

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO

Graduação em Matemática

LUHAN ANTÔNIO LOPES LEOCÁDIO

**UMA PROPOSTA DE ENSINO DE PROBABILIDADE POR
MEIO DO JOGO CAMPO MINADO EM DISPOSITIVOS
MÓVEIS**

OURO PRETO –MG

2021

LUHAN ANTÔNIO LOPES LEOCÁDIO

**UMA PROPOSTA DE ENSINO DE PROBABILIDADE POR
MEIO DO JOGO CAMPO MINADO EM DISPOSITIVOS
MÓVEIS**

Trabalho de Conclusão de curso apresentado à Banca Examinadora, como exigência parcial à obtenção do Título de Licenciado em Matemática pela Universidade Federal de Ouro Preto, sob orientação do Prof. Dr. Douglas da Silva Tinti.

OURO PRETO – MG

2021



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
REITORIA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS
COLEGIADO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA



FOLHA DE APROVAÇÃO

Luhan Antônio Lopes Leocádio

Uma proposta de ensino de probabilidade por meio do jogo Campo Minado em dispositivos móveis

Monografia apresentada ao Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática

Aprovada em 13 de janeiro de 2022

Membros da banca

Dr. Douglas da Silva Tinti - Orientador - Universidade Federal de Ouro Preto
Dr. André Augusto Deodato - Universidade Federal de Ouro Preto
Dr.ª Marli Regina dos Santos - Universidade Federal de Ouro Preto

Douglas da Silva Tinti, orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito na Biblioteca Digital de Trabalhos de Conclusão de Curso da UFOP em 24/01/2022



Documento assinado eletronicamente por **Douglas da Silva Tinti, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 24/01/2022, às 16:20, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **0271378** e o código CRC **28DAFB38**.

Referência: Caso responda este documento, indicar expressamente o Processo nº 23109.000275/2022-54

SEI nº 0271378

R. Diogo de Vasconcelos, 122, - Bairro Pilar Ouro Preto/MG, CEP 35400-000
Telefone: (31)3559-1700 - www.ufop.br

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, em primeiro lugar, por sempre ter me amparado e guiado ao longo dessa caminhada.

Ao meu orientador Prof. Dr. Douglas Tinti, pela disponibilidade e paciência que tornaram possível a realização deste trabalho.

Aos professores Dra. Marli Regina dos Santos e Dr. André Augusto Deodato, pelas valorosas contribuições e por aceitarem participar da banca.

Aos meus familiares, em especial minha mãe Fátima e irmã Luana, por todo amor, apoio e compreensão que sempre recebi.

À minha amiga e colega de turma Beatryz, pela amizade e companheirismo.

Aos professores e amigos de curso, por todos os momentos vivenciados.

RESUMO

Este trabalho teve como objetivo propor e discutir uma possível abordagem para o ensino de Probabilidade baseada no jogo campo minado por meio de dispositivos móveis. Tal proposta se apresenta com a intencionalidade de contribuir com espaços de formação de professores e, também, com os processos de ensino e de aprendizagem de Probabilidade e Estatística no Ensino Médio. Para tanto, assumimos a perspectiva da pesquisa qualitativa para estruturar e nortear as etapas de investigação que subsidiaram a elaboração e discussão da atividade proposta. Considerando a temática central do estudo, ou seja, o Ensino de Probabilidade, inicialmente foi realizado um mapeamento a partir de dados obtidos na página da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) em que analisamos algumas pesquisas que focalizaram os processos de ensino e de aprendizagem de Probabilidade, dando especial atenção aquelas cujo foco eram a formação de professores. Posteriormente, utilizando alguns documentos curriculares buscamos evidenciar o que está previsto na Educação Básica sobre o Ensino de Probabilidade, bem como trazemos uma breve discussão acerca da Educação Estatística. Após esse movimento de sustentação teórico-metodológica, apresentamos e discutimos uma proposta de atividade envolvendo o jogo campo minado. Ao concluir a pesquisa, foi possível observar que professores evitam lecionar sobre o tema de Probabilidade em sala de aula, além de alguns possuírem pouco domínio acerca do conteúdo. Portanto, a proposta foi elaborada com o intuito de contribuir com o ensino do tema e também ser usada como uma atividade de apoio. Diante do exposto, essas necessidades formativas mostram a importância de um trabalho que contribua com a proposição de espaços formativos em que a Probabilidade e a Estatística sejam tomadas como objeto de estudos, investigações e reflexões sobre a prática. Esperamos que as discussões aqui realizadas contribuam para um processo de ensino e de aprendizagem da Probabilidade e da Estatística que supere a perspectiva pautada na memorização e aplicação de fórmulas.

Palavras chave: Probabilidade; Formação de Professores; Jogos; Campo Minado; Dispositivos móveis.

ABSTRACT

This work aimed to propose and discuss a possible approach to teaching Probability based on the minesweeper game through mobile devices. This proposal is presented with the intention of contributing with spaces for teacher training and, also, with the teaching and learning processes of Probability and Statistics in High School. Therefore, we take the perspective of qualitative research to structure and guide the stages of investigation that supported the elaboration and discussion of the proposed activity. Considering the central theme of the study, that is, Probability Teaching, a mapping was initially carried out based on data obtained from the Coordination for the Improvement of Higher Education Personnel (CAPES) page, in which we analyzed some research that focused on teaching processes and Probability learning, giving special attention to those whose focus was teacher training. Subsequently, using some curricular documents, we seek to highlight what is foreseen in Basic Education on Probability Teaching, as well as a brief discussion about Statistical Education. After this theoretical-methodological support movement, we present and discuss an activity proposal involving the minefield game. Upon completing the research, it was possible to observe that teachers avoid teaching on the topic of Probability in the classroom, in addition to the fact that some have little knowledge of the content. Therefore, the proposal was designed to contribute to the teaching of the topic and also be used as a support activity. Given the above, these training needs show the importance of work that contributes to the proposition of training spaces in which Probability and Statistics are taken as objects of studies, investigations and reflections on practice. We hope that the discussions held here will contribute to a teaching and learning process of Probability and Statistics that goes beyond the perspective based on memorization and application of formulas.

Keywords: Probability; Teacher Training; Games; Minefield; Mobile devices.

LISTA DE SIGLAS

AVA – Ambiente Virtual de Aprendizagem

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

CCDM – Conhecimentos e Competências Didático-Matemáticos do Professor

CHIC – Classificação Hierárquica, Implicativa e Coesitiva

CRMG – Currículo Referência de Minas Gerais

EDF – Engenharia Didática de Formação

EOS – Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e da Instrução Matemática

OBEDUC – Programa Observatório da Educação

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

PCNEM – Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio

PE – Produto Educacional

PNLD – Programa Nacional dos Livros Didáticos

SEED – Secretaria Estadual de Educação do Paraná

UFOP – Universidade Federal de Ouro Preto

UNIAN – Universidade Anhanguera de São Paulo

UNIBAN – Universidade Bandeirante Anhanguera

UNIGRANRIO – Universidade do Grande Rio

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Captura de tela do “Campo minado Mestre”	39
Figura 2: duas minas adjacentes à casa com o número 2	40
Figura 3: clique em uma casa (em verde) em que não havia uma mina.....	40
Figura 4: clicar em um dos quadrados adjacentes ao número 7	49
Figura 5: Posição (H, d) destacada em verde	50
Figura 6: Marcação das minas	51
Figura 7: clicar em um dos quadrados adjacentes ao número 6	53
Figura 8: Clicar em uma mina adjacente ao número 2 de posição (D, o)	54

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Pesquisas que focalizaram processos de ensino e de aprendizagem de Probabilidade segmentadas por nível de estudo.	15
Quadro 2: Pesquisas que focalizaram processos de ensino e de aprendizagem de Probabilidade segmentadas por nível de estudo e ano.	15
Quadro 3: Pesquisas de Mestrados Acadêmicos e Doutorados sobre Probabilidade segmentadas por Região.	16
Quadro 4: Pesquisas de Mestrados Acadêmicos e Doutorados sobre Probabilidade segmentadas de acordo com o público-alvo.	17
Quadro 5: Documentos curriculares brasileiros e orientações quanto ao Ensino de Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental.....	33
Quadro 6: Documentos curriculares brasileiros e orientações quanto ao Ensino de Probabilidade nos anos finais do Ensino Fundamental	34
Quadro 7: Documentos curriculares brasileiros e orientações quanto ao Ensino de Probabilidade no Ensino Médio	35

SUMÁRIO

Introdução	11
Capítulo 1 - Mapeamento de pesquisas com foco nos processos de ensino e de aprendizagem de probabilidade	13
1.1 Critérios para a composição do mapeamento	13
1.2 Características das pesquisas mapeadas	14
1.3 Detalhamento dos estudos	16
1.3.1 Pesquisas com foco no estudo de Probabilidade na formação de professores	17
1.4 Algumas considerações sobre o mapeamento realizado.....	29
Capítulo 2 - Discussão Teórica sobre o Ensino de Probabilidade.....	30
2.1 A Probabilidade no âmbito das discussões sobre a Educação Estatística	30
2.2 O que está previsto para o ensino e aprendizagem de Probabilidade na Educação Básica	32
Capítulo 3 - Proposta para o Ensino de Probabilidade a partir do jogo campo minado com dispositivos móveis	38
3.1 O Campo Minado	38
3.2 Atividade proposta.....	41
3.2.1 Objetivos.....	41
3.2.2 Sequência de Atividades.....	42
3.2.3 Sugestão de implementação da Atividade	45
3.3.1 Sugestões e possíveis soluções	46
3.3.2 Definições e alguns comentários	52
Considerações Finais	59
Referências Bibliográficas	61

INTRODUÇÃO

Sabemos que uma das dificuldades atuais do professor é a de promover processos de ensino e de aprendizagem de maneira significativa, ou seja, de modo que o procedimento seja produtivo e atraente para ambos, professores e alunos. Entendemos que esses processos demandam a utilização de diferentes recursos para além dos tradicionalmente usados (aula expositiva, uso indiscriminado de fórmulas, etc.).

Neste cenário, há ainda o agravante quando falamos da Educação Estatística, mais especificamente sobre o ensino de Probabilidade. Alguns estudos indicam, como veremos adiante, que os cursos de formação inicial e continuada de professores têm deixado lacunas que comprometem o ensino de Matemática e, conseqüentemente, de Probabilidade e Estatística.

Nesta perspectiva, para o Ensino de Probabilidade, propomos uma possível abordagem, baseada no jogo campo minado por meio de dispositivos móveis, visando auxiliar o professor nesta tarefa (destacamos que além da resolução em cada etapa proposta, deixamos sugestões e comentários para auxiliar neste processo).

Para fundamentar teoricamente nossa proposta, nos respaldamos nos estudos de Lopes (2008) que, em linhas gerais, reflete sobre o desenvolvimento do pensamento probabilístico atrelado a uma experimentação concreta, com elementos que estejam no cotidiano dos alunos. Buscamos ainda, no desenvolvimento da atividade, contemplar algumas das competências e habilidades descritas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), de modo a resgatar elementos dos anos iniciais do Ensino Fundamental e introduzir novos elementos descritos nos anos finais do Ensino Fundamental (como a representação da Probabilidade por meio fracionário).

A ideia de utilizar o jogo campo minado como ferramenta de ensino para Probabilidade se deu em uma das disciplinas de “práticas de ensino” do curso de Licenciatura em Matemática da UFOP. Cursei essa disciplina no 1º semestre de 2019 com o Prof. Dr. Douglas da Silva Tinti, que orienta a presente monografia. Na disciplina, a atividade inicial proposta pelo docente foi elaborada em conjunto com minha amiga e então colega de turma, a Beatryz, uma proposta para o Ensino de Probabilidade no Ensino Médio e, posteriormente, implementar (simulando uma aula) e discutir essa proposta conjuntamente com os demais

colegas de disciplina. Após essas etapas, realizamos discussões que visavam construir um *feedback* para proposta elaborada, visando possíveis adequações. Devido ao “sucesso” da aplicação e considerando o contexto da pandemia da Covid-19, que inviabilizaria a realização de trabalho de campo, em uma conversa posterior com meu orientador, decidimos tornar essa proposta como objeto central desta monografia.

Desse modo, o presente estudo está assim dividido: inicialmente realizamos um mapeamento das teses e dissertações de doutorado e mestrado (profissional e acadêmico), no banco de dados da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), cuja principal diretriz foi o ensino-aprendizado de Probabilidade. Em seguida, abordamos uma breve discussão acerca da Educação Estatística baseado nos pressupostos da autora Lopes (2008, 2014), bem como analisamos o que está previsto na Educação Básica sobre Probabilidade com base em alguns documentos curriculares (como a BNCC e os PCN). Logo depois, no capítulo seguinte, apresentamos o jogo campo minado e trazemos uma proposta de atividade baseada nele, sendo que, numa etapa posterior, damos sugestões de como abordar o conteúdo, em cada etapa sugerida, antes de propriamente definir os conceitos (o que é feito posteriormente, retomando elementos da atividade e acrescentando alguns novos exemplos). Por fim, algumas considerações finais e as referências bibliográficas.

CAPÍTULO 1

MAPEAMENTO DE PESQUISAS COM FOCO NOS PROCESSOS DE ENSINO E DE APRENDIZAGEM DE PROBABILIDADE

Neste capítulo, temos como objetivo apresentar o mapeamento de pesquisas desenvolvidas em Mestrados e Doutorados Acadêmicos que abordaram o uso de Probabilidade nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática.

1.1 Critérios para a composição do mapeamento

Para compor o mapeamento, consideramos o Banco de Dissertações e Teses da CAPES, o descritor "Probabilidade" e a perspectiva de Fiorentini *et al.* (2016, p. 18), que indicam que um mapeamento é:

[...] um processo sistemático de levantamento e descrição de informações acerca das pesquisas produzidas sobre um campo específico de estudo, abrangendo um determinado espaço (lugar) e período de tempo. Essas informações dizem respeito aos aspectos físicos dessa produção (descrevendo onde, quando e quantos estudos foram produzidos ao longo do período e quem foram os autores e participantes dessa produção), bem como aos seus aspectos teórico-metodológicos e temáticos.

