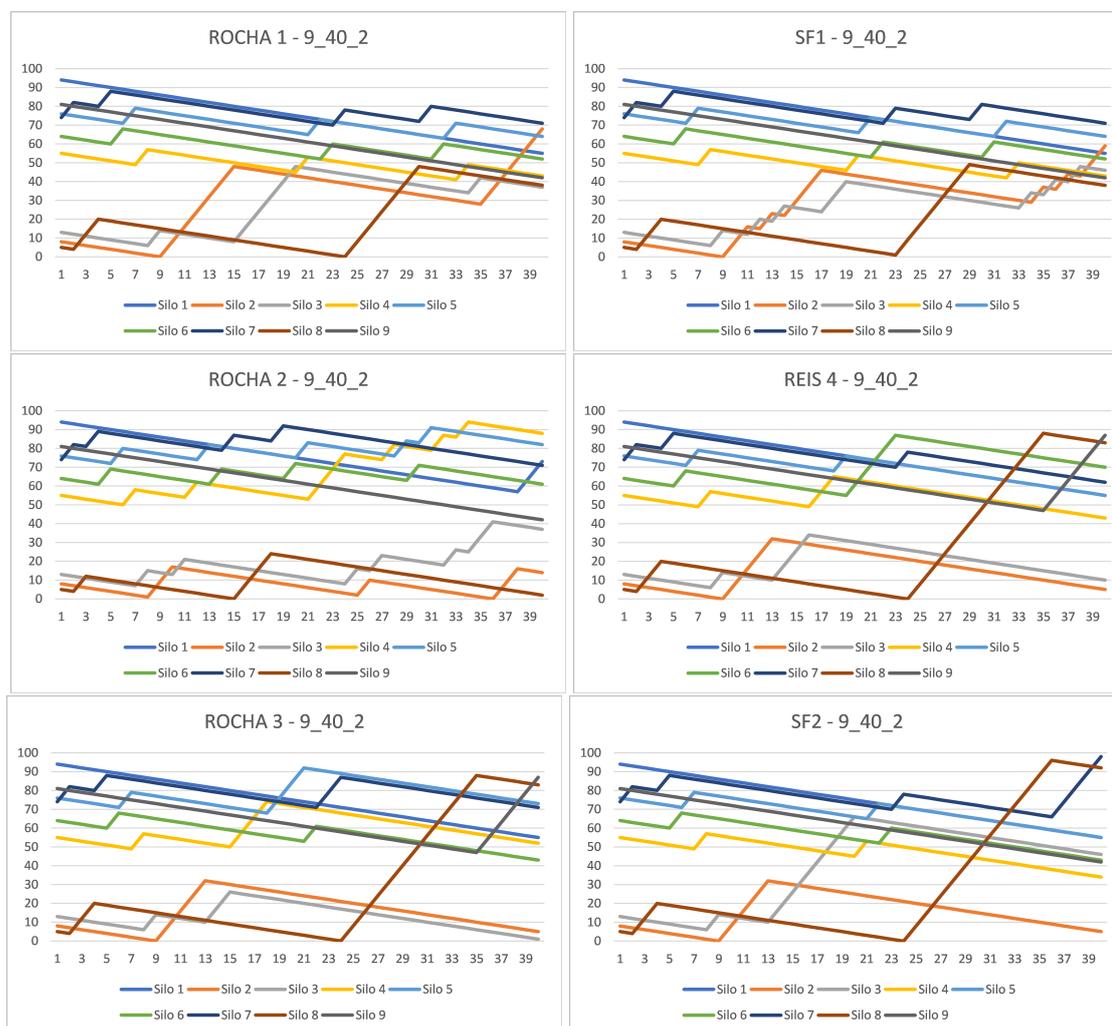
Assim, analisando os gráficos das políticas, em todas, o Silo 1, é o que inicia a operação com o maior nível, de 94%. À medida que o tempo passa, é possível perceber que em nenhum momento o carro *tripper* realiza o reabastecimento desse silo.

Avaliando a política Rocha2, que tem enfoque exclusivo no equilíbrio dos níveis, fica perceptível a ineficiência da mesma em proporcionar o equilíbrio ao longo do tempo. Isso pode ser evidenciado, ao avaliar o esforço em manter o nível do silo 4 elevado, enquanto os silos de menor nível, como os silos 2 e 8, atingem o nível zero, que é crítico ao equipamento, três vezes ao longo do tempo, duas vezes para o silo 2, que apresenta uma tendência a zerar a cada reabastecimento e, uma vez para o silo 8. Já, para as demais políticas, esse fenômeno ocorreu apenas uma vez para o silo 2 e outra para o silo 8.

