UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
MATEMÁTICA LICENCIATURA

VICTOR LIMA LARA

RELAÇÕES ENTRE HABILIDADES DA BNCC E A TEORIA DE VAN HIELE: propostas de atividades para o Ensino Fundamental I

Ouro Preto - MG
2021

VICTOR LIMA LARA

RELAÇÕES ENTRE HABILIDADES DA BNCC E A TEORIA DE VAN HIELE: propostas de atividades para o Ensino Fundamental I

Monografia apresentada à Banca Examinadora, como exigência parcial à obtenção do grau de licenciado em Matemática pela Universidade Federal de Ouro Preto sob orientação do Prof. Dr. Edmilson Minoru Torisu

Ouro Preto - MG
2021

SISBIN - SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO

L318r Lara, Victor Lima.
Relações entre habilidade da BNCC e a Teoria de Van Hiele [manuscrito]: propostas de atividades para o Ensino Fundamental I. / Victor Lima Lara. - 2021.
54 f.

Orientador: Prof. Dr. Edmilson Minoru Torisu.
Monografia (Licenciatura). Universidade Federal de Ouro Preto. Instituto de Ciências Exatas e Biológicas. Graduação em Matemática .

1. Base Nacional Comum Curricular. 2. Ensino fundamental. 3. Geometria. 4. Educação Matemática. I. Torisu, Edmilson Minoru. II. Universidade Federal de Ouro Preto. III. Título.

CDU 37:54

Bibliotecário(a) Responsável: Luciana De Oliveira - SIAPE: 1.937.800

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
REITORIA
INSTITUTO DE CIENCIAS EXATAS E BIOLOGICAS
COLEGIADO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMATICA

FOLHA DE APROVAÇÃO

Victor Lima Lara

Relações entre habilidades da BNCC e a Teoria de Van Hiele: propostas de atividades para o Ensino Fundamental I

Monografia apresentada ao Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática

Aprovada em 10 de janeiro de 2022

Membros da banca
Dr. Edmilson Minoru Torisu - Orientador - Universidade Federal de Ouro Preto
Dr. Frederico da Silva Reis - Universidade Federal de Ouro Preto
Dr.ª Marger da Conceição Ventura Viana - Autônoma

Edmilson Minoru Torisu, orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito na Biblioteca Digital de Trabalhos de Conclusão de Curso da UFOP em 10/01/2022

AGRADECIMENTOS

A Deus, aos meus pais, Ana Lúcia de Lima Lara e Aloysio Sebastião Lara, que são meus alicerces fundamentais para a consolidação deste projeto.

Ao meu irmão, Arthur, que está sempre me apoiando, ajudando-me a melhorar como pessoa e ensinando-me que a força do amor é capaz de mover tudo!

Ao meu orientador, professor Dr. Edmilson Minosu Torisu, por me acolher desde o primeiro período do curso de licenciatura em Matemática, até a defesa deste trabalho. Esse professor abriu-me caminho diversas vezes, quando cometi falhas. Obrigado por tudo isso. Obrigado pelos ensinamentos.

À professora Marger da Conceição Ventura Viana e ao professor Frederico Reis, meu muito obrigado por aceitarem participar de minha banca de defesa. Tenho certeza que vocês trarão ótimas contribuições para o incremento desse trabalho.

A todos os professores que fizeram parte da minha experiência acadêmica.

A minha família e aos meus amigos, obrigado! Sem seus carinhos, afetos, incentivos e tantos momentos vivenciados, de perto ou de longe, não teria sentido algum estar aqui.

RESUMO

Este estudo teve, como objetivo principal, relacionar habilidades em geometria do primeiro ao quinto ano do Ensino Fundamental, contidas na Base Nacional Comum Curridular (BNCC), com os níveis do desenvolvimento do pensamento geométrico segundo Van Hiele Para isso, foram pesquisados os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), a Base Nacional Curricular Comum (BNCC) e estudos que, em alguma medida, estabelecem alguma relação entre as habilidades em geometria exigidas na BNCC e os niveis de Van Hiele. Além de relacionar as habilidades com os níveis do pensamento geométrico, o presente estudo sugere algumas atividades que podem possibilitar o desenvolvimento dessas habilidades e permitir que o professor tenha pistas em relação ao nível do pensamento geométrico em que o estudante está ou que já venceu. Assim, este trabalho se apresenta como uma possibilidade para nortear ações do professor ou professora, em sala de aula de Matemática, que visem ao desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes e ao desenvolvimento de habilidades em geometria.

Palavras-chave: Van Hiele. Base Nacional Comum Curricular. Geometria. Educação Matemática.

ABSTRACT

The main objective of this study was to relate skills in geometry from the first to the fifth year of elementary school, contained in the Common National Curriculum Base (BNCC), with the levels of development of geometric thinking according to Van Hiele. For this, the Curricular Parameters were researched Nationals (PCN), the Common National Curriculum Base (BNCC) and studies that, to some extent, establish some relationship between the geometry skills required in the BNCC and the Van Hiele levels. In addition to relating skills with levels of geometric thinking, this study suggests some activities that can enable the development of these skills and allow the teacher to have clues regarding the level of geometric thinking the student is at or has already won. Thus, this work presents itself as a possibility to guide the actions of the teacher, in the Mathematics classroom, which aim at the development of geometric thinking by students and the development of geometry skills.

Keywords: Van Hiele. Common National Curricular Base. Geometry. Mathematics education.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Relações entre habilidades da BNCC e os níveis de Van Hiele 31

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Papiro de Rhind 13

Figura 2 – Papiro de Moscou... 13

Figura 3 - Poliedros de Platão.. 15

Figura 4 - Teorema de Pitágoras 16

Figura 5 - Referente à identificação da habilidade (EF01MA11) 39

Figura 6 - Referente à identificação da habilidade (EF01MA12) 39

Figura 7 - Referente à identificação da habilidade (EF01MA14) 40

Figura 8 - Referente à identificação da habilidade (EF01MA14) 40

Figura 9 - Referente à identificação da habilidade (EF02MA12) 41

Figura 10 - Referente à identificação da habilidade (EF02MA13) 41

Figura 11 - Referente à identificação da habilidade (EF02MA15) 42

Figura 12 - Referente à identificação da habilidade (EF03MA12) 42

Figura 13 - Referente à identificação da habilidade (EF03MA13) 43

Figura 14 - Referente à identificação da habilidade (EF03MA14) 43

Figura 15 - Referente à identificação da habilidade (EF03MA15) 44

Figura 16 - Referente à identificação da habilidade (EF03MA16) 44

Figura 17 - Referente à identificação da habilidade (EF04MA16) 45

Figura 18 - Referente à identificação da habilidade (EF04MA16) 45

Figura 19 - Referente à identificação da habilidade (EF04MA17) 46

Figura 20 - Referente à identificação da habilidade (EF04MA18) 47

Figura 21 - Referente à identificação da habilidade (EF04MA19) 47

Figura 22 - Referente à identificação das habilidades (EF05MA14) e (EF05MA15).... 48

Figura 23 - Referente à identificação da habilidade (EF05MA16) 48

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO **10**

1 GEOMETRIA, NÍVEIS DE VAN HIELE E A BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR **12**

1.1 Uma breve história sobre a Geometria **12**

1.1.1 O Ensino de Geometria no Brasil 16

1.2 Os níveis do pensamento geométrico de Van Hiele **21**

1.2.1 Nível 0 – Reconhecimento/visualização 23

1.2.2 Nível 1 – Descrição/análise 24

1.2.3 Nível 2 – Abstração/dedução informal 25

1.2.4 Nível 3 – Lógico/Dedução formal 26

1.2.5 Nível 4 – Axiomática formal/rigor 27

1.3 A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) **27**

1.4 A teoria de Van Hiele e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) **29**

2 RELAÇÕES ENTRE HABILIDADE DA BNCC E OS NÍVEIS DE VAN HIELE **31**

3 PROPOSTAS DE ATIVIDADES DE GEOMETRIA **39**

CONSIDERAÇÕES FINAIS **49**

REFERÊNCIAS **50**

INTRODUÇÃO

Para mim, a Matemática sempre foi algo fascinante. Dentro desse universo, sempre me interessei por formas geométricas. No início, aprendia pela observação e pela curiosidade. Na escola, aprendi geometria formalmente e gostei muito. Meu interesse pela Matemática, de modo geral, e pela geometria, de modo particular, fizeram-me escolher o curso de Matemática, quando tive que optar por uma carreira profissional. A opção pela licenciatura talvez venha de berço. Minha mãe é professora.

Sendo assim, em 2016, aos 18 anos, ingressei no curso de graduação em Matemática, onde participei, além das disciplinas, de projetos de extensão, iniciação à docência e científica, que contribuíram para minha formação humana e profissional.

No ano de 2018, quando comecei a pensar sobre o meu trabalho de conclusão de curso (TCC), meu interesse sempre recaia sobre as formas como as pessoas compreendem conteúdos matemáticos. Contudo, essa ideia era por demais ambiciosa para o tempo destinado a uma pesquisa de TCC. Diante disso, eu e meu orientador decidimos restringir a pesquisa à geometria (dado o meu apreço por ela) e, dentro desse campo, nos dedicamos a estudar os níveis do pensamento geométrico proposto por Van Hiele. Além disso, considerando que o ensino básico no Brasil se assenta sobre alguns documentos oficiais, dos quais um dos mais importantes é a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), o objetivo do presente trabalho foi associar algumas competências em geometria presentes na BNCC e o nível de Van Hiele correspondente, na nossa perspectiva. Essa associação poderá ajudar professores do Ensino Fundamental I a elaborar atividades que, ao mesmo tempo que contribuem para o desenvolvimento de determinada habilidade em geometria, podem contribuir para avaliar o nível do pensamento geométrico em que o aluno está, na perspectiva da teoria de Van Hiele. Ressaltamos que, para esse estudo, restringimos nosso olhar às turmas do Ensino Fundamental I. Como complemento a isso entregamos ao professor interessado algumas sugestões de atividades que podem ser utilizadas ou servir de exemplos para o desenvolvimento de habilidades em geometria.

A importância de conhecimentos em geometria é algo que não se pode negar. O mundo de crianças e adultos está repleto de elementos que remetem a formas geométricas, o que quase nos obriga a saber, ainda que minimamente, algo sobre elas. Contudo, na maioria das vezes, o ensino da geomeria é feito de forma padronizada, com definições formais e demonstrações que pouco dizem aos alunos, saberes prontos e que devem ser apresentados (reproduzidos) pelos alunos em testes. Isto está em consonância com as ideias de Villiers (2010, p. 411), quando o autor considera que

> Tradicionalmente, a maioria dos professores e autores de livros escolares simplesmente fornece aos alunos conteúdo pronto (definições, teoremas, comprovações, classificações, etc.) para que eles meramente tenham de assimilá-lo e regurgitá-lo em testes e provas. Esse tipo de ensino tradicional de geometria pode ser comparado a uma aula de culinária na qual o professor simplesmente mostra aos alunos bolos (ou pior, apenas fotos de bolos) sem jamais mostrar a eles o que vai dentro do bolo e como ele é preparado. E mais, eles nem mesmo têm a oportunidade de tentar cozinhar por si próprios!

Parece importante, então, que o professor se preocupe em ensinar geometria apresentando situações em que o estudante explore o novo conhecimento. Recebê-lo pronto só fará com que o aluno o reproduza, sem qualquer significado para ele.

Este trabalho está assim dividido. No capítulo 1 apresentamos um breve histórico do surgimento da goemetria e algumas considerações sobre os níveis do pensamento geométrico de Van Hiele e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). No capítulo 2 apresentamos algumas conexões entre habilidades em geometria propostas na BNCC, para os cinco primeiros anos do Ensino Fundamental e os níveis de Van Hiele. No terceiro capítulo apresentamos algumas sugestões de questões que podem ser exploradas pelo professor de Matemática para desenvolver habilidades em geometria propostas na BNCC e avaliar o nível dos alunos, na teoria de Van Hiele.

CAPÍTULO 1

GEOMETRIA, NÍVEIS DE VAN HIELE E A BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR

1.1 Uma breve história sobre a Geometria

Pesquisadores, sobretudo da Educação Matemática, têm relatado a utilização de conhecimentos de geometria para solucionar problemas desde tempos remotos. A geometria foi utilizada inicialmente pelas primeiras civilizações, com o objetivo de medir áreas de terras. Esse uso remonta à própria origem da palavra geometria, que deriva das palavras gregas *geo* – terra e *metron* – medir (PIASESKI, 2010).

Os conhecimentos de geometria foram responsáveis por grande parte do desenvolvimento das primeiras civilizações, que surgiram entre 3500 e 500 a.C. Dentre elas, estão as civilizações mesopotâmicas, a egípcia, a chinesa e a do Vale do Indo que, por terem se constituído ao longo de vales de rios, cujas terras eram bastante férteis, especializaram-se em questões ligadas à agricultura e irrigação, o que demandava a utilização de conhecimentos geométricos como, por exemplo, cálculo de áreas e volume (GASPAR, 2003).

A Mesopotâmia, também conhecida como Babilônia e atual Iraque, desenvolveu-se às margens dos rios Tigres e Eufrates e pode ter sido a primeira civilização da qual se tem notícia, tendo surgido por volta do ano 3500 a.C. Tábulas de argila dessa civilização revelaram inscrições relacionadas a questões hidráulicas como a construção de canais e diques, a medição de campos, dentre outras (GASPAR, 2003).

Segundo Eves (2004), a geometria babilônica se relaciona intimamente com a mensuração prática. Exemplos concretos mostram que os babilônios do período 2000 a.C. a 1600 a.C. deviam estar familiarizados com as regras gerais da área do retângulo, da área do triângulo retângulo e do triângulo isósceles, da área do trapézio retângulo, do volume de um paralelepípedo reto-retângulo e, mais geralmente, do volume de um prisma reto de base trapezoidal.