Inicialmente, ao realizarmos um levantamento, *a priori*, no Banco de Dissertações e Teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), considerando o descritor “Probabilidade” encontramos um total de 28.280 pesquisas. Posteriormente, considerando Teses e Dissertações de Mestrado Acadêmico, Mestrado Profissional e Doutorado e filtrando os resultados pela Área de Avaliação (Educação e Ensino) identificamos 155 estudos realizados no período de 2012 a julho de 2021.

Num primeiro momento nos propusemos a olhar individualmente cada uma destas pesquisas a fim de constatar aquelas que potencialmente se enquadram com uma das diretrizes deste trabalho, isto é, se envolvem o ensino e aprendizagem de Probabilidade.

Para tal, efetuamos a leitura dos resumos destes trabalhos e simultaneamente coletamos alguns dados em uma tabela previamente construída (que era preenchida ao decorrer das leituras) cujo propósito era identificar se o respectivo estudo envolvia o ensino/aprendizagem de Probabilidade, o programa (Mestrado Acadêmico, Doutorado, etc.), a universidade em que foi desenvolvido, a região do País, o foco da pesquisa, o nível de escolaridade envolvido, dentre outras coisas.

A partir deste apanhado inicial, constatamos que 56 destas pesquisas focalizaram processos de ensino e de aprendizagem de Probabilidade.

1.2 Características das pesquisas mapeadas

Utilizando as informações coletadas apresentaremos algumas das características das pesquisas mapeadas.

Primeiramente notamos que a maior fração destes estudos correspondem às pesquisas de mestrado, sendo 25 delas provenientes de programas que abrangem o Mestrado Acadêmico e 20 referentes à programas de Mestrado Profissional. Além disso, observamos que os anos em que ocorreram o maior número de estudos, conforme os parâmetros citados, ocorreram nos anos de 2015 e 2020 com 10 e 8 trabalhos desenvolvidos, respectivamente. Sendo em média 5,6 trabalhos realizados por ano (segundo o período avaliado). Observamos ainda que não identificamos pesquisas relativas ao ano de 2021 (até o mês de Julho) relacionadas aos parâmetros de nossa pesquisa. Estas informações podem ser averiguadas nos Quadros 1 e 2 a seguir.

Quadro 1: Pesquisas que focalizaram processos de ensino e de aprendizagem de Probabilidade segmentadas por nível de estudo.

Nível	Total	%
Mestrado Profissional	20	35,71
Mestrado Acadêmico	25	44,64
Doutorado	11	19,65
Total	56	100

Fonte: produzidos pelos autores a partir de consulta realizada no banco de Dissertações e Teses da CAPES (2021).

Quadro 2: Pesquisas que focalizaram processos de ensino e de aprendizagem de Probabilidade segmentadas por nível de estudo e ano.

Ano	Mestrado Acadêmico	Mestrado Profissional	Doutorado	Total
2012	1	0	1	2
2013	2	3	1	6
2014	4	1	1	6
2015	3	5	2	10
2016	4	1	1	6
2017	5	2	1	8
2018	1	3	2	6
2019	3	1	0	4
2020	2	4	2	8
2021	0	0	0	0
Total	25	20	11	56

Fonte: produzidos pelos autores a partir de consulta realizada no banco de Dissertações e Teses da CAPES (2021).

Em um segundo momento, nos propusemos a analisar estas pesquisas no que tange ao aspecto regional e também ao público-alvo envolvido em cada uma delas.

Considerando primeiramente o aspecto regional, podemos perceber que a grande parte dos estudos até então realizados (considerando os anos de 2012 a 2021) são provenientes de instituições localizadas na região Sudeste. Por outro lado, verificamos também que há certa escassez de trabalhos nesta diretriz sendo produzidos nas regiões Norte e Centro-Oeste, conforme demonstramos no Quadro 3.

Quadro 3: Pesquisas de Mestrados Acadêmicos e Doutorados sobre Probabilidade segmentadas por Região.

Região	Total	%
Norte	1	1,79
Nordeste	14	25,00
Sul	8	14,28
Sudeste	31	55,35
Centro-Oeste	2	3,58
Total	56	100

Fonte: produzidos pelos autores (2021).

1.3 Detalhamento dos estudos

Ao analisarmos o público-alvo das presentes pesquisas obtivemos, por conseguinte, o Quadro 4:

Quadro 4: Pesquisas de Mestrados Acadêmicos e Doutorados sobre Probabilidade segmentadas de acordo com o público-alvo.

Público-alvo	Total	%
Educação Infantil	2	3,58
Anos Iniciais do Ensino Fundamental	9	16,07
Anos Finais do Ensino Fundamental	13	23,21
Ensino Médio	19	33,93
Ensino Superior	1	1,79
Formação de Professores	12	21,42
Total	56	100

Fonte: produzidos pelos autores (2021).

Como podemos notar, as pesquisas direcionam-se para sete diferentes níveis: Educação Infantil, Anos Iniciais do Ensino Fundamental, Anos Finais do Ensino Fundamental, Ensino Médio, Ensino Superior e Formação de Professores. Observamos também que a maior parte destes estudos estão segmentados entre os Anos Finais do Ensino Fundamental, Ensino Médio e Formação de Professores.

Como este trabalho visa contribuir, em especial, com a formação inicial de professores, escreveremos no tópico seguinte, em particular, sobre as pesquisas que focalizaram o estudo de Probabilidade na formação de professores.

1.3.1 Pesquisas com foco no estudo de Probabilidade na formação de professores

O trabalho de Junqueira (2014) trata-se de uma tese de doutorado em Educação Matemática que teve como propósito compreender as concepções dos professores sobre os conceitos básicos de Probabilidade por meio de processo formativo baseado no *design*

experiment (defendido por Paul Cobb e seus colaboradores), em que foi elaborado um módulo sobre Probabilidade a ser desenvolvido com professores de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, integrantes de um projeto do Programa Observatório de Educação da UNIBAN. O tema escolhido foi a Probabilidade geométrica, abordando desde situações de acaso e incerteza, percorrendo os conceitos básicos de Probabilidade, a visão clássica, a visão frequentista, findando com a Probabilidade geométrica.

Descreve-se que os encontros tinham a duração de 3,5 horas e contou com a participação efetiva de 15 professores do Programa Observatório da Educação, realizando-se em seis encontros presenciais, no período de setembro a dezembro de 2011 (acrescido de mais dois encontros em março de 2012), com acompanhamento à distância. Os participantes da pesquisa eram professores da Educação Básica de escolas públicas do Estado de São Paulo. Sendo dois deles licenciados em Física e os demais licenciados em Matemática, sendo três com especialização (com a maioria tendo entre 10 e 15 anos de docência).

Como citado, para execução do módulo, Junqueira (2014) adotou a elaboração de ações de formação na perspectiva do *design experiment*, usando da tecnologia como recurso para atividades e experimentos com objetos digitais (*applets*, vídeos) e como suporte aos encontros presenciais por meio de um ambiente virtual de aprendizagem-AVA, criado (pela autora) na plataforma TelEduc (especialmente para execução deste módulo), visando compreender:

- 1) trabalhar sequências de ensino baseadas no *design experiment*;
- 2) preparar o ambiente virtual e desenvolver os conteúdos online do AVA;
- 3) realizar a mediação presencial e no ambiente virtual de aprendizagem;
- 4) utilizar material concreto (dados, roleta, tangram) e objetos midiáticos (*applets*, vídeos);

Durante os encontros presenciais, os conteúdos foram desenvolvidos por meio de textos e artigos, vídeos e atividades propostas em listas de exercícios, discussão dialógica nos encontros presenciais e nos fóruns do ambiente virtual, realização de experimentos concretos e virtuais. Os conteúdos abordados no módulo foram: acaso e incerteza (exemplos e discussão); modelo, experimentos determinísticos e aleatórios; noções básicas de Probabilidade (eventos, espaço amostral, eventos equiprováveis, operações com eventos, a

definição clássica de Probabilidade); visão histórica do conceito de Probabilidade; Probabilidade condicional, eventos independentes e eventos mutuamente excludentes; abordagem frequentista de Probabilidade; Probabilidade geométrica.

Os instrumentos de coleta de dados constituíram-se de: gravação em filme e áudio dos encontros presenciais do módulo; registros do AVA, além de fóruns, portfólios e diário de bordo.

Acerca da análise dos dados descreve-se que muitas das dúvidas e equívocos presentes na maioria das pesquisas consultadas, foram também constatados, especialmente acerca de conceitos relacionados a Probabilidade condicional, eventos independentes e mutuamente excludentes, além da presença de algumas falácias (como a da representatividade e do jogador). Referente à formação, a pesquisa evidenciou algumas das práticas do professor em sala de aula, destacando-se, entre elas, certa fragilidade no planejamento e reflexão de sua ação docente (privilegiando o uso do livro e materiais já utilizados), além de apresentar resistência ao uso de tecnologia no processo educacional. Destacando, assim, a necessidade de outros trabalhos nesse sentido a fim de melhorar/contribuir para a formação continuada dos professores (e de suas práticas docentes).

A pesquisa de Dias (2016) teve como objetivo desenvolver um Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA) para o ensino de Probabilidade e Estatística com professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, de modo a obter a correlação entre os documentos curriculares oficiais (como os PCN) e as ações docentes, buscando uma pesquisa aplicada com enfoque qualitativo (e de cunho interpretativo) com os professores participantes.

Segundo descrito, a proposta foi realizada em sete etapas, a saber:

1. Aplicação de questionário;
2. Leitura e análise a respeito do que dizem os Parâmetros Curriculares Nacionais e as Diretrizes Curriculares do município de Ponta Grossa/PR a respeito do ensino de Probabilidade e Estatística;
3. Uso de questionário para verificar as práticas referentes ao ensino de Probabilidade e Estatística dos professores do município;
4. Desenvolvimento do Ambiente Virtual de Aprendizagem;

5. Encontro de coparticipação no desenvolvimento do AVA, com professores em exercício, para apresentação da proposta e posterior adequação da mesma aos anseios dos professores.
6. Análise das respostas do questionário e do encontro de coparticipação no desenvolvimento do AVA;
7. Finalização do AVA (levando em conta as ideias propostas pelos professores e as colocações apontadas no questionário).

Conta-se que participaram da primeira etapa da pesquisa (aplicação do questionário) 37 professores que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental da rede pública do município de Ponta Grossa/PR, selecionados de escolas de diferentes regiões do município. Já o encontro de coparticipação no desenvolvimento do AVA, contou com 17 professores de uma escola da rede municipal de ensino de Ponta Grossa/PR. Além do questionário, a coleta de dados se deu por meio de registros escritos, gravações de áudio e observações das ações realizadas.

Segundo Dias (2016) a partir dos dados obtidos foi possível inferir que os professores avaliados declararam trabalhar boa parte dos conteúdos propostos nos documentos, mas que estes ainda apresentam lacunas a serem preenchidas. Além disso, o processo de construção do AVA evidenciou que há muitas dificuldades de aceitação quando se trata de buscar o desenvolvimento de ferramentas tecnológicas para o ensino, bem como a respeito de novas práticas formativas, destacando a necessidade de buscar propostas mais efetivas de formação de professores dos anos iniciais com o tema em questão.

Castro (2013) relata que estudos realizados com professores indicam que uma grande parte deles não se sentem preparados para lidar com o ensino de Probabilidade (desde os anos iniciais do Ensino Fundamental). Dessa forma, a autora apresenta um estudo com professoras de Matemática da Educação Básica de Conselheiro Lafaiete/MG, abordando duas dimensões: uma educativa e outra de pesquisa. Em que a educação continuada (dimensão educativa) busca desenvolver o pensamento probabilístico dos professores, enquanto que a pesquisa visa analisar o processo de mobilização de saberes relacionados à Probabilidade a partir de professores inseridos em grupo de estudos de Probabilidade. A proposta baseia-se na literatura sobre o desenvolvimento probabilístico (Carmen Batanero, Celi Espasandin Lopes

e Pilar Azcárate) e no desenvolvimento profissional (Ana Cristina Ferreira e Celi Espasandin Lopes).

O estudo foi realizado de maio a dezembro de 2012 e neste período aconteceram quatorze encontros de duas horas e meia a três horas de duração cada. Conta-se que apenas três professoras participaram, sendo todas elas professoras de Matemática na Educação Básica em escolas públicas municipais e/ou estaduais de Conselheiro Lafaiete. No momento da pesquisa, as professoras trabalhavam com séries finais do Ensino Fundamental e todas tinham o curso de licenciatura em Matemática.

Com o intuito de promover o pensamento probabilístico e promover uma reflexão sobre a prática docente, durante os encontros o grupo desenvolveu diferentes atividades: resolução de problemas; realização de experimentos aleatórios e jogos envolvendo eventos dependentes e independentes; análise e discussão de textos sobre o tema; análise de resoluções de alunos a respeito de questões envolvendo Probabilidade e elaboração de alternativas metodológicas para desenvolvimento do conteúdo. Relata-se que as atividades desenvolvidas no grupo vieram de diversas fontes, tais como: adaptação de artigos, dissertações e teses, além de atividades elaboradas pela pesquisadora em conjunto com sua orientadora. A coleta de dados ocorreu por meio do diário de campo, registros escritos pelos professores e gravações em áudio.

De acordo com Castro (2013) a análise evidenciou que a formação inicial das professoras participantes, referente a conceitos de Probabilidade, privilegiou a utilização de fórmulas e algoritmos em detrimento a realização de jogos e experimentos. Dessa forma, o trabalho ao viabilizar o processo de investigação (sem o uso exagerado de fórmulas) priorizando a utilização de atividades (jogos, experimentos, textos) que trabalhassem a capacidade de identificar situações de aleatoriedade e acaso oportunizou a discussão sobre o ensino de Probabilidade na Educação Básica e também sobre suas respectivas práticas docentes, culminado em uma mudança na concepção sobre o ensino e aprendizagem relativos à Probabilidade pelas professoras. Além disso, destaca-se que o estudo gerou um livreto voltado para professores, futuros professores e formadores de professores.