Para essa avaliação, as políticas Rocha1 e SF1, apresentam os melhores resultados, uma vez que, a medida em que o tempo passa, o sistema tende a um maior equilíbrio entre níveis, mostrando o crescimento, a partir do abastecimento, dos silos de menores níveis e, decréscimo dos silos com níveis elevados, conseguindo, dessa forma, deixar o sistema mais equilibrado no último período de tempo testado.

As políticas Rocha3, Reis4 e SF2, apresentam resultados similares e, também, são interessantes, por promover um equilíbrio dos níveis, ao fim do último período de tempo, para a maioria dos silos. Ainda assim, as políticas Rocha3 e Reis4 apresentam 2 silos, cujo comportamento destoa dos demais, apresentando níveis muito baixos. Pela análise dos gráficos é possível perceber que o comportamento é o mesmo para as duas políticas, aumentando os cenários em que os silos permaneceram com níveis mínimos. Para a política SF2, essa diferença

Figura 5 – Equilíbrio dos níveis ao longo do tempo para a instância de 9 silos.



Fonte: O Autor (2023)

ocorre apenas para um silo, cujo o comportamento se assemelha ao das outras duas políticas supracitadas.

#### 5.4 Quantidade de movimentos realizados

Nesta seção será analisada, em termos de movimentação do equipamento, a eficiência das políticas propostas neste trabalho, em relação às já propostas nos trabalhos anteriores. Como é para se lembrar, das três políticas propostas, duas tem como objetivo a redução do consumo energético da operação, permitido pela minimização do número de movimentos do *tripper*. A Tabela 10 apresenta o número de movimentos realizados pelo *tripper* em cada política para instâncias de 4 silos.

Atualmente, dentre as políticas propostas na área de estudo, quatro possuem enfoque na eficiência energética, diretamente com a movimentação do equipamento: SF2, Reis4, Rocha1 e Rocha3. Dessa forma, fica evidente o comportamento dessa métrica de avaliação para as políticas

Tabela 10 – Número de movimentos realizados para as instâncias de 4 silos

Instância	Reis 4	Rocha 1	Rocha 2	Rocha 3	SF1	SF2
4_20_1	2	2	6	2	5	0
4_20_2	5	14	14	5	15	4
4_20_3	1	2	8	1	7	1
4_20_4	-	2	-	-	5	-
4_20_5	3	7	10	3	14	3
MÉDIA	2,75	5,4	9,5	2,75	9,2	2
4_40_1	1	15	20	1	31	1
4_40_2	2	15	8	2	18	1
4_40_3	7	29	30	6	30	2
4_40_4	2	15	16	2	21	1
4_40_5	6	13	22	6	22	6
MÉDIA	3,6	17,4	19,2	3,4	24,4	2,2
4_60_1	6	23	22	6	32	4
4_60_2	3	-	27	3	-	2
4_60_3	4	25	22	4	28	4
4_60_4	4	24	21	6	38	4
4_60_5	6	18	33	6	27	6
MÉDIA	4,6	22,5	25	5	31,25	4

Fonte: O Autor (2023)

com e sem enfoque na movimentação do *tripper*. Assim, é possível observar que, tais políticas apresentam os melhores resultados para a métrica de avaliação no conjunto de instâncias de 4 silos.

Em termos gerais, ao analisar o comportamento das políticas, as políticas SF2 e Rocha3, são as que melhor cumprem com a minimização de movimentos. Isso pois, uma tem por único objetivo a minimização dos movimentos, e a outra trabalha com todo o horizonte de planejamento, por meio da atualização de uma variável que, diferente das demais, que, utiliza a redução aliada a outro objetivo a cada período e acumula os valores na variável.

Para a instância de 4 silos fica perceptível que, as políticas que não levam em consideração a movimentação do *tripper* na função objetivo, ou seja, as políticas Rocha2 e SF1, tendem a realizar um número de movimentos superior às demais, mesmo para as menores instâncias. Aqui vê-se que a política Rocha2, ainda que seja a melhor no quesito tempo de resolução, é onerosa tanto em equilíbrio de níveis, quanto em movimentações, uma vez que à medida em que as instâncias crescem, essa política aumenta, de forma significativa, o número de movimentos.

Ainda nesse enfoque, a política Rocha1, quando avaliada de forma conjunta, entre equilíbrio e movimentos realizados, começa a se mostrar como uma boa alternativa, pois realiza um número de movimentos inferior, quando comparada a política SF1, por ser capaz de gerar um equilíbrio muito semelhante com um menor número de movimentos realizados.

