



Universidade Federal de Ouro Preto - UFOP
Escola de Minas
Departamento de Engenharia de Minas
Campus Morro do Cruzeiro
Ouro Preto Minas Gerais Brasil



MONOGRAFIA DE GRADUAÇÃO
EM ENGENHARIA DE MINAS

UMA ABORDAGEM MATEMÁTICA PARA PREVISÃO DA FUNÇÃO SELEÇÃO
DE POLPAS COM DIFERENTES PORCENTAGENS DE SÓLIDOS

Laís Marlière e Lima

Ouro Preto
2021

LAÍS MARLIÉRE E LIMA

**Uma abordagem matemática para previsão da função seleção de polpas
com diferentes porcentagens de sólidos**

Monografia apresentada à Disciplina Trabalho de Conclusão de Curso do Curso de Engenharia de Minas da Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto como parte dos requisitos para a obtenção do título de bacharel em Engenharia de Minas.

Orientador: Prof. Dr. Vladmir Kronemberger Alves

Ouro Preto, 16 de dezembro de 2021

SISBIN - SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO

L732u Lima, Laís Marlière e.
Uma abordagem matemática para previsão da função seleção de polpas com diferentes porcentagens de sólidos. [manuscrito] / Laís Marlière e Lima. - 2021. 40 f.: il.: color., tab..

Orientador: Prof. Dr. Vladimir Kronemberger Alves.
Monografia (Bacharelado). Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de Minas. Graduação em Engenharia de Minas .

1. Minas e mineração. 2. Beneficiamento de minério - Moagem. 3. Modelos matemáticos. 4. Métodos de simulação. I. Alves, Vladimir Kronemberger. II. Universidade Federal de Ouro Preto. III. Título.

CDU 622.73

Bibliotecário(a) Responsável: Sione Galvão Rodrigues - CRB6 / 2526



ATA DE DEFESA DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

Aos dezesseis dias do mês de dezembro de 2021, às 18h00min, foi instalada a sessão pública remota para a defesa de Trabalho de Conclusão de Curso da discente **Lais Marlière e Lima**, matrícula 17.2.1548, intitulado: **“UMA ABORDAGEM MATEMÁTICA PARA PREVISÃO DA FUNÇÃO SELEÇÃO DE POLPAS COM DIFERENTES PORCENTAGENS DE SÓLIDOS”**, perante comissão avaliadora constituída pelo orientador do trabalho, Prof. Dr. Vladimir Kronemberger Alves, M.Sc. Marco Aurelio Soares Martins e M.Sc. Jacinto Tchipa Daniel Cumena. A sessão foi realizada com a participação de todos os membros por meio de videoconferência, com base no regulamento do curso e nas normas que regem as sessões de defesa de TCC. Inicialmente, o presidente da comissão examinadora concedeu à discente 20 (vinte) minutos para apresentação do seu trabalho. Terminada a exposição, o presidente concedeu, a cada membro, um tempo máximo de 20 (vinte) minutos para perguntas e respostas ao candidato sobre o conteúdo do trabalho, na seguinte ordem: primeiro o M.Sc. Marco Aurelio Soares Martins, segundo o M. Sc. Jacinto Tchipa Daniel Cumena e em último, o Prof. Dr. Vladimir Kronemberger Alves. Dando continuidade, ainda de acordo com as normas que regem a sessão, o presidente solicitou à discente e aos espectadores que se retirassem da sessão de videoconferência para que a comissão avaliadora procedesse à análise e decisão. Após a reconexão da discente e demais espectadores, anunciou-se, publicamente, que a discente foi aprovada por unanimidade, com a nota 10. A discente, por sua vez, encaminhará para o Repositório Institucional da UFOP, no prazo máximo de 15 (quinze) dias, uma versão final, contemplando todas as recomendações apresentadas pelos avaliadores. Para constar, foi lavrada a presente ata que, após aprovada, foi assinada pela presidente da comissão. Ouro Preto, 16 de dezembro de 2021.