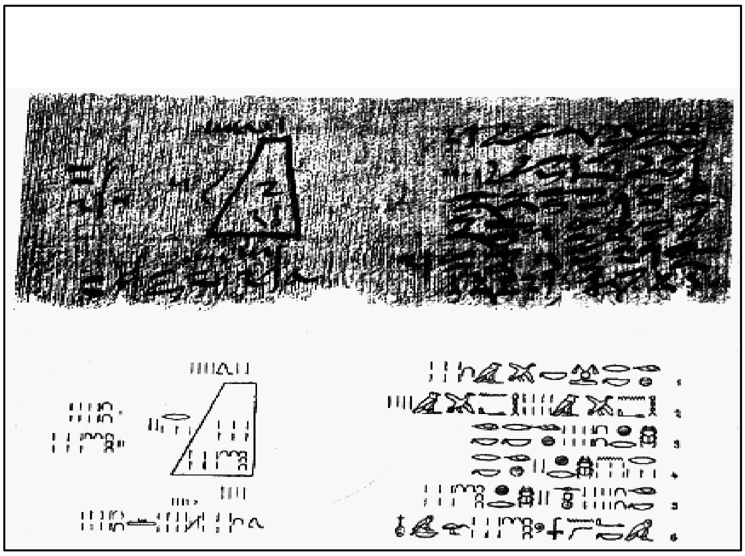
A civilização egípcia, que se desenvolveu às margens do rio Nilo, era beneficiada pelas suas cheias regulares que faziam surgir terras férteis e próprias para atividades de agricultura, iniciadas por volta do ano 6000 a.C. Os egípcios desenvolveram a geometria com o objetivo de utilizá-la no cálculo de áreas das terras, do volume de celeiros (com formatos de cilindros circulares retos) e na construção de pirâmides. Sendo assim, os egípcios desenvolveram um método para calcular a área da base do cone e obter, posteriormente, seu volume (GASPAR 2003).

Os conhecimentos a respeito da Matemática egípcia são oriundos de cinco papiros, dos quais os mais importantes são o papiro de Rhind (Figura 1) e o papiro de Moscou (Figura 2).

Figura 1 - Papiro de Rhind

Fonte: Imática[1]

Figura 2 – Papiro de Moscou



Fonte: Imática[2]

[1] Disponível em: https://www.matematica.br/historia/prhind.html
[2] https://www.matematica.br/historia/pmoscou.html

O papiro de Rhind foi encontrado em 1850 e comprado pelo museu Britânico em 1865, onde está até hoje. Nele, estão 87 problemas matemáticos que envolvem operações de soma, subtração, multiplicação e divisão de números inteiros e frações, potências, raízes quadradas, equação do primeiro grau, áreas de triângulos, trapézios e cálculo de volumes (ZUIN, 2013). No papiro Moscou, que hoje está no Museu de Belas Artes de Moscou, encontra-se um exemplo da fórmula de volume de um tronco de pirâmide de bases quadradas (EVES, 2004; GASPAR, 2003).

Diferentemente dos povos da Mesopotâmia e dos egípcios, que realizavam seus registros usando técnicas que os mantiveram íntegros ao longo dos anos, os povos da China e da Índia tinham como hábito registrar seus estudos em casca de árvores e bambu, um material muito perecível que não contribuiu para que eles suportassem a ação do tempo. Dessa forma, o que se sabe sobre os antigos estudos desses povos baseia-se em informações orais e interpretações posteriores de alguns originais. O mais influente livro chinês de matemática, Nove Capítulos sobre a Arte Matemática, contém 246 problemas sobre mensuração de terras, agricultura, sociedades, engenharia, impostos, cálculos, solução de equações e propriedades dos triângulos retângulos (EVES, 2004).

A primeira civilização em território indiano surgiu no ano 2500 a.C., no vale do rio Indo. Devido à organização das cidades, repleta de decorações circulares das cerâmicas, quadrados e triângulos unidos pelos vértices, pode-se dizer que os povos da Antiga Índia detinham vários conhecimentos sobre geometria (CALABRIA, 2013). Além disso, de acordo com o autor (2013),

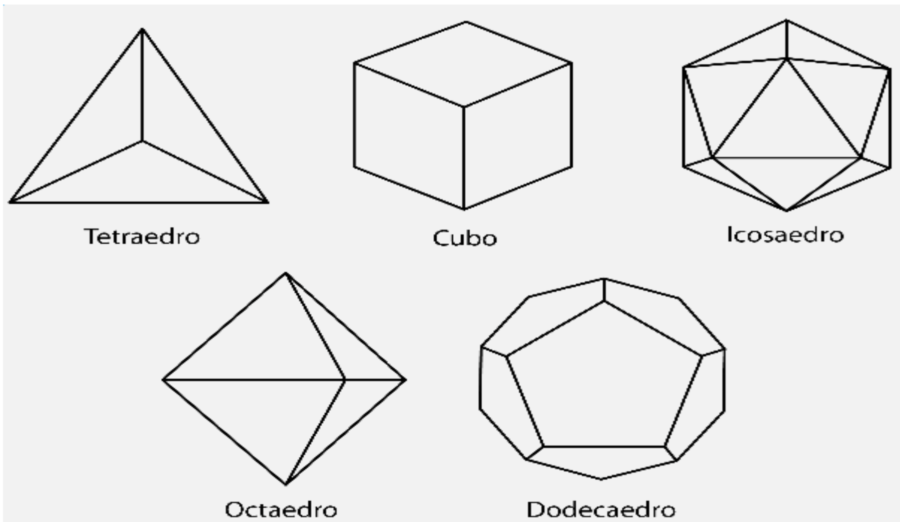
> O conhecimento geométrico dos indianos também aparece para atender às necessidades dos rituais religiosos, sendo encontrado nos Sulbasutras (manuais sobre construção de altares), que continham regras para construção de altares de sacrifício. As figuras geométricas para formar os altares eram: triângulos, quadrados, retângulos, trapézios, círculos e semicírculos (CALABRIA, 2013, p. 6).

Em relação ao povo grego, podemos dizer que um dos problemas mais frequentes encontrados por eles foi a medição de figuras planas, o cálculo de suas áreas. Quando começaram a estudar as figuras, tentaram aproximá-las de quadrados, figuras mais simples e cujo cálculo da área já era conhecido. O estudo da geometria dos gregos se confunde com o próprio estudo de vários filósofos gregos, dos quais podemos citar Tales, Platão, Pitágoras e Euclides (CALABRIA, 2013).

Tales de Mileto foi um filósofo grego que viveu por volta de 630 a.C e sabe-se pouco de sua vidaa vida. Conta-se que ele foi o criador da geometria demonstrativa, sendo, por isso, considerado o primeiro matemático a contribuir para uma organização da geometria. Também é atribuída a Tales a primeira demonstração de que um ângulo inscrito numa semicircunferência é reto, de que os ângulos opostos pelo vértice são congruentes, assim como os ângulos da base de um triângulo isósceles, de que um círculo é dividido igualmente pelo seu diâmetro, de que, se dois triângulos são tais que dois ângulos e um lado de um são iguais respectivamente a dois ângulos e um lado do outro, então os triângulos são congruentes (BOYER, 1996).

O filósofo Platão, nascido em Atenas, acreditava que a Matemática fornecia o mais refinado treinamento do espírito e que, por isso, todo filósofo deveria praticá-la. Tanto que na academia fundada por ele em sua cidade natal, logo na entrada, estava o lema: Que aqui não adentrem aqueles não versados em Geometria (UVA, s.d). Uma grande contribuição de Platão para a geometria foi uma descrição dos cinco poliedros regulares, os denominados Poliedros de Platão, mostrando como construir modelos desses ólidos, ao juntar triângulos, quadrados e pentágonos para formar as suas faces como na figura 3 a seguir.

Figura 3 - Poliedros de Platão



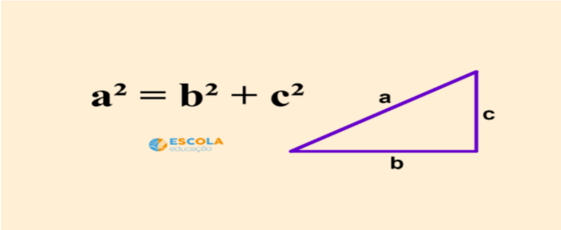
Fonte: Estudo prático[3]

Pitágoras foi um matemático e filósofo grego que nasceu por volta de 572 a. C., na ilha de Samos, e é possível que tenha sido discípulo de Tales de Mileto. Em Crotona, cidade do sul da Itália, criou a escola pitagórica, centro de estudos de Filosofia, Matemática e Ciências Naturais, cujos ensinamentos eram inteiramente orais e todas as

[3] Disponível em: https://www.estudopratico.com.br/poliedros-platao-euler-e-outros-poliedros/

descobertas atribuídas ao seu fundador. O Teorema mais famoso e que leva o seu nome já era conhecido pelos babilônios, mas foi Pitágoras quem fez sua primeira demonstração formal. Ilustrações nas figuras 4 e 5.

Figura 4 - Teorema de Pitágoras



Fonte: Escola Educação[4]

Por fim, não poderíamos deixar de apresentar um dos nomes mais importantes para a geometria: Euclides de Alexandria. Matemático grego dos séculos IV e III a.C. e professor da escola de Matemática de Alexandria, deu importante contribuição para os futuros estudos da geometria e da ciência em geral, com a obra “Os Elementos”, na qual apresentou, sistematicamente, os conhecimentos de geometria plana de seu tempo, hoje denominada geometria euclidiana (EVES, 1997). De acordo com Boyer (1996),

> Os Elementos de Euclides não só constituem a mais antiga obra matemática grega importante a chegar até nós, mas o texto mais influente de todos os tempos. Foi composto em 300 a.C. aproximadamente e foi copiado e recopiado repetidamente depois. A primeira versão impressa de “Os Elementos” apareceu em Veneza em 1482, um dos primeiros livros de matemática impressos; calcula-se que desde então pelo menos mil edições foram publicadas (BOYER, 1996, p. 82).

Talvez mais importante que o conteúdo de *Os Elementos* seja a maneira formal como se apresenta esse conteúdo. O conteúdo dessa obra tornou-se o protótipo da forma matemática moderna. Euclides, devido à importância de seus escritos, é comumente denominado “o pai da geometria” (EVES, 2004).

1.1.1 O Ensino de Geometria no Brasil

A porta de entrada para a geometria, como ensino formal no Brasil, foram os cursos para formação técnica de militares que ocorreram por volta do final do século XVII. Acreditava-se que aprender geometria era importante para a manutenção do poder

[4] https://escolaeducacao.com.br/plano-de-aula-de-matematica-teorema-de-pitagoras/

(construção de fortificações, armas de guerra, etc.), e, então, seu ensino era direcionado, para aplicações práticas e de uso militar. Os cursos de Medicina e de Direito também contribuíram muito para dar importância ao estudo da geometria, pois levavam a crer que aprender geometria era fundamental à formação humana. Políticos acreditavam que a geometria poderia desenvolver nos advogados a capacidade de retórica e a razão, tão necessárias a essa profissão (MENESES, 2007).

Todo esse movimento, o qual dava à geometria importância cada vez maior, obrigou a sua incorporação ao Ensino Secundário, já que este preparava os estudantes para carreiras jurídicas e da Medicina e estas, por sua vez, exigiam como pré-requisito conhecimentos de geometria. A incorporação da geometria nos cursos secundários talvez tenha sido o primeiro passo para torná-la disciplina escolar (MENESES, 2007).

Como disciplina escolar, a geometria ensinada era a de Euclides, seguindo o modelo internacional. Dessa forma, o uso de axiomas, teoremas e postulados dava a tônica do ensino. Nessa época, o acesso às escolas era somente para os mais abastados, e a população mais pobre, moradora da zona rural, era privada desse direito. Com a expansão da indústria, um grande fluxo migratório da zona rural para as cidades fez crescer uma população que passou a exigir seu direito de formação nas escolas. Tal movimento, aliado às críticas de alguns matemáticos ao modelo de rigor com o qual a geometria era ensinada e aos novos objetivos da indústria, contribuiu para o início de outro movimento em favor de mudanças no ensino de geometria no Brasil (MENESES, 2007).

O ensino baseado no rigor lógico perdurou até um pouco antes da década de 1930. O movimento de modernização do ensino da Matemática, denominado *Internationale Mathematische Unterrichtskommission* (IMUK – Comissão Internacional para o Ensino de Matemática), iniciado na Europa por Féliz Klein, ecoou no Brasil e foi defendido, sobretudo, por Euclides Roxo. Como resultado da difusão das ideias do IMUK, em 1929 um novo programa de Matemática que incorporava, numa só disciplina, os ramos da Matemática (aritmética, álgebra e geometria) até então ensinados em separado, foi implantado no Colégio Pedro II (DUARTE, 2019). Além disso, a nova proposta advogava a favor de um ensino que não somente formasse estudantes capazes de resolver e agir com disciplina e atenção, mas que também pudessem compreender e analisar os novos conhecimentos para utilizá-los em sua vida prática (MENESES, 2007). A reforma proposta por Euclides Roxo foi adotada em todo o Brasil como reforma Francisco Campos, de 1931.

A ideia de criar uma única disciplina de Matemática para abarcar as três partes, antes separadas – geometria, álgebra e aritmética –, defendida por Euclides Roxo, guiou os modelos de estruturação dessa disciplina até o surgimento dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), que passaram a considerar, além das partes já citadas, o eixo tratamento da informação.

No caso específico da geometria, embora presente nos livros didáticos, teve seu ensino negligenciado por muitas décadas, como denuncia Pavanello (1993). Dentre vários fatos que contribuíram para o abandono do ensino de geometria, destacaremos dois que consideramos muito importantes: o Movimento da Matemática Moderna (MMM), a partir de 1960, e o decreto da Lei de Diretrizes e Bases (LDB), em 1971.

Isto pode ser atribuído à precariedade dos investimentos do governo em Educação incluindo aqueles destinados à formação de professores, pois não houve investimentos para a implementação da reforma preconizada pelo MMM. Com isso, profissionais habilitados para dar conta de um ensino de Matemática com o rigor requerido era reduzido. O enfoque algébrico e axiomático dado à geometria em detrimento da geometria euclidiana dificultava a vida dos professores que não estavam preparados para isso. Como resultado, muitos deles deixavam de ensinar geometria ou o faziam de modo superficial.

