



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
Universidade Federal de Ouro Preto
Escola de Minas – Departamento de Engenharia Civil
Curso de Graduação em Engenharia Civil



Paula Marinho Ferreira

**AVALIAÇÃO DA CONFIABILIDADE DO FATOR DE
SEGURANÇA OBTIDO POR ANÁLISE PROBABILÍSTICA EM
RELAÇÃO À ANÁLISE DETERMINÍSTICA EM BARRAGENS
DE MINERAÇÃO**

Ouro Preto

2022

Avaliação da confiabilidade do fator de segurança obtido por análise probabilística em relação à análise determinística em barragens de mineração.

Paula Marinho Ferreira

Trabalho Final de Curso apresentado como parte dos requisitos para obtenção do Grau de Engenheiro Civil na Universidade Federal de Ouro Preto.

Data da aprovação: 23/09/2022

Área de concentração: Geotecnia

Orientador: Prof. D.Sc. Felipe de Campos Loch – UFOP

Co-orientador: Eng. Fernando Gustavo Alves Gonçalves

Ouro Preto

2022

SISBIN - SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO

F383a Ferreira, Paula Marinho.

Avaliação da confiabilidade do fator de segurança obtido por análise probabilística em relação à análise determinística em barragens de mineração. [manuscrito] / Paula Marinho Ferreira. - 2022. 83 f.

Orientador: Prof. Dr. Felipe de Campos Loch.

Coorientador: Esp. Fernando Gustavo Alves Gonçalves.

Monografia (Bacharelado). Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de Minas. Graduação em Engenharia Civil .

1. First Order Second Moment (FOSM). 2. Monte Carlo, Método de. 3. Confiabilidade (Engenharia). 4. Probabilidade - Análise Probabilística. 5. Engenharia - Geotecnia. 6. Incerteza (Teoria da informação). I. Gonçalves, Fernando Gustavo Alves. II. Loch, Felipe de Campos. III. Universidade Federal de Ouro Preto. IV. Título.

CDU 624

Bibliotecário(a) Responsável: Maristela Sanches Lima Mesquita - CRB-1716



FOLHA DE APROVAÇÃO

Paula Marinho Ferreira

Avaliação da confiabilidade do fator de segurança obtido por análise probabilística em relação à análise determinística em barragens de mineração

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia Civil da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de engenheira civil.

Aprovada em 23 de setembro de 2022.

Membros da banca

[Doutor] - Prof. Dr. Felipe de Campos Loch - Orientador (DECIV - UFOP)
[Especialista] - Eng. Fernando Gustavo Alves Gonçalves - Coorientador (Pimenta de Avila Consultoria)
[Mestre] - Eng.a Vera Lúcia Silva Tavares - (BVP Geotecnia e Hidrotecnia)
[Mestre] - Prof. M.Sc. Mateus Oliveira Xavier - (DEARQ - UFOP)

Prof. Dr. Felipe de Campos Loch, orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito na Biblioteca Digital de Trabalhos de Conclusão de Curso da UFOP em 26/09/2022



Documento assinado eletronicamente por **Felipe de Campos Loch, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 26/09/2022, às 14:01, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **0403520** e o código CRC **45281035**.

*Dedico este trabalho à minha família,
às pessoas que me inspiraram
e a todos que me incentivaram a nunca parar.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente aos meus pais, Mariléa e Mauricio, e ao meu irmão Thiago, por todo apoio e carinho. Aos meus avós e tios, que sempre contribuíram com o que tinham ao alcance, torcendo e almejando o meu sucesso.

Ao Matheus, por tornar a vida mais leve, com todo apoio, paciência e companheirismo sempre e especialmente durante essa etapa.

Aos professores, que serviram de exemplo e me fizeram ter cada dia mais gosto pela engenharia. Ao Felipe Loch pelo apoio nessa etapa final.

Aos amigos e colegas da Pimenta de Ávila, pela grandiosa inspiração. À equipe de trabalho Fernando, Bruna, Pedro, Felipe e Lorena, por me receberem tão bem, por toda paciência em ensinar, por todo aprendizado diário e por estarem comigo nos momentos bons e também nas situações difíceis – da vida profissional ou não. Ao Gean e ao Guilherme por toda disponibilidade de sempre.

Aos amigos do Centro Acadêmico de Engenharia Civil (CAEC), por me receberem tão bem na Graduação. Aos amigos da CivilJr, por tanto aprendizado, reconhecimento e evolução. Aos amigos da LAGEM, por trazerem o conhecimento da geotecnia para mais perto da realidade da graduação.

À Fundação Gorceix, por tornar minha graduação mais confortável e proporcionar experiências únicas, oferecendo as melhores capacitações.

A todos os amigos da graduação que cruzaram comigo nessa etapa, deixando boas memórias e aprendizado.

RESUMO

Nos estudos geotécnicos usuais, normalmente, opta-se pelos métodos de análise determinística, nos quais se baseiam em valores fixos de entrada e possuem como resultado um único valor de Fator de Segurança (FS), no entanto, este tipo de abordagem não inclui as variabilidades intrínsecas dos solos. Os estudos probabilísticos são baseados em conceitos estatísticos e são capazes de representar as incertezas. Estes estudos tem se destacado no âmbito geotécnico, pois são capazes de representar com mais clareza a realidade de um solo, eles fornecem o valor de probabilidade de ruína (Pr) e em conjunto com as análises determinísticas podem assegurar a estabilidade ou direcionar um novo estudo. Este trabalho apresenta um estudo de caso, onde utiliza-se dados dos ensaios Triaxiais do tipo CIU de amostras retiradas de um conjunto de barragens de rejeito de bauxita, localizada na região norte do Brasil. Os métodos probabilísticos escolhidos foram: FOSM (do inglês: *First Order Second Moment*) e Monte Carlo, eles estão dentre os mais difundidos na geotecnia. As análises foram realizadas com auxílio computacional, utilizou-se os softwares, *Slide2* da *RocScience*, *Excel* e *MiniTab*. Os resultados obtidos nas análises probabilísticas, comparados aos resultados obtidos da análise determinística de uma seção hipotética, mostraram que mesmo em casos onde o Fator de Segurança é maior do que o estabelecido pela NBR 13.028:2017, é possível existir valores para a probabilidade de ruína, mesmo que insignificativos. Apesar dos resultados obtidos pelo estudo de caso terem indicado por a estabilidade da estrutura pelos dois métodos, a análise em conjunto dos métodos determinísticos e probabilísticos se fazem importante, pois podem servir como indicativo das condições de segurança e ajudar na tomada de decisão, denotando a necessidade de refinamento dos estudos ou a realização de investigações complementares onde há consideráveis divergências entre o FS determinístico e a Pr encontrados.

Palavras-chaves: Monte Carlo, FOSM, Incertezas, Análise Probabilística; Geotecnia.

ABSTRACT

In the usual geotechnical studies, one usually opts for deterministic analysis methods, which are based on fixed input values and have as a result a single value of FoS (Factor of Safety), however, this type of approach does not include the intrinsic variability of soils. Probabilistic studies are based on statistical concepts and are able to represent uncertainties. These studies have stood out in the geotechnical field, because they are able to represent more clearly the reality of a soil, they provide the value of probability of ruin (Pf) and together with deterministic analyses can ensure the stability or direct a new study. This paper presents a case study, using data from CIU-type triaxial tests on samples taken from a set of bauxite tailings dams, located in the northern region of Brazil. The probabilistic methods chosen were FOSM (First Order Second Moment) and Monte Carlo, which are among the most widespread in geotechnical engineering. The analyses were performed with computational assistance, using the software Slide2 from RocScience, Excel and MiniTab. The results obtained from the probabilistic analyses, compared to the results obtained from the deterministic analysis of a hypothetical section, showed that even in cases where the Factor of Safety is higher than the established by NBR 13.028:2017, it is possible to have values for the probability of failure, even if insignificant. Despite the results obtained by the case study have indicated for the stability of the structure by the two methods, the analysis together of the deterministic and probabilistic methods are important, because they can serve as an indication of the safety conditions and help in decision making, denoting the need for refinement of the studies or the performance of further investigations where there are considerable divergences between the deterministic FoS and the Pr found.

Keywords: Monte Carlo, FOSM, Uncertainty, Probabilistic Analysis; Geotechnics

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Árvore de Falhas para Ruptura de um Barramento.	5
Figura 2 – Incertezas associadas à estimativa de uma propriedade.	9
Figura 3 – Comparação da probabilidade de ruptura considerando dois casos de distribuições de probabilidade.	14
Figura 4 – Distribuição de Probabilidade Normal e Desvios Padrões.	19
Figura 5 – Relação entre o índice de confiabilidade e a probabilidade de ruptura.	21
Figura 6 – Formato dos gráficos de coeficientes de Correlação.	23
Figura 7 – Etapas do estudo.	27
Figura 8 – Seção base para as análises.	31
Figura 9 – Trajetória de tensões da argila amarela compactada.	33
Figura 10 – Trajetória de tensões da argila amarela.	33
Figura 11 – Trajetória de tensões da argila de fundação.	34
Figura 12 – Histograma da Razão de Resistência da Argila Amarela.	37
Figura 13 – Histograma do ângulo de atrito da Argila Amarela.	38
Figura 14 – Histograma da coesão da Argila Amarela.	38
Figura 15 – Histograma da Coesão Efetiva da Argila Amarela Compactada. ...	39
Figura 16 – Histograma do Ângulo de Atrito da Argila Amarela Compactada. .	39
Figura 17 – Histograma da Razão de Resistência da Argila de Fundação.	40
Figura 18 – Histograma do Ângulo de Atrito da Argila de Fundação.	40
Figura 19 – Histograma da Coesão da Argila de Fundação.	41
Figura 20 – Correlação das variáveis na argila amarela.	42
Figura 21 – Correlação das variáveis na argila amarela compactada.	43
Figura 22 – Correlação das variáveis na argila de fundação.	43

Figura 23 – Análise Determinística com Fator de Segurança.	45
Figura 24 – Influência da variação das variáveis no Fator de Segurança.	47
Figura 25 – Análise Probabilística de Monte Carlo com variação das variáveis de maior influência obtidas pelo método FOSM.	49
Figura 26 – Histograma da Análise Probabilística de Monte Carlo com variação das variáveis de maior influência obtidas pelo método FOSM.	50
Figura 27 – Gráfico de distribuição de probabilidade de ruína análise de Monte Carlo pela variação das variáveis de maior influência.	50
Figura 28 – Convergência das iterações da análise de Monte Carlo pela variação das variáveis de maior influência.	51
Figura 29 – Análise Probabilística de Monte Carlo com correlação do ângulo de atrito e coesão.	52
Figura 30 – Histograma da análise de Monte Carlo correlação do ângulo de atrito e coesão.	53
Figura 31 – Gráfico de distribuição de probabilidade de ruína análise de Monte Carlo com correlação do ângulo de atrito e coesão.	53
Figura 32 – Convergência das iterações da análise de Monte Carlo correlação do ângulo de atrito e coesão.	54

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Incertezas e possíveis tratamentos.....	6
Tabela 2 – Fatores de segurança mínimos aceitáveis em barragens de mineração.....	6
Tabela 3 – Principais fontes de incertezas na determinação de um modelo geotécnico.....	8
Tabela 4 – Principais diferenças das abordagens determinísticas e probabilísticas.....	13
Tabela 5 – Valores típicos de índice de confiabilidade e probabilidade de ruptura.....	21
Tabela 6 – Níveis de desempenho esperados em estruturas geotécnicas.....	22
Tabela 7 – Quantitativo do ensaio triaxial CIU em cada camada.....	28
Tabela 8 – Dados estatísticos dos parâmetros das camadas.....	35
Tabela 9 – Intervalos típicos de parâmetros do solo para ensaio triaxial CIU..	36
Tabela 10 – Coeficientes de variação encontrados nos ensaios triaxiais.....	36
Tabela 11 – Média mais incremento dos parâmetros dos solos que estão na superfície de ruptura.....	41
Tabela 12 – Coeficiente de correlação de Pearson obtidos.....	44
Tabela 13 – Fatores de segurança, valores médios e valores médios mais incremento dos parâmetros dos solos que estão na superfície de ruptura.....	46
Tabela 14 – Variâncias parciais das variáveis aleatórias e variância total do FS.....	47
Tabela 15 – Variâncias parciais das variáveis aleatórias e variância total do FS.....	49
Tabela 16 – Variâncias parciais das variáveis aleatórias e variância total do FS.....	54

LISTA DE SIGLAS

COV – *Coefficiente de Variação*

σ – *Desvio Padrão*

FS – *Fator de Segurança*

P_f ou P_r – *Probabilidade de Ruptura, Probabilidade de Falha ou Probabilidade de Ruína*

PZE – *Piezômetro Elétrico*

(V [x]) – *Variância*

VA – *Variável Aleatória*

SUMÁRIO

1	Introdução	1
1.1	Objetivo	2
1.1.1	Objetivos Específicos	3
2	Revisão Bibliográfica	4
2.1	Barragens de Rejeito	4
2.1.1	Estabilidade de taludes	4
2.1.2	Gestão de riscos	5
2.2	Caracterização geotécnica	6
2.3	Incertezas na geotecnia	8
2.3.1	Variabilidade Espacial	9
2.3.2	Erros de medição	10
2.3.3	Dispersão dos dados	10
2.3.4	Incerteza estatística	11
2.3.5	Incerteza de transformação	11
2.4	Abordagem probabilística e determinística	12
2.5	Análise probabilística de taludes	13
2.5.1	Conceitos de estatística e probabilidade	15
2.5.2	Índice de confiabilidade e probabilidade de ruptura	20
2.5.3	Correlação entre variáveis	22
2.5.4	Métodos de confiabilidade	23
3	Metodologia	27
3.1	Caracterização Geotécnica	28

3.1.1	Coleta e análise dos dados	28
3.1.2	Comparação com a Literatura	29
3.2	Modelagem estatística e probabilística.....	29
3.3	Avaliação da estabilidade pelos métodos probabilísticos comparados ao resultado determinístico	30
4	Resultados	32
4.1	Caracterização Geotécnica	32
4.2	Dados de entrada para a modelagem	37
4.2.1	Tipo distribuição dos parâmetros	37
4.2.2	Correlação entre o ângulo de atrito e coesão	42
4.3	Análise dos resultados das análises probabilística e determinística ..	44
4.3.1	Análise Determinística.....	44
4.3.2	Método FOSM.....	45
4.3.3	Método Monte Carlo com a variação dos parâmetros do FOSM....	48
4.3.4	Método Monte Carlo utilizando correlação entre ângulo de atrito e coesão	51
4.3.5	Comparação do resultado obtido pelas análises.....	54
5	Conclusão.....	56
	Referências.....	58
	Apêndice A – Análises de estabilidade pelo método fosm (first order second moment)	63
A.1	Apêndices e Anexos.....	63
	Apêndice B – VALORES DE RAZÃO DE RESISTÊNCIA.....	67

1 INTRODUÇÃO

As barragens de rejeitos consistem em mecanismos importantes para disposição do material inutilizado após o beneficiamento do minério. As estruturas das barragens devem ser seguras e estudadas a fim de evitar que falhas ocorram, o que pode trazer prejuízos para economia, natureza e para o ser humano. Com essa preocupação, surge a necessidade do aprofundamento dos estudos e utilização de métodos que garantam a estabilidade e segurança da estrutura em geral.

Vale pontuar que a sociedade exige, cada vez mais, que os riscos aos quais as pessoas, propriedades e o meio ambiente estão expostos sejam quantificados (LACASSE, 2016). Para determinação da estabilidade de taludes, usualmente, opta-se pela abordagem determinística, na qual se considera os parâmetros de projetos constantes e, a partir disso, determina-se um único valor de Fator de Segurança (FS), sendo esse considerado um método com resultados satisfatórios, mas que, no entanto, possui suas limitações.

As limitações dos métodos determinísticos da estabilidade de taludes se dão principalmente pela incerteza e variabilidade dos parâmetros do solo, ao inserir que, quando fixos, podem não corresponder à realidade. De acordo com Cao, Li e Wang (2017), os solos e suas propriedades são afetados por vários fatores durante o seu processo de formação, dentre os quais é possível destacar: propriedades de suas rochas originárias, processos de intemperismo e de erosão, além dos agentes de transporte e condições de sedimentação. Pelo motivo citado pelos autores, é possível dizer que os solos possuem variabilidade de parâmetros em sua extensão, chamado de "variabilidade natural" (PHOON e RETIEF, 2016). Além da variabilidade que o solo possui por natureza, esse também engloba outras incertezas que podem estar relacionadas a falhas estatísticas e erros na execução de ensaios, interpretação e leituras feitas pelo ser humano.

Com o amadurecimento dos estudos de variabilidade relacionados à heterogeneidade do solo, a abordagem probabilística da determinação da estabilidade de taludes vem ganhando espaço.

Este método de análise, diferente da abordagem determinística que estabelece parâmetros fixos para os solos em análise, considera a variabilidade dos parâmetros de entrada que resultam em uma distribuição de probabilidade do fator de segurança. As análises probabilísticas permitem observar a influência da variabilidade de cada uma das variáveis relacionadas ao solo, além de fornecer a probabilidade de ruptura do talude e ser uma ferramenta importante para geotecnia, permitindo a análise mais criteriosa dos riscos quando feita em conjunto com a abordagem determinística.

Apesar de o número de trabalhos relacionados ao tema ser crescente, ainda é um assunto de abordagem restrita. Desta forma, o presente trabalho aplicou, a partir do estudo de caso de um conjunto de barragens de rejeitos de mineração de bauxita localizado na região norte do país, as abordagens probabilísticas e determinísticas em um talude hipotético. O estudo apresentará, primeiramente, a caracterização geotécnica do local, fase na qual os valores encontrados serão comparados aos valores de literatura. Durante o estudo, será feita a avaliação da influência das variações dos parâmetros na estabilidade da seção analisada e, após a determinação dos resultados relacionados à estabilidade pelas duas abordagens, será realizada uma análise comparando e correlacionando os métodos. Ao final do trabalho, espera-se que a importância da análise conjunta dos dois métodos seja explicitada.

1.1 Objetivo

Avaliar a confiabilidade do fator de segurança de um talude de uma barragem de mineração de bauxita por análise probabilística comparando-a com a abordagem determinística.

1.1.1 Objetivos Específicos

- Avaliar os dados obtidos por ensaios e determinar o coeficiente de variação dos parâmetros a serem estudados, comparando-os aos valores reportados em literatura.
- Avaliar a influência da correlação entre variáveis e das variabilidades dos parâmetros na probabilidade de ruptura.
- Avaliar as vantagens das abordagens em conjunto.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Barragens de Rejeito

As barragens de rejeitos são estruturas projetadas para decantação e manutenção de rejeitos e água (EUROPEAN COMMISSION, 2004). Proveniente da mineração, o rejeito, como um material sem valor comercial, deve ser descartado de forma econômica e trazendo segurança para os seres humanos e todas as formas de vida.

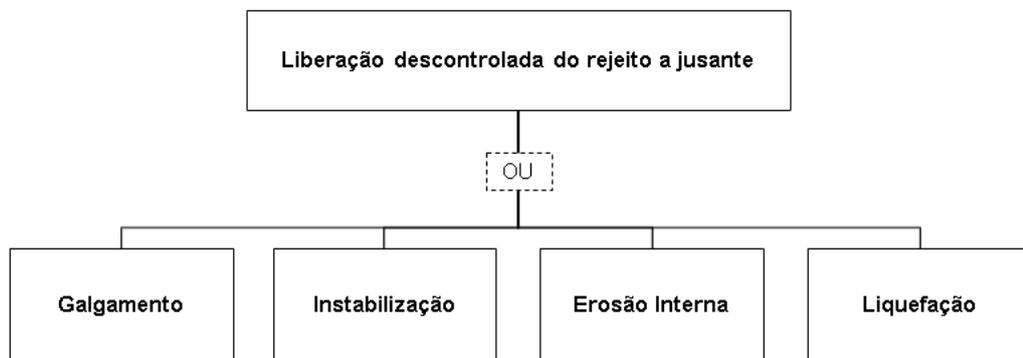
É importante que as barragens sejam projetadas de forma eficiente e que, na construção da estrutura, sejam levados em consideração os diversos aspectos geotécnicos e peculiaridades que o solo apresenta, além de ser indispensável prezar pelas demais considerações da engenharia.

2.1.1 Estabilidade de taludes

Um dos principais aspectos do estudo de uma barragem está na análise dos taludes que a compõem. Visando a estabilidade de taludes, as análises de risco se fazem importantes, sendo que essas requerem, inicialmente, a identificação dos principais riscos capazes de levar a estrutura à ruptura, selecionando os mais significativos e que deverão ser analisados quantitativamente. A esse respeito, alguns estudos buscam formas de identificar sistematicamente as principais falhas possíveis. Dentre os métodos de estudo, é possível destacar, como exemplo, a organização a partir da metodologia de árvores de falhas, partindo do pressuposto que o evento de topo é a falha do barramento e a liberação do rejeito a jusante de forma descontrolada.

Estudos desenvolvidos por Taguchi (2014) validam a definição dos modos de falha principais, com base na compilação de modos de falha do ICOLD (2005), conforme apresentado na Figura 1.

Figura 1 – Árvore de Falhas para Ruptura de um Barramento.



Fonte: adaptado de Taguchi (2014).

2.1.2 Gestão de riscos

Independente do modo de falha previsto para uma estrutura de barragem, é possível fazer a gestão dos riscos, sendo definida como a aplicação sistemática, coordenada e integrada de políticas de gestão, procedimentos e práticas para as tarefas de detecção, mitigação, prevenção, planejamento de emergência e comunicação de riscos (MELO, 2014). Apesar deste estudo abordar apenas análises de estabilidade relacionadas a Instabilização, é importante ter ciência da abrangência da gestão de riscos.