Presidente: Prof. Dr. Vladimir Kronemberger Alves

Membro: M.Sc. Marco Aurelio Soares Martins

Membro: M.Sc. Jacinto Tchipa Daniel Cumena

Discente: Lais Marlière e Lima

Lais Marlière e Lima

Jacinto Tchipa Daniel Cumena

Dedico esse trabalho aos meus pais, Cláudia e Hernani, fontes de inspiração,
orgulho, força e pilares da minha formação.

AGRADECIMENTOS

Aos meu pais, Cláudia e Hernani, pelo amor e cuidado, e por sempre me apoiarem na busca por conhecimento.

Aos professores do DEMIN, em especial ao meu orientador, Vladimir, pelos ensinamentos e paciência durante a elaboração do trabalho final.

Aos amigos por estarem sempre presentes e torcendo por mim.

À UFOP pelo ensino gratuito e de qualidade.

“Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção.”

Paulo Freire

RESUMO

Neste estudo foram realizados ensaios de cominuição, em escala de bancada como base para desenvolvimento de um modelo matemático para previsão da distribuição granulométrica do produto de moinhos de bolas, operando com diferentes porcentagens de sólido, utilizando apenas um único ensaio em escala de laboratório, evitando-se assim, a realização de ensaios adicionais, reduzindo o tempo e custos de ensaios em bancada. Os ensaios foram realizados em um moinho padrão de WI de Bond de bolas, com 305 mm de diâmetro e comprimento. Estes testes tiveram como objetivo a obtenção dos parâmetros da função seleção e da função quebra de um minério de ferro. A equação para descrever a variação de α_0 em função da porcentagem de sólidos, para o minério avaliado neste estudo, apresentou um bom ajuste do modelo aos dados, $R^2 = 1$. Esta equação e o modelo do balanço populacional possibilitaram estimar a distribuição granulométrica do produto de ensaios de moinhos de bolas de bancada para diferentes porcentagens de sólidos, utilizando um único ensaio para determinar os parâmetros da função seleção e função quebra do minério avaliado.

Palavras-chave: Moagem, Função de Seleção, Função de Quebra, Porcentagem de Sólidos, Modelo Matemático, Simulação.

ABSTRACT

In this study, comminution tests were conducted on a bench scale as a basis for the development of a mathematical model to predict the particle size distribution of the product of ball mills, using only a single standard bench test, thus avoiding the performance of tests with different percentages of solids. The tests were conducted in a standard WI Bond ball mill measuring 305 mm in diameter and length. These tests aimed to obtain the selection function and the breakage function parameters of an iron ore. The equation to describe the variation of α_0 as a function of the percentage of solids, for the ore evaluated in this study, presented a good fit of the model to the data, $R^2 = 1$. This equation and the population balance model made it possible to estimate the particle size distribution of the product of bench ball mill tests for different percentages of solids, using a single test to determine the selection function and breakage function parameters of the evaluated ore.

Keywords: Grinding, Selection Function, Breakage Function, Solids Content, Mathematical Model, Simulation.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Representação esquemática do processo de fratura e geração de partículas em um intervalo Δt no moinho de batelada.....	17
Figura 2 - Condições operacionais do moinho no software VKA Batch Mill	24
Figura 3 - Condições independentes do teste da planilha BallParam_Batch_MultiTest Moly Cop Tools	26
Figura 4 - Dados experimentais da distribuição granulométrica (% passante).....	28
Figura 5 - Gráfico de estimação dos parâmetros de moagem do primeiro ensaio	29
Figura 6 - Parâmetros da Função Seleção e Função Quebra dos ensaios	30
Figura 7 - Gráfico de α_0 em função da porcentagem de sólidos	31

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - valores referentes a EF2	14
Tabela 2 - distribuição granulométrica do produto do primeiro ensaio de moagem	27

