



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
Universidade Federal de Ouro Preto
Escola de Minas – Departamento de Engenharia Civil
Curso de Graduação em Engenharia Civil



Clauder Monteiro Miranda

**ABORDAGEM CONCEITUAL DA EVOLUÇÃO DA
DEGRADAÇÃO MECÂNICA INDUZIDA PELO MÉTODO
*SUBLEVEL CAVING***

Ouro Preto

2022

Abordagem Conceitual da Evolução da Degradação Mecânica Induzida pelo Método
Sublevel Caving

Clauder Monteiro Miranda

Trabalho Final de Curso apresentado
como parte dos requisitos para obtenção
do Grau de Engenheiro Civil na
Universidade Federal de Ouro Preto.

Data da aprovação: 19/08/2022

Área de concentração: Geotecnia

Orientador: Prof. D.Sc. Adilson do Lago Leite – UFOP

Co-orientadora: Prof^a. M.Sc. Tayra Müller Silva Lopes Serra – USP/PUC Rio

Ouro Preto

2022

SISBIN - SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO

M672a Miranda, Clauder Monteiro.

Abordagem conceitual da evolução da degradação mecânica induzida pelo método sublevel Caving. [manuscrito] / Clauder Monteiro Miranda. - 2022.

34 f.: il.: color., gráf., tab..

Orientador: Prof. Dr. Adilson do Lago Leite.

Coorientadora: Ma. Tayra Müller Silva Lopes Serra.

Monografia (Bacharelado). Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de Minas. Graduação em Engenharia Civil .

1. Sublevel Caving (SLC). 2. Minas e recursos minerais. 3. Degradação Mecânica. 4. Lavra Subterrânea. I. Leite, Adilson do Lago. II. Serra, Tayra Müller Silva Lopes. III. Universidade Federal de Ouro Preto. IV. Título.

CDU 624

Bibliotecário(a) Responsável: Maristela Sanches Lima Mesquita - CRB-1716



FOLHA DE APROVAÇÃO

Clauder Monteiro Miranda

Abordagem conceitual da evolução da degradação mecânica induzida pelo método *Sublevel Caving*

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia Civil da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do Grau de Engenheiro Civil

Aprovada em 19 de agosto de 2022

Membros da banca

Prof. Dr. Adilson do Lago Leite - Orientador (Universidade Federal de Ouro Preto)
Prof. Dr. Pedro Manuel Alameda Hernández - Membro (Universidade Federal de Ouro Preto)
Engenheira M.Sc. Tayra Müller Silva Lopes Serra - Membro (PUC - Rio)

Adilson do Lago Leite, orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito na Biblioteca Digital de Trabalhos de Conclusão de Curso da UFOP em 19/08/2022



Documento assinado eletronicamente por **Adilson do Lago Leite, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 26/09/2022, às 09:24, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **0403233** e o código CRC **256F9FCC**.

Dedico este trabalho aos meus pais, José Raymundo e Maria, e aos meus irmãos, Cláudia, Claudiano, Claudson, Cleidson e Christian, pelo apoio incondicional e por serem minha base. Sem vocês, o caminho teria sido mais difícil.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos professores Tayra Müller e Adilson do Lago pela orientação. Assim como as aulas ministradas aos finais de semana pela Tayra, tais aulas foram fundamentais para o meu aprendizado em um tema tão complexo.

Aproveito para demonstrar minha gratidão também a todos os professores que, com os seus ensinamentos, me permitiram formar em engenharia civil em uma universidade tão conceituada.

Obrigado minha família pelo apoio incondicional, vocês foram em muitas vezes meu combustível para sempre ir adiante. Obrigado Deus, por me ter proporcionado esse momento tão gratificante em minha vida.

RESUMO

A mineração é de grande importância para a economia e o desenvolvimento da sociedade. Os bens minerais são essenciais na cadeia produtiva da indústria de transformação, constituindo ligas metálicas, materiais da construção civil, peças elétricas e eletrônicas etc. A classificação dos métodos de lavra mineral depende da opção escolhida para o seu processamento, sendo esta a céu aberto, subterrânea ou transição entre céu aberto e subterrânea. Dentre os métodos de forma subterrânea, classifica-se o *Sublevel Caving* (SLC) como um método de mineração massiva no qual o minério detonado e a rocha encaixante abatida deslocam-se por gravidade (KVAPIL, 1992). Porém, tal método resulta em degradação mecânica do material geológico envolvido, com consequente subsidência. Contudo, a literatura pouco tem tratado dos processos mecânicos associados à causa e à evolução da subsidência. Portanto, o presente trabalho estudou os fenômenos mecânicos associados ao método de lavra SLC, apresentando modelos conceituais de evolução do dano aplicáveis em rocha, além de ter sido realizada uma análise computacional simulando um modelo de dano que poderia ser aplicado ao método SLC, analisando a degradação mecânica associada ao processo de subsidência. Foi empregado o Método dos Elementos Finitos (MEF) para a simulação do fenômeno do dano. O modelo de dano escolhido foi aplicado ao ensaio brasileiro por ser mais simples em relação à aplicação ao *sublevel caving*. As propriedades da rocha foram baseadas em LI *et al.*, 2019, sendo considerados o módulo de elasticidade de 60,0 GPa, coeficiente de Poisson de 0,25, resistência à compressão e à tração de 200 MPa e 20 MPa, respectivamente, ângulo de atrito de 35° e resistência à tração residual de 0,1 MPa. O ensaio brasileiro foi simulado com uma carga de pico de 5660N para uma espessura unitária. Para a simulação foram empregados os carregamentos de 2850N, 3000N e 3900N. Foi observada a evolução do dano com o carregamento superior ao de pico. Apesar de não é realística, esta simulação foi realizada para observar a evolução do dano com o avanço do carregamento.

Palavras-chave: *Sublevel Caving* (SLC), Minas e recursos minerais, Degradação Mecânica, lavra subterrânea.

ABSTRACT

Mining is of great importance for the economy and the development of society. Mineral goods are essential in the production chain of the transformation industry, constituting metal alloys, civil construction materials, electrical and electronic parts, etc. The classification of mineral mining methods depends on the option chosen for its processing, which is open pit, underground or transition between open pit and underground. Among the underground methods, Sublevel Caving (SLC) is classified as a massive mining method in which the blasted ore and the downed host rock move by gravity (KVAPIL, 1992). However, this method results in mechanical degradation of the geological material involved, with consequent subsidence. However, the literature has not addressed the mechanical processes associated with the cause and evolution of subsidence. Therefore, the present work studied the mechanical phenomena associated with the SLC mining method, presenting conceptual models of damage evolution applicable in rock, in addition to having performed a computational analysis simulating a damage model that could be applied to the SLC method, analyzing the mechanical degradation associated with the subsidence process. The Finite Element Method (FEM) was used to simulate the damage phenomenon. The damage model chosen was applied to the Brazilian test because it is simpler in relation to the application to sublevel caving. The rock properties were based on LI et al., 2019, considering the modulus of elasticity of 60.0 GPa, Poisson's ratio of 0.25, compressive and tensile strength of 200 MPa and 20 MPa, respectively, angle friction of 35° and residual tensile strength of 0.1 MPa. The Brazilian test was simulated with a peak load of 5660N for a unit thickness. For the simulation, loads of 2850N, 3000N and 3900N were used. The evolution of the damage was observed with the load higher than the peak. Although not realistic, this simulation was performed to observe the evolution of damage with advancing loading.

Keywords: Sublevel Caving (SLC), Mines and mineral resources, Mechanical Degradation, underground mining.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Galeria de transporte na mina de Passagem, em Mariana (MG). Fonte: Curi (2017).	3
Figura 1.2 – Esquema geral de uma mina a céu aberto com progressão para subterrânea. Fonte: modificado de Sandier (1962), <i>apud</i> Curi, 2017.....	3
Figura 2.3 - Representação da capa, lapa e da retirada do minério através de maquinário após uma detonação. Fonte: modificado de Sandvik Group (2004), <i>apud</i> BOBADILLA, 2013.	5
Figura 2.4 – Estrutura e arranjo geométrico de uma mina explorada pelo método SLC. Fonte: Adaptado de Hamrin, 2001, <i>apud</i> BOBADILLA, 2013.....	6
Figura 2.5 – Sistema de furação em leque. Fonte: Yi <i>et al.</i> (2017).....	7
Figura 2.6 – Análise da subsidência na rocha encaixante por equilíbrio limite. Fonte: Brown, Ferguson (1979 <i>apud</i> BRADY, BROWN, 2005).....	8
Figura 2.7 – Zonas de subsidência. Fonte: BOBADILLA (2013).....	9
Figura 2.8 – Problema Fundamental de Griffith. Fonte: Leonel (2009).....	11
Figura 2.9 – Modos de sollicitação à fratura. Fonte: Leonel (2009).....	12
Figura 2.10 – Comportamento de amolecimento . Fonte: Guan <i>et al.</i> (2022).	16
Figura 2.11 – Evolução do dano em quatro distintas amostras . Fonte: Wang <i>et al.</i> (2021).....	18
Figura 3.12: Modelo numérico do ensaio brasileiro. Fonte: O autor	21
Figura 4.13: Dano com carregamento de 2850N. Fonte: O autor	22
Figura 4.14: Dano com carregamento de 3000N. Fonte: O autor	23
Figura 4.15: Dano com carregamento de 3900N. Fonte: O autor	23
Figura 4.16: Distribuição das fontes de emissão acústica durante o ensaio brasileiro no corpo de prova. Fonte: Rodríguez, Celestino, 2020.....	24

Figura 4.17: Deslocamento na direção x durante o ensaio brasileiro. Fonte: Yuan, Shen (2017).....	25
Figura 4.18: Deslocamento em mm na direção x com carregamento de 3900N, considerando o dano. Fonte: O autor	26
Figura 4.19: Deslocamento em mm na direção x com carregamento de 3900N, considerando o modelo elástico. Fonte: O autor	26
Figura 4.20: Deslocamento em mm na direção y com carregamento de 3900N, considerando o dano. Fonte: O autor	27
Figura 4.21: Deslocamento em mm na direção y com carregamento de 3900N, considerando o modelo elástico. Fonte: O autor	27
Figura 4.22: Distribuição de tensão durante o ensaio brasileiro na direções equivalentes y (a), xy (cisalhamento, b) e x (c) para um carregamento de 10kN. Fonte: Yuan, Shen (2017).	28
Figura 4.23: Tensão na direção x em MPa com carregamento de 3900N, considerando o dano. Fonte: O autor	28
Figura 4.24: Tensão na direção x em MPa com carregamento de 3900N, considerando o modelo elástico. Fonte: O autor	29
Figura 4.25: Tensão na direção y em MPa com carregamento de 3900N, considerando o dano. Fonte: O autor	29
Figura 4.26: Tensão na direção y em MPa com carregamento de 3900N, considerando o modelo elástico. Fonte: O autor	30
Figura 4.27: Tensão de cisalhamento em MPa com carregamento de 3900N, considerando o dano. Fonte: O autor	30
Figura 4.28: Tensão de cisalhamento em MPa com carregamento de 3900N, considerando o modelo elástico. Fonte: O autor	31

LISTA DE TABELAS

Tabela 3-1 – Aplicação da teoria de dano no método numérico (MEF).....	20
Tabela 3-2 – Propriedades da rocha (LI <i>et al.</i> , 2019).....	21

LISTA DE SIGLAS

CDZ – Zona de deformação contínua

CP – Corpo de prova

CZ – Zona abatida

ERV – Elemento representativo de volume

E.U.A – Estados Unidos da América

FZ – Zona de fratura

MEF – Método dos elementos finitos

MG – Minas Gerais

MPa – Mega Pascal

N - Newton

SLC – *Sublevel caving*

UFOP – Universidade Federal de Ouro Preto

ZPI – Zona de processos inelásticos

SUMÁRIO

1	Introdução	1
1.1	Objetivo	4
1.1.1	Objetivos Específicos.....	4
2	Revisão Bibliográfica.....	4
2.1	Método <i>Sublevel Caving</i>	4
2.2	Sequência executiva do método SLC.....	5
2.3	Vantagens e desvantagens do método SLC	7
2.4	Subsidência resultante ao SLC.....	8
2.5	Processo do fraturamento	10
2.6	Mecânica do Dano.....	13
3	Metodologia.....	18
4	Resultados	22
5	Conclusão e sugestões para trabalhos futuros	32
	Referências.....	33

1 INTRODUÇÃO

É de conhecimento geral que a mineração é de grande importância para a economia e o desenvolvimento da sociedade. Os bens minerais são essenciais na cadeia produtiva da indústria de transformação, constituindo ligas metálicas, materiais da construção civil, peças elétricas e eletrônicas etc.

