



UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
ESCOLA DE MINAS
DEMIN - DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE MINAS



PRÉ-DIMENSIONAMENTO DE AGITADOR MECÂNICO PARA SUSPENSÕES MINERAIS

Ouro Preto, MG
2022

PEDRO LUCAS RODRIGUES DE SOUSA

**PRÉ-DIMENSIONAMENTO DE AGITADOR MECÂNICO PARA SUSPENSÕES
MINERAIS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Engenharia de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto como parte dos requisitos para a obtenção de Grau em Engenharia de Minas.

Orientador: Dr. José Aurélio Medeiros da Luz

Ouro Preto, MG
2022

SISBIN - SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO

S725p Sousa, Pedro Lucas Rodrigues de.
Pré-dimensionamento de agitador mecânico para suspensões
minerais. [manuscrito] / Pedro Lucas Rodrigues de Sousa. - 2022.
82 f.: il.: color., gráf., tab..

Orientador: Prof. Dr. José Aurélio Medeiros da Luz.
Monografia (Bacharelado). Universidade Federal de Ouro Preto.
Escola de Minas. Graduação em Engenharia de Minas .

1. Beneficiamento de minério. 2. Polpa de minério - Sistema de
agitação. 3. Sedimentos em suspensão. 4. Reologia. I. Luz, José Aurélio
Medeiros da. II. Universidade Federal de Ouro Preto. III. Título.

CDU 622.771

Bibliotecário(a) Responsável: Sione Galvão Rodrigues - CRB6 / 2526



FOLHA DE APROVAÇÃO

Pedro Lucas Rodrigues de Sousa

Pré-dimensionamento de agitador mecânico para suspensões minerais

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de bacharel em engenharia de minas

Aprovada em 22 de junho) de 2022.

Membros da banca

Prof. Dr. José Aurélio Medeiros da Luz — Orientador (Universidade Federal de Ouro Preto — UFOP)
Prof. Dr. Felipe de Orquiza Milhomem (Instituto Federal de Goiás — IFG)
Eng. M. Sc. Simão Célio de Carvalho (Tetra Tech Coffey Consultoria e Serviços Ltda.)

José Aurélio Medeiros da Luz, orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito na Biblioteca Digital de Trabalhos de Conclusão de Curso da UFOP em 29/06/2022



Documento assinado eletronicamente por **Jose Aurelio Medeiros da Luz, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 29/06/2022, às 11:08, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **0354105** e o código CRC **5B1833C5**.

As memórias de meu querido pai, Francisco
Marcondes de Sousa e, à minha querida mãe,
Elizabeth Rodrigues Pereira.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Francisco Marcondes de Sousa e Elizabeth Rodrigues Pereira, vocês são a melhor parte de mim.

Ao meu amor, Laura de Souza Cardoso Freire, com todo suporte, carinho, cuidado e paciência, fez parte dessa jornada tornando as dificuldades diminutas.

Ao professor José Aurélio Medeiros, meu orientador, por todo apoio, supervisão, contribuição e conhecimento transmitidos.

Aos meus grandes amigos Rafael Pereira, Luana Christina, Rafael Nonato, Luan Martins, entre outros, pelo apoio e cooperação durante toda trajetória acadêmica.

Aos engenheiros Simão Célio Carvalho, Matheus Sales Pimentel, Carolina Carvalho Nunes, pelo acompanhamento, orientação, supervisão e ensinamentos durante todo o período de estágio e desenvolvimento deste estudo.

Aos colaboradores da Tetra Tech que participaram, direta ou indiretamente, nos projetos, pela dedicação, esforço e contribuição para os resultados da operação.

À Tetra Tech pela oportunidade de realização do estágio.

Aos professores Carlos Alberto Pereira e Francielle Nogueira, pelas oportunidades e orientação durante os trabalhos de iniciação científica, e conhecimento transmitidos.

Aos mestres Carlos da Mata, Tatiana Marins, Thiago Figueiredo, Karine, por todo aprendizado, dedicação e paciência durante os ensinamentos.

À equipe de discentes de iniciação científica, Guilherme Gualandi e Paulo Henrique, e colaboradores do laboratório da Universidade Federal de Ouro Preto, Mariana Silva, Luiz do Sacramento, Antônio Freitas, por toda disposição, ensinamentos e contribuição durante a trajetória acadêmica.

Ao engenheiro Denilson Cardoso e equipe técnica Engendrar pela atenção, disponibilidade, suporte e fornecimento do material de referência sobre o agitador mecânico selecionado.

À Universidade Federal de Ouro Preto e à Escola de Minas, pelo suporte e pela indiscutível qualidade de ensino e dignificação dos seus estudantes.

“Inteligência é a capacidade de se adaptar à mudança.” (Stephen Hawking)

RESUMO

Os tanques mecanicamente agitados são amplamente utilizados nos sistemas de agitação bifásico-sólido/líquido em plantas de processamento. Atualmente, as etapas de transporte e manuseio de particulados vem se tornando cada vez mais complexa e desafiadora. A complexidade da polpa a ser agitada pode, muitas vezes, estar relacionada às propriedades reológicas. Isso pode levar a aumento da energia para suspender os sólidos do fundo do tanque, via agitadores. Este estudo propõe uma solução industrial eficaz para o projeto de agitador mecânico de polpas minerais, com alta concentração de sólidos. Para selecionar o impelidor e definir a potência, foram considerados uma combinação das propriedades mineralógicas (densidade, viscosidade, granulometria), condições operacionais (concentração de sólidos) e desenho do sistema de agitação (tipo de impelidor, dimensões do tanque, sistema de aletas defletoras) de uma planta de beneficiamento mineral. Neste trabalho, foi avaliado um sistema de agitação operando com concentração mássica de sólido de 40%. O tanque cilíndrico estudado nesse trabalho possui 4,0 metros de diâmetro por 4,5 metros de altura, com defletores. O método aplicado compreendeu na caracterização do rejeito final da planta de processamento, verificação da relação geométrica para promover a maior eficiência energética do sistema e, posteriormente, o desenvolvimento analítico e seleção do agitador. Do ponto de vista da agitação, a reologia da polpa foram pontos de atenção. Os ensaios apresentaram viabilidade técnica para definição dos parâmetros de cálculo do agitador. A correlação foi verificada para fluido pseudoplástico, com viscosidade variando entre 0,027 a 0,045 Pa·s na faixa de sólidos de 30% a 40% (em massa). A agitação selecionada será proporcionada por um impelidor de alta eficiência (diâmetro das pás de 1.600 mm), colocado na orientação vertical do tanque, acionado por um motor de 18,5 kW e velocidade de saída em 70 rpm.

Palavras-chave: Agitação. Manuseio de particulados. Suspensão de sólidos. Impelidor.

ABSTRACT

Mechanically stirred tanks are widely used in two-phase-solid/liquid stirring systems in processing plants. Currently, the particulate transport and handling steps are becoming increasingly complex and challenging. The complexity of the slurry to be stirred can often be related to the rheological properties. This can lead to increased energy to suspend solids from the bottom of the tank via agitators. This study proposes an efficient industrial solution for the design of a mechanical stirrer of mineral slurries, with a high concentration of solids. To select the impeller and define the power, a combination of mineralogical properties (density, viscosity, granulometry), operating conditions (solids concentration) and agitation system design (impeller type, tank dimensions, deflector fin system) were considered of a mineral beneficiation plant. In this work, an agitation system operating with a solid mass concentration of 40% was evaluated. The cylindrical tank studied in this work has a diameter of 4.0 meters and a height of 4.5 meters, with deflectors. The applied method comprised the characterization of the final waste from the processing plant, verification of the geometric relationship to promote greater energy efficiency of the system and, later, the analytical development and selection of the agitator. From the agitation point of view, the rheological properties of the slurry were points of attention. The tests showed technical feasibility for defining the parameters for calculating the stirrer. The correlation was verified for pseudoplastic fluid, with viscosity varying between 0.027 to 0.045 Pa·s in the solids range of 30% to 40% (by mass). The selected agitation will be provided by a high efficiency impeller (blade diameter of 1,600 mm), placed in the vertical orientation of the tank, driven by an 18.5 kW motor and output speed at 70 rpm.

Keywords: Agitation. Particulate handling. Solids suspension. Impeller.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Padrão de imagens de arredondamento.....	19
Figura 2: Ábaco de Krumbein para determinação da esfericidade e arredondamento das partículas.....	19
Figura 3: Distribuição cumulativa de partículas.....	21
Figura 4: Viscosidade relativa em função da concentração volumétrica de sólidos.....	25
Figura 5: Classificação do comportamento reológico dos fluidos.	30
Figura 6: Tipos de comportamento reológico de polpas.....	31
Figura 7: Dimensões do tanque agitador.....	38
Figura 8: Tipos principais de impelidores para tanques agitados.	42
Figura 9: Esquema da instalação de <i>draft tube</i>	44
Figura 10: Esquema da instalação de motor elétrico.....	45
Figura 11: Número de bombeio (N_Q) versus Número de Reynolds (NRe).	50
Figura 12: Fator de correção da geometria do tanque.....	54
Figura 13: Granulômetro a laser, modelo Bettersizer S3 Plus, Bettersizer Instruments.....	60
Figura 14: Reômetro rotacional, modelo RheolabQC, Anton Paar Gmbh.	61
Figura 15: Curva de distribuição granulométrica.....	64
Figura 16: Curva de sedimentação.	65
Figura 17: Curva de escoamento (taxa de cisalhamento x tensão de cisalhamento) das cinco amostras estudadas.	66
Figura 18: Curva de viscosidade (taxa de cisalhamento x tensão de cisalhamento) das cinco amostras estudadas.	66
Figura 19: Curva de escoamento log-log.	67
Figura 20: Dimensões do tanque.....	70
Figura 21: Eixo com impelidor Ultraflo Engendrar de 4 pás.....	74

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Métodos de análise de distribuição de partículas.	20
Tabela 2: Modelos de distribuição.	22
Tabela 3: Significado da viscosidade dinâmica para aplicações de processamento mineral. .	26
Tabela 4: Velocidade terminal da partícula em sistemas de leite fluidizados em função do número de Reynolds.	35
Tabela 5: Principais relações geométricas para tanques agitados.	39
Tabela 6: Principais relações geométricas para tanques agitados por impelidor.	39
Tabela 7: Níveis de intensidade de agitação.....	40
Tabela 8: Referência cruzada para as terminologias de níveis de intensidade por fornecedor de equipamentos de agitação.	41
Tabela 9: Emprego de impelidores quanto à faixa de viscosidade do fluido a ser agitado.....	43
Tabela 10: Número de potência (N_p) dos impelidores.	49
Tabela 11: Número de bombeio para regime de escoamento turbulento.	51
Tabela 12: Potência padrão para motores elétricos.	53
Tabela 13: Constante S de Zwietering para diferentes impelidores e geometrias.....	57
Tabela 14: Valores de condicionamento inicial para operação do picnômetro a gás.....	59
Tabela 15: Síntese dos resultados de reologia.....	67
Tabela 16: Síntese dos resultados de reologia.....	68
Tabela 17: Dados da polpa.	69
Tabela 18: Dados do tanque existente.....	70
Tabela 19: Dados mecânicos do tanque-impelidor.	71
Tabela 20: Cálculo da velocidade de sedimentação.....	72
Tabela 21: Cálculo do impelidor.....	72
Tabela 22: Cálculo da potência do sistema de agitação.	75

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	12
2. OBJETIVOS	14
2.1. Objetivo geral	14
2.2. Objetivos específicos	14
3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	15
3.1. Operações unitárias envolvendo mistura de sólido-líquido	15
3.2. Fundamentos teóricos da mistura e agitação	16
3.3. Propriedades básicas	16
3.3.1. <i>Densidade</i>	16
3.3.2. <i>Densidade de polpa</i>	17
3.3.3. <i>Concentração de sólidos</i>	17
3.3.4. <i>Morfologia da partícula</i>	18
3.3.5. <i>Tamanho da partícula</i>	20
3.3.6. <i>Linearização para modelos de distribuição de sólidos</i>	22
3.4. Reologia	23
3.4.1. <i>Viscosidade</i>	23
3.5. Classificação de fluidos	26
3.5.1. <i>Fluido Newtoniano</i>	27
3.5.2. <i>Fluido Não-Newtoniano</i>	28
3.5.3. <i>Tipos de comportamento reológico</i>	30
3.6. Velocidade de sedimentação	31
3.6.1. <i>Stokes</i>	32
3.6.2. <i>Newton</i>	33
3.6.3. <i>Efeito da correção morfológica</i>	35
3.7. Fundamentos teóricos para tanques agitados	36

3.7.1.	<i>Relações geométricas</i>	37
3.7.2.	<i>Níveis de agitação</i>	40
3.7.3.	<i>Agitador</i>	41
3.7.4.	<i>Eixo árvore</i>	41
3.7.5.	<i>Cubo</i>	41
3.7.6.	<i>Impelidores</i>	41
3.7.7.	<i>Defletores ou chicanas</i>	44
3.7.8.	<i>Draft tube</i>	44
3.7.9.	<i>Balanceamento</i>	45
3.7.10.	<i>Acionamento</i>	45
3.7.11.	<i>Mancais</i>	46
3.7.12.	<i>Vedação</i>	46
3.8.	Principais equações de números adimensionais	46
3.8.1.	<i>Número de Reynolds (Re)</i>	46
3.8.2.	<i>Número de potência (NP)</i>	47
3.8.3.	<i>Número de bombeio (NQ)</i>	49
3.9.	Variáveis do projeto	51
3.9.1.	<i>Vazão requerida (Qr)</i>	51
3.9.2.	<i>Potência (P)</i>	52
3.9.3.	<i>Fator de correção da potência</i>	53
3.9.4.	<i>Velocidade mínima de agitação (Njs)</i>	54
4.	MATERIAIS E MÉTODOS	58
4.1.	Parte I.....	58
4.1.1.	<i>Coleta e preparação da amostra</i>	58
4.1.2.	<i>Densidade real por picnômetro a gás</i>	59
4.1.3.	<i>Análise granulométrica</i>	60
4.1.4.	<i>Sedimentação em proveta</i>	60

4.1.5. Reologia	61
4.2. Parte II.....	62
5. RESULTADOS E DISCUSSÃO	64
5.1. Densidade real dos sólidos.....	64
5.2. Análise granulométrica	64
5.3. Sedimentação	65
5.4. Ensaio de reologia	65
5.5. Dimensionamento e seleção do agitador mecânico	68
5.5.1. Rejeito de mineração.....	69
5.5.2. Tanque existente e relações geométricas	69
5.5.3. Cálculo do impelidor.....	71
5.5.4. Cálculo da potência	75
6. CONCLUSÕES.....	76
REFERÊNCIAS	78

1. INTRODUÇÃO

A mistura de sistemas bifásicos sólido-líquido em tanques mecanicamente agitados é, comumente, utilizada nos mais variados processos industriais e, muitas vezes, de difícil avaliação. O alvo de intensa investigação nas últimas décadas se relaciona à agitação de meio bifásico-sólido/líquido em baixa concentração. Os trabalhos acadêmicos são pouco realizados para alta concentração de sólidos, acima de 5% de sólidos em volume.

Recentes estudos (AVRANCI e KRESTA, 2011; IBRAHIM et al, 2016) investigam mecanismos de suspensão de sólidos, em condições críticas de fluxo, onde a interação partícula-partícula são significativas. Variações de impelidores são testadas em tanques agitados, de modo a definir parâmetros geométricos, razão de tamanho de partículas e razão de densidade entre duas fases sólidos, aplicadas em amplas faixas concentrações de sólidos que podem auxiliar na definição analítica do sistema agitado.

Na indústria de mineração, são constantes presença de água nos processos. A agitação é essencial e aplicada em diversas etapas do processo para evitar sedimentação de sólidos no tanque e, posterior retirada para transporte. Suspender sólidos de maneira eficaz é um projeto de agitador primário requisito no processamento mineral (WU et al, 2021).

A reologia da polpa desempenha um papel muito importante nos diversos processos de tratamento de minérios como classificação, moagem, concentração, espessamento, filtração e disposição de polpas de rejeitos, com atuação na velocidade de sedimentação das partículas (POSSA et al, 2018). No geral, para as abordagens de tratamento de minérios, verifica-se que os estudos são realizados para polpas, muitas vezes, com comportamento reológico não-newtoniano de diferentes comportamentos. A definição do sistema impelidor de polpas de alta concentração de sólidos em tanques não é amplamente divulgada, muitas vezes, devido a limitação como a complexidade de seu comportamento reológico.

Cardoso (2018) define que o aumento da concentração de sólidos da polpa implica no aumento significativo da energia necessária para manter os sólidos em suspensão, dessa forma, é comum a utilização de acessórios auxiliares para este tipo de sistema de agitação, como a instalação de tubos diretores (*draft tube*).

Atualmente, é verificada tendência de operacionalização de sistemas com tanques agitados nas plantas de beneficiamento mineral, devido avanço das tecnologias de tratamento de rejeitos e novas formas de disposição a seco em desuso das aplicações com barragens.

Neste sentido, o presente trabalho busca realizar a pesquisa a respeito do dimensionamento de agitador para tanque mecanicamente agitado, para uma polpa de rejeito

de mineração. Justificado pela verificação da tendência atual de operações unitárias envolvendo rejeitos de mineração.

O trabalho tratará das metodologias consolidadas na literatura, bem como apresentará as novas proposições mais recentes avaliadas para processos de altas concentrações de sólidos. Em suma, será apresentado a seleção e dimensionamento do agitador, em específico, para aplicação robusta de rejeito de mineração verificada na realização dos ensaios de laboratório.

2. OBJETIVOS

2.1. Objetivo geral

Este trabalho teve por objetivo realizar o estudo de caso de um sistema de agitação mecânica industrial para tanque de polpas minerais, em especial, constituintes de rejeito existente de uma planta de beneficiamento mineral, com instalações no Estado de Minas Gerais, através do desenvolvimento da metodologia de cálculo, conceitos básicos da literatura e resultados obtidos dos testes reológicos da polpa.

2.2. Objetivos específicos

Os objetivos específicos foram:

- i) Desenvolver uma pesquisa bibliográfica acerca dos procedimentos para o cálculo e seleção de agitadores mecânicos industriais aplicados a fluidos e suspensões não-newtonianos;
- ii) Realizar os ensaios de laboratório para o rejeito de mineração
- iii) Definir a potência do agitador industrial, diante das características físicas, químicas e requeridas no processo estudado.

3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo abordará as principais temáticas acerca da metodologia tradicional, atualmente, utilizada na tecnologia mineral para caracterizar a polpa ou suspensões de partículas sólidas que são submetidas no sistema de agitação e mistura de sólido-líquido em tanques.