O estudo de Filho (2018) teve como objetivo identificar e analisar as contribuições de um curso de formação continuada voltado para o ensino da Probabilidade utilizando-se de aulas investigativas, buscando responder: “Que contribuições podem trazer, para o

conhecimento profissional docente, a participação de professores em uma formação continuada sobre o ensino de Probabilidade baseado em aulas investigativas?”. A metodologia da investigação foi qualitativa e do tipo *Design-Based Research* (sob a concepção de Ann L. Brown e Allan Collins), sendo dividida em três fases: pesquisa documental (onde foi desenvolvida uma análise de documentos curriculares tais como o PCN, PCN+, etc.), planejamento e uma pesquisa de campo.

A pesquisa de campo sucedeu num período de seis meses, com início em outubro de 2015 e término em março de 2016, totalizando 60 horas distribuídas em encontros presenciais e estudos a distância. Além disso, a pesquisa foi desenvolvida no âmbito de um projeto de pesquisa do Programa Observatório da Educação da Capes/Inep e contou com a participação de 12 professores da rede estadual. Para a coleta de dados foram utilizados o diário de campo do pesquisador, gravações em áudio e vídeo dos encontros e aplicação de questionários.

Segundo Filho (2018) o curso auxiliou a ampliação do conhecimento do conteúdo específico de Probabilidade e possibilitou a articulação da Probabilidade com outros conteúdos. Filho chama a atenção para o fato de que o curso oportunizou a discussão de formas distintas de abordagem de Probabilidade em sala de aula, de modo a romper com o pensamento linear e conclui dizendo que o processo formativo impactou os professores participantes no que diz respeito a adoção da abordagem investigativa.

O trabalho de Carvalho (2017) teve como objetivo investigar como um programa formativo favorece a construção dos conhecimentos didáticos-matemáticos sobre Probabilidade com professores de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental. Esta investigação decorreu utilizando a teoria do Enfoque Ontosemiótico do Conhecimento e da Instrução Matemática - (EOS), o modelo do Conhecimento Didático-Matemático do professor de matemática, a teoria da Idoneidade Didática e a Engenharia Didática baseado no EOS.

Descreve-se que a pesquisa foi desenvolvida no âmbito do projeto de pesquisa “Investigações sobre o processo de ensino e de aprendizagem de conceitos concernentes à Probabilidade e Estatística”, pertencente ao Programa Observatório da Educação do Ministério da Educação (OBEDUC - UNIAN) e contou, durante o processo formativo, com 40 professores durante sete encontros, fazendo uso de uma adaptação das sequências de atividades propostas no programa de ensino de Peter Bryant e Terezinha Nunes sobre

Probabilidade e Risco, além de atividades da literatura que complementam as reflexões sobre Probabilidade e seu ensino. Vale ressaltar que em um primeiro momento, antecedendo a realização dos encontros, foi realizado um questionário de modo a analisar os conhecimentos iniciais dos professores a respeito das noções elementares de Probabilidade, constituindo assim um desenho inicial para a elaboração das etapas posteriores (os encontros).

Carvalho (2017) a partir de sua pesquisa identificou que os conhecimentos iniciais dos professores participantes, sobre Probabilidade e seu ensino, demonstraram ser insuficientes para um processo de ensino e aprendizagem idôneo para turmas do Ensino Fundamental. Em contrapartida, após as etapas formativas, constatou-se um processo de ressignificação dos professores acerca dos conceitos de Probabilidade (noções de aleatoriedade, espaço amostral, etc.) e que estes, por consequência, ampliaram seu conhecimento tanto em relação aos conceitos probabilísticos quanto em relação às suas práticas docentes. Dessa forma, concluiu-se que o modelo formativo reproduzido mostrou-se pertinente à uma formação adequada de professores de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental em relação ao tema de Probabilidade e seu ensino.

Dias (2015) desenvolveu um trabalho qualitativo a partir de uma abordagem interdisciplinar envolvendo os conceitos básicos de análise combinatória e Probabilidade na educação básica, norteado pelas seguintes questões: “Quais as características que devem apresentar atividades consideradas como potencialmente interdisciplinares? É possível desenvolver atividades potencialmente interdisciplinares que envolvam conceitos de matemática da área de análise combinatória e Probabilidade?”.

O denominado Produto Educacional (PE), resultado da pesquisa de Dias, é composto de seis atividades envolvendo Probabilidade em variadas áreas e faz uso de aplicações em situações do cotidiano, como a primeira atividade proposta, nomeada “Planeta Água”, que lida com a questão de escassez de água no planeta e envolve cálculos de Probabilidade em forma de percentuais de frações.

Além disso, conta-se que foi realizada uma oficina intitulada de “Atividades Interdisciplinares na Educação Básica”, realizada no dia 15 de agosto de 2015, nas dependências da UNIGRANRIO, campus de Duque de Caxias. A oficina teve participação de 13 professores da educação básica (de diferentes áreas) e teve como objetivo ampliar as

potencialidades interdisciplinares das atividades que compõem o PE, coletando sugestões e impressões destes professores.

Dias (2015) analisa que a utilização do PE pode propiciar um ensino/aprendizagem distanciado das práticas abstratas e mecânicas, de modo que os estudantes e professores tenham ferramentas para construir um espaço de conhecimento e diálogo acerca dos conceitos trabalhados.

O trabalho de Rocha (2016) teve como propósito identificar, analisar e descrever como os alunos do curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Estadual da Paraíba desenvolvem suas habilidades em relação às práticas da sala de aula. A pesquisa foi efetuada através da metodologia científica denominada o Esboço de Thomas A. Romberg e buscou responder a seguinte pergunta: “Como contribuir na formação inicial de professores de Matemática, para a construção do conhecimento estatístico e probabilístico através da Resolução de Problemas, necessário para um bom professor de Matemática do Ensino Básico?”.

O estudo decorreu por meio de uma pesquisa de cunho qualitativa e contou com a criação de um projeto para ministrar o componente curricular Estatística e Probabilidade, tomando como participantes os alunos do 9º período, da referida universidade, matriculados na disciplina Estatística e Probabilidade no segundo semestre de 2016.

Conta-se que os registros de dados ocorreram através dos registros no diário de campo da pesquisadora, pelas anotações dos alunos, pelas filmagens e gravações feitas durante os encontros, além de entrevistas com professores da área de Estatística, Educação Estatística e pesquisadores que trabalham com Resolução de Problemas.

Rocha (2016) concluiu que ao se envolverem na perspectiva de Resolução de Problemas os alunos puderam desenvolver autonomia, de modo a construir seu próprio conhecimento. Além disso, Rocha destaca que o estudo contribuiu significativamente para a formação docente, transformando-os para exercer uma cidadania reflexiva.

Rodrigues (2018) desenvolveu uma pesquisa com o intuito de analisar as concepções de Probabilidade e aleatoriedade de professores que atuam no ensino básico, quando estes se defrontam com questões que envolvem tais temas. A metodologia empregada foi a análise de dados multidimensionais que através do denominado *software* de Classificação Hierárquica, Implicativa e Coesitiva (CHIC) possibilitou uma análise implicativa e coesitiva

às respostas dos professores. Estas respostas foram obtidas através do instrumento de pesquisa nomeado “Questionário de Concepções Probabilísticas”, sendo este dividido em duas partes: a primeira, com 12 questões, trazendo a caracterização dos professores e, a segunda, com 24 questões sobre Probabilidade e aleatoriedade (contendo questões apresentadas em três contextos: jogos, cotidiano e físico/natural).

Além disso, a pesquisa compreendeu uma análise dos documentos oficiais: Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Realizando ainda uma análise da coleção de livros didáticos descrita como: *Praticando Matemática - edição renovada*, escrita por Álvaro e Maria José Vasconcelos, publicada pela Editora do Brasil (para os anos finais do Ensino Fundamental, no triênio 2015-2017), aprovada pelo Programa Nacional dos Livros Didáticos (PNLD).

Conta-se que a pesquisa foi realizada com um grupo de 184 professores de diferentes níveis de ensino atuantes em unidades escolares referentes a Diretoria de Ensino Pirituba/Jaraguá, da cidade de São Paulo.

Como resultado de seu estudo Rodrigues (2018) identificou as concepções probabilísticas que emergiram dos participantes, nas dimensões aleatoriedade e Probabilidade (segundo as concepções Pilar Azcárate e José M. Cardeñoso Domingo e utilizando a definição de letramento probabilístico proposto por Iddo Gal). Identificou-se na dimensão aleatoriedade seis grupos: determinista, causalidade, multiplicidade, incerteza, padrão e indefinidos. Já a dimensão Probabilidade compreendeu cinco grupos: causalidade, determinista, incerteza, contingência e personalista.

O trabalho de Almeida (2018) apresenta um modelo didático idealizado por professores e para professores em relação às práticas de ensino de Probabilidade, em que considerando a dualidade do conceito, objetivou-se construir um modelo didático de referência que abordasse o ensino de Probabilidade de modo a integrar as interpretações clássica e frequentista. Para construir o modelo de referência foi utilizada a engenharia didática de formação nos moldes da Engenharia Didática Clássica.

Descreve-se que a Engenharia Didática de Formação (EDF) foi realizada com três professores que ministravam aulas em turmas de terceiro ano do Ensino Médio no Instituto Federal da Bahia, campus Salvador. A EDF decorreu ao longo dos meses de julho e setembro

de 2017 por meio de seis encontros formativos que constituíram discussões acerca da criação do modelo didático em questão. Sendo os encontros elencados da seguinte forma:

1º Encontro: Entrevista, exposição de questões sobre a razão de ser, apresentação da pesquisa;

2º Encontro: Apresentação das interpretações da Teoria da Probabilidade;

3º Encontro: Apresentação de elementos da engenharia didática;

4º Encontro: Trabalho com artigos que justificam a importância do trabalho com a aleatoriedade;

5º Encontro: Construção da sequência didática (Análise e planejamento);

6º Encontro: Construção da sequência didática (Validação).

A partir da pesquisa realizada, Almeida constatou que é preciso capacitar os professores para o ensino de Probabilidade, de modo a discutir diferentes significados quando da apresentação dos seus conceitos. Além disso, destaca a necessidade de novos modelos didáticos para o ensino de Probabilidade que permitam aos professores minimizar obstáculos que por ventura venham a surgir no estudo destes conceitos.

Araújo (2020) desenvolveu uma pesquisa qualitativa cujo objetivo foi investigar os conhecimentos didáticos-matemáticos de professores de Matemática do Ensino Médio em relação à abordagem da inter-relação entre a Estatística e a Probabilidade por meio da Curva Normal. Além disso, o estudo foi fundamentado no modelo teórico de Conhecimentos e Competências Didático-Matemáticos do Professor (CCDM), desenvolvido no âmbito da teoria do Enfoque Ontosemiótico do Conhecimento e da Instrução Matemática (EOS).

A pesquisa foi estruturada em duas etapas, a saber:

- A primeira etapa, denominada Estudo Diagnóstico, desenvolveu a aplicação de dois questionários diagnósticos com o intuito de conhecer o perfil dos professores e também investigar os conhecimentos didático-matemáticos dos docentes acerca da inter-relação entre a Estatística e a Probabilidade por meio da Curva Normal;
- A segunda etapa, denotada por Encontro Formativo, contemplou os dados obtidos na etapa anterior de modo a construir uma proposta de ensino para o tema em questão. O desenvolvimento dessa proposta se deu através de um encontro formativo (com duração de 4 horas), sendo pautado por quatro momentos, um de sistematização teórica e outros três com atividades.

Descreve-se que a primeira e a segunda etapas da pesquisa contaram com 12 e 7 participantes, respectivamente, sendo estes professores de Matemática do Ensino Médio atuantes em escolas da rede pública da cidade de Nazaré da Mata, localizada na Zona da Mata Norte do estado de Pernambuco.

A partir da primeira etapa, Araújo (2020) identificou que a maioria dos professores não possuíam domínio e nem eram habituados a ensinar a Estatística articulada com a Probabilidade durante as suas aulas. No entanto, com a experiência do encontro formativo, Araújo concluiu que os professores conseguiram ressignificar e ampliar seus conhecimentos didáticos-matemáticos em relação ao tema. Além disso, assim como citado em alguns dos estudos anteriores, destaca a necessidade de investimento em novos estudos voltados para a melhoria da formação acadêmica, bem como em formações continuadas.

O trabalho de Fernandes (2020) trata-se de uma pesquisa qualitativa que teve como objetivo investigar se a participação de professores dos anos finais do Ensino Fundamental em um curso de formação continuada que articule a Compreensão Gráfica de Frances R. Curcio e o Letramento estatístico de Iddo Gal pode contribuir para o desenvolvimento de uma Educação Estatística mais efetiva.

O curso de formação ocorreu de maneira presencial, no período noturno, ao longo de 15 encontros (com duração de 4 horas cada um) e contou com a participação de 12 professores da Secretaria Estadual de Educação do Paraná (SEED), atuantes na disciplina de Matemática.

A proposta compreendeu leitura de textos sobre o assunto, realização de atividades de Estatística e análise de materiais didáticos para o ensino de Estatística e Probabilidade, de modo a contemplar: as Competências Estatísticas, a prática docente, e a articulação combinada entre a Compreensão Gráfica de Curcio e o Letramento Estatístico de Gal. Tendo como enfoque o contexto da Educação Básica (através de tarefas de investigação Estatística), rumando para um memorial descritivo e narrativas de aprendizagem.

Fernandes (2020) aponta que a realização do curso formativo permitiu o reconhecimento das competências referentes à Estatística e o entendimento das estruturas gráficas como saberes disciplinares. Além disso, destaca que a formação teórica desenvolvida propiciou aos professores participantes a compreensão do Letramento,

Raciocínio e Pensamento Estatístico como sendo elementos que podem ser trabalhados combinados (em sala de aula) com os conteúdos de Estatística e Probabilidade.

Santos (2020) aponta que conhecimentos estatísticos e probabilísticos não costumam ser ensinados satisfatoriamente pelos professores de Matemática do Ensino Médio e que, quando ocorrem, não utilizam experimentação como metodologia. Dessa forma, seu estudo objetivou desenvolver um curso de formação de professores que interviesse nesta realidade, de modo que trabalhasse simultaneamente o desenvolvimento profissional reflexivo de Donald A. Schön, do pensamento estatístico de Chris J. Wild e Maxine Pfannkuch e do conhecimento pedagógico do conteúdo de Lee S. Shulman. Neste contexto, a pergunta que norteou o estudo foi a seguinte: como a formação Estatística, prática e reflexiva do professor de Matemática do Ensino Médio, recebida no curso, influencia em sua ação pedagógica?