Dentro das diversas etapas da produção mineral, a lavra envolve o conjunto de operações unitárias que visam o aproveitamento de uma jazida mineral (CURI, 2017). A classificação dos métodos de lavra depende da opção escolhida para o seu processamento, sendo esta a céu aberto, subterrânea ou transição entre céu aberto e subterrânea. É considerada a céu aberto quando não há necessidade de acesso humano ao meio subterrâneo para executá-la. O oposto define a lavra subterrânea (CURI, 2017).

A escolha do método de lavra deve buscar o aproveitamento mais lucrativo da reserva mineral, com extração completa e segura e que proporcione o menor impacto ambiental possível. Todavia, nem sempre é possível combinar todas as imposições, pois uma extração completa de uma reserva mineral pode ser a que cause maior impacto ambiental. A lavra parcial de uma jazida também é uma possibilidade, onde o foco está na reserva mais nobre do mineral e no mais baixo custo.

Portanto, devem ser avaliadas as condições da jazida e do meio físico circundante, as implicações sociais e legais e a conjuntura financeira e econômica (CURI, 2017).

A lavra a céu aberto é adotada em predomínio para jazidas aflorantes, cujos custos para exploração são menores e a extração de minério de alto teor é massiva. Em contrapartida, para jazidas em alta profundidade pode ser viável uma transição de lavra a céu aberto para subterrânea ou apenas a lavra subterrânea, permitindo uma exploração mais seletiva do minério, com o comprometimento mais restrito do uso do solo e menores danos ao meio ambiente.

Mundialmente, a escolha por lavra a céu aberto é dominante. Um dos fatores que explica essa preferência por lavra a céu aberto é a possibilidade de perfurar e detonar maior volume de minerais em relação à lavra subterrânea.

No Brasil, devido à alta demanda do mercado internacional, a hegemonia das lavras a céu aberto também é realidade. Entretanto, devido ao intenso uso do solo atual e à mais rigorosa legislação ambiental, a escolha pelo método de lavra subterrânea pode ser a única possível. Além dessa vantagem, novas metodologias, tecnologias e equipamentos são criados visando a exploração de minerais mais profundos.

Levando em conta o avanço tecnológico para a exploração mineral, além da possibilidade de exploração de novas minas, também é possível a reativação das minas a céu abertas de grande profundidade e que não eram viáveis economicamente na sua antiga exploração. Os corpos de minério dessas minas possuem, geralmente, um mergulho muito acentuado ou são quase verticais, podendo, assim, ser lavrados pelos mais rentáveis métodos de abatimento (CURI, 2017). Portanto, calcula-se que a proporção entre minas subterrâneas e a céu aberto seja mantida no médio prazo.

Segundo Curi (2017), as primeiras lavras subterrâneas referências, no Brasil, foram as de ouro da Mina de Passagem (Figura 1.1), aberta em 1819, em Mariana (MG), e a da Mina Velha, em Nova Lima (MG), iniciada em 1834.



Figura 1.1 – Galeria de transporte na mina de Passagem, em Mariana (MG).

Fonte: Curi (2017).

A Figura 1.2 ilustra uma representação da progressão de uma mina a céu aberto para subterrânea. É possível notar o corpo do minério a ser explorado e a abertura de poços e galerias.

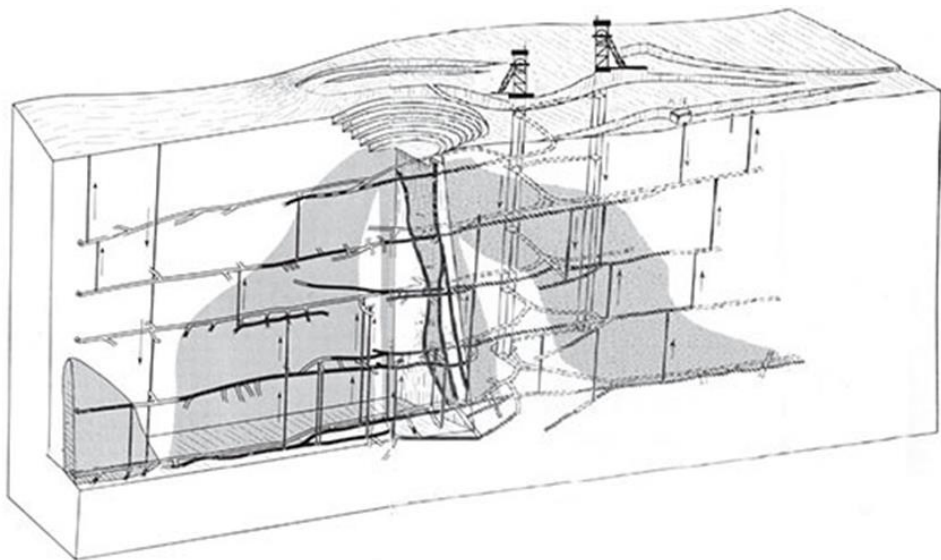


Figura 1.2 – Esquema geral de uma mina a céu aberto com progressão para subterrânea. Fonte: modificado de Sandier (1962), *apud* Curi, 2017.

Existem diversos métodos de exploração subterrânea, sendo um deles denominado *Sublevel Caving* (SLC). O SLC é um método de mineração subterrânea massiva no qual o minério detonado e a rocha encaixante abatida deslocam-se por gravidade (KVAPIL, 1992). Por meio do SLC é possível a perfuração e a detonação em diferentes subníveis simultaneamente, com a segurança mínima necessária. O processo de execução resulta em degradação mecânica do material geológico envolvido, com conseqüente subsidência. Contudo, a literatura pouco tem tratado dos processos mecânicos associados à causa e à evolução da subsidência.

1.1 Objetivo

O objetivo do presente trabalho é estudar os fenômenos mecânicos associados ao método de lavra subterrânea *Sublevel Caving*. Tais análises serão realizadas através de estudos de artigos, teses e dissertações associados ao tema.

1.1.1 Objetivos Específicos

Como objetivos específicos, podem-se listar:

- Apresentar modelos conceituais de evolução do dano aplicáveis em rocha.
- Realizar análise computacional simulando um modelo do dano que poderia ser aplicado ao método SLC.
- Analisar a degradação mecânica associada ao processo de subsidência.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Método *Sublevel Caving*

O método de lavra subterrânea SLC envolve a extração de grandes volumes de minério, causando subsidência em grande escala. Ele foi empregado inicialmente nas minas de minério de ferro de Minnesota e Michigan E.U.A. em 1900 em materiais geológicos de baixa resistência (HUSTRULID, 2000). Com o passar dos anos, novas minas foram sendo exploradas, com a necessidade do uso de explosivos para maciços mais resistentes.

Atualmente, o método é empregado para lavras a grandes profundidades, extraindo toneladas diárias de minério de ferro, como por exemplo, na mina de Kiruna na Suécia. Apesar de ser usado para quaisquer jazidas em profundidade, o método SLC melhor se adequa aos corpos de minério com elevado mergulho, devido à sua adequada disposição para o fluxo de detritos por gravidade, e continuidade em profundidade.

Para a análise do método SLC, é definida a jazida de minério, a rocha encaixante sobrejacente ao minério (*hangingwall* ou *capa*) e a rocha encaixante à jusante ou subjacente, denominada *footwall*, ou *lapa* (BOBADILLA, 2013).

A *capa* é um material estéril que tem importante papel no processo de lavra por SLC por ocupar os vazios que são gerados pelo deslocamento do minério após a detonação, contribuindo com a estabilização dos túneis. Por outro lado, a *lapa* sofre menos alterações na sua estrutura, e, portanto, nela são construídos os acessos para o transporte mineral. A Figura 2.3 exemplifica esse processo.

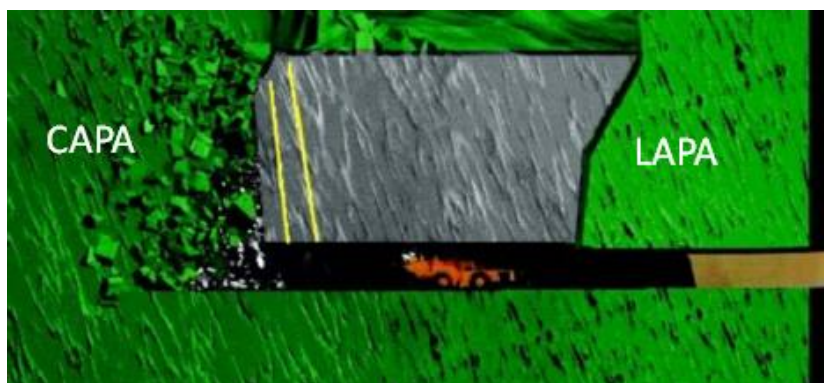


Figura 2.3 - Representação da capa, lapa e da retirada do minério através de maquinário após uma detonação. Fonte: modificado de Sandvik Group (2004), *apud* BOBADILLA, 2013.

2.2 Sequência executiva do método SLC

Em se tratando da estruturação de uma mina SLC (Figura 2.4), o acesso é feito através de rampas e partir desse acesso são construídos subníveis. Em cada subnível são abertos túneis (galerias) paralelos entre si e com espaçamento vertical regular.

A alta produção do método SLC pode ser atribuída a exploração de diversos subníveis simultaneamente, como se vê na Figura 2.4. Enquanto em um túnel é feito algum dos processos de produção, como o carregamento do mineral, máquinas podem trabalhar na abertura de novas galerias. É importante ressaltar que os acessos devem estar livres e em boas condições para favorecer a alta produtividade.