Sumário

1	INTRODUÇÃO	10
2	OBJETIVOS	11
2.1	Objetivo Geral	11
2.2	Objetivo Específico	11
3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	12
3.1	Distribuição granulométrica	12
3.2	Teorias de Cominuição	12
3.2.1	A primeira lei da cominuição	12
3.2.2	A segunda lei da cominuição	12
3.2.3	A terceira lei da cominuição	13
3.2.3.1	Fatores de Rowland	13
3.3	Desenvolvimento de modelos cinéticos de quebra	16
3.3.1	Moinho em batelada	16
3.3.2	Energia específica	20
4	MATERIAIS E MÉTODOS	22
4.1	Planejamento dos ensaios	22
4.2	Preparação da amostra	25
4.3	Moagem	25
4.4	Peneiramento	26
4.5	Estimativa dos parâmetros de quebra	28
5	RESULTADOS E DISCUSSÃO	30
6	CONCLUSÕES	32

1 INTRODUÇÃO

A cominuição é uma etapa importante para recuperação de bens minerais, o produto da moagem determina a eficiência das etapas de concentração baseada em sua distribuição granulométrica (Alves, 2006). Devido ao seu alto custo, pequenas melhorias de eficiência geram grandes retornos financeiros para as empresas de mineração.

O processo de fragmentação das partículas minerais é característico por ter um consumo elevado de energia, assim se cria a necessidade de pesquisar e desenvolver novas tecnologias e linhas de processo a fim de atingir uma boa concentração do minério, minimizando os custos da operação.

No contexto de redução de custos, uma alternativa operacional utilizada pelos pesquisadores, é a formulação de modelos matemáticos em conjunto com simuladores (Alves, 2006).

Estudos com a metodologia do balanço populacional tem sido desenvolvidos com modelos detalhados de moagem (Herbst & Fuerstenau, 1968; Herbst, Rajamani & Kinneberg, 1977).

A função seleção, para moinhos tubulares, é caracterizada como cinética por uma velocidade de quebra devido à função crescente do tempo a que a amostra foi moída. A função seleção pode ser determinada em ensaios pela velocidade de transformação da granulometria da alimentação em outras granulometrias subsequentes de menor tamanho (Beraldo, 1987).

Neste estudo é descrito um modelo matemático gerado a partir da função seleção e função quebra de partículas e todos os procedimentos realizados nos ensaios de moagem em escala de bancada com uma amostra de minério de ferro itabirítico.

2 OBJETIVOS

2.1 Objetivo Geral

Gerar um modelo matemático para prever a distribuições granulométricas dos produtos de moinhos de bolas operando com diferentes porcentagens de sólidos para um minério de ferro itabirítico.

2.2 Objetivo Específico

Para alcançar o objetivo geral, este estudo tem por objetivo específico realizar ensaios de cominuição, em escala de bancada — base para desenvolvimento de um modelo matemático para previsão da distribuição granulométrica do produto de moinhos de bolas, utilizando apenas um único ensaio de bancada padrão, evitando-se, assim, a realização de ensaios com diferentes porcentagens de sólidos.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

3.1 Distribuição granulométrica

A granulometria do material é a variável mais relevante no quesito operacional nas etapas de cominuição e concentração mineral, pois influencia no tratamento das partículas nas etapas de britagem, moagem, flotação e separação sólido/líquido (Alves, 2006).

É possível caracterizar o tamanho da partícula por várias técnicas, como sobre a base de sua área superficial, seu volume e seu peso. Entretanto, a técnica mais utilizada na mineração é o uso de peneiras com aberturas padronizadas. Assim é possível a caracterização do tamanho das partículas minerais pela quantificação dos percentuais retidos e passantes nas diversas malhas de abertura de uma série de peneiras.

A distribuição granulométrica é usada em usinas concentradoras como um parâmetro de controle de processo, representado pelo d80, que consiste na abertura da malha que passa 80% da amostra total (Alves, 2006).