O curso de formação contou com a participação de oito professores de Matemática da rede pública de Teresina, totalizando uma carga horária de 30 horas distribuídas em quatro módulos, assim estruturados:

- Módulo 1 (8 horas): período destinado para que os participantes pudessem desenvolver (e estudar) o pensamento estatístico de Wild e Pfannkuch, o conhecimento pedagógico do conteúdo de Shulman e a formação do profissional reflexivo de Schön, de modo que os cursistas obtivessem uma base teórica para avaliar as atividades seguintes;
- Módulo 2 (12 horas): contemplou a realização de três oficinas, sendo elas: uma de Probabilidade frequentista (usando o lançamento de moedas), outra envolvendo a estimativa do tamanho de uma população de peixes e a última uma oficina de medidas descritiva. O objetivo deste módulo foi discutir algumas propostas de ensino dos conteúdos de Probabilidade e Estatística mediados pela experimentação em sala de aula.
- Módulo 3 (5 horas): foi desenvolvida uma observação participante das aulas no ambiente de trabalho dos respectivos professores e seus alunos, em que foi utilizado as experimentações construídas na etapa anterior;
- Módulo 4 (5 horas): foi realizado um *feedback* das observações e uma entrevista coletiva final onde cada docente expôs suas experiências no curso.

Como resultado do trabalho, Santos (2020) indica que a participação do professor no curso de formação possibilitou o desenvolvimento do conhecimento pedagógico do conteúdo de Estatística e do pensamento estatístico, bem como possibilitou também uma formação do profissional reflexivo e autônomo, implicando em práticas docentes que possibilitam a aprendizagem dos alunos por meio da ação experimental.

1.4 Algumas considerações sobre o mapeamento realizado

Ao realizar o mapeamento observamos que grande parte dos estudos indicam que os professores evitam lecionar sobre Probabilidade e apresentam certa relutância em desenvolver/participar de novas práticas de ensino, como ações formativas baseadas em uso de tecnologias e jogos. Como este trabalho provém de uma prática em que trabalhamos o ensino de probabilidade por meio do jogo campo minado, em que utilizamos o par jogo-tecnologia, e esta rendeu uma boa experiência e aprendizados significativos para todos os envolvidos, acreditamos que a proposta aqui inserida além de significar os conteúdos de probabilidade possa também aproximar os professores de novas ações e metodologias além das tradicionalmente adotadas. Assim, esperamos que o trabalho aqui desenvolvido possibilite refletir acerca da ação docente e conseqüentemente atenuar o quadro anteriormente descrito.

Após esta etapa do mapeamento, em que analisamos e identificamos as características das pesquisas com foco no estudo de Probabilidade, nos propusemos no capítulo seguinte a trazer uma discussão teórica sobre o ensino de probabilidade, em que destacamos alguns pontos acerca da Educação Estatística, bem como investigamos o que está previsto acerca do tema em alguns documentos curriculares.

CAPÍTULO 2

Discussão Teórica sobre o Ensino de Probabilidade

Neste capítulo trazemos uma breve discussão acerca da Educação Estatística, em que pontuamos a importância da inserção da Probabilidade e da Estatística no currículo de Matemática e discutimos alguns pontos relativos à formação de professores acerca do tema. Além disso, em um tópico seguinte, analisamos alguns documentos curriculares brasileiros de modo a destacar o que está previsto sobre o ensino de Probabilidade.

2.1 A Probabilidade no âmbito das discussões sobre a Educação Estatística

Sabemos que a Estatística e a Probabilidade são componentes de extrema importância nos dias atuais, pois a todo momento as pessoas se deparam com situações de tomada de decisão, bem como com elementos que requerem a interpretação e organização de dados, leitura de gráficos e afins. Tornando-se assim um saber indispensável para a melhor compreensão do mundo à nossa volta.

No entanto, destacamos que o estudo e apropriação efetivos desses componentes perpassam pela inclusão da Estatística e Probabilidade no currículo de Matemática e pela formação de professores que atuam desde os anos iniciais da escola básica.

É o que aponta Lopes (2008, p. 61), a autora defende que “os conceitos probabilísticos e estatísticos devem ser trabalhados desde os anos iniciais da educação básica para não privar o estudante de um entendimento mais amplo dos problemas ocorrentes em sua realidade social”. Lopes (2008) propõe que tais conceitos devem ser trabalhados de modo que as atividades propostas partam de uma problematização, desenvolvendo uma prática pedagógica em que sejam exploradas situações que possibilite uma experimentação concreta, de coleta e de organização de dados, inserindo situações vinculadas ao cotidiano dos alunos.

Além disso, a autora destaca que a inclusão da Estatística e Probabilidade como um tópico “à parte” a ser estudado em um ou outro ano da escolaridade da educação básica,

apenas reforça o uso de fórmulas, o que pode comprometer o desenvolvimento do pensamento estatístico e do pensamento probabilístico. Neste ponto, lembramos que tradicionalmente o ensino de matemática tende a exatidão e ao determinismo em detrimento a situações que abordem a aleatoriedade e a aproximação, o que segundo a autora, além de limitar a visão matemática que o aluno poderá desenvolver, pode ainda “dificultar suas possibilidades de estabelecimento de estratégias para a resolução de problemas diversificados que lhe surgirão ao longo de sua vida” (LOPES, 2008, p. 63).

Um outro ponto a ser discutido refere-se às lacunas deixadas durante os processos de formação tanto inicial quanto continuada de professores da Educação Básica.

Neste sentido, Lopes (2014) relata que:

[...] pesquisas atuais denunciam o pouco preparo do professor para efetivar o ensino e a aprendizagem da estocástica. A formação inicial e contínua dos professores que ensinam Matemática na Educação Básica não tem preparado esses profissionais para o domínio teórico-metodológico da Educação Estatística (LOPES, 2014, p. 527).

O que pôde ser observado ao realizar o tópico 1.3.1 desta monografia, em que alguns dos pesquisadores relataram que alguns dos professores participantes sequer se arriscavam a lecionar sobre o tema, apresentando pouco domínio e insegurança em relação ao conteúdo.

Ainda neste sentido, Echeveste et al. (2005) comentam que a falta deste preparo aliado a uma falta de recursos pedagógicos faz com que os professores prefiram não trabalhar com este conteúdo.

De fato, se pensarmos que os educadores não se sentem preparados para promoção de atividades problematizadoras, o ensino da Probabilidade e Estatística poderia se estabelecer de modo errôneo, ou mesmo abrir espaço para blocos “mais convencionais” como relacionados à álgebra e a geometria, deixando os conteúdos de Estatística e Probabilidade em “segundo plano”.

Nesta perspectiva, Lopes (2008) aponta que a formação do educador matemático que atuará na educação básica deve abarcar um processo de ensino e aprendizagem que contemple a resolução de problemas, simulações e experimentos, que permitam ao profissional construir conhecimentos enquanto estabelece relações com informações adquiridas.

É neste sentido que pretendemos desenvolver a nossa proposta (de atividade), visando contribuir com ferramentas que auxiliem (futuros) professores a introduzirem o tema de Probabilidade, como veremos adiante.

2.2 O que está previsto para o ensino e aprendizagem de Probabilidade na Educação Básica

Visando compreender o que está previsto acerca do ensino de Probabilidade na Educação Básica, recorreremos aos documentos curriculares¹ brasileiros, sendo eles: os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1997; 1998); as Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – PCNEM (BRASIL, 2006) e a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017).

Dessa forma, nos três quadros seguintes, destacamos o nível de ensino, o documento curricular aludido, ciclo ou ano de Ensino e uma citação ou habilidade².

¹ Apesar de apresentarmos nos quadros seguintes três documentos curriculares, ao longo do texto focalizaremos a discussão acerca dos PCN e da BNCC.

² As habilidades expressam as aprendizagens essenciais que devem ser asseguradas aos alunos nos diferentes contextos escolares (BNCC, 2017).

Quadro 5: Documentos curriculares brasileiros e orientações quanto ao Ensino de Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental

	Documento	Ciclo/Ano	Citação/Habilidade
Anos Iniciais do Ensino Fundamental	PCN	1º e 2º Ciclos ³	Com relação à Probabilidade, a principal finalidade é a de que o aluno compreenda que grande parte dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e é possível identificar prováveis resultados desses acontecimentos. As noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser exploradas na escola, em situações nas quais o aluno realiza experimentos e observa eventos (em espaços equiprováveis) (BRASIL, 1997, p. 40).
		1º Ano	Classificar eventos envolvendo o acaso, tais como “acontecerá com certeza”, “talvez aconteça” e “é impossível acontecer”, em situações do cotidiano (BRASIL, 2017, p. 281).
	BNCC	2º Ano	Classificar resultados de eventos cotidianos aleatórios como “pouco prováveis”, “muito prováveis”, “improváveis” e “impossíveis” (BRASIL, 2017, p. 285).
		3º Ano	Identificar, em eventos familiares aleatórios, todos os resultados possíveis, estimando os que têm maiores ou menores chances de ocorrência (BRASIL, 2017, p. 289).
		4º Ano	Identificar, entre eventos aleatórios cotidianos, aqueles que têm maior chance de ocorrência, reconhecendo características de resultados mais prováveis, sem utilizar frações (BRASIL, 2017, p. 293).
		5º Ano	Apresentar todos os possíveis resultados de um experimento aleatório, estimando se esses resultados são igualmente prováveis ou não (BRASIL, 2017, p. 297). Determinar a Probabilidade de ocorrência de um resultado em eventos aleatórios, quando todos os resultados possíveis têm a mesma chance de ocorrer (equiprováveis) (BRASIL, 2017, p. 297).

Fonte: Produzido pelo autor(2021).

³ 1º Ciclo (faz referência a 1ª e 2ª série; 2º Ciclo (faz referência a 3ª e 4ª série).

Quadro 6: Documentos curriculares brasileiros e orientações quanto ao Ensino de Probabilidade nos anos finais do Ensino Fundamental

Anos Finais do Ensino Fundamental	PCN	3° e 4° Ciclos ⁴	Com relação à Probabilidade, a principal finalidade é a de que o aluno compreenda que muitos dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e que se podem identificar possíveis resultados desses acontecimentos e até estimar o grau da possibilidade acerca do resultado de um deles. As noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser exploradas na escola, em situações em que o aluno realiza experimentos e observa eventos (em espaços equiprováveis) (BRASIL, 1998, p. 52)
	BNCC	6° Ano	Calcular a Probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a Probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos (BRASIL, 2017, p. 305)
		7° Ano	Planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações que envolvam cálculo de Probabilidades ou estimativas por meio de frequência de ocorrências (BRASIL, 2017, p. 311).
		8° Ano	Calcular a Probabilidade de eventos, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo, e reconhecer que a soma das Probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é igual a 1 (Brasil, 2017, p. 315).
		9° Ano	Reconhecer, em experimentos aleatórios, eventos independentes e dependentes e calcular a Probabilidade de sua ocorrência, nos dois casos (BRASIL, 2017, p.319).

Fonte: Produzido pelo autor(2021).

⁴ 3° Ciclo (faz referência a 5ª e 6ª série); 4° Ciclo (faz referência a 7ª e 8ª série).

Quadro 7: Documentos curriculares brasileiros e orientações quanto ao Ensino de Probabilidade no Ensino Médio

Ensino Médio	PCNEM	1º ao 3º ano	Ao estudar Probabilidade e chance, os alunos precisam entender conceitos e palavras relacionados à chance, incerteza e Probabilidade, que aparecem na nossa vida diariamente, particularmente na mídia. Outras ideias importantes incluem a compreensão de que a Probabilidade é uma medida de incerteza, que os modelos são úteis para simular eventos, para estimar Probabilidades, e que algumas vezes nossas intuições são incorretas e podem nos levar a uma conclusão equivocada no que se refere à Probabilidade e à chance (BRASIL, 2006, p. 79).
	BNCC	1º ao 3º ano	<p>Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.) (BRASIL, 2017, p. 533)</p> <p>Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da Probabilidade (BRASIL, 2017, p. 537)</p> <p>Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de Probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos (BRASIL, 2017, p. 537)</p> <p>Reconhecer a existência de diferentes tipos de espaços amostrais, discretos ou não, e de eventos, equiprováveis ou não, e investigar implicações no cálculo de Probabilidades (BRASIL, 2017, p. 541)</p>

Fonte: Produzido pelo autor(2021).

Os documentos curriculares aqui apresentados possuem a missão de nortear, ser um referencial, durante a elaboração de currículos regionais e locais. A BNCC, documento curricular mais atual, ainda estabelece competências (gerais e específicas) e habilidades que os alunos precisam desenvolver ao longo da Educação Básica.

Na definição das habilidades, “a progressão ano a ano se baseia na compreensão e utilização de novas ferramentas e também na complexidade das situações-problema propostas, cuja resolução exige a execução de mais etapas ou noções de unidades temáticas distintas” (BNCC, 2017, p. 275).

Ao observar as citações e habilidades dos documentos curriculares presentes no Quadro 1 percebemos que há indicações para que o ensino e aprendizagem de Probabilidade

seja articulado desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. A BNCC de Matemática do Ensino Fundamental (BRASIL, 2017), propõe cinco unidades temáticas, assim designadas: *Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística*.

Olhando em particular para a unidade temática Probabilidade, de acordo com a BNCC, o estudo deste componente nos anos iniciais do Ensino Fundamental tem a finalidade de

[...] promover a compreensão de que nem todos os fenômenos são determinísticos. Para isso, o início da proposta de trabalho com Probabilidade está centrado no desenvolvimento da noção de aleatoriedade, de modo que os alunos compreendam que há eventos certos, eventos impossíveis e eventos prováveis. É muito comum que pessoas julguem impossíveis eventos que nunca viram acontecer. Nessa fase, é importante que os alunos verbalizem, em eventos que envolvem o acaso, os resultados que poderiam ter acontecido em oposição ao que realmente aconteceu, iniciando a construção do espaço amostral. (BNCC, 2017, p. 274).