Quanto às perfurações para a detonação de explosivos, elas são realizadas de forma ascendente no corpo mineral presente acima dos túneis. Esses furos são feitos em forma de leque (Figura 2.5) e neles serão inseridos explosivos para detonar o mineral e parte do *hangingwall*. O sistema de furação em leque é feito com seções afastadas em 2,0 a 3,0m, e há uma defasagem de exploração entre os subníveis adjacentes.

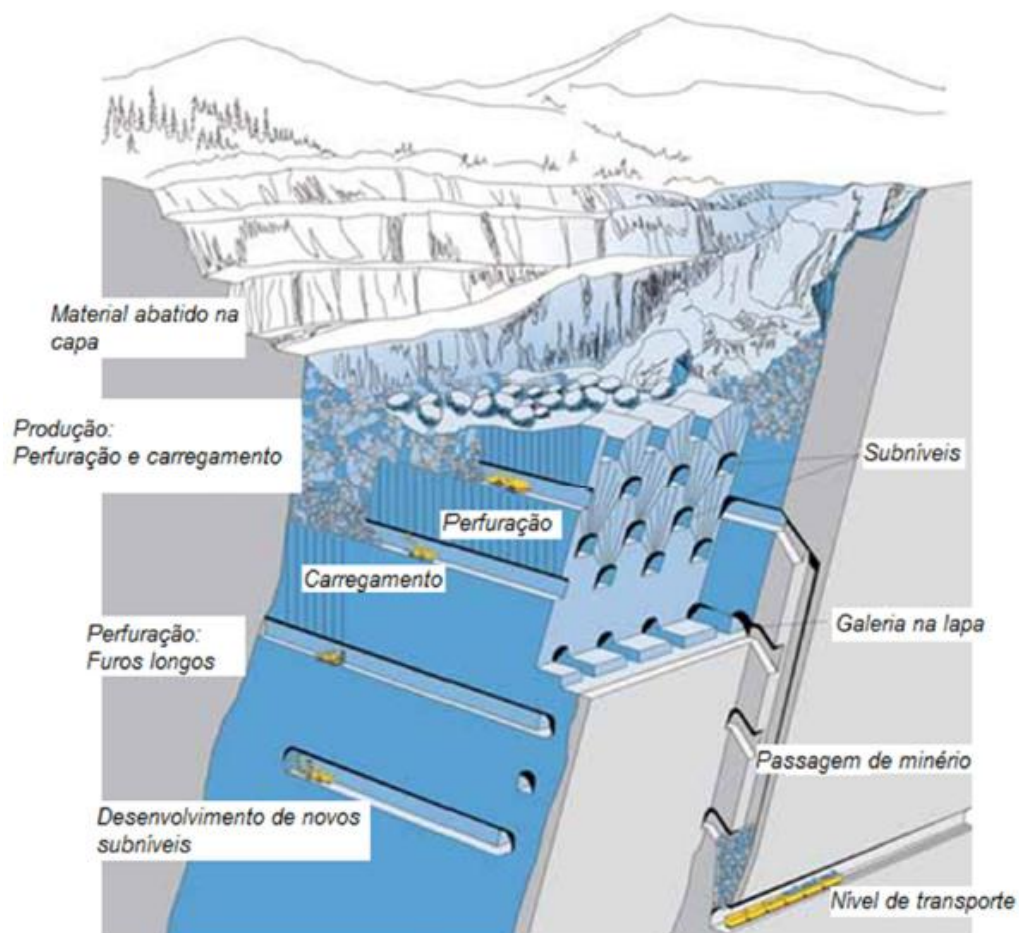


Figura 2.4 – Estrutura e arranjo geométrico de uma mina explorada pelo método SLC. Fonte: Adaptado de Hamrin, 2001, *apud* BOBADILLA, 2013.

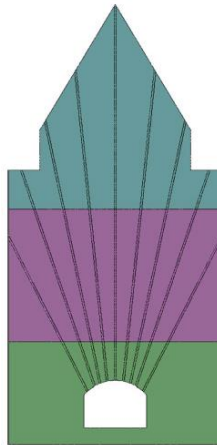


Figura 2.5 – Sistema de furação em leque. Fonte: Yi et al. (2017).

A detonação no subnível se inicia no *hangingwall* e a medida que a mineração vai avançando, a detonação se desenvolve no sentido do *footwall*.

Após esse processo, é iniciado o carregamento, onde os maquinários transportam o minério sob as galerias construídas na lapa.

2.3 Vantagens e desvantagens do método SLC

Em se tratando das vantagens do SLC, pode-se destacar a alta produtividade como um dos principais benefícios. Além desta, também se destacam:

- Capacidade de exploração em altas profundidades;
- Moderado custo de relativo aos demais métodos;
- Altas taxas de produção;
- Condições apropriadas à mecanização;
- Possibilidade de se trabalhar em várias frentes simultaneamente;
- Uso da gravidade para desafogar o material das galerias.

Para Just (1981) e Kvapil (1992), a principal desvantagem do SLC é a mistura moderada do estéril com o minério após a detonação de uma estrutura. Dentre outras desvantagens, vale destacar:

O ângulo de quebra (ψ_b) delimita a zona de faturamento. Esta zona é caracterizada por fraturas, com modos de ruptura planar, em cunha e por tombamento (VILLEGAS *et al.*, 2011), na qual prevalece a mecânica dos meios não contínuos. Na zona subjacente (*footwall*), também há o desenvolvimento de fissuras e de deslocamentos em estruturas geológicas pré-existentes e na rocha intacta (LUPO, 1997).

Já o ângulo de subsidência (ψ_{p2}) delimita a zona de deformação contínua, na qual os deslocamentos podem ser detectados apenas por instrumentação. Esta zona estende-se aproximadamente a 150 a 200m da zona de faturamento na mina de Kiirunavaara (LUPO, 1997), prevalecendo a mecânica do contínuo com deformações elásticas ou não elásticas (VILLEGAS *et al.*, 2011). Como o material presente na zona de deformação contínua comumente é rocha frágil ou quase-frágil e não se verifica a presença de fraturas macroscópicas, o comportamento pode ser analisado pela mecânica do dano.

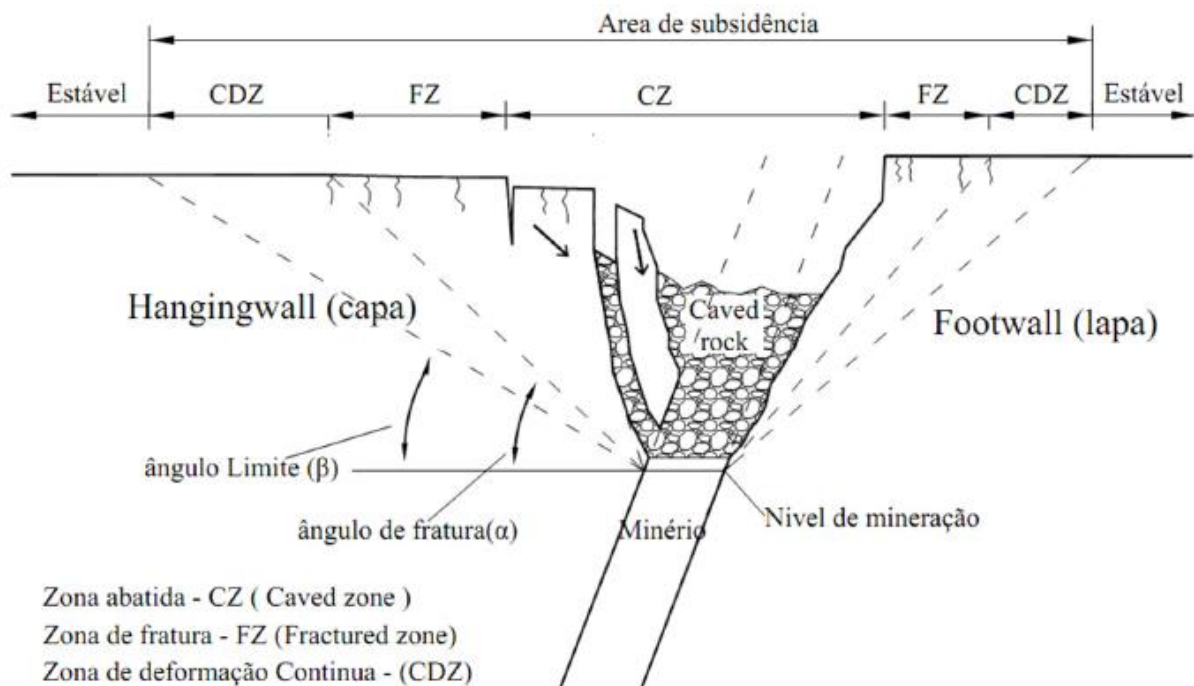


Figura 2.7 – Zonas de subsidência. Fonte: BOBADILLA (2013).

2.5 Processo do fraturamento

A mecânica da fratura é uma área de estudo que permite analisar o processo de ruptura causado por descontinuidades dos materiais, comumente denominadas como fissuras ou trincas.

Inicialmente aplicada a metais, a teoria da mecânica da fratura foi posteriormente estendida para casos práticos nos quais os materiais utilizados são quase-frágeis, como o concreto e algumas rochas com granulação mais pronunciada (textura porfiroblástica, clástica, inequigranular ou porfirítica) e para materiais frágeis, como vidro e rochas com textura mais fina (LOPES, 2020).

A teoria da mecânica da fratura elástico linear baseou-se em problemas inicialmente solucionados analiticamente. Um dos autores cujo estudo contribuiu para o desenvolvimento da teoria da mecânica da fratura foi Kirsch (1898). Em seu trabalho, Kirsch (1898) resolveu o problema de um furo circular em um sólido infinito sob um estado uniforme de tensões, determinando as tensões normais na borda do furo circular. Posteriormente, em 1913, Inglis resolveu o mesmo problema da placa tracionada, contudo com furo elíptico. Este tipo de problema torna-se mais complexo quando a elipse se torna delgada (de forma que a altura tenda a zero), pois abordagens analíticas preveem tensões singulares (singularidade da ordem de $1/\sqrt{r}$) na ponta da fissura independentemente da intensidade do carregamento (σ_∞) externo aplicado (LOPES, 2020).

Diversas funções podem ser adotadas para solucionar esse problema, como as funções complexa do tipo Westergaard. Essas funções podem ser expressas em coordenadas polares (raio r , ângulo θ) em função do semi-comprimento da fissura (a) e da tensão remota aplicada (σ_∞). Por sua vez, os seus termos exponenciais associados podem ser expressos em termos de funções trigonométricas (LOPES, 2020):

$$\sigma_x = \sigma_\infty \sqrt{\frac{\pi a}{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 - \text{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \text{sen}\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \quad \text{Eq. 2-1}$$

$$\sigma_y = \sigma_\infty \sqrt{\frac{\pi a}{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 + \text{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \text{sen}\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \quad \text{Eq. 2-2}$$

$$\tau_{xy} = \sigma_\infty \sqrt{\frac{\pi a}{2\pi r}} \text{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad \text{Eq. 2-3}$$

Griffith (1921) solucionou esse problema da singularidade por meio da termodinâmica. Associado ao balanço de energia, Irwin (1957) propôs que o balanço de energia fosse resolvido por meio do fator de intensidade de tensões (K), que é expresso como $\sigma_\infty \sqrt{\pi a}$. Quando a tensão remota (σ_∞) atinge o valor crítico, tem-se a condição de instabilidade, e o fator de intensidade de tensão é denominado tenacidade (K_{Ic}).