À medida em que o número de silos aumenta nas instâncias, é possível perceber que o comportamento das políticas se mantém. Assim, a Tabela 11 apresenta o número de movimentos realizados em cada política para as instâncias de 6 silos.

Tabela 11 – Número de movimentos realizados para as instâncias de 6 silos

Instância	Reis 4	Rocha 1	Rocha 2	Rocha 3	SF1	SF2
6_20_1	3	9	11	3	16	3
6_20_2	5	9	5	5	12	5
6_20_3	3	6	10	3	12	3
6_20_4	5	9	16	5	10	5
6_20_5	5	9	8	5	16	5
MÉDIA	4,2	8,4	10	4,2	13,2	4,2
6_40_1	9	19	27	9	28	9
6_40_2	7	11	31	7	14	7
6_40_3	6	10	30	6	14	6
6_40_4	6	11	24	6	19	5
6_40_5	5	20	28	5	30	5
MÉDIA	6,6	14,2	28	6,6	21	6,4
6_60_1	7	-	39	-	-	6
6_60_2	-	-	32	-	38	6
6_60_3	7	-	45	7	-	4
6_60_4	-	-	48	-	48	0
6_60_5	7	-	36	7	-	6
MÉDIA	7	-	40	7	43	4,4

Fonte: O Autor (2023)

Nesse novo cenário, a política Rocha2, permanece sendo a que mais realiza movimentações na busca de equilíbrio. Importante lembrar que, avaliar a métrica de movimento para esta política, tal qual a política SF1, não diz sobre a eficiência da mesma, uma vez que, em seu escopo a minimização de movimentos não é um dos objetivos estabelecidos. No entanto, avaliar o número de movimentos executados pelas políticas Rocha2 e SF1, mostra que além desta última conseguir silos mais equilibrados, conforme apresentado na seção anterior, a política SF1 é capaz de realizar menor número de movimentos, quando comparada à Rocha2.

É possível, ainda, avaliar o desempenho das políticas que levam em consideração a minimização de movimentos do carro. Assim, as políticas SF2, Reis4 e Rocha3 continuam realizando menos movimentos do que Rocha1, o que, mais uma vez, não invalida esta, pois, em termos conjuntos de movimento e equilíbrio, a política Rocha1 consegue gerar resultados muito interessantes, em relação às demais, com um número reduzido de movimentação.

Por fim, a Tabela 12 apresenta as movimentações do equipamento em cada política, onde fica notório o comportamento das políticas que apresentam foco em minimização de movimentos conseguirem atender este objetivo, enquanto as que não possuem, apresentarem um número de movimentação muito superior.

Tabela 12 – Número de movimentos realizados para as instâncias de 9 silos

Instância	Reis 4	Rocha 1	Rocha 2	Rocha 3	SF1	SF2
9_20_1	2	8	15	3	12	2
9_20_2	2	8	15	2	12	2
9_20_3	1	5	13	1	16	1
9_20_4	2	7	7	2	12	2
9_20_5	3	8	11	3	17	3
MÉDIA	2	7,2	12,2	2,2	13,8	2
9_40_1	9	15	25	9	17	9
9_40_2	14	19	31	14	28	14
9_40_3	9	18	23	9	24	9
9_40_4	10	16	35	10	23	9
9_40_5	7	-	33	7	32	7
MÉDIA	9,8	17	29,4	9,8	24,8	9,6
9_60_1	-	-	43	-	40	-
9_60_2	-	-	38	-	38	-
9_60_3	-	-	52	-	-	-
9_60_4	-	-	43	-	-	-
9_60_5	-	-	49	-	-	-
MÉDIA	-	-	45	-	39	-

Fonte: O Autor (2023)

Assim, no panorama geral, as políticas Reis4, Rocha1, Rocha3 e SF2, são capazes de gerar bons resultados na minimização de movimentos do *tripper*. Quando comparadas às políticas Rocha2 e SF1, vê-se que a política Rocha1 se destaca, por conseguir, além de reduzir o número de movimentos, conseguir propiciar níveis de equilíbrio próximos e, em algumas instâncias iguais aos obtidos pela política SF1 com um número de movimentações reduzido.

#### 5.4.1 Movimentos realizados em instâncias específicas

Para exemplificar mais detalhadamente, as instâncias utilizadas nesta seção, serão as mesmas utilizadas para discutir a seção de equilíbrio dos níveis dos silos, sendo elas a instância 4\_40\_2 e a instância 9\_60\_2 sendo a intermediária e maior instância, respectivamente. Assim, a Tabela 13, apresenta a relação de movimentos realizados pelo *tripper* em cada política.