O gerenciamento dos riscos é sujeito a incertezas e, apesar das metodologias tradicionais levarem em conta as dúvidas, apenas na gestão de riscos as incertezas são abordadas explicitamente (BOWLES, ANDERSON e GLOVER, 1997).

Na Tabela 1, estão registradas algumas das possíveis fontes de incertezas e os possíveis tratamentos.

A obtenção do Fator de Segurança (FS) é uma das principais maneiras de medir a estabilidade em barragens. Atualmente, existe uma relação valores estabelecidos no Brasil, que são considerados aceitáveis para garantir a segurança em barragens. A norma que estabelece os valores é a NBR 13.028(ABNT, 2017) e, os valores mínimos admissíveis são apresentados na Tabela 2.

Tabela 1 – Incertezas e possíveis tratamentos.

Fonte/tipo	Possíveis origens	Tratamento analítico
Física	Conhecimento inadequado dos eventos naturais e do comportamento estrutural	Simulação de Monte-Carlo
Estatística	Erro de amostragem	Desvio padrão, limites de confiança
Epistêmica	Simplificação de modelos matemáticos	Simulação de Monte-Carlo, Árvore de eventos
Decisória	Subjetividade	Árvore de eventos
Predição	Eventos futuros incertos	Árvore de eventos
Reação pública	Falta de confiabilidade e de transparência	Comunicação
Erro humano	Ignorância, negligência, falta de experiência e treinamento etc.	Teoria do erro grosseiro

Fonte: adaptado de Araujo (2019).

Tabela 2 – Fatores de segurança mínimos aceitáveis em barragens de mineração.

Fase	Tipo de ruptura	Talude	Fator de segurança mínimo
Final de construção ^a	Maciço e fundações	Montante e jusante	1,3
Operação com rede de fluxo em condição normal de operação, nível máximo do reservatório	Maciço e fundações	Jusante	1,5
Operação com rede de fluxo em condição extrema, nível máximo do reservatório	Maciço e fundações	Jusante	1,3
Operação com rebaixamento rápido do nível d'água do reservatório	Maciço	Montante	1,1
Operação com rede de fluxo em condição normal	Maciço	Jusante	1,5
		Entre bermas	1,3
Solicitação sísmica, com nível máximo do reservatório	Maciço e fundações	Montante e jusante	1,1

^a Etapas sucessivas de barragens alteadas com rejeitos não podem ser analisadas como "final de construção", devendo atender aos fatores de segurança mínimos estabelecidos para as condições de final de operação.

Fonte: NBR 13028 (2017).

2.2 Caracterização geotécnica

A caracterização geotécnica é um conjunto de processos que objetivam a definição de um modelo geomecânico (CAO, LI E WANG, 2017). Para definição do

modelo, é preciso conhecer bem o solo analisado. Para isso, as propriedades dos materiais e a estratigrafia do modelo devem ser estimadas adequadamente, para que seja possível estimar a estabilidade de um local considerando-o da maneira mais fiel à realidade, além de permitir a compreensão dos fenômenos relacionados ao material.

As limitações da elaboração de um modelo geomecânico que represente as condições reais de campo estão principalmente relacionadas às incertezas que o solo apresenta. Além da variabilidade das propriedades de um mesmo material, alguns casos contarão com diversos tipos de solos a serem analisados em um mesmo momento. A caracterização pode vir tanto de análises quantitativas quanto qualitativas, podendo ser útil toda informação a respeito do local de análise para definição do modelo. Informações como topografia, histórico de tensões do solo, parâmetros vindos dos ensaios de campo e laboratório e o nível freático são essenciais e fazem parte da primeira etapa da caracterização, como listado por Campello (2020).

Em barragens, além das informações acima, destaca-se a importância de estudos como sismicidade e caracterização do rejeito (CAMPELLO, 2020). A partir dos ensaios de laboratório e campo, retiram-se diversos parâmetros dos solos, quando esses valores não são fornecidos diretamente pelos ensaios, os valores podem ser obtidos por meio de correlações empíricas e teorias, pontua a autora. Segundo Schnaid (2000), o responsável pela investigação do local deve determinar o melhor método para realizar o conhecimento das camadas de solo, sendo diversas as variantes para a escolha adequada do procedimento. Ainda de acordo com o autor, o tipo, normas vigentes, e experiências regionais passadas podem ser determinantes para definição do solo, sendo que a análise de todas as informações em conjunto é utilizada para estimar as propriedades e estratigrafia do modelo.

2.3 Incertezas na geotecnia

A partir de conceitos estatísticos, diversos autores classificam as incertezas como “epistêmicas” e “aleatórias”. A incerteza epistêmica está relacionada à falta de conhecimento sobre um assunto, já a aleatória se refere à característica inerente a uma amostra, no caso da geotecnia, é possível relacionar esses aspectos à variabilidade natural do solo segundo cada caso.

A incerteza é inevitável na engenharia, portanto busca-se minimizá-la ao máximo e encontrar formas de lidar com a dúvida. No caso da dificuldade em se aferir as incertezas dos solos, os profissionais geológico-geotécnicos optam pelo conservadorismo. Alguns autores apresentam as principais fontes de incerteza, na Tabela 3, demonstra-se a visão de alguns desses estudiosos.

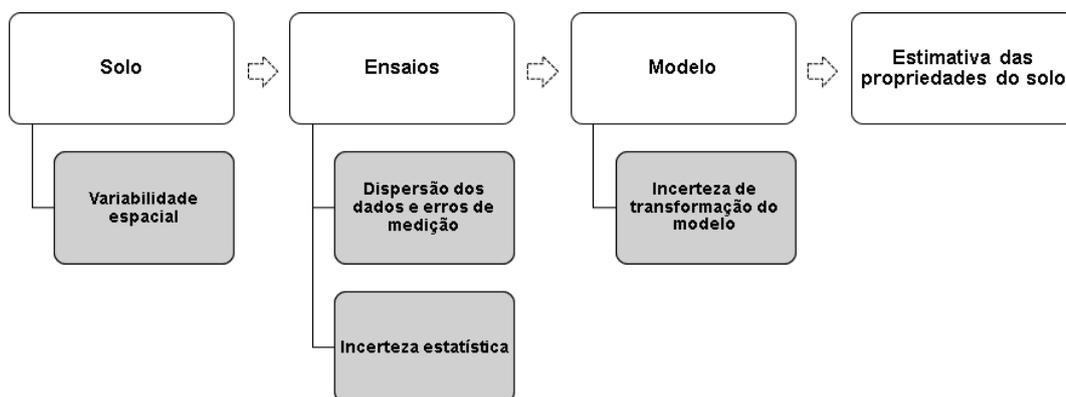
Tabela 3 – Principais fontes de incertezas na determinação de um modelo geotécnico.

Autores	Fontes de Incertezas
Vanmarcke, 1977	Variabilidade inerente do solo; Incertezas estatísticas; Erros de medição
Christian e Baecher, 1994	Dispersão de dados; Erro sistemático
Phoon e Kulhawy, 1999a, 1999b	Variabilidade inerente do solo; Erros de medição; Transformação de incertezas

Fonte: adaptado de Sandoval (2012).

Phoon e Kulhawy (1999) *apud* Sousa (2020) esquematizam algumas incertezas encontradas em cada uma das etapas de elaboração dos modelos de análise. Na Figura 2, apresenta-se um esquema adaptado dos autores, sendo que cada uma das incertezas serão melhor descritas a seguir.

Figura 2 – Incertezas associadas à estimativa de uma propriedade.



Fonte: adaptado de Phoon e Kulhawy (1999) apud Sousa (2020).

2.3.1 Variabilidade Espacial

O solo sofre variações em sua extensão mesmo após sua formação, as alterações ocorrem de maneira distinta nos diferentes pontos do solo, seja de modo vertical ou horizontal. Hight e Leroueil (2003) colocam como fatores justificativos para variabilidade das características dos materiais, aspectos como o histórico de formação, composição, microestrutura, histórico de tensões e o estado que o solo se encontra, como as condições de drenagem, temperatura, perturbação, dentre outros.

Mesmo em solos considerados homogêneos, é possível observar a variabilidade de suas propriedades e comportamentos. Um exemplo disso é a análise de um mesmo solo em sua camada superficial na qual estão expostas as intempéries, situação em que, muitas vezes, verifica-se comportamento diferente do solo confinado.

Como a variação das propriedades ocorre em relação a locais diferentes, o aumento do número de ensaios busca elevar o nível de confiança em relação às incertezas do solo. Segundo Campello (2020), a escala de flutuação é um parâmetro estatístico importante para correlacionar as propriedades do solo no espaço, sendo definida como a distância que as propriedades do solo se correlacionam em uma análise espacial. A autora ainda afirma que, quando a escala de flutuação é grande,

os valores das propriedades do material analisados são similares mesmo estando separados por uma grande distância.

2.3.2 Erros de medição

Os erros de medição e os erros sistemáticos são associados a diversos fatores, os principais estão relacionados aos erros humanos, acontecimentos inesperados na medição, como perturbação do local, falhas relacionadas aos equipamentos utilizados ou à precisão que esses apresentam, como cita Machado (2019).

2.3.3 Dispersão dos dados

A dispersão dos dados que pode trazer incerteza na definição de um modelo geotécnico se associa à variabilidade do solo. Segundo Cao, Li e Wang (2017), as correlações empíricas utilizadas para estimar parâmetros geotécnicos, apresentam incertezas relacionadas a dispersão dos dados visto que, são definidas pela seleção de uma quantidade limitada de dados. Desta forma as correlações existentes podem não ser representativas para um determinado local com solos de propriedades e comportamentos diferentes do utilizado para definição das correlações.

Além disso, para o estudo de um determinado local, é importante que a coleta de dados seja feita levando em consideração as mudanças de propriedades e comportamentos do solo ao longo de sua extensão. A escolha das amostras para geração dos dados deve ser feita de maneira que o local estudado seja bem caracterizado, portanto, deve-se evitar a utilização e coleta de dados oriundos de fontes que claramente não possuem relação, como, por exemplo, amostras de solos afastadas umas das outras, mesmo que visualmente representem solos similares. Estes podem ter históricos diferentes e, conseqüentemente, comportamentos distintos. Nestes casos, não trarão uma boa representatividade do local.

Phoon E Kulhawy (1999b), pontuam que a dispersão dos dados pode ser quantificada através de métodos probabilísticos, como análises de regressão.

Segundo Ang e Tang (2007), o Coeficiente de Variação (COV) pode trazer uma medida assertiva da dispersão dos dados.

2.3.4 Incerteza estatística

A incerteza estatística está relacionada à quantidade de informação utilizada para interpretação de um local (CHING, PHOON E WU, 2015). Os autores afirmam que uma das formas de eliminar esse tipo de incerteza seria realizar uma análise de todos os dados de um local, o que se torna impossível quando se relaciona a essa complexidade da formação dos solos, portanto, esse tipo de incerteza sempre ocorrerá.

2.3.5 Incerteza de transformação

As investigações e os ensaios geotécnicos, sejam eles de campo ou laboratório, não são capazes de fornecer todas as informações necessárias para interpretação do solo. Os parâmetros, quando não obtidos diretamente, são extraídos por meio de relações empíricas que foram definidas anteriormente por ajustes de uma série de dados. O geotécnico tem papel de escolher o melhor método de extração de parâmetros e características do solo para cada local de análise. As limitações de escolha estão no fato de que as relações e materiais disponíveis normalmente foram feitos para o estudo de um local específico, logo, adequam-se melhor a algumas situações do que a outras (PHOON e RETIEF, 2016).

Uma maneira de reduzir as incertezas relacionadas à transformação dos dados, é a realização de estudos para identificar similaridade dos dados utilizados na determinação das correlações pelos diversos autores, com os dados do estudo em questão, seja pelo tipo, comportamento ou localização do solo, por exemplo.

Nos próximos itens são apresentadas maneiras de lidar com as diversas incertezas que sempre existirão durante a caracterização das propriedades geotécnicas.

2.4 Abordagem probabilística e determinística

Para determinação da estabilidade de taludes, é possível abordar dois tipos de análises: a determinística e a probabilística. A primeira delas, determinística, normalmente é utilizada em maior escala, tem como entrada os parâmetros fixos, pré-determinados anteriormente MACHADO (2019). A análise probabilística, ao contrário, engloba a variabilidade dos parâmetros de entrada por meio de conceitos de estatística e probabilidade, afirma o autor.

O solo, diferentemente dos materiais fabricados e utilizados na construção civil, não possui parâmetros exatos e dificilmente será bem representado por um único valor, estimado por relações empíricas obtidas através de um conjunto de amostras. A abordagem probabilística objetiva incluir essa variabilidade na análise. Por meio dela, é obtida a curva de distribuição do parâmetro de análise, relacionada à outra curva de Fatores de Segurança, a partir dessa, obtém-se a quantidade de vezes que FS é inferior à 1, sendo possível retirar a Probabilidade de Ruína (P_r) e o Índice de Confiabilidade β e então estimar a estabilidade do talude (CAMPELLO, 2020).

Entre os maiores desafios da utilização da análise probabilística, é mencionável a escolha da função distribuição de probabilidade dos parâmetros escolhidos para análise. Sousa (2020) pontua a existência de testes de hipóteses para determinar tais distribuições, no entanto, pela limitação dos dados disponíveis, usualmente estima-se a distribuição por meio da visualização dos histogramas de frequência obtidos pelos resultados dos ensaios, outra maneira de determinar a distribuição dos parâmetros é recorrendo às distribuições disponíveis na literatura.

Os valores de entrada estimados para os métodos determinísticos podem vir da média ou de reduções para valores mais conservadores, é um método de simples aplicação, no entanto, não inclui as incertezas relacionadas às variáveis, sendo essa sua principal limitação. Além do mais, esse método conta com as incertezas vindas das hipóteses simplificadoras utilizadas nos cálculos. Os resultados das análises determinísticas são um único valor de Fator de Segurança (FS) e a superfície de ruptura (ARAUJO, 2020), na qual suas incertezas são incluídas.

Segundo Vecci (2018), as duas abordagens se complementam. Diversos trabalhos apresentam a abordagem determinística em conjunto com a probabilística, a partir dessa complementação, o engenheiro geotécnico obtém informações de melhor qualidade para fazer um dimensionamento robusto e gerir melhor seu projeto. Atualmente a FEAM (2020), estabelece no estado de Minas gerais que barragens classificadas em risco alta, devem ser analisadas por cálculos probabilísticos. A Tabela 4 apresentada a seguir compatibiliza os principais *outputs* de cada tipo de análise.

Tabela 4 – Principais diferenças das abordagens determinísticas e probabilísticas.

Dados	Abordagem Determinística	Abordagem Probabilística
Parâmetros de Entrada	Constantes	Variáveis
Resultados	FS único	Distribuição de probabilidade

Fonte: adaptado de Silva (2015).

2.5 Análise probabilística de taludes

A análise probabilística é uma ferramenta complementar às análises determinísticas, seu papel é essencial para abordagem da variação dos parâmetros do solo. O solo, por se tratar de um material formado por processos naturais ao longo do tempo, sempre apresentará variabilidade e um alto grau de complexidade de sua interpretação, o uso da análise probabilística com auxílio das ferramentas estatísticas visa a englobar essas incertezas, trazer um estudo de maior qualidade e reduzir o conservadorismo, adotado com frequência na ausência de informação (VECCI, 2018).

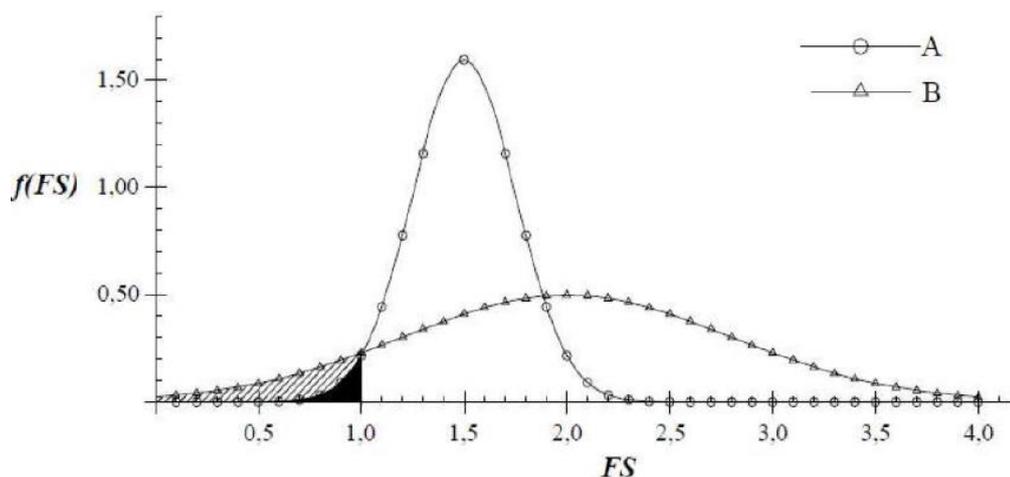
É importante destacar que, na abordagem probabilística, apenas parâmetros de interesse precisam ser apontados como variáveis aleatórias, os demais parâmetros são considerados constantes (CAMPELLO, 2020). A autora ainda afirma que, os valores caracterizados como constantes são aqueles que não possuem grande influência na análise. Os valores de interesse, os mais importantes na análise, podem

ser estimados por avaliações de sensibilidade por um dos métodos de confiabilidade, assunto melhor descrito no item 2.5.4.

Na análise probabilística, o FS deixa de apresentar um valor médio como é encontrado nas análises determinísticas e passa a ser entendido como uma função de distribuição de probabilidade, logo, o FS passa a ser considerado uma variável dependente de outras consideradas independentes (MACHADO, 2019). A principal estimativa retirada das análises probabilísticas é a Probabilidade de Falha (P_f), essa medida é obtida pela área correspondente a todos os valores menores que 1 da distribuição do FS ou a proporção entre as simulações que falharam ($FS < 1$) e o número total de simulações.

A Figura 3, apresentada por Machado (2019) *apud* Maia (2003), demonstra duas curvas de distribuição de probabilidade para FS calculados em duas estruturas, A e B. Partindo do conceito de que a P_f é representada pelas áreas abaixo das curvas para valores de FS menores do que 1, o autor observa que, apesar da distribuição A ter um valor médio de FS de 1,5, a P_f do caso é menor do que no caso B, sendo a média dos valores de FS igual a 2,0. Uma observação interessante sobre essa análise é que é visível que nem sempre o valor de FS está relacionado à segurança de uma estrutura ou à P_f .

Figura 3 – Comparação da probabilidade de ruptura considerando dois casos de distribuições de probabilidade.



Fonte: Maia (2003) *apud* Machado (2019).

Este tópico revisará com maior detalhe a abordagem das análises de estabilidade probabilísticas. Para isso, serão introduzidos alguns conceitos importantes para elaboração desse tipo de avaliação.

2.5.1 Conceitos de estatística e probabilidade

- Universo, população e amostra

O universo ou população é o maior conjunto de dados existente para um estudo, já a amostra ou espaço amostral (S) diz respeito a uma parcela representativa da população, ou todos os resultados possíveis de um experimento segundo Vecci (2018).

Trazendo para o âmbito da geotecnia, é possível exemplificar como sendo a população, os parâmetros do solo que a contém e a amostra, os corpos de prova a serem analisados a fim de representar a população.

- Variável Aleatória (X)

A variável aleatória (VA) pode ser entendida como uma variável quantitativa cujo resultado depende de fatores aleatórios (MACHADO, 2019), pode ser definida como discreta ou contínua. As discretas possuem valores que podem ser perfeitamente estimados entre um intervalo, já as VA contínuas não podem ser medidas com um valor exato. A maioria das variáveis relacionadas à geotecnia são variáveis aleatórias contínuas (STURARO, 1995).

- Média (μ)

Para se determinar a distribuição de probabilidade de uma série de dados, são necessárias medidas estatísticas denominadas como “momento”. O primeiro momento de uma variável aleatória (X) é a média (μ), que representa a tendência

central da distribuição da variável e é apresentada na Equação 1 de Ott (1988). A média utilizada é a aritmética e considera o peso atribuído a cada unidade de amostragem.

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \quad (1)$$

- Variância (V[X]) e Desvio Padrão (σ)

A variância avalia a dispersão da série de dados e é calculada em função da média (μ) da amostra, conforme observado na Equação 2 (OTT, 1988). A variância representa o segundo momento de uma distribuição de probabilidade. Ainda seguindo as fórmulas do autor, a partir da variância, é possível obter o desvio padrão (equação 3), o valor encontrado representará o grau de variação de um conjunto de dados em relação à média do conjunto.

$$V[X] = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2}{n - 1} \quad (2)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2}{n - 1}} \quad (3)$$

- Função densidade de probabilidade

O comportamento de uma variável aleatória contínua X pode ser descrito por uma função matemática, essa é conhecida como função densidade de probabilidade. A função projeta a curva de distribuição da probabilidade de ocorrência de cada valor da VA.

Para estimar que a probabilidade de ocorrência da VA é menor ou igual a um certo valor, utiliza-se a função de distribuição F(t) da equação 4.

$$P [X \leq t] = F (t) = \int_{-\infty}^t f(x)dx \quad (4)$$

A equação para um certo intervalo, é dada pela equação 5.

$$P [a \leq X \leq b] = \int_a^b f(x)dx \quad (5)$$

As funções de distribuição de probabilidade são funções contínuas, com valores sempre positivos e que, quando integradas dentro de seus limites de ocorrência, a área total é igual a 1 (ASSIS, ESPÓSITO, *et al.*, 2018).

- Histograma e Distribuições

Após a coleta de dados, esses precisam ser organizados para facilitar a interpretação dos resultados. Os dados de uma amostra devem ter uma distribuição própria, podem ser organizados por histogramas que relacionam a frequência em que um dado ocorre ao intervalo dos resultados obtidos. Outra maneira de representar a distribuição é por meio de curvas, sendo mais indicada quando há um maior número de dados a serem avaliados.