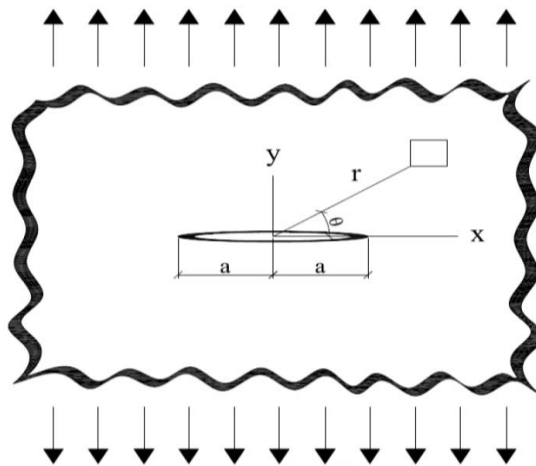


Figura 2.8 – Problema Fundamental de Griffith. Fonte: Leonel (2009).

Apesar do problema fundamental de Griffith referir-se ao modo I de sollicitação à fratura (abertura), as tensões também podem ser deduzidas para os modos II (cisalhamento) e III (separação das faces da fissura de forma transversalmente oposta e anti-simétrica em relação aos planos xy e xz) de sollicitação (Figura 2.9).

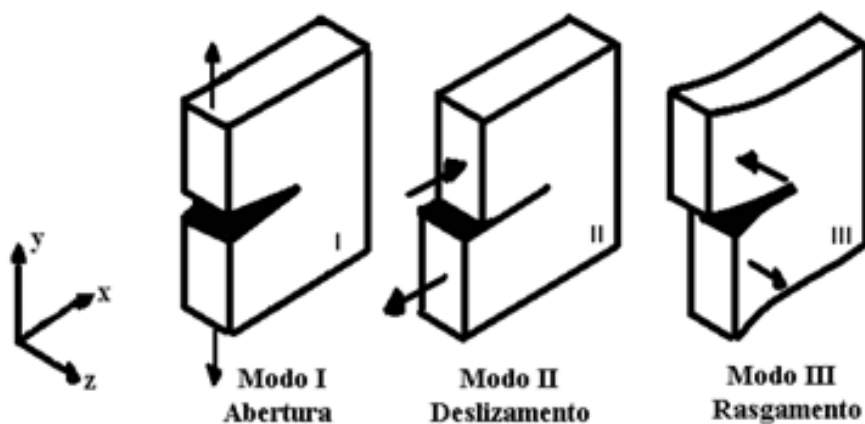


Figura 2.9 – Modos de sollicitação à fratura. Fonte: Leonel (2009).

A tenacidade (K_{Ic}) é uma propriedade intrínseca ao material e se refere ao fator de intensidade de tensão quando a tensão atuante no corpo atinge o valor crítico (σ_{crit}), caracterizando uma condição limite de estabilidade ($K_{Ic} = \sigma_{crit}\sqrt{\pi a}$). Teoricamente, quando a liberação de energia elástica consequente ao incremento no comprimento da fissura é superior à demanda de energia de superfície para o mesmo incremento da fissura, a fissura apresenta propagação instável (LEONEL, 2009).

Considerando a termodinâmica, a tenacidade (K_{Ic}) também pode ser expressa em função da taxa de liberação de energia nesta condição limite de estabilidade (G_{crit}), conforme se segue (LOPES, 2020):

$$K_{Ic}^2 = EG_{crit} \quad \text{Eq. 2-4}$$

(Estado Plano de Tensão)

$$K_{Ic}^2 = \frac{EG_{crit}}{(1 - \nu^2)} \quad \text{Eq. 2-5}$$

(Estado Plano de Deformação)

Para calcular a taxa de energia disponível para o crescimento de fissuras (G_E) é utilizada a Integral J ($J = G_E$), cujo caminho de integração é definido pelos campos de deslocamento e tensão em pontos adjacentes à extremidade da fissura

(LOPES, 2020). Também se pode calcular a tenacidade (K_{Ic}) em função da Integral J na condição limite de estabilidade (J_{crit}), como exposto a seguir:

$$K_{Ic}^2 = EJ_{crit} \quad \text{Eq. 2-6}$$

(Estado Plano de Tensão)

$$K_{Ic}^2 = \frac{EJ_{crit}}{(1 - \nu^2)} \quad \text{Eq. 2-7}$$

(Estado Plano de Deformação)

A abordagem local (fator de intensidade de tensão) por meio de uma abordagem global (estado energético da estrutura) é essencial para tornar eficaz a avaliação do comportamento mecânico isolado das fissuras (LEONEL, 2009). Caso não fosse a análise local realizada a partir da global, seria necessário determinar o fator de intensidade de tensão crítico de cada fissura (LOPES, 2020).

Para a análise do processo de faturamento que ocorre durante o método SLC será utilizada a teoria da mecânica da fratura elástico-linear, na qual a zona de processos inelásticos (ZPI) tem pequenas dimensões. A mecânica da fratura elástico-linear adequa-se a litotipos frágeis, como o riodacito que compõe o *hangingwall* da mina Kiirunavaara.

2.6 Mecânica do Dano

O dano material refere-se à evolução da degradação mecânica do material. Este processo de degradação mecânica está associado ao processo de fissuração, contudo, tratando-o com a mecânica do contínuo. Conforme a mecânica do dano contínuo, essas microfissuras são distribuídas de forma aleatória, uniforme e contínua na região de análise do fenômeno do dano (LEONEL, 2009). A análise do dano baseia-se na termodinâmica dos processos irreversíveis por Lemaitre e Chaboche

(1985 *apud* LEONEL, 2009) e por meio da termodinâmica pode relacionar-se com a mecânica da fratura.

A mecânica da fratura trata as fissuras como descontinuidades, de maneira discreta, como uma coalescência de micro defeitos. A mecânica do dano trata as fissuras em meso escala (microfissuras), enquanto a mecânica da fratura trata-as em macro escala, em dimensão significativa dentro do domínio de análise do fenômeno (LEONEL, 2009). Contudo, em um corpo real, comumente as fissuras discretas e as microfissuras associadas ao dano atuam conjuntamente, devendo ser este um processo analisado por meio do acoplamento das duas teorias.

Para garantir a validade da mecânica do contínuo deve-se definir um volume mínimo, que se refere ao Elemento Representativo de Volume (ERV). O ERV deve ser pequeno o suficiente para se evitar elevados gradientes das grandezas locais de interesse (ex. deformação) e grande o suficiente para admitir a continuidade material e a homogeneidade para a distribuição dos defeitos.

O processo de danificação altera as propriedades mecânicas do material, diminuindo o módulo de elasticidade, diminuindo a tensão de escoamento, a rigidez e a densidade do material (LEMAITRE, DESMORAT, 2005).

O dano associa-se a uma variável D , que é fisicamente definida pela densidade de microfissura em uma seção δS no ERV. Para um plano com densidade máxima, tem-se a variável de dano (D) dada em função de uma área afetada pelo dano (δS_D), como se segue:

$$D = \frac{\delta S_D}{\delta S} \quad \text{Eq. 2-8}$$

Quando não isotrópico, o dano tem sua variável como um tensor de segunda ordem, sendo δ_{ij} o delta de Kronecker e $\delta \tilde{S}$, a área íntegra:

$$\delta \tilde{S} = \delta S - \delta S_D \quad \text{Eq. 2-9}$$

$$\tilde{n}_i \delta \tilde{S} = (\delta_{ij} - D_{ij}) n_j \delta S \quad \text{Eq. 2-10}$$

Quando em dano, a tensão aumenta, sendo referida com tensão efetiva ($\tilde{\sigma}$):

$$D = 1 - \frac{\delta \tilde{S}}{\delta S} \quad \text{Eq. 2-11}$$

$$\frac{\delta \tilde{S}}{\delta S} = \frac{\sigma}{\tilde{\sigma}} \quad \therefore D = 1 - \frac{\sigma}{\tilde{\sigma}} \quad \therefore \tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{1 - D} \quad \text{Eq. 2-12}$$

Para um caso de dano isotrópico multiaxial, a tensão efetiva é dada pela seguinte expressão:

$$\tilde{\sigma}_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{1 - D} \quad \text{Eq. 2-13}$$

O dano é frequentemente anisotrópico. Neste caso, a tensão efetiva é um tensor simétrico dado por:

$$\tilde{\sigma}_{ij} = \sigma_{kl} (\underline{I} - \underline{D})_{klij}^{-1} \quad \text{Eq. 2-14}$$

Sendo o dano um processo dissipativo, a lei de evolução do dano é função da densidade de energia (Y), que é uma variável associada à energia de deformação elástica (ω_e) e ao dano, como se segue:

$$\varepsilon_{ij}^e = \rho \frac{\delta \psi_e^*}{\delta \sigma_{ij}} \quad \text{Eq. 2-15}$$

$$y = \rho \frac{\delta \psi^*}{\delta D} \quad \text{Eq. 2-16}$$

$$d\omega_e = \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^e \quad \therefore Y = \frac{\omega_e}{1 - D} \quad \text{Eq. 2-17}$$

Importante definição é o critério para desenvolvimento do dano, no qual é definido o limite da tensão em que se considera o dano. O limite de tensão é definido conforme o modelo constitutivo considerado. Guan et al. (2022), definiu a tensão que

poderia caracterizar o comportamento perfeitamente plástico, frágil-plástico e de amolecimento, conforme a seguinte formulação:

$$\sigma = \begin{cases} \sigma_c - \frac{\sigma_c - \sigma_{cf}}{\varepsilon_f} \bar{\varepsilon}_l, & 0 \leq \bar{\varepsilon}_l \leq \varepsilon_f \\ \sigma_f, & \bar{\varepsilon}_l > \varepsilon_f \end{cases} \quad \text{Eq. 2-18}$$

Segundo este modelo, a tensão é dada em função da resistência à compressão de pico (σ_c), residual (σ_{cf}) e da deformação limite (ε_f), conforme figura abaixo.

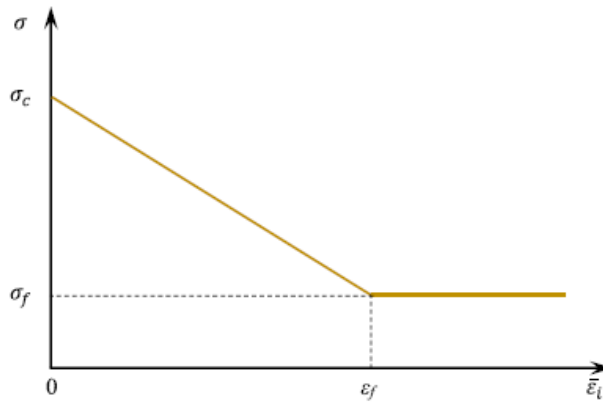


Figura 2.10 – Comportamento de amolecimento . Fonte: Guan *et al.* (2022).