Ventura Viana (2004), baseando-se em Angel Ruiz e Hugo Barrantes (1997), indica como origens do Movimento da Matemática Moderna (MMM): a ação dos matemáticos das universidades, a ideologia e a filosofia da Matemática e o contexto político e histórico do pós-guerra. A autora acrescenta que, para promover a reforma do ensino de Matemática na América, foi criado o Comitê Interamericano de Educação Matemática "formado principalmente por matemáticos de prestígio internacional, como Marshall Harvey Stone, seu principal idealizador e presidente até o ano de 1972" (p.30). Essa criação ocorreu durante a realização da Iª Conferência Interamericana de Educação Matemática (CIAEM), em Bogotá, na Colômbia, no ano de 1961, com financiamento dos Estados Unidos.

Segundo Ventura Viana (2004), no Brasil foram realizados vários congressos discutindo o ensino da Matemática. Em 1955, na Universidade da Bahia, em 1957 em Porto Alegre, em 1959 no Rio de Janeiro, em 1962 em Belém e em 1963 em São José dos Campos, quando apareceram as primeiras manifestações das ideias defendidas pelo MMM, impulsionado de maneira mais importante pela criação, em 1961, do Grupo de Estudos do Ensino de Matemática (GEEM), em São Paulo" (VENTURA VIANA, 2004, p.33).

O GEEM organizou um Programa de Matemática aprovado no Encontro de Mestres, em São Paulo, em 1963, mas que não foi totalmente implementado. Em 1973, no Congresso Nacional de Ensino de Matemática, realizado pelo PREMEM no Rio de Janeiro, por desaprovação dos matemáticos, os envolvidos no MMM decidiram por abandoná-lo (VENTURA VIANA, 2004).

Sobre livros didáticos, segundo Ventura Viana (2004), muitos autores tentaram passar alguns tópicos para a linguagem de conjuntos. Os livros continham conjunto, relação, função, grupos, anéis e corpos. “Os conjuntos dos números naturais (N), dos números inteiros (Z), dos racionais (Q), dos reais (R) eram estudados por eles com propriedades, estruturas, etc. Alguns colocaram também as soluções de equações e sistemas na linguagem de conjuntos”. Mas a Geometria permanecia inalterada, ou resumida, deixada para o final do livro, embora uma das ideias apresentadas na Iª CIAEM a, em 1961, eram: “ensinar Geometria a partir da Álgebra Linear, seguindo o refrão de Dieudonnée: “abaixo Euclides” (VENTURA VIANA, 2004, p.36 e 30).

Dessa forma, grande parte dos professores não ensinava a Geometria como recomendada pelo MMM e nem a Euclidiana. Daí o abandono denunciado por Pavanello (1993).

O MMM durou de 1960 a 1970, mas seus efeitos perduraram por décadas, e arriscamos admitir que ainda se fazem sentir nos dias de hoje. Para que possamos compreender o surgimento desse movimento, é necessário ter informações sobre o contexto histórico no qual emergiu. O mundo do pós-guerra passava por muitas transformações culturais, políticas, sociais e econômicas. O Brasil passava por um período de transição de uma economia de base agropecuária para uma economia de base industrial, sob o controle de um regime ditatorial e cujo objetivo era a modernização (incluindo a Matemática). Essa modernização, no caso da Matemática, levou à defesa de uma Matemática rigorosa, axiomática, capaz de explicar, comprovar e generalizar os resultados observados nas experiências (CLARAS; PINTO, 2008).

Por outro lado, os investimentos do governo em Educação eram precários, incluindo aqueles destinados à formação de professores. Como resultado, o número de profissionais habilitados para dar conta de um ensino de Matemática com o rigor requerido era reduzido. O enfoque algébrico e axiomático dado à geometria em detrimento da geometria euclidiana dificultava a vida dos professores que não estavam preparados para isso. Como resultado, muitos deles deixavam de ensinar geometria ou o faziam de modo superficial. Percebe-se, então, que o MMM foi responsável por um "certo" abandono do ensino de geometria no Brasil.

Outro fato que gerou consequências para o ensino de geometria foi a promulgação da Lei de Diretrizes e Bases (LDB), em 1971, para os ensinos de primeiro e segundo graus. A LDB dava liberdade às escolas para organizarem seus conteúdos de forma livre. Em um contexto em que o ensino de geometria solicitado estava além daquilo que os professores podiam oferecer, qual era a saída para eles? Evitar o seu ensino para mitigar constrangimentos. Outra possibilidade era não ministrar essa parte da Matemática no primeiro grau, deixando-a para o segundo grau. Ainda assim, o seu ensino, nesse nível, era de qualidade duvidosa.

Em oposição aos efeitos do MMM, a partir da década de 1980, ocorreram mudanças na apresentação da geometria nos livros didáticos, que "passou a ter riqueza de imagens, ilustrações, desenhos, etc" (PIMENTEL, 2014, p. 73). Para que esses livros chegassem às escolas, o decreto-lei nº 91.542, de 1985, estabeleceu o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), que engloba várias ações, dentre elas, a distribuição sistemática e gratuita de obras didáticas, pedagógicas, literárias e outros materiais de apoio a alunos e professores das escolas públicas de educação básica, instituições comunitárias, confessionais ou filantrópicas sem fins lucrativos e conveniadas com o Poder Público (BRASIL, 1985).

Em 1997 são lançados os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) que, como o próprio nome indica, estabelecem parâmetros para o ensino dos conteúdos das disciplinas escolares, entre elas, a Matemática. Para a Matemática, os PCN destacam, em certo momento, a importância dada ao ensino de geometria.

> Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. A Geometria é um campo fértil para se trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa. Além disso, é fundamental que os estudos do espaço e forma sejam explorados a partir de objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, de modo que permita ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento (BRASIL, 1997, p. 39).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), homologada pelo Ministério da

Educação e Cultura (MEC), em dezembro de 2017, é um documento que também tem fortes impactos na sala de aula. Ela “define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica” (BRASIL, 2017, p. 7). A BNCC, diferente dos PCN, é de caráter normativo. Nela, a geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Além disso,

> [...] nessa unidade temática, estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver <u>o pensamento geométrico</u> dos alunos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes (BRASIL, 2017, p. 271 – grifo nosso).

O desenvolvimento do pensamento geométrico parece ser, então, de grande importância para que a aprendizagem matemática ocorra, no campo da geometria. Mas como ocorre o desenvolvimento do pensamento geométrico?

Um dos modelos para o desenvolvimento do pensamento geométrico mais conhecido e respeitado é o do casal holandês Pierre Van Hiele e Dina Van Hiele-Geoldof, de 1957, do qual trataremos, a seguir.

1.2 Os níveis do pensamento geométrico de Van Hiele

Este modelo para aprendizagem de geometria teve como ponto de partida os trabalhos de um casal de professores holandeses, Pierre M. Van Hiele e Dina Van Hiele-Geldof, que, sob a orientação do educador matemático Hans Freudenthal, pesquisou o ensino de Geometria com alunos de 12 e 13 anos, enfatizando a manipulação de figuras. O resultado dessa pesquisa foi publicado, após concluírem o doutorado na Universidade de Utrecht. Dina faleceu logo depois de terminar a tese, e coube a Pierre a elaboração das ideias, ele aperfeiçoou e promoveu a teoria de Van Hiele, como é conhecida (JAIME; GUTIERREZ, 1990).

Para ele, a aprendizagem da geometria ocorre em níveis, e isso mostra uma clara influência das ideias de Piaget como basilares para o desenvolvimento do modelo. Situações adequadas de ensino podem levar o estudante a passar por cinco níveis de raciocínio sequenciais e ordenados.

Van Hiele é mais otimista que Piaget, acreditando que o desenvolvimento cognitivo em geometria pode ser acelerado através de instruções adequadas. Para "passar" de um nível a outro é necessário que o estudante se aproprie dos conhecimentos referentes ao nível anterior. Sendo assim, é importante sabermos quais são as Fases de Aprendizagem, a partir do modelo de Van Hiele, pelas quais os alunos precisam passar, em cada um dos níveis.

De acordo Crowley (1994), os estudantes progridem de um nível para o próximo, como resultado da instrução proposital, planejada e organizada em cinco fases das atividades sequenciadas, que enfatizam a exploração, a discussão e a integração dos saberes adquiridos. De acordo com o autor, essas fases são:

Fase 1 (Questionamento ou Informação): professor e aluno dialogam sobre o conteúdo em estudo; é apresentado o vocabulário matemático que será utilizado no nível; é importante o professor saber quais os conhecimentos prévios que cada aluno deverá estudar.

Fase 2 (Orientação Direta): a partir do material de estudo escolhido pelo professor, o aluno deve explorar e buscar se relacionar com ele; as atividades devem ter como objetivo obter respostas específicas e diretas.

Fase 3 (Explicitação): o professor exerce o papel de observador; já os alunos devem revelar entre si os pensamentos obtidos acerca do conteúdo, pois assim os diferentes pontos de vista contribuirão para uma análise mais aprofundada do conteúdo individualmente.

Fase 4 (Orientação Livre): diante de atividades mais trabalhadas e complexas, o aluno pode desenvolver um processo de resolução, chegando cada um em diferentes resultados. Isto é, ganham experiências e principalmente autonomia e autoestima para resolverem problemas.

Na última, porém, não menos importante, Fase 5 (Integração), o aluno relê e resume o que foi aprendido, com o objetivo de formar uma visão geral da nova rede de objetos e relações. Assim, o aluno alcança um novo nível de pensamento. No final da quinta fase, os alunos alcançaram um novo nível de pensamento. O novo domínio de raciocínio substitui o antigo, e os alunos estão prontos para repetir as fases de aprendizado no nível seguinte.

Até a década de 1970, o modelo era pouco conhecido. Nessa época, então, houve a implementação de vários projetos utilizando o modelo nos Estados Unidos. Isso, de certa forma, impulsionou a tradução de muitos artigos de Van Hiele para o inglês, divulgando de forma ampla suas ideias.

A compreensão clara da teoria por parte do professor pode contribuir, sobremaneira, para a sua prática docente. Atento, o professor poderá monitorar seus estudantes, para que não exija deles conhecimentos além daqueles que eles são capazes de demonstrar em determinado momento. Como consequência, pode criar estratégias para que o estudante desenvolva habilidades que lhe permitam passar a um nível posterior ao que se encontra.

Para Villiers (2010), a distinção desses cinco níveis de raciocínio é a principal característica do modelo. Cada nível envolve a compreensão e utilização de conceitos geométricos de maneira diferente, o que se reflete na forma de interpretá-los, defini-los, classificá-los e fazer demonstrações.

De acordo com o modelo original da Teoria de Van Hiele, as pessoas desenvolveriam o pensamento geométrico conforme cinco níveis, enumerados de 0 a 4. Respeitando as críticas dos pesquisadores americanos sobre a relevância do nível zero, em 1986, Pierre M. Van Hiele escreveu o livro *Structure e Insight: A Theory of Mathematics Education*, propondo uma simplificação do modelo original, com os níveis enumerados de 1 a 5, descritos em termos gerais e comportamentais (OLIVEIRA, 2012). Contudo, utilizaremos os níveis conforme estudos originais dos holandeses Van Hiele, ou seja, de 0 a 4.

Para Van Hiele, um nível mais elevado é alcançado à medida que as regras do nível precedente se tornam explícitas, a fim de se obterem novas estruturas. Considera-se também a maturação do sujeito durante o processo (NASSER; LOPES, 1996).

No que segue, apresentamos uma descrição de cada um dos níveis de Van Hiele.

1.2.1 Nível 0 – Reconhecimento/visualização

Inicialmente, os níveis de Van Hiele eram enumerados de 1 a 4. Contudo, estudos posteriores mostraram que era necessário um nível inferior ao primeiro, que foi denominado Nível 0. Pereira, Silva e Motta Jr. (2005) nomeiam esse nível de visualização. Ele é essencialmente visual e a linguagem adotada deve ser simples e objetiva, ou seja, uma linguagem com a qual os estudantes estejam acostumados no cotidiano deles. Isso facilita a compreensão dos estudantes que vão, com o auxílio do professor e nos níveis mais avançados, adquirindo uma linguagem mais formal da

Matemática. Nesse nível, os estudantes ainda não são capazes de resolver problemas ou de dar uma resposta concreta a uma questão.

De acordo com estudos de Nasser e Sant´anna (1998), nesse nível, a criança reconhece figuras geométricas por sua aparência global, mas ainda não é capaz de identificar propriedades geométricas bem como fazer generalizações. Exemplo: o aluno identifica a figura de um quadrado e, ao ser perguntado por que, a resposta é do tipo: "porque se parece com um quadrado". Ao final desse nível, os alunos são capazes de identificar retângulos, losangos e outras figuras básicas, sempre com relação a algo conhecido.

1.2.2 Nível 1 – Descrição/análise

No Nível 1, o aluno é capaz de aplicar as propriedades já conhecidas das figuras, distinguir o que é semelhante ou não e até mesmo dizer em que elas se diferenciam. O estudante terá atingido o máximo desse nível, quando for capaz de fazer uso sistemático das propriedades, para resolver problemas (NASSER; SANT'ANNA, 1998).

Isso pode ser observado, por exemplo, quando o estudante é capaz de construir raciocínio individual sem sequer receber a ajuda do professor. "No início deste nível, o aluno é capaz de criar um pensamento um pouco mais abstrato que no nível anterior, sugerindo soluções e respostas sem mesmo concretizar o desenho. As propriedades são utilizadas para conceituar classes de configurações" (CROWLEY,1994, p.3), mas raciocinam através de uma análise informal, a partir da observação e experiência.

O objetivo desse nível é que o aluno compreenda o que é teorema na prática. Sendo assim, é importante que as relações entre teoremas sejam abordadas em sala de aula com cautela pelo professor, mesmo que ainda estejam no Nível 1. O aluno será capaz de operar com as propriedades já vistas em sala, analisando as relações matemáticas presentes no conteúdo trabalhado (PEREIRA; SILVA; MOTTA JR., 2005).