Alguns tipos de distribuição são frequentemente utilizados, dentre as mais comuns, é possível citar: normal, log-normal, triangular, exponencial, beta e triangular, no contexto da geotecnia, destaca-se que as mais utilizadas são as distribuições normal e log-normal (SILVA, 2015). Fenton e Griffiths (2008) ainda destacam que a coesão é frequentemente considerada como log-normalmente distribuída. A escolha de distribuição de probabilidades não representativa está entre um dos fatores que pode levar a resultados inadequados do estudo, além de ser um possível risco à confiabilidade de projetos. A decisão da distribuição ideal é de suma importância, para

estimar a distribuição que melhor se encaixará com o conjunto de dados estudados, pode-se contar com auxílio de diversos testes de hipóteses, estimativa por *softwares*, análises visuais, dentre outros.

- Distribuição de Probabilidade Normal

A distribuição normal, também conhecida como “gaussiana”, é caracterizada por sua simetria em torno da média e formato em sino. A equação desse tipo de distribuição é apresentada na equação 6.

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]} \quad (6)$$

Na qual:

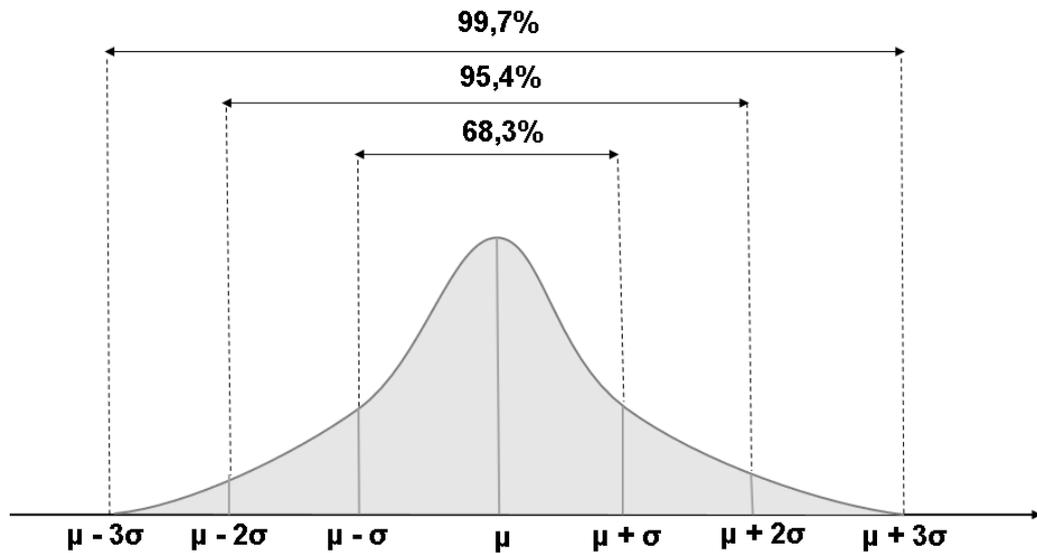
x: variável aleatória

σ : desvio padrão

μ : média da variável aleatória

Ao se analisar uma curva de distribuição normal, as áreas compreendidas entre $\mu \pm \sigma$, $\mu \pm 2 \sigma$ e $\mu \pm 3 \sigma$ desvios padrão (Figura 4) equivalem a 68,3%, 95,4% e 99,7% de todos os possíveis valores da VA, respectivamente.

Figura 4 – Distribuição de Probabilidade Normal e Desvios Padrões.



Fonte: adaptado de Rios (2015).

- Distribuição de Probabilidade Log-Normal

Utiliza-se a distribuição log-normal quando a variável de interesse apresenta assimetria à esquerda ou para variáveis que fisicamente não possuem valores inferiores a zero, como é o caso de alguns parâmetros da geotecnia. A distribuição log-normal caracteriza-se pela equação 7.

$$f(x) = \frac{1}{\sigma x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}[\ln x - \mu]^2} \quad (7)$$

- Coeficiente de Variação (COV)

Trata-se de um parâmetro adimensional, bastante representativo nas análises probabilísticas e que possui papel fundamental na análise da variabilidade dos dados em relação à média. Quando o valor de coeficiente de variação é baixo, diz-se que a distribuição dos dados é bastante homogênea.

O coeficiente de variação é obtido da razão entre o desvio padrão (σ) e a média (μ) conforme apresentado na equação 8 (VECCHI, 2018).

$$CV = \frac{\sigma}{\mu} \quad (8)$$

Alguns autores trazem valores de COV comumente encontrados e que podem ser utilizados como parâmetros nas análises probabilísticas.

2.5.2 Índice de confiabilidade e probabilidade de ruptura

Tanto o índice de confiabilidade β quanto a probabilidade de ruína P_f apresentam significativo papel para mensurar a segurança de um projeto na abordagem probabilística.

Segundo Araújo *et al.* (2017), o índice de confiabilidade β pode ser definido como a distância em número de desvios padrão entre o valor médio da VA e o valor do FS menor que 1. O índice de confiabilidade é definido pela seguinte equação:

$$\beta_e = \frac{\mu_e}{\sigma_e} \quad (9)$$

Em que:

β_e = Índice de confiabilidade em sua estrutura estática

μ_e = Média da distribuição de probabilidade

σ_e = Desvio padrão da distribuição de probabilidade

Como na engenharia o valor crítico de FS é definido como 1, ou seja, o valor no qual ocorre a ruptura da estrutura, reescreve-se a equação como:

$$\beta = \frac{\mu_{FS-1}}{\sigma_{FS}} \quad (10)$$

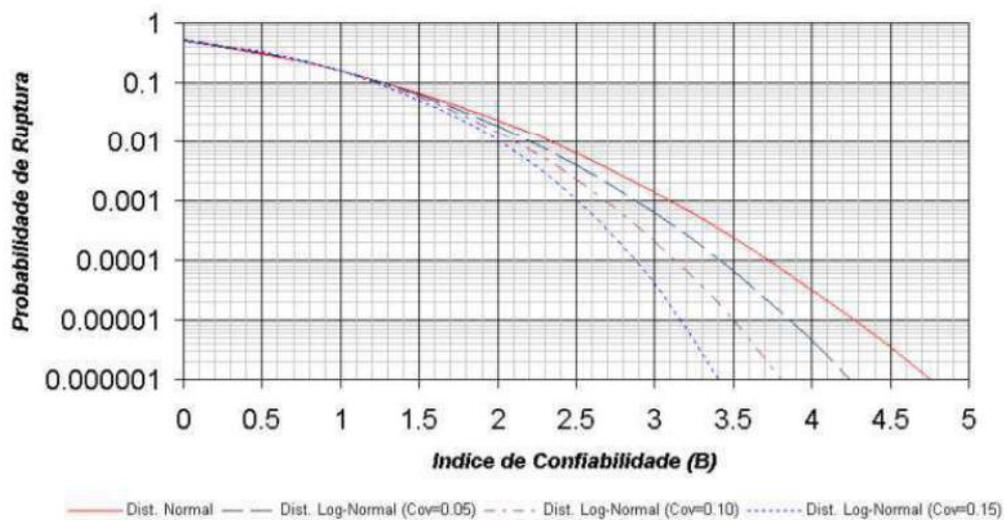
Em que:

μ_{FS} = valor médio ou esperado do fator de segurança

σ_{FS} = desvio padrão do fator de segurança.

Quando aplicado ao contexto geotécnico, a probabilidade de ruína corresponde à probabilidade de FS ser inferior a 1,0. O índice de confiabilidade apresenta relação inversa com a probabilidade de ruína, dessa maneira, é possível afirmar que altos valores de β indicam baixa probabilidade de ruptura. Flores (2008) apresenta um ábaco (Figura 5) que representa esse comportamento.

Figura 5 – Relação entre o índice de confiabilidade e a probabilidade de ruptura.



Fonte: Flores (2008).

Apesar de os valores de β e P_f não serem normatizados, nem existirem valores claros e balizadores na tomada de decisão, alguns autores apresentam compilados de valores típicos para os índices na área da geotecnia. Na Tabela 5, demonstra-se alguns dos valores típicos encontrados no trabalho de Dell’Avanzi e Sayão (1998), considerando obras geotécnicas distintas. O U.S. Army Corps of Engineers – USACE (2003), também propõe níveis de P_r , os valores estão compilados na Tabela 6.

Tabela 5 – Valores típicos de índice de confiabilidade e probabilidade de ruptura.

Caso	Índice de Confiabilidade β	Probabilidade de Ruína P_f
Fundações	2,3 a 3,0	0,01 a 0,001
Taludes de Mineração	1,0 a 2,3	0,1 a 0,01
Barragens	3,5 a 5,0	0,001 a 0,00001
Estruturas de Contenção	2,0 a 3,0	0,01 a 0,001

Fonte: adaptado de Dell’Avanzi e Sayão (1998).

Tabela 6 – Níveis de desempenho esperados em estruturas geotécnicas.

Nível de desempenho	Pr
Alto	$2,871 \times 10^{-7}$
Bom	$3,169 \times 10^{-5}$
Acima da média	0,00135
Abaixo da média	0,00621
Pobre	0,02275
Insatisfatório	0,06681
Perigoso	0,15866

Fonte: USACE (2003).

2.5.3 Correlação entre variáveis

De acordo com Assis et al. (2018), correlação é a verificação da existência e grau de relação entre as variáveis escolhidas para à análise em questão, na verificação de correlação determina-se quão bem uma equação se ajusta aos dados das variáveis, ou seja, descreve a relação entre as variáveis.

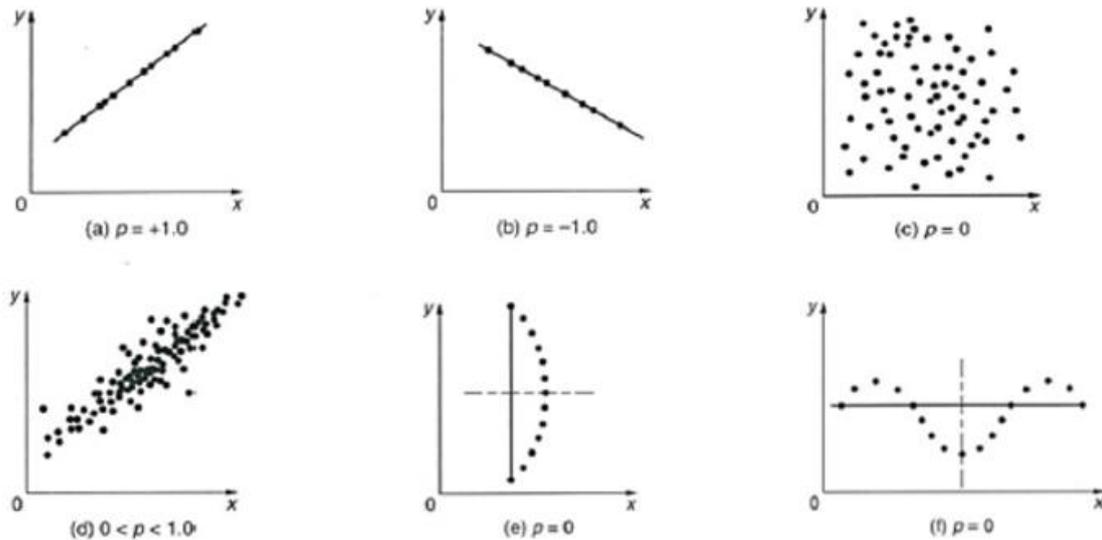
A correlação entre variáveis está entre uma das formas em que a abordagem probabilística utiliza para estimar as incertezas dos parâmetros, no entanto constitui uma ferramenta opcional para à análise. Normalmente é realizada a análise de correlação entre variáveis apenas com as variáveis de interesse, que são consideradas como variáveis aleatórias, os valores dos demais parâmetros são mantidos constantes.

Quando são analisadas apenas duas variáveis, o método da correlação linear é suficiente para observar o comportamento entre elas. Quando se trata de correlação linear, um dos métodos mais utilizados para o cálculo é através do coeficiente de correlação de Pearson.

O coeficiente de correlação (ρ), está contido no intervalo de 1 à -1, sendo que 1 indica que as variáveis são fortemente correlacionadas positivamente, como na letra “a” da imagem proposta por Ang e Tang (1975), e -1 indica uma forte correlação negativa, na letra “b”. A letra “c”, apresenta o gráfico de variáveis não correlacionadas, onde $\rho=0$, a letra “d” apresenta uma correlação positiva não tão forte quanto a apresentada pela letra à, isso porque os dados estão dispersos entre uma linha

imaginária. Já “e” e “f” apresentam variáveis dependentes entre si, no entanto a dependência é não linear.

Figura 6 – Formato dos gráficos de coeficientes de Correlação.



Fonte: Ang e Tang (1975).

A avaliação entre duas variáveis é interessante, pois traz ao modelo de estudo uma situação mais próxima à realidade, onde os parâmetros atuam simultaneamente.

2.5.4 Métodos de confiabilidade

Dentre os métodos probabilísticos utilizados em análises de confiabilidade, vale destacar os métodos: Monte Carlo, FOSM e método dos pontos de estimativa (ROSENBLUETH, 1975). Os três possuem como parâmetro de entrada os valores médios e desvio padrão dos parâmetros escolhidos como variáveis aleatórias e que alteram o valor do FS. Considerando o escopo deste trabalho, abaixo estão melhor detalhados os métodos FOSM e as Simulações de Monte Carlo.

2.5.4.1 Método FOSM (First Order Second Moment)

O método FOSM é de confiabilidade mais simples, mas que, no entanto, fornece bons resultados. O termo vem do inglês “First Order Second Moment” e se encaixa em uma categoria de métodos de confiabilidade denominados de Primeira Ordem Segundo Momento. Nesse método, o valor médio e o desvio padrão são

estimados utilizando os primeiros termos da expansão da série de Taylor da função desempenho. No estudo da estabilidade de taludes, a função desempenho é o FS, que se altera de acordo com a variação dos parâmetros do solo. No estudo, são utilizados todos os valores médios das variáveis aleatórias em questão, assim como mostrado na equação 11.

$$E[F] = F(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{X}_3, \dots, \bar{X}_n) \quad (11)$$

Em que:

\bar{X}_i = valores médios das variáveis X_i

A série de Taylor para a expansão da função $F(x)$ é dada pela equação 12:

$$F(x) = f(\bar{x}) + \frac{f'(\bar{x})}{1!}(x - \bar{x}) + \frac{f''(\bar{x})}{2!}(x - \bar{x})^2 + \dots + \frac{f^n(\bar{x})}{n!}(x - \bar{x})^n + R_N \quad (12)$$

Em que:

$f^n(\bar{x})$ = enésima derivada da função $F(x)$ em torno de X

R_N = é o resto (esse valor pode ser igual a zero ou não)

Fazendo o truncamento da série acima na primeira derivada e ao manipular a equação, é possível chegar na aproximação da variância, a fórmula encontrada está apresentada na equação 13.

$$V[f(x)] = (f'(\bar{x}))^2 \cdot V(x) \quad (13)$$

Como citado anteriormente, a função desempenho nesse caso de aplicação da geotecnia é o Fator de Segurança (FS), logo, é possível transcrever a variância do FS da seguinte maneira:

$$V[FS] = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\delta FS}{\delta x_i} \right)^2 \cdot V[x_i] \quad (14)$$

Para realização do cálculo da equação 14, seria necessário obter o valor das derivadas parciais de FS e que poderiam ser determinadas de forma exata pela derivação da função F(x). Como o procedimento pode ter um grau de complexidade elevado, os valores das derivadas parciais podem ser estimados aplicando uma taxa de variação em cada uma das variáveis aleatórias separadamente, a fim de analisar a variação em F(x), os demais valores das outras variáveis são fixados (ARAÚJO *et al.*, 2017).

Após decisão do valor do incremento, a derivada parcial de FS pode ser aproximada por um método proposto por Vecchi (2018) *apud* Cristian *et al.* (1992), equação 15:

$$\frac{\delta FS}{\delta x_i} = \frac{FS(x_i + \delta x_i) - FS(\bar{x}_i)}{\delta x_i} \quad (15)$$

Obtendo a variância da função de FS, é possível retirar o desvio padrão pela equação 16:

$$\sigma[FS] = \sqrt{V[FS]} \quad (16)$$

Outra vantagem do método está no fato de ser possível determinar a influência de cada variável aleatória na mudança do FS, ou seja, o método FOSM pode ser utilizado em conjunto com outros métodos, atuando com uma análise de sensibilidade. Abaixo está descrita a fórmula utilizada para o cálculo da contribuição.

$$\text{contribuição de cada variável} = \frac{\left(\frac{\delta FS}{\delta x_i} \right)^2 * V[x_i]}{V[FS]} * 100 \quad (17)$$

Após a determinação do desvio padrão, estima-se o índice de confiabilidade e também a probabilidade de ruptura, desde que seja adotada uma função de distribuição para o FS.

De acordo com El-Ramly, Morgenstern e Cruden (2003b), o método FOSM é preferencialmente indicado para problemas nos quais não existam correlações entre as variáveis. Apesar da recomendação, é possível realizar a análise aplicando-se um esforço extra na execução do método, o qual se tornará mais complexo (VECCI, 2018).

2.5.4.2 Simulação de Monte Carlo

Trata-se de um dos principais métodos probabilísticos aplicados em problemas complexos. Neste método, cada uma das variáveis aleatórias deve ter sua função densidade de probabilidade definida. As análises convencionais são repetidas milhares de vezes até que se obtenha a convergência da solução, ou seja, nesse caso, é determinado o número de iterações mínimos para que o FS atinja um valor constante, formando uma amostra representativa. Neste método, observa-se que a precisão da análise é proporcional ao número de interações realizadas na simulação (VECCI, 2018).

Para determinação da função densidade de probabilidade mais adequada aos dados, podem ser realizados testes de hipóteses caso estejam disponíveis dados suficientes para análise. Alguns autores apresentam funções densidade de probabilidade mais comuns para determinados parâmetros, esses valores podem ser utilizados quando a quantidade de dados disponíveis é limitada, além disso, a função pode ser estimada por ajuste visual do histograma dos dados.

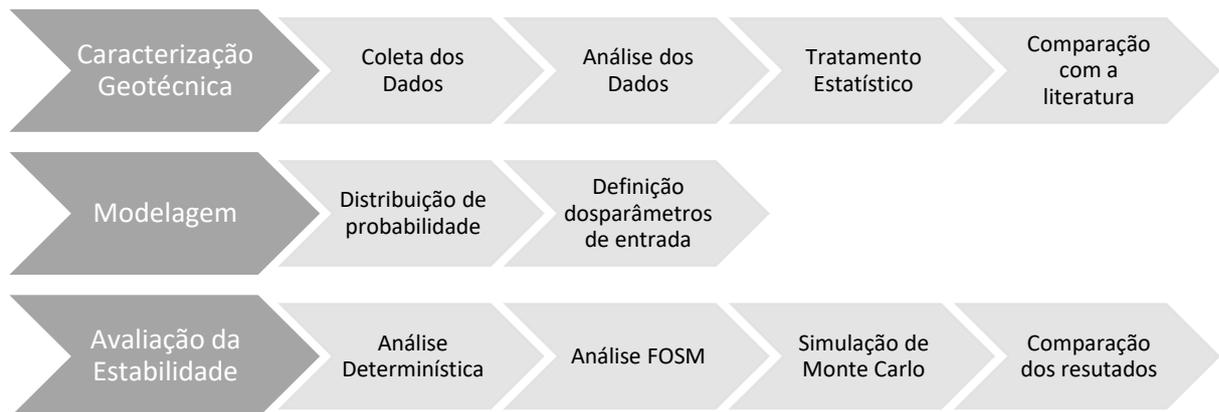
Após a obtenção dos valores de entrada como a média dos valores de FS e desvio padrão, utiliza-se a análise de Monte Carlo por meio de diversos recursos computacionais, dentre eles, os *softwares* Slide (Rocscience) e o *Slope/w* (Geostudio). A Probabilidade de Falha (Pr) da estrutura geotécnica vai ser a razão entre o número de vezes que o fator de segurança foi menor que 1,0 sobre o número total de interações.

3 METODOLOGIA

Neste capítulo, é apresentada a metodologia e as premissas utilizadas no desenvolvimento da análise da confiabilidade do fator de segurança em uma abordagem probabilística comparada ao método determinístico em um estudo de caso. O estudo de caso se refere ao estudo de um conjunto de barragens, no entanto, os métodos descritos podem ser aplicados aos demais tipo de solos.

A Figura 7 apresenta de forma resumida os principais passos para realização do trabalho.

Figura 7 – Etapas do estudo.



Fonte: da autora.

3.1 Caracterização Geotécnica

3.1.1 Coleta e análise dos dados

A primeira etapa do trabalho consistiu em separação e compilação dos dados fornecidos para o estudo de caso, sendo que esses foram cedidos sob a condição de sigilo da estrutura de disposição de rejeitos, portanto, foram omitidas informações que possam levar à caracterização real do local.

A estrutura estudada se trata de um conjunto de barragens de disposição de rejeito originário do processo de produção de bauxita. As barragens são situadas nas mesmas áreas de mineração após o processo de extração da bauxita. Os dados disponibilizados são referentes às três principais camadas de materiais que compõem a estratigrafia das barragens, material de pilha de estéril, proveniente da mineração, lançado e compactado, definido como argila amarela, sendo que esta camada pode conter presença de porções de laterita e argila variegada e do material de fundação *in situ*, argila de fundação, conhecida por argila variegada, de maneira geral apresenta textura argilosa, podendo ser percebido a presença de textura siltosa e/ou arenosa em trechos. Este estudo não abordou dados relacionados a camada do material de rejeito.

Foram escolhidos para o estudo do presente trabalho os dados referentes ao ensaio de resistência ao cisalhamento, ensaio de compressão triaxial (CIU – Adensado e isotopicamente não drenado).

Na Tabela 7, é apresentado o quantitativo de ensaios completos por amostra utilizados em cada um dos materiais neste estudo. Cada amostra é ensaiada em três níveis de tensão estabelecidos pelo conhecimento prévio da estrutura.