No trabalho de Guan *et al.* (2022), o cálculo do dano é dado conforme a seguinte formulação:

$$D = \begin{cases} \frac{(E_0 k_{dc} - \sigma_c) \varepsilon_f - (\sigma_f - \sigma_c) k_{dc1}}{E_0 k_{dc} \varepsilon_f + (\sigma_{cf} - \sigma_c) k_{dc2}} \bar{\varepsilon}_l, & 0 \leq \bar{\varepsilon}_l \leq \varepsilon_f \\ 1 - \frac{\sigma_f}{E_0 k_{dc}}, & \bar{\varepsilon}_l > \varepsilon_f \end{cases} \quad \text{Eq. 2-19}$$

O critério para desenvolvimento do dano adotado por Li *et al.* (2019) considera a resistência à tração (σ_t), a resistência à compressão (σ_c) e o ângulo de atrito (ϕ), conforme o critério de Mohr-Coulomb nas seguintes funções:

$$F^-(\bar{\sigma}) = \sigma_3 + \sigma_t = 0 \quad \text{Eq. 2-20}$$

$$F^+(\bar{\sigma}) = \sigma_1 - \sigma_3 \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} - \sigma_c = 0 \quad \text{Eq. 2-21}$$

Segundo este modelo (LI *et al.*, 2022), o cálculo do dano é dado pela seguinte formulação:

$$D = \begin{cases} 1 - \frac{\sigma_{cr} + \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \sigma_3 - \nu(\sigma_2 - \sigma_3)}{E_0 \varepsilon_1}, F^+(\bar{\sigma}) = 0 \\ 1 - \frac{\sigma_{tr}}{E_0 \bar{\varepsilon}}, F^-(\bar{\sigma}) = 0 \end{cases} \quad \text{Eq. 2-22}$$

Wang *et al.* (2021), não definiu o critério para desenvolvimento do dano, sendo este considerado a partir do início do carregamento uniaxial (Figura 2.11). Segundo estes autores, a variável de dano pode ser calculada conforme a seguinte formulação para carregamento uniaxial:

$$D = 1 - \frac{1}{S} e^{-\frac{1}{2G} \int \sigma d\varepsilon} \quad \text{Eq. 2-23}$$

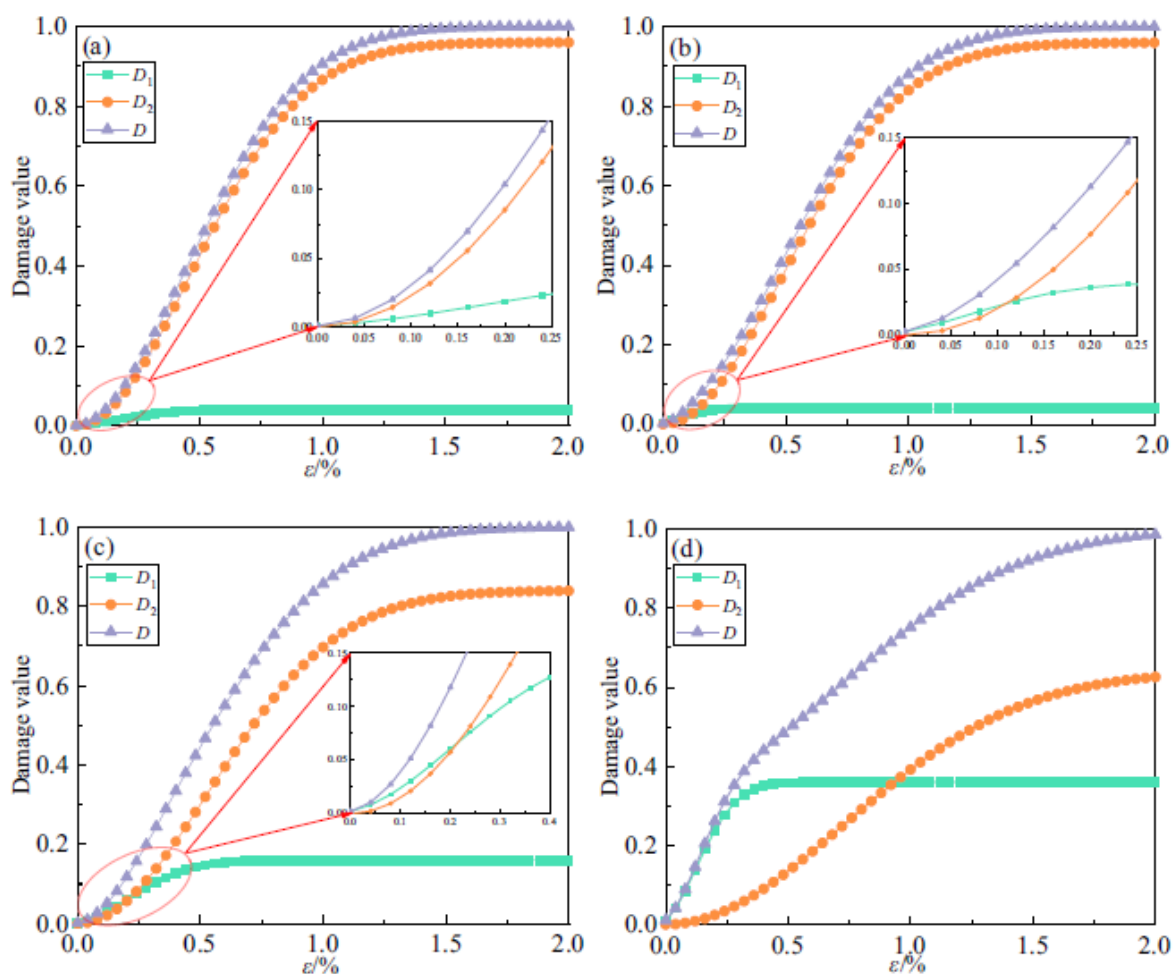


Figura 2.11 – Evolução do dano em quatro distintas amostras . Fonte: Wang *et al.* (2021).

3 METODOLOGIA

Neste trabalho foi empregado o Método dos Elementos Finitos (MEF) para a simulação do fenômeno do dano. A linguagem de programação utilizada foi o Python por ser uma linguagem com ampla disponibilidade de bibliotecas. O modelo de dano escolhido foi aplicado ao ensaio brasileiro por ser mais simples em relação à aplicação

ao *sublevel caving*. Contudo, o estudo do modelo de dano no ensaio brasileiro pode ser estendido ao SLC e a qualquer outra aplicação em material frágil ou quase-frágil.

Foi utilizado o elemento finito T3. Este elemento apresenta deslocamento linear e tensão e deformação constantes. Como este elemento apresenta um número reduzido de nós, a matriz de rigidez local é consideravelmente menor. Por outro lado, como este elemento apresenta uma aproximação mais simples, foi utilizado maior número de elementos (4124 elementos adotados).

Por ser o fenômeno do dano um problema não linear, foi utilizada a estratégia secante para a convergência do problema. A força aplicada foi dividida pelo número de passos (100 passos adotados). Em cada passo foram realizadas iterações até que o resíduo fosse inferior à tolerância (10^{-6}).

O dano e o módulo de elasticidade foram atualizados a cada iteração dentro do passo, enquanto os deslocamentos, as deformações e as tensões de cada nó foram atualizadas a cada passo. Para este estudo, foi considerado o critério de desenvolvimento do dano adotado por Li *et al.* (2019). Foi adotado apenas o critério para resistência à tração (σ_t) por ser de mais fácil aplicação, contudo, adequado para o desenvolvimento de tensões de tração no ensaio brasileiro. A aplicação da teoria da mecânica do dano no método numérico utilizado (MEF) pode ser verificada na Tabela 3-1.

Tabela 3-1 – Aplicação da teoria de dano no método numérico (MEF).

- (i) Com a matriz de rigidez do passo anterior, calculam-se os acréscimos de deslocamentos em decorrência do incremento de carregamento:

$$K_{ij}(U_i^{k-1}) \delta U_j^k = F_i$$

- (ii) Com os deslocamentos, calculam-se as tensões e deformações:

$$\varepsilon_{ij}^k = \frac{U_{i,j}^k + U_{j,i}^k}{2}$$

$$\sigma_{ij}^k = E_{ijkl}^k \varepsilon_{kl}^k$$

- (iii) Verificando a existência de dano, sendo f_t e f_{tr} a resistência à tração e a resistência à tração residual, respectivamente (LI *et al.*, 2019):

$$\text{Se } \sigma_1^k - f_t \geq 0$$

$$D = 1 - \frac{\sigma_{tr}}{\bar{\varepsilon} E^0}$$

$$E = (1 - D) E^0$$

- (iv) Com os módulos de elasticidade corrigidos, atualiza-se a matriz de rigidez:

$$K_{ij}(U_i^k)$$

- (v) Com a matriz de rigidez atualizada, calculam-se novos acréscimos de deslocamentos:

$$K_{ij}(U_i^k) \delta U_j^{k+1} = F_i$$

- (vi) Calcula-se o resíduo:

$$U_i^k = U_i^{\text{passo anterior}} + \delta U_i^k$$

$$U_i^{k+1} = U_i^{\text{passo anterior}} + \delta U_i^{k+1}$$

$$R = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N^*} (U_i^{k+1} - U_i^k)^2}{\sum_{i=1}^{N^*} (U_i^{k+1})^2}} \leq \text{tol}$$

- (vii) Se superada a tolerância, repete-se a iteração. Se não superada:

$$U_i^{\text{passo}} = U_i^{\text{passo anterior}} + \delta U_i^{k+1}$$

$$\sigma_{ij}^{passo} = \sigma_{ij}^{passo anterior} + \delta\sigma_{ij}^{k+1}$$

$$\varepsilon_{ij}^{passo} = \varepsilon_{ij}^{passo anterior} + \delta\varepsilon_{ij}^{k+1}$$

(viii) Voltar para o item (i).

Foi simulado o ensaio brasileiro (Figura 3.12) com as propriedades mecânicas (Tabela 3-2) de uma rocha adotada no trabalho de Li *et al.* (2019).

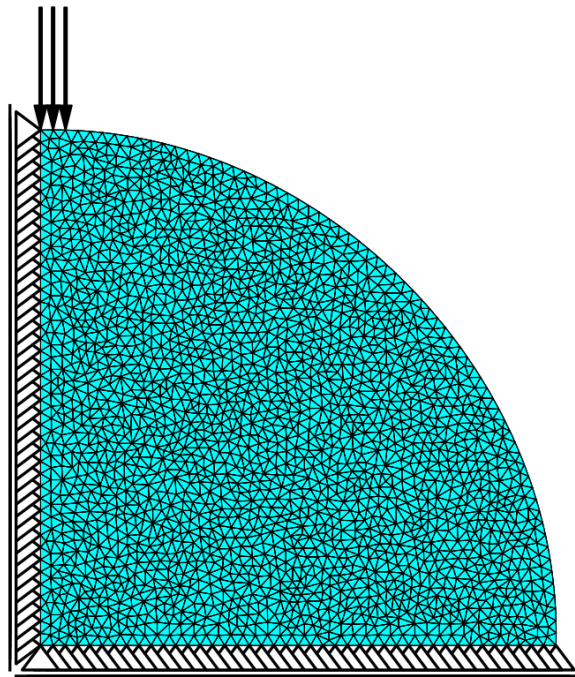


Figura 3.12: Modelo numérico do ensaio brasileiro. Fonte: O autor

Tabela 3-2 – Propriedades da rocha (LI *et al.*, 2019).