Os aspectos relativos às características físicas e químicas serão abordados em relação ao comportamento das partículas sólidas e a influência na velocidade de sedimentação, coeficiente de arrasto, regime de fluxo, e reologia das suspensões.

As variáveis geométricas entre tanque-impelidor e as condições do processo, como forma e tamanho, densidade das partículas minerais e viscosidade da polpa, serão relacionadas de forma, direta ou indireta, para as diversas equações fundamentais e modelos matemáticos verificadas na literatura.

3.1. Operações unitárias envolvendo mistura de sólido-líquido

Nas operações de mistura bifásicas entre líquido e sólido particulado, o objetivo é colocar os sólidos e o líquido em contato, constituindo-se em suspensoide, preferencialmente, homogêneo, sem grandes gradientes de concentração no interior do recipiente (tanque). No processamento mineral, é comum polpas com concentrações de sólidos muito altas e, compostos por diferentes minerais. O resultado, muitas vezes, corresponde a um sistema complexo que requer alto consumo de energia e consideração no projeto de dimensionamento do equipamento.

As operações sólido-líquido ocorrem principalmente em unidades de flotação, espessadores e filtros a vácuo (SILVERBLATT, 2002). De modo geral, a moagem, a classificação e a concentração são realizadas a úmido.

No beneficiamento de minérios, é comum a adição substancial de água nos diversos processos. Assim, a água compõe junto das partículas sólidas minerais uma mistura intrinsecamente heterogênea denominada polpa.

Por definição, suspensão ou polpa corresponde a dispersão das partículas sólidas em um meio líquido. Quando da ausência de fluxo, essas partículas podem ou não se sedimentar, ou, mais raramente, sobrenadar.

A avaliação da composição e comportamento da polpa exige um tratamento diferente, uma vez que as propriedades reológicas do fluido manuseado no processo industrial podem, muitas vezes, ser distintas por aplicação e, variáveis durante determinada operação.

3.2. Fundamentos teóricos da mistura e agitação

A agitação e a mistura, ou mescla, são operações unitárias cujo conceito, em geral, é definido pela movimentação de fluidos. Diferem-se, entretanto, de acordo com o padrão do movimento.

A agitação tem como objetivo induzir o movimento do fluido (ou suspensoide) em um padrão específico. Esse movimento ocorre em perfil circulante, induzido pelos impelidores ou pás giratórias.

A mistura deverá ocorrer, no caso idealizado, em operações cujos componentes, fases ou substâncias com distribuições geometricamente aleatória. O objetivo da mistura procura reduzir as não uniformidades ou gradientes de composição. A mistura pode ocorrer dentro ou por meio de outra fase, inicialmente, separadas através de rotação de tambores, transporte de gases em conduto, entre outras condições.

Usualmente, os materiais são agitados, por exemplo, em tanques ou condicionadores. Sendo a agitação, um padrão particular da mistura.

3.3. Propriedades básicas

O manuseio e transporte de polpa de minério ou rejeito, muitas vezes, é facilitado quando ocorre na forma de polpa. O principal fator pode ser associado a minimização de geração de material particulado durante as operações.

Os atributos de interesse utilizados para caracterizar fisicamente as polpas são: a massa específica do sólido (ρ_s) e líquido (ρ_l); a massa específica da polpa (ρ_p); concentração de sólidos em massa (C_W) e concentração de sólidos em volume (C_V); a distribuição granulométrica, forma e tamanho das partículas; e viscosidade da polpa

3.3.1. Densidade

Matematicamente, a densidade (d) é a razão entre a massa de uma substância (m) e o seu volume (V) (Atkins e Jones, 2001). Entretanto, é conveniente lembrar que, no âmbito da engenharia de minas, a razão entre massa e volume real do corpo é preferencialmente referida como massa específica, sendo densidade mais usada como a razão entre a massa específica real do corpo e a massa específica da água à pressão atmosférica e à temperatura de 5 °C (é a antiga densidade relativa).

No processamento mineral, a avaliação dos volumes de minério é realizada a partir ou da densidade real, ou da densidade aparente. Segundo Sampaio (2007), diferem-se por:

- i) densidade real considera apenas o volume do conjunto de grãos que compõe a amostra, sem considerar o espaço vazio existente entre os grãos;
- ii) densidade aparente considera o volume total da amostra, inclusive o espaço intersticial entre os grãos que a compõem.

A densidade, por sua vez, é determinada por diferentes métodos experimentais.

3.3.2. Densidade de polpa

A densidade dos minerais é função, basicamente, da forma e tamanho das partículas. A densidade relativa de um minério é, comumente, usada na determinação da densidade de polpa, uma vez que a densidade dos minerais é função, basicamente, da forma, tamanho das partículas e do volume que estes ocupam por unidade de massa.

A Equação (1) expressa o valor da densidade de polpa em função da massa total e volume total da polpa:

$$d_p = \frac{m_p}{V_p} = \frac{1}{V_s + V_f} = \frac{1}{\frac{c_m}{\rho_s} + \frac{(1 - c_m)}{\rho_f}} \quad (1)$$

No qual:

d_p : densidade da polpa (kg/m³);

m_p : massa total da polpa (kg);

V_p : volume total da polpa (m³);

3.3.3. Concentração de sólidos

A concentração mássica de sólidos (C_w) na polpa pode ser manipulada matematicamente em função da densidade (d_s) dos sólidos e da densidade de polpa (d_p). Segundo Wills (2006), atribuindo um valor de 1.000 kg/m³ à densidade de água, que é suficientemente preciso para a maioria propósitos, a Equação (2) permite:

$$C_w = 100 \frac{d_s(d_p - 1.000)}{d_p(d_s - 1.000)} \quad (2)$$

No conceito de mecânica dos fluidos, utiliza-se da concentração volumétrica para avaliação dos conceitos e características da mistura, da mecânica do fluxo, e das propriedades físicas resultantes.

A concentração em volume de sólidos é apresentada conforme Equação(3):

$$C_v = \frac{C_w d_p}{d_s} = \frac{100 \frac{C_w}{d_s}}{\frac{C_w}{d_s} + \frac{(100 - C_w)}{d_l}} \quad (3)$$

Onde:

d_p : densidade da polpa (kg/m³);

d_s : densidade do sólido (kg/m³);

d_l : densidade do líquido (t/m³);

C_w : concentração de sólidos em massa (%);

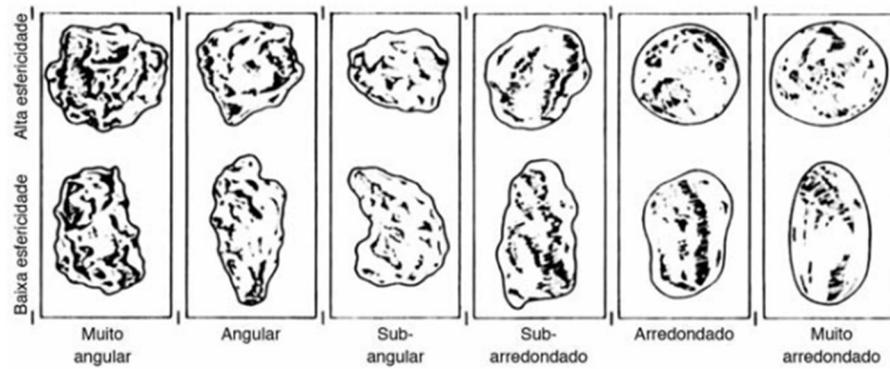
3.3.4. *Morfologia da partícula*

A caracterização da forma e tamanho das partículas sólidas exerce um papel fundamental na qualidade, manuseio e desempenho em vários sistemas particulados.

Para Cremasco (2014), existem diversas definições para representar a forma de partículas, que são baseadas nas razões entre os eixos ortogonais, no volume do sólido, na área dos sólidos e na área superficial.

A Figura 1 apresenta o padrão de textural para avaliação da morfologia das partículas, em função da forma e esfericidade.

Figura 1: Padrão de imagens de arredondamento.

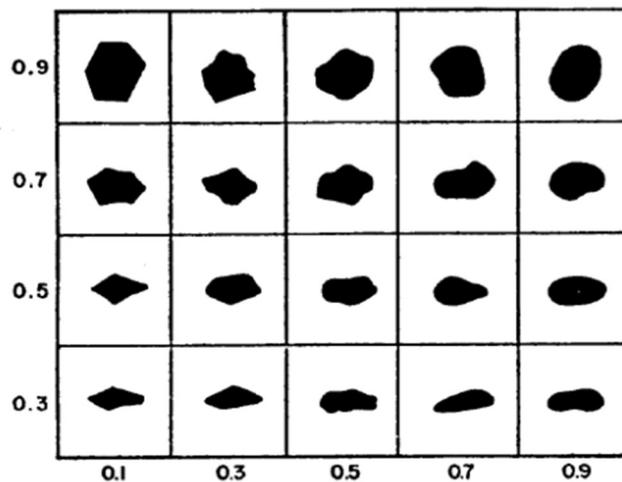


Fonte: McLane (1995).

Krumbein (1941 apud DREVIN e VINCENT, 2002), determina uma escala para avaliação visual da esfericidade das partículas.

O ábaco apresentado na Figura 2 determina, em escala visual, o eixo das abscissas os valores de arredondamento das partículas e, no eixo das ordenadas os valores para esfericidade das partículas.

Figura 2: Ábaco de Krumbein para determinação da esfericidade e arredondamento das partículas.



Fonte: Drevin e Vincent (2002).

Na literatura a esfericidade é um fator de forma (Ψ) conhecido na caracterização da partícula. A partícula esférica que apresenta o maior valor da esfericidade, $\Psi = 1$; as partículas que ocorrem usualmente, como aquelas resultantes dos processos de moagem, apresentam a esfericidade na faixa de 0,5 a 0,7 (MASSARANI, 2001).

3.3.5. Tamanho da partícula

Nas diversas operações unitárias, assim como a mistura, são requeridas a definição prévia do que se entende por tamanho das partículas e especificação de finura do material. Gomide (1993), afirma que na caracterização granulométrica é possível distinguir pelo tamanho cinco tipo de sólidos particulados.

A classificação é apresentada conforme abaixo:

- i) Pós: partículas de 1 μm até 0,5 mm;
- ii) Sólidos granulares: partículas de 0,5 a 10 mm
- iii) Blocos pequenos: 1 a 5 cm;
- iv) Blocos médios: 5 a 15 cm;
- v) Blocos grandes: maiores do que 15 cm.

Por convenção, estabelece-se por granulometria, a terminologia utilizada para caracterizar o tamanho de determinado material. A análise da influência dos aspectos geométricos, distribuições de número, massa ou superfícies, normalmente, são realizadas pelos diversos tipos de equipamentos e ensaios.

A Tabela 1 apresenta a síntese de métodos para determinação do tamanho de partículas, relacionado ao tipo de distribuição por número, massa ou superfície para diversos tipos de equipamentos.

Tabela 1: Métodos de análise de distribuição de partículas.

Método	Faixa de aplicação (μm)	Tamanho das partículas	Tipo de distribuição
Peneira	37 - 400	Diâmetro da peneira	Massa
Microscopia ótica	5 - 120	Diâmetro da área projetada	Número
Pipeta de Andreasen	2 - 100	Diâmetro de Stokes	Massa
Absorção de luz e sedimentação	0,3 - 50	Diâmetro de Stokes	Massa ou número

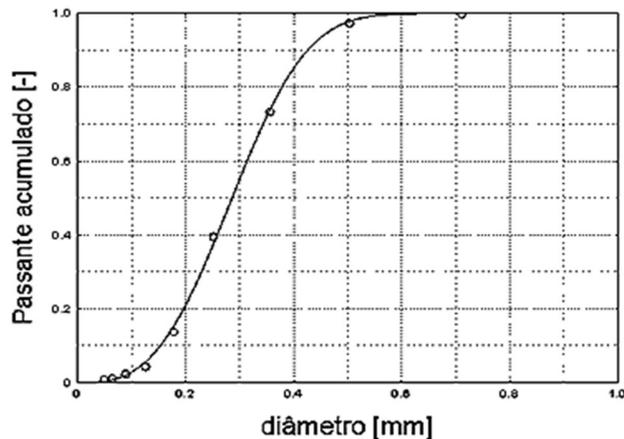
Método	Faixa de aplicação (μm)	Tamanho das partículas	Tipo de distribuição
Absorção de raios X sedimentação (sedígrafos)	2 - 100	Diâmetro de Stokes	Massa
Absorção de luz e sedimentação	3 - 100	Diâmetro de Stokes	Superfície
Espelhamento de luz	0,1 - 100	Diâmetro área projetada	Número

Fonte: Elaborado pelo autor.

Independentemente do tipo de ensaio, são gerados a distribuição granulométrica de determinada amostra, conforme classificação de acordo com o diâmetro das partículas sólidas.

A Figura 3 apresenta a curva típica de distribuição granulométrica da fração cumulativa de partículas.

Figura 3: Distribuição cumulativa de partículas.



Fonte: Elaborado pelo autor.

No eixo da abscissa corresponde ao diâmetro da partícula, enquanto, na ordenada, encontra-se a porcentagem passante acumulada.

Nas operações de mistura, faz-se uso do *top size* (tamanho da maior partícula) D_{90} como parâmetro, isto é, o diâmetro ou tamanho de partículas com 90% de material passante.

3.3.6. Linearização para modelos de distribuição de sólidos

Em alguns casos na escala industrial, a determinação em grandes quantidades pode dificultar o entendimento do comportamento do material particulado. A definição do sistema como um todo é satisfatoriamente representada pelo uso de modelos de distribuição a dois parâmetros.

Várias são as distribuições de tamanhos de partículas que podem ser utilizadas para a caracterização de um material particulado, podendo estas ser do tipo de distribuição por números, superfície e massa ou volume (FRARE et al, 2000).

A linearização dos principais modelos a dois parâmetros para determinação da distribuição de tamanho de partículas é apresentada conforme Tabela 2.

Tabela 2: Modelos de distribuição.

Equação	Modelo	Parâmetro
(4) $X = \left(\frac{D}{k}\right)^m$	Gates-Gaudin-Schumann (GGS)	K, m
(5) $X = 1 - e^{-(D/D')^n}$	Rosin-Rammler-Sperling-Bennet (RRSB)	D', n
(6) $X = \frac{1}{1 + \left(\frac{k}{D}\right)^m}$	Sigmoide	K, m

Fonte: Adaptado de Aplicação dos modelos para distribuição granulométrica para resíduo de mármore branco (CASTRO et al, 2019).

Onde:

D : Diâmetro de partícula;

X : Fração cumulativa com diâmetro menor que D ;

Os parâmetros de ajuste aos dados experimentais (k , m , n e D') podem ser obtidos a partir do coeficiente linear e angular da equação da reta do gráfico da equação 7, 8 e 9, respectivamente, GGS, RRSB e Sigmoide.

$$\ln X = m \ln D - m \ln K \quad (7)$$

$$\ln \left[\ln \left(\frac{1}{1-X} \right) \right] = n \ln D - n \ln D' \quad (8)$$

$$\ln \left(\frac{1-X}{X} \right) = m \ln K - m \ln D \quad (9)$$

A partir do coeficiente de determinação (R^2), é possível definir aderência do modelo de regressão linear. Este coeficiente é um indicativo do ajuste do modelo. Quando R^2 aproxima-se de 1 ($R^2 = 1$), verifica-se o melhor ajuste do modelo avaliado.

3.4.Reologia

Outro critério relacionado às propriedades das polpas minerais é a reologia.

A reologia é a ciência que estuda a deformação e o comportamento do fluxo e da deformação da matéria sob tensão aplicada. Na prática, o fluxo de viscoso verdadeiro (newtoniano) e escoamento elástico (hookeano) são considerados nas áreas de mecânica dos fluidos e mecânica dos materiais, respectivamente (MALHOTRA, 2009). As interações entre os sólidos e a fase líquida resultam em uma gama de propriedades (KLEIN, 2005).

Duas propriedades reológicas, segundo os autores, são ditas principais para dimensionamento e operação de processos minerais, sendo elas: a viscosidade aparente e a dependência do tempo.

3.4.1. Viscosidade

Grande parte das aplicações no processamento mineral tem sua particularidade mineralógica.

Medir a resistência do fluido durante o escoamento compreende na determinação da viscosidade do fluido. A adição de partículas sólidas no escoamento de um fluxo, entretanto, implica em perturbação das linhas de deslizamento do fluxo.

A primeira quantificação dos efeitos da adição de sólidos no fluido foi proposta por Albert Einstein, em 1905, através da relação viscosidade dinâmica da suspensão, do líquido puro em função da fração volumétrica de sólidos.

A Equação 10 expressa a viscosidade de suspensões diluídas:

$$\frac{\mu_s}{\mu_0} = 1 + kC_V \quad (10)$$

Onde:

μ_s : viscosidade da suspensão (Pa·s);

μ_0 : viscosidade do líquido puro (Pa·s);

k : fator hidrodinâmico aparentes das partículas (-);

C_V : fração volumétrica de sólidos (-);

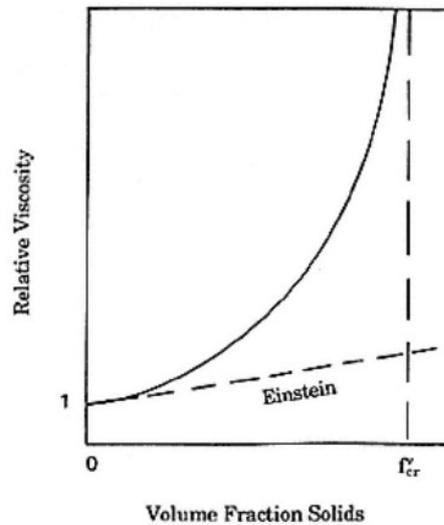
Além da fração volumétrica de sólidos em suspensão, a viscosidade de uma suspensão de partículas sólidas pode ser afetada por uma série de outros fatores.

(Silva, 2003). Os principais parâmetros que afetam o controle reológico e definição da viscosidade da polpa são apresentados abaixo:

- i) Tamanho e forma das partículas sólidas;
- ii) Efeito de flocos ou interação de força entre partículas sólidas;
- iii) Efeitos eletroviscosos.

A Figura 4 apresenta a curva entre viscosidade e fração volumétrica de sólidos. Verifica-se, relativo desvio entre a proposição de Einstein e a curva de suspensões reais. A viscosidade relativa tende ao infinito quando a fração volumétrica tende para a concentração máxima.

Figura 4: Viscosidade relativa em função da concentração volumétrica de sólidos.



Fonte: Reed (1995).