Tabela 7 – Quantitativo do ensaio triaxial CIU em cada camada.

Quantitativo do Ensaio Triaxial CIU			
Quantidades	Argila amarela	Argila amarela compactada	Argila de fundação
Amostras	21	11	12
Ensaios	63	22	36

Fonte: da autora.

- Tratamento Estatístico

Essa etapa consistiu em determinar os principais valores estatísticos que serviram de parâmetro de entrada. Eles foram definidos por estatística descritiva (média, desvio padrão e coeficiente de variação) os valores referentes aos parâmetros de cada uma das camadas da estrutura de disposição de rejeitos. Para auxiliar a apresentação dos dados, o *software* Excel foi utilizado.

Neste tópico, também será realizada uma análise dos resultados dos ensaios utilizados.

3.1.2 Comparação com a Literatura

Nesse momento, foram comparados os valores encontrados pela análise estatística com algumas referências importantes de literatura, às quais normalmente se recorre quando não há um banco de dados robusto para determinação do coeficiente de variação.

Os principais autores de comparação serão: Phoon & Kulhawy (1999), Sandroni e Sayão (1992), Campello *et al.*, (2019), Kulhawy *et al.* (2000) e Lacasse e Nadim (1998).

3.2 Modelagem estatística e probabilística

Após definição das principais variáveis de estudo, sendo elas: ângulo de atrito, coesão e razão de resistência, é feita a modelagem probabilística das variáveis. O primeiro passo determinou, para cada uma das variáveis aleatórias independentes escolhidas, a distribuição de probabilidade que melhor se ajusta ao parâmetro, dado essencial para elaboração das análises de Monte Carlo.

Segundo Silva (2015), os parâmetros geotécnicos geralmente possuem distribuição normal ou log-normal, portanto, a análise da distribuição de cada parâmetro em questão foi feita considerando esses dois modelos. Além da distribuição

de probabilidade, nesta etapa, será determinada a correlação entre as variáveis ângulo de atrito e coesão, a metodologia utilizada para determinação será a correlação de Pearson. Esse valor servirá de parâmetro de entrada para a análise de um dos dois casos que serão avaliados pelo método probabilístico de Monte Carlo.

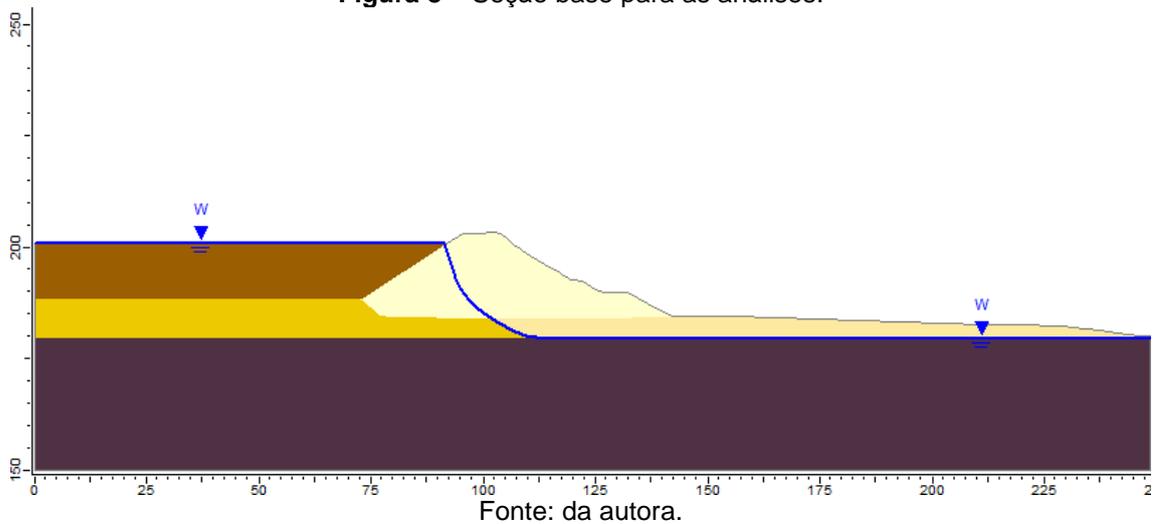
A modelagem é feita utilizando como auxílio o *software* Excel. Ao final dessa etapa, são compilados todos os parâmetros de entrada para análise de estabilidade probabilística obtidos para os parâmetros em cada uma das camadas.

3.3 Avaliação da estabilidade pelos métodos probabilísticos comparados ao resultado determinístico

Em um primeiro momento, realiza-se a análise determinística de uma seção do estudo de caso para comparar aos resultados das análises probabilísticas em geral. Esta análise tem o fluxo definido de forma hipotética, assim como a geometria da seção. A análise determinística também servirá como base para análise probabilística FOSM. Os valores de entrada para a análise determinística, foram os valores médios encontrados pela análise das amostras: ângulo de atrito (ϕ'), coesão (c') e razão de resistência (S_u/σ'_v).

Foram escolhidos os métodos probabilísticos FOSM e Monte Carlo para análise. Nesse contexto, em um primeiro momento, será desenvolvida a análise pelo método FOSM, fase na qual determina-se o primeiro valor de probabilidade de ruptura (P_r) do estudo de caso. Em seguida, serão realizados dois tipos de análises para o método de Monte Carlo, uma considerando a variação dos parâmetros de maior influência no FS, determinados também pelo método FOSM e outra considerando a correlação entre as variáveis ângulo de atrito e coesão. A Figura 8 apresenta a seção hipotética que será utilizada nas três análises.

Figura 8 – Seção base para as análises.



Quanto à ferramenta escolhida para a utilização, será o *software* Slide2, criado pela empresa RocScience. O Slide2 faz suas análises por equilíbrio limite, utilizando o equilíbrio de forças em seções bidimensionais. O método escolhido dentro do *software* foi o de Morgenstern-Price, segundo Vecci (2018), trata-se de um método interessante, pois, além de rigoroso, pode ser aplicado em análises considerando qualquer tipo de superfície de ruptura.

O *software* Slide2 apresenta dois métodos probabilísticos de simulação, Monte Carlo e Hipercubo Latino, como o objeto de estudo do trabalho, será utilizado o método de Monte Carlo. Nele, podem ser definidos dois tipos de análise: “*Global Minimum*” ou “*Overall Slope*”, ambos fornecem o índice de confiabilidade e a probabilidade de ruptura e se divergem principalmente em razão de que, na análise *Global Minimum*, a superfície de deslizamento determinada na análise determinística é mantida fixa na análise probabilística, já no *Overall Slope*, o *software* determina uma nova superfície de ruptura e um novo FS para cada iteração dos valores aleatórios gerados, necessitando-se de um grande esforço computacional. O tipo utilizado nesse trabalho foi o *Global Minimum*.

Ao final, foram feitas análises descritivas comparando os resultados obtidos em cada um dos métodos e variações de casos.

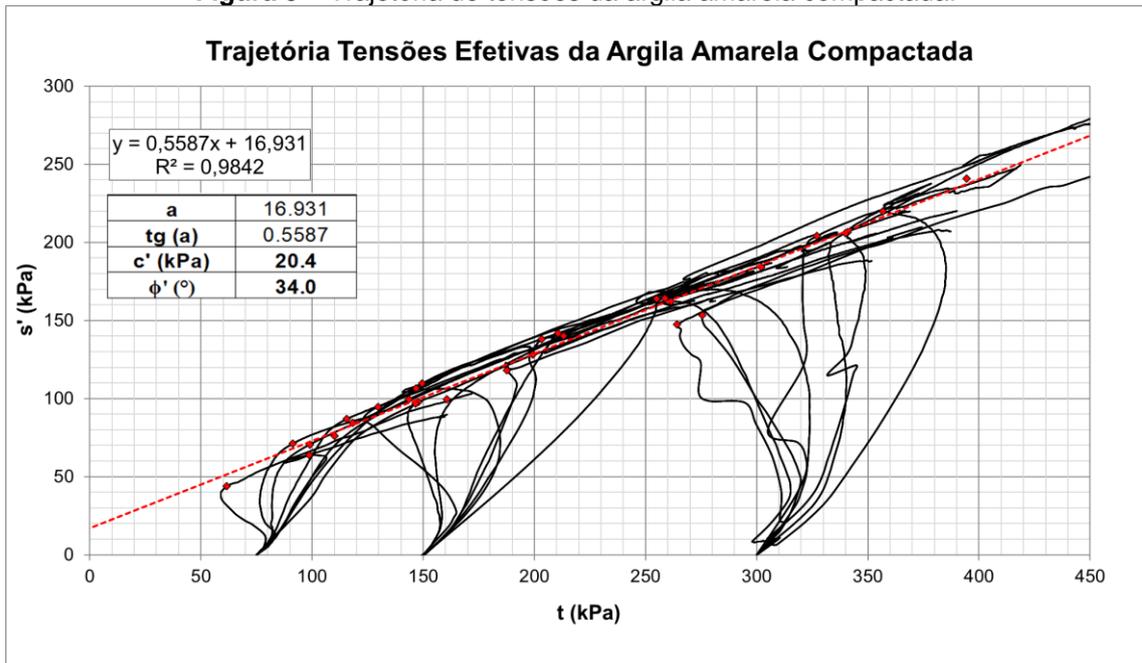
4 RESULTADOS

4.1 Caracterização Geotécnica

O ensaio de laboratório escolhido para determinação dos parâmetros de resistência efetivos e os parâmetros não drenados dos materiais foi o ensaio Triaxial do tipo CIU. As tensões confinantes adotadas no ensaio CIU foram de 75, 150 e 300 kPa, e foram escolhidas pelo conhecimento prévio da estrutura e tensões estimadas no local.

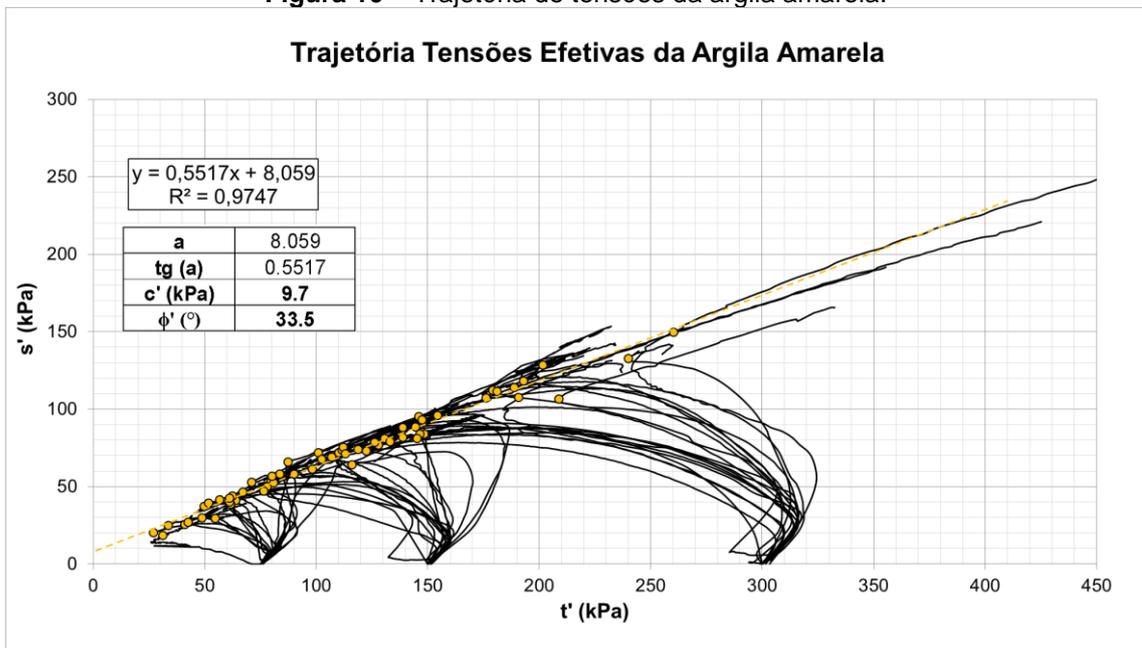
As Figuras 9, 10 e 11 apresentam as trajetórias de tensões de cada um dos materiais que compõem a estratigrafia. Considerando o comportamento dilatante e contrátil, é possível observar que o aterro compactado varia entre a tendência ao comportamento contrátil no início, alterando para o comportamento dilatante, o qual predomina. Já a pilha de estéril lançada, ou argila amarela lançada, apresenta comportamento predominantemente contrátil. A argila de fundação não apresenta padrão claro do comportamento, variando entre amostras. No entanto, observa-se que, para os maiores níveis de tensão aplicada, as amostras passam a ter comportamento contrátil, o que pode estar relacionado à tensão de pré-adensamento da estrutura.

Figura 9 – Trajetória de tensões da argila amarela compactada.



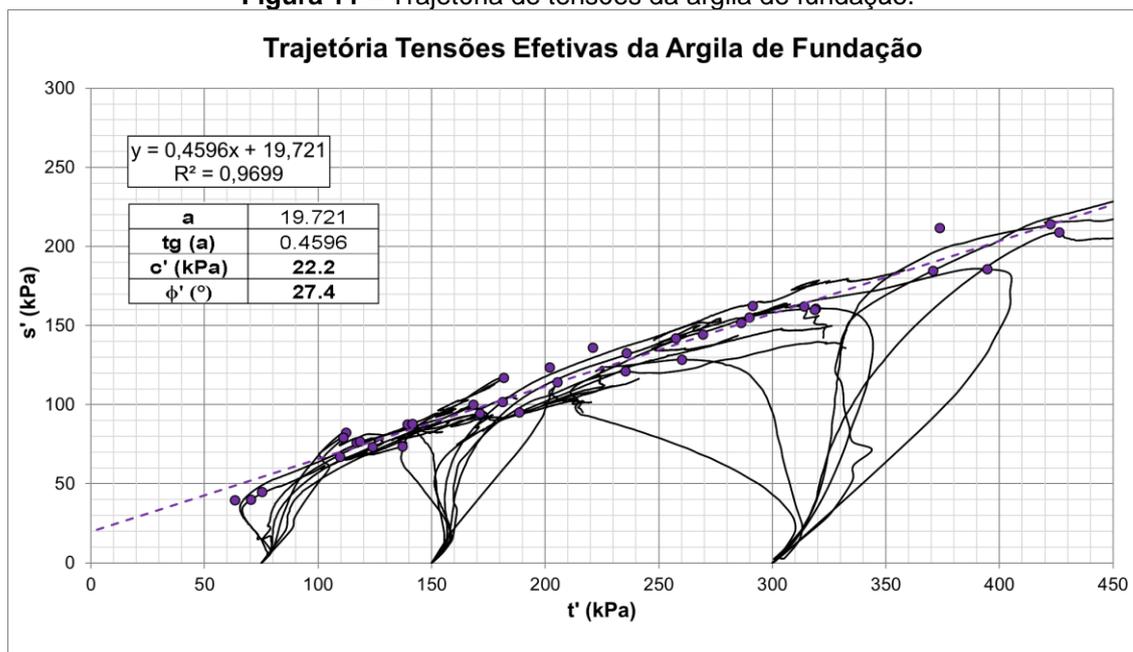
Fonte: da autora.

Figura 10 – Trajetória de tensões da argila amarela.



Fonte: da autora.

Figura 11 – Trajetória de tensões da argila de fundação.



Fonte: da autora.

Considerando que o material de aterro, formado de argila amarela compactada, apresentou comportamento predominantemente dilatante, ou seja, no cisalhamento se encontra drenado, não foram apresentados os resultados de parâmetros não drenados para esse material. Os dados obtidos pela análise dos dados dos ensaios em cada material estão apresentados na Tabela 8.

Os valores de razão de resistência foram filtrados a partir do pressuposto de que valores superiores 0,555 não são representativos para essas amostras. Um estudo (não publicado e não incluso no escopo deste trabalho) realizado com os dados do local, mostram para valores de razão de resistência superiores à 0,555, observa-se aumento do ângulo de atrito, para estes valores é possível verificar o início do processo de drenagem parcial, logo o material se comporta de maneira dilatante, não sendo representativo a utilização de parâmetros não drenados como a razão de resistência.

Após a filtragem de dados, retirando os valores superiores, visto que este não são significativos para análise não drenada, apresenta-se na Tabela 8. os resultados do tratamento de dados. Para o cálculo da Razão de Resistência da argila amarela,

foram utilizados 51 dos 63 valores encontrados pelo ensaio CIU, já nos cálculos dos dados referentes à argila de fundação, utiliza-se 11 dos 36 valores obtidos pelos ensaios. O Apêndice B. apresenta o conjunto de todos os valores da amostra e os excluídos, que se mostraram inconsistentes.

Tabela 8 – Dados estatísticos dos parâmetros das camadas.

Material	Dados	Média	Desvio Padrão	COV	Mínimo	Máximo
Argila Amarela	Razão de Resistência	0,387	0,083	21,46%	0,225	0,555
	ϕ' (°)	32,90	4,00	12,12%	23,70	38,60
	c' (kPa)	11,07	8,79	79,4%	0,00	27,59
Argila de Fundação	Razão de Resistência	0,490	0,049	10,08%	0,393	0,537
	ϕ' (°)	26,20	4,30	16,50%	28,00	31,60
	c' (kPa)	25,60	18,30	71,48%	10,00	16,30
Argila amarela compactada	ϕ' (°)	32,60	2,30	7,19%	28,40	31,60
	c' (kPa)	24,50	8,60	35,21%	10,70	64,70

Fonte: da autora.

A quantidade de valores válidos para o material de fundação é relativamente menor do que para o material de argila amarela lançada, isso confirma o fato de que pela análise dos gráficos de trajetória de tensões observa-se que o material de fundação, se comporta muitas vezes como material dilatante, ou seja, ao cisalhar se encontra na forma drenada.

Após determinação de COV, os valores foram comparados aos valores disponibilizados por alguns autores conforme a Tabela 9. A comparação se deu para verificar se os valores encontrados aderem bem aos reportados em literatura e normalmente são utilizados nas análises quando não há um banco de dados extenso o suficiente para determinar o COV. Os resultados encontrados estão compilados e apresentados na Tabela 10.

Tabela 9 – Intervalos típicos de parâmetros do solo para ensaio triaxial CIU.

Valores de Literatura			
Parâmetro	COV (%)	Autor de Referência	
Ângulo de Atrito Φ'	5-15	Phoon and Kulhawy, 1999	Argila e areia
	4-50	Kulhawy et al., 2000	Argila e areia
	4-20	Sandroni e Sayão, 1992	Solo
	8-16	Campello et al, 2019	Argila caulínica e argila variegada
	2-50	Lacasse e Nadim, 1998	Solo
	5-20	Baecher & Christian, 2003	Areia
	12-56	Baecher & Christian, 2003	Argila
Coesão c'	Média de 40	Christian et al, 1992, apud Sandroni e Sayão, 1992	Solo
	25-30	Baecher & Christian, 2003	Areia
	20-50	Baecher & Christian, 2003	Argila
Su/ σ'_v	5-15	Baecher & Christian, 2003	Argila
	27-38	Campello et al. 2019	Argila caulínica e argila variegada

Fonte: adaptado de Campello *et al.* (2019).

Tabela 10 – Coeficientes de variação encontrados nos ensaios triaxiais.

Coeficientes de Variação (COV)		
Parâmetros	Material	COV Obtidos (%)
Ângulo de Atrito f'	Argila amarela compactada	7,19
	Argila amarela	12,12
	Argila de fundação	16,50
Coesão c'	Argila amarela compactada	35,21
	Argila amarela	79,41
	Argila de fundação	71,48
Razão de Resistência Su/ σ'_v	Argila amarela	21,46
	Argila de fundação	10,08

Fonte: da autora.

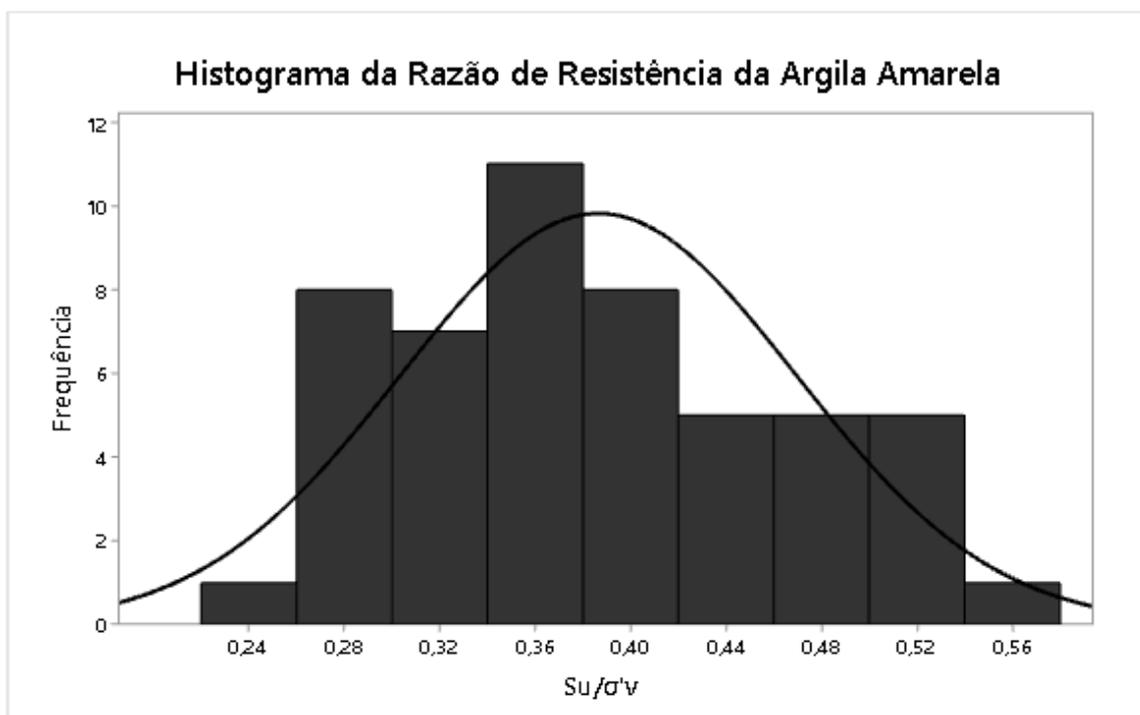
De maneira geral, comparando os resultados obtidos com os reportados em literatura, os resultados encontrados ficam todos entre pelo menos uma das classificações dos autores apresentados. Exceto pelos valores de COV encontrados para coesão dos materiais de argila amarela lançada e argila de fundação, que apresentaram valores significativamente mais altos que o reportado. A razão de resistência da argila amarela apresentou COV, menor que o reportado por Baecher & Christian, 2003 e pouco menor que os valores de Campello et al. 2019. Os valores encontrados para ângulo de atrito se aderiram bem aos valores listados para amostras argilosas encontradas pelos autores.