3.2. Teorias de Cominuição

Devido aos elevados custos das operações de cominuição, vinculado à necessidade de um dimensionamento mais adequado de equipamentos, foram formuladas empiricamente equações que caracterizam o processo de fratura das partículas. Os modelos matemáticos serão descritos brevemente abaixo.

3.2.1. A primeira lei da cominuição

A primeira lei de redução de tamanho foi descrita por von Rittinger (1867) e mostra que a relação entre o consumo de energia específica e o incremento de superfície específica gerada por redução de tamanho é diretamente proporcional à nova superfície gerada. Foi levado em consideração somente sólidos ideais (sem falhas, isotrópicos e homogêneos).

3.2.2. A segunda lei da cominuição

A segunda lei elaborada por Kick (1885) descreve que a energia requerida é proporcional à redução do volume das partículas, também foi considerado um sólido ideal. Logo, utilizando a mesma quantidade de energia, a mesma mudança geométrica no tamanho do sólido ideal ocorrerá.

3.2.3. A terceira lei da cominuição

Após pesquisas em escala de bancada, piloto e industrial, Bond (1952) propôs a Teoria da Cominuição: “o consumo específico de energia do processo de redução é inversamente proporcional à raiz quadrada do tamanho”. Logo, pode-se observar que a potência específica consumida se dá pela equação 1:

$$W = 10WI \left(\frac{1}{\sqrt{P80}} - \frac{1}{\sqrt{A80}} \right) \quad (1)$$

Em que:

W: potência específica consumida (kWh/st)

P80: d80 do produto (μm)

A80: d80 da alimentação (μm)

WI: Work Index (kWh/st)

3.2.3.1 Fatores de Rowland

A equação de Bond é válida para moinhos de bolas operando em circuito fechado e para moinhos de barras, em circuito aberto. Para calcular valores de potência com outras variáveis de processo diferentes das demonstradas acima, é necessário multiplicar a potência específica pelos fatores de eficiência de Rowland (1973). São oito fatores utilizados atualmente (EF1 a EF8).

EF1: moagem a seco

Caso a moagem for realizada a seco, multiplica-se o valor de W por 1,3.

EF2: moinhos de bolas em circuito aberto

A equação de Bond foi formulada para circuitos fechados de moagem, logo se há a necessidade de utilizar o circuito aberto, deve-se utilizar o fator de correção EF2. A tabela 1 abaixo, mostra os valores a serem usados.

Tabela 1 - valores referentes a EF2

P(p1)	EF2
50	1,035
60	1,05
70	1,1
80	1,2
90	1,4
92	1,46
95	1,57
98	1,7

Fonte: Rowland (1973)

Em que:

p1: malha da peneira utilizada no ensaio padrão de WI de Bond;

P(p1): porcentagem menor que a malha p1 desejado no produto do circuito aberto de moagem industrial.

EF3: diâmetro interno do moinho

Caso o diâmetro interno do moinho seja diferente de 8', utilize $EF3 = (8/D)^{0,2}$, se o diâmetro estiver em pés, caso esteja em metros, utilize $EF3 = (2,44/D)^{0,2}$.

EF4: alimentação muito grossa

Para se definir o tamanho ótimo para alimentar os moinhos é utilizado o tamanho de alimentação que a carga moedora mais eficiente seja capaz de moer. O "Work Index" também é considerado para a determinação do tamanho ótimo da alimentação, que corresponde à 80% passante do material. Para moinhos de barras e bolas temos as equações 2 e 3, dispostas abaixo (Alves, 2006).

$$\text{Moinho de barras: } F_0 = \sqrt{\frac{13}{WI}} * 16000(\mu\text{m}) \quad (2)$$

$$\text{Moinho de bolas: } F_0 = \sqrt{\frac{13}{WI}} * 4000(\mu\text{m}) \quad (3)$$

Aplica-se o fator de correção EF4 se o valor do F_{80} desejado for maior que F_0 , a equação 4 abaixo é utilizada:

$$EF = \frac{R_r + (WI - 7) * (F_{80} - F_0)/F_0}{R_r} \quad (4)$$

Em que: $R_r = \frac{F_{80}}{P_{80}}$ é a relação de redução do minério.