De modo a suprir a limitação da aplicabilidade da equação de Einstein, Thomas (1965), coletou dados para diferentes fontes de materiais sólidos. A Equação 11 expressa o desenvolvimento teórico/ empírico para a viscosidade de suspensões concentradas:

$$\frac{\mu_s}{\mu_0} = 1 + 2,5C_V + 10,05C_V^2 + A \exp(BC_V) \quad (11)$$

No qual, os termos apresentados na expressão:

μ_s : viscosidade da suspensão;

μ_0 : viscosidade do líquido puro;

A : constante de valor 0,00273 (coeficiente para ajuste da série de potência)

B : constante de valor 16,6 (coeficiente para ajuste da série de potência)

O resultado apresentado por Thomas, compreende na proposição de investigações experimentais, cujos critérios para o isolamento interação hidrogênica (ou viscosidade da suspensão) de partículas independe dos fatores como: floculação, tamanho de partícula, distribuição de tamanho de partícula e tipo de viscosímetro.

A Tabela 3 resume a faixa de aplicação da equação de viscosidade dinâmica de Thomas (1965), de acordo com a condição de concentração volumétrica de polpa do processo.

Tabela 3: Significado da viscosidade dinâmica para aplicações de processamento mineral.

Equação	Fração de sólidos (v/v)	Aplicação
(12) $\frac{\mu_S}{\mu_0} = 1 + 2,5C_V$	< 5%	Suspensões diluídas, com partículas sólidas esféricas e rígidas (Einstein, 1905; Thomas, 1965; Miedema, 2016)
(13) $\frac{\mu_S}{\mu_0} = 1 + 2,5C_V + 10,05C_V^2$	< 25%	Fluxo pseudo-homogêneo (Thomas, 1965; Miedema, 2016)
(14) $\frac{\mu_S}{\mu_0} = 1 + 2,5C_V + 10,05C_V^2 + 0,00273 e^{16,6 C_V}$	< 60%	Fluxo pseudo-homogêneo (Thomas, 1965; Miedema, 2016)

Fonte: Adaptado de Thomas (1965).

3.5. Classificação de fluidos

Os fluidos compreendem a uma substância cuja deformação ocorre de forma contínua quando da aplicação de tensão cisalhamento. Difere-se, portanto, do conceito de estado sólido da matéria devido comportamento de deformação durante todo o tempo de aplicação de força. A Engendrar Engenheiros Associados (2021), define fluido como a substância que não pode sustentar uma tensão de cisalhamento sem sofrer deformação permanente, mesmo em repouso.

A partir desse conceito, entende-se que fluxo de polpa é muito diferente quando comparado ao fluxo de um líquido monofásico. Segundo Baha Abulnaga (2002), teoricamente, um líquido monofásico de baixa viscosidade absoluta (ou dinâmica) pode fluir em velocidades lentas de um fluxo laminar para um fluxo turbulento. No entanto, uma mistura de duas fases, como a polpa, deve superar uma velocidade crítica de deposição ou uma mistura viscosa.

A analogia pode ser verificada de duas formas distintas. Se a velocidade de fluxo da polpa não for suficientemente alta, as partículas não são mantidas em suspensão. No caso de misturas altamente viscosas, se a taxa de cisalhamento for excessivamente baixa, a mistura será muito viscosa e resistirá ao fluxo.

Em suma, o comportamento reológico do fluido é descrito por relações entre a tensão de cisalhamento aplicada ao fluido e sua respectiva deformação ($\dot{\gamma} = \frac{du_x}{dy}$). A Equação 15 descreve o resultado desse conceito:

$$\tau = \tau_0 + k(\dot{\gamma})^n \quad (15)$$

Onde:

τ_0 : tensão mínima de cisalhamento (Pa);

k : índice de consistência (s^n);

n : índice de comportamento do fluido (-);

$\dot{\gamma}$: taxa de deformação ou taxa de cisalhamento (s^{-1});

x : eixo horizontal de escoamento (m);

y : eixo vertical de escoamento (m);

u : velocidade horizontal de escoamento (m/s).

3.5.1. Fluido Newtoniano

Os fluidos Newtonianos são aqueles em que existe uma proporcionalidade direta entre a tensão de cisalhamento (τ) e a viscosidade de dado fluido independente da velocidade de deformação.

O equacionamento e as considerações para fluidos newtonianos não podem ser feitos da mesma forma, como apresentado anteriormente.

Neste caso, a tensão de cisalhamento independe da magnitude da deformação, mas há dependência da taxa de deformação. A Equação 16 determina a função de tensão de cisalhamento para escoar os fluidos newtonianos, no qual $n = 1$ e o índice de consistência k é descrito como viscosidade dinâmica (μ):

$$\tau = \mu\dot{\gamma} \quad (16)$$

Entende-se que a propriedade intrínseca do fluido Newtoniano, segue a relação de proporcionalidade pela constante μ , conhecida como o coeficiente de viscosidade dinâmica, ou viscosidade do fluido.

3.5.2. Fluido Não-Newtoniano

Um fluido Não-Newtoniano é independente do tempo se a tensão de cisalhamento, a qualquer taxa de deformação, permanece constante em relação ao tempo (Engendrar Engenheiros Associados, 2021).

De modo geral, as propriedades do fluido dependem da magnitude das tensões de cisalhamento e não do seu tempo de duração.

Os fluidos Não-Newtonianos podem ser classificados como inelásticos (subdivido em independentes e dependentes do tempo) e viscoelásticos.

Dessa forma, podem ocorrer de diversas formas:

- i) Inelásticos:
 - a. Dependência do tempo:
 - i. Tixotrópicos (ou afinantes): Possuem estruturas que podem ser rompidas por ação cisalhante no tempo. A viscosidade diminui com o tempo, a determinada taxa de deformação. São comuns a fluidos como: asfalto, maionese, colas, entre outros;
 - ii. Reopétricos (ou espessantes): São fluidos capazes de rearranjar estruturas, quando submetidos à tensão de cisalhamento constante. A viscosidade, em contrapartida, aumenta a dada taxa de deformação;
 - b. Independência do tempo:
 - i. Pseudoplásticos: São fluidos que não necessitam da tensão cisalhante inicial ($\tau_0 = 0$, $n \neq 1$ e $n < 1$).
 - ii. Dilatantes: Da mesma forma que os fluidos pseudoplásticos, fluidos dilatantes também não necessitam da tensão cisalhante inicial ($\tau_0 = 0$, $n \neq 1$), entretanto difere-se quando o valor de n é menor que 1.

Em ambas as situações, o modelo mais comum é descrito pela Lei da Potência de Oswald de Waele (Equação 17).

$$\tau = k(\dot{\gamma})^n \quad (17)$$

O desvio de n da unidade é uma medida do afastamento de comportamento newtoniano (PAUL et al, 2003). Para os fluidos com índice de comportamento, n , entre $0 < n < 1$, a expressão para a viscosidade aparente (μ_{ap}) é definida como:

$$\mu_{ap} = k(\dot{\gamma})^{n-1} \quad (18)$$

São comuns a suspensões coloidais como: argila, sangue, amido, soluções de polímero, entre outros.

- iii. Fluidos de Bingham: São fluidos que necessitam da tensão cisalhante inicial (τ_0) para escoar.

Conforme Cremasco (2014), o modelo mais comum é descrito pela relação linear entre tensão de cisalhamento e taxa de deformação (Equação 19).

$$\tau = \tau_0 + \mu_p \dot{\gamma}, \text{ para } \tau_0 < \tau \quad (19)$$

No qual,

μ_p : viscosidade dinâmica plástica.

São comuns a polpas minerais e tintas.

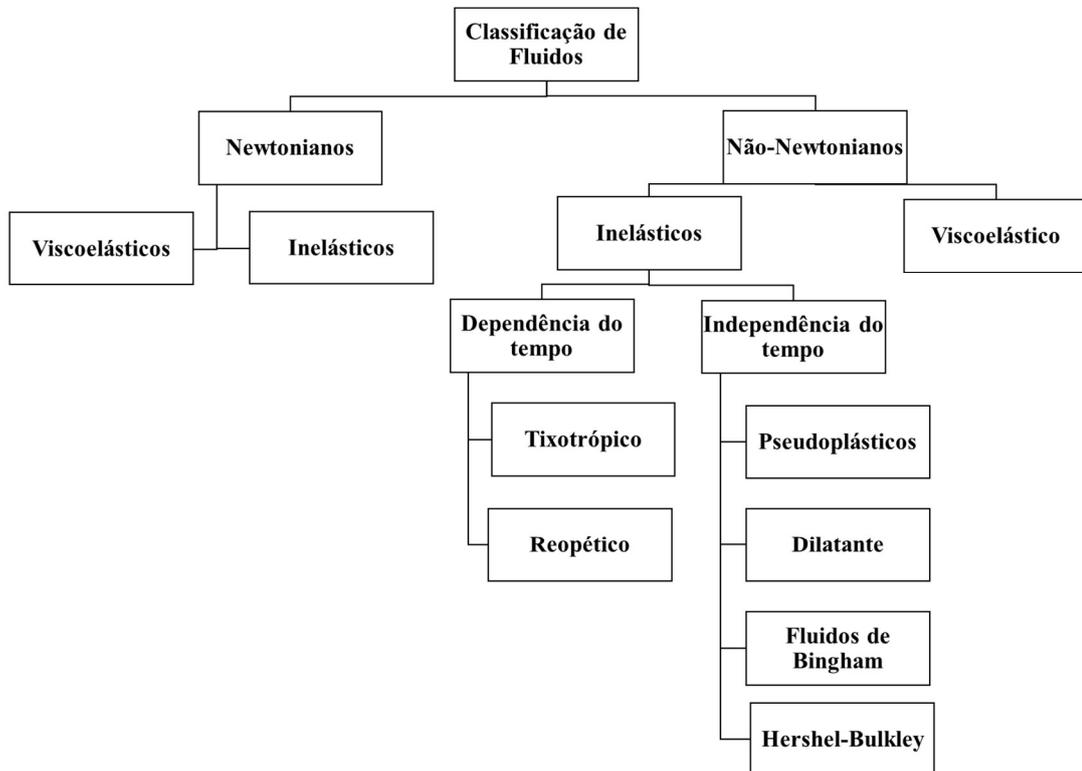
- iv. Fluidos de Herschel-Bulkley: fluidos cujo comportamento correspondem à combinação das duas propriedades, ou seja, são regidos pela Lei de Potência com consideração para tensão de cisalhamento inicial. A Equação 17 apresenta as definições do respectivo fluido. São comuns a fluidos de dispersões sintéticas de argila, metais semi-sólidos e rejeitos minerais.
- ii) Viscoelásticos: São fluidos cuja recuperação elástica das deformações durante o escoamento se apresentam como sólidos.

Os modelos dos comportamentos reológicos são apenas correlações, que podem representar o efeito entre forças de superfície, viscosidade e concentração da polpa. Diversos autores atentam à necessidade de correlacionar a descrição do fluido a partir dos dados experimentais, através do coeficiente de regressão.

3.5.3. Tipos de comportamento reológico

Em teoria, os comportamentos reológicos podem ser verificados de formas diferentes durante o escoamento de fluidos. A Figura 5 apresenta o resumo da classificação geral do comportamento reológico dos fluidos descritos acima.

Figura 5: Classificação do comportamento reológico dos fluidos.

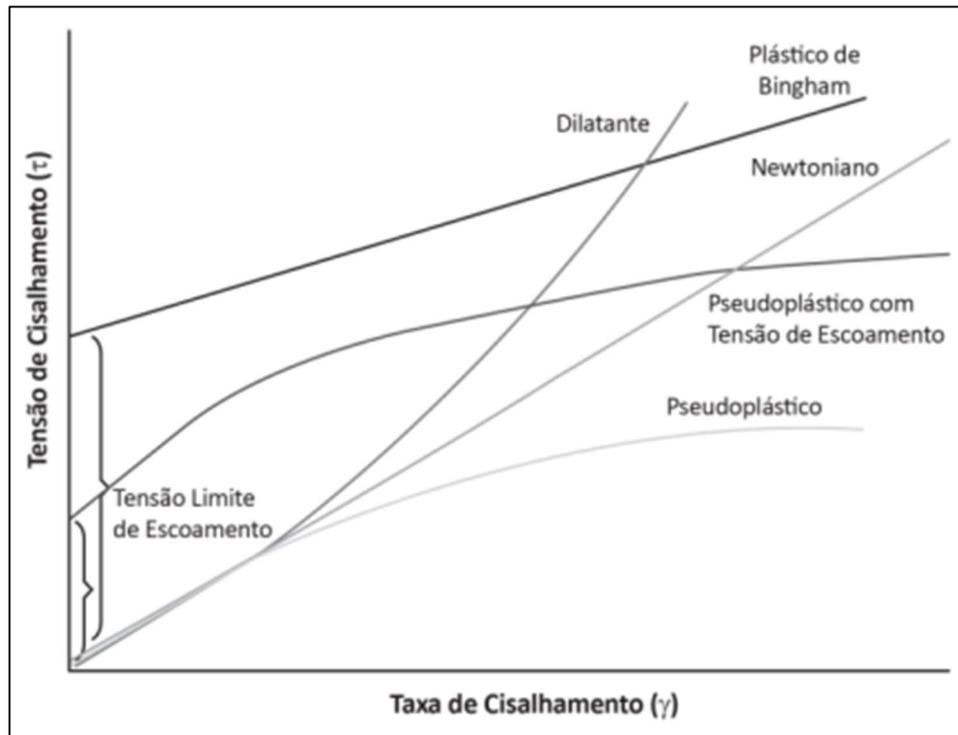


Fonte: Elaborado pelo autor.

Segundo Cremasco (2014), a definição clássica de fluido está associada à capacidade de a matéria responder à ação de uma força externa aplicada sobre ela.

A Figura 6 exemplifica em forma de gráfico os diferentes tipos de comportamento de polpas, em função da taxa e tensão de cisalhamento aplicada.

Figura 6: Tipos de comportamento reológico de polpas.



Fonte: Determinação rápida do comportamento de escoamento não newtoniano em suspensões minerais (adaptado de BAKSHI E KAWATRA, 1996).

3.6. Velocidade de sedimentação

Em situações em que as interações ocorrem com líquidos puros, as relações teóricas, normalmente, são ditas triviais, baseadas nos modelos de escoamento newtoniano.

Para polpa, essa condição é modificada para os chamados escoamentos não-newtonianos.

Nos diversos processos de sedimentação, como queda livre e queda impedida, há alguns fatores que devem ser considerados, como o empuxo e a própria resistência oposta pelo fluido durante deslocamento dos sólidos.

Para os processos de sedimentação por queda livre, não há interações entre os movimentos das partículas sólidas, sendo desprezível os efeitos e influência das paredes do recipiente de escoamento.

Segundo alguns autores, a condição de queda livre pode ser admitida quando:

- i) A distância das partículas sólidas, entre si ou entre as paredes do recipiente de escoamento, é no mínimo uma dezena de vezes o diâmetro das partículas;

- ii) A porcentagem de sólidos em volume é inferior a 1%.

No tratamento de rejeitos de mineração, as condições de sedimentação seguem, muitas vezes, o princípio geral de sedimentação por queda impedida, contrária às condições apresentadas acima. Essa realidade é justificada, dado que à medida em que se aumenta a quantidade de sólidos, as interações entre as partículas são intensificadas pelo aumento de colisões. Conseqüentemente, é verificado a redução da velocidade terminal das partículas quando comparadas ao movimento em queda livre, devido alterações nas trajetórias de deslocamento em meio fluido.

As partículas sólidas em movimento em meio fluido estão sujeitas à força da gravidade e força de resistência de oposição entre o fluido e ao movimento relativo das partículas. Serão, também, função da densidade aparente dos sólidos e do tamanho das partículas.

A resistência é função da velocidade ($R = f(v)$). A exata determinação desta equação para todos os casos é o foco de atenção das disciplinas de Hidrodinâmica e Aerodinâmica (VAN DEURSEN, 2016).

3.6.1. Stokes

Para queda livre, em regime laminar, a resistência (Equação 20) oposta ao movimento de partículas esféricas de pequeno diâmetro, segue à Lei de Stokes e fornece a velocidade terminal em queda livre (VAN DEURSEN, 2016):

$$R = 6\pi\mu r v \quad (20)$$

$$u_t = \frac{2}{9} \frac{(\rho_s - \rho_f) r^2 g}{\mu} \quad (21)$$

Onde:

u_t : velocidade terminal da partícula

μ : viscosidade do fluido (Pa.s);

r : raio da partícula (m);

ρ_s : massa específica da partícula sólida (kg/m³);

ρ_F : massa específica do fluido (kg/m^3);
 g : aceleração devida à gravidade (m/s^2).

Nas operações usuais em queda livre, a porcentagem de sólidos em volume é, usualmente, inferior a 5%.

Para queda estorvada ($C_v > 5\%$), o movimento de sedimentação é influenciado pela interação de mais partículas. Gaudin (1939), define a velocidade terminal de esferas de queda impedida em regime laminar como a multiplicação da velocidade da Lei de Stokes (Equação 22) por um fator de correção (função da fração de sólidos em volume, denominado $f(C_v)$).

$$\frac{u}{u_t} = f(C_v) = \left(1 - \frac{2}{3} C_v\right)(1 - C_v)(1 - 2,5 C_v) \quad (22)$$

No qual:

u : velocidade terminal da partícula corrigida.

A função de correção devido à concentração mássica pode ser expressa por equação disponível na literatura, como a de Steinour, de van Rijn, de Merkel (LUZ, 2021). Assim, temos as seguintes equações que relacionam a velocidade de sedimentação impedida para Stokes:

i) Correção de Steinour (1943 *apud* LUZ; LIMA, 2001):

$$\frac{u}{u_t} = f(C_v) = (1 - C_v)^2 e^{-4,1908 C_v} \quad (23)$$

ii) Correção de Luz (2021, *apud* LUZ, 2005):

$$\frac{u}{u_t} = f(C_v) = (1 - C_v^{0,919})^{4,681} \quad (24)$$

3.6.2. Newton

Para queda livre, em regime turbulento e partículas grosseiras, a resistência (equação 25) obedece à Lei de Newton, com a inclusão do fator de correção (Q) de resistência ou arraste e, fornece a velocidade terminal em queda livre:

$$R = \frac{\pi}{2} \rho_F r^2 v^2 \quad (25)$$

$$u_t = \sqrt{\frac{8g(\rho_S - \rho_F)r}{3\theta \rho_F}} \quad (26)$$

Para esferas de minerais em água, θ pode ser adotado como 0,4 se r for maior do que 2,0 mm (VAN DEURSEN, 2016).