4.2 Dados de entrada para a modelagem

4.2.1 Tipo distribuição dos parâmetros

Com auxílio do *software MiniTab*, os dados de cada uma das camadas que compõem a estratigrafia foram organizados em histogramas de frequência (Figura 12 à Figura 19). A partir da observação do formato que o histograma apresentou, foi determinada a distribuição que melhor se adequou a cada caso, considerando que foram avaliadas apenas as distribuições normal e log-normal, que, conforme Silva (2015), são as que melhor se adequam aos parâmetros geotécnicos.

Figura 12 – Histograma da Razão de Resistência da Argila Amarela



Fonte: da autora.

Figura 13 – Histograma do ângulo de atrito da Argila Amarela.

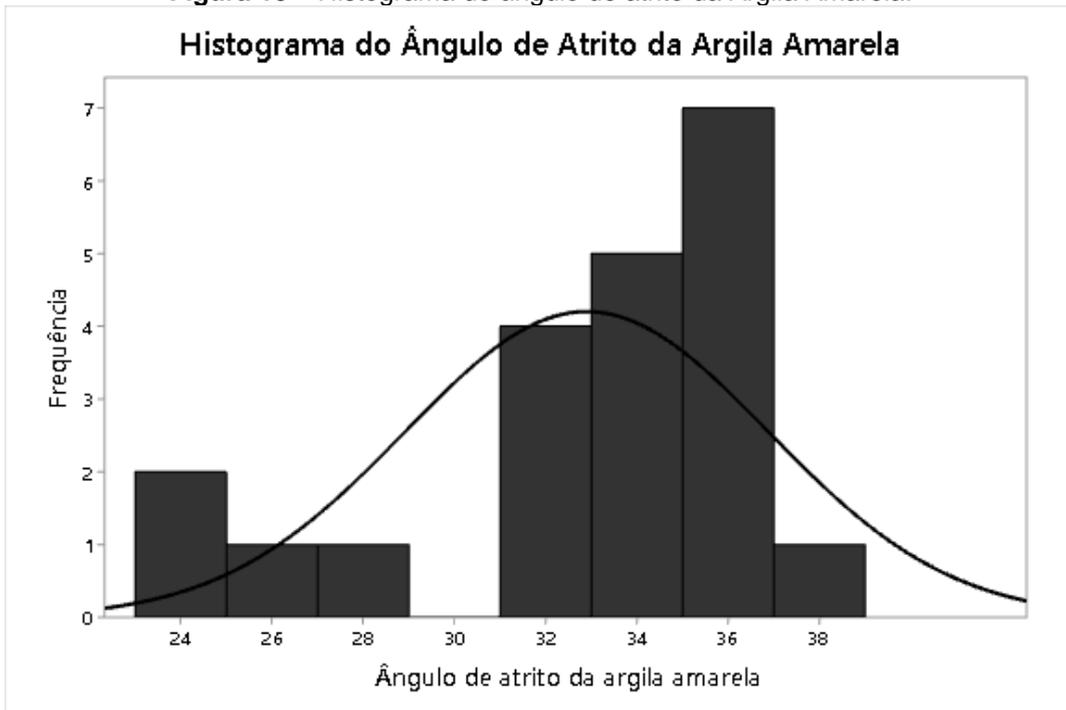


Figura 14 – Histograma da coesão da Argila Amarela.

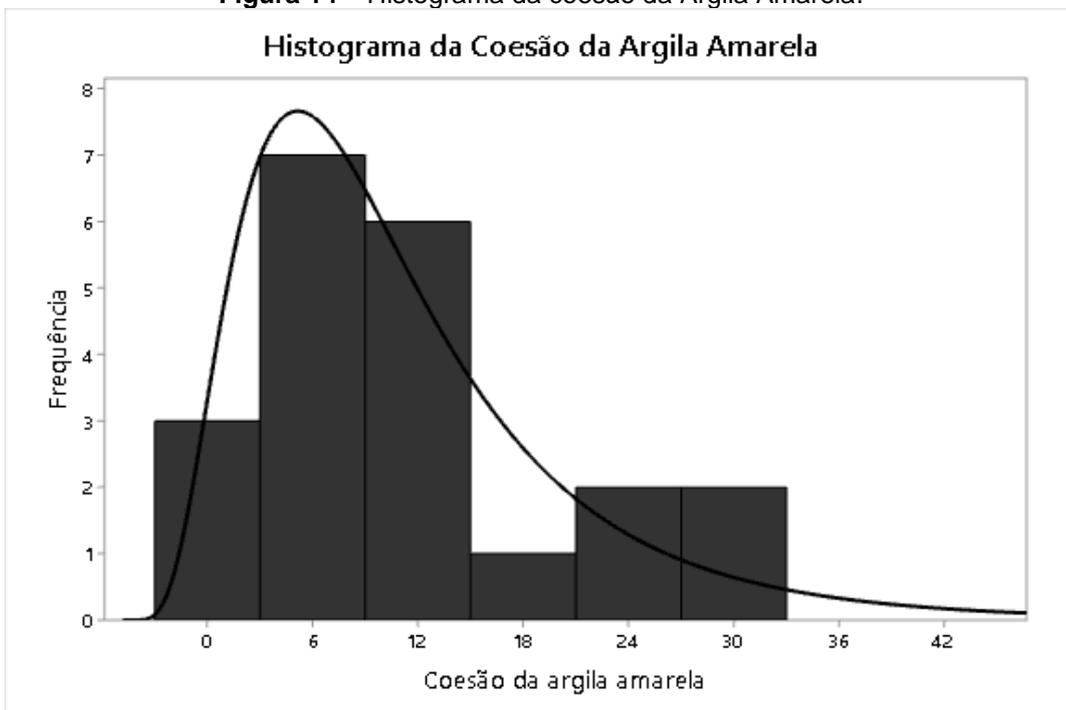
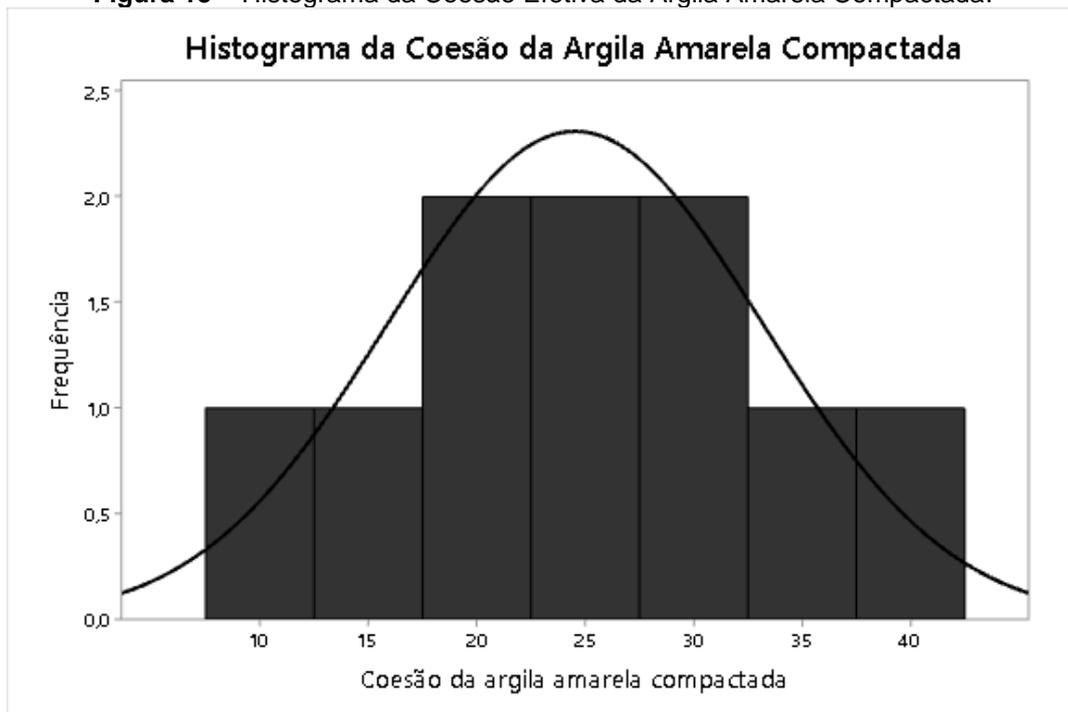
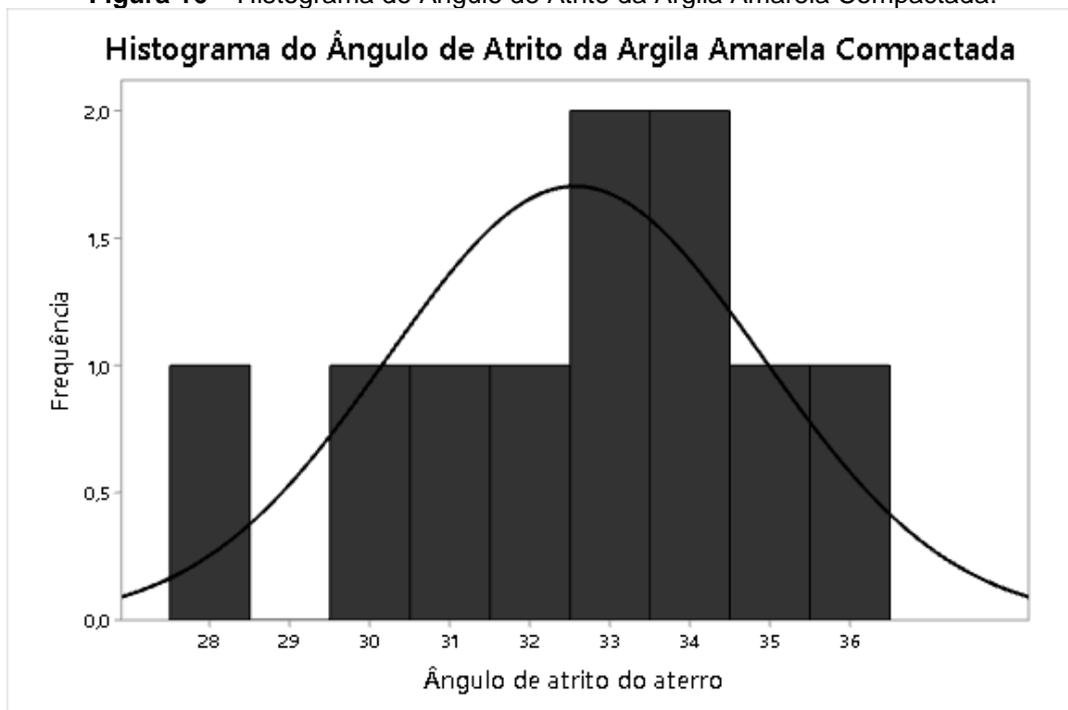


Figura 15 – Histograma da Coesão Efetiva da Argila Amarela Compactada.



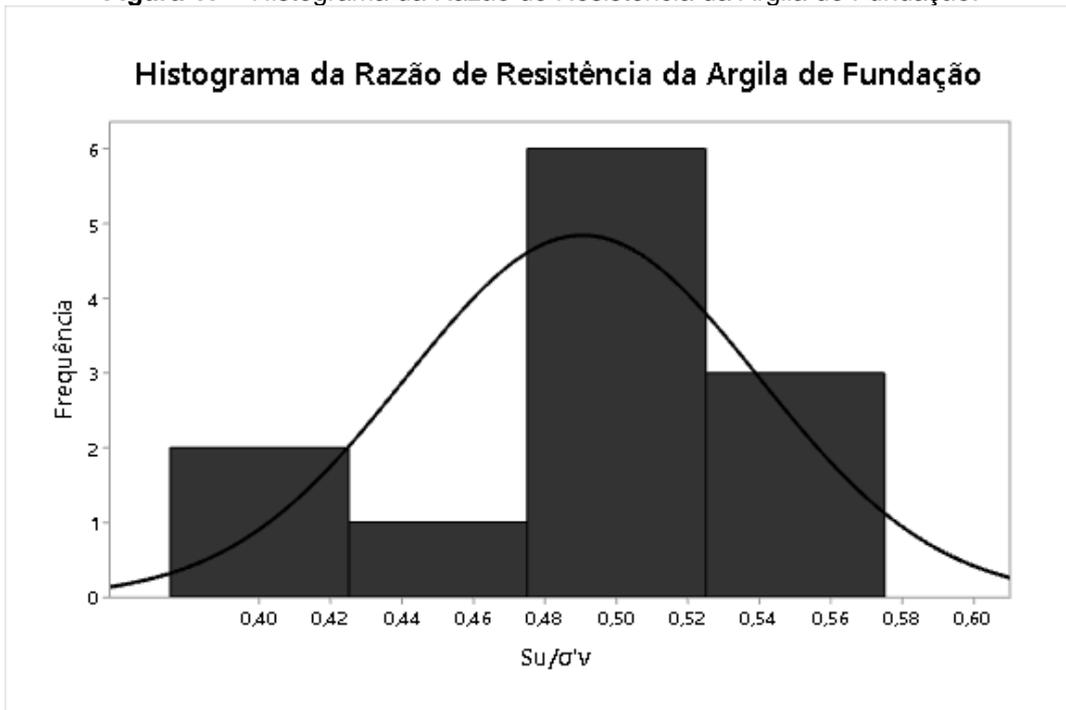
Fonte: da autora.

Figura 16 – Histograma do Ângulo de Atrito da Argila Amarela Compactada.



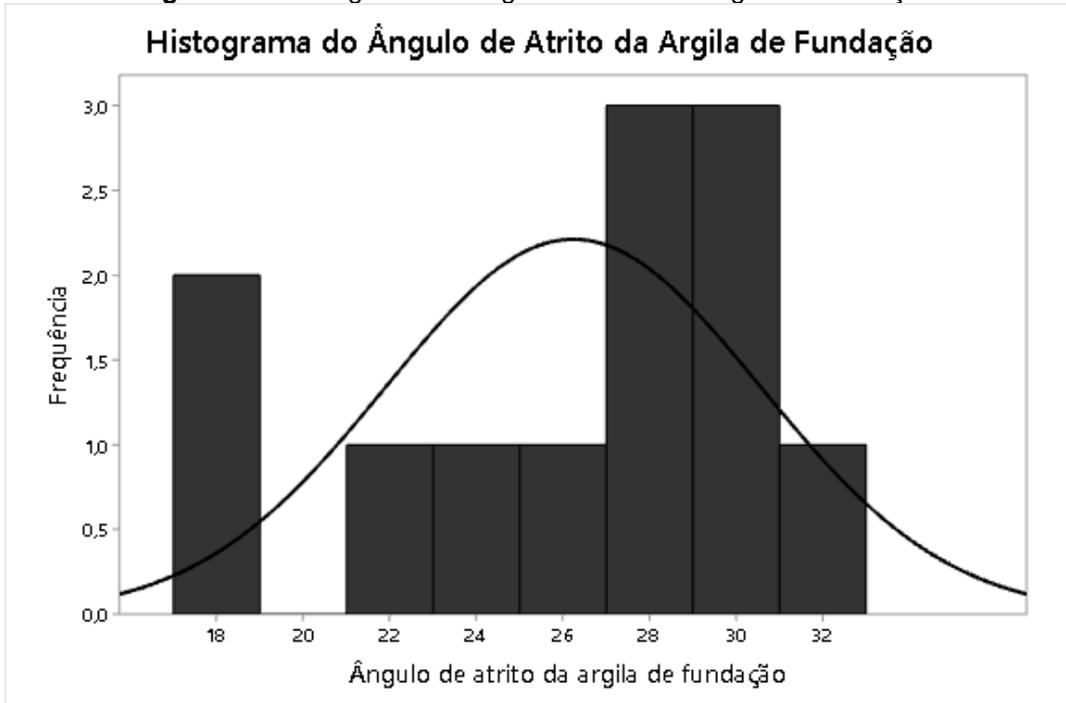
Fonte: da autora.

Figura 17 – Histograma da Razão de Resistência da Argila de Fundação.



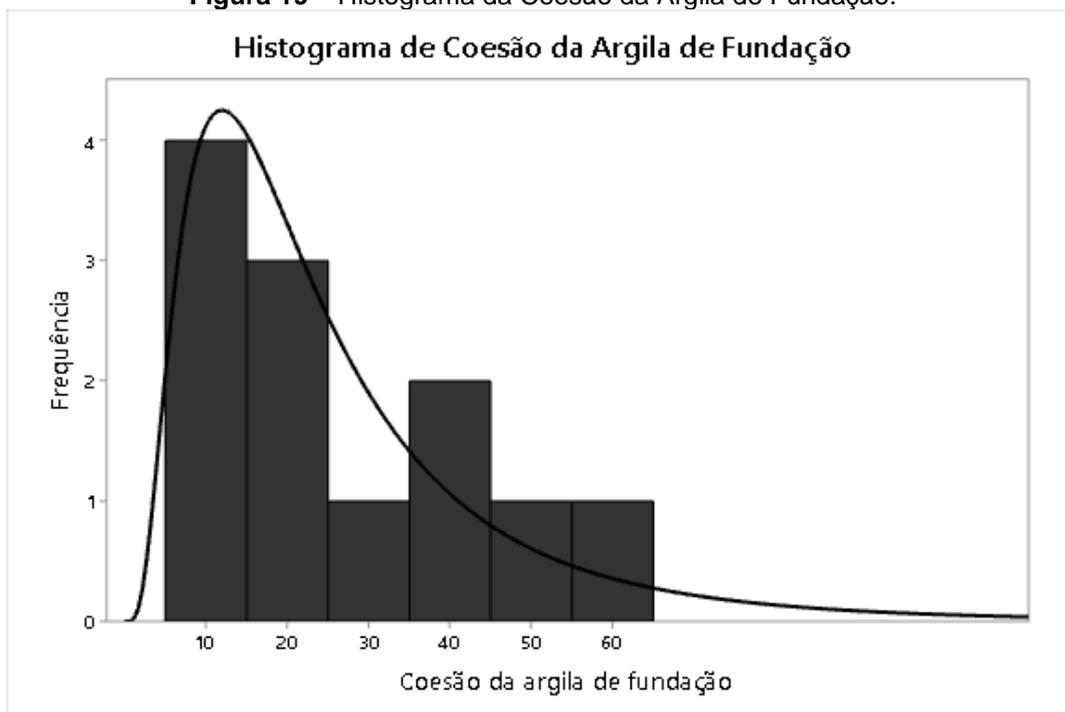
Fonte: da autora.

Figura 18 – Histograma do Ângulo de Atrito da Argila de Fundação.



Fonte: da autora.

Figura 19 – Histograma da Coesão da Argila de Fundação.



Fonte: da autora.

A Tabela 11 compila as distribuições escolhidas com base na observação dos gráficos.

Tabela 11 – Média mais incremento dos parâmetros dos solos que estão na superfície de ruptura.

Materiais	Variável	Tipo de distribuição
Argila amarela compactada	Coesão da argila amarela compactada	normal
	Ângulo de atrito da argila amarela compactada	normal
Argila de fundação	S_u/σ'_v da argila de fundação	normal
	Coesão da argila de fundação	log-normal
	Ângulo de atrito da argila de fundação	normal
Argila amarela	S_u/σ'_v da argila amarela não drenada	normal
	Coesão da argila amarela	log-normal
	Ângulo de atrito da argila amarela	normal

Fonte: da autora.

As variáveis apresentaram majoritariamente a distribuição normal. Apenas a coesão da argila de fundação e a da argila amarela drenada apresentaram variação na distribuição.