Tabela 13 – Número de movimentos realizados em cada política

Instância	Reis 4	Rocha 1	Rocha 2	Rocha 3	SF1	SF2
4_40_2	2	15	8	2	18	1
9_40_2	14	19	31	14	28	14

Fonte: O Autor (2023)

Para a instância 4\_40\_2, as políticas que levam em consideração o número de movimentos que o carro *tripper* realiza, são inferiores a 5%, do período de planejamento para as políticas

SF2, Reis4 e Rocha3. Quando observa-se o comportamento da política Rocha1, que surgiu da fusão da política SF1 e SF2, é possível perceber que, esse número sobe para 37,5%, mostrando um número muito maior de movimentações no período de planejamento. Esse valor, mesmo sendo relativamente maior, não invalida a política, pois, como apresentado na seção anterior, esta foi capaz de proporcionar um dos melhores equilíbrios dos níveis e, quando comparada à política SF1, essa política apresenta os mesmos resultados em termos de equilíbrio, apresentando um número de movimentações cerca de 8% menor que a política SF1, para essa instância do problema.

Mesmo não sendo o enfoque da política Rocha2, o número de movimentos realizados pelo equipamento ficou em cerca de 20% do período de planejamento, o que, se comparado à política SF1, utilizada para a construção da Política Rocha2, que apresentou um número de movimentação de 45% do período, mostra que, a modificação realizada de buscar o equilíbrio dos silos em todos os períodos de tempo e, não mais, a cada período, também impacta no número de moviemntos realizados, tornando as políticas que não consideram essa métrica mais influenciáveis pelas instâncias do problema.

Quando a instância do problema aumenta para 9 silos, é possível avaliar que, a política Rocha1 ainda apresenta o maior número de movimentações, sendo igual a 47,5% contra os 35% de moviemntnos realizados pelas políticas SF2, Reis4 e Rocha3. Ainda assim, quando se avalia o comportamento da política em termos de equilíbrio dos níveis, a mesma apresenta os melhores resultados, justificando o aumento no número de moviemtnações.

Ainda nessa comparação, a política Rocha1, novamente se mostra mais vantajosa, em termos de movimentos, em relação a política SF1, em que o número de movimentos é igual a 70% do período de planejamento, mostrando uma redução de 22,5% no número de movimentos do equipamento durante a operação.

No novo cenário, promovido pela instância 9\_40\_2, a política Rocha2 reforça, o que foi discutido anteriormente, acerca da influência que as políticas que, não levam a métrica de movimentação em consideração, sofrem com a modificação das intâncias. Nesse aspecto, o número de movimentos aumentou de 20% para 77,5% no período de planejamento, mostrando um aumento significativo propiciado pelo aumento da instância de 4 para 9 silos.

Outra comparação que pode ser estabelecida, fica entre as políticas Rocha2, cujo objetivo é minimizar a diferença entre os silos de maior e menor níveis em todos os períodos de tempo e a política Rocha3, consistida na Rocha2 com o acréscimo da minimização de movimentos. Nesse sentido, ainda de acordo com a Tabela 13 é possível constatar que na instância de 4 silos e 40 períodos de tempo (4\_40\_2) o *tripper* realizou movimentos em 20% do horizonte de planejamento na política Rocha2, contra 5% realizados na política Rocha3. Para a instância de 9 silos e 40 períodos de tempo essa porcentagem altera para 77,5% da política Rocha2 e 35% para a política Rocha3.

### 5.5 Equilíbrio dos silos ao final do horizonte de planejamento

Nestá última seção será avaliado o equilíbrio dos silos ao final do horizonte de planejamento. Dessa forma, esta seção parte da análise dos gráficos que seguirão ao decorrer da mesma. Tais gráficos avaliam cada uma das políticas da menor diferença entre os níveis até a maior diferença. Assim, a Figura 6 apresenta os resultados obtidos para os equilíbrios ao final dos períodos de tempos nas 15 instâncias de 4 silos, para cada uma das 6 políticas.