Módulo de Elasticidade [GPa]	Coefficiente de Poisson	Resistência à compressão (σ_c) [MPa]	Resistência à tração (σ_t) [MPa]	Ângulo de atrito [°]	Resistência à tração residual (σ_{tr}) [MPa]
60.0	0.25	200	20	35	0.1

4 RESULTADOS

O ensaio brasileiro foi simulado com uma carga de pico de 5660N para uma espessura unitária, conforme formulação apresentada a seguir:

$$\sigma_t = \frac{0,636 \cdot P}{Dt} \quad \therefore \quad P = \frac{D \cdot t \cdot f_t}{0,636} \quad \therefore$$
$$P = \frac{180\text{mm} \cdot 1\text{mm} \cdot 20\text{MPa}}{0,636} = 5660\text{N}$$

Eq. 4-1

Como foi considerado meio corpo de prova no modelo numérico (Figura 3.12), a carga de pico adotada foi 2830N. Para a simulação foram empregados os carregamentos de 2850N, 3000N e 3900N, sendo os valores elevados do pós-pico apenas teóricos (Figura 4.13 à Figura 4.15).

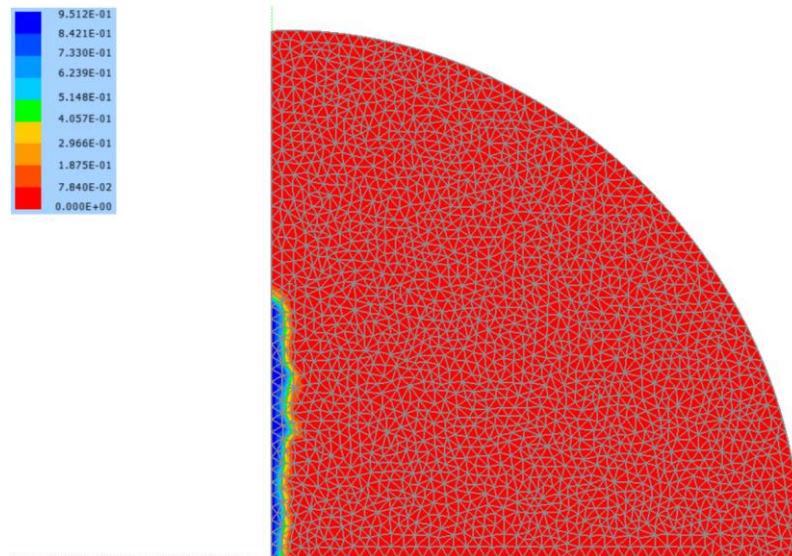


Figura 4.13: Dano com carregamento de 2850N. Fonte: O autor

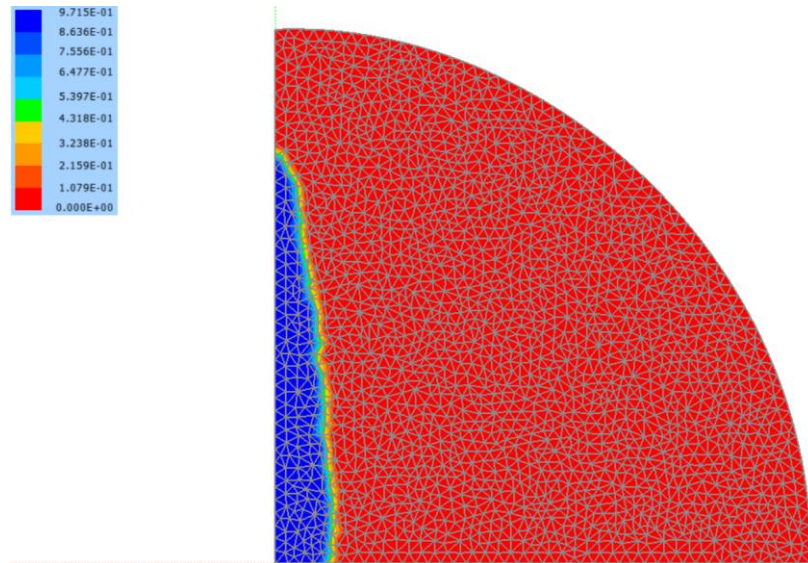


Figura 4.14: Dano com carregamento de 3000N. Fonte: O autor

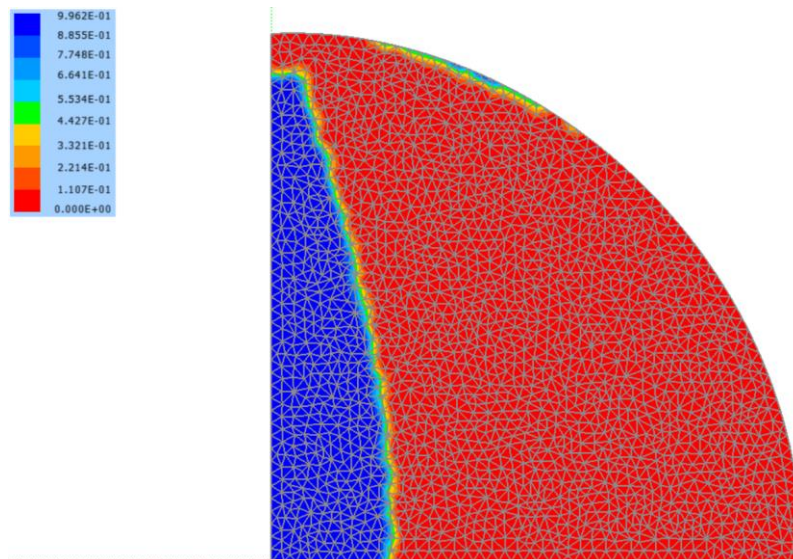


Figura 4.15: Dano com carregamento de 3900N. Fonte: O autor

Foi observada a evolução do dano com o carregamento superior ao de pico. Apesar de não é realística, esta simulação foi realizada para observar a evolução do dano com o avanço do carregamento. O resultado verificado foi coerente com o resultado experimental (Figura 4.16), progredindo o dano do centro

do corpo de prova para a região adjacente ao contato (RODRÍGUEZ, CELESTINO, 2020).

Na Figura 4.16 cada numeração indica uma etapa de carregamento. A velocidade da rocha intacta é de 4659 m/s, portanto, velocidades menores que esta indica região com processo de dano e faturamento, enquanto velocidades iguais ou maiores do que a velocidade da rocha intacta na região de contato podem ser explicadas pelo maior confinamento na região, elevando a rigidez no local, mesmo estando esta zona com algum processo de danificação (RODRÍGUEZ, CELESTINO, 2020).

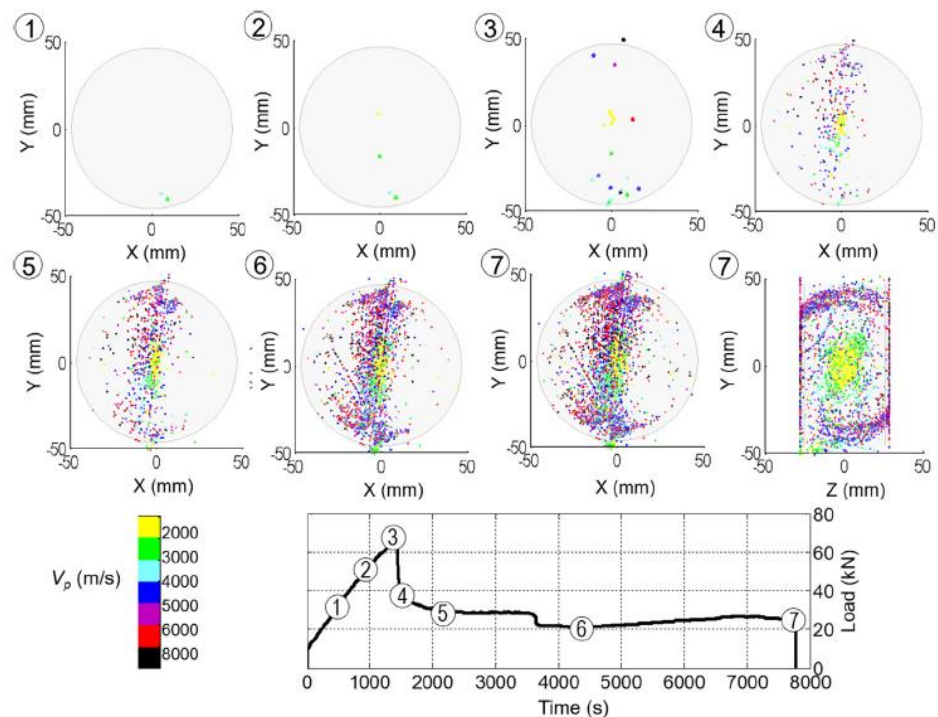


Figura 4.16: Distribuição das fontes de emissão acústica durante o ensaio brasileiro no corpo de prova. Fonte: Rodríguez, Celestino, 2020

Com o carregamento de 2830kN não foi observado dano, contudo, Rodríguez (2015) observou o processo de danificação entre 75% (2122,5N) e 90% (2547N) do carregamento de pico durante o ensaio brasileiro (Figura 4.16). Este resultado foi consequente ao modelo de dano utilizado.

Foi observado um aumento nos deslocamentos e tensões quando simulado o dano em relação ao modelo apenas elástico (Figura 4.18 à Figura 4.28). Este resultado apresenta embasamento teórico por ser o módulo de elasticidade penalizado pelo dano. A distribuição de deslocamentos (Figura 4.17) e tensões (Figura 4.22) no corpo de prova foi coerente com a distribuição verificada por Yuan e Shen (2017). Os valores dos deslocamentos e tensões não foram coerentes entre o presente trabalho e o estudo apresentado por Yuan e Shen (2017). Há dois motivos para esta incoerência. A primeira é que o diâmetro do corpo de prova (CP) adotado por estes autores é inferior a um terço do diâmetro do CP adotado no presente estudo. A segunda é que o carregamento adotado entre estes trabalhos também diferiu, sendo de apenas 10kN no estudo de Yuan e Shen (2017).

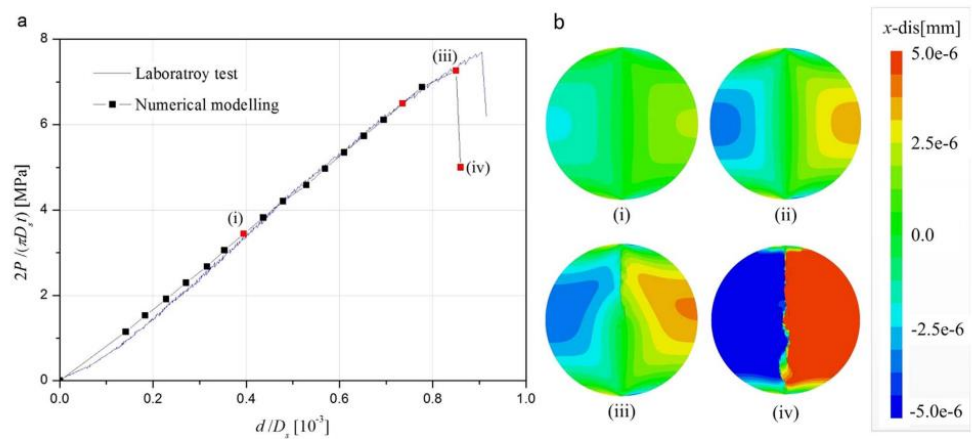


Figura 4.17: Deslocamento na direção x durante o ensaio brasileiro. Fonte: Yuan, Shen (2017).