Já para os anos finais do Ensino Fundamental, a BNCC determina que

O estudo deve ser ampliado e aprofundado, por meio de atividades nas quais os alunos façam experimentos aleatórios e simulações para confrontar os resultados obtidos com a Probabilidade teórica – Probabilidade frequentista. A progressão dos conhecimentos se faz pelo aprimoramento da capacidade de enumeração dos elementos do espaço amostral, que está associada, também, aos problemas de contagem. (BNCC, 2017, p. 274).

No âmbito do Ensino Médio a BNCC propõe a construção de uma visão integrada da Matemática, aplicada à realidade dos estudantes. Nesta perspectiva, almeja-se “a consolidação, a ampliação e o aprofundamento das aprendizagens essenciais desenvolvidas no Ensino Fundamental” (BNCC, 2017, p. 527).

Os PCN, por sua vez, propõem os seguintes blocos de conteúdo: *Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação*. Abordaremos em especial o bloco de Tratamento da Informação, que constituiu “estudos relativos a noções de Estatística e de Probabilidade, além dos problemas de contagem que envolvem o princípio multiplicativo” (PCN, 1997, p. 52).

Em relação aos anos iniciais do Ensino Fundamental os PCN sugerem que

[...] a principal finalidade é a de que o aluno compreenda que grande parte dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e é possível identificar prováveis resultados desses acontecimentos. (BRASIL, 1997, p. 40).

Já em relação aos anos finais do Ensino Fundamental os PCN seguem a mesma linha apresentada anteriormente, com certo aprofundamento, no sentido que

[...] a principal finalidade é a de que o aluno compreenda que muitos dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e que se podem identificar possíveis resultados desses acontecimentos e até estimar o grau da possibilidade acerca do resultado de um deles. (BRASIL, 1998, p. 52).

Nesta etapa, as situações relacionadas à ideia de Probabilidade devem abarcar a construção do espaço amostral como referência para estimar a Probabilidade, utilizando-se de uma razão. Durante os anos finais do Ensino Fundamental, os conceitos relacionados à Probabilidade continuam a ser explorados de maneira informal, utilizando-se de investigações que culminem em previsões a respeito do sucesso de um evento (PCN, 1998).

Por meio das habilidades e citações até aqui destacadas podemos inferir que o estudo de Probabilidade, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, converge para proposições de situações problematizadoras, do cotidiano, que envolvam os conceitos de acaso e que possibilitem identificar, classificar e compreender eventos de natureza aleatórias. Posteriormente, nos anos finais, percebe-se que há conceitos que são inseridos gradativamente, como a representação da Probabilidade de um evento aleatório por meio de um número racional (forma fracionária, decimal e percentual), conceitos de Análise Combinatória (como o princípio multiplicativo) e reconhecimento de eventos dependentes e independentes. Por fim, o Ensino Médio insere-se numa perspectiva de aprofundamento e consolidação dos conceitos estudados anteriormente.

Até o presente momento efetuamos alguns importantes passos: análise do que dizem as pesquisas que focalizaram o estudo de Probabilidade na formação de professores; uma investigação sobre o que está previsto na Educação Básica sobre Probabilidade, além de trazeremos uma breve discussão acerca da Educação Estatística.

Diante daquilo que foi exposto, dessas demandas de formação, das habilidades e competências que os documentos curriculares trazem, a elaboração de uma proposta que ajude a atenuar o cenário anteriormente descrito mostra-se pertinente. Dessa forma, com estas informações em mente e com o aporte teórico em mãos, propomos, no capítulo seguinte, uma atividade para o Ensino de Probabilidade baseada no jogo campo minado.

CAPÍTULO 3

Proposta para o Ensino de Probabilidade a partir do jogo campo minado com dispositivos móveis

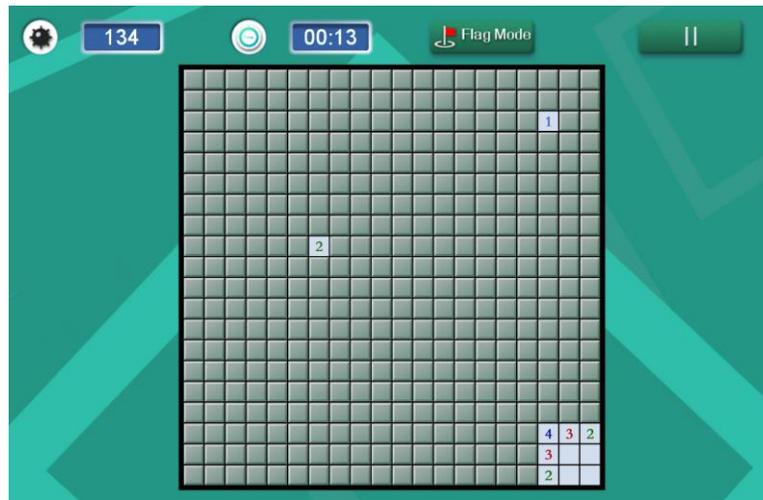
No presente capítulo apresentamos o jogo “campo minado” e uma atividade baseada no mesmo, cujo objetivo é auxiliar professores (e futuros professores) em práticas que desenvolvam o ensino-aprendizagem de Probabilidade. Além de poder ser explorada em diferentes contextos e espaços de formação de professores, a proposta pode ser implementada com alunos do Ensino Médio. Contudo, considerando os resultados do mapeamento realizado e apresentado no Capítulo 1, centramos nossa discussão na implementação dessa proposta em contextos de formação inicial de professores de Matemática.

3.1 O Campo Minado

De acordo com Viensci (2009) a primeira aparição do jogo desenvolvido por Robert Donner ocorreu em 1989 com o lançamento do Windows 3.1. A partir daí esteve sempre incorporado ao sistema operacional Windows (ou disponível para download), possuindo ainda versões para outros sistemas operacionais e para celulares.

Salientamos que há várias versões disponíveis para o jogo campo minado, como versões multijogador (online) que possibilita jogar em dupla, desafiar e ser desafiado por diferentes pessoas de diferentes regiões e até mesmo de diferentes países. Algumas outras versões possuem características únicas, como o fato de poder habilitar ou desabilitar o tempo para se efetuar uma jogada (o que a depender da versão pode gerar um acréscimo na pontuação, ao se limitar o tempo para executar uma jogada), dentre outras coisas. Em nosso trabalho usaremos, particularmente, uma versão do jogo em que se joga em caráter individual mas que ainda, ao decorrer das atividades, vai possibilitar discussões coletivas. Além disso, a versão que buscamos utilizar possui tempo livre para efetuar as jogadas, de modo que os participantes tenham tranquilidade para pensar e desenvolver suas estratégias.

Figura 1: Captura de tela do “Campo minado Mestre”



Fonte: Microsoft Store (Windows 10)

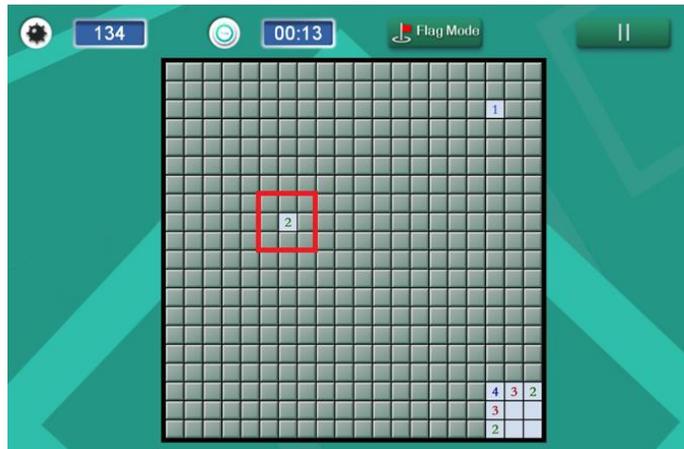
O jogo, em geral, consiste em um tabuleiro retangular (constituído por quadrados de igual tamanho) de tamanho variável em que são dispostas um número também variável de bombas de maneira aleatória. Na imagem anterior, por exemplo, temos um tabuleiro de dimensão 20 por 20, isto é, são 400 “quadrinhos” em que estão distribuídas 134 bombas aleatoriamente (como podemos ver na parte superior esquerda da imagem).

O objetivo do jogo é descobrir todos os quadrados que não contenham minas. Cada casa (quadrado) pode ser revelada clicando sobre ela, caso o jogador acerte uma casa que contenham uma bomba o jogo termina e é mostrado onde estavam as demais bombas. Por outro lado, caso o quadrado não contenha uma mina, uma de duas coisas poderá ocorrer:

- 1) Um número entre 1 e 8 aparece, indicando quantas minas existem ao redor desta casa. Na Figura 2, na região em vermelho, observamos que há duas minas adjacentes⁵ à casa com o número 2;

⁵ A palavra adjacente, no contexto das jogadas, refere-se aos quadrados que circundam o número da jogada considerada. Por exemplo, quando dizemos que há duas minas adjacentes à casa com o número 2, significa dizer que duas das oito casas que circundam o número 2 possuem minas.

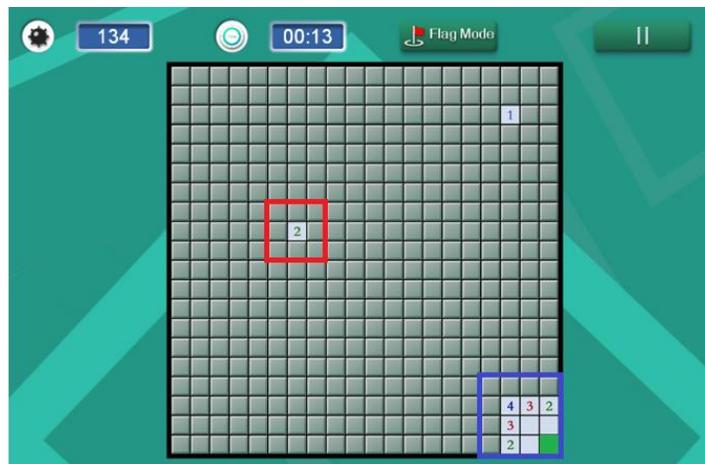
Figura 2: duas minas adjacentes à casa com o número 2



Fonte: Microsoft Store (Windows 10)

- 2) Nenhum número aparece. Quando isso acontece significa que não há bombas ao redor do quadrado em que foi efetuado o clique, daí o jogo automaticamente abre todas as casas ao redor da mesma até encontrar alguma(as) casa(s) que possua alguma mina ao redor. Na Figura 3, por exemplo, ao clicarmos na casa colorida de verde (na região em azul) vemos que esta não possuía uma mina, então o jogo abriu automaticamente as casas adjacentes a ela que não possuíam minas.

Figura 3: clique em uma casa (em verde) em que não havia uma mina



Fonte: Microsoft Store (Windows 10)

Por fim, o jogador ganha quando conseguir revelar todas as casas que não contenham alguma das bombas.

3.2 Atividade proposta

Fazendo uso do jogo apresentaremos uma proposta de atividade que a partir da experimentação dos elementos/recursos presentes no jogo possibilite desenvolver conceitos de Probabilidade, de modo a auxiliar o professor na inserção do tema nas aulas de matemática, retomando conceitos previstos na BNCC dos anos iniciais bem como “Identificar, em eventos familiares aleatórios, todos os resultados possíveis, estimando os que têm maiores ou menores chances de ocorrência” (BRASIL, 2017, p. 289) e introduzindo outros novos, previstos para os anos finais, como a representação da Probabilidade de um evento aleatório por meio da forma fracionária.

3.2.1 Objetivos

Ao utilizarmos o jogo campo minado como recurso didático pretendemos atingir os seguintes objetivos:

- Desenvolver uma atividade exploratória, em que os alunos estabeleçam estratégias para vencer o jogo;
- Desenvolver o pensamento probabilístico;
- Desenvolver o raciocínio lógico;
- Desenvolver métodos para o cálculo de Probabilidade;
- Definir os conceitos de Probabilidade (evento, espaço amostral, etc.);
- Classificar eventos como: “pouco prováveis”, “muito prováveis”, “improváveis” e “impossíveis”;
- Apresentar os possíveis resultados de um experimento aleatório, estimando se esses resultados são igualmente prováveis ou não;
- Identificar a Probabilidade de um evento ocorrer ou não, dentre outras coisas.

3.2.2 Sequência de Atividades

O campo minado é um popular jogo de computador para um jogador. Foi inventado por Robert Donner em 1989 e tem como objetivo revelar um campo de minas sem que alguma seja detonada.

Regras

A área de jogo consiste num campo retangular formado por quadrados. Cada quadrado pode ser revelado clicando sobre ele, e se o quadrado clicado contiver uma mina, então o jogo acaba. Se, por outro lado, o quadrado não contiver uma mina, uma de duas coisas poderá acontecer:

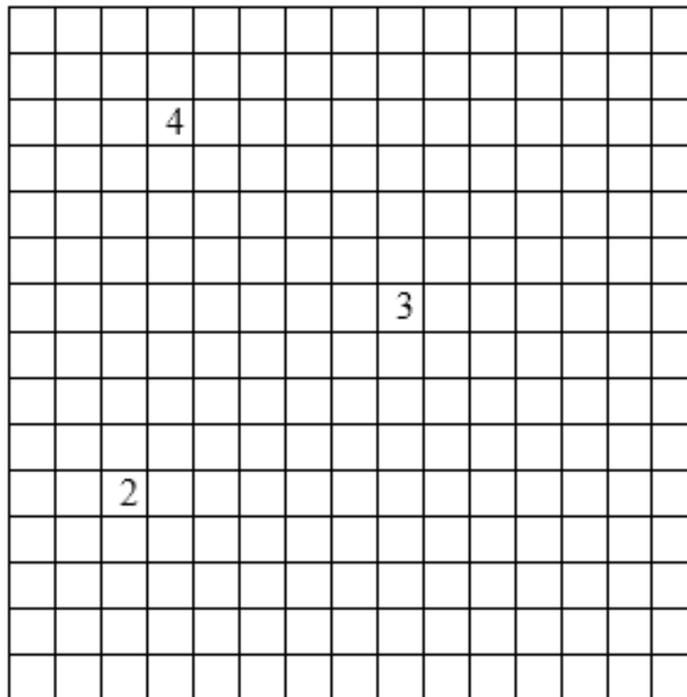
Um número aparece, indicando a quantidade de quadrados adjacentes que contêm minas:

Nenhum número aparece. Neste caso, o jogo revela automaticamente os quadrados que se encontram adjacentes ao quadrado vazio, já que não podem conter minas;

O jogo é ganho quando todos os quadrados que não têm minas são revelados.