Para esferas de tamanho intermediário nenhuma das leis acima são aplicáveis.

McCabe e Carpenter (1993), em estudos mais recentes, apresentam a definição para cálculo da velocidade terminal da partícula em queda em um fluido estagnado e quiescente:

$$u_t = \left[0,013067 \frac{d_p^{1+n} \rho_L (\rho_S - \rho_L)}{b_1 \mu^n \rho_L^{1-n}} \right]^{\frac{1}{2-n}} \quad (27)$$

Onde as constantes b_1 e n dependem do regime do fluxo, sendo:

- Lei de Stokes ($K < 3,3$): $b_1 = 24$ e $n = 1$;
- Transição ($3,3 \leq K \leq 43,6$): $b_1 = 18,5$ e $n = 0,6$;
- Lei de Stokes ($K > 43,6$): $b_1 = 0,44$ e $n = 0$.

A constante K pode ser calculada por:

$$K = 0,214 d_p \left[\frac{\rho_L (\rho_S - \rho_L)}{\mu^2} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (28)$$

Richardson-Zaki (1954), apresentam a modelagem para determinação da velocidade terminal da partícula em sistemas de leite fluidizados, considerando a função do regime fluxo, obtido

pelo Número Terminal de Reynolds (Re_t). A equação apresenta considerações básicas de dinâmicas de fluidos, comumente abordada na engenharia química.

Segundo LUZ (2021), os autores expressam essa dependência de modo estagiado em função de faixas específicas de número de Reynolds.

$$\frac{u}{u_t} = f(C_v) = (1 - C_v)^n \quad (29)$$

O expoente n pode ser obtido pela Tabela 4.

Tabela 4: Velocidade terminal da partícula em sistemas de leite fluidizados em função do número de Reynolds.

Função do Número de Reynolds	Valor de n
$Re_t \leq 0,2$	$n = 4,65$
$0,2 < Re_t \leq 1$	$n = 4,43 Re^{-0,03}$
$1 < Re_t \leq 500$	$n = 4,45 Re^{-0,1}$
$Re_t > 500$	$n = 2,39$

Fonte: Adaptado de Di Felice e Kehlenbeck (2000).

3.6.3. Efeito da correção morfológica

Para o caso de partículas não esféricas, também há a necessidade de se afetar a equação de sedimentação de um novo fator de correção (OLIVEIRA; LUZ; LACERDA, 2004).

As equações a seguir (obtidas por Pettyjohn e Christiansen e citadas por LUZ, 2021) fornecem as correlações para velocidade relativa fluido partícula, em função da esfericidade da partícula quando prevalece o regime de Stokes ou regime de Newton.

i) Stokes:

$$\frac{u}{u_t} = f(\varphi) = \left(\frac{0,43}{5,31 - 4,88\varphi} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (30)$$

ii) Newton:

$$\frac{u}{u_t} = f(\varphi) = 0,843 \log\left(\frac{\varphi}{0,065}\right) \quad (31)$$

Aplicam-se a $0,65 < \Psi < 1$ e $Re < 0,5$ (regime de Stokes) e $103 < Re < 105$ (regime de Newton). Os valores de esfericidade da partícula (Ψ) são apresentados conforme subcapítulo 3.3.4.

3.7.Fundamentos teóricos para tanques agitados

Nos diversos processos da mineração, há a necessidade de armazenamento de polpa de minério, rejeitos e insumo dos processos de beneficiamento, como a soda cáustica, ácido sulfúrico, água de processo, gelatinização do amido, amina, floculantes e outros reagentes.

De maneira geral, tanques ou reservatórios são utilizados em sistemas mecanicamente agitados para homogeneização da mistura ou suspensão de partículas sólidas. Os tanques podem ser abertos ou fechados, com revestimento para abrasão e corrosão, com ou sem utilização de agitadores e bocais para transferência da polpa.

Segundo Assumpção (2015), as normas de projeto de tanques estabelecem ou referenciam as propriedades mínimas para os materiais utilizados na fabricação. Os tanques sujeitos à pressão próxima à atmosférica, projetados e construídos em aço carbono ou aço inoxidável, são abrangidos conforme Norma API 650.

Em determinados casos, os revestimentos são aplicados às calderarias do tanque conforme requisitos e especificidades do produto manuseado. Justificam-se, muitas vezes conforme condição do material a ser estocado. As características principais destes revestimentos são as elevadas resistências à abrasão, impacto e corrosividade.

Os revestimentos podem ser:

- i) Metálicos;
- ii) Elastômeros;
- iii) Polietileno.

O projeto dos revestimentos deve ser otimizado em relação aos custos e facilidade de manutenção e troca de revestimentos, com mínimo de interferência com as outras peças montadas.

3.7.1. Relações geométricas

Os tanques agitados podem ser de vários tamanhos e formas que proporcionam diferentes características de agitação.

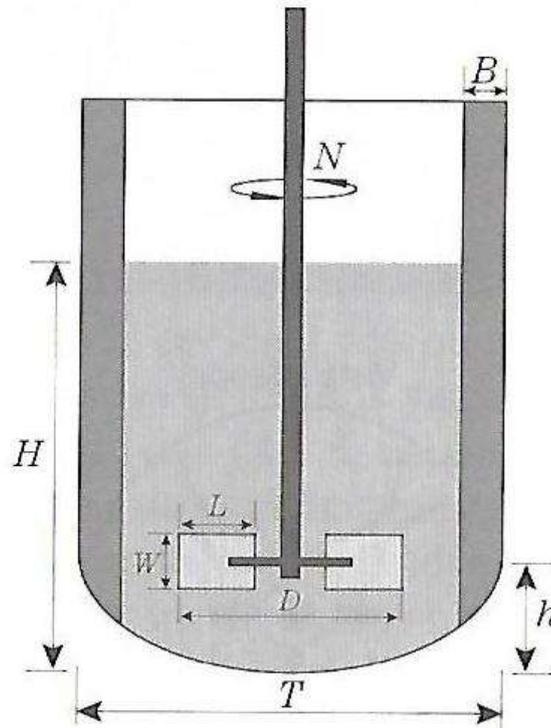
Três aspectos são fundamentais para avaliação dos parâmetros de geometria do tanque:

- i) As dimensões do tanque deverão preservar o fluido pelo tempo necessário demandado pelo processo;
- ii) A forma do tanque deve favorecer o sistema de agitação, nas condições desejadas de aplicação;
- iii) A disponibilidade locacional da instalação, considerando os custos e economia do espaço;

Comumente, nas operações sólido-líquido, para descrever os efeitos produzidos pela agitação de líquidos em tanques cilíndricos verticais, são adotadas relações consideradas “ideais” para descrever proporções dos diversos componentes de um sistema agitado mecanicamente.

A partir da relação primária ideal, pode-se descrever as demais relações geométricas. A Figura 7 apresenta um tanque agitador, com escoamento do fluido horizontal e circular.

Figura 7: Dimensões do tanque agitador.



Fonte: VÉLLEZ (2016).

As letras indicadas na figura representam:

H (ou, em outras literaturas, usualmente, definido pela letra Z): altura do líquido no reservatório;

T : diâmetro do tanque;

h (ou, em outras literaturas, usualmente, definido pela letra C): distância entre o impelidor e o fundo do tanque;

D : diâmetro do impelidor;

W : altura da pá do impelidor;

L : largura da pá do impelidor;

B : largura da chicana;

N : número de rotações do impelidor.

As típicas proporções são apresentadas na tabela abaixo:

Tabela 5: Principais relações geométricas para tanques agitados.

Relação	McCabe et al (1993)	Joaquim Jr et al (2012)
D/T	1/3	1/4 a 1/2
Z/T	1	1
C/T	1/3	1/6 a 1/2
B/T	1/12	1/10 a 1/12
W/D	1/5	1/4 a 1/6

Fonte: Adaptado de McCabe et al (1993) e Joaquim Jr (2012).

A relação Z/T, onde Z corresponde à altura do líquido, e T o diâmetro interno do tanque, chamada de razão de preenchimento ($Z/T=1$). Usualmente, esta relação pode variar entre 0,5 e 1,5, devido necessidades do processo.

Se o processo for por batelada, o posicionamento do impelidor passa a ter grande importância e normalmente ele é definido em função desta necessidade ou não da agitação durante o descarregamento do produto.

Em tanques cilíndricos verticais os defletores são montados na parede do tanque e obedecem à uma relação considerada ideal que é fixada como sendo 1/10 a 1/12 do diâmetro do tanque.

A Engendrar (2021), define as relações geométricas dos diversos componentes de um tanque agitado mecanicamente, em específico, para as agitações de bifásicas de sólido-líquido, relacionando a quantidade de impelidores.

A Tabela 6 apresenta conforme descrito:

Tabela 6: Principais relações geométricas para tanques agitados por impelidor.

Nº impelidores	Folga entre impelidor e fundo do tanque		Z/T máx.	Defletores		Diâmetro do impelidor		
1	H1=Z/4	-	1,2	Bc=T/72	B=T/12	Tanque de fundo plano	Tanque de fundo abaulado	Tanque esférico
2	H1=T/4	H2=2/3Z	1,8			D=0,3T	D=0,4T	D=0,35T

Fonte: Adaptado de Engendrar (2021).

3.7.2. Níveis de agitação

Diversos autores (Gates, Morton, Fondy, entre outros), descrevem vários tipos de comportamento de partículas em suspensões. Esse critério tem por objetivo verificar a condição de suspensibilidade das partículas em função da velocidade de subida do líquido e velocidade de sedimentação do sólido.

Os autores propõem uma escala de agitação e critérios analíticos e empíricos para o cálculo da rotação necessária para se produzir um determinado tipo de agitação que recebe níveis que vão de 1 a 10 (Engendrar Engenheiros Associados, 2021).

Tabela 7: Níveis de intensidade de agitação.

Nível de intensidade da mistura	Proporção de componente de viscosidade máxima e viscosidade mínima	Diferença máxima do peso específico ($\Delta\rho$)	Descrição e aplicações típicas
1 – 2	< 10:1	< 0,2	Requer suspensão de baixo teor de sólidos. Os sólidos se encontram em movimento ou assentamento no fundo do tanque. Haverá formação de zonas mortas.
3 – 5	< 50:1	< 0,4	Movimentação e elevação completa das partículas do fundo do tanque. Suspensão de sólidos uniforme para 1/3 da altura do fluido, com relativa a boa homogeneidade.
5 – 7	< 200:1	< 0,5	Caracterizadas por promover uniformidade de distribuição de concentração de sólidos desde o fundo até 95% da altura do líquido.
8 - 10	< 250:1 - < 10.000:1	< 0,6 - < 1,0	Suspensão para velocidades terminais situadas entre 0,0025 m/s e 0,10 m/s e, concentração até 70% em massa. Os sólidos se aproximam da uniformidade completa, com suspensão de sólidos para 98% da altura do fluido.

Fonte: Adaptado Beneficiamento e Agitação Mecânica (Engendrar Engenheiros Associados, 2021).

A Tabela 8 apresenta a referência cruzada para os diferentes níveis de intensidade de mistura, complementar à Tabela 7, segundo definição indicada pelos fornecedores dos

equipamentos de agitação, abordados na literatura técnica orientada para o dimensionamento de agitadores.

Tabela 8: Referência cruzada para as terminologias de níveis de intensidade por fornecedor de equipamentos de agitação.

Engendrar	Semco	Philadelphia	Cheemineer	Lightnin	Hayward Group
1 – 2	1 – 2	Suave	2	Suave	Suave
3 – 5	3	Moderado	3	Moderado	Moderado
5 – 7	4	Não definido	4	Não definido	Forte
Não definido	5	Vigoroso	5	Vigoroso	Vigoroso
8 – 10	6	Não definido	7	Não definido	Intenso
Não definido	Não definido	Violento	9	Violento	Violento

Fonte: Adaptado de Mastering mixing fundamentals – A technical guide from the experts in the industry (Hayward Gordon Group, 2019).

3.7.3. *Agitador*

O agitador corresponde ao elemento mecânico, de movimento rotatório, capaz de promover a agitação em um recipiente.

Normalmente, os agitadores são montados em placa base, cujo eixo é vertical e centrado.

3.7.4. *Eixo árvore*

É o que transmite a rotação do acionamento ao impelidor.

3.7.5. *Cubo*

Une o eixo-árvore e as pás do impelidor. Pode ser fixado através de chaveta, pino ou solda.

3.7.6. *Impelidores*

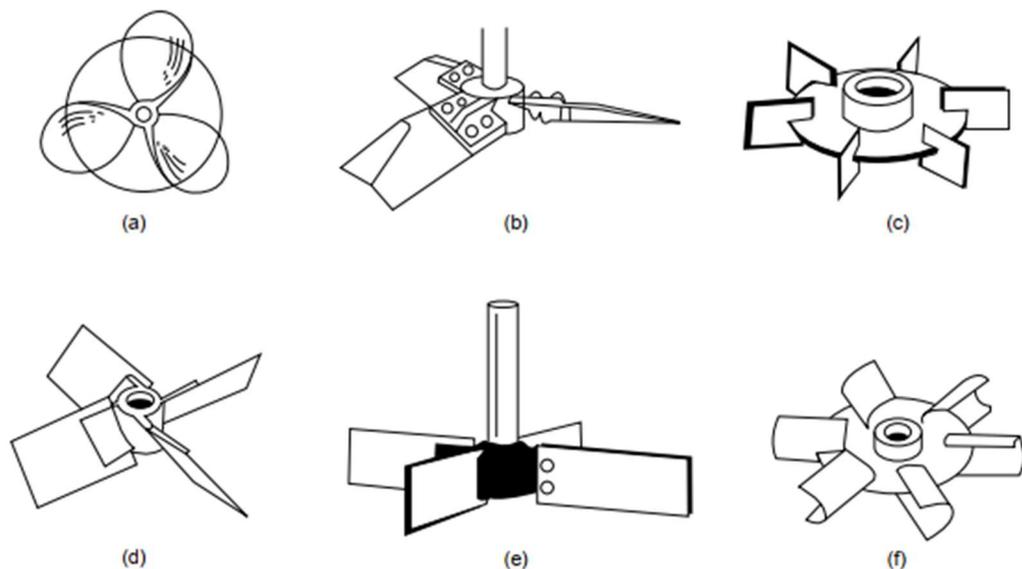
Entende-se que as dimensões do tanque dependem do processo de aplicação, assim como a utilização de pás, turbinas e hélices para promover energia mecânica ao fluido.

Por definição, o impelidor será capaz de gerar energia mecânica ao fluido de modo a permitir o deslocamento, ou propulsão, da substância agitada. O impelidor é o elemento mecânico responsável pela harmonização do fluxo de fluidos no interior da estrutura de armazenamento.

Na mistura de sólido-líquido, o produto agitado determina o tipo de impelidor utilizado, uma vez que o rendimento deste impelidor estará diretamente relacionado com o fluxo e zonas criadas no tanque.

A Figura 8 abaixo, apresenta doze impelidores típicos (COUPER, 2012).

Figura 8: Tipos principais de impelidores para tanques agitados.



Fonte: Adaptado de Couper (2012).

Diversos autores, como McCABE (1993), PAUL et al (2004), COUPER (2012), têm contribuído com os estudos de modelos e definições de aplicações industriais.

- a) Hélice Marítima de três pás (MP): Impelidor de fluxo axial usado em embarcações agitadas.
 - Aplicação: Altas velocidades (até 1750 rpm);
 - Limite de viscosidade de cerca de 5,0 Pa.s;
 - Número de Reynolds limite: ~ 200.
- b) Hydrofoil Chemineer HE-3: Impelidor do tipo alto eficiência.
 - Aplicação: Agitação de alto fluxo e baixo cisalhamento, como suspensão de sólidos em todas as velocidades rotação.

- Relação econômica para $0,4 > D/T > 0,6$;
 - Número de Reynolds limite: ~ 200 .
- c) Disco de 6 pás ou turbina Rushton (RT-6): Impelidor do tipo radial mais utilizado, composto por seis hélices verticais fixadas em disco.
- Aplicação: Dispersão gás-líquido e multifásicas sólido-líquido;
 - Número de Reynolds limite: ~ 5 .
- d) Impelidor 4 lâminas com inclinação de 45° (PTB 45°): Impelidor de fluxo axial.
- Aplicação: Dispersões líquido-líquido, mistura, suspensão de sólidos;
 - Número de Reynolds limite: ~ 20 .
- e) Impelidor 4 lâminas planas (PTB):
- Aplicação: Usado para fornecer agitação à medida que um recipiente é esvaziado;
 - Número de Reynolds limite: ~ 5 .
- f) Impelidor de lâmina côncava estilo disco de 6 lâminas (ou Chemineer CD-6): Impelidor de fluxo axial.
- Aplicação: Usados para dispersão de gás;
 - Número de Reynolds limite: ~ 10 .

A Tabela 9 apresenta algumas das relações de aplicação mais comuns de impelidores conforme faixa de viscosidade.

Tabela 9: Emprego de impelidores quanto à faixa de viscosidade do fluido a ser agitado.

Tipo de impelidor	Faixa de viscosidade (Pa.s)
Pás	0,10 – 30
Turbinas	0,0010 – 30
Hélice	0,001 – 10
Âncora	0,010 – 2,0
Helicoide dupla	10 – 2000,0

Fonte: Adaptado de Apostila de dimensionamento e projeto de agitadores e misturadores (VÉLEZ, 2016).

3.7.7. Defletores ou chicanas

São componentes fixados ao costado do tanque, comumente, como chapa vertical montada no interior do recipiente. Os defletores têm como função minimizar a rotação de fluxo gerada pelo impelidor, evitando ou minimizando a formação de vórtices.

Por prática de engenharia da indústria, agitadores verticais de topo quando montados centralizados ao tanque, requerem a instalação de chicanas no tanque. Por este motivo, também são indicados para suspensão de sólidos.