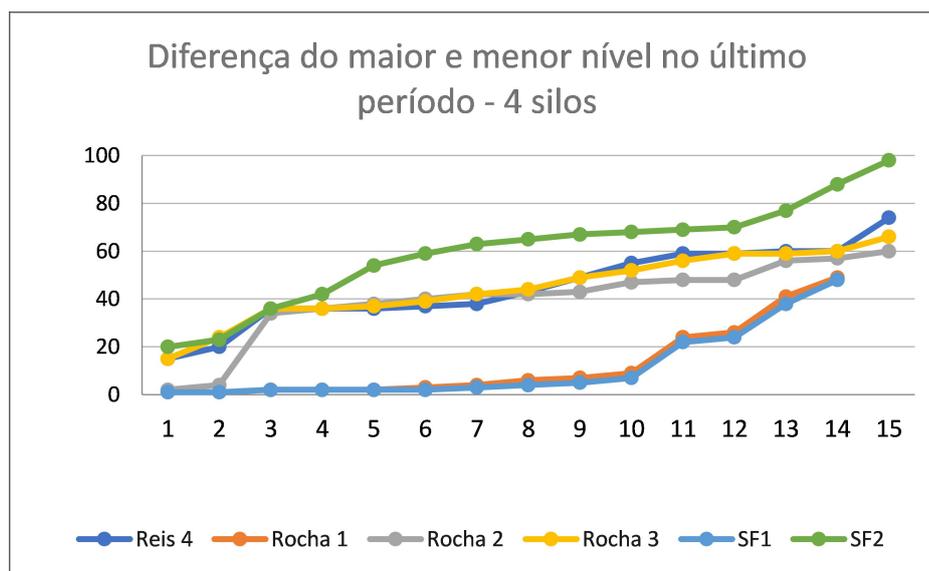


Figura 6 – Equilíbrio dos níveis ao final do horizonte de planejamento para 4 silos. Fonte: O Autor (2023)

Como é possível avaliar, as políticas SF1 e Rocha1 são as duas políticas que apresentam a menor variação, entre os silos de maior e menor nível, ao final dos períodos de tempo, de, no máximo 50 unidades em todas as instâncias. O que mostra a eficiência em equilibrar os níveis que essas duas políticas possuem. Ainda nessa análise, é possível observar que, em ambas, uma das instâncias não está representada. Isso ocorre, pois as duas políticas apresentaram estouros de memória para as instâncias maiores do conjunto.

É possível avaliar, ainda, que a política SF2, em termos de equilíbrio, foi a que apresentou a maior diferença entre os níveis, chegando a 98 unidades, que é quase a diferença máxima do sistema em questão, mostrando que, mesmo que seja eficiente na minimização de movimentos, esta não proporciona bons níveis de equilíbrio. Já, as políticas Reis4, Rocha2 e Rocha3, podem ser vistas como intermediárias, pois são capazes de promover certo nível de equilíbrio, ou seja, minimizar a diferença entre os níveis de maior e menor valor e, no caso de Reis4 maximizar o menor e minimizar o maior nível e, ao final apresentar valores máximos entre 55 e 75 unidades.

À medida que as instâncias crescem, em termos de número de silos, há uma mudança de comportamento das políticas, principalmente, devido à ocorrência dos estouros de memória, assim, a Figura 7 apresenta a diferença dos níveis de maior e menor valor ao final do horizonte

de planejamento para instâncias com 6 silos.

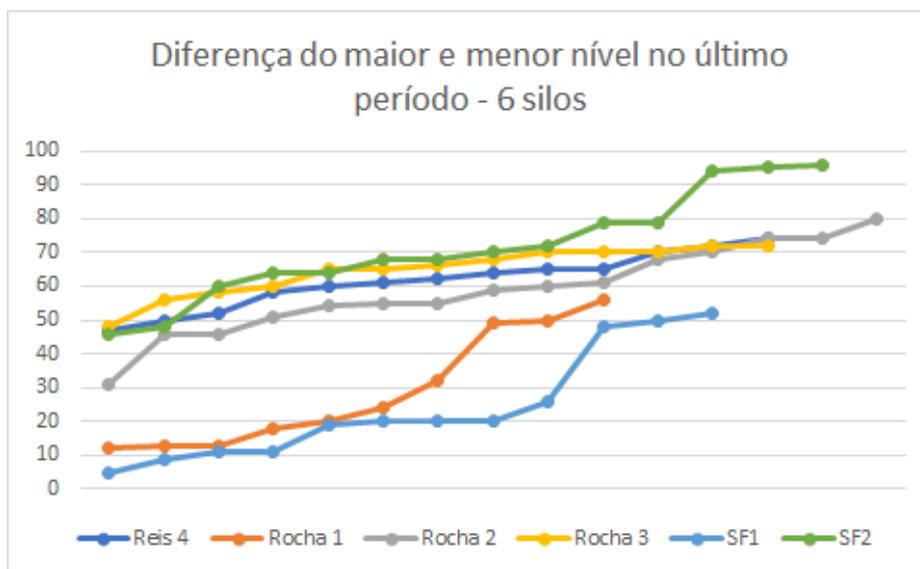


Figura 7 – Equilíbrio dos níveis ao final do horizonte de planejamento para 6 silos. Fonte: O Autor (2023)

Como é possível analisar, mais políticas não chegam ao final das 15 instâncias, justamente devido aos estouros de memória, gerados pelo aumento da dificuldade de resolução do problema, a partir do aumento das instâncias. Assim sendo, de maneira geral, as políticas SF1 e Rocha1, permanecem como as que apresentam a menor diferença, como pode ser observado até a décima instância. A política SF1, gera uma diferença ainda menor de 52 unidades, contra 56 de Rocha1.