Pergunta inicial: Você já jogou o Campo Minado? Caso sim, costuma adotar alguma estratégia? Descreva-a.

Proposta de Atividade 1⁶: Considere um campo que possui 225 quadradinhos e que contém 30 minas escondidas. Um jogador clicou em 3 quadradinhos em que não haviam minas: no 1º apareceu o número 3, indicando que há 3 bombas adjacentes a ele; no 2º apareceu o número 2, indicando que há 2 bombas adjacentes a ele; no 3º apareceu o número 4, indicando que há 4 bombas adjacentes a ele, conforme a figura a seguir.



- 1) Qual das jogadas a seguir é a mais indicada para o próximo clique? Justifique.

⁶ Adaptada de Souza e Garcia (2016, p. 133).

- Jogada A: clicar em um dos quadradinhos adjacentes ao número 3;
- Jogada B: clicar em um dos quadradinhos adjacentes ao número 2;
- Jogada C: clicar em um dos quadradinhos adjacentes ao número 4;
- Jogada D: clicar em um dos quadradinhos restantes, não indicados nas jogadas anteriores.

Proposta de Atividade 2⁷: Considere que o jogador tenha feito mais algumas jogadas (destacadas em azul) de modo que a continuação do jogo tenha assumido a seguinte forma:

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o
A												1	1		
B													2	1	
C				4										1	
D														3	2
E															
F															
G									3						
H															
I															
J															
K			2												
L															
M															
N															
O	1														2

Obs. 1: As letras servem apenas para orientar a explicação de uma possível jogada.

Obs. 2: Os quadrados de posições (A, n), (A, o), (B, o) e (C, o) são quadrados que já foram revelados e não possuem minas, portanto não são passíveis de efetuar uma jogada.

- 1) Suponha que você deva realizar o próximo clique. Com este cenário e, segundo sua análise, qual seria a melhor jogada? Justifique.

⁷ Adaptada de Souza e Garcia (2016, p. 133).

2) A estratégia que você apontou (na primeira pergunta) se enquadra nos procedimentos que utilizou ao realizar esta atividade? Discuta com seus colegas.

3.2.3 Sugestão de implementação da Atividade

Para a implementação da atividade vamos deixar como sugestão aquilo que foi adotado em nossa experiência à época (o que pode ser adaptado e modificado conforme a necessidade). Apesar de escrevermos as recomendações considerando um espaço para a formação de professores, as ideias aqui inseridas podem ser replicadas e reproduzidas num contexto de sala de aula para o Ensino Médio.

Recomenda-se que o formador agrupe os futuros professores em duplas (caso não haja dispositivos móveis para todos), cada dupla deve ter um dispositivo móvel (ou computador) preferencialmente com a mesma versão do jogo instalada. Destacamos que há versões em que o jogo é programado para impossibilitar a derrota na primeira jogada (sendo esta a mais comum), então sugerimos que o professor responsável pela prática pesquise uma versão que seja de seu interesse de antemão. Quando realizamos a prática pesquisamos por

“Campo Minado Clássico” na loja de aplicativos *Play Store*⁸ e encontramos à época uma versão que possibilitava personalizar a quantidade de minas e de quadrados no tabuleiro, de modo que nesta versão era possível perder ao executar a primeira jogada.

Aconselha-se que o encontro formativo contemple pelo menos 4 aulas de 50 minutos, tempo este que assim designamos (aproximadamente) nos seguintes passos: 1) explicação das regras, retirada de dúvidas e momento para conhecer/experimentar o jogo (25 minutos); 2) pedir para que os participantes registrem as estratégias adotadas no espaço da “pergunta inicial” (10 minutos); 3) leitura, discussão e resolução da “Proposta de Atividade 1” (25 minutos); 4) leitura, discussão e resolução da “Proposta de Atividade 2” (40 minutos); 5) Formalização dos conceitos de probabilidade (100 minutos).

No tópico seguinte, além de deixarmos algumas soluções para as atividades aqui propostas, inserimos sugestões e comentários que visam auxiliar o professor formador (ou docente da Educação Básica) a implementar as ações aqui colocadas.

3.3 Soluções, sugestões e comentários sobre a proposta

Neste tópico, além de discutirmos possíveis soluções para as atividades propostas no Capítulo 3, apresentamos, também, algumas sugestões e comentários com o propósito de contribuir com o movimento de preparação e implementação das atividades pelo professor formador ou pelo docente da Educação Básica.

3.3.1 Sugestões e possíveis soluções

Como a proposta advém de uma experiência prática com o jogo é importante que o professor se certifique que todos os alunos possuam a mesma versão (ou similar) do jogo caso opte por reproduzi-lo em celulares ou que os computadores possuam o jogo disponível, caso utilize algum laboratório de informática.

⁸ Serviço de distribuição digital de aplicativos, jogos, filmes, programas de televisão, músicas e livros, desenvolvido e operado pela Google.

Dessa forma, a etapa inicial da aula deve ser destinada à apresentação, exploração e conhecimento dos elementos do jogo, realizando a leitura das regras e instigando-os a jogarem e pensarem acerca de estratégias.

Num momento seguinte, após experimentarem o jogo, os alunos devem responder a seguinte **pergunta inicial presente no início do roteiro da atividade** “Você já jogou o Campo Minado? Caso sim, costuma adotar alguma estratégia? Descreva-a”.

O intuito desta pergunta é tentar identificar se os alunos possuem algum conhecimento prévio acerca de Probabilidade e se ele está sendo utilizado de alguma forma, se desenvolveram alguma estratégia atrelada a algum raciocínio lógico ou se jogaram apenas utilizando-se da “sorte” e “azar”. Estas informações são de suma importância, pois a ideia é retomá-las para discussão e fechamento da atividade (última etapa da atividade proposta 2).

Na **Atividade 1**, há quatro possíveis jogadas para serem analisadas. Vejamos uma análise inicial:

A situação da **jogada A** indica que há 3 minas escondidas em um total de 8 quadradinhos. Em termos fracionários, tomando a parte do todo, podemos escrever esta situação como $\frac{3}{8}$ (que indica que $\frac{3}{8}$ do “espaço” considerado está ocupado por bombas). Da mesma forma, concluímos que $\frac{5}{8}$ da região considerada é constituída por quadradinhos vazios (5 dos 8 quadradinhos não contém bombas). O que significa que ao executar esta jogada é mais provável não clicar em um quadradinho que contenha uma bomba. Mas esta será a melhor jogada? Vamos analisar a próxima.

A **jogada B** configura uma situação em que há 2 bombas em 8 quadradinhos. Isto significa que $\frac{2}{8}$ da região considerada é ocupada por bombas e que $\frac{6}{8}$ da região em questão é ocupada por quadradinhos que não contém bombas, ou seja, é uma jogada ainda melhor do que a anterior. Como $\frac{6}{8} > \frac{5}{8}$, a chance de clicar em um quadrado vazio na Jogada B é maior do que na Jogada A.

Ao observar a **jogada C**, podemos identificar que há 4 bombas em 8 quadradinhos. Logo, há 4 quadradinhos que possuem bombas e 4 quadradinhos que não possuem bombas. Isto significa que é igualmente provável clicar em uma bomba ou não.

Por fim, da **jogada D** inferimos que há $(30 - 9) = 21$ minas escondidas nos $225 - (3 \cdot 9) = 198$ quadradinhos restantes (não incluídos nas jogadas A, B e C). Daí, concluímos que $\frac{21}{198}$ da região considerada é ocupada por minas e que $\frac{177}{198}$ desta região é ocupada por quadradinhos que não contem bombas.

Por meio dessas informações, vemos que a melhor jogada possível é a **jogada D**, a que apresenta menor risco de se clicar em uma mina, já que

$$\begin{aligned}\frac{21}{198} &= \frac{7}{66} < \frac{2}{8} \\ \frac{2}{8} &= \frac{16,5}{66} < \frac{3}{8} \\ \frac{3}{8} &= \frac{24,75}{66} < \frac{4}{8} \\ \frac{4}{8} &= \frac{33}{66}\end{aligned}$$

Assim, as melhores jogadas em ordem seriam: D, B, A e C.

Como a ideia é clicar em quadradinhos que não possuem minas, para continuar prosseguindo no jogo, uma outra forma de ilustrar esta situação e que pode ser abordada pelo professor seria verificar qual jogada propiciaria a maior chance de clicar em um quadradinho vazio (que não contém uma mina). Usando as informações anteriores, teríamos que

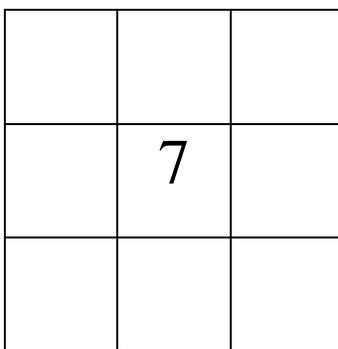
$$\begin{aligned}\frac{177}{198} &= \frac{59}{66} > \frac{6}{8} \\ \frac{6}{8} &= \frac{49,5}{66} > \frac{5}{8} \\ \frac{5}{8} &= \frac{41,25}{66} > \frac{4}{8} \\ \frac{4}{8} &= \frac{33}{66}\end{aligned}$$

donde concluímos que as jogadas, em ordem, que possibilitam maior chance de clicar em quadrado vazio são: D, B, A e C (como esperado).

Observe que, ainda, não definimos formalmente o conceito de Probabilidade, apenas usamos o conceito de fração (que já deve ser de conhecimento da turma) e com isso tentamos significar o que teria maior ou menor chance de acontecer, a fim de tentar desenvolver o pensamento probabilístico antes de apenas definir uma “fórmula/conceito” e aplicá-la.

Neste sentido, o professor pode ilustrar ainda algumas outras situações como esta, que além de possibilitar classificar eventos como “pouco prováveis” e “muito prováveis”, pode facilitar ainda (para uma futura definição) o entendimento do que seria a Probabilidade de um evento complementar. Observe a Figura 4.

Figura 4: clicar em um dos quadrados adjacentes ao número 7



Fonte: Produzido pelo autor (2021).

Ao ilustrar esta situação o professor pode propor uma discussão sobre o que é mais provável de ocorrer ao clicar em uma casa adjacente ao número 7, se é clicar em uma mina ou clicar em uma casa vazia. Sabemos que há 7 minas escondidas em 8 casas, logo é muito provável que encontremos uma mina ao executar o clique.

Como visto anteriormente, esta “chance” pode ser representada como $\frac{7}{8}$. Percebemos ainda que a chance de não clicar em uma mina é de 1 em 8, isto é, de $\frac{1}{8}$. Fazendo $\frac{7}{8} + \frac{1}{8} = 1$, vemos que os dois casos distintos e possíveis (ou encontramos uma mina ou não encontramos uma mina) compreendem 100% dos casos do universo desta jogada.

Assim, o professor pode inserir elementos da Probabilidade de um evento complementar e facilitar posteriormente sua compreensão e definição.

Outra situação deste tipo que pode ser executada, seria discutir com os alunos o que seria mais provável de ocorrer ao executar o primeiro clique, isto é, clicar em uma mina ou não.

Na **Atividade 2**, notamos que, pelas regras do jogo, obrigatoriamente temos 2 minas nas posições (E, n) e (E, o) adjacentes ao número 2 de posição (D, o). As letras maiúsculas representam a “linha” e as minúsculas a “coluna” da respectiva posição. Para melhor entendimento destacamos em verde a posição (H, d) na Figura 5, observe que a letra “H” representa a linha e a letra “d” a coluna.

Figura 5: Posição (H, d) destacada em verde

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o
A												1	1		
B													2	1	
C				4										1	
D														3	2
E															
F															
G									3						
H															
I															
J															
K			2												
L															
M															
N															
O	1														2

Fonte: Produzido pelo autor (2021).

Prosseguindo, observamos que o número 1 da posição (B, n), nos diz que há uma mina na posição (C, m). Por outro lado, o número 2 de posição (B, m) revela que há duas minas adjacentes a ele. Sabemos da existência de uma das duas minas. Nota-se ainda que a outra mina não pode estar na posição (C, l), pois dessa maneira não cumpriria a obrigatoriedade de existência da mina adjacente aos números 1’s de posições (A, m) e (A, l), respectivamente. Logo, essa outra mina estará na posição (B, l).

Para melhor entendimento denotaremos por “X” o local em que as minas estão escondidas e por “A” as posições seguras onde não há minas, como ilustrado na Figura 6. Assim, as posições das minas encontradas são: (E, o), (E, n), (C, m) e (B, l). Por outro lado, as melhores jogadas em que há 100% de chance de não encontrar uma mina são: (E, m), (D, m), (C, l), (B, k) e (A, k).

Figura 6: Marcação das minas

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o
A											A	1	1		
B											A	X	2	1	
C				4								A	X	1	
D													A	3	2
E													A	X	X
F															
G									3						
H															
I															
J															
K			2												
L															
M															
N															
O	1														2

Fonte: Produzido pelo autor (2021).

Observe que como descobrimos as posições das minas de posições (E, n) e (E, o), a Probabilidade de clicar em uma mina adjacente ao número 2 de posição (D, o) configura-se como um evento certo e a jogada “clicar em um quadrado vazio adjacente à posição (D, o)” configura-se como um evento impossível, pois não há esta possibilidade. Assim, podemos ir trabalhando essa ideia, dos conceitos de Probabilidade, sem necessariamente já definir propriamente a coisa.

Para finalizar, os alunos devem **responder à questão número 2** do roteiro “A estratégia que você apontou (na primeira pergunta) se enquadra nos procedimentos que utilizou ao realizar esta atividade? Discuta com seus colegas.”

A ideia é retomar aquilo que os alunos preencheram antes da execução da atividade propriamente dita e discutir as novas concepções adquiridas ao longo dela, se as estratégias se mantiveram, o que houve de novo e principalmente se ocorreu um aprendizado dos conceitos aqui objetivados, possibilitando ter uma melhor visão do que sucedeu antes, durante e depois da prática, de modo que possibilite ainda ao professor ter melhores parâmetros para refletir acerca da sua prática docente.