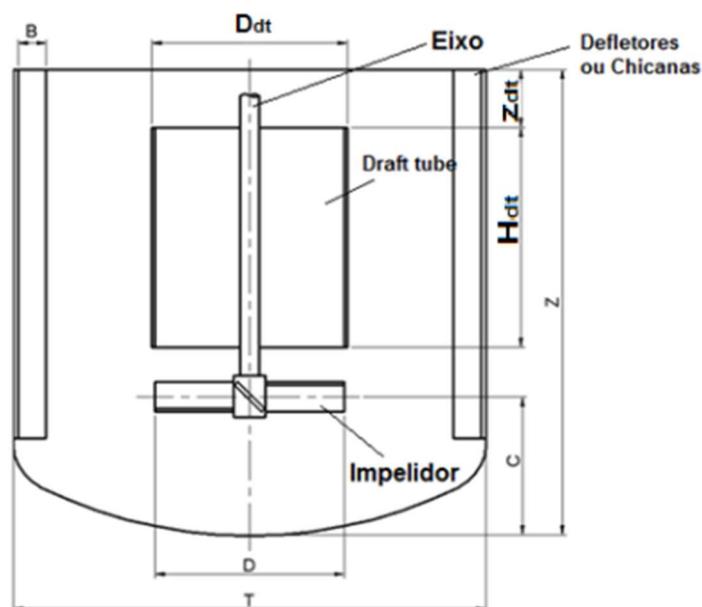
A utilização de tanques sem defletores que operam em regime turbulento é raramente encontrada, pois, nessa condição geralmente ocorre o processo denominado de rotação sólida e formação de vórtice central (CARDOSO, 2018).

3.7.8. Draft tube

Draft tube compreende de um tubo vertical, montado concentricamente com o agitador, para promover circulação do fluido no interior do recipiente de agitação.

Esse elemento possui uma configuração geométrica simples, sendo constituído basicamente por tubo ou camisa montado concentricamente ao impelidor (CARDOSO, 2018).

Figura 9: Esquema da instalação de *draft tube*.



Fonte: Análise hidrodinâmica da influência do *draft tube* na suspensão de sólidos em tanques mecanicamente agitados (CARDOSO, 2018).

3.7.9. Balanceamento

Os agitadores são balanceados conforme requerido nas normas ISO-1940 - *Balance Quality of Rotating Rigid Bodies*. Durante a verificação das condições operacionais do sistema de agitação, devem ser realizados apenas o balanceamento estático dos conjuntos eixo-impelidor, o que garantirá o perfeito funcionamento dos equipamentos.

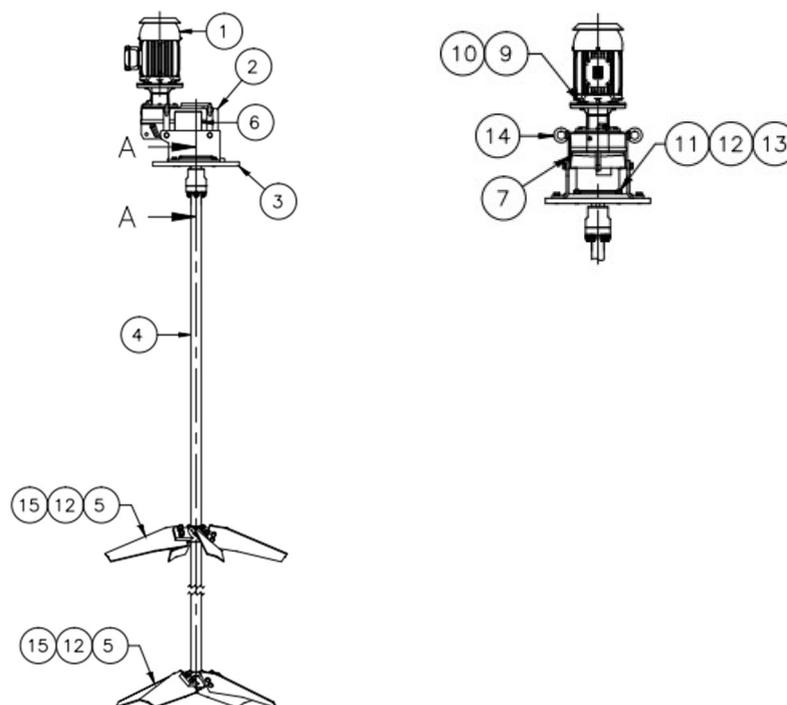
3.7.10. Acionamento

As operações de agitação ou mistura requerem transferência de energia ao fluido. Essa transferência ocorre através do acionamento do eixo-árvore e da rotação do impelidor no fluido. Existem diversos tipos de mecanismos de acionamento podem ser acionados por motores elétricos, conversores eletrônicos, motores pneumáticos e motores hidráulicos.

O motorreductor corresponde ao sistema de acionamento de agitação, composto por motor hidráulico ou motor elétrico e reductor de velocidade capaz de prover auxílio a transmissão de rotação ao movimento do fluido.

A Figura 10 mostra o motor (item 9) do agitador acoplado a caixa (item 7), eixo do impelidor (item 4) e placa base do agitador (item 11)

Figura 10: Esquema da instalação de motor elétrico.



Fonte: Elaborado pelo autor.

3.7.11. Mancais

São aplicados para suportar as cargas radiais e axiais.

3.7.12. Vedação

Impede a contaminação do produto por agentes externos, contendo possíveis vazamentos. Para eliminar os riscos de contaminação, a vedação pode se dar através de: gaxetas, labirinto, retentor, selo hidráulico e selo mecânico.

3.8.Principais equações de números adimensionais

3.8.1. Número de Reynolds (*Re*)

O número de Reynolds (*Re*) compreende do postulado de Reynolds (1883) para a adimensionalidade do número que define se um escoamento é laminar ou turbulento.

O número de Reynolds do agitador descreve o fluxo próximo ao impelidor, ao ser agitado em um tanque (KARS-JORDAN e HILTUNEN, 2007). A equação a seguir expressa a formulação para calcular o número de Reynolds do agitador para fluidos Newtonianos.

$$Re = \frac{\rho ND^2}{\mu} \quad (32)$$

Onde:

Re: Número de de Reynolds (-);

ρ : massa específica (kg/m³);

N: velocidade de rotação do impelidor (rps);

D: Diâmetro do impelidor (m);

μ : viscosidade dinâmica (Pa.s).

O número de Reynolds do impelidor será definido por:

- $Re < 10$, regime laminar característico;
- $10 < Re < 10^4$, regime de transição característico;
- $Re > 10^4$, regime turbulento característico.

Denomina-se a agitação laminar será laminar, quando ocorrer redução de escala de segregação ou espessura de estratificação por deformação de fluxo laminar. Consequentemente, será sem turbulência ou movimento aleatório.

Engendrar (2021), expressa a O fluxo tem a forma de escoamento teórico, laminar, onde não ocorre formação de esteira, e as linhas de fluxo se fecham atrás da esfera. A resistência é predominantemente de atrito devido as forças viscosas. Este regime é chamado de Regime de Stokes

Agitação turbulenta ocorre quando há redução de escala de segregação através de movimento turbulento.

Os fluidos não-newtonianos, apresentados no subcapítulo 3.5.2, seguem a chamada lei de potência, onde k e n são constantes para cisalhamento moderado, conforme equação abaixo da viscosidade:

$$\mu = k \left(\frac{du}{dy} \right)^{n-1} \quad (33)$$

Onde:

k : índice de consistência;

n : índice de comportamento do fluido.

Das equações acima, tem-se que o número de Reynolds para fluidos não-newtonianos pode ser calculado a partir da equação abaixo:

$$Re = \frac{\rho ND^2}{k \left(\frac{du}{dy} \right)^{n-1}} \quad (34)$$

Foi demonstrado que a taxa de cisalhamento média em um tanque é dependente, em grande parte, do gradiente de velocidade do impelidor (KARS-JORDAN e HILTUNEN, 2007).

3.8.2. Número de potência (NP)

A equação adimensional determina a potência transferida pelo impelidor para o fluido.

De acordo com Paul et al (2003), a Equação 36 é utilizada para descrever a metodologia de cálculo, tipicamente, para regime turbulento (constante em sistemas com chicanas, para $Re > 1000$):

$$N_P = \frac{P}{\rho N^3 D^5} \quad (35)$$

Segundo literatura de prática de engenharia, são verificados casos limites para a potência de agitação. As equações envolvem Números de Reynolds elevados e muito baixos. A Engendrar Engenheiros Associados (2021), define uma relação entre forças inerciais e forças viscosas, onde são descritos sistemas líquidos turbulentos e laminares.

A Equação 36 resume a condição limite entre a relação de potência, em função da definição de escoamento laminar para o Número de Reynolds (NRe).

$$N_P = \frac{P}{\rho N^2 D^3} \quad (36)$$

Onde:

N_P : Número de potência (-);

P : Potência aplicada ao rotor (W);

D : Diâmetro do impelidor (m);

ρ : densidade (kg/m^3);

N : velocidade angular (de rotação) do rotor (rps).

São verificadas, a partir das definições acima, a dependência do processo acerca do regime de escoamento e do fluido agitado, onde o número de potência tem semelhança do fator de atrito (f) do nível de agitação e do coeficiente de perda de carga localizada (h_l) das características construtivas do tanque agitado.

A Tabela 10 aborda a relação do número de potência verificado na literatura.

Tabela 10: Número de potência (N_P) dos impelidores.

Aplicação	Número de defletores	Valor de N_P
Propeller	0	0,3
Propeller	3 - 8	0,33 – 0,37
Turbina vertical	0	0,93 – 1,08
Turbina vertical	4	3 – 5
Pás inclinadas (PTB) 45°	0	0,7
Pás inclinadas (PTB) 45°	4	1,30 – 1,40

Fonte: Elaborado pelo autor.

Separação sólido-líquido para baixas concentrações de sólidos são, usualmente, utilizando N_{PO} entre 0,3 e 0,65, associados a impelidores do tipo naval, pás planas inclinadas (PBT), perfilado.

Separação sólido-líquido para altas concentrações (meios não-newtonianos), cujo objetivo é para manter os sólidos suspensos, associam a impelidores de pás inclinadas (PTB) com N_{PO} variável entre 0,4 – 0,6.

3.8.3. Número de bombeio (N_Q)

O número de fluxo é uma medida da capacidade de bombeamento de um impulsor (Paul et al, 2003). Ainda segundo Paul et al (2003), existem diferentes medidas para a capacidade de bombeamento, mas o número de bombeio amplamente utilizado é definido como:

$$N_Q = \frac{Q}{ND^3} \quad (37)$$

Onde:

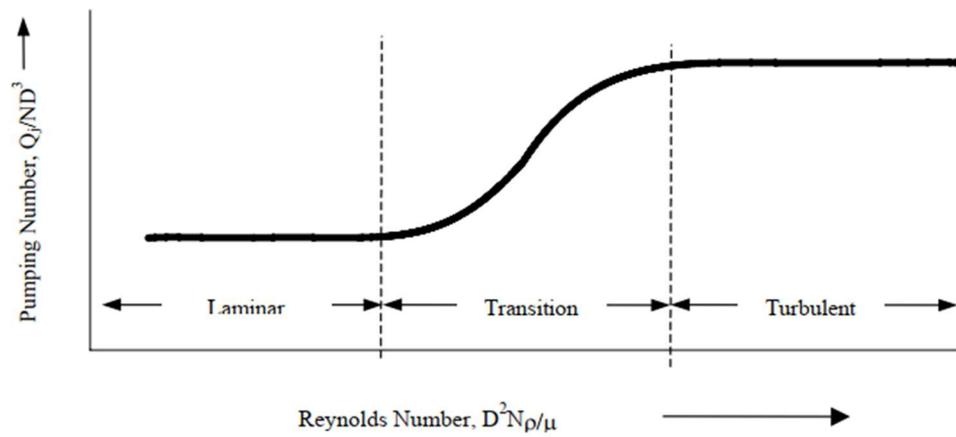
N_Q : número de bombeamento (-);

Q : capacidade de bombeamento do impulsor (m^3/s).

O valor de N_Q depende do tipo de impelidor, dado relação geométrica do tanque (D/T) e de número de Reynolds do impelidor. No geral, os valores de N_Q são disponibilizados para uma variedade de impelidores dos respectivos fornecedores do equipamento.

ABS (2000), a define a partir da Figura 11, que o número de bombeamento é menor do que para fluxo turbulento (Números de Reynolds altos) para a mesma velocidade e diâmetro do impelidor.

Figura 11: Número de bombeio (N_Q) versus Número de Reynolds (NRe).



Fonte: Mixing fundamentals, terminology and formulas (ABS, 2000).

Entende-se que intensidade de agitação mais baixas são alcançadas em um regime de fluxo viscoso em comparação com um fluxo turbulento.

Paul (2003), apresenta os valores padrão de N_Q sob condições turbulentas, conforme Tabela 11.

Tabela 11: Número de bombeio para regime de escoamento turbulento.

Tipo de impelidor	Valor de N_Q
Hélice	0,4 – 0,6
PTB (<i>pitched blade turbine</i>)	0,79
Hydrofoil	0,55 – 0,73
RCB (<i>retreat curve blade</i>)	0,3
FBT (<i>flated blade turbine</i>)	0,7
Impelidor Rushton	0,72
Impelidor Smith	0,76

Fonte: Adaptado de Handbook of industrial mixing: science and practice (PAUL et al, 2003).

Verifica-se que os valores do número de bombeamento para os impelidores são, comumente, variáveis na faixa de 0,4 a 0,8.

3.9. Variáveis do projeto

3.9.1. Vazão requerida (Q_r)

A Semco (2012), como determinação de prática de engenharia, define a vazão requerida considerando fatores de correção da situação geométrica do tanque. A vazão requerida (Q_r) por um impelidor considera o fator de suspensabilidade, dada área do tanque.

A equação abaixo apresenta a fórmula condensada de vazão requerida:

$$Q_r = 618 T^2 F SV (\log \sqrt{\%S} + 0,6) \left[\left(6,9 \frac{H}{T} \right) - 0,9 \right] (\log T + 1,02) \quad (38)$$

Onde:

Q_r : vazão requerida (m³/h);

T : diâmetro do tanque (m);

F : fator de suspensabilidade de agitação desejada;

SV : velocidade de sedimentação dos sólidos (m/s);

$\%S$: porcentagem de sólidos (em massa) em suspensão (%);

H : altura do líquido no reservatório (m);

O fator de suspensibilidade (F) é apresentado conforme Tabela 8. Os valores variam entre 1 a 6 (Metodologia Semco).

A vazão requerida permite definir a vazão de bombeio do impelidor, quando:

$$Q_r = Q = N_q N D^3 \quad (39)$$

3.9.2. Potência (P)

Em um sistema de mistura de tanque agitado, talvez a medida mais fundamental pode fazer é a do consumo de energia do sistema, já que muitas regras de aumento de escala dependem fortemente na entrada de energia específica (PAUL et al, 2003).

Uma vez conhecido número de potência (N_P), a potência hidráulica é calculada a partir é necessário para o cálculo. Os números de potência para diferentes impulsores são uma função do número de Reynolds do impulsor e podem ser verificados no subcapítulo 3.8.2.

A seguinte expressão pode ser usada para calcular o consumo de energia, ou potência absorvida de um impelidor, quando a velocidade do impelidor e o torque são conhecidos:

$$P = 2\pi N T_q \quad (40)$$

Onde:

T_q : torque (N.m).

A unidade de potência será expressa, conforme Sistema Internacional de Unidades (SI), em quilowatts (kW).

A Tabela 12 relaciona a potência típica para as classificações de motores elétricos comercialmente disponíveis.

Tabela 12: Potência padrão para motores elétricos.

Potência do Motor (HP)					
1/4	1/2	1	1 1/2	2	3
5	7 1/2	10	15	20	25
30	40	50	60	75	100
125	150	200	250	300	350
400	500	600			

Fonte: Adaptado de Handbook of industrial mixing: science and practice (PAUL et al, 2003).

3.9.3. Fator de correção da potência

Vélez (2016), apresenta no seu trabalho algumas considerações acerca da correção da potência de sistemas agitados, sendo eles:

- i) Quando existe mais de um impelidor no eixo, a equação X define a correção da potência:

$$P_{corrigida} = n P \quad (41)$$

Onde:

n: número de impelidores.

- ii) Quando o tanque de agitação e o impelidor têm medidas diferentes das medidas padrão, utiliza-se o fator de correção (φ):

$$P_{corrigida} = \varphi P \quad (42)$$

No qual, o fator de correção (φ) é definido pela relação:

$$\varphi = \left[\frac{\left(\frac{T}{D}\right)_{nova} \left(\frac{H}{D}\right)_{nova}}{\left(\frac{T}{D}\right)_{padrão} \left(\frac{H}{D}\right)_{padrão}} \right]^{0,5} \quad (43)$$

Onde:

H : altura do líquido no reservatório;

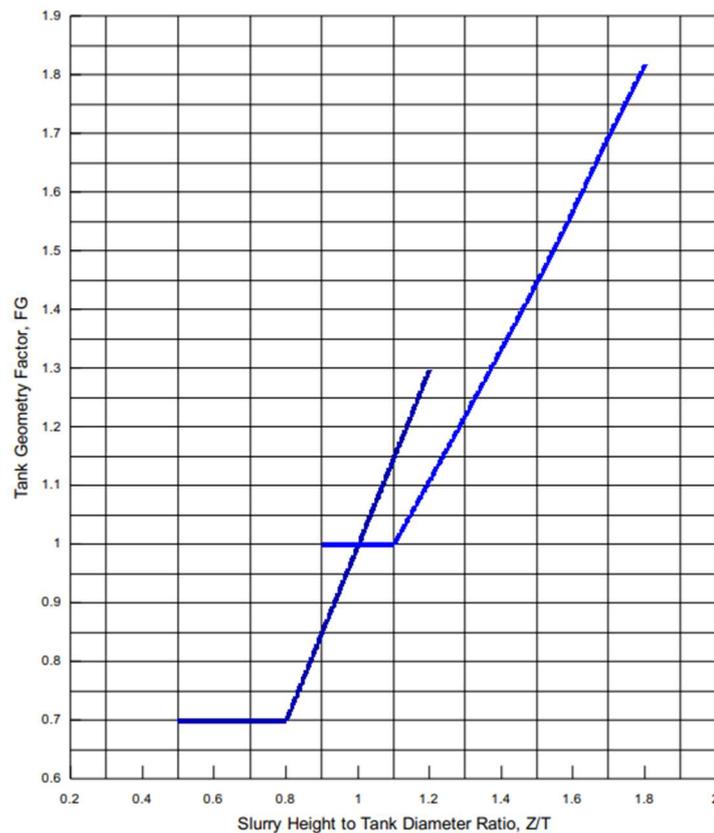
T : diâmetro do tanque;

D : diâmetro do impelidor;

Definições de medidas padrão para os tanques geométricos são apresentadas na subseção 3.7.1.

A Hayward Gordon Group (2019), apresenta um ábaco para o fator de correção (ϕ) em função da relação geométrica do tanque Z/T , conforme apresentado na figura abaixo.

Figura 12: Fator de correção da geometria do tanque.



Fonte: Mastering mixing fundamentals – A technical guide from the experts in the industry (Hayward Gordon Group, 2019).