No cenário de 6 silos, a política SF2 ainda é a que apresenta a maior diferença entre os níveis, sendo o valor máximo de 96 unidades. Novamente, Reis4, Rocha2 e Rocha3, apresentam valores intermediários que variam entre 60 e 70 unidades, ao longo do horizonte de planejamento, para a instância de maior diferença entre o menor e o maior nível ao final do horizonte de planejamento.

Por fim, pode-se avaliar o desempenho das políticas na minimização das diferenças entre os níveis para a última instância proposta. Nesse contexto, a Figura 8 apresenta o gráfico que avalia a diferença entre os níveis para as instâncias de 9 silos em todo o horizonte de planejamento.

As instâncias de 9 silos foram as que sofreram com a maior quantidade estouros de memória. Por isso, é possível observar que, assim como discutido na seção de tempos computacionais, a política Rocha2 foi a única que gerou resultados em todas as instâncias, justamente por ter sido a única que não extrapolou a capacidade de processamento da máquina.

Para essas instância é possível avaliar que a política SF1 mantém um equilíbrio ainda maior entre os níveis, com o valor máximo de 52 unidades. A política Rocha1, para esse conjunto de instâncias, sofreu uma variação maior, saindo de 56 para 63 unidades, mostrando que, mesmo

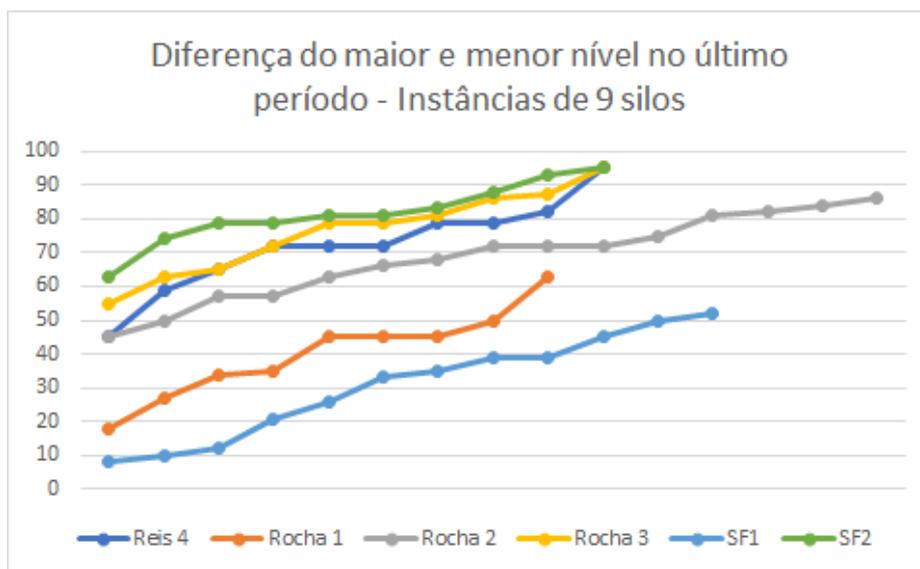


Figura 8 – Equilíbrio dos níveis ao final do horizonte de planejamento para 9 silos. Fonte: O Autor (2023)

sendo uma das mais equilibradas, essa política sofre mais impacto com o aumento das instâncias, em termos de equilíbrio. Interessante comparar também, que, com o aumento do porte dessas instâncias, as diferenças de níveis finais entre SF1 e Rocha1 aumentam, o que pode gerar uma possibilidade de maior discrepância em casos de instâncias ainda maiores.

É possível avaliar que, as políticas SF2, Reis4 e Rocha3 passaram a ter os maiores valores de diferença, sendo o valor máximo de 95 unidades para todas. Já, a política Rocha2, é a única intermediária, possuindo um valor máximo de diferença de 86 unidades que, se comparado às políticas SF1 e Rocha1 também pode ser considerado elevado.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Tendo as considerações realizadas anteriormente, é possível avaliar que, o presente trabalho foi capaz de atender aos objetivos estabelecidos. Mesmo que os quesitos ao tempo computacional de processamento dos problemas não sendo os melhores dentro da literatura existente, ao se avaliar o desempenho, dado o elevado grau de complexidade do problema de movimentação do *tripper*, vê-se que, em termos teóricos e práticos, novos resultados relevantes, obtidos até o momento, são apresentados pelas modelagens propostas neste trabalho.