EF5: moagem extremamente fina

A moagem é considerada fina, quando o $P_{80} < 74\mu\text{m}$, nesse caso é necessário corrigir o valor do consumo energético aplicando-se a equação 5.

$$EF5 = \frac{P_{80} + 10,3}{1,145 * P_{80}} \quad (5)$$

EF6: fator de taxa de redução para moinho de barras

A taxa de redução ótima é dada pela equação 6 abaixo.

$$Rr_0 = 8 + \frac{5 * L}{D} \quad (6)$$

Em que:

L: é o comprimento das barras, em pés.

D: é o diâmetro do moinho, em pés.

Para moinhos de barras de descarga periférica central, a taxa de redução ótima é metade do valor de Rr_0 calculado.

Logo, o fator de eficiência EF6 é calculado pela equação 7.

$$EF6 = 1 + \frac{(R_r - R_{r_0})^2}{150} \quad (7)$$

EF7: relação de redução de um moinho de bolas inferior a 6

É necessário corrigir o consumo energético para moinhos de bolas com relação de redução menor que 6, de acordo com a equação 8 abaixo:

$$EF7 = \frac{(R_r - 1,35) + 0,26}{2 * (R_r - 1,35)} \quad (8)$$

EF8: ineficiência dos moinhos de barras

Para moinhos de barras operando sozinho no circuito de moagem, temos:

EF8 = 1,4; caso a alimentação é proveniente de um circuito aberto de britagem.

EF8 = 1,2; caso a alimentação é proveniente de um circuito fechado de britagem.

Para moinhos de barras operando em conjunto com o moinho de bolas, sem classificação, temos:

EF8 = 1,2; caso a alimentação é proveniente de um circuito aberto de britagem.

EF8 = 1,0; caso a alimentação é proveniente de um circuito fechado de britagem e se o $F_{80} \leq 1/2''$.

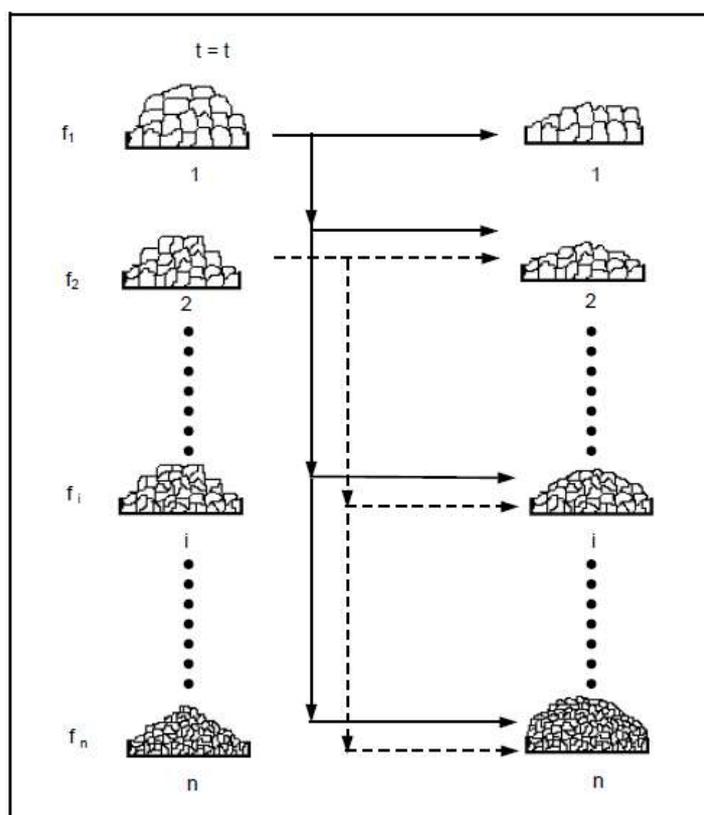
3.3. Desenvolvimento de modelos cinéticos de quebra