3.9.4. Velocidade mínima de agitação (N_{js})

Os estudos experimentais e análises teóricas de Zwietering, em 1958, é o trabalho mais antigo conhecido para determinação da velocidade mínima para suspensão (N_{js}) de partículas sólidas em tanques agitados.

Mak (1992), relata a definição do N_{js} representa a velocidade mínima de agitação, na qual nenhuma partícula sólida permanece estacionária no base do tanque por mais de um a dois segundos, com precisão no intervalo de 2 a 3%.

A Equação 44 define a expressão para determinação do N_{js} , proposto por Zwietering (1958):

$$N_{js} = Sv^{0,10} \left[\frac{g_c(\rho_s - \rho_l)}{\rho_l} \right]^{0,45} X^{0,13} d_p^{0,2} D^{-0,85} \quad (44)$$

Onde:

S : número adimensional, função da geometria (-);

ν : viscosidade cinemática (m²/s);

ρ_s : massa específica ou densidade do sólido (kg/m³);

ρ_l : massa específica ou densidade do líquido (kg/m³);

d_p : diâmetro da partícula (m);

g_c : constante gravitacional (m/s²);

X : fração mássica ou concentração de sólido (-);

D : diâmetro do impelidor (m).

Paul et al (2003), define que a diferença de densidade é a propriedade com maior influência na velocidade angular mínima de fluidização (N_{js}). O tamanho da partícula, viscosidade, e concentração apresentam, em contrapartida, menor impacto na determinação da velocidade mínima.

A equação a seguir correlaciona a conversão de fração mássica da polpa em termos de porcentagem de sólidos em massa (C_w) (PAUL et al, 2003):

$$X = 100 \frac{C_w}{100 - C_w} \quad (45)$$

Alguns estudos mais recentes corroboram com as descobertas originais de Zwietering. Entretanto, alguns pesquisadores afirmam que há uma gama de parâmetros de teste ainda limitada.

Uma das necessidades verificadas se baseia na limitação do uso do parâmetro X para quantificar a concentração de sólidos. Algumas proposições apresentam a correção da equação de Zwitering com uso da fração de sólidos em volume, de modo a levar em conta os efeitos fluido-partícula.

Heywood e Etchels (2008), apresentam o resumo das limitações e aplicabilidade da equação de velocidade mínima de Zwietering.

- Os valores de “ S ” devem ser previamente conhecidos;
- A variável D/T , por sua vez, tem valor significativo na determinação de “ S ”.
- Em alguns casos, não aplicável fora das condições experimentais ($T \sim 0,1 \text{ m} - 0,6 \text{ m}$; $D/T \sim 1/6 - 1/2$; $C/T \sim 1/20 - 1/2$);
- Aplica-se a condições de sedimentação livre e impedida, ou seja, baixa a moderada concentração de sólidos em massa ($X \sim 0,5\% - 20\%$);
- O diâmetro da partícula deve ser contido na faixa de aplicação de 140 a 520 micrômetros.

Cardoso (2018), apresenta que um grande número de correlações para obtenção de N_{js} tem sido desenvolvido para diferentes geometrias e condições de operação. Citam-se trabalhos para altas concentrações de sólidos, onde N_{js} é verificado por:

- Ayaranci e Kresta (2011):

$$N_{js} \propto X^{0,32} \quad (46)$$

- Myers et al (2013):

$$N_{js} \propto X^{0,33} \quad (47)$$

No trabalho recente de Ayaranci e Kresta (2011), são apresentados uma tabela comparativa das variáveis geométricas em função do tipo de impelidor. A partir da relação D/T e C/T , é possível determinar o valor de S , conforme Tabela 13.

Tabela 13: Constante S de Zwietering para diferentes impelidores e geometrias.

Impeller ^a	D/T	C/T	S
	0.417	0.250	6.90
A310	0.500	0.250	7.10
($N_p = 0.3$)	0.520	0.170	6.39
	0.520	0.250	7.03
	0.520	0.330	7.71
	0.333	0.167	4.87
	0.333	0.250	5.58
	0.333	0.333	6.39
45° PBT	0.500	0.167	2.72
($N_p = 1.3$)	0.500	0.250	2.77
	0.500	0.333	3.40
	0.714	0.125	4.50
	0.714	0.250	5.40
	0.350	0.170	7.07
	0.350	0.250	7.39
	0.350	0.330	8.17
	0.390	0.170	6.6
	0.390	0.250	6.88
	0.390	0.330	7.82
HE-3	0.440	0.170	6.49
($N_p = 0.35$)	0.440	0.250	6.64
	0.440	0.330	7.23
	0.470	0.170	6.26
	0.470	0.250	6.25
	0.470	0.330	6.81
	0.520	0.170	6.89
	0.520	0.250	6.88
	0.520	0.330	7.72
	0.380	0.170	4.24
	0.380	0.250	3.99
PBTD6	0.380	0.330	4.78
($N_p = 1.7$)	0.520	0.170	5.39
	0.520	0.250	5.72
	0.520	0.330	6.52
PBTU6	0.520	0.170	5.14
($N_p = 1.7$)	0.520	0.250	5.19
	0.520	0.330	5.30
	0.250	0.143	8.70
	0.250	0.167	9.20
	0.250	0.200	9.90
	0.330	0.170	5.42
	0.330	0.250	6.96
	0.330	0.330	8.37
	0.333	0.143	5.80
RT ^d	0.333	0.167	6.10
	0.333	0.200	6.60
	0.500	0.143	3.20
	0.500	0.167	3.40
	0.500	0.170	4.34
	0.500	0.200	3.60
	0.500	0.250	4.44
	0.500	0.330	4.69

Fonte: Adaptado de Ayranci e Kresta (2011).

4. MATERIAIS E MÉTODOS

Nesta seção são apresentados os procedimentos realizados para alcançar os objetivos desta pesquisa.

O desenvolvimento desse trabalho foi subdividido em duas etapas principais:

- I – Parte experimental:

O rejeito de mineração foi disponibilizado por uma empresa de mineração, com instalações em Minas Gerais, Brasil.

A parte experimental foi realizada no laboratório da empresa e de subcontratada, especializada em ensaios reológicos.

Os ensaios foram acompanhados pela equipe operacional da empresa e, quando definidos, foram encaminhados em forma de relatório.

A metodologia é apresentada conforme definições, premissas e orientações da empresa de mineração, devido confidencialidade de alguns resultados obtidos.

- II – Análise teórica:

A seleção, aplicação e *design* dos componentes e critérios que compõem o sistema de agitação foram baseados nas descrições fundamentais, teóricas e experimentais, acerca dos aspectos hidrodinâmicos da suspensão de sólidos discutidos na revisão bibliográfica deste trabalho.

O produto a ser agitado seguiu as características físicas e reológicas descritas nos resultados da parte I desse trabalho, considerando novo dimensionamento do agitador para o tanque existente na planta da empresa mineradora.

Para definições geométricas do tanque, foram disponibilizados arranjos mecânicos do tanque.

4.1. Parte I

4.1.1. Coleta e preparação da amostra

O presente estudo foi realizado utilizando quatro amostras de rejeito da usina de beneficiamento mineral, encaminhadas por uma empresa mineradora com instalações em Minas Gerais.

No circuito de beneficiamento da mineradora estudada, foi informado que o tanque existente recebe o rejeito etapas de filtragem, espessamento e flotação. O rejeito é denominado como “rejeito total”.

A coleta do material avaliado no presente trabalho foi realizada conforme definição da empresa. O volume coletado correspondeu a cerca de 150 litros de polpa.

As amostras foram coletadas em um único dia, na sucção do tanque estudado, através de bombonas.

As amostras foram devidamente homogeneizadas e quarteadas conforme necessidade de cada teste. Os testes foram realizados sem adição de reagente, e estudados para a faixa de umidade de 60% a 70% de umidade, segundo definição operacional.

4.1.2. Densidade real por picnômetro a gás

O procedimento para determinação da densidade foi efetuado pela técnica de picnometria a gás, no equipamento da marca ACP AD200, fabricante Acil & Weber.

Foram retiradas pequenas alíquotas da amostra e inseridas em uma das câmaras de expansão.

O equipamento foi inicialmente condicionado conforme apresentado na Tabela 14.

Tabela 14: Valores de condicionamento inicial para operação do picnômetro a gás.

Descrição	Valor	Unidade
Massa	63,1786	g
Volume da célula	175,7574	cm ³
Temperatura de análise média	21,86	°C

Fonte: Elaborado pelo autor.

O aparelho operou com tempo de equilíbrio automático, fazendo 5 corridas e utilizando gás hélio seco.

Os valores de densidade resultam da média aritmética das medidas executadas em triplicata, com desvio padrão de 0,1%.

4.1.3. Análise granulométrica

A amostra foi submetida a análise granulométrica por granulômetro a laser. Os testes foram realizados no equipamento do modelo Bettersizer S3 Plus, do tipo difração a laser e análise dinâmica de imagem (*Laser Diffraction and Dynamic image Particle Analyser*), fornecido pela Bettersizer Instruments.

A Figura 15 apresenta o modelo do equipamento utilizado.

Figura 13: Granulômetro a laser, modelo Bettersizer S3 Plus, Bettersizer Instruments.



Fonte: Acil Weber (2022).

O equipamento consiste na emissão de feixes raios laser sobre as partículas da amostra, os dados são obtidos a partir da variação angular na intensidade da luz através da interação dos feixes com a distribuição nas partículas dispersas.

O equipamento operou com condicionamento de ultrassom por 60 segundos e obscuração de 15%.

4.1.4. Sedimentação em proveta

A concentração de sólidos da polpa foi previamente definida, conforme valores desejados. O intervalo foi definido entre 30% a 40% de sólidos (em massa).

Após obter as concentrações de sólidos desejadas para cada amostra de polpa. Cada amostra foi homogeneizada e, posteriormente, deixadas em repouso dentro da proveta graduada de 01 (um) litro para testes para verificação do mecanismo de sedimentação descontínua com base no deslocamento da interface da suspensão com o tempo. Dessa forma, as medições foram feitas em função da altura da coluna de polpa em relação ao tempo.

Durante esse teste, pode ser observada a coexistência de três regiões distintas: a região de líquido clarificado, a de sedimentação livre e a de compactação (LUZ et al, 2010).

4.1.5. Reologia

Os ensaios de reologia foram feitos no reômetro rotacional modelo RheolabQC, da marca Anton Paar GmbH, com sistema cilindro concêntrico, em quatro unidades diferentes.

A Figura 14 apresenta o modelo do equipamento utilizado.

Figura 14: Reômetro rotacional, modelo RheolabQC, Anton Paar GmbH.



Fonte: Anton Paar GmbH (2022).

Neste ensaio, varia-se a taxa de cisalhamento, registrando-se o valor da tensão de cisalhamento, de acordo com as normas DIN EN ISO 3219 e DIN 53019. Para cada ensaio, são feitas leituras de pH e temperatura da polpa.

Será usado o teste de Curva de Fluxo para a determinação da variação da tensão de cisalhamento e viscosidade em função da variação da taxa de cisalhamento aplicada na polpa. Além disso, será verificado a função log-log entre tensão de cisalhamento e taxa de cisalhamento para determinação dos índices n e k , pela linearização da função.

A viscosidade aparente (μ_{ap}) para fluido não newtoniano será calculada, por definição, como a viscosidade do fluido com comportamento de fluido newtoniano, através do reograma, pela união de um ponto qualquer da curva à origem.

A viscosidade plástica (μ_p), por sua vez, será definida como a medida da resistência interna do fluido ao escoamento, resultante da interação dos sólidos.

4.2. Parte II

A metodologia desenvolvida neste item, tem por objetivo dimensionar novo agitador a ser utilizado em um tanque existente.

O projeto de desenvolvimento, dimensionamento e seleção do agitador pelo método analítico encontrado na literatura possui como base as seguintes etapas:

- i) Definição dos parâmetros físicos, mineralógicos e reológicos da polpa de rejeito, por meio da avaliação e cálculos dos resultados obtidos dos ensaios de laboratório.
- ii) Avaliação das condições, premissas e dimensões do tanque existente, onde será instalado o novo agitador mecânico;
 - Os cálculos da relação geométrica do tanque serão realizados conforme subcapítulo 3.7.1.
- iii) Realizar os cálculos, tal como definido pelas equações apresentadas no presente trabalho:
 - Os dados da polpa serão definidos conforme Equação (1), (2) e (3);
 - A viscosidade será definida pela adequação à Equação (18);
 - A velocidade terminal da partícula é definida pelas Equações (27) e (28);
 - A velocidade angular mínima de fluidização (N_{js}) será definida pela Equação de Zwietering (44) e, corrigida, pela definição das Equações (46) e (47);
 - A definição de capacidade do bombeamento será dada pela Equação (39);
 - O número de Reynolds poderá ser calculado pela Equação (34);
 - A potência do impelidor é definida pelas Equações (35) e (36).

Como premissa do sistema bifásico de separação sólido-líquido, define-se:

- Presença de uma fase sólida e uma fase líquida;
- A massa horária de sólidos a ser processada no tanque será cerca de 11 kg/s (ou 40 t/h);
- A densidade do líquido é influenciada pelo rejeito da flotação proveniente na planta. O valor da densidade é informado de 1012 kg/m³;
- Espera-se que a concentração de sólidos (em massa) média da polpa seja alta (entre 30% a 40% em massa), com comportamento de sistemas não-newtonianos.

Como premissa do impelidor, define-se:

- O equipamento deverá ser capaz de promover uniformidade de distribuição de concentração de sólidos até, aproximadamente, 70% da altura de fluido no interior do tanque, de modo a permitir a retirada por bombeamento na seção inferior do tanque;
- A escala de agitação deve situar em torno de 5 a 6, conforme Tabela 7;
- O impelidor deve ser do tipo alta eficiência e grande capacidade de bombeamento;
- Os eixos devem ser revestidos com borracha antiabrasiva.

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo, será apresentado a análise e a discussão acerca dos resultados obtidos na pesquisa.

5.1. Densidade real dos sólidos

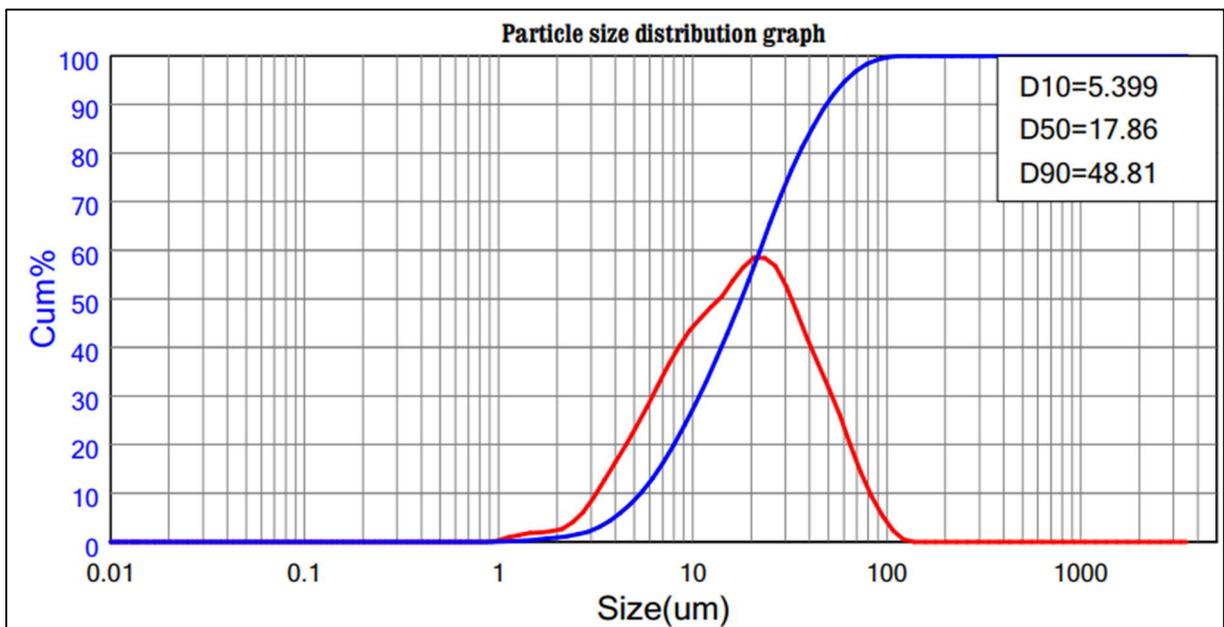
A densidade real dos sólidos obtida do ensaio de picnometria a gás é 2174 kg/m^3 .

5.2. Análise granulométrica

A análise granulométrica foi realizada utilizando o granulômetro a laser Bettersizer S3 Plus.

Abaixo, é apresentado a curva de distribuição granulométrica do material.

Figura 15: Curva de distribuição granulométrica.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A granulometria apresentada pela curva de distribuição granulométrica pode ser classificada como de material fino. O D_{90} das partículas é de $48,81 \mu\text{m}$ e, D_{50} de $17,86 \mu\text{m}$.

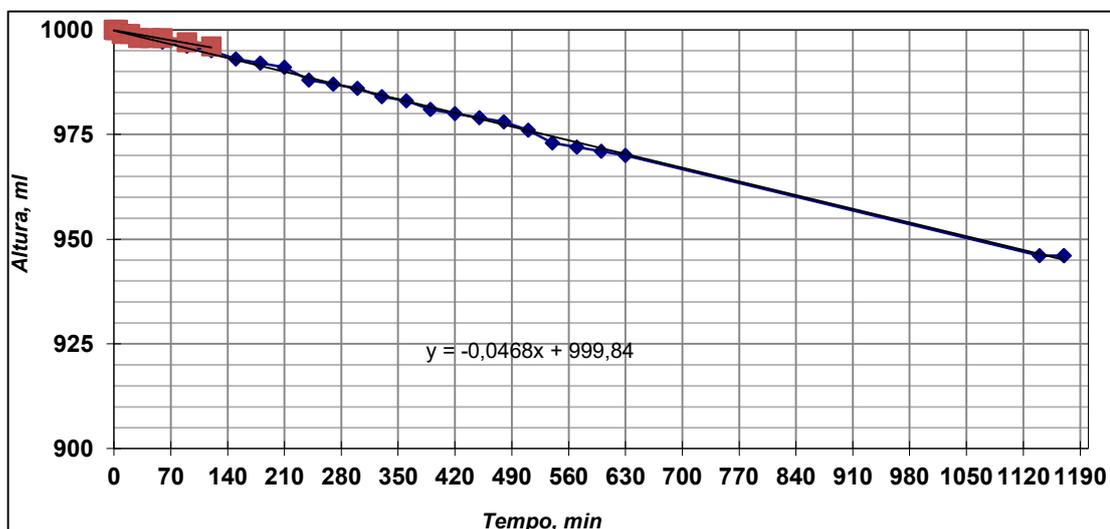
Para critérios de cálculo mais conservadores, será adotado como diâmetro máximo das partículas (*top size*) de $150 \mu\text{m}$, conforme variação operacional do material alimentado na planta. Entende-se, que essa situação é um caso mais extremo de operação do agitador.