É de suma importância que o professor, desde o princípio da abordagem das propriedades, evite conflito entre linguagens utilizadas. Ele deve introduzir conceitos e palavras novas, correlacionando-as com as correspondentes, na linguagem informal utilizada no nível anterior (PONTE; SERRAZINA, 2000).

No Nível 1, o conteúdo se torna mais descritivo, com foco nas propriedades e no desenvolvimento de uma nova linguagem. Alguns alunos podem buscar informações sobre a validade dessas propriedades, e até dar alguma explicação detalhada do conteúdo.

Além disso, eles são capazes de generalizar propriedades, separar propriedades semelhantes, mas sem explicar as relações entre elas, e conseguem utilizá-las para resolver problemas.

Através de experimentações, o aluno estará apto a deduzir outras propriedades que ainda não foram explicadas ou expostas pelo professor. Nasser (1990) considera que esse é o nível da análise, em que o aluno conhece e analisa as propriedades das figuras geométricas, porém, não relaciona de forma explícita a várias figuras ou propriedades entre si. Por exemplo, o aluno sabe que o quadrado tem quatro lados iguais e quatro ângulos retos.

1.2.3 Nível 2 – Abstração/dedução informal

Van Hiele comenta que alunos do Nível 0 têm pensamentos muito divergentes, e, no Nível 1, começam a ter ideias bem semelhantes. No Nível 2, eles serão capazes de chegar a um senso comum. A partir do início do Nível 2, o professor pode utilizar três passos para elaborar sua sequência didática:

Primeiro, apresentando aos alunos o problema; segundo, mostrando as hipóteses possíveis para a resolução desse problema; terceiro, mostrando como é obtida a resolução do problema.

Nesse nível, o aluno deve ser capaz de compreender demonstrações simples e conseguir realizar suas próprias demonstrações, ainda que não sejam formais. Esse é o nível da ordenação. Nele, o aluno “relaciona as figuras entre si, de acordo com suas propriedades, mas não domina o processo dedutivo. Exemplo: o aluno sabe que todo quadrado é um retângulo, e que todo retângulo é um paralelogramo” (NASSER; SANT’ANNA, 1998).

Depois de atingir esse nível, mesmo que não tenha contato com o conteúdo por algum tempo, o estudante é capaz, caso seja solicitado, de recordar algo referente a ele, pois já houve sua consolidação.

O vocabulário utilizado pelos estudantes passa a ser mais sofisticado e eles compreendem a linguagem mais técnica. É comum o aluno questionar a veracidade das propriedades expostas para ele. Isso pode levá-lo a buscar novos caminhos para um conhecimento teórico mais avançado, satisfazendo sua curiosidade, de modo que compreenda, por si só, algo que aprendeu.

Alunos já avançados nesse nível são capazes de criar relações lógicas entre as informações obtidas, bem como as definições e teoremas são compreendidos facilmente. O aluno pode ser capaz de transformar os conhecimentos obtidos no nível anterior em um conjunto de propriedades estruturadas. As definições são elaboradas por ele de maneira organizada e sem redundância. Entende o significado de demonstrações geométricas e compreende provas formais. No entanto, não consegue criar sozinho suas provas formais.

Os alunos começam a visualizar as figuras geométricas com outro olhar e conseguem perceber que essas formas estão constituídas por elementos e respectivas propriedades. O retângulo, que era considerado parecido com a porta, com o livro, no Nível 1, passa a ser percebido como um quadrilátero, com lados paralelos dois a dois, com 4 ângulos retos, com lados opostos com medidas iguais de comprimento (JAIME; GUTIERREZ, 1990).

1.2.4 Nível 3 – Lógico/Dedução formal

Nesse nível, as propriedades aprendidas tornar-se-ão teoremas e os alunos começarão a compreender como são realizadas suas demonstrações formais. Nos estudos de Van Hiele, é salientado que muitas vezes, no Ensino Básico, é comum que alunos atinjam somente os níveis 0, 1 e 2. Mesmo com boas notas, nem sempre o aluno atinge o Nível 3, pois a passagem do Nível 2 para o Nível 3 não é dada de forma trivial. Muitas vezes, o estudante não tem sequer interesse de atingi-lo ou, quando isso ocorre, ele apresenta muita dificuldade. Van Hiele sugere, então, que esse nível e o próximo são mais adequados para um momento posterior ao Ensino Básico.

Quando o estudante atinge esse nível, consegue operar facilmente, utilizando-se das propriedades já aprendidas. Sendo assim, para que esse nível esteja completo, é necessário que o aluno consiga compreender todo o sistema lógico dedutivo, distinguindo teoremas, axiomas e definições. É de suma importância que o professor reconheça que nem todos os alunos alcançarão esse nível.

De acordo com Nasser e Sant’anna (1998), esse é o nível da dedução, no qual o aluno compreende o processo dedutivo. A recíproca de um teorema, as condições necessárias são suficientes, mas o aluno não sente necessidade de usar rigor matemático. Um exemplo para alunos nesse nível seria a demonstração de propriedades dos triângulos e quadriláteros, usando a congruência de triângulos.

No Nível 3, o aluno é capaz de reconhecer, em diferentes situações, quando e como usar informações auxiliares e consegue deduzir consequências de informações dadas. O aluno começa a aceitar, nesse ponto, que é possível obter o mesmo resultado para um problema, utilizando-se de recursos diferentes, ou seja, percorrer caminhos distintos e chegar ao mesmo ponto. Reconhece que há formas diferentes de se demonstrar uma propriedade. Consegue trabalhar de maneira mais natural com situações abstratas e confia que a demonstração é uma autoridade final.

1.2.5 Nível 4 – Axiomática formal/rigor

A distância entre o Nível 3 e o Nível 4 é maior que entre os outros níveis. Na prática, são poucos os estudantes que atingem esse nível. Quando isso ocorre, o estudante é capaz de realizar deduções demonstrativas e até mesmo demonstrações por reduções ao absurdo. Ele é capaz de encontrar soluções para uma grande diversidade de problemas geométricos.

Para confirmar se o aluno completou o Nível 4, é necessário que haja uma entrevista individual com ele, devido à complexidade desse nível. Até mesmo matemáticos avançados necessitam retornar ao Nível 3, para conseguir encontrar e corrigir as possíveis falhas e lacunas do aprendizado, o que é essencial para o desenvolvimento no Nível 4.

A tese de Van Hiele e de estudos posteriores não especificam e detalham com clareza os objetivos desse nível. Isso porque acredita-se que o aprofundamento do conhecimento do aluno nesse nível não seja alcançado em séries do Ensino Básico (NASSER; SANT´ANNA, 1998).

Algumas características podem ser citadas sobre o Nível 4 como, por exemplo, o aluno ser capaz de usar a verificação, a indução e a inferência relativas aos princípios geométricos; conseguir transitar facilmente entre axiomas não euclidianos; utilizar modelos matemáticos para representar sistemas abstratos.

1.3 A Base Nacional Comum Curricular (BNCC)

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), como o próprio nome informa, é um documento que serve de base para guiar as ações dos professores e das escolas, de modo a garantir que todos os estudantes tenham acesso a um conjunto de aprendizagens essenciais à sua formação. De modo geral,

> A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de

> caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, assegurando os direitos, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional da Educação (PNE) (BRASIL, 2018, p. 7).

A homologação da BNCC ocorreu no dia 20 de dezembro de 2017, pelo então ministro da Educação, Mendonça Filho. No dia 22 de dezembro do mesmo ano, o Conselho Nacional de Educação (CNE) apresenta a resolução CNE/CP Nº 2, que institui e orienta a implantação da BNCC. Em 02 de abril de 2018, o Ministério da Educação (MEC) entregou a terceira versão da BNCC do Ensino Médio ao CNE, que iniciou um processo público para debatê-la. Em 14 de dezembro de 2018, a versão final da BNCC foi homologada pelo ministro da Educação, Rossieli Soares, com a inclusão da etapa do Ensino Médio. Dessa forma, a BNCC buscará atingir o objetivo de uma Base para toda a Educação Básica brasileira (BRASIL, 2018).

A Base faz parte de uma política nacional da Educação Básica que contribuirá para a regulamentação de outras políticas públicas e ações governamentais, em todos os âmbitos sociais (federal, estadual e municipal), desenvolvimento de conteúdos educacionais e critérios necessários para que seja viável e adequada e que tenha infraestrutura para o pleno desenvolvimento educacional (BRASIL, 2018).

A Constituição de 1988, em seu artigo 205, reconhece a educação como direito fundamental compartilhado entre Estado, família e sociedade, ao determinar que a educação, direito de todos e dever do Estado e da família, será promovida e incentivada com a colaboração da sociedade, visando ao pleno desenvolvimento da pessoa, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho (BRASIL, 2018).

A BNCC propõe a superação da fragmentação radicalmente disciplinar do conhecimento, o estímulo à sua aplicação na vida real, a importância do contexto para dar sentido ao que se aprende e o protagonismo do estudante em sua aprendizagem e na construção de seu projeto de vida. A primeira tarefa de responsabilidade direta da União será a revisão da formação inicial e continuada dos professores para alinhá-las à BNCC (BRASIL, 2018).

A atuação do Ministério da Educação, além do apoio financeiro e formativo, deverá fomentar inovações e a disseminação de casos de sucesso; o apoio a experiências curriculares inovadoras; a incentivo com oportunidades de acesso a conhecimentos e experiências de outros países; e, ainda, o fomento de estudos e pesquisas sobre currículos (BRASIL, 2018).

Em busca de uma abordagem mais específica para nossa pesquisa, visamos estudar o que a BNCC aborda sobre as Competências específicas de Matemática referentes ao Ensino de Geometria. Contudo, a fundamentação teórica de nosso estudo são pesquisas e estudos de Van Hiele, que descreveram sobre os níveis do pensamento geométrico (JAIME; GUTIERREZ, 1990).

Buscamos compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, aprender com as diferenças e as diversidades, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções (BRASIL, 2018).

A Geometria é um dos campos da matemática que mostra a amplitude de estudar um conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico, próximos à realidade, e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, nessa unidade temática, estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos (BRASIL, 2018).

É importante, também, considerar o aspecto funcional que deve estar presente no estudo da Geometria: as transformações geométricas, sobretudo as simetrias. As ideias matemáticas fundamentais associadas a essa temática são, principalmente, construção, representação e interdependência (BRASIL, 2018).

1.4 A teoria de Van Hiele e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC)

Estudos que explicitam conexões entre as habilidades em geometria defendidas pela BNCC e os níveis do pensamento geométrico de Van Hiele são escassos. Pensando nisso, este estudo pode contribuir para que o professor de Matemática do Ensino Fundamental I aprenda um pouco sobre os níveis de Van Hiele, com o objetivo de poder avaliar em que nível do pensamento geométrico seus alunos se encontram, e adequar as atividades para que elas permitam aos alunos o desenvolvimento das habilidades sugeridas na BNCC.

Em nossas pesquisas, encontramos apenas dois trabalhos que dialogam com o nosso.

Kuhn e Quadros (2020) realizaram um trabalho de cunho qualitativo, cujo objetivo foi refletir sobre o ensino de geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental, para instrumentalizar professores, aqueles que podem mediar o processo de construção do conhecimento geométrico. Como parte do estudo, os autores realizaram uma pesquisa bibliográfica, tendo como fontes livros e artigos com foco na teoria dos níveis de conhecimento geométrico de Van Hiele (1957). Em outro momento, os autores apresentam, em um quadro, possíveis associações entre habilidades da BNCC e os níveis da teoria de Van Hiele, além de apresentarem possibilidades para a sala de aula que permitam ao professor avaliar em que nível o aluno se encontra.

Na presente pesquisa, nós também fizemos associações entre habilidades da BNCC e os níveis de Van Hiele. Contudo, as atividades que propusemos são distintas daquelas apresentadas por Kuhn e Quadros (2020).

O estudo concluiu que, no ensino de geometria, o professor conhecer os níveis do pensamento geométrico de Van Hiele constitui um subsídio importante para ele avaliar o nível do pensamento geométrico em que se encontram seus alunos. Além disso, o estudo concluiu que os professores deveriam associar esse conhecimento teórico às propostas da BNCC.

Pontes e Campos (2018) apresentaram parte de um estudo, cujo objetivo foi construir uma proposta de formação em geometria para os professores que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental, baseada no modelo de Van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico como uma importante estratégia para ensinar geometria desde os anos iniciais.

Os autores destacam que o conhecimento dos níveis de Van Hiele, por parte dos professores, sobretudo o Nível 0, da visualização, poderá contribuir em sua prática docente. Os conteúdos de geometria serão aqueles elencados por documentos oficiais como Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Contudo, esse estudo se propõe a associar habilidades sugeridas nesses documentos com os níveis de Van Hiele, como nós fizemos.

CAPÍTULO 2

RELAÇÕES ENTRE HABILIDADES DA BNCC E OS NÍVES DE VAN HIELE

O quadro, a seguir, apresenta três colunas. Na primeira, especifica-se o ano do Ensino Fundamental para o qual apresentaremos as habilidades em geometria, contidas na BNCC. Na segunda coluna apresentamos as habilidades e objetos de conhecimento. Na terceira, apresentamos o nível (ou níveis) de Van Hiele correspondentes àquela habilidade.