A política Rocha1, no âmbito teórico, pode ser a pior avaliada, por dispendar tempos significativamente grande para solucionar todas as instâncias, inclusive de menor porte. No entanto, quando avalia-se o desempenho na geração de soluções, tem-se que, em aspectos práticos, esta é uma boa política para solucionar o problema, uma vez que, avaliando os resultados, esta é, até o atual momento, a política que melhor cumpriu os requisitos de equilíbrio de silos e redução dos movimentos do equipamento. Quando avalia-se esta política com as políticas Rocha3 e Reis4, vê-se que, a política proposta é capaz de gerar resultados no equilíbrio dos silos muito similares às políticas comparadas, apresentando um número de movimentações inferior.

Em um outro enfoque, a política Rocha2, de forma contrária à Rocha1, pode ser entendida, no âmbito teórico, como uma política boa, pois é capaz de gerar os resultados no menor tempo computacional dentre as três políticas de movimentação, por se basear na solução do problema, excluindo as variáveis binárias do problema e garantindo a resolução em um tempo computacional aceitável do problema propostas neste trabalho. No entanto, ao avaliar no cenário prático, esta mesma, não é capaz de gerar resultados satisfatórios para o consumo de energia elétrica e em equilibrar os níveis dos silos, tendo um comportamento inverso à primeira política proposta.

Por fim, a política Rocha3 não apresentou resultados tão significativos para solucionar o problema. Essa política não apresentou nem um equilíbrio tão evidente, tampouco foi capaz de minimizar o número de movimentos do equipamento, o que, para esta, foi estabelecido como objetivo.

Assim, pode-se dizer que, o presente trabalho atingiu seus objetivos, trazendo à luz três novas políticas, das quais, duas apresentam relevância prática e teórica, apresentando lacunas para o desenvolvimento de novos trabalhos na área. A utilização de instâncias desequilibradas, já existentes na literatura, bem como a geração de novas instâncias é uma proposição interessante.

Além do que foi concluído, é possível propor novos trabalhos que podem ser desenvolvidos, com o intuito de dar sequência na área de estudo. Algumas proposições que podem ser destacadas são: a utilização de métodos de solução alternativos, como metaheurísticas, aplicadas a política Rocha1, também se mostram promissoras, uma vez que, se soluções próximas a ótima forem encontradas por estes métodos, em tempos computacionais muito inferiores, o auxílio ao

tomador de decisão, no ponto de vista prático, será relevante. Outra proposição é uma comparação das novas abordagens com as abordagens já existentes na literatura que não foram aqui abordadas, para se avaliar, de maneira geral, como todas as abordagens se comportam quando comparadas em conjunto.