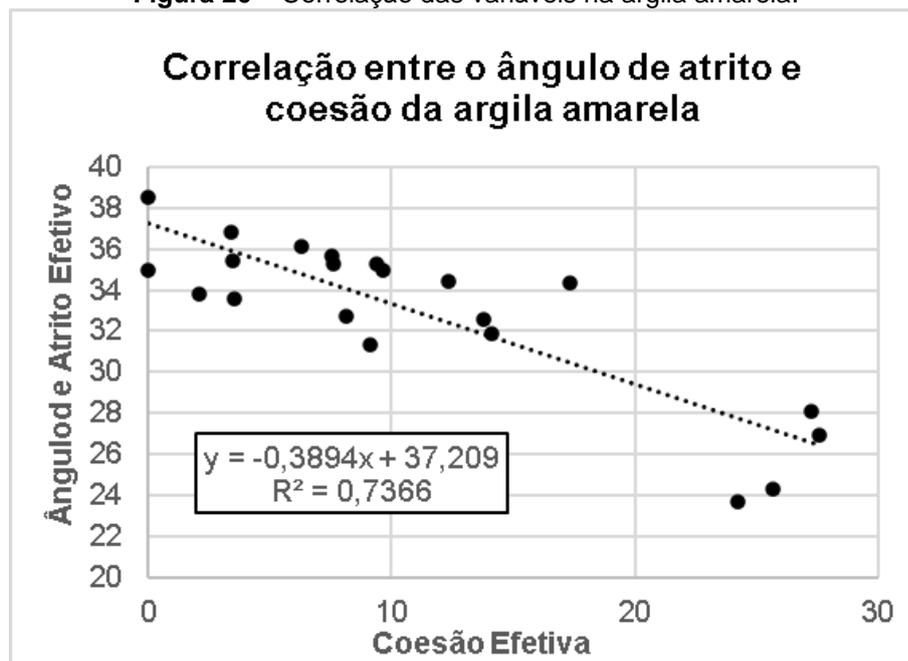
4.2.2 Correlação entre o ângulo de atrito e coesão

O cálculo do coeficiente de correlação de Pearson, pode ser facilmente calculado pelo *Excel*, ferramenta utilizada nesse estudo. Para realização utiliza-se a fórmula abaixo.

$$=CORREL(matriz1;matriz2)$$

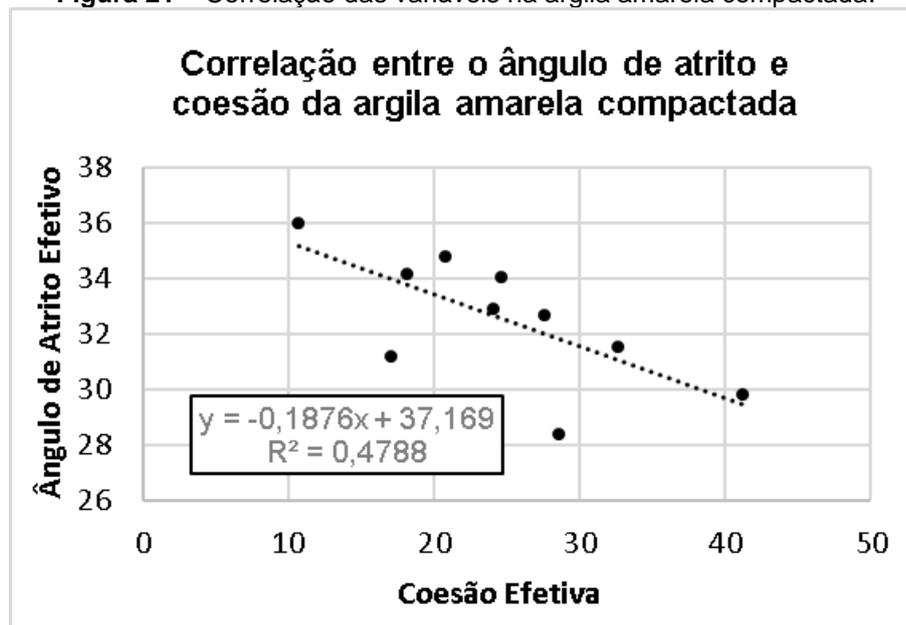
Os dados relativos as duas variáveis de análise foram plotadas e visualmente já é possível observar (Figura 20 à Figura 22) que as variáveis se correlacionam negativamente, como descrito no item 2.5.3.

Figura 20 – Correlação das variáveis na argila amarela.



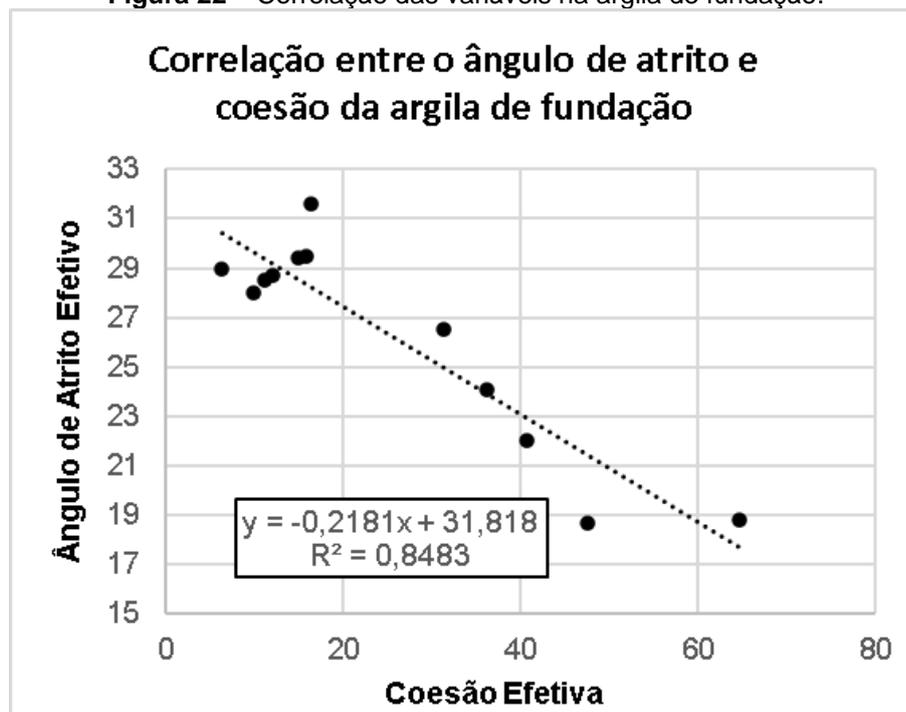
Fonte: da autora.

Figura 21 – Correlação das variáveis na argila amarela compactada.



Fonte: da autora.

Figura 22 – Correlação das variáveis na argila de fundação.



Fonte: da autora.

A Tabela 12 compila os resultados obtidos pela fórmula do *Excel*. Como previsto pela interpretação dos gráficos, foram encontradas correlações negativas,

sendo que a correlação das variáveis da argila de fundação é a mais forte (se aproxima de -1).

Tabela 12 – Coeficiente de correlação de Pearson obtidos.

Material	Coeficiente de correlação de Pearson
Argila amarela	-0,86
Argila amarela compactada	-0,69
Argila de fundação	-0,92

Fonte: da autora.

4.3 Análise dos resultados das análises probabilística e determinística

4.3.1 Análise Determinística

Para realização da análise determinística, adotou-se os parâmetros geotécnicos médios, obtidos pelo resultado dos ensaios Triaxiais, valores compilados na Tabela 7. A análise determinística da seção hipotética foi elaborada com objetivo de comparação com os valores probabilísticos. Além disso a análise serve como base para as análises de estabilidade dos estudos probabilísticos aqui estudados. Nas análises de maneira geral, optou-se pelo método de análise Morgenstern-Price e a superfície de ruptura utilizada foi a não circular.

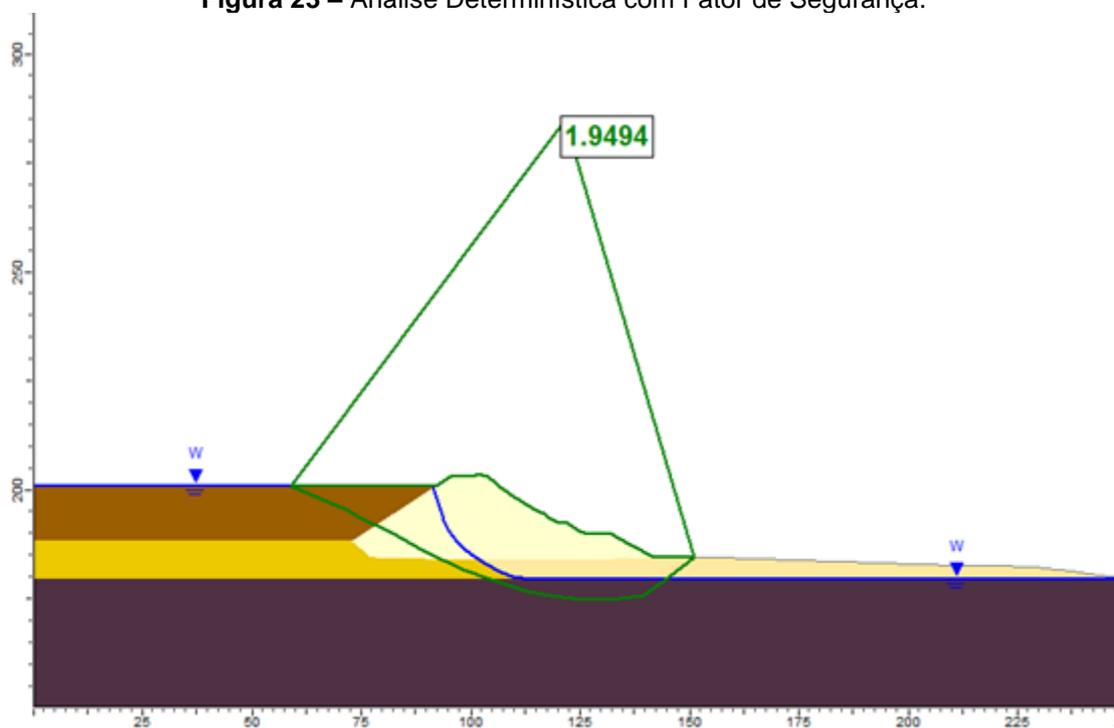
O fluxo foi definido, também de forma hipotética utilizando o método, *Water Surfaces* do *software Slide2*, opção que permite estabelecer a freática manualmente da seção hipotética analisada.

Partindo do resultado dos ensaios, onde observamos que argila amarela e a argila de fundação se comportam em boa parte dos resultados de forma contrátil, abaixo da freática o material foi considerado como não drenado e acima drenado. O material de argila amarela compactada, predominantemente dilatante, é considerado drenado independentemente do nível da água.

Como o estudo do rejeito não faz parte do escopo deste trabalho, para esta camada adotou-se parâmetros definidos em projetos similares que não são detalhados aqui.

A Figura 23 apresenta a seção com o Fator de Segurança encontrado e os parâmetros utilizados.

Figura 23 – Análise Determinística com Fator de Segurança.



Fonte: da autora.

4.3.2 Método FOSM

O principal resultado que permite a estimação da Probabilidade de Ruína (Pr) neste método é a determinação da variância do FS, que, conseqüentemente, permite encontrar o desvio padrão (σ), conforme equação 3. Ao obter os valores de desvio padrão, em conjunto do FS determinístico, ao se assumir uma distribuição de probabilidade para FS é possível obter a Pr da seção analisada.

Além do valor de Pr e, conseqüentemente, de β , o método possibilita a estimativa das variáveis (parâmetros do solo) que mais contribuem na estabilidade da seção de análise, possibilitando a redução, nas demais análises probabilísticas, que requerem maior esforço computacional, do número de análises a serem feitas, como é o caso do método de Monte Carlo, que faz parte do escopo deste estudo.

Os parâmetros incrementados nesse método foram os dos materiais cortados pela superfície de ruptura da análise feita no método determinístico. Utilizando como referência o autor Dell'Avanzi (1995), o valor de incremento escolhido para variação das variáveis independentes foi de 10%. A Tabela 13 apresenta a compilação dos valores utilizados como incremento e os valores de Fator de Segurança obtidos em cada um dos parâmetros estudados. Para o cálculo do desvio padrão utilizou-se a ferramenta *Excel*.

Tabela 13 – Fatores de segurança, valores médios e valores médios mais incremento dos parâmetros dos solos que estão na superfície de ruptura.

Variável	Média	Desvio Padrão	Média +10%	FS obtido com incremento da variável
Coesão da argila amarela compactada	24,53	8,64	26,987	1,9462
Ângulo de atrito da argila amarela compactada	32,57	2,34	35,823	1,9390
Su/ σ_v da argila de fundação	0,49	0,05	0,540	2,0291
Su/ σ_v da argila amarela não drenada	0,39	0,08	0,425	1,9768
Coesão da argila amarela drenada	11,07	8,79	12,176	1,9534
Ângulo de atrito da argila amarela drenada	32,90	3,99	36,189	1,9622
			FS determinístico:	1,9494

Fonte: da autora.

A partir dos valores de Fator de Segurança encontrados, foi possível calcular a influência de cada variável. Utiliza-se dos conceitos estatísticos mais bem descrito no item 2.5.4. Na Tabela 14 estão compilados os resultados de cada etapa dos cálculos que indicam, em porcentagem, a influência das variáveis nas análises de estabilidade por meio da variância.

Tabela 14 – Variâncias parciais das variáveis aleatórias e variância total do FS.

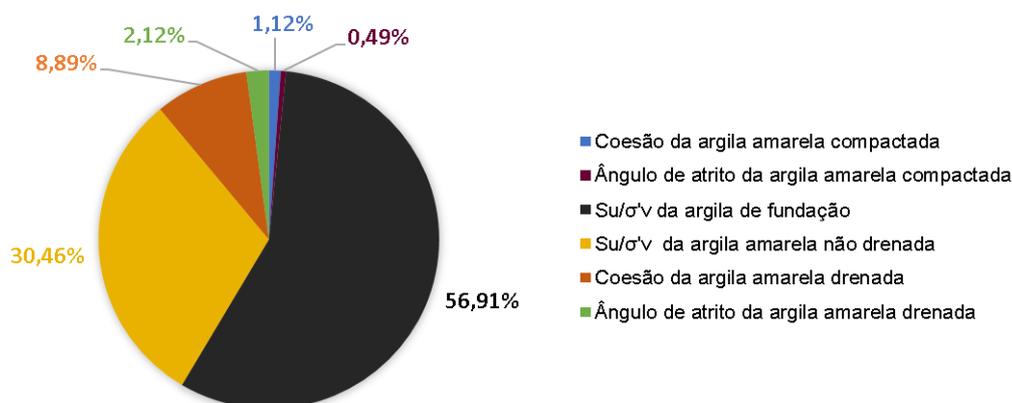
Variável	δX_i	δF_{Si}	$\delta F_{Si}/\delta X_i$	$V[X_i]$	$(\delta F_{Si}/\delta X_i)^2 * V[X_i]$	Variância de FS
Coesão da argila amarela compactada	2,4533	0,0032	0,0013	74,6198	0,000126951	1,12%
Ângulo de atrito da argila amarela compactada	3,2566	0,0104	0,0032	5,4856	5,59447E-05	0,49%
Su/ σ'_v da argila de fundação	0,0490	-	-1,6250	0,0024	0,006458638	56,91%
Su/ σ'_v da argila amarela não drenada	0,0387	-	-0,7089	0,0069	0,003456983	30,46%
Coesão da argila amarela drenada	1,1069	-	-0,0036	77,2676	0,001008933	8,89%
Ângulo de atrito da argila amarela drenada	3,2899	-	-0,0039	15,9028	0,000240727	2,12%
V[FS]:					0,0113	100,00%
Desvio do FS					0,1065	

Fonte: da autora.

Os valores encontrados foram plotados para melhor visualizar-se a interferência das variáveis na alteração do FS (Figura 24). Observa-se que a razão de resistência não drenada possui papel importante na variação do Fator de Segurança (FS). Selecionando dentre as variáveis analisadas, as três variáveis de maior impacto, analisaremos também a coesão da argila amarela compactada.

Figura 24 – Influência da variação das variáveis no Fator de Segurança.

INFLUÊNCIA DA VARIAÇÃO DAS VÁRIAVEIS NO FATOR DE SEGURANÇA



Fonte: da autora.

O cálculo da probabilidade de ruptura pelo método FOSM, foi realizada com auxílio do *software Excel*, onde estabeleceu-se o fator de segurança como tendo a distribuição normal. Para o cálculo utilizou-se o FS médio e desvio padrão. A fórmula de entrada está representada equação 18.

$$\begin{aligned} Pr &= \text{DIST.NORM.N}(1; FS_{\text{m\u00e9dio}}; \text{desviopadr\u00e3o}; \text{VERDADEIRO}) \\ Pr &= \text{DIST.NORM.N}(1; 1,9494; 0,1064; \text{VERDADEIRO}) \\ Pr &= 2,50091\text{E-}19 \end{aligned} \tag{18}$$

4.3.3 M\u00e9todo Monte Carlo com a varia\u00e7\u00e3o dos par\u00e2metros do FOSM

Pelo m\u00e9todo probabil\u00edstico anterior, FOSM (First Order Second Moment) determinou-se as vari\u00e1veis que maior alteram o valor do Fator de Seguran\u00e7a. As tr\u00eas vari\u00e1veis de maior influ\u00eancia na mudan\u00e7a do Fator de Seguran\u00e7a, conforme a Figura 24, foram utilizadas para este primeiro cen\u00e1rio de an\u00e1lise pelo m\u00e9todo de Monte Carlo. Tal sele\u00e7\u00e3o \u00e9 interessante para a redu\u00e7\u00e3o do esfor\u00e7o computacional que seria utilizado caso todas vari\u00e1veis fossem analisadas.

Al\u00e9m dos dados de entrada para a an\u00e1lise probabil\u00edstica j\u00e1 obtidos, tais como a m\u00e9dia, o desvio padr\u00e3o e a fun\u00e7\u00e3o de distribui\u00e7\u00e3o de probabilidade, o Software exige que sejam inseridos como entrada o “relativo m\u00e1ximo” e o “relativo m\u00ednimo”. Os valores s\u00e3o referentes \u00e0 quantos desvios padr\u00e3o determina-se para cada camada de varia\u00e7\u00e3o dos par\u00e2metros. Para todos os par\u00e2metros de interesse, foram estabelecidos 3 desvios padr\u00e3o. O valor de desvios escolhidos, abrange bem os dados das amostras (conceito do item 2.5.1). Para evitar que valores negativos de coes\u00e3o fossem sorteados pelo software, truncou-se o relativo m\u00ednimo da coes\u00e3o da argila amarela drenada em 11,07, mesmo valor da m\u00e9dia.

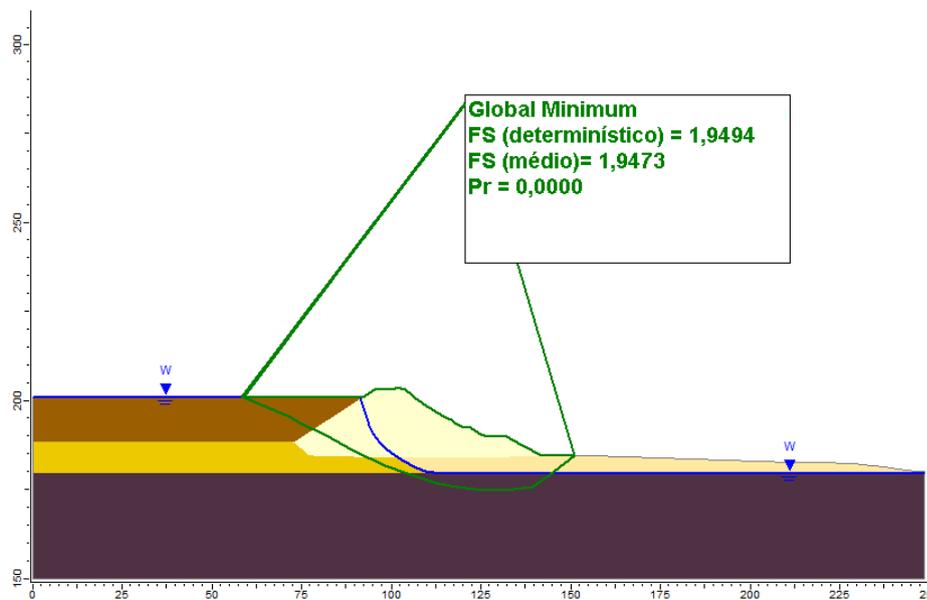
Tabela 15 – Variâncias parciais das variáveis aleatórias e variância total do FS.

Variável	Média	Desvio Padrão	Função de Distribuição de Probabilidade	Relativo Mínimo	Relativo Máximo
Su/ σ' v da AV	0,490	0,049	Normal	0,148	0,148
Su/ σ' v da argila amarela não drenada	0,387	0,083	Normal	0,249	0,249
Coesão da argila amarela drenada	11,07	8,79	Normal	11,07	26,37

Fonte: da autora.

Utilizou-se 50.000 iterações de Monte Carlo para realização das análises. Variou-se as três variáveis simultaneamente, e utilizando o global minimum, foi obtido o seguinte resultado.

Figura 25 – Análise Probabilística de Monte Carlo com variação das variáveis de maior influência obtidas pelo método FOSM.



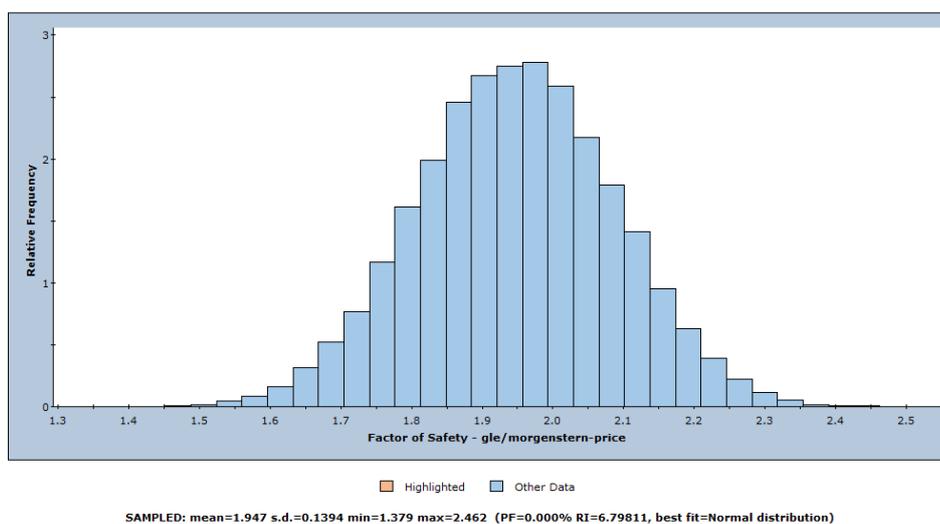
Fonte: da autora.

Conforme apresentado pela Figura 25, o software encontra a probabilidade de ruína (Pr) igual à zero. Como o Slide2 possui limitações quanto ao número de casas decimais nos resultados, e ainda considerando que valores pequenos de Pr não devem ser descartados, visto que mesmo em valores reduzidos podem servir como base

de análise, com auxílio dos dados gerados pelo histograma da análise de estabilidade (Figura 26), realizou-se uma análise complementar pelo *MiniTab*.