Quadro 1 – Relações entre habilidades da BNCC e os níveis de Van Hiele

Ano/ Série	**Habilidades e Objetos de Conhecimento**	**Níveis de Van Hiele**
1º Ano	(EF01MA11) Localização de objetos e de pessoas no espaço, utilizando diversos pontos de referência e vocabulário apropriado. •Figuras geométricas espaciais: reconhecimento e relações com objetos familiares do mundo físico; •Figuras geométricas planas: reconhecimento do formato das faces de figuras geométricas espaciais. (EF01MA12) Descrever a localização de pessoas e de objetos no espaço segundo um dado ponto de referência, compreendendo que, para a utilização de termos que se referem à posição, como direita, esquerda, em cima, em baixo, é necessário explicitar-se o referencial. (EF01MA14) Identificar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo) em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em contornos de faces de sólidos geométricos.	NÍVEL 0 – RECONHECIMENTO / VISUALIZAÇÃO
2º Ano	(EF02MA12) Identificar e registrar, em linguagem verbal ou não verbal, a localização e os deslocamentos de pessoas e de objetos no espaço, considerando mais de um ponto de referência, e indicar as mudanças de direção e sentido. •Localização e movimentação de pessoas e objetos no espaço, segundo pontos de referência, e indicação de mudanças de direção e sentido;	NÍVEL 0 – RECONHECIMENTO / VISUALIZAÇÃO
	(EF02MA13) Fazer esboço de roteiros e de plantas simples; •Figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera): reconhecimento e características; •Figuras geométricas planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo): reconhecimento e características. (EF02MA15) Reconhecer, comparar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo), por meio de características comuns, em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em sólidos geométricos. • Figuras geométricas planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo): reconhecimento e características.	NÍVEL 1 – DESCRIÇÃO / ANÁLISE
3º Ano	(EF03MA12) Descrever e representar, por meio de esboços de trajetos ou utilizando croquis e maquetes, a movimentação de pessoas ou de objetos no espaço, incluindo mudanças de direção e sentido, com base em diferentes pontos de referência. •Localização e movimentação: representação de objetos e pontos de referência. (EF03MA13) Associar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera) a objetos do mundo físico e nomear essas figuras;	NÍVEL 1 – DESCRIÇÃO / ANÁLISE

	(EF03MA14) Descrever características de algumas figuras geométricas espaciais (prismas retos, pirâmides, cilindros, cones), relacionando-as com suas planificações.	
	(EF03MA15) Classificar e comparar figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo) em relação a seus lados (quantidade, posições relativas e comprimento) e vértices. •Figuras geométricas planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo): reconhecimento e análise de características. (EF03MA16) Reconhecer figuras congruentes, usando sobreposição e desenhos em malhas quadriculadas ou triangulares, incluindo o uso de tecnologias digitais. •Congruência de figuras geométricas plana.	NÍVEL 1 – DESCRIÇÃO / ANÁLISE NÍVEL 2 – ABSTRAÇÃO / DEDUÇÃO INFORMAL (Introdução e desenvolvimento)
4º Ano	(EF04MA16) Descrever deslocamentos e localização de pessoas e de objetos no espaço, por meio de malhas quadriculadas e representações com desenhos, mapas, planta baixa e croquis, empregando termos como direita e esquerda, mudanças de direção e sentido, intersecção, transversais, paralelas e perpendiculares.	NÍVEL 2 – ABSTRAÇÃO / DEDUÇÃO INFORMAL.
	(EF04MA17) Associar prismas e pirâmides a suas planificações e analisar, nomear e comparar seus atributos, estabelecendo relações entre as representações planas e espaciais. (EF04MA18) Reconhecer ângulos retos e não retos em figuras poligonais com o uso de dobraduras, esquadros ou softwares de geometria. (EF04MA19) Reconhecer simetria de reflexão em figuras e em pares de figuras geométricas planas e utilizá-la na construção de figuras congruentes, com o uso de malhas quadriculadas e de softwares de geometria.	NÍVEL 1 – DESCRIÇÃO / ANÁLISE
5º Ano	(EF05MA14) Utilizar e compreender diferentes representações para a localização de objetos no plano, como mapas, células em planilhas eletrônicas e coordenadas geográficas, a fim de desenvolver as primeiras noções de coordenadas cartesianas. • Plano cartesiano: coordenadas cartesianas (1º quadrante) e representação de deslocamentos no plano cartesiano. (EF05MA15) Interpretar, descrever e representar a localização ou movimentação de objetos no plano cartesiano (1º quadrante), utilizando coordenadas cartesianas, indicando mudanças de direção e de sentido e giros. • Figuras geométricas espaciais: reconhecimento, representações, planificações e características. • Figuras geométricas planas: características, representações e ângulos. (EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos. (EF05MA17) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais. • Ampliação e redução de figuras poligonais em malhas quadriculadas: reconhecimento da congruência dos ângulos e da proporcionalidade dos lados correspondentes. (EF05MA18) Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.	NÍVEL 2 - ABSTRAÇÃO / DEDUÇÃO INFORMAL

Após a análise, comparação das habilidades e objetivos, buscamos dialogar com a teoria de Van Hiele, com foco nas abordagens para o desenvolvimento do pensamento geométrico de estudantes do Ensino Fundamental I, nos níveis 0, 1 e 2.

Considerando que em um mesmo ciclo letivo é possível verificar uma dissociação lógica, isto é, uma "mistura" de níveis não conciliável com o proposto na teoria do casal Van Hiele, propomos uma aprendizagem da geometria que possa ocorrer em níveis de desenvolvimento e avanços construtivos no conhecimento geométrico.

Nessa perspectiva, um estudante, atendendo aos Critérios de Avaliação da Matemática, pode obter um desempenho satisfatório, porém, apresentar dificuldades em geometria, uma vez que as vivências adequadas são mais importantes no desenvolvimento dessa área do que a idade cronológica.

Os níveis de aprofundamento dos conteúdos relacionados com a expansão da compreensão dos alunos deverão ser construídos, de acordo com Nasser e Sant'anna (1998), com a teoria Vanhieleana estabelecendo níveis hierárquicos, no sentido de que o aluno só atinge determinado nível de raciocínio após dominar os níveis anteriores. Assim, um mesmo tema será explorado e abordado em diferentes momentos da aprendizagem, levando à consolidação a partir da maior variedade de relações adequadas ao seu nível e série.

As habilidades para o 1º ano, listadas na tabela anterior – (EF01MA011), que prevê a capacidade de o estudante localizar objetos e pessoas no espaço; (EF01MA12), que também prevê a capacidade de o estudante fazer localizações de objetos e pessoas no espaço, mas utilizando termos relativos à posição, como direita, esquerda, em cima, em baixo, e a habilidade (EF01MA14), que prevê que a criança identifique e nomeie figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo) em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em contornos de faces de sólidos geométricos –, se relacionam à capacidade de visualizar e nomear figuras planas. Sendo assim, essas habilidades parecem estar associadas ao Nível 0 de Van Hiele, que é essencialmente visual.

As figuras geométricas, por exemplo, são reconhecidas por sua forma como um todo, isto é, por sua aparência física, não por suas partes ou propriedades (CROWLEY, 1994, p. 2).

Contudo, a habilidade (EF01MA14) prevê a identificação de figuras planas a partir de seus nomes formais, o que pode não ocorrer. Podemos encontrar crianças no Nível 0 que consigam fazer isso e outras que utilizem nomes mais familiares a elas naquele momento, como, por exemplo, chamar de redondo algo que lembra um círculo.

Segundo Souza (2018), o aluno do 1º Ano será capaz de reconhecer quadrados, retângulos e círculos, podendo realizar cópias no papel e identificar que o círculo é redondo. No entanto, são apenas habilidades visuais, pois, nesse estágio, não é capaz de reconhecer ângulos, nem lados paralelos.

Dentre as habilidades esperadas de uma criança no 2º Ano do EF, a habilidade (EF02MA012), que prevê a identificação de pessoas e objetos no espaço, considerando mais de um ponto de referência e indicar as mudanças de direção e sentido, ainda parece se referir ao Nível 0.

Já as habilidades (EF02MA13) e (EF02MA15), que visam reconhecimento, comparação e nomeação de figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo), por meio de características com auxílio de esboços de roteiros e plantas simples, acreditamos que se relacionem ao Nível 1 da Teoria de Van Hiele.

O estudante pode, por exemplo, reconhecer figuras geométricas espaciais e planas, nomeá-las e saber algumas de suas características. Ele também será capaz de apresentar algumas propriedades já conhecidas das figuras, distinguir o que é semelhante, ou não, e até mesmo dizer em que elas se diferenciam. Contudo, de acordo com Burger e Shaughnessy (1986), esse agrupamento por semelhança ocorre baseado em somente uma propriedade, um exemplo que podemos dar é o caso dos quadrados e retângulos.

É possível que a criança consiga agrupar um quadrado (que sempre é retângulo) e um retângulo (que pode ser um quadrado, mas não necessariamente) em um mesmo grupo, observando a quantidade de lados, somente. Por não levar em consideração outras características, a criança evita inclusões de classe entre as diferentes classes de figuras, ou seja, quadrados e retângulos têm quatro lados, mas são considerados disjuntos (BURGER E SHAUGHNESSY, 1986).

As habilidades (EF03MA13) e (EF03MA14), que devem ser desenvolvidas no 3º Ano, parecem estar associadas aos níveis 0 e 1. A associação de figuras geométricas espaciais (cubo, pirâmide, cilindro, esfera, etc) a objetos do mundo físico e a nomeação dessas figuras por seus nomes (EF03MA13) se relacionam, respectivamente, ao Nível 0, essencialmente visual, e ao Nível 1, no qual o estudante já não mais utiliza uma linguagem informal para nomear as figuras. Descrever características de figuras espaciais relacionando-as às suas planificações (EF03MA14) se relaciona ao Nível 1, já que, nesse nível, o aluno conhece e analisa as propriedades das figuras geométricas.

Vale ressaltar que, de acordo com a habilidade (EF02MA15), a criança deverá ser capaz de nomear figuras pelos seus nomes formais, em sintonia com o Nível 1. Caso uma criança ainda tenha dificuldade para fazer isso e ainda nomeie as figuras a partir de linguagem própria, informal, cotidiana, é importante evitar o conflito entre as linguagens utilizadas. Deve-se introduzir conceitos e palavras novas correlacionando-as com as correspondentes na linguagem informal utilizada no nível anterior.

De acordo com Cassiano e Malcus (2020), o uso de sólidos geométricos e embalagens variadas, como latas e caixas, permite estabelecer relações entre as figuras geométricas espaciais e planas. Com esses materiais, é possível desenvolver planificações, auxiliar na percepção de perspectivas, que podem ser realizadas a partir de indagações e levantamento de hipóteses, a fim de provocar a investigação, tentativa e erro dos estudantes.

Relacionando as habilidades (EF03MA15) e (EF03MA16) com a teoria de Van Hiele, verifica-se que é possível a consolidação do Nível 1, pois o reconhecimento, classificação e comparação entre as figuras planas deveriam ter sido trabalhados ao longo dos anos iniciais, com fundamentação e exploração do meio, espaço e objeto por parte do aluno. Verifica-se que há possibilidade de introdução ao Nível 2, onde estudantes são capazes de retomar conceitos já desenvolvidos anteriormente, que devem chegar à consolidação das relações geométricas (JAIME; GUTIERREZ,1990).

Acreditamos que seja possível estabelecer relações entre o início do 2º ciclo (4º Ano), do desenvolvimento das capacidades cognitivas matemáticas dos alunos, com o Nível 2 (Dedução informal) da Teoria de Van Hiele, momento em que o aluno deve ser capaz de estabelecer relações entre alguns elementos dos objetos, compreender demonstrações simples e conseguir realizar suas próprias demonstrações, ainda que não sejam formais. Descobrem regularidades e propriedades geométricas, ampliando suas hipóteses (NASSER; SANT'ANNA, 1998).

O professor deve levar em consideração, para o planejamento das aulas de geometria, a Teoria dos Van Hiele, respeitando-se as fases da aprendizagem e os níveis para desenvolvimento e avanço do pensamento geométrico. Segundo Pais (1996), permitir que o aluno vivencie, de fato, todas as fases e níveis em suas devidas realidades e proporções é de suma importância. O professor deve descobrir em que nível seu aluno se encontra e propor intervenções que busquem amenizar as distâncias entre os níveis.

Como uma proposta para mediação, as observações e intervenções por parte dos professores devem buscar dialogar com as competências. É importante ressaltar que um trabalho constante com construção e formas poderá levar o aluno a observar semelhanças, composições e decomposições de figuras, relacionando-as coerentemente às suas características. Uma sugestão de estímulo e incentivo para despertar esse interesse pelo ensino da Geometria é a valorização do meio em que o aluno está inserido (Pires, Curi e Campos, 2000).

Levando em consideração as habilidades contidas na BNCC, podemos relacionar a (EF04MA16) do 4º Ano do Ensino Fundamental ao Nível 2 (Abstração/dedução informal) da Teoria de Van Hiele. Nesta etapa de avanço do pensamento geométrico haverá análise e desenvolvimento, o moderador poderá propor ações de manipulação de objetos, comunicação e aplicação em situações-problema.

As outras habilidades presentes no 4º Ano, como, por exemplo (EF04MA17), (EF04MA18) e (EF04MA19), acreditamos que estejam em sintonia com o que apresenta o Nível 1 da teoria, pois, nesse momento do processo de formação, os conteúdos de prismas, pirâmides e ângulos serão introduzidos. Referente à identificação de simetria entre objetos e figuras planas, os alunos são capazes de comparar, nomear e analisar os seus atributos.

Embora tenhamos feito uma aproximação entre habilidades estabelecidas pela BNCC e os níveis de Van Hiele, para os quatro primeiros anos do Ensino Fundamental, é importante ressaltar que, nas classes de Matemática, sempre heterogêneas, no que diz respeito ao que sabe cada aluno, é natural que encontremos alguns em níveis diferentes dos outros. Nesse caso, o professor poderá usar estratégias para aproximar aqueles que estão em níveis abaixo do esperado, porque “o processo, ou a falta dele, de um nível para outro, depende mais dos conteúdos e métodos de ensino recebidos do que da idade” (KALEFF et al, 1994, p. 6). Por isso

> [...] é fundamental que os professores conheçam o nível de pensamento geométrico em que os estudantes estão. Orientando-se pela teoria dos Van Hiele é possível promover essa observação e, assim, propor ações para o desenvolvimento da aprendizagem. [...] Pautado na teoria dos Van Hiele e por meio de atividades adequadas, respeitando os níveis e as fases de aprendizagem, é que o professor deveria planejar suas aulas, para auxiliar na construção do conhecimento geométrico

pelos estudantes (KUHN; QUADROS, 2020, p. 249-250).

Além disso, segundo Moreira (2012), citado por Kuhn e Quadros (2020), o professor deve iniciar por um nível mais baixo ou o mais próximo atingido pela turma, para que todos tenham chance de desenvolver o pensamento geométrico e estabelecer relações entre suas experiências e seus conhecimentos prévios.