Ibrahim et al (2015), apresenta em seus estudos que todos os impulsores são afetados por mudanças no tamanho das partículas. Conforme resultados apresentados, a velocidade de rotação do impelidor pode aumentar 300% ao passar de $D_{75,3}$ para $D_{195,5}$ em alto teor de sólidos, ou seja, são necessárias velocidades mais altas para suspender partículas maiores. O sistema a ser agitado, portanto, deve ser capaz de atender essa condição.

5.3.Sedimentação

A curva de sedimentação do teste em proveta graduada é apresentada na Figura 16.

Figura 16: Curva de sedimentação.



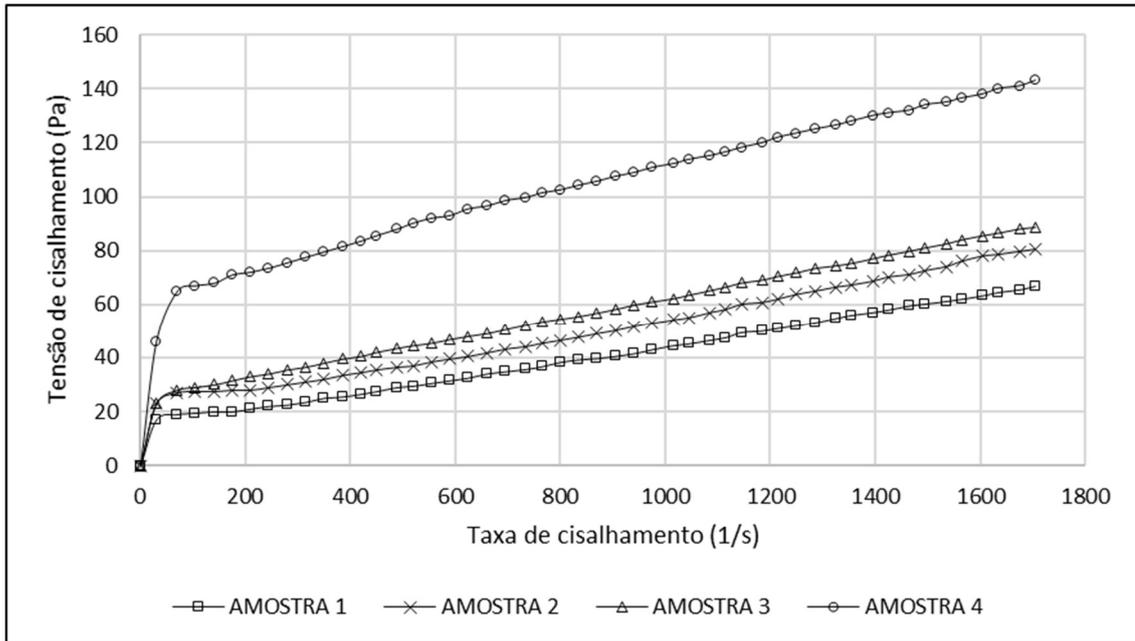
Fonte: Elaborado pelo autor.

A velocidade de sedimentação é de $3,3 \times 10^{-7}$ m/s, velocidade verificada como, relativamente, baixa. O valor, entretanto, é similar ao encontrado na literatura para outros materiais da mineração, onde se trabalha com rejeito com granulometria fina.

5.4.Ensaio de reologia

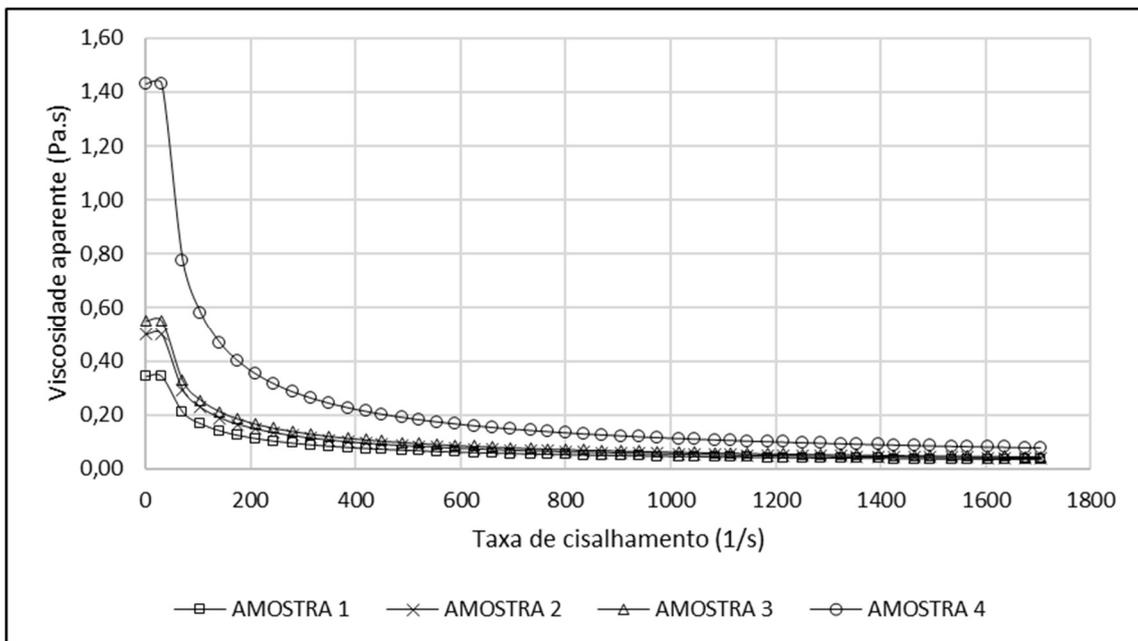
Os ensaios de tensão de cisalhamento e viscosidade foram executados sobre quatro amostras nas condições distintas, mas próximas de concentração de sólidos em massa. Os resultados da curva de escoamento e viscosidade são apresentados, respectivamente, nas Figura 17 e Figura 18.

Figura 17: Curva de escoamento (taxa de cisalhamento x tensão de cisalhamento) das cinco amostras estudadas.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 18: Curva de viscosidade (taxa de cisalhamento x tensão de cisalhamento) das cinco amostras estudadas.



Fonte: Elaborado pelo autor.

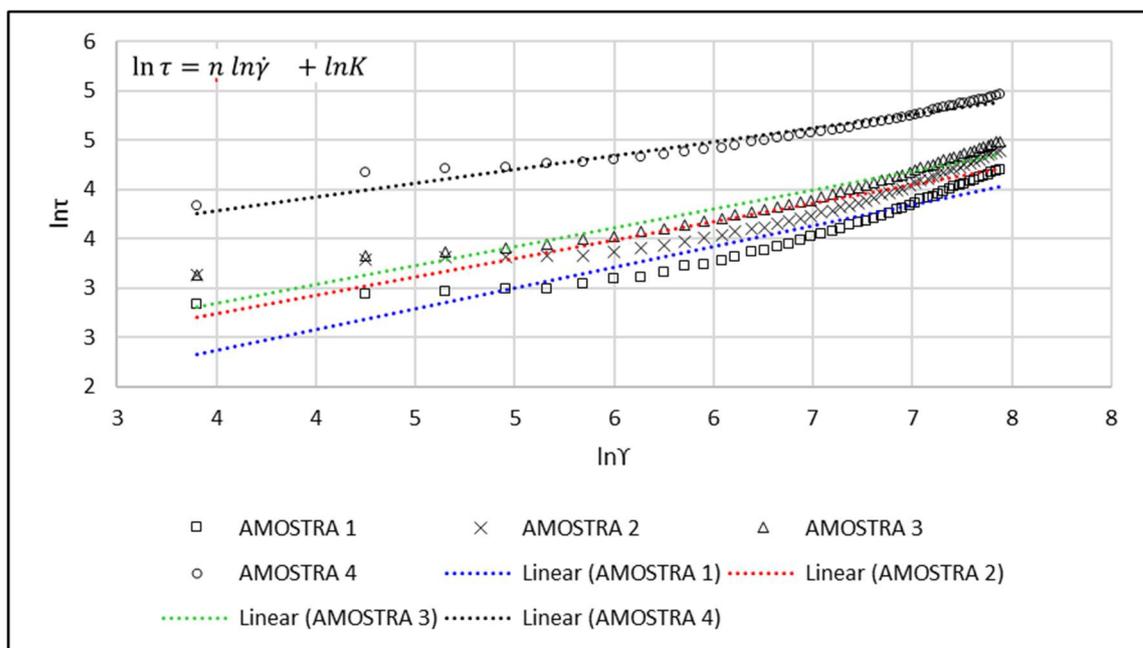
A curva de escoamento não é linear. Verifica-se, portanto, conforme definição da literatura, que o comportamento pelo modelo empírico correlaciona a fluido não-newtoniano.

Além disso, pela curva da viscosidade, verifica-se um comportamento pseudoplástico da amostra, onde há um decréscimo da viscosidade com o aumento da taxa de cisalhamento. Comparativamente, as amostras de 1 a 4 tem a sua concentração de sólidos aumentando, respectivamente, de cerca de 30% a 40% com aumento significativamente da viscosidade do material.

Por análise da equação da Lei de Potência, segundo de Oswald de Waele, é a equação mais indicada para esse tipo de materiais.

A Figura 19 traz a linearização do modelo log-log da curva de escoamento, onde forma obtidos 4 regressões lineares. Os resultados são apresentados na Tabela 15 para obtenção dos parâmetros n e k .

Figura 19: Curva de escoamento log-log.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 15: Síntese dos resultados de reologia.

Descrição	n	$\ln k$	k	R^2
Amostra 1	0,4197	0,9048	2,471	0,8855
Amostra 2	0,373	1,4356	4,202	0,8634
Amostra 3	0,3827	1,5037	4,498	0,9255
Amostra 4	0,2776	2,8154	16,700	0,9548

Fonte: Elaborado pelo autor.

A relação linear é boa e verificada pelo parâmetro R^2 . Quanto mais próximo de um, mais aderente é dita a relação aplicada.

Os valores encontrados, tem correlação verificada na literatura mais recente. O regime de fluidos pseudoplásticos ($n \leq 1$), tipicamente, são da ordem de $n = 0,4$ a $0,7$. Para diferentes concentrações de sólidos, n , dificilmente, altera-se, entretanto, k varia.

De forma sucinta, apresenta-se o resumo dos resultados dos ensaios de reologia conforme Tabela 16.

Tabela 16: Síntese dos resultados de reologia.

Descrição	% Sólidos (em massa)	Viscosidade plástica (Pa·s)	Taxa de escoamento (Pa)
Amostra 1	29,04	0,0275	14,83
Amostra 2	31,28	0,0313	20,88
Amostra 3	34,71	0,0353	25,52
Amostra 4	40,52	0,0448	67,31

Fonte: Elaborado pelo autor.

Esses critérios têm grande importância para definição e avaliação do sistema de agitação, uma vez que podem evitar encarecimento do sistema tanque-impelidor. Além da otimização dos cálculos de potência e rotação do agitador para se alcançar grandes porcentagem de sólidos, pode-se considerar possível redução de gastos que envolvem energia e manutenção do equipamento.

5.5.Dimensionamento e seleção do agitador mecânico

Neste tópico, serão abordados os resultados encontrados a partir dos cálculos teóricos acerca da metodologia de dimensionamento e seleção de agitadores para a polpa de rejeito de mineração.

5.5.1. Rejeito de mineração

Deseja-se, conforme verificação do regime operacional da planta, que sejam processados nesse tanque cerca de 40 t/h (base úmida) a 40% de sólidos (em massa), em regime contínuo.

A Tabela 17 apresenta esse e os demais dados obtidos pelos ensaios de laboratório para a polpa processada no tanque estudado.

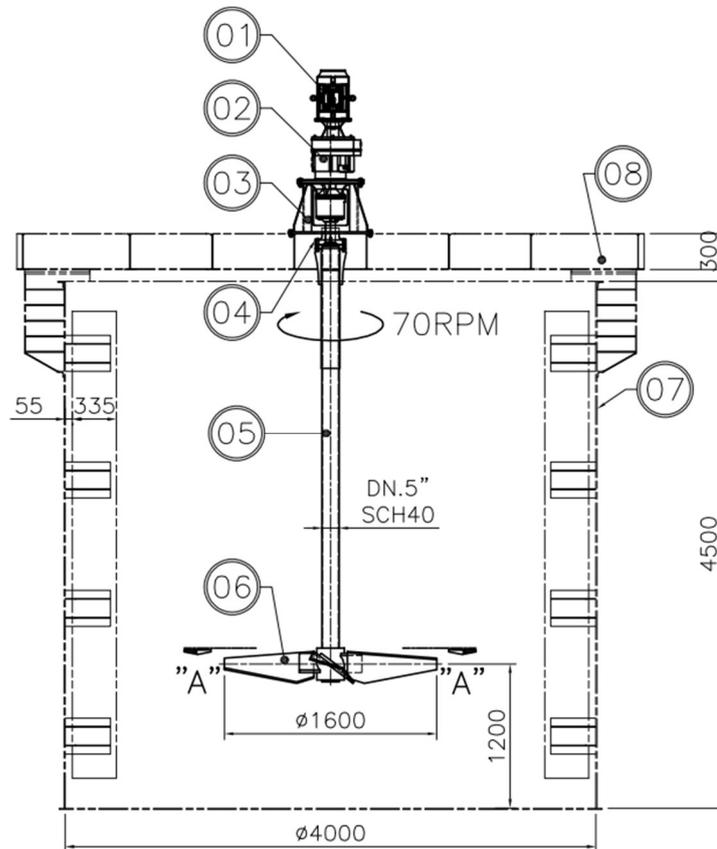
Tabela 17: Dados da polpa.

Descrição	Valor	Unidade	Observações
Massa de sólidos (M_S)	11,03	kg/s	Obtido pelo balanço de massas
Concentração de sólidos em peso (C_W)	40,52	%	
Concentração de sólidos em volume (C_V)	24,08	%	
Densidade dos sólidos (d_S)	2174	kg/m ³	
Densidade do líquido (d_L)	1012	kg/m ³	
Densidade da polpa (d_P)	1292	kg/m ³	
Tamanho máximo de partícula sólida (d_p)	0,150	mm	
Viscosidade máxima da solução (μ)	0,045	Pa·s	Experimental
Viscosidade cinemática	9,88E-07	m ² /s	

Fonte: Elaborado pelo autor.

5.5.2. Tanque existente e relações geométricas

O arranjo mecânico do tanque existente na planta é apresentado abaixo. As dimensões são apresentadas em milímetros, exceto quando indicadas de outra forma.

Figura 20: Dimensões do tanque.

Fonte: Elaborado pelo autor.

A Tabela 18 trata do resumo das informações principais do tanque agitado.

Tabela 18: Dados do tanque existente.

Descrição	Valor	Unidade	Observações
Diâmetro do tanque (T)	4,0	m	
Altura do tanque (H)	4,5	m	
Borda livre no tanque	0,3	m	Teórico para fins de cálculo
Nível de polpa (Z)	4,2	m	
Relação impelidor/tanque (D/T)	0,40	-	Deve situar entre 0,25 e 0,40
Diâmetro do impelidor (D)	1,6	m	

Fonte: Elaborado pelo autor.

O tanque possui dimensões de 4.000 mm, e altura de 4.500 mm. São instalados 4 defletores distanciados à 90° cada.

Estima-se que 300 mm sejam de borda livre no tanque, sendo, portanto, 4.200 mm de altura de líquido no tanque.

Considera-se, conforme prática de engenharia, 1.200 mm de distância entre o fundo do tanque e impelidor. Dessa forma, calcula-se cerca de 38 m³ de volume útil. Totaliza 57 m³ de volume total no tanque.

A descrição sobre as numerações indicativas na figura acima é apresentada na Tabela 19.

Tabela 19: Dados mecânicos do tanque-impelidor.

Item	Descrição
1	Motor 15 kW, IV Pólos, Alto rendimento IPW-55 CAT., 440 V 60 Hz
2	Redutor de engrenagens helicoidais
3	Base redutor
4	Acoplamento rígido
5	Eixo
6	Impelidor
7	Tanque
8	Estrutura base

Fonte: Elaborado pelo autor.

5.5.3. Cálculo do impelidor

Nos meios onde há sistemas bifásicos sólido/líquido, a agitação mecânica tem como principal variável, a velocidade de sedimentação das partículas da fase sólida, e serão exigidos níveis de agitação mais elevados, quanto maiores forem estas velocidades de sedimentação e suas concentrações na fase líquida.

Em cima desse contexto, fez-se uma consideração mais conservadora, como prática de engenharia para regime de transição do fluido pseudoplástico.

A Tabela 20 apresenta os cálculos da velocidade de sedimentação dificultada da partícula.

Tabela 20: Cálculo da velocidade de sedimentação.

Descrição	Valor	Unidade	Observações
Viscosidade máxima da solução (adotada)	0,001	Pa·s	
Constante K	3,4	-	
Constante n	0,6	-	
Constante b1	18,5	-	
Velocidade terminal da maior partícula em regime intermediário entre Stokes e Newton (V_t)	0,014	m/s	(2,7 FPM)
Velocidade de sedimentação de projeto corrigida pela concentração de sólidos (V_t corrigida)	0,022	m/s	(4,2 FPM)

Fonte: Elaborado pelo autor.

A velocidade de sedimentação corrigida é maior para fins de cálculo, uma vez que as operações são de elevado grau de turbulência e cisalhamento por parte do sistema de agitação. Estima-se que o fenômeno da turbulência e cisalhamento pode ser predominante no sistema de agitação, chegando a atingir níveis extremamente poderosos e violentos.

Como prática da indústria, são toleradas uma margem de 10% a 15% para cima na velocidade de sedimentação. Esse critério tem por objetivo garantir o desempenho do equipamento. Valores acima dessa margem podem exigir que o equipamento seja repotencializado, muitas vezes, o serviço não é coberto pela garantia do fornecedor do equipamento.

A Tabela 21 apresenta os cálculos do impelidor.

Tabela 21: Cálculo do impelidor.