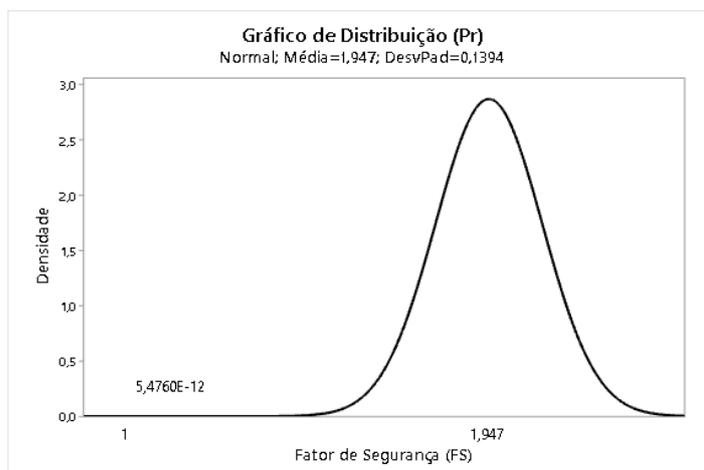
A análise realizada no *MiniTab*, utilizou como valor de entrada a média e o desvio padrão de fator de segurança encontrada pela curva de distribuição gerada pelo *software* a partir da variação das variáveis de interesse definidas pelo método probabilístico FOSM. A Figura 27 apresenta o gráfico de distribuição de probabilidade obtido.

Figura 26 – Histograma da Análise Probabilística de Monte Carlo com variação das variáveis de maior influência obtidas pelo método FOSM.



Fonte: da autora.

Figura 27 – Gráfico de distribuição de probabilidade de ruína análise de Monte Carlo pela variação das variáveis de maior influência.

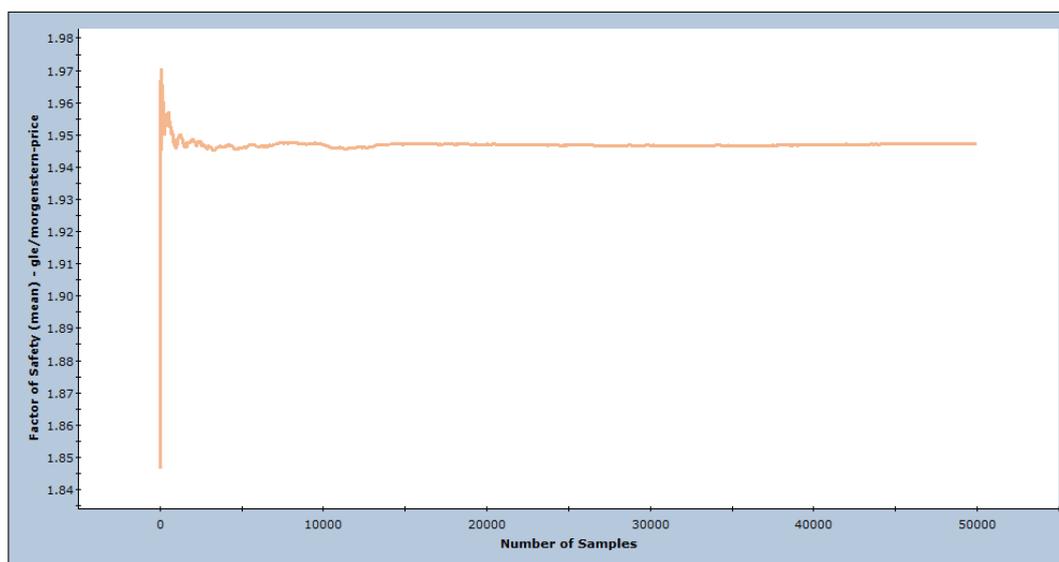


Fonte: da autora.

O gráfico gerado, indicou a presença de alguns valores menores do que 1, apresentando a probabilidade de ruína (Pr) igual a 5,4760E-12. O valor de Pr encontrado para esta análise também se encontra abaixo dos valores normalmente estimados em taludes de barragem listados na Tabela 5.

Com objetivo de certificar-se que o número de iterações de Monte Carlo foi adequado, observou-se o gráfico de convergência das iterações gerada pelo próprio *Slide2*. A Figura 28, mostra que o número de iterações utilizado (50.000 iterações), se faz adequado, visto que se observa estabilização do Fator de Segurança a partir das 15.000 iterações.

Figura 28 – Convergência das iterações da análise de Monte Carlo pela variação das variáveis de maior influência.



Fonte: da autora.

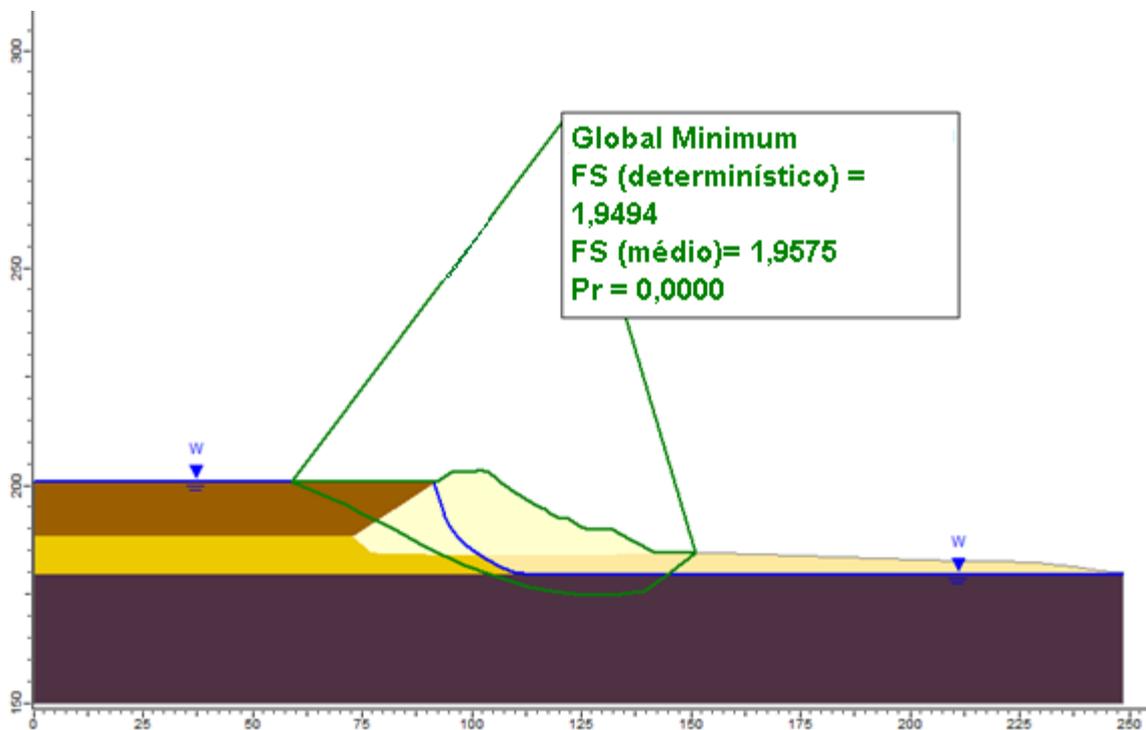
4.3.4 Método Monte Carlo utilizando correlação entre ângulo de atrito e coesão

Assim como na análise do item 4.3.3, utilizou-se o método “*Global Minimum*” do *Slide2*. O número de iterações de Monte Carlo foi definido em 50.000. De forma distinta da análise anterior, foram utilizados como dados de entrada nessa abordagem, os dados encontrados relativos à coesão e ângulo de atrito de cada uma das camadas, junto a estes valores, utilizou-se os valores de coeficiente de correlação de Pearson, dados apresentados no item 4.2.

Como a seção não apresentou trechos drenados da argila de fundação, a informação sobre essa camada se tornou obsoleta, apesar de ter sido utilizada como dado de entrada para a análise de estabilidade.

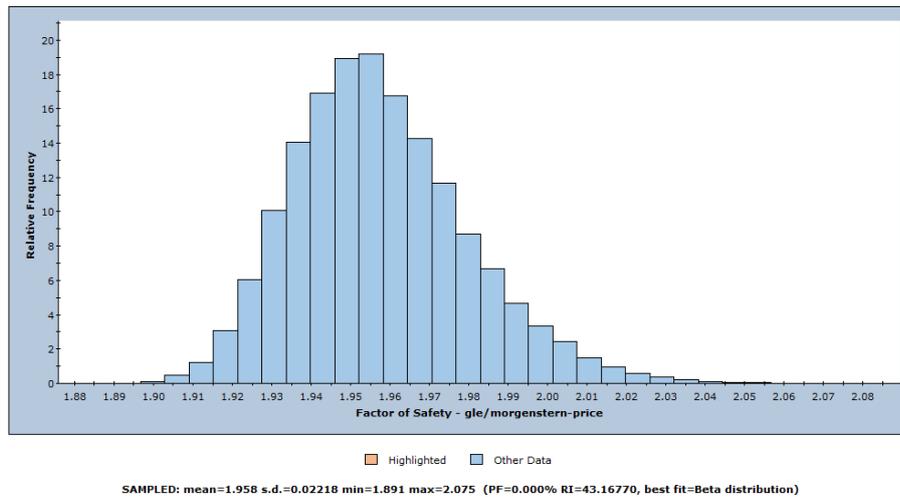
A Figura 29 apresenta os resultados encontrados para essa abordagem. O fator de segurança médio nessa seção passa a ser 1,9575, e a probabilidade de ruptura é indicada como “zero” novamente. Como destacado anteriormente, optou-se por fazer a análise do Pr, pelo *software MiniTab*, utilizando os dados encontrados pelo histograma da análise de estabilidade (Figura 30).

Figura 29 – Análise Probabilística de Monte Carlo com correlação do ângulo de atrito e coesão.



Fonte: da autora.

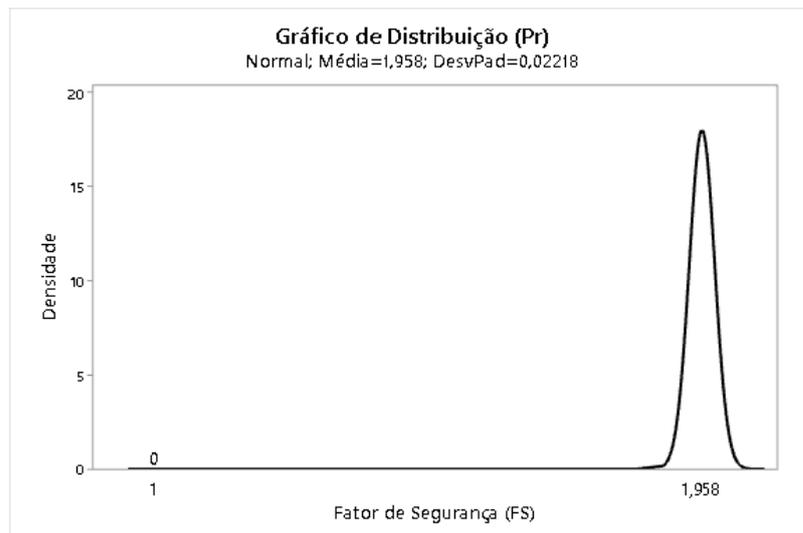
Figura 30 – Histograma da análise de Monte Carlo correlação do ângulo de atrito e coesão.



Fonte: da autora.

A partir da entrada de dados do histograma no *MiniTab*, obteve-se o gráfico de distribuição de probabilidade de ruína da Figura 31. O gráfico apresentou Pr igual a “zero” assim como no *software Slide2*.

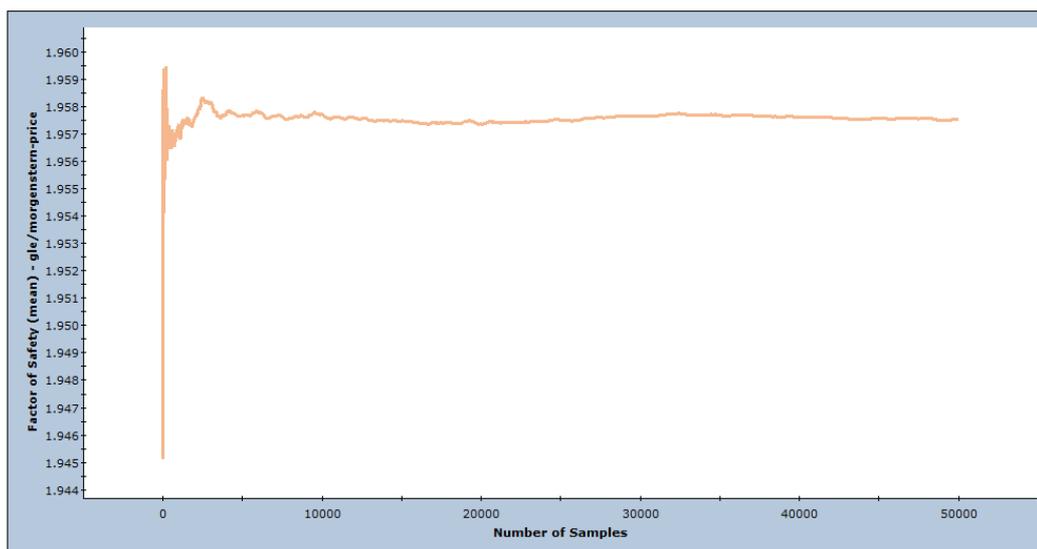
Figura 31 – Gráfico de distribuição de probabilidade de ruína análise de Monte Carlo com correlação do ângulo de atrito e coesão.



Fonte: da autora.

O gráfico representado pela Figura 32 mostra, que o número de iterações de Monte Carlo foi adequado para análise, a partir de 25.000 iterações já se observa estabilidade do Fator de Segurança.

Figura 32 – Convergência das iterações da análise de Monte Carlo correlação do ângulo de atrito e coesão.



Fonte: da autora.

4.3.5 Comparação do resultado obtido pelas análises

A Tabela 16 compila os resultados de Pr e FS para as três análises realizadas.

Tabela 16 – Variâncias parciais das variáveis aleatórias e variância total do FS.

Método Probabilístico	FS	Pr
FOSM	1,9494*	2,50091E-19
Monte Carlo - Com variação das variáveis de maior influência no FS	1,9473	5,48E-12
Monte Carlo - Com correlação das variáveis ângulo de atrito e coesão	1,9575	0
* Valor determinístico utilizado como base dos cálculos		

Fonte: da autora.

Todos os valores encontrados para o FS (Tabela 16) estão acima do limite mínimo definido pela ABNT NBR 13028:2017. Os valores de Pr encontrados também

se encontram abaixo dos valores indicados em literatura (Tabela 5), os quais foram encontrados em alguns estudos de caso.

Observa-se que estes resultados apontam para conclusões conjuntas, pela análise dos dois parâmetros, tanto FS quanto Pr, temos que a estrutura se encontra segura quanto sua estabilidade. A avaliação pelos dois métodos, assegura a estabilidade do talude. Casos em que os resultados de Pr e FS levam a interpretações de estabilidade distintas, deve-se realizar investigações para melhor entender a estrutura.

O uso em conjunto das análises probabilísticas e determinísticas é uma maneira eficaz para tomadas de decisões, visto que a falha de uma estrutura de contenção de rejeitos pode acarretar diversos riscos para as vidas humanas, animais e para flora, portanto métodos que englobam mais um tipo de informação sobre as camadas servem como facilitadores do entendimento do engenheiro.

5 CONCLUSÃO

Este trabalho avaliou a confiabilidade do fator de segurança determinístico de um talude de uma barragem de rejeito de bauxita utilizando a abordagem probabilística. Os métodos escolhidos foram o FOSM (*First Order Second Moment*) e Monte Carlo. Para elaboração da análise do trabalho foi necessário entender sobre os principais conceitos de variabilidade do solo, e conceitos estatísticos e probabilísticos relacionados ao método. Foi realizado o tratamento e avaliação dos dados obtidos pelas amostras ensaiadas no Ensaio Triaxial CIU e então os dados obtidos foram aplicados nas análises de estabilidade. Nas análises utilizaram-se os *softwares Excel* (análise e tratamento de dados), *Slide2* (análises de estabilidade) e *MiniTab* (histogramas e probabilidade de ruptura - Pr).

Os resultados do tratamento de dados obtidos pelo ensaio se mostraram aderentes à valores reportados em literatura por pelo menos uma das abordagens dos autores de comparação. Os parâmetros de coesão e ângulo de atrito, foram obtidos tanto pela trajetória de tensões quanto pela média dos valores encontrados, os valores se mostraram similares pelos dois métodos. A saída de valores relacionados à estabilidade, tanto pelo método determinístico quanto pelas três análises realizadas pelos métodos probabilísticos, demonstrou-se estabilidade da estrutura hipotética analisada. Os valores de Pr, se enquadram em valores inferiores aos já reportados em estudos de caso de literatura.

A avaliação complementar pelo método probabilístico se faz importante visto que o solo sempre terá incertezas associadas, portanto, se trata de uma forma de abordá-las minimizando-as. Por meio desse entendimento, junto às análises estatísticas e tratamento de dados realizadas nesse trabalho, obteve-se dados mais representativos que na análise determinística para englobar algumas das incertezas. O auxílio computacional utilizado se fez importante para agilidade da obtenção dos dados.

É importante ressaltar que as análises realizadas neste estudo, consideram apenas a análise dos materiais do maciço, e não considera o comportamento do rejeito, desconsiderando gatilhos que podem ser acionados pelo rejeito.

Dentre as limitações do trabalho, podemos destacar que quanto maior o número de informações, maior é a representatividade do modelo. Apesar de um número significativo de amostras terem sido analisadas, o aumento da quantidade de amostras poderia trazer um resultado mais próximo da realidade. Além disso, outra maneira de aperfeiçoar o estudo, seria a utilização de testes de hipótese, que podem ser capazes de determinar a função distribuição de probabilidade das variáveis com maior acurácia, fator que pode ser essencial nos parâmetros de saída.

REFERÊNCIAS

ANG; TANG. Probability Concepts in Engineering Planning and Design: Basic Principles. **John Wiley & Sons**, New York, 1975.

ARAÚJO PIMENTEL, K. C. et al. **AVALIAÇÃO DOS MÉTODOS PROBABILÍSTICOS APLICADOS À ESTABILIDADE DE TALUDES DE BARRAGENS**. Seminário Nacional de Grandes Barragens - SNGB. Belo Horizonte: [s.n.]. Maio 2017.

ARAÚJO, H. A. O. **AVALIAÇÃO DA ESTABILIDADE DAS ESTRUTURAS DE DESATIVAÇÃO DE BARRAGENS DE REJEITO**. UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA. Brasília. 2019.

ARAUJO, I. P. D. S. **INFLUÊNCIA DA PRESENÇA DE UMA CAMADA DE LAMA NA ESTABILIDADE DE UMA BARRAGEM DE REJEITOS DE MINÉRIO DE FERRO**. Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro. 2020.

ASSIS, A. P. et al. **Métodos Estatísticos e Probabilísticos Aplicados a Geotecnia**. Departamento Engenharia Civil e Ambiental - Programa de Pós-Graduação em Geotecnia, Universidade de Brasília. Brasília. 2018.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 13028: Mineração - Elaboração e apresentação de projeto de barragens para disposição de rejeitos, contenção de sedimentos e reservação de água - Requisitos**. Rio de Janeiro. 2017

BOWLES, D. S.; ANDERSON, L. R.; GLOVER, T. F. **A Role for Risk Assentment in Dam Safety Management**. Proceedings of the 3rd International Conference. Trondheim: [s.n.]. 1997.

CAMPELLO, I. C. **ABORDAGEM PROBABILÍSTICA APLICADA AO ESTUDO DA VARIABILIDADE GEOTÉCNICA DOS SOLOS**. Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte. 2020.

CAMPELO, I. C. et al. Variabilidade de Propriedades Geotécnicas. **XXXII Seminário Nacional de Grandes Barragens**, Salvador, 2019.

CAO, Z.; LI, D.; WANG, Y. Bayesian perspective on geotechnical variability and site characterization. **Journal Engineering Geology**, v. 203, 2016.

CAO, Z.; LI, D.; WANG, Y. **Probabilistic Approaches for Geotechnical Site Characterization and Slope Stability Analysis**. 1. ed. [S.l.]: Heidelberg: SPRINGER, 2017.

DELL'AVANZI, E. **Confiabilidade e Probabilidade em Análises de Estabilidade de Taludes**. Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro. 1995.

DELL'AVANZI, E.; SAYÃO, A. S. F. J. Avaliação da Probabilidade de Ruptura de Taludes. **11º COBRAMSEG, ABMS**, Brasília., 1998.

DUNCAN, J. M. Factors of Safety and Reliability in Geotechnical. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2000.

EL-RAMLY, H.; MORGENSTERN, N. R.; CRUDEN, D. M. Reply to the Discussion by J. M. Duncan, M. Navin, and T. F. Wolff on "Probabilistic Slope Stability Analysis for Practice". **Canadian Geotechnical Journal**, v. vol. 40, 2003b.

FARIAS, M. M.; ASSIS, A. Uma Comparação entre Métodos Probabilísticos Aplicados à Estabilidade de Taludes. **Anais do XI Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica – XI COBRAMSEG.**, Brasília, 1998.

FENTON, Gordon A. et al. **Risk assessment in geotechnical engineering**. New York: John Wiley & Sons, 2008

FLORES, E. A. F. **Análises probabilísticas da estabilidade de taludes considerando a variabilidade espacial do solo**. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro. 2008.

HIGHT, D. W.; LEROUEIL, S. **Characterisation of soils of engineering purposes. Characterisation and engineering properties of natural soils.** [S.l.]: [s.n.], v. 1, 2003.

ICOLD. **Risk assessment in dam safety management:** a reconnaissance of benefits, methods and current applications. ICOLD. Paris: [s.n.]. 2005. p. 276.