O 5º Ano do Ensino Fundamental, último ano do Ciclo II, contempla a BNCC com cinco habilidades para o tema de Geometria, assim, tentaremos relacioná-las com seus objetos de conhecimento e a possibilidade de diálogo com a Teoria dos Van Hiele, que, conforme Kuhn e Quadros (2020), associa esse ano ao Nível 2 – Abstração. Para Nasser e Sant´anna (1998), esse é o nível da ordenação. Nele, o aluno relaciona as figuras entre si, de acordo com suas propriedades, mas não domina o processo dedutivo.

Costa, Pereira e Mafra (2011) sugerem a utilização do Geoplano como um instrumento didático que propicia a representação mental e desenvolvimento do pensamento abstrato, que visa proporcionar uma boa compreensão aos estudantes. Geoplano Retangular é um material didático concreto que possibilita aos alunos uma melhor visualização das formas de figuras planas, como também auxilia nos cálculos de áreas e de perímetros de diversos tipos de polígonos regulares e irregulares, permitindo sua participação ativa.

A Habilidade (EF05MA17), que contempla o reconhecimento, nomeação e comparação de polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e a possibilidade de desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais, pode ser associada ao Nível 2 – Dedução Informal. Nesse caso, é interessante que se faça uso de recursos audiovisuais a partir de modelos tridimensionais, com possibilidade de modificação virtual, construindo, assim, uma relação entre a representação no plano (quando o sólido está representado na tela do computador) e o modelo concreto (quando o usuário interage com um modelo tridimensional do sólido). Abordar atividades matemáticas com recursos tecnológicos enfatiza um aspecto fundamental da disciplina, que é a experimentação (BRAGA; PAULA, 2010).

Além do material concreto, a utilização de softwares, como o Poly1, para o estudo de planificação e rotação de poliedros de diferentes formas é um bom recurso para trabalhar os elementos da Geometria Plana. Assim, a análise e a relações com sólidos geométricos, levará à obtenção e aplicação de fórmulas utilizadas nos cálculos de área desses sólidos, indicando a partir do tridimensional para o bidimensional (NASSER; SANT´ANNA, 1998). Assim, podemos dizer que seria interessante o uso desse software nesse nível, pois, se analisarmos a habilidade (EF05MA16), que visa associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones), analisar, nomear e comparar seus atributos, veremos a grande contribuição desse recurso. Então, o mediador desses encontros deve se capacitar para o uso de tecnologias digitais, com o objetivo de auxiliar o desenvolvimento do pensamento geométrico nos alunos.

Podemos, assim, dizer que o 5º Ano do processo de escolarização de um estudante que experimenta as vivências escolares, embasadas na BNCC, está fortemente associado ao Nível 2. De acordo com Nasser e Sant’Anna (1998), nessa etapa da construção do pensamento geométrico, o aluno será capaz de enxergar/visualizar as figuras geométricas com outro olhar e perceber que essas formas são constituídas de elementos e propriedades, o que é visto na maioria das habilidades previstas para esse ano. Por exemplo, de acordo com a (EF05MA18), o aluno deve ser capaz de reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.

CAPÍTULO 3

PROPOSTAS DE ATIVIDADE DE GEOMETRIA

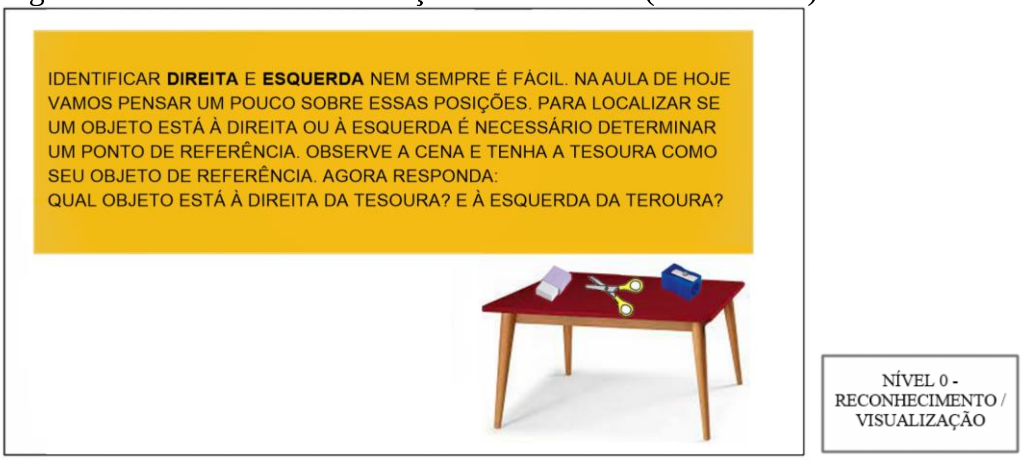
Apresentaremos algumas propostas de atividades para os anos iniciais do Ensino Fundamental e habilidades presentes na BNCC. Utilizamos de alguns planos de aula presentes na Plataforma Digital, Nova Escola e o a pesquisa de Tânia Santos e Rosana Biani, desenvolvida pela UNICAMP (2019), além de fundamentação nos Parâmetros Curriculares Nacional (PCN, 1997).

1º Ano - Habilidades **(EF01MA11)** e **(EF01MA12)**

Figura 5 - Referente à identificação da habilidade (EF01MA11)

Fonte: Adapatada de Freitas (2019)

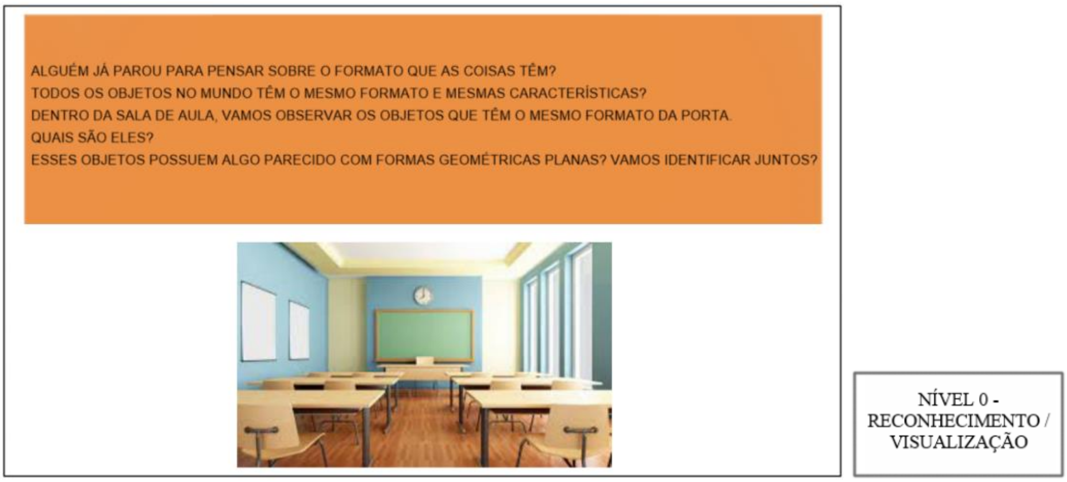
Figura 6 - Referente à identificação da habilidade (EF01MA12)



Fonte: Adapatada de Freitas (2019)

Para que o professor aborde a Habilidade **(EF01MA14)**, deverá conduzir o aluno a identificar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo) em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em contornos de faces de sólidos geométricos. Assim, podemos trazer algumas sugestões de atividades que podem auxiliar o mediador a visualizar e até mesmo avaliar o processo de desenvolvimento desse pensamento geométrico dos alunos.

Figura 7 - Referente à identificação da habilidade (EF01MA14)



Fonte: Adaptada de Santos (2021)

Este primeiro estímulo, poderá acontecer junto aos alunos no começo de uma aula para conduzir as percepções de figuras planas, a partir de uma analogia com o espaço que estiver inserido. Posteriormente, trazer para discussão a identificação e visualização dessas formas geométricas em objetos do meio.

E assim, o professor poderá trazer maneiras dos alunos perceberem que as formas/figuras geométricas planas, abordadas pela BNCC, são visualizadas a partir de uma identificação, desenvolvimento e manipulação desses objetos no meio em que estão inseridos. Seria interessante perguntarmos aos alunos, quais objetos do espaço possuem formas 'semelhantes' às figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo).

Figura 8 - Referente à identificação da habilidade (EF01MA14)

Fonte: Adaptada de Santos (2021)

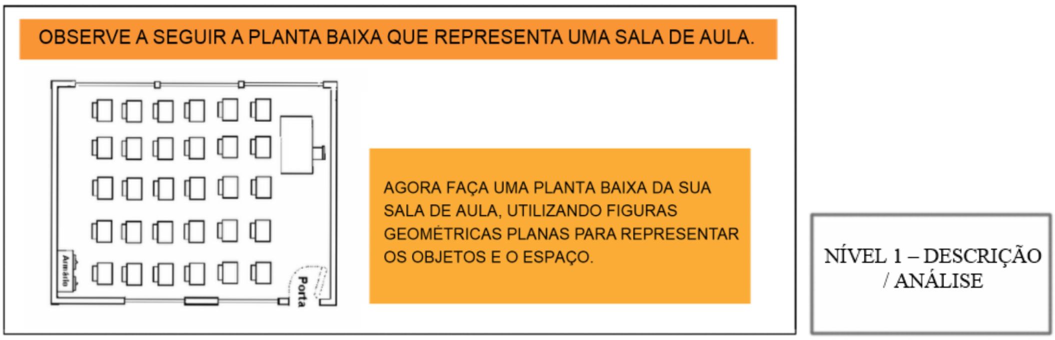
2º Ano - Habilidade **(EF02MA12)**

Figura 9 - Referente à identificação da habilidade (EF02MA12)

Fonte: Adaptada de Coordenação Estadual de Implementação da BNCC no Estado de Goiás

Habilidade **(EF02MA13)**

Figura 10 - Referente à identificação da habilidade (EF02MA13)



Fonte: Adaptada de Caregnato (2021)

Habilidade **(EF02MA15)**

Para abordagem desta atividade, precisa-se que o mediador solicite aos seus alunos, com antecedência, que providenciem diversas embalagens de produtos de formatos variados.

Figura 11 - Referente à identificação da habilidade (EF02MA15)

Fonte: Adaptada de Escudero (2021)

3º Ano

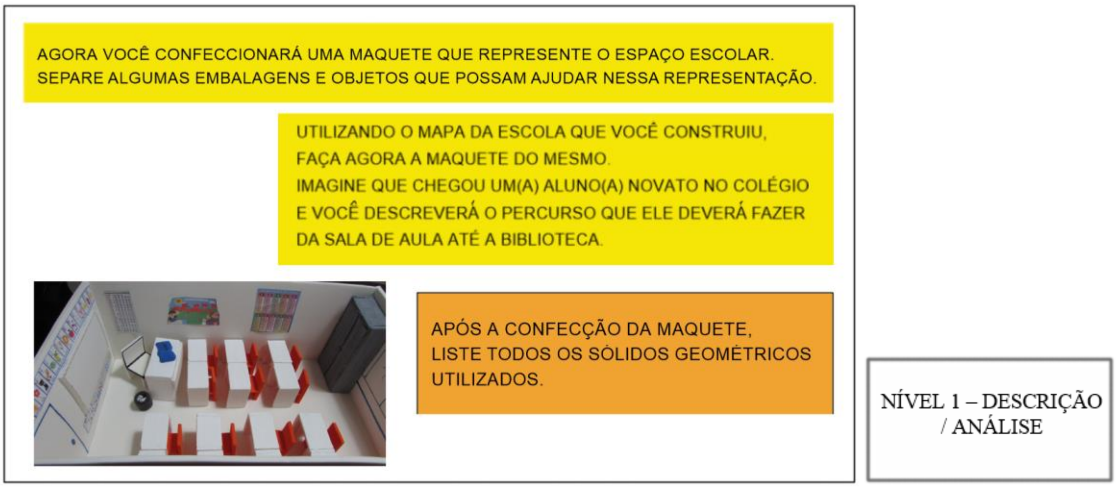
Habilidades **(EF03MA12)** e **(EF03MA13)**

Para dar continuidade aos estudos de geometria neste ano do Ensino Fundamental, é importante resgatar que é uma planta baixa. Iremos aprofundar as percepções e noções do espaço e forma, com a confecção de maquetes e a movimentação de pessoas e objetos.

Figura 12 - Referente à identificação da habilidade (EF03MA12)

Fonte: Adaptada de Meira (2021)

Figura 13 - Referente à identificação da habilidade (EF03MA13)



Fonte: Autor

Habilidade **(EF03MA14)**

Para desenvolvimento desta atividade, sugere-se que seja feita uma mediação similar à proposta no ano anterior para a habilidade (EF02MA15). Visto que, a abordagem deverá ser a mesma, garantido que sejam acrescentadas novas figuras geométricas espaciais (prismas retos, pirâmides, cilindros, cones).

Figura 14 - Referente à identificação da habilidade (EF03MA14)

Fonte: Adaptada de Meira (2021)

Habilidade **(EF03MA15)**

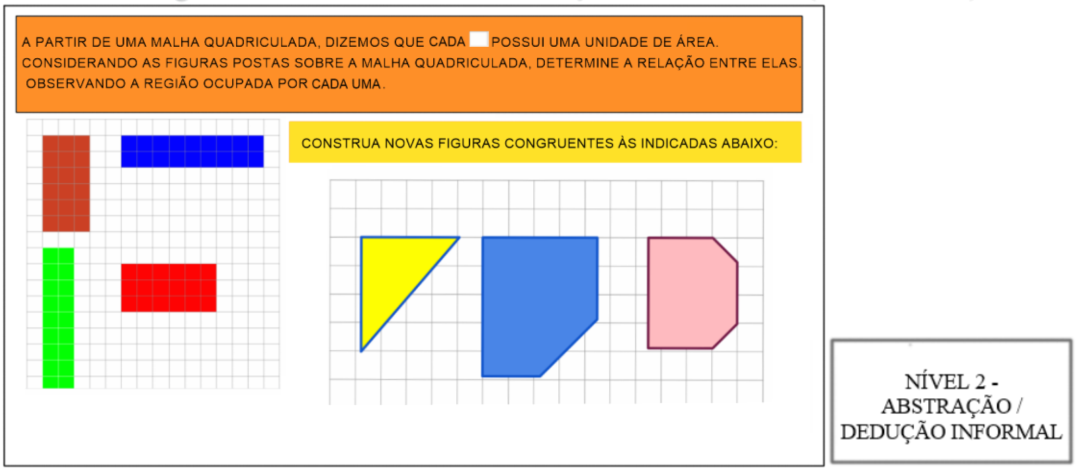
Figura 15 - Referente à identificação da habilidade (EF03MA15)

Fonte: Autor

Habilidade **(EF03MA16)**

Para abordagem desta habilidade é necessário que o moderador providencie malhas quadriculadas e/ou uso recursos digitais, como por exemplo a aplicação em softwares de projeção dinâmica, onde seja possível a construção, visualização e comparação dessas figuras, quanto a arestas, vértices e áreas.