Descrição	Valor	Unidade	Observações
Distância até fundo do tanque até impelidor (C)	1,32	m	Recomendado $C = T/4$ ou $2/3 Z$
C/T	0,33	-	
D/T	0,40	-	
Constante S (Tabela Zwietering)	9,2	-	Valor interpolado
Fração de sólidos (X)	0,68	-	
Velocidade mínima de suspensão (N_{js})	0,75	rps	(45,2 RPM)
Velocidade mínima de suspensão corrigido (N_{js})	1,1	rps	(65,8 RPM)
Rotação do impelidor adotada (N)	70	rpm	

Descrição	Valor	Unidade	Observações
Velocidade periférica do impelidor (V_p)	5,86	m/s	(1154,4 FPM)
Quantidade de impelidores selecionados	1	-	
Tipo do impelidor selecionado (Turbina ou Alta eficiência)	Alta eficiência	-	
Modelo sugerido	ULTRAFLO DN 1600	-	Engendrar ou similar (tecnologia PTB 4 pás)
Número de potência (N_p)	0,39	-	
Número de bombeamento (N_Q)	0,51	-	
Capacidade de bombeamento por impelidor (Q)	2,4	m ³ /s	
Fator de suspensão	6	-	
Velocidade assencional do fluxo (V_b)	0,13	m/s	(25,5 FPM)
Número de Reynolds (NRe)	3,58E+06	-	

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para as configurações adotadas (de geometria e submersão do impelidor, e condição de alteamento do tanque), o valor de “S” tabelado por Zwietering é de 6,2. Na literatura atual, esse valor não está de acordo com Ibraim et al (2015), conforme ensaios de laboratório para um impelidor tipo turbina 4 pás inclinadas, PBT ($C/D = 0,75$), a 40% de sólidos (em peso), o valor de S variando entre 5,52 a 10,24.

A partir da equação de velocidade mínima de agitação corrigida, foi calculado velocidade mínima de rotação do impelidor de cerca de 0,75 rps, ou 45,2 rpm. Essa velocidade de saída não é padrão das caixas de engrenagens. Segundo tabela padrão de rotação nominal de motores, define-se rotação de 70 rpm.

Esse critério é um pouco maior ao valor calculado, entretanto, é recomendada relativa folga no valor de rotação do impelidor, devido restrições da fórmula utilizada. Comparando com a definição apresentada por Ibraim et al (2015), considerando-se a operação de partículas com granulometria mais grosseira, S equivale a 9,2 e, N_{js} corrigido para 0,75 Hz (45,2 rpm). Entende-se que o valor adotado de 1,17Hz (70 rpm) pode ser mantido.

Ressalta-se que outras literaturas indicam que alguns materiais pseudoplásticos tem variação viscosidade aparente em cerca de 10 vezes com aumento da concentração de sólidos. Esse fator pode implicar em outra correção do valor de N_{js} .

Sugere-se, conforme prática da indústria, quando da verificação da velocidade de operação do equipamento, que o agitador nunca deve estar dentro de um limite superior a 35% da velocidade crítica calculada.

A velocidade crítica deve ser avaliada para todo sistema de agitação, quando da avaliação técnica com o fornecedor do equipamento, uma vez à medida que a velocidade do eixo rotativo, incluindo um eixo agitador, aumenta, pode tender a vibrações violentas, projetadas para fora da linha central do eixo.

Essas vibrações podem causar sérios danos, como desgaste acelerado, falha por fadiga do eixo, rolamentos do eixo e engrenagens, até a destruição completa e rápida do equipamento.

Para definição do tipo de impelidor, foi avaliado o modelo Ultraflo Engendrar (Diâmetro nominal das pás de 1.600 mm), do tipo PTB alta eficiência em ASTM A36 (*American Society for Testing and Materials*), perfilamento das pás do tipo *square pitch* ($P/D = 1,0$) com pás fixadas por parafusos no suporte, conforme Figura 21.

Figura 21: Eixo com impelidor Ultraflo Engendrar de 4 pás.



Fonte: Engendrar (2022).

Definiu-se que são necessários apenas um impelidor, centrado no topo do tanque, verticalmente instalado.

O material do eixo e impelidor deverão ser revestidos com borracha natural (6 mm de espessura), dureza 50+-5 shore A.

5.5.4. Cálculo da potência

A Tabela 22 apresenta os cálculos da potência.

Tabela 22: Cálculo da potência do sistema de agitação.

Descrição	Valor	Unidade	Observações
Potência absorvida pelo impelidor (P_{abs})	8,39	kW	
Rendimento adotado	70	%	Razoável até 80%
Potência requerida (P_{req})	11,98	kW	
Potência instalada (P)	18,5	kW	

Fonte: Elaborado pelo autor.

A potência de entrada do impelidor é de 8,39 kW. Considerando eficiência que a potência consumida pelo impulsor é aproximadamente 70% da potência disponível, obtém-se potência requerida pelo sistema de 11,98 kW.

O valor encontrado não é padrão da tabela de motores, sendo o valor próximo mais aceitável próximo à potência padrão do motor de 18,5 kW. Esse valor é aceitável para potência motora do projeto.

6. CONCLUSÕES

Este trabalho se dispôs a avaliar o comportamento de rejeito de mineração para dimensionamento de um sistema de agitação em tanque. A avaliação da literatura, em geral, demonstrou-se vasta. As equações formam uma base sólida para definições básicas de projetos de engenharia para sistemas agitados. Verifica-se, entretanto, a necessidade de metodologias mais robustas para validação da análise de sistemas não intuitivos, como fluidos não newtonianos.

Foi verificado certa dificuldade de se encontrar a metodologia de cálculo para velocidade mínima de rotação para altas concentrações.

Durante a realização dos testes de laboratório para a reologia da polpa, foi informado pela empresa de mineração que eventualmente ocorrem variações da polpa encaminhada para o tanque estudado nesse projeto. Os fluxos de rejeitos são provenientes da flotação, filtragem e espessamento.

O rejeito de mineração estudado tem densidade real dos sólidos de 2174 kg/m³, concentração de sólidos entre 30% e 40% de sólidos em massa. A granulometria é fina, com *top size* das partículas em 0,150 mm. A sedimentação em proveta definiu velocidade de sedimentação de $3,3 \times 10^{-7}$ m/s.

A polpa, através de estudos reológicos indicou correlação para fluido pseudoplástico. A partir das curvas reológicas das amostras estudadas na faixa de teste de 70,96 % a 59,48% de umidade, a viscosidade variou de 0,02750 a 0,04480 Pa·s e a tensão de escoamento de 14,831 a 67,308 Pa.

Nesse caso, foi verificado como resultados dos ensaios apresentados como objeto de estudo desse trabalho, que a variação na reologia é significativa. Em alguns casos, a tensão de escoamento tem aumento de cerca de duas a três vezes, quando do aumento de 2% da concentração de sólidos (em massa). Ressalta-se que essa variação da concentração de sólidos é comum durante os turnos de operação da planta de beneficiamento mineral.

Para a parte de definição da potência do agitador selecionado, conclui-se que o agitador exigirá um motor de 18,5 kW, potência um pouco maior que a potência absorvida definida pelos cálculos, com velocidade de saída de 1,17 Hz (70 rpm). O impelidor será de alta eficiência, modelo ULTRAFLO Engendrar, com pás inclinadas (PTB), 5" (1.600 mm) em diâmetro nominal.

Entende-se que o sistema tanque-impelidor deve ser capaz de absorver qualquer aumento exponencial da tensão de cisalhamento para determinado intervalo de concentração de

sólidos que ocorrem durante a operação da planta. A rotação do impelidor foi definida em 70 rpm, mas pode ser modificada caso seja verificada necessidade relativa de folga no impelidor para absorver as variações identificadas em outros testes de concentração de sólidos.

Sugere-se, de modo complementar, que sejam realizados outros ensaios reológicos para determinação da reologia da polpa para outras condições de concentração de sólidos. Dessa forma, será possível determinar possíveis gargalos para o projeto de agitação.

Devido grande volume do tanque, é previsto que o padrão de recirculação do impelidor tenha tendência de voltar ao próprio impelidor, assim como a taxa de cisalhamento ser máxima na zona do impelidor.

Essas avaliações não conseguem ser previstas por modelos analíticos da atual literatura com ferramentas simples, conforme apresentado nesse estudo.

Como sugestão para trabalhos futuros, sugerem-se os seguintes itens:

- Análise do sistema agitado considerando outros tipos de impelidores;
- Avaliação geométrica do sistema agitado com o uso de ferramentas de otimização acopladas a análise fluidodinâmica computacional (CFD);
- Realizar campanha de testes em escala piloto-industrial em tanque agitado;
- Realizar a comparação analítica da velocidade mínima de agitação (N_{js}) com os resultados da simulação utilizando a ferramenta de simulação fluidodinâmica computacional (CFD).

REFERÊNCIAS

ABS. **Mixing fundamentals, terminology and formulas.** Julho. 2000.

ACIL WEBER. **Tamanho de partículas difração laser.** Disponível em: <<https://www.acilweber.com.br/produtos-e-solucoes/tamanho-de-particulas-por-difracao-de-laser/bettersize-s3-plus/>>. Acesso em: 24 de junho de 2022.

ANTON PAAR. **Reômetro.** Disponível em: <<https://www.anton-paar.com/br-pt/produtos/grupo/reometro/>>. Acesso em: 24 de junho de 2022.

ASSUMPCAO, M. E. **Avaliação de integridade estrutural de um tanque de concentrado de minério de ferro através do método dos elementos finitos.** 2015.

ATKINS, P.; JONES, L. **Princípios de Química: questionando a vida moderna e o meio ambiente.** Porto Alegre: Bookman, 2001, p.39-40.

AYRANCI, I.; KRESTA, S. M. **Design rules for suspending concentrated mixtures of solids in stirred tanks.** Chemical engineering research and design, v. 89, n. 10, p. 1961-1971, 2011.

BAKSHI, A.K.; KAWATRA, S.K. **Rapid determination of non-Newtonian flow behaviour in mineral suspensions.** Minerals and Metallurgical Processing, v. 13, n. 4, p. 165-169, 1996.

CARDOSO, D. D. **Análise hidrodinâmica da influência do draft tube na suspensão de sólidos em tanques mecanicamente agitados.** 2018. Exame de qualificação (Mestrando em MESTRADO EM PROCESSOS INDUSTRIAIS) - Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo.

CASTRO, C. A.; CELERI, E. P.; BARANANO, A. G. **Aplicação dos modelos para distribuição granulométrica para resíduo de mármore branco.** 2019. X Encontro Científico de Física Aplicada.

COUPER, J. R.; PENNEY, W. R.; FAIR, J. R.; WALAS, S. M. **Chemical process equipment: selection and design (Third Edition).** Butterworth-Heinemann, 2012, p. 277-327, ISBN 9780123969590. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/B978-0-12-396959-0.00010-0>>.

CREMASCO, M. A. **Operações unitárias em sistemas particulados e fluidomecânicos e outros trabalhos.** Editora Blucher, 2014.

DAHLSTROM, D. A. **Liquid-solid operations and equipment.** Perry's Chemical Engineers' Handbook. p. 60-125, 1997.

DI FELICE, R. **Liquid suspensions of single and binary component solid particles - An overview.** China Particuology, v. 5, n. 5, p. 312-320, 2007.

DI FELICE, R.; KEHLENBECK, R. **Sedimentation velocity of solids in finite size vessels.** Chemical Engineering & Technology: Industrial Chemistry-Plant Equipment-Process Engineering-Biotechnology, v. 23, n. 12, p. 1123-1126, 2000.

EINSTEIN, A. (1905). **On the motion of small particles suspended in liquids at rest required by the molecular kinetic theory of heat.** Annalen der Physik Vol.17., 549-560.

FERREIRA, E. E.; BRANDÃO, P. R. G.; KLEIN, B.; PERES, A. E. C. **Reologia de suspensões minerais: uma revisão.** Rem: Revista Escola de Minas, v. 58, n. 1, p. 83-87, 2005.

FRARE, L. M. **Linearização do modelo log-normal para distribuição de tamanho de partículas.** Acta Scientiarum. Technology, v. 22, p. 1235-1239, 2000.

GAUDIN, A. M. **Principles of mineral dressing.** 1939.

GOMIDE, R. **Operações Unitárias–1 Volume: Operações com Sólidos Granulares.** Edição do Autor, 293p, 1983.

HAPPEL, J.; EPSTEIN, N. **Cubical assemblages of uniform spheres.** Industrial & Engineering Chemistry, v. 46, n. 6, p. 1187-1194, 1954.

HAYWARD GORDON GROUP. **Mastering mixing fundamentals – A technical guide from the experts in the industry.** 2019. Disponível em: <https://uploads-ssl.webflow.com/5de1d6f983c9d7b3dce13d74/5f0fb1ab557f5a798e0edaad_Mastering%20Mixing%20Fundamentals.pdf>.

HEYWOOD, N.; Etchells, A. **Mixing, rheology and slurry handling course.** 15 dez. 2008.

HOLLAND, F.; BRAGG, R. **Fluid flow for chemical and process engineers.** Elsevier, 1995.

IBRAHIM, S.; WONG, S. D.; BAKER, I. F.; ZAMZAM, Z.; SATO, M.; KATO, Y. **Influence of geometry and slurry properties on fine particles suspension at high loadings in a stirred vessel.** Chemical Engineering Research and Design, v. 94, p. 324-336, 2015.

JOAQUIM JR, C.; CEKIINSKI, E.; NUNHEZ, J. R.; URENHA, L. C. **Agitação e Mistura na Indústria.** 1ª edição. Rio de Janeiro. Gen, 2012.

KARS-JORDAN, F.; HILTUNEN, P. **Agitation Handbook.** 2007. Disponível em: <<https://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:544860/FULLTEXT01.pdf>>.

KLEIN, B.; PAWLIK, M. **Rheology modifiers for mineral suspensions.** Mining, Metallurgy & Exploration, v. 22, n. 2, p. 83-88, 2005.

KRUMBEIN, W. **Measurement and geological significance of shape and roundness of sedimentary particles.** Journal of Sedimentary Petrology, 11 (2): 64-72, 1941 apud DREVIN, G. and VINCENT, L. (2002) Granulometric determination of sedimentary rock particle roundness. Proceedings of the International Symposium on Mathematical Morphology, Sidney, Australia, pp. 1-10.

LUZ, J. A. M. **Fracionamento granulométrico de sistemas particulados.** Outubro de 2021. 138 p. Notas de Aula.

LUZ, J. A. M.; LIMA, R. M. F. **Análise granulométrica por técnicas que se baseiam na sedimentação gravitacional: Regime turbulento e intermediário.** Rem: Revista Escola de

Minas, v. 54, p. 215-218, 2001. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/S0370-44672001000300009>>. Acesso em: 24 de junho de 2022.

LUZ, A. B.; SAMPAIO, J. A.; FRANÇA, S. C.A. **Tratamento de minérios**. 5ª edição. CETEM/ CNPq. Rio de Janeiro. 2010. 676 p.

MACKOSKO, C. W. **Rheology: Principles, Measurements and Applications**. Nova York: Academic Press, 1982, 220p.

MALHOTRA, D. **Recent advances in mineral processing plant design**. 2009.

MAK, A. T. C. **Solid-liquid mixing in mechanically agitated vessels**. University of London, University College London (United Kingdom), 1992.

MASSARANI, G. **Fluidodinâmica em sistemas particulados**. 2ª edição. UFRJ. Rio de Janeiro. 2001. 152 p.

McCABE, W. L.; SMITH, J. C.; HARRIOTT, P. **Unit operations of chemical engineering**. New York: McGraw-hill, 1993.

McLANE, M. **Sedimentology**. New York: Oxford University Press. 1995.

MIEDEMA, S. A. **Slurry Transport**. Delft University of Technology, 2016.

OLIVEIRA, A. C.; BACELAR, C. P.; CAIRES, G. A.; OLIVEIRA, H. P. **Fluidos pseudoplásticos**. Revista de trabalhos acadêmicos, Universo Salvador, n. 2, 2018.

OLIVEIRA, M. L. M.; LUZ, J. A. M.; LACERDA, C. M. M. **Espessamento e filtração**. Curso de Engenharia de Minas. Setembro de 2004. Apostila. Universidade Federal de Ouro Preto.

ORTEGA, F. S.; PANDOFELLI, V. C.; RODRÍGUEZ, J. A.; SOUZA, D. P. F. **Aspectos da Reologia e da Estabilidade de Suspensões Cerâmicas. Parte I: Fundamentos**. Cerâmica, 43, 279, 5-10, 1997.

PAUL, E. L.; ATIEMO-OBENG, V. A.; KRESTA, S. M. (Ed.). **Handbook of industrial mixing: science and practice**. John Wiley & Sons, 2003.

POSSA, M. V.; NASCIMENTO, C. R.; FRANÇA, S. C. A. **Reologia no tratamento de minérios**. CETEM/MCTIC, 2018.

REED, J. S. **Principles of ceramics processing**. 1995.

SAMPAIO, J. A.; FRANÇA, S. C. A.; BRAGA, P. F. A. **Tratamento de minérios: práticas laboratoriais**. CETEM/MCT, 2007.

SEMCO. **Sólidos em suspensão – Método prático para seleção e dimensionamento de agitadores**. 2012.

SILVA, J. G. **Reologia e microestrutura na estabilização de suspensões concentradas de Al₂O₃**. 2003.

SILVERBLATT, C. E.; EASTON, J. H. **Characterization of process objectives and (general) approach to equipment selection. Mineral processing plant design practice and control.** p. 1255-1261, 2002.

STEINOUR, H. H. **Suspensions of Uniform-Sized Angular Particles.** 1941 apud LUZ, J. A. M. (2021) Fracionamento granulométrico de sistemas particulados. Outubro de 2021, 138 p. Notas de Aula.

THOMAS, D. G. **Transport characteristics of suspension: VIII. A note on the viscosity of Newtonian suspensions of uniform spherical particles.** Journal of colloid science, v. 20, n. 3, p. 267-277, 1965.

VAN DEURSEN, C. M. **Métodos de desaguamento e disposição de rejeito da bauxita: estudo de caso e avaliação econômica.** 2016. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.

VÉLEZ, H. A. V. **Apostila de dimensionamento e projeto de agitadores e misturadores.** Curso de Engenharia Química. 2016. Notas de Aula. Universidade Federal do Maranhão.

WILLS, B. A. **Mineral processing technology: an introduction to the practical aspects of ore treatment and mineral recovery.** Elsevier, 2006.

WU, J.; GRAHAM, B.; HURLEY, M; HARRIS, D.; SHORT; KIERUIJ, J.; CONNOR, T. **Increased agitation for slurry suspension in mineral processing.** Minerals Engineering, v. 170, p. 107008, 2021.

ZWIETERING, Th N. **Suspending of solid particles in liquid by agitators.** Chemical engineering science, v. 8, n. 3-4, p. 244-253, 1958.