KULHAWY, F. H.; PHOON, K. K.; PRAKOSO, W. **Uncertainty in Basic Properties of Geomaterials.** In: ISRM International Symposium, 2000, Melbourne. LACASSE, S. H.

Reliability and Risk Assessment - Research and Practice for Increased Safety. 17th Nordic Geotechnical Meeting. Reykjavik.: [s.n.]. 2016.

LACASSE, S.; NADIM, F. **Risk and reliability in geotechnical engineering.** In: Int. Conf. on Case Histories in Geotech. Eng. 1998.

MACHADO, J. L. D. M. **ANÁLISE PROBABILÍSTICA DE ESTABILIDADE DO TALUDE DE JUSANTE DE UMA BARRAGEM DE REJEITOS.** Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte. 2019.

MAIA, J. A. C. **Métodos Probabilísticos Aplicados à Estabilidade de Taludes e Cavidades em Rocha.** Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília. Brasília. 2003.

MELO, A. V. D. **Análises de risco aplicadas a barragens de terra e enrocamento: estudo de caso de barragens da CEMIG GT.** Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte. 2014.

OTT, L. A Introduction to Statistical Methods and Data Analysis. **PWS-KENT Publishing Company**, USA, 1988. p. 75 - 120..

PHOON, ; KULHAWY, F. H. Characterization of geotechnical variability. **Canadian Geotechnical Journal**, 1999.

PHOON, K. K.; RETIEF, J. V. **Reliability of Geotechnical Structures in ISO2394.** London: CRC PRESS - Taylor & Francis Group, 2016.

PHOON, Kok-Kwang; KULHAWY, Fred H.; GRIGORIU, Mircea D. **Reliability-based design for transmission line structure foundations**. Computers and geotechnics, v. 26, n. 3-4, p. 169-185, 2000.

RIBEIRO, R. C. H. **APLICAÇÕES DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA EM ANÁLISES GEOTÉCNICAS**. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro. 2008.

RIOS, A. C. L. C. **Análise probabilística aplicada em barragem de enrocamento com núcleo de argila**. UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA. Brasília. 2015.

ROSENBLUETH, E. **“Point Estimates for Probability Moments”**. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of. USA. 1975.

SANDOVAL, M. A. P. **Análise determinística e probabilística da estabilidade de taludes**. Pontifícia Univerdade Católica do Rio de Janeiro - PUC-Rio. Rio de Janeiro. 2012.

SANDRONI, S. S.; SAYÃO, A. S. F. J. **Avaliação estatística do coeficiente de segurança de taludes**. In: 1ª Conferência Brasileira sobre Estabilidade de Taludes, Rio de Janeiro, ABMS. 1992. p. 523-535.

SCHNAID, F. **Ensaio de campo e suas aplicações à Engenharia de Fundações**. São Paulo: Oficina de Textos, 2000.

SILVA, C. C. D. **ANÁLISE DE ESTABILIDADE DE UM TALUDE DA CAVA DE ALEGRIA UTILIZANDO ABORDAGEM PROBABILÍSTICA**. Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto. 2015.

Slide2 Documentation | Probabilistic Analysis. Disponível em: <<https://www.rocscience.com/help/slide2/documentation/slide-model/project-settings/statistics/probabilistic-analysis>>. Acesso em: 2 set. 2022.

SOUSA, D. H. S. **OBTENÇÃO DE MODELOS PROBABILÍSTICOS PARA PARÂMETROS GEOTÉCNICOS: ESTUDO DE CASO**. Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto. 2020.

STURARO, J. R. E. A. **Geoestatística: monografia geotécnica**. [S.l.]. 1995.

TAGUCHI, G. **Fault Tree Analysis of Slurry and Dewatered Tailings Management – A Frame Work**. University of British Columbia. Canadá, p. 89. 2014.

USACE – U.S. ARMY CORPS OF ENGINEERS. **Slope Stability Manual**, EM 1110-2- 19023, Washington, 2003.

VECCI, A. N. **Análise Probabilística da Estabilidade de um Talude de Mineração**. Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro. 2018.

APÊNDICE A – ANÁLISES DE ESTABILIDADE PELO MÉTODO FOSM (FISRT ORDER SECOND MOMENT)

A.1 Apêndices e Anexos

Imagem A - Análise determinística.

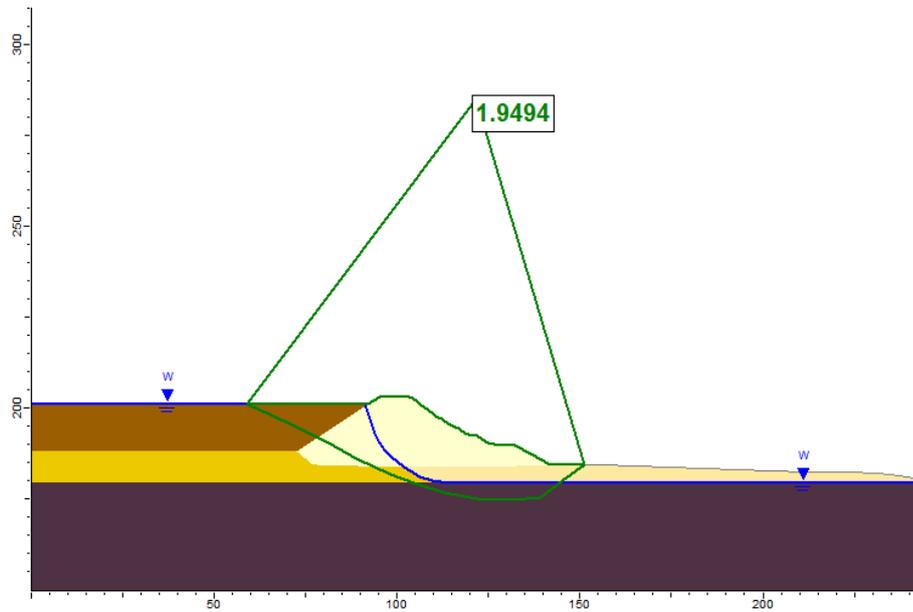


Imagem B - Incremento da razão de resistência da argila amarela.

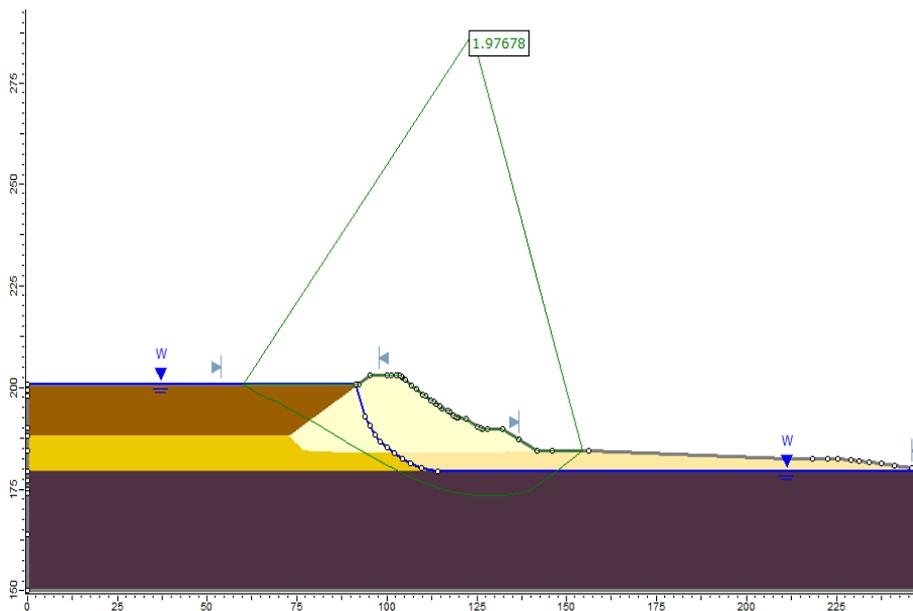


Imagem C - Incremento do ângulo de atrito da argila amarela compactada.

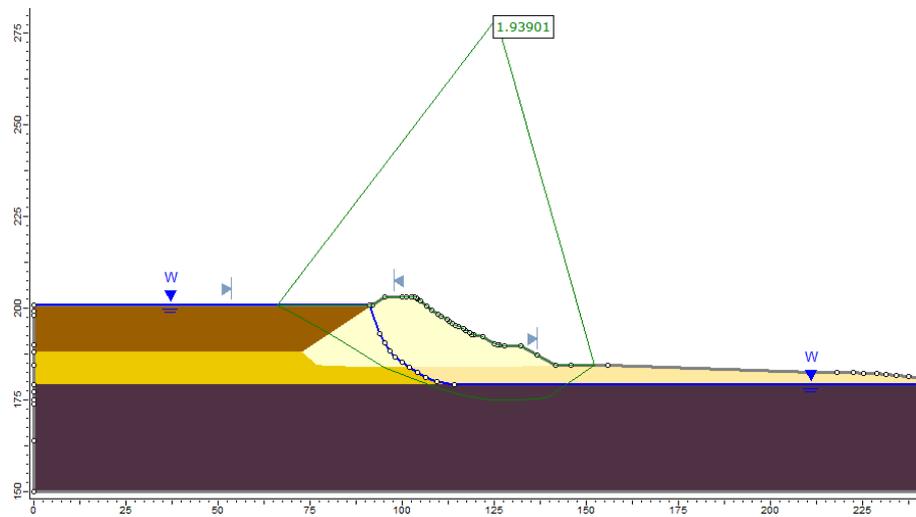


Imagem D - Incremento do ângulo de atrito da argila amarela.

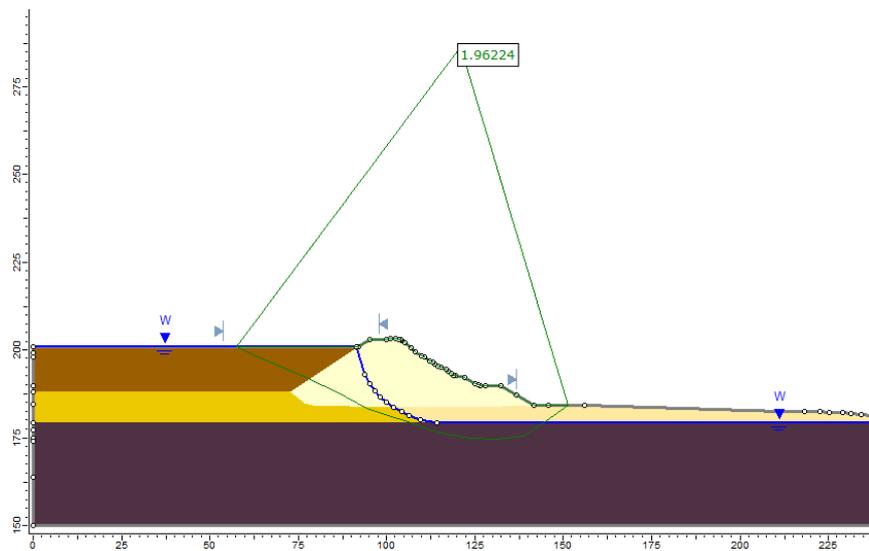


Imagem E - Incremento do ângulo da coesão da argila amarela.

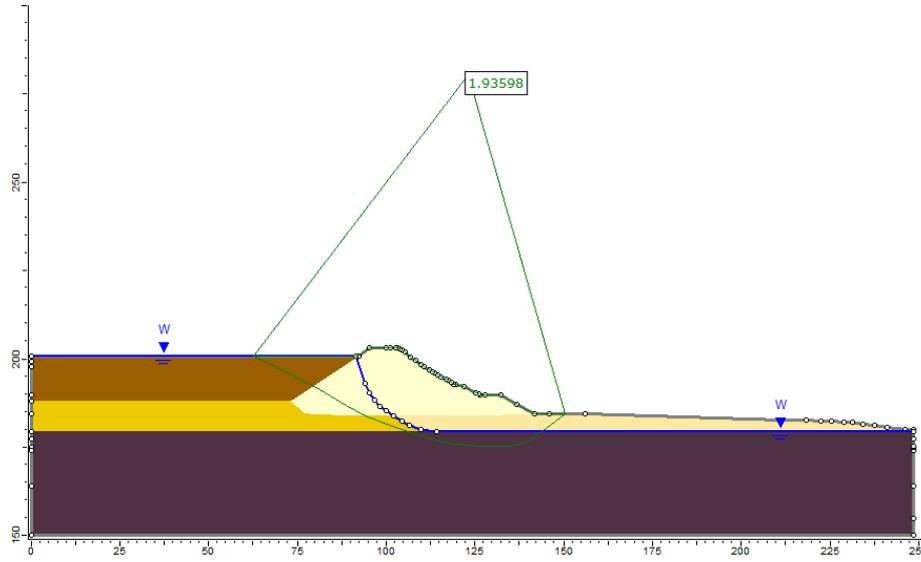


Imagem F - Incremento do ângulo da coesão da argila amarela compactada.

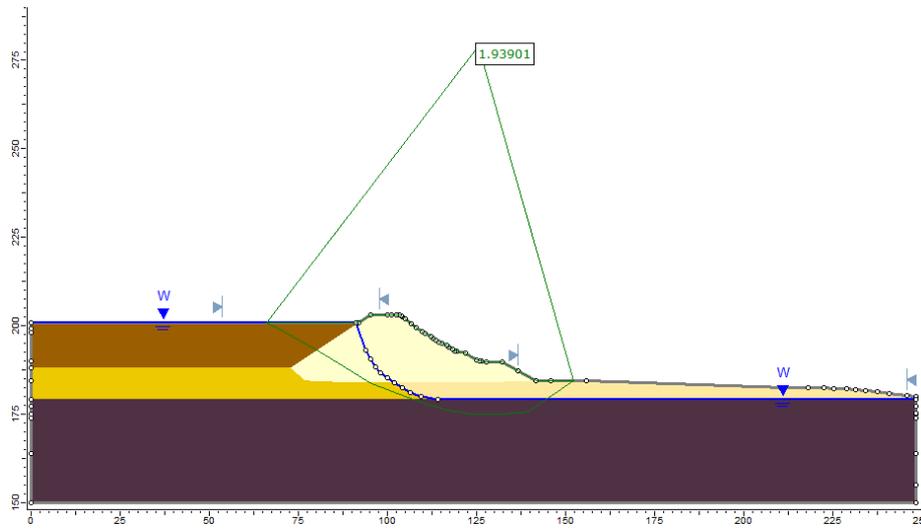
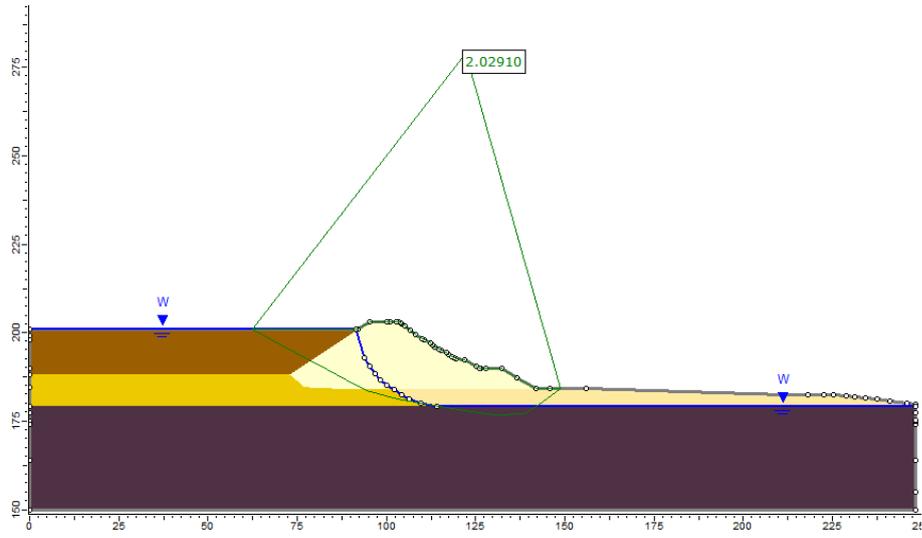


Imagem G - Incremento da razão de resistência da argila de fundação.



APÊNDICE B – VALORES DE RAZÃO DE RESISTÊNCIA

Conjunto de todos os valores de razão de resistência e valores inconsistentes.

Os valores marcados em vermelho representam os valores inconsistentes, retirados das análises.

Tabela A – Razão de Resistência S_u/σ'_v – Argila de Fundação

Razão de Resistência S_u/σ'_v - Argila de Fundação					
Amostra	Corpo de Prova	σ'_v (kPa)	q'	S_u (kPa)	S_u/σ'_v
Amostra 1	1	75	73,57	73,57	0,9809
	2	150	95,14	95,14	0,6343
	3	300	209,02	209,02	0,6967
Amostra 2	1	75	94,62	94,62	1,2615
	2	150	121,33	121,33	0,8089
	3	300	214,08	214,08	0,7136
Amostra 3	1	75	39,94	39,94	0,5325
	2	150	101,83	101,83	0,6789
	3	300	184,82	184,82	0,6161
Amostra 4	1	75	82,55	82,55	1,1006
	2	150	87,54	87,54	0,5836
	3	300	128,59	128,59	0,4286
Amostra 5	1	75	79,34	79,34	1,0579
	2	150	114,51	114,51	0,7634
	3	300	185,64	185,64	0,6188
Amostra 6	1	75	87,93	87,93	1,1724
	2	150	117,26	117,26	0,7817
	3	300	155,43	155,43	0,5181
Amostra 7	1	75	100,07	100,07	1,3343
	2	150	142,13	142,13	0,9475
	3	300	160,96	160,96	0,5365
Amostra 8	1	75	55,02	55,02	0,7336
	2	150	92,77	92,77	0,6185
	3	300	117,79	117,79	0,3926
Amostra 9	1	75	67,17	67,17	0,8956
	2	150	132,85	132,85	0,8856
	3	300	144,41	144,41	0,4814
Amostra 10	1	75	38,30	38,30	0,5107
	2	150	62,67	62,67	0,4178
	3	300	155,83	155,83	0,5194
Amostra 11	1	75	76,19	76,19	1,0159
	2	150	162,69	162,69	1,0846
	3	300	211,81	211,81	0,7060
Amostra 12	1	75	39,71	39,71	0,5295
	2	150	76,84	76,84	0,5123

Razão de Resistência $Su/\sigma'v$ - Argila de Fundação					
Amostra	Corpo de Prova	$\sigma'v$ (kPa)	q'	Su (kPa)	$Su/\sigma'v$
	3	300	151,87	151,87	0,5062

Tabela B – Razão de Resistência $Su/\sigma'v$ - Argila Amarela

Razão de Resistência $Su/\sigma'v$ - Argila Amarela					
Amostra	Corpo de Prova	$\sigma'v$	q'	Su (kPa)	$Su/\sigma'v$
Amostra 13	1	75	26,16	26,16	0,3488
	2	150	56,82	56,82	0,3788
	3	300	78,38	78,38	0,2613
Amostra 14	1	75	29,85	29,85	0,3979
	2	150	53,14	53,14	0,3543
	3	300	87,41	87,41	0,2914
Amostra 15	1	75	25,73	25,73	0,3430
	2	150	45,22	45,22	0,3015
	3	300	87,87	87,87	0,2929
Amostra 16	1	75	32,45	32,45	0,4326
	2	150	51,43	51,43	0,3429
	3	300	84,83	84,83	0,2828
Amostra 17	1	75	40,00	40,00	0,5333
	2	150	71,40	71,40	0,4760
	3	300	149,80	149,80	0,4993
Amostra 18	1	75	16,90	16,90	0,2253
	2	150	46,80	46,80	0,3120
	3	300	107,90	107,90	0,3597
Amostra 19	1	75	34,30	34,30	0,4573
	2	150	79,20	79,20	0,5280
	3	300	88,60	88,60	0,2953
Amostra 20	1	75	71,96	71,96	0,9594
	2	150	95,33	95,33	0,6356
	3	300	120,89	120,89	0,4030
Amostra 21	1	75	38,72	38,72	0,5163
	2	150	59,18	59,18	0,3945
	3	300	89,14	89,14	0,2971
Amostra 22	1	75	40,10	40,10	0,5346
	2	150	72,06	72,06	0,4804
	3	300	114,68	114,68	0,3823
Amostra 23	1	75	41,63	41,63	0,5550
	2	150	56,90	56,90	0,3794
	3	300	83,87	83,87	0,2796
Amostra 24	1	75	50,16	50,16	0,6687
	2	150	67,47	67,47	0,4498
	3	300	121,08	121,08	0,4036
Amostra 25	1	75	39,63	39,63	0,5284

Razão de Resistência S_u/σ'_v - Argila Amarela					
Amostra	Corpo de Prova	σ'_v	q'	S_u (kPa)	S_u/σ'_v
	2	150	52,09	52,09	0,3473
	3	300	90,89	90,89	0,3030
Amostra 26	1	75	76,56	76,56	1,0208
	2	150	96,55	96,55	0,6437
	3	300	132,71	132,71	0,4424
Amostra 27	1	75	55,02	55,02	0,7336
	2	150	92,77	92,77	0,6185
	3	300	117,79	117,79	0,3926
Amostra 28	1	75	66,15	66,15	0,8821
	2	150	88,37	88,37	0,5892
	3	300	113,29	113,29	0,3776
Amostra 29	1	75	70,26	70,26	0,9368
	2	150	72,51	72,51	0,4834
	3	300	106,51	106,51	0,3550
Amostra 30	1	75	31,01	31,01	0,4134
	2	150	65,63	65,63	0,4375
	3	300	100,99	100,99	0,3366
Amostra 31	1	75	46,62	46,62	0,6216
	2	150	49,72	49,72	0,3315
	3	300	111,62	111,62	0,3721
Amostra 32	1	75	48,96	48,96	0,6529
	2	150	70,05	70,05	0,4670
	3	300	87,66	87,66	0,2922
Amostra 33	1	75	30,17	30,17	0,4023
	2	150	47,48	47,48	0,3165
	3	300	96,90	96,90	0,3230