Figura 16 - Referente à identificação da habilidade (EF03MA16)



Fonte: Adaptada de Zanin (2021)

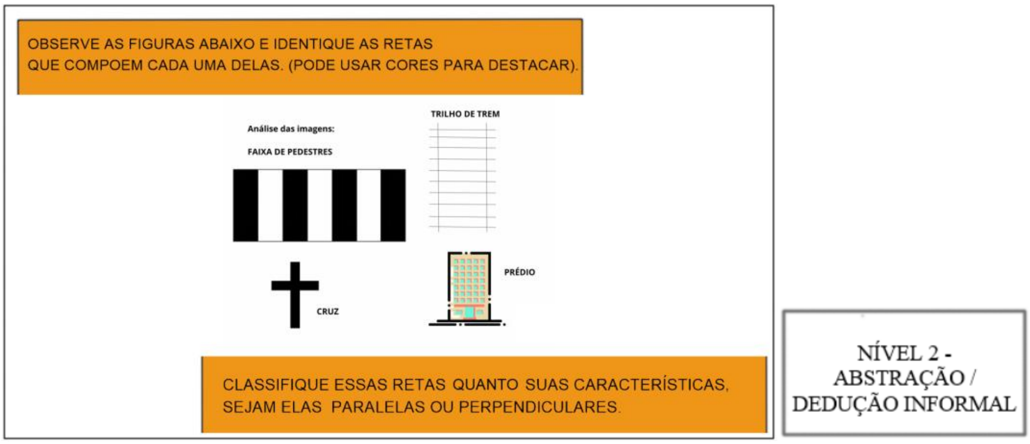
4º Ano

Habilidade **(EF04MA16)**

Para desenvolvimento e abordagem em sala de aula desta habilidade, o professor poderá começa a aula com exposição de figuras, mapas e croquis que representem objetos do espaço. Assim, poderão estimular o estudante a visualizar os diferentes tipos de elementos que as compõe.

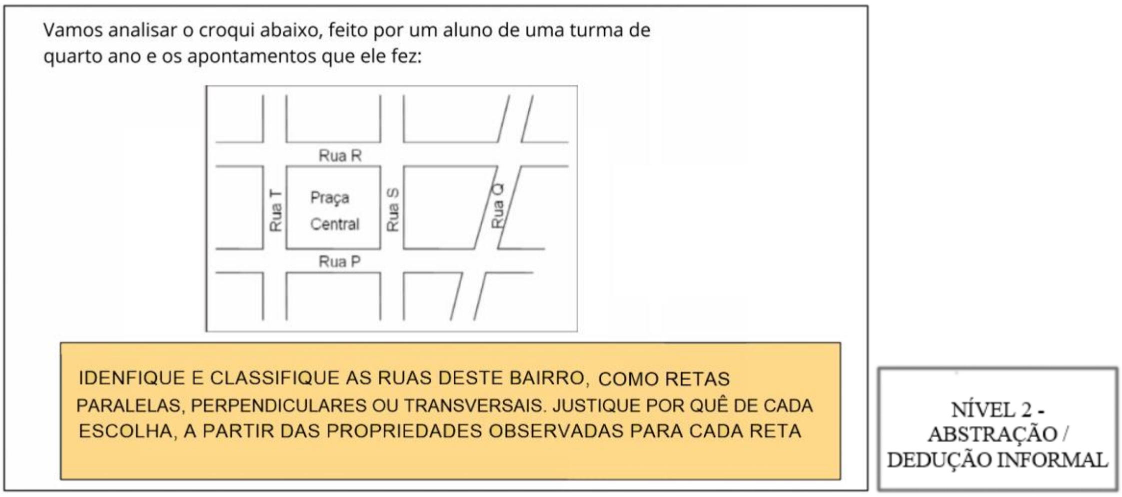
Em relação à movimentação de pessoas e objetos no espaço, propomos que seja feita uma retomada com exercícios similares ao 2º e 3º Ano, nas habilidades (EF02MA12) e (EF03MA12). Contudo, o professor deverá abordar outros detalhes importantes sobre os conceitos de retas paralelas, transversais e perpendiculares.

Figura 17 - Referente à identificação da habilidade (EF04MA16)



Fonte: Adaptada de Pereira (2021)

Figura 18 - Referente à identificação da habilidade (EF04MA16)

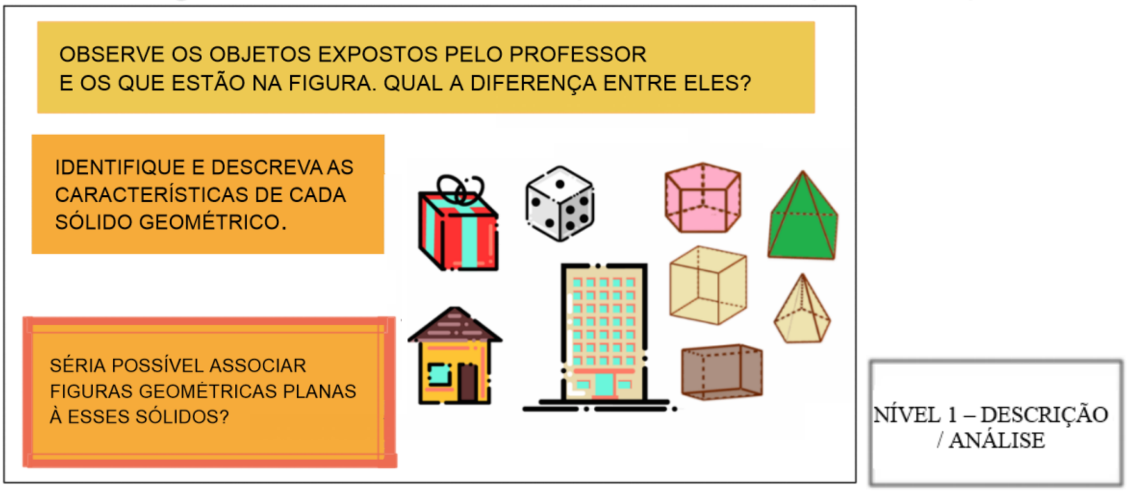


Fonte: Adaptada de Pereira (2021)

Habilidade **(EF04MA17)**

Recomenda-se que o professor, para abordar esta habilidade prepare o encontro previamente, com sólidos geométricos já construídos (prismas, pirâmides, cubos, paralelepípedos) de diferentes tamanhos, podendo ser de papelão (embalagens) ou se possível confeccionados com materiais alternativos (feitos em tecidos, esculturas em argila ou massa, papéis decorativos).

Figura 19 - Referente à identificação da habilidade (EF04MA17)



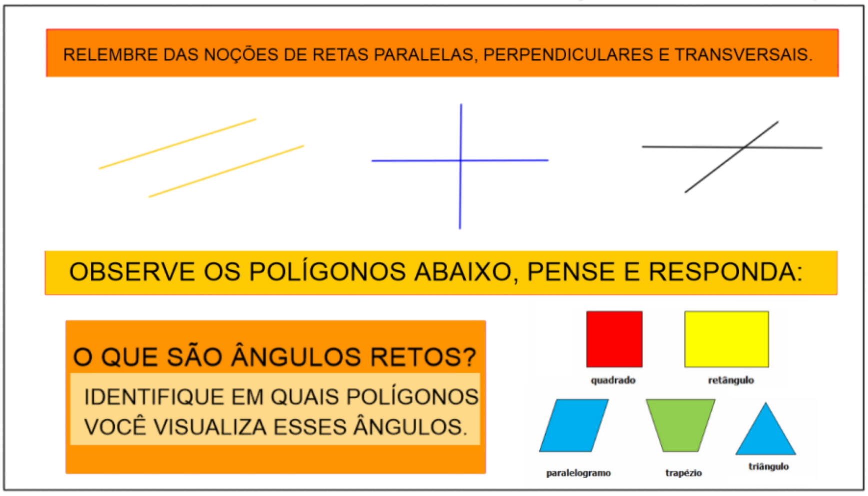
Fonte: Adaptada de Pereira (2021)

É de suma importância que o mediador do encontro, saliente as características das pirâmides e prismas, atribuindo os conceitos de faces, vértices, arestas. E consequentemente, criar associações entre polígonos (triângulo, quadrado, pentágono) e cada figura não plana (prismas, pirâmides).

Para dar continuidade à próxima habilidade é importante e necessário que no processo sejam retomadas as ideias de retas perpendiculares, de modo que o aluno consiga visualizar essas semelhanças com os sólidos.

Habilidade **(EF04MA18)**

Figura 20 - Referente à identificação da habilidade (EF04MA18)



NÍVEL 1 – DESCRIÇÃO / ANÁLISE

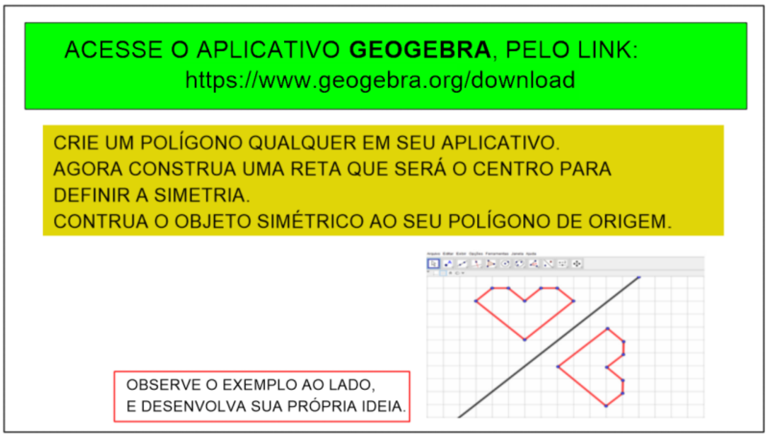
Fonte: Autor

Habilidade **(EF04MA19)**

Ao iniciar as abordagens dessa habilidade, é recomendado que o professor faça a utilização de software de geometria, em especial o Geogebra é recomendado. Assim, poderá auxiliar o aluno a visualizar a construção simultânea dessas figuras planas.

Comece a aula com o auxílio aos alunos para acessarem à plataforma virtual do Geogebra Classico 6, para que possam construir os polígonos propostos na atividade, e posteriormente identificar suas relações e construções simétricas.

Figura 21 - Referente à identificação da habilidade (EF04MA19)



NÍVEL 1 – DESCRIÇÃO / ANÁLISE

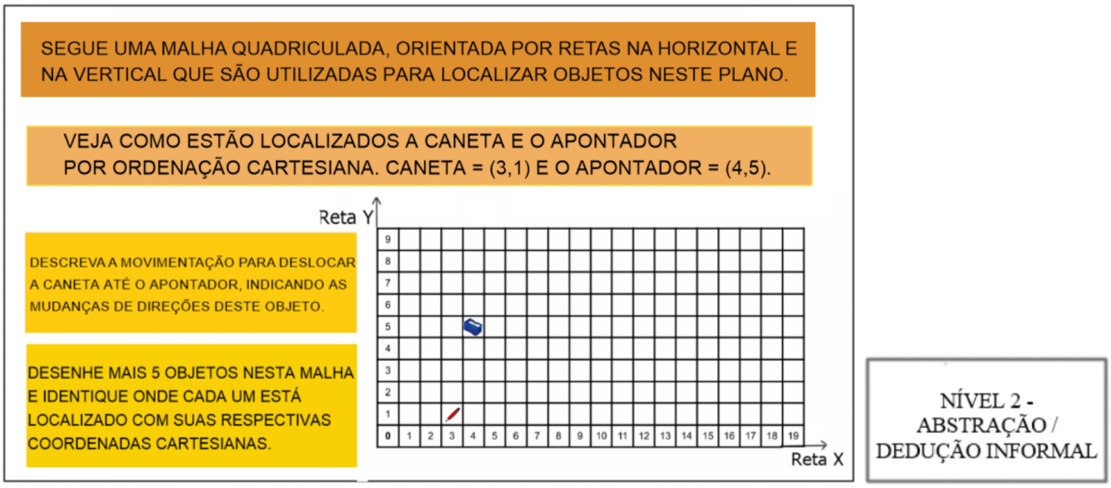
Fonte: Adaptade de Moreira (2021)

5º Ano

Habilidades **(EF05MA14)** e **(EF05MA15)**

Para que o professor avance para as próximas habilidades é importante que seja feito uma explicação detalhada sobre os conceitos de orientações cartesianas, descrevendo a importância da ordenação para localização de um ponto no plano.