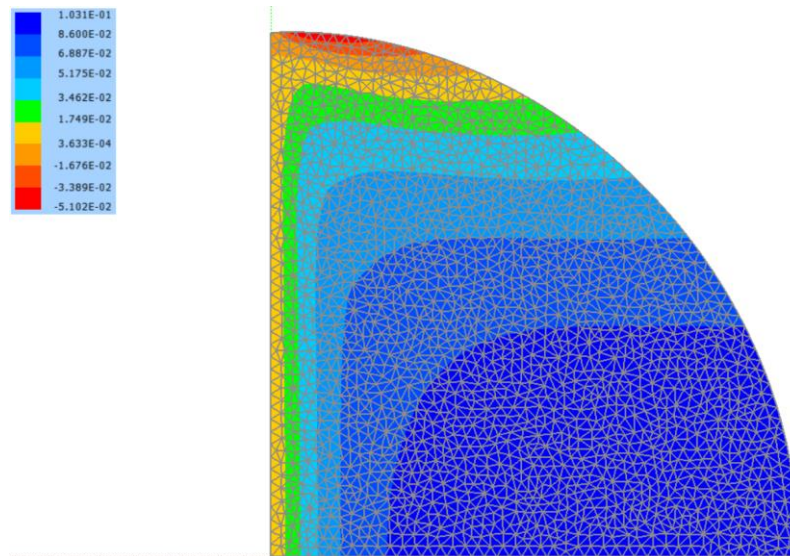


Figura 4.18: Deslocamento em mm na direção x com carregamento de 3900N, considerando o dano. Fonte: O autor

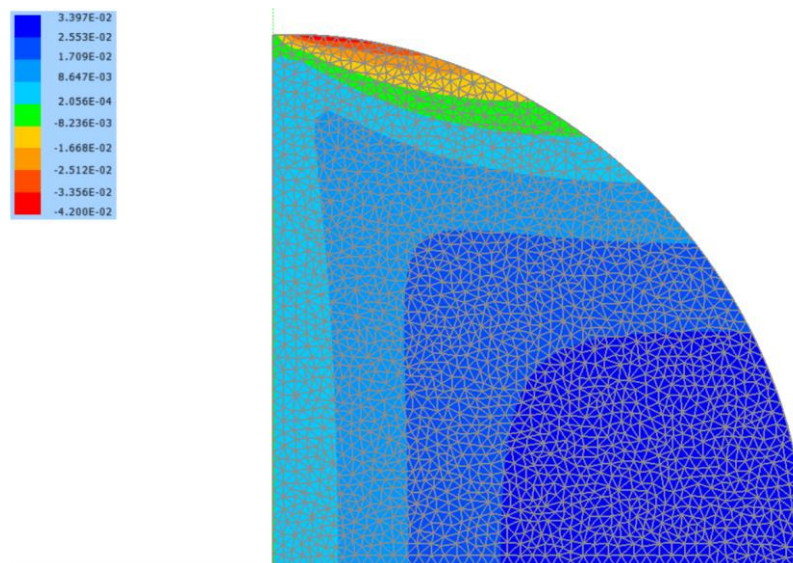


Figura 4.19: Deslocamento em mm na direção x com carregamento de 3900N, considerando o modelo elástico. Fonte: O autor

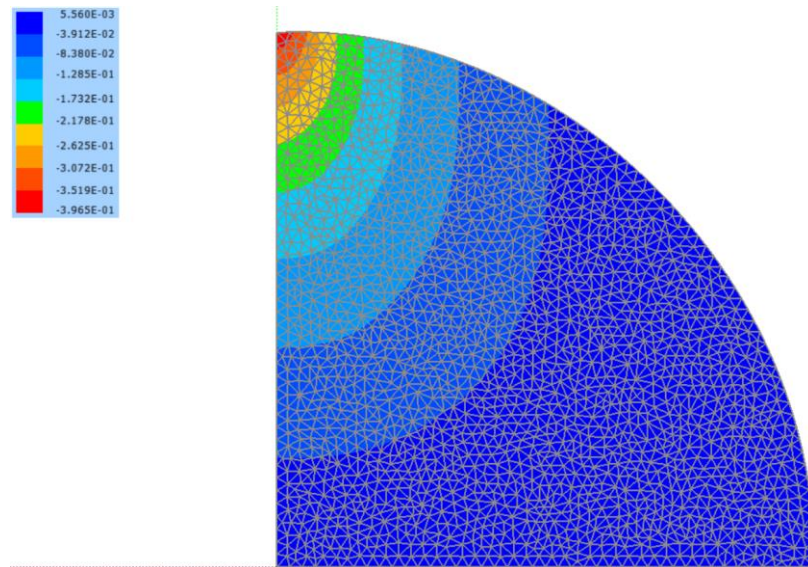


Figura 4.20: Deslocamento em mm na direção y com carregamento de 3900N, considerando o dano. Fonte: O autor

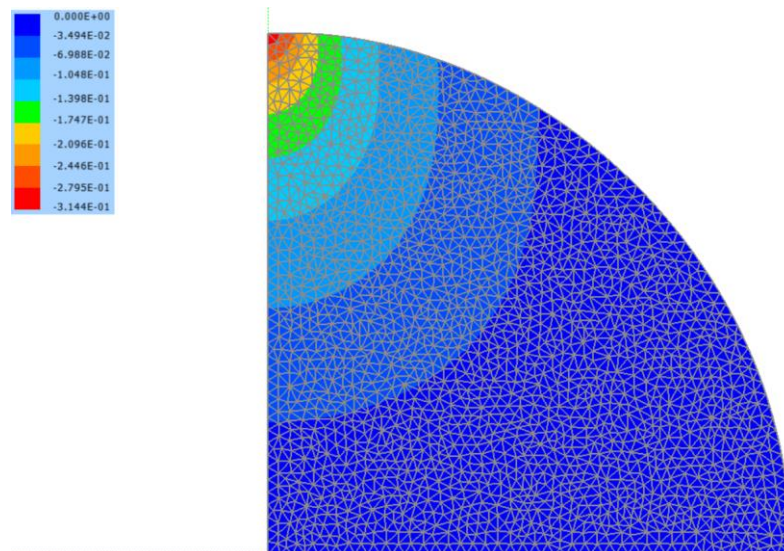


Figura 4.21: Deslocamento em mm na direção y com carregamento de 3900N, considerando o modelo elástico. Fonte: O autor

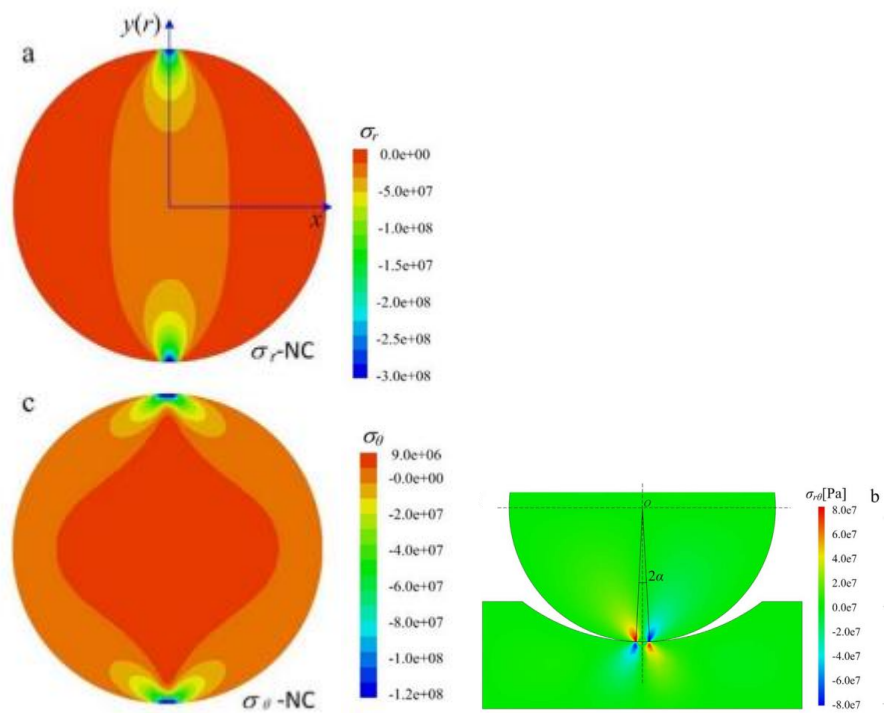


Figura 4.22: Distribuição de tensão durante o ensaio brasileiro nas direções equivalentes y (a), xy (cisalhamento, b) e x (c) para um carregamento de 10kN. Fonte: Yuan, Shen (2017).

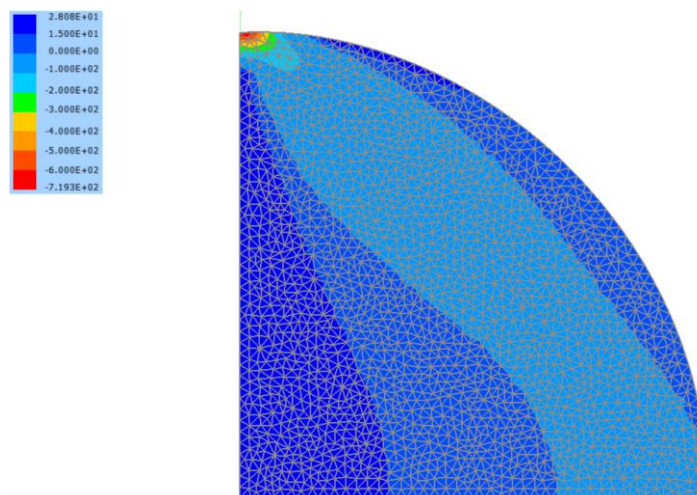


Figura 4.23: Tensão na direção x em MPa com carregamento de 3900N, considerando o dano. Fonte: O autor

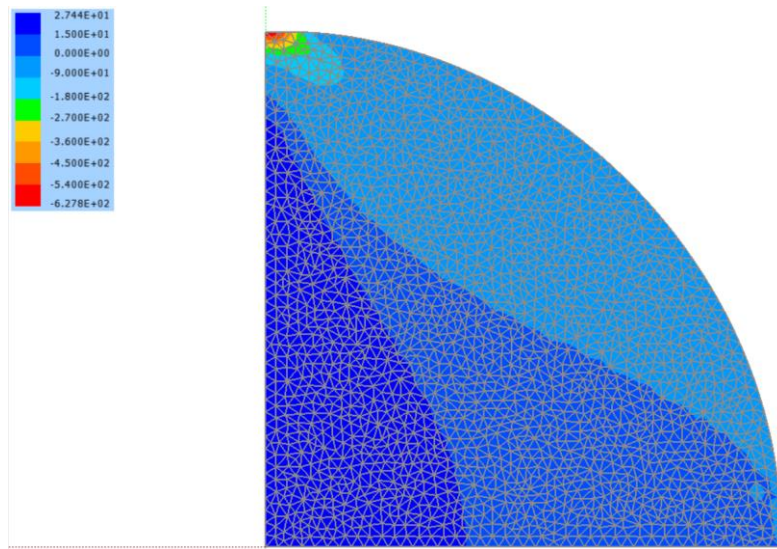


Figura 4.24: Tensão na direção x em MPa com carregamento de 3900N, considerando o modelo elástico. Fonte: O autor