Apresentamos no tópico seguinte uma formalização dos conceitos de Probabilidade aqui apresentados.

3.3.2 Definições e alguns comentários

Na execução das jogadas do campo minado, ao executar o primeiro clique no início do jogo, por exemplo, não é possível prever o resultado, isto é, se clicaremos em uma mina ou em um quadrado vazio. Situações como essa, em que não conseguimos prever o que acontecerá, são chamadas de **experimento aleatório**.

Segundo Souza e Garcia (2016, p. 127), experimento aleatório é “todo experimento (ou fenômeno) cujo resultado depende somente do acaso, ou seja, cujo resultado é imprevisível mesmo quando repetido várias vezes, sob as mesmas condições.”.

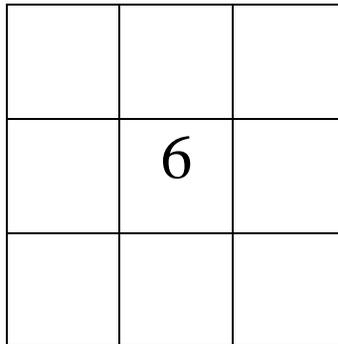
Observe que, mesmo que reiniciemos o jogo por várias vezes e executemos o primeiro clique (utilizando o exemplo dado anterior), sob as mesmas condições (com o mesmo tamanho do “tabuleiro” e quantidade de minas), ainda não saberemos dizer com certeza qual será o resultado. Podemos citar ainda alguns outros experimentos de natureza aleatória:

- lançamento de uma moeda não viciada⁹, em que se observa a face obtida;
- lançamento de um dado não viciado;
- extração de uma carta de um baralho comum, em que se observa o naipe da carta;
- o sorteio das dezenas da Mega-Sena.

Note que ao lançarmos um dado comum, de seis faces, temos seis possíveis resultados, que correspondem às faces dos dados. De maneira similar, se considerarmos a figura 7 seguinte (trazendo para um exemplo do campo minado), a jogada irá consistir em clicar em um quadrado adjacente ao número 6, isto é, há 6 minas (distintas) em 6 quadradinhos (distintos) e dois quadradinhos vazios, temos oito possíveis resultados (obter uma das 6 minas (de posições distintas) ou um dos dois quadrados vazios). A esse conjunto de resultados damos o nome de **espaço amostral**.

⁹ Entende-se por moeda não viciada aquela cujas faces têm probabilidades iguais de sair em um lançamento.

Figura 7: clicar em um dos quadrados adjacentes ao número 6



Fonte: Produzido pelo autor (2021).

Geralmente indicado por Ω (lê-se: ômega), o espaço amostral é o “conjunto de todos os possíveis resultados de um experimento aleatório” (SOUZA e GARCIA, 2016, p. 127).

A seguir exemplificamos e descrevemos o espaço amostral de alguns experimentos aleatórios:

- O espaço amostral do lançamento de uma moeda é dado pelo conjunto: $\Omega = \{cara, coroa\}$;
- O espaço amostral do sorteio ao acaso de um dia da semana é dado pelo conjunto: $\Omega = \{domingo, segunda - feira, terça - feira, quarta - feira, quinta - feira, sexta - feira, sábado\}$;
- O espaço amostral do lançamento de um dado de seis faces é dado pelo conjunto: $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Agora que definimos o que é espaço amostral observe as relações seguintes. Em relação ao espaço amostral do lançamento de um dado de seis faces, “o número da face superior ser menor do que 6” pode ser representado pelo conjunto $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Ou ainda, “o número da face superior ser ímpar” pode ser representado pelo conjunto $B = \{1, 3, 5\}$. Note que os conjuntos A e B são subconjuntos do espaço amostral do lançamento de um dado de seis faces.

Com base em Souza e Garcia (2016, p. 128, grifos próprios) “chamamos de **evento** ou **acontecimento**, e geralmente indicamos por uma letra maiúscula, cada subconjunto do espaço amostral de um experimento aleatório.”. Dessa forma, utilizando ainda a Figura 7 anterior, o evento “não clicar em uma mina”, por exemplo, terá como elemento os dois

“quadrados vazios”. Enquanto que o evento “clique em uma mina”, terá como elementos as seis minas adjacentes ao número 6.

Considerando a **Atividade 2** (ver Figura 8 abaixo), o evento “clique em uma mina adjacente ao número 2 de posição (D, o)” é representado pelo próprio espaço amostral da jogada. Pois observe que os quadrados adjacentes ao número 2 (passíveis de efetuar uma jogada) contém apenas minas, logo o espaço amostral dessa jogada é constituído por estas minas. Nesse caso, dizemos que esse evento é **certo**.

Figura 8: Clique em uma mina adjacente ao número 2 de posição (D, o)

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o
A											A	1	1		
B											A	X	2	1	
C				4								A	X	1	
D													A	3	2
E													A	X	X
F															
G									3						
H															
I															
J															
K			2												
L															
M															
N															
O	1														2

Fonte: Produzido pelo autor (2021).

Um outro exemplo disso pode ser obtido em relação ao espaço amostral do lançamento de um dado de seis faces cujo evento é “o número da face superior ser menor ou igual do que 6”, em que claramente os elementos que constituem este evento são representados pelo próprio espaço amostral.

Por outro lado, ainda considerando o espaço amostral do lançamento de um dado de seis faces, o evento “o número da face superior ser maior ou igual do que 7” é representado pelo conjunto vazio, uma vez que o espaço amostral não possui tal resultado. Nesse caso, dizemos que esse evento é **impossível**.

Considerando ainda o experimento que consiste em lançar um dado não viciado, vemos que cada face tem chance de $\frac{1}{6}$ de ocorrer. Observe que todos os eventos unitários $\{1\}, \{2\}, \dots, \{6\}$ possuem a mesma chance de ocorrer. Quando isso ocorre dizemos que o espaço amostral é **equiprovável**. Em uma situação do campo minado, em que podemos reduzir o espaço amostral para o “universo” da jogada considerada, o espaço amostral será equiprovável quando o número de minas for igual ao número de casas vazias (como ocorre na Jogada C da **Atividade 1**).

Baseado em Souza e Garcia (2016) trazemos a seguinte definição “formal” de Probabilidade: “considere um evento A de um espaço amostral Ω finito e equiprovável. A razão entre a quantidade de elementos de A (indicada por $n(A)$) e a quantidade de elementos de Ω (indicada por $n(\Omega)$) é a Probabilidade $P(A)$ de o evento A ocorrer.” (SOUZA e GARCIA, 2016, p. 131). De outra forma, podemos escrever

$$P(A) = \frac{\text{número de elementos de } A}{\text{número de elementos de } \Omega} = \frac{n(A)}{n(\Omega)}.$$

Informalmente, costuma-se descrever a razão anterior como: “a Probabilidade de ocorrer um determinado evento é dada pelo quociente entre o número de casos favoráveis (casos de nosso interesse) e o número de casos possíveis (total de casos)”.

Se considerarmos A um evento qualquer de certo espaço amostral Ω , para \emptyset, A e Ω , vale:

$$\emptyset \subset A \subset \Omega \Rightarrow n(\emptyset) \leq n(A) \leq n(\Omega)$$

Dividindo cada membro dessa desigualdade por $n(\Omega) > 0$, obtemos:

$$\frac{\overset{0}{n(\emptyset)}}{n(\Omega)} \leq \frac{n(A)}{n(\Omega)} \leq \frac{n(\Omega)}{n(\Omega)} \Rightarrow 0 \leq P(A) \leq 1$$

Desse resultado, concluímos que a Probabilidade de um evento ocorrer é um valor de 0 a 1, ou seja, de 0% a 100%. Daí, tiramos que:

- Se A é um evento **impossível**, temos $P(A) = 0$:

$$A = \emptyset \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{\overbrace{n(\emptyset)}^0}{n(\Omega)} = 0$$

- Se A é um evento **certo**, temos $P(A) = 1$:

$$A = \Omega \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{n(\Omega)}{n(\Omega)} = 1$$

Usando estes conceitos percebemos, por exemplo, que executar a jogada “Jogada A: clicar em um dos quadradinhos adjacentes ao número 3” da atividade 1, possui Probabilidade de $\frac{3}{8} = 37,5\%$ de se clicar em uma mina (se considerarmos o evento “clicar em uma mina adjacente ao número 3”).

Podemos ainda calcular a Probabilidade de um evento não ocorrer (ou a Probabilidade de um evento complementar). Usando ainda o exemplo anterior, vemos que a Probabilidade de “não clicar em uma mina adjacente ao número 3” é dado por $\frac{5}{8} = 62,5\%$. Perceba que $\frac{3}{8} + \frac{5}{8} = 37,5\% + 62,5\% = 100\% = 1$.

De modo geral, seja \bar{A} o conjunto formado pelos elementos de Ω que não pertencem a A , ou seja, $\bar{A} = \Omega - A$. Dizemos que \bar{A} é o complementar de A em relação a Ω .

Como $\bar{A} = \Omega - A$ e $\bar{A} \cap A = \emptyset$, temos:

$$n(\bar{A}) = n(\Omega) - n(A)$$

Ao dividirmos ambos os membros dessa igualdade por $n(\Omega) > 0$, temos:

$$\frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{n(\Omega) - n(A)}{n(\Omega)} \Rightarrow \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{n(\Omega)}{n(\Omega)} - \frac{n(A)}{n(\Omega)} \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

Logo, a Probabilidade de não ocorrer o evento A (indicado por $P(\bar{A})$) é: $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.

Uma outra situação que exemplifica isto é: considere como espaço amostral os números naturais de 1 a 10 e o evento A , da ocorrência de um número maior do que 7 no sorteio de um desses número. Temos que $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ e $A = \{8, 9, 10\}$. Daí, $\bar{A} = \Omega - A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$.

A Probabilidade de não ocorrer um número maior do que 7 vai ser:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{3}{10} \Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{7}{10}.$$

Por fim, pode-se ainda realizar um experimento associado à frequência relativa. Considere uma configuração com 30 minas espalhadas aleatoriamente em 100 quadradinhos. Sabemos que ao executar o clique, ao iniciar o jogo, não temos a certeza se iremos encontrar uma mina ou não. Observe que ainda podemos refazer este experimento, sob as mesmas condições, isto é, reiniciar o jogo e executar um novo clique.

Imaginemos, por exemplo, que este exercício tenha sido realizado 100 vezes, dos quais 37 resultaram em encontrar uma mina e 63 resultaram em encontrar um quadrado vazio.

A razão $\frac{n^{\circ} \text{ de minas}}{n^{\circ} \text{ total de jogadas}} = \frac{37}{100} = 0,37$ representa a **frequência relativa** corresponde ao evento “encontrar uma mina”; a razão $\frac{63}{100}$ irá representar a frequência relativa correspondente ao evento “não encontrar uma mina”.

A ideia é que se verifique que à medida que se aumenta o número de jogadas (realização do experimento) as frequências relativas correspondentes às ocorrências de “encontrar uma mina” ficam cada vez mais próximo do valor $\frac{30}{100} = \frac{3}{10}$, que corresponde à Probabilidade de encontrar uma mina ao realizar o clique (considerando as condições do exemplo anterior).

Para realizar o experimento como descrito anteriormente deve-se observar se a versão do jogo utilizada permite que o jogador perca o jogo ao realizar o primeiro clique (pois algumas versões são programadas para que isso não ocorra). Caso isso não seja possível (encontrar uma mina já no primeiro clique) pode-se efetuar o primeiro clique e ver quantas casas foram abertas e posteriormente efetuar o experimento a partir da segunda jogada (como se tornássemos a segunda jogada em nosso “primeiro clique”). Suponha, por exemplo, que foram abertas nove casas, daí, no segundo clique (segunda jogada) teremos 30 minas em $100 - 9 = 91$ quadradinhos (considerando ainda a situação anterior). Por outro lado, se ao realizar o primeiro clique fossem abertas 12 casas, então no segundo clique teríamos 30 minas em $100 - 12 = 88$ quadradinhos e assim por diante. Logo, pode-se registrar os resultados (encontrar uma mina ou não) de cada situação em que o segundo clique foi efetuado (segunda jogada com 30 minas em 88, 89 ou 90 quadradinhos, etc.) e comparar a frequência relativa associada a cada situação com a sua respectiva probabilidade de ocorrer, procedendo como foi descrito no experimento exemplificado inicialmente.

Diante do exposto, esperamos que a proposta de atividade contribua com a proposição de espaços formativos em que a Probabilidade e a Estatística sejam tomadas como objeto de estudos, investigações e reflexões sobre a prática. Também esperamos que as discussões aqui realizadas contribuam para um processo de ensino e de aprendizagem da Probabilidade e da Estatística que supere a perspectiva pautada na memorização e aplicação de fórmulas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como objetivo propor e discutir uma possível abordagem, baseada no jogo campo minado por meio de dispositivos móveis. Tal proposta se apresenta com a intencionalidade de contribuir com espaços de formação de professores e, também, com os processos de ensino e de aprendizagem de Probabilidade e Estatística no Ensino Médio. Além disso, como a presente proposta apresenta elementos tanto dos anos iniciais quanto dos anos finais do Ensino Fundamental, pode-se adaptá-la de modo a atender as demandas para estes respectivos níveis de ensino.

Devido à grande proximidade do par tecnologia-jogo junto à realidade dos alunos e a sua importância no currículo de Matemática, procurou-se desenvolver uma atividade as quais, por meio da experimentação, possibilitasse desenvolver o pensamento probabilístico e o raciocínio lógico.

Para elaborar tal proposta, buscamos respaldo nos pressupostos da autora Lopes (2008), bem como tentamos contemplar as diretrizes da BNCC, de modo a resgatar elementos previstos nos anos iniciais do Ensino Fundamental e introduzindo elementos dos anos finais do Ensino Fundamental. Além disso, destacamos aqui que ao fazer uso de dispositivos móveis (ou computadores) que dinamizam o ensino de Matemática “o estudo da Probabilidade em particular, transforma-se em alternativas que possam ser acrescentadas significativamente às atividades escolares para alunos e professores nas aulas de matemática” (SOUZA, 2015, p. 95), o que favorece o estabelecimento de uma relação professor-aluno em que torna o aluno coautor de sua aprendizagem.