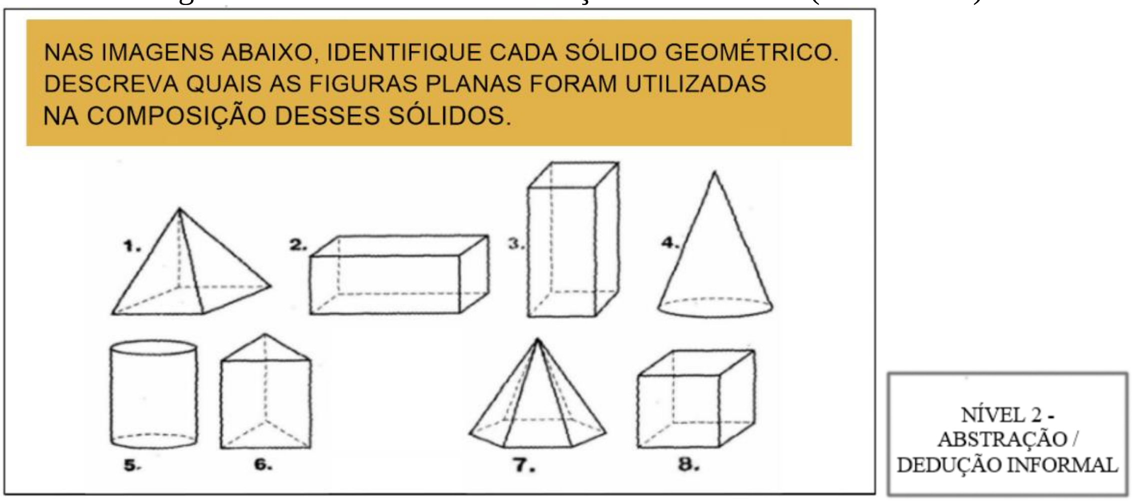
Figura 22 - Referente à identificação das habilidades (EF05MA14) e (EF05MA15)



Fonte: Adaptada de Vargas (2021)

Habilidade **(EF05MA16)**

Figura 23 - Referente à identificação da habilidade (EF05MA16)



Fonte: Adaptada de Paes (2021)

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O primeiro capítulo desse trabalho mostrou a importância da geometria para o desenvolvimento da humanidade por meio de alguns acontecimentos históricos. Contudo, a importância da geometria não se restringe a acontecimentos históricos emblemáticos. A geometria faz parte da vida de todos nós. Ela está no nosso entorno, na nossa vida. Portanto, saber geometria é importante para que possamos viver melhor. Apesar disso, ao longo da história do ensino de geometria no Brasil, denuncia-se o seu abandono durante certo período, quando foi considerada algo de menor importância.

Atualmente, a geometria é considerada parte importante e substancial da Matemática que deve ser ensinada e aprendida nas escolas. Documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) colocam em relevo a importância de se estudar geometria e incentivam propostas que possibilitem o desenvolvimento do pensamento geométrico e as conexões entre o mundo físico, visual, sensorial, dedutivo e construtivo.

A partir dessas ideias, podemos pensar em várias maneiras de se ensinar geometria. Uma delas é pensar, influenciados pelas ideias de van Hiele, que o desenvolvimento do pensamento geométrico ocorre em níveis. Este trabalho teve como objetivo estabelecer um diálogo entre as habilidades a serem desenvolvidas em geometria, de acordo com a BNCC e os níveis de Van Hiele.

A importância do estudo está em revelar, para professores de Matemática, uma possibilidade de associar em questões de geometria, o desenvolvimento das habilidades sugeridas na BNCC e, ao mesmo tempo, avaliar o nível em que o estudante está. Este diagnóstico pode ajudar o professor a pensar suas ações na turma.

Para mim, como futuro professor de Matemática, esse estudo contribuiu para que eu aprendesse sobre os níveis de Van Hiele e como explorar esse conhecimento em sala de aula. Como desdobramento desse trabalho, outros poderão ser realizados, explorando outros anos do ensino fundamental, como aqueles do fundamental II.

REFERÊNCIAS

BASTOS, M., Plano de aula: *Investigando pirâmides*. Disponível em: egi https://planosdeaula.novaescola.org.br/fundamental/4ano/matematica/investigando-piramides/360. Acesso em 05, dezembro de 2021.

BOYER, C. B. *História da Matemática*. 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996. Tradução: Elza F. Gomide.

BRAGA, M.; PAULA, R. M. O ensino de matemática mediado pelas tecnologias de informação e comunicação uma caracterização do elemento visualização segundo uma concepção fenomenológica. *Revista Tecnologias na Educação*, n. 1, Julho 2010.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, 2018.

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais.. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BURGER, W. F.; SHAUGHNESSY, J.M. Characterizing the Van Hiele levels of development in geometry. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 17, n. 1, p. 31-48, 1986.

CALABRIA, A. R. A geometria fora da Grécia. *Revista do Professor de Matemática*, n. 81, p. 5 – 9, 2013.

CLARAS, A. F; PINTO, N. B. O movimento da matemática moderna e as iniciativas de formação docente. In: Congresso Nacional de Educação – EDUCERE, 10., 2008, Curitiba. Anais... Curitiba: PUCPR, 2008.

COSTA, D. E.; PEREIRA, M. J.; MAFRA, J. R. e S. Geoplano no ensino de Matemática: Alguns aspectos e perspectivas da sua utilização na sala de aula. *AMAZÔNIA - Revista de Educaçao em Ciências e Matemáticas*, v. 7, n. 14, dez-jan 2011.

CROWLEY, M. L. O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. In LINDQUIST, M. M.; SHULTE, A. A. (org.). *Aprendendo e ensinando geometria*. São Paulo: Atual, 1994. p. 1-19.

DIAS, M., Plano de aula: *Construindo planificações*. Disponível em: https://planosdeaula.novaescola.org.br/fundamental/4ano/matematica/construindo-planificacoes/1213. Acesso em 05, dezembro de 2021.

DUARTE, A. R. S. Euclides Roxo e a Proposta de Modernização do Ensino da Matemática. *Com a Palavra, o professor,* Vitória da Conquista, v. 4, n. 8, p. 300 – 317, 2019.

ESCUDERO, C., Plano de aula: *Figuras planas e não planas*. Disponível em: https://planosdeaula.novaescola.org.br/fundamental/2ano/matematica/figuras-planas-e-nao-planas/89. Acesso em 05, dezembro de 2021.

EVES, H. *Geometria: Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula*. Geometria Tradução Higino H Domingues. São Paulo, Atual, 1997.

EVES, H. *Introdução à história da Matemática*. Tradução Higino H. Domingues. 4ª edição, Campinas: Editora Unicamp, 2004.

FREITAS, J., Plano de aula: *Brincando de dentro e fora*. Disponível em: https://planosdeaula.novaescola.org.br/fundamental/1ano/matematica/brincando-de-dentro-e-fora/467. Acesso em 05, dezembro de 2021.

FREITAS, J., Plano de aula: *Dentro e fora da caixa misteriosa*. Disponível em: https://planosdeaula.novaescola.org.br/fundamental/1ano/matematica/dentro-e-fora-da-caixa-misteriosa/502. Acesso em 05, dezembro de 2021.

FREITAS, J., Plano de aula: *O piquenique da direita e esquerda.* Disponível em: https://planosdeaula.novaescola.org.br/fundamental/1ano/matematica/o-piquenique-da-direita-e-esquerda/1087. Acesso em 05, dezembro de 2021.

GASPAR, Maria. *Aspectos do desenvolvimento do pensamento geométrico em algumas civilizações e povos e a formação de professores*. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Unesp. Rio Claro. 2003.

GAZIRE, Eliane Scheid. *O não resgate das geometrias*. 2000. 217p. Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP.

JAIME, A.P.; GUTIERREZ, A. R. Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la Geometría: el modelo de Van Hiele. In: CISCAR, S. L. e GARCIA, M.V.S. *Teoría y práctica en Educacion Matemática*. Sevilla: Alfar, 1990.

KALEFF, A. M. et al. Desenvolvimento do pensamento geométrico – o modelo de van Hiele. *Bolema* (Rio Claro), 10, 21-30, 1994.

KUHN, M. C.; QUADROS, B. M. Geometria nos anos iniciais: possíveis conexões teóricas e prática. Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática, v. 13, n. 3, p. 246 – 254, 2020.

MEIRA, A. C., Plano de aula: *As figuras geométricas e suas planificações*. Disponível em: https://planosdeaula.novaescola.org.br/fundamental/3ano/matematica/as-figuras-geometricas-e-suas-planificacoes/1467. Acesso em 05, dezembro de 2021.

MEIRA, A. C., Plano de aula: *Mapas: entendendo e construindo*. Disponível em: https://planosdeaula.novaescola.org.br/fundamental/3ano/matematica/mapas-entendendo-e-construindo/511. Acesso em 05, dezembro de 2021.

MENESES, R. S. *Uma história da geometria escolar no Brasil: de disciplina a conteúdo de ensino*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, p. 172. 2007.
Missões. Erechim, 2010.

MOREIRA, P., Plano de aula*: Simetria de reflexão utilizando o GeoGebra*. Disponível em: https://planosdeaula.novaescola.org.br/fundamental/4ano/matematica/simetria-de-reflexao-utilizando-o-geo-gebra/989. Acesso em 05, dezembro de 2021.

NASSER, L.; LOPES, M. L. M. L. Geometria na era da imagem e do movimento.Rio de Janeiro, RJ: UFRJ, 1996.

NASSER, L.; SANT'ANNA, N. P. *Geometria segundo a teoria de van hiele*. Rio de Janeiro: Projeto Fundão, Instituto de Matemática, 1998.

NASSER, Lilian; O desenvolvimento do raciocínio em geometria. Boletim GEPEM, Rio de Janeiro, n.27 p.93, 1990.

OLIVEIRA, M. C. *Ressignificando a geometria plana no Ensino Médio, com o auxílio de Van Hiele.* Dissertação (Mestrado em Ensino) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2012.

PAES, K., Plano de aula: *Ampliando formas representadas em escala reduzida*. Disponível em: https://planosdeaula.novaescola.org.br/fundamental/4ano/matematica/conhecendo-as-retas-paralelas-e-as-retas-perpendiculares/175. Acesso em 05, dezembro de 2021. https://planosdeaula.novaescola.org.br/fundamental/5ano/matematica/ampliando-formas-representadas-em-escala-reduzida/1079. Acesso em 05, dezembro de 2021.

PAES, K., Plano de aula*: Planificando e identificando faces*. Disponível em: https://planosdeaula.novaescola.org.br/fundamental/5ano/matematica/planificando-e-identificando-faces/384. Acesso em 05, dezembro de 2021.

PAIS, L. C. Intuição, experiência e teoria geométrica. *Zetetiké*, v. 4, n. 6, p. 65-74, 1996.
.
PAVANELLO, R. M. *O abandono do ensino da geometria no Brasil*: causas e consequências. Revista Zetetiké, v. 1, 1993.

PEREIRA, A., Plano de aula: *Conhecendo as retas paralelas e as retas perpendiculares.* Disponível em: Disponível em: https://planosdeaula.novaescola.org.br/fundamental/4ano/matematica/conhecendo-as-retas-paralelas-e-as-retas-perpendiculares/175. Acesso em 05, dezembro de 2021.

PEREIRA, C., Plano de aula: *Investigando prismas e pirâmides*. Disponível em: https://planosdeaula.novaescola.org.br/fundamental/6ano/matematica/investigando-prismas-e-piramides/206. Acesso em 05, dezembro de 2021.

PEREIRA, G. A., SILVA, S. P.; MOTTA Jr., W. dos S. O modelo de Van Hiele de Ensino de Geometria aplicado a 5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental. *FAMAT em Revista*, nº 5, p. 21 a 50, 2005.

PIASESKI, C. M. A *Geometria no Ensino Fundamental*. Monografia (Licenciatura em Matemática), Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões. Erechim, 2010.

PIMENTEL, G. H. A *História da Geometria nos livros didáticos e*

Perspectivas no PNLD. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2014.

PIRES, C.; CURI, E.; CAMPOS, T. *Espaço e forma: a construção de noções geométricas pelas crianças das quatro séries iniciais do Ensino Fundamental*. SãoPaulo: PROEM, 2000.

PONTE, J. P.; SERRAZINA, L. Didáctica da matemática para o 1º ciclo do ensino básico. Lisboa: Universidade Aberta, 2000.

PONTES, J. S. de; CAMPOS, C. R. Proposta de formação em geometria para os professores dos anos iniciais do ensino fundamental. *Ensino Da Matemática Em Debate*, v.5, n. 1, p. 54–68. 2018.

REGIME DE COLABORAÇÃO *Coordenação Estadual de Implementação da BNCC no Estado de Goiás*. Disponível em: https://sme.goiania.go.gov.br/conexaoescola/ensino_fundamental/a-escola/. Acesso em 05, dezembro de 2021.

SANTOS, A., Plano de aula: *Conhecendo as Formas Geométricas Planas*. Disponível em: https://planosdeaula.novaescola.org.br/fundamental/1ano/matematica/conhecendo-as-formas-geometricas-planas/92. Acesso em 05, dezembro de 2021.

SOUZA, P. P. F. C. *O desenvolvimento do pensamento geométrico: uma proposta de recurso didático por meio da HQ*. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Docência para a Educação Básica) – Universidade Estadual Paulista. Bauru, p. 146, 2018.

UVA, M. *Platonismo Matemático: A relação de Platão com a Matemática*. [s.d]. Disponível em: https://www.marcelouva.com.br/platonismo-matematico-a-relacao-de-platao-com-a-matematica/

VARGAS, L., Plano de aula: *Desenhando no plano cartesiano*. Disponível em: https://planosdeaula.novaescola.org.br/fundamental/5ano/matematica/desenhando-no-plano-cartesiano/1175. Acesso em 05, dezembro de 2021.

VENTURA VIANA, M. C. V. O Movimento de Matemática Moderna e suas implicações no ensino de 1º e 2º graus no Brasil. *Escritos sobre Educação*. v.3, p.27 - 40, 2004.

VILLIERS, M. de. Algumas reflexões sobre a teoria de van Hiele. *Educacão Matemática Pesquisa*, v. 12, n. 3, p. 400–431, 2010.

ZANIN, E., Plano de aula: *Figuras congruentes*. Disponível em: https://planosdeaula.novaescola.org.br/fundamental/3ano/matematica/figuras-congruentes/5112. Acesso em 05, dezembro de 2021.

ZUIN, E. S. L. *Os papiros egípcios como fontes para um trabalho com a história da matemática em sala de aula*. In: Enconro Nacional de Educação Matemática, 11, 2013, Curitiba. Anais. 2013. p. 1 – 8.