## REFERÊNCIAS

- ALEXANDRE, R. F. *Modelagem, simulação da operação e otimização multiobjetivo aplicadas ao problema de despacho de veículos em Minas a céu aberto*. Monografia (Dissertação (Mestrado em Engenharia Eltrica)), Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil, 2010. Citado na página 17.
- BARCELOS, B. O.; EVANGELISTA, M. L. S.; SEGATTO, S. S. A importância e a aplicação da pesquisa operacional nos cursos de graduação em administração. *RACE-Revista de Administração, Contabilidade e Economia*, 2012. v. 11, n. 2, p. 381–405, 2012. Citado na página 17.
- CALDAS, F.; MARTINS, A. Proposed solutions to the tripper car positioning problem. In: . [S.l.: s.n.], 2018. p. 344–352. Citado 14 vezes nas páginas 9, 10, 12, 13, 18, 19, 21, 22, 24, 25, 28, 30, 31 e 37.
- CALDAS, F. N. *Propostas para solução do problema de movimentação de tripper*. Monografia (Dissertação (Mestrado em Ciência da computação)), Ouro Preto, Minas Gerais, Brasil, 2018. Citado 6 vezes nas páginas 28, 29, 30, 31, 32 e 33.
- CAMPELLO, R. E. Programação dinâmica determinística e estocástica. *XXXIV Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional - SBPO*, 2002. 2002. Citado na página 26.
- CASTRO, L. N. D.; ZUBEN, F. J. V. The clonal selection algorithm with engineering applications. In: *Proceedings of GECCO*. [S.l.: s.n.], 2000. v. 2000, p. 36–39. Citado na página 33.
- CORDENONSI, A. Z. *Ambientes, objetos e dialogicidade: uma estratégia de ensino superior em heurísticas e metaheurísticas*. Monografia (Tese (Doutorado em Informática na Educação)), 2008. Citado na página 29.
- FARIA, L. F. M. d. *Pesquisa Operacional Aplicada ao Problema de Mistura de Calcários Para Diferentes Mercados Consumidores*. Monografia (Monografia (Bacharel em Engenharia de Minas)), Ouro Preto, Minas Gerais, Brasil, 2022. Citado na página 17.
- FERREIRA, G. E. A competitividade da mineração de ferro no Brasil. 2001. CETEM, 2001. Citado na página 12.
- IBRAM. *Exportação de minérios foi crucial para manter saldo da balança comercial positivo em 2021*. 2022. <https://ibram.org.br/release/exportacao-de-minerios-foi-crucial-para-manter-saldo-da-balanca-comercial-positivo-em-2021>. Citado na página 12.
- IBRAM. Relatório anual de atividades. 2022. Instituto Brasileiro de Mineração, 2022. Citado na página 12.
- KIRKPATRICK, S.; JR, C. D. G.; VECCHI, M. P. Optimization by simulated annealing. *science*, 1983. American association for the advancement of science, v. 220, n. 4598, p. 671–680, 1983. Citado na página 30.
- MARTINS, L. d. O. *Uso da pesquisa operacional para avaliar cenários obtidos com modelo para dimensionamento da frota de equipamentos de carga e transporte*. Monografia (Monografia

(Bacharel em Engenharia de Minas), Ouro Preto, Minas Gerais, Brasil, 2022. Citado na página 17.

MORABITO, R.; PUREZA, V. Modelagem e simulação. *Metodologia de Pesquisa em engenharia de produção e Gestão de Operações*, 2012. p. 169–186, 2012. Citado na página 35.

MORAES, E. F. et al. Um modelo de programação matemática para otimizar a composição de lotes de minério de ferro da mina cauê da cvrd. *Rem: Revista Escola de Minas*, 2006. SciELO Brasil, v. 59, p. 299–306, 2006. Citado na página 17.

MORAIS, B. S. d. Problema de movimentação de tripper abordado por programação dinâmica. 2019. 2019. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 28.

PEDROSA, L. d. O. M. *Problema de movimentação do carro tripper-comparação de novas políticas*. Monografia (Monografia (Bacharel em Engenharia de Produção)), João Monlevade, Minas Gerais, Brasil, 2019. Citado 9 vezes nas páginas 10, 20, 22, 23, 24, 25, 26, 37 e 39.

POWELL, W. B. *Approximate Dynamic Programming: Solving the curses of dimensionality*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2007. Citado na página 26.

REIS, Y. M. *Novas Políticas para o problema de Movimentação do Carro Tripper: Considerações a Respeito do Transbordo de Silos e Economia de Energia*. Monografia (Monografia (Bacharel em Engenharia de Produção)), João Monlevade, Minas Gerais, Brasil, 2022. Citado 6 vezes nas páginas 10, 15, 22, 23, 24 e 25.

SANTOS, M. C. S. *Problema de movimentação do carro tripper: uma abordagem via programação dinâmica aproximada*. Monografia (Dissertação (Mestre em Engenharia de Produção)), João Monlevade, Minas Gerais, Brasil, 2021. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 28.

SANTOS, M. S. dos. Aplicac ao de simheuristic para operac ao eficiente de um circuito de britagem. 2019. 2019. Citado 3 vezes nas páginas 8, 13 e 14.

SILVA FILHO, E. S. d. *Modelos matemáticos e métodos heurísticos para a otimização da movimentação dos movimentos de tripper*. Monografia (Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção)), João Monlevade, Minas Gerais, Brasil, 2021. Citado 6 vezes nas páginas 15, 25, 29, 31, 32 e 33.

SILVA FILHO, E. S. d. et al. Problema de movimentação do carro tripper - análise, desenvolvimento e comparação de políticas. *LII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, 2020. 2020. Citado 7 vezes nas páginas 10, 16, 20, 24, 35, 37 e 38.

SOUZA, M. J. F. Inteligência computacional para otimização. *Notas de aula, Departamento de Computação, Universidade Federal de Ouro Preto, disponível em <http://www.decom.ufop.br/prof/marcone/InteligenciaComputacional/InteligenciaComputacional.pdf>*, 2008. v. 6, 2008. Citado na página 32.