Nesse trabalho, focalizamos na apresentação e discussão da proposta, dado que o contexto não permitiu a realização de um trabalho de campo. Haja vista que, durante o período de elaboração dessa monografia, o mundo enfrentava a pandemia da COVID-19 e, face a esse cenário, as atividades das escolas e da própria Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP) estavam sendo realizadas de maneira remota. Contudo, compreendemos que esse obstáculo não inviabilizou um processo reflexivo e analítico da proposta, dado que, como comentamos anteriormente essa ideia havia sido discutida em semestres anteriores em uma das disciplinas de “prática de ensino” do curso de Matemática, contribuindo fortemente para aprendizagem dos envolvidos. Chama a atenção que à época, os colegas da disciplina

continuaram a jogar e a desenvolver estratégias, colocando em prática o que foi discutido, mesmo após a prática ser desenvolvida e, também por isso, acreditamos que foi uma prática exitosa (pois não apenas gerou aprendizado como também despertou o interesse sobre o assunto) e que merecia ser aprofundada e socializada.

Cabe ressaltar que aqui apresentamos algumas sugestões e não imposições. O professor, enquanto educador e/ou formador, possui a liberdade de adaptar as situações propostas ou complementar com outras abordagens que por acaso não tenhamos aqui apresentado. Como mencionado, esta proposta se apresenta como mais uma alternativa e não deve ser encarado como algo definitivo (assim como qualquer outra), pois é dever do professor/educador refletir constantemente sobre sua ação docente e adaptar o que melhor se enquadra para sua realidade e para seus alunos.

Neste sentido, trazemos uma reflexão do educador matemático D'Ambrosio (1998, p. 49), que afirma:

Faz-se necessário um outro professor, formado de outra maneira e com a capacidade de renovar seus conhecimentos como parte integrante de sua preparação profissional. Além disso, um professor conscientizado de que seu papel tem sua ação bem mais ampliada é certamente mais empolgante do que um mero transmissor de informações na função de professor.

Após a realização deste trabalho, me sinto mais apto e motivado a ensinar conceitos relacionados com Probabilidade, pois assim como mencionado em alguns trabalhos na parte do mapeamento, também costumava me sentir mais confortável a ensinar/trabalhar com áreas da matemática como da Álgebra e Geometria, talvez por serem os conteúdos mais estudados durante a minha etapa como aluno. Assim, acredito que este trabalho me propiciou “reestruturar” estes sentimentos e perceber que estou no caminho certo e que mesmo havendo dificuldades é possível encontrar outras alternativas para aprender e promover o ensino.

Além disso, temos expectativas que as ações aqui descritas, neste sentido da formação de professores, possam também aproximar e envolver o aluno e o professor, bem como os alunos em relação aos conteúdos propostos, de modo a ser uma prática mais prazerosa, em que todos os envolvidos participem ativamente.

Por fim, espero que, futuramente, tenha a oportunidade de implementar essa proposta com alunos do Ensino Médio e com professores em formação para poder aprofundar meus estudos e (re)estruturar a proposta aqui apresentada.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, C. M. C. **Um modelo didático de referência para o ensino de Probabilidade.** 2018. 149 f. Dissertação (Mestrado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) – Universidade Federal da Bahia, Salvador.

ALMEIDA, I. S. **Esquemas utilizados por crianças da Educação Infantil em situações envolvendo o campo conceitual de chance.** 2017. 156 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus.

ANJOS, R. C. **Um estudo sobre a abordagem dos conteúdos estocásticos na Educação Básica no Brasil sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático.** 2017. 101 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Uberaba.

AMÂNCIO, J. R. **Planejamento e aplicação de uma sequência didática para o ensino de Probabilidade no âmbito do PIBID.** 2012. 227 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

ARAUJO, A. F. Q. **A inter-relação entre a Estatística e a Probabilidade: um estudo com professores de matemática do ensino médio sobre a curva normal.** 2020. 188 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife.

BARBOSA, N. D. **O trilhar da construção de um jogo pedagógico como ferramenta para o ensino de Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental.** 2019. 147 f. Dissertação (Mestrado em Ensino e História das Ciências e da Matemática) – Universidade Federal do ABC, Santo André.

BRASIL. **Ministério da Educação e do Desporto.** Secretaria da Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: 1^a a 4^a séries do Ensino Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

_____. **Ministério da Educação e do Desporto.** Secretaria da Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: 5^a a 8^a séries do Ensino Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

_____. **Secretaria de Educação Básica.** Orientações curriculares para o ensino médio – PCNEM. volume 2. Brasília: MEC, 2006.

_____. **Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental.** Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2017.

CAMPOS, L. A. **A Probabilidade nos jogos: Uma Alternativa de Ensino.** 2019. 90 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

CANAVEZE, L. **O ensino-aprendizagem de Probabilidade em uma escola pública de Sorocaba/SP**. 2013. 213 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos.

CARDOSO, K. M. **O jogo histórico contribuindo para o ensino de Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2020. 155 f. Dissertação (Mestrado em Ensino e História das Ciências e da Matemática) – Universidade Federal do ABC, Santo André.

CARVALHO, J. I. F. **Um estudo sobre os conhecimentos Didáticos-Matemáticos de Probabilidade de professores de matemática do Ensino Fundamental**. 2017. 344 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo.

CASTILHO, C. R. **O ensino de Probabilidade baseado em uma sequência didática para o exercício de literacia probabilística**. 2020. 121 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora.

CASTRO, F. M. **Desenvolvimento profissional e pensamento probabilístico: estudo do processo vivido por um grupo de professores de Matemática de Conselheiro Lafaiete (MG)**. 2013. 197 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.

CIABOTTI, V. **Elaboração de livro paradidático para o Ensino de Probabilidade: o trilhar de uma proposta para os anos finais do Ensino Fundamental**. 2016. 153 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Uberaba.

CUSTODIO, L. A. A. **Letramento probabilístico: um olhar sobre as situações de aprendizagem do caderno do professor**. 2017. 64 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática**. 5. Ed. São Paulo: Ática, 1998.

DIAS, C. F. B. **Ambiente virtual de aprendizagem para o ensino de Probabilidade e Estatística nos anos iniciais do ensino fundamental**. 2016. 174 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciência e Tecnologia) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa.

DIAS, R. A. **Proposta de atividades potencialmente interdisciplinares envolvendo noções de análise combinatória e Probabilidade**. 2015. 105 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino das Ciências) – Universidade do Grande Rio - Professor Jose de Souza Herdy, Duque de Caxias.

ECHEVESTE, Simone et al. Educação Estatística: perspectivas e desafios. **Acta Scientiae**, v. 7, n. 1, p. 103-110, 2005.

FERNANDES, R. J. G. **Estatística e Probabilidade: uma proposta para os anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2014. 191 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciência e Tecnologia) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa.

FERNANDES, R. J. G. **Articulação entre o letramento estatístico de Gal e a compreensão gráfica de Curcio para a formação de professores no âmbito da educação Estatística**. 2020. 239 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciência e Tecnologia) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa.

FERREIRA, F. L. C. **Analisando contribuições da teoria das situações didáticas no ensino e na aprendizagem da Estatística e das Probabilidades no Ensino Fundamental**. 2015. 162 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.

FILHO, A. D. P. **Formação continuada de professores do ensino médio para uma aula investigativa sobre Probabilidade**. 2018. 228 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo.

FIORENTINI, D. et al. O professor que ensina matemática como campo de estudo: concepção do projeto de pesquisa. In: FIORENTINI, D.; PASSOS, C. L. B.; LIMA, R. C. R. (Org.). **Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática: período 2001 - 2012**. 488 f. Campinas, SP: FE/UNICAMP, 2016.

GUIMARAES, M. A. S. **Análise da interação entre estudantes cegos e videntes em aprendizagem de conceitos básicos de Probabilidade mediada por uma maquete tátil**. 2014. 89 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus.

GUIMARAES, U. V. **Estudo das interações entre estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental e noções de Probabilidade mediada pela maquete tátil**. 2015. 166 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo.

GRENCI, W. A. **Contribuições de um programa de ensino para o letramento probabilístico na educação básica**. 2016. 217 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo.

JUNQUEIRA, A. L. N. **Probabilidade na educação básica: um estudo sobre concepções de professores de matemática**. 2014. 421 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo.

LIMA, F. M. B. **O ensino de Probabilidade com o uso do problema do jogo dos discos**. 2013. 121 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos.

LOPES, Celi Espasandin. O ensino de Estatística e da Probabilidade na educação básica e a formação de professores. **Cad. Cedes**, Campinas, vol. 28, n. 74, p. 57-73, jan./abr. 2008.

LOPES, Celi. O desenvolvimento profissional de educadores matemáticos em educação estocástica e tecnológica. 2014.

LUZ, C. C. **Letramento probabilístico no Ensino Médio: um estudo de invariantes operatórios mobilizados por alunos**. 2015. 141 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

MORAES, C. A. S. **Registros de representação semiótica: contribuições para o letramento probabilístico no 9º ano do Ensino Fundamental**. 2017. 101 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos.

NOGUEIRA, L. M. **Análise de esquemas de estudantes ao resolverem situações envolvendo conceitos básicos de Probabilidade**. 2015. undefined f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus.

ODY, M. C. **Literácia Estatística e probabilística no Ensino Médio**. 2013. 170 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

OLIVEIRA, F. F. **Probabilidade Condicional: Proposta de um experimento de ensino envolvendo registros de representações semióticas**. 2014. 223 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo.

OLIVEIRA, P. R. **Probabilidade no 3º ano do Ensino Médio: contribuições do jogo dos discos para o ensino e aprendizagem**. 2020. 139 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação) – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, Campo Grande.

PASSOS, H. L. **Planejamento de experimentos no ensino da Estatística e Probabilidade nas séries finais do ensino fundamental II**. 2018. 118 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Projetos Educacionais de Ciências) – Escola de Engenharia de Lorena, Lorena.

RAMOS, C. L. **O ensino da Probabilidade com o uso de mágicas fundamentadas matematicamente**. 2015. 62 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos.

RITTER, D. **O ensino de Probabilidade geométrica: desafios e possibilidades**. 2017. 226 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Franciscana, Santa Maria.

ROCHA, P. M. **A resolução de problemas no ensino de Estatística: uma contribuição na formação inicial do professor de matemática**. 2016. 252 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande.

RODRIGUES, M. R. **Estudo sobre as concepções de professores do ensino básico em relação à aleatoriedade e Probabilidade.** 2018. 229 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

SANTOS, F. B. **Análise dos pictogramas construídos por alunos cegos e videntes no contexto da aprendizagem de Probabilidade.** 2014. 108 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus.

SANTOS, J. A. F. L. **A produção de significações sobre combinatória e Probabilidade numa sala de aula do 6º ano do Ensino Fundamental a partir de uma prática problematizadora.** 2015. 192 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade São Francisco, Itatiba.

SANTOS, J. S. **Passeios aleatórios e o conceito de chance na educação infantil: uma análise instrumental.** 2017. 132 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus.

SANTOS, L. R. O. **Formação reflexiva do professor de matemática: uma proposta de desenvolvimento do pensamento estatístico.** 2020. 190 f. Tese (Doutorado em Educação) – Fundação Universidade Federal do Piauí, Teresina.

SERRA, D. S. **A contribuição da prova de matemática do ENEM para o ensino de Probabilidade e Estatística.** 2015. 192 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

SILVA, L. B. **A Estatística e a Probabilidade nos currículos dos cursos de licenciatura em matemática no Brasil.** 2014. 127 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife.

SILVA, M. J. **Questões Sociais via Probabilidade.** 2017. 240 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Estado do Pará, Belém.

SILVA, R. C. B. **É a moeda que diz, não é a gente que quer não: conhecimentos probabilísticos de crianças em situações de jogos.** 2016. 135 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife.

SILVA, M. R. **Uma sequência de atividades de letramento probabilístico em uma abordagem pelo Modelo Teórico dos Campos Semânticos.** 2020. 177 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora.

SILVA, V. D. M. **A abordagem da história da matemática no ensino da Probabilidade nos livros didáticos do ensino médio.** 2018. 62 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande.

SILVEIRA, E. S. **A gênese instrumental na interação de alunas, cega e vidente, com uma maquete tátil no estudo de Probabilidade.** 2016. 131 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus.

SOCHA, R. R. **Aprendizagem probabilística de alunos do 7º ano do Ensino Fundamental por meio de atividades de investigação**. 2019. 132 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo.

SOUZA, G. O. **Explorações de estudantes do 9º ano sobre o conceito de Probabilidade com o software tinkerplots 2.0**. 2015. 151 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife.

SOUZA, J. R.; GARCIA, J. R. **#Contato Matemática**, 2º ano. 1ª edição, São Paulo: FTD, 2016. (Coleção #contato matemática)

SOUZA, L. O. **A educação Estatística no ensino fundamental e os recursos tecnológicos**. 2013. 192 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo.

SOUZA, R. D. **Uma sequência didática para o ensino da matemática probabilística na terceira série do ensino médio com apoio de dispositivos móveis**. 2015. 162 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Severino Sombra, Vassouras.

TOLEDO, S. E. R. G. O. **Desenvolvimento do raciocínio estocástico de crianças de um segundo ano do Ensino Fundamental**. 2018. 103 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo.

TONOUTI, R. R. **Avaliação de um Programa de Ensino para aprendizagem de Probabilidade no ensino fundamental**. 2013. 134 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo.

VERBISCK, J. T. S. **Uma análise praxeológica da proposta de ensino de Probabilidade em livros didáticos da educação básica**. 2019. 189 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Fundação Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande.

VIEIRA, L. D. **O ensino de Probabilidade no contexto da BNCC e à luz dos princípios da Teoria da Aprendizagem Significativa Crítica**. 2020. 204 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Fundação Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo.

VIENSCI, R. G. F. **Campo minado inteligente**. 2009. 42 f. Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade Positivo, Curitiba.

VITA, A. C. **Análise instrumental de uma maquete tátil para a aprendizagem de Probabilidade por alunos cegos**. 2012. 239 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.