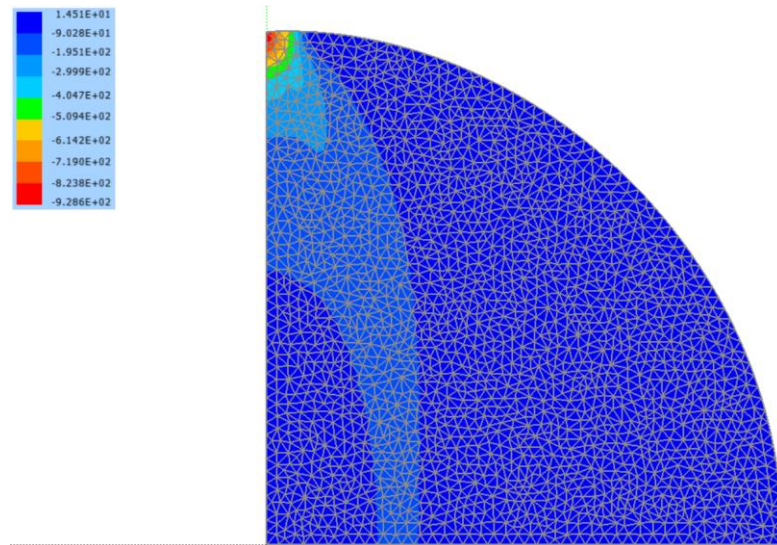


Figura 4.25: Tensão na direção y em MPa com carregamento de 3900N, considerando o dano. Fonte: O autor

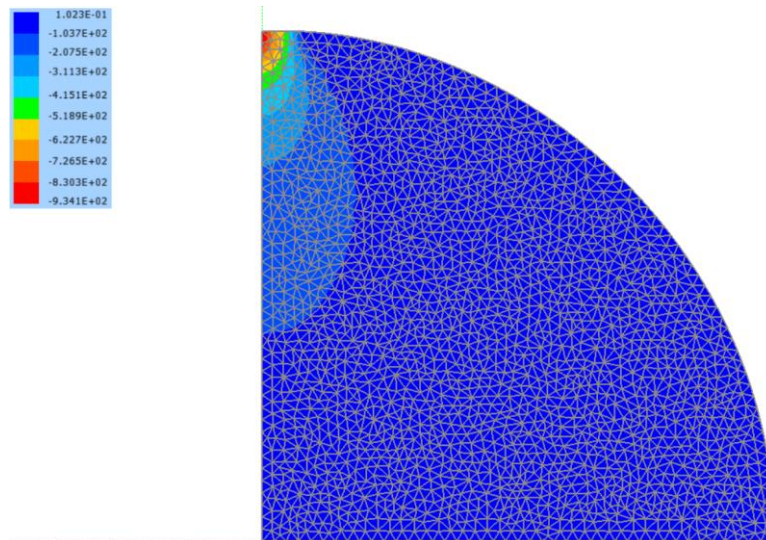


Figura 4.26: Tensão na direção y em MPa com carregamento de 3900N, considerando o modelo elástico. Fonte: O autor

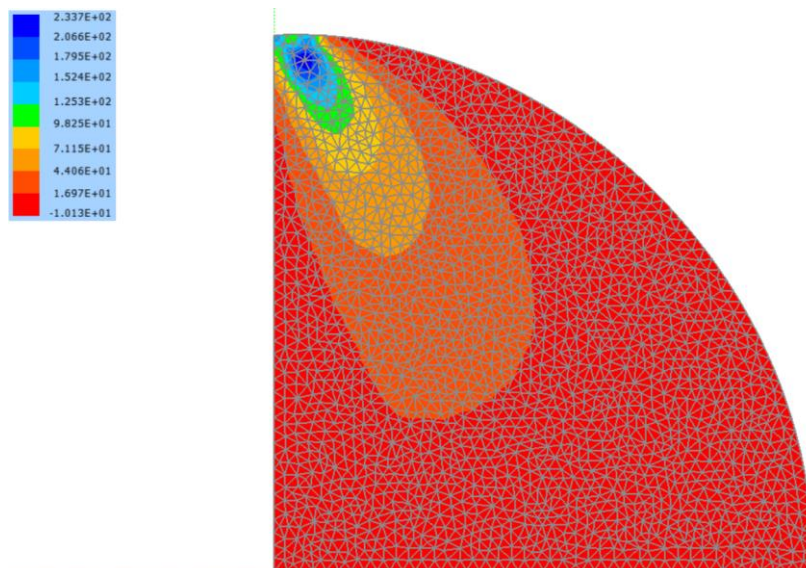


Figura 4.27: Tensão de cisalhamento em MPa com carregamento de 3900N, considerando o dano. Fonte: O autor

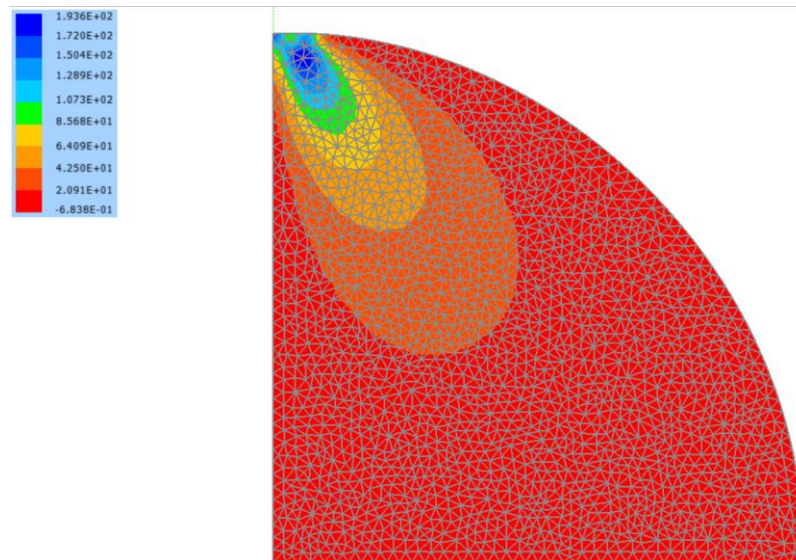


Figura 4.28: Tensão de cisalhamento em MPa com carregamento de 3900N, considerando o modelo elástico. Fonte: O autor

5 CONCLUSÃO E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

O ensaio brasileiro foi simulado com sucesso, apesar de ter sido validada apenas a distribuição de tensões e deslocamentos, sendo importante a validação do resultado quantitativo. O ensaio brasileiro foi simulado para testar o modelo de dano potencialmente aplicável ao método SLC.

O processo de danificação está intimamente relacionado ao processo de faturamento, como abordado teoricamente neste trabalho. O desenvolvimento do processo de danificação simulado neste trabalho respeitou o desenvolvimento do faturamento no centro do corpo de prova, tipicamente observado no ensaio brasileiro. Portanto, a simulação numérica do dano pode ser suficiente para simular os processos que ocorrem na zona de subsidência e na zona de fraturamento no método SLC.

Apesar da simulação do dano ter sido satisfatória, o dano antecedente à carga de pico não foi simulado com sucesso. Esta limitação é consequente ao modelo de dano utilizado. Portanto, sugere-se que outro modelo de dano seja futuramente empregado para o ensaio brasileiro e, caso haja sucesso, seja adotado em uma modelagem numérica do método SLC.

REFERÊNCIAS

BOBADILLA, J. R. J. Modelagem do Método de Exploração Sublevel Caving através do Método dos Elementos Discretos. Dissertação (mestrado). Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2013.

BRADY, B.H.G.; BROWN, E.T. Rock mechanics for underground mining, 3rd edition. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Netherlands, p. 628., 2005.

GUAN, K.; ZHU, W.; YU, Q.; CUI, L; SONG, F. A plastic-damage approach to the excavation response of a circular opening in weak rock. *Tunnelling and Underground Space Technology*, v. 126, 104538, 2022.

HAN, Y. et al. Measurement of elastic properties in Brazilian disc test: solution derivation and numerical verification. *Geomechanics and Geophysics for Geo-Energy and Geo-Resources*, v. 4, p. 63-77, 2018.

KVAPIL, R. Sublevel caving. In *SME mining engineering handbook*, Society for Mining, Metallurgy and Explorations, New York, p. 1789-1814. 1992.

LEMAITRE, J., DESMORAT, R. *Engineering Damage Mechanics: Ductile, Creep, fatigue and brittle failures*, Springer Verlag NY, 2005.

LEONEL, E.D. Modelos não lineares do Método dos Elementos de Contorno para análise de problemas de fratura e aplicação de modelos de confiabilidade e otimização em estruturas submetidas à fadiga. Tese (doutorado). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. 2009.

LI, G.; CHENG, X. F.; PU, H.; TANG, C. A. Damage smear method for rock failure process analysis. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, v. 11, p. 1151-1165, 2019.

LOPES, T. M. S. Análise da influência das condições de contorno na determinação dos parâmetros elásticos e da tenacidade de rochas no ensaio brasileiro. Dissertação (mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. 2020.

LUPO, J. F. Progressive failure of hanging wall and footwall Kiirunavaara Mine, Sweden. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, vol. 34, n. 3-4, 1997.

RODRÍGUEZ, P. C. A. Análise do microfissuração em rochas no ensaio de compressão diametral por meio da técnica de emissão acústica. 2015. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2015.

RODRÍGUEZ, P.; CELESTINO, T. B. Assessment of damage distribution in brittle materials by application of an improved algorithm for three-dimensional localization of acoustic emission sources with P-wave velocity calculation. *Construction and Building Materials*, v. 231, 117086, 2020.

VILLEGAS, T.; NORDLUND, E.; DAHNÉR-LINDQVIST, C. Hangingwall surface subsidence at the Kiirunavaara Mine, Sweden. *Engineering Geology*, v. 121, p. 18–27, 2011.

YI, C.; SJÖBERG, J.; JOHANSSON, D. Numerical modelling for blast-induced fragmentation in sublevel caving mines. *Tunnelling and Underground Space Technology*, v. 68, p. 167–173, 2017

YUAN, R.; SHEN, B.. Numerical modeling of the contact condition of a Brazilian disk test and its influence on the tensile strength of rock. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, v. 93, p. 54–65, 2017.

WANG, J.; FU, J.; SONG, W.; ZHANG, Y. Mechanical properties, damage evolution, and constitutive model of rock-encased backfill under uniaxial compression. *Construction and Building Materials*, v.285, 122898, 2021.