3.3.1. Moinho em batelada

A moagem vem se tornando a operação de processo com o maior avanço no quesito de caracterização e modelagem matemática. Essa nova técnica se baseia no modelo de balanço populacional (Herbst *et al.*, 1973) e conta com os conceitos de Função Seleção (S) e Função Quebra (B). A primeira se relaciona com a velocidade de fratura de cada partícula e a segunda com a distribuição granulométrica das partículas fraturadas no processo da moagem.

A figura 1 demonstra este conceito. O conteúdo das peneiras na parte esquerda da figura é representado pela distribuição granulométrica da carga do moinho (F_i , $i = 1, \dots, n$) em um momento representado por "t". Com o passar do tempo Δt de moagem, os intervalos inferiores na parte direita da figura recebem massa dos intervalos acima, representando assim o nascimento e a morte de população de partículas.

Figura 1 - Representação esquemática do processo de fratura e geração de partículas em um intervalo Δt no moinho de batelada.



Fonte: Manual Moly Cop Tools

Assim, a série de peneiras representa a granulometria resultante. A velocidade de fragmentação das partículas retidas em uma malha “ i ” é representada pela função seleção S_i (min⁻¹).

O processo de quebra de partículas por meio de moagem em um certo tempo é demonstrado pelo modelo do balanço populacional (Epstein, 1947). O modelo do balanço populacional em moagem em batelada é descrito pela equação 9 (Austin *et al.*, 1984).

$$\frac{dm_i(t)}{dt} = -S_i m_i(t) + \sum_{j=1}^{i-1} b_{ij} S_j m_j(t) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

Em que:

$m_i(t)$ = fração em massa de partículas contidas no intervalo de tamanho i após o tempo t de moagem;

S_i = função seleção das partículas contidas no intervalo de tamanho i ;

b_{ij} = função quebra ou fração em massa de partículas no intervalo de tamanho i produzidas pela quebra de partículas no intervalo de tamanho j .

A função seleção é descrita por um modelo com parâmetros como α_0 , α_1 , α_2 , d_{crit} onde às constantes são dependentes do material e das condições de operação do moinho e pode ser descrita pela equação 10 (Austin *et al.*, 1984).

$$S_i = \frac{\alpha_0 (d_i)^{\alpha_1}}{1 + \left(\frac{d_i}{d_{crit}}\right)^{\alpha_2}} \quad \alpha_2 \geq 0 \quad (10)$$

A função quebra acumulada é descrita por um modelo com parâmetros como β_0 , β_1 , β_2 que representam as constantes dependentes das características do material e pode ser representada pela equação 11 (Austin *et al.*, 1984).

$$B_{i,j} = \beta_0 \left(\frac{d_i}{d_{j+1}}\right)^{\beta_1} + (1 - \beta_0) \left(\frac{d_i}{d_{j+1}}\right)^{\beta_2} \quad 0 \leq \beta_0 \leq 1 \quad (11)$$

Herbst *et al.* (1973), propôs uma solução para a equação do balanço populacional, demonstrada pela equação 12. O software Moly Cop Tools (software que será utilizado neste estudo) utiliza esta solução.

$$f(t) = T_{ij}J_{ij}T_{ij}^{-1}f^0 \quad (12)$$

Em que:

$$J_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{se } i \neq j \\ \exp(-S_i t), & \text{se } i = j \end{cases}$$

$$T_{ij} = \begin{cases} 0 & ; \text{se } i < j \\ 1 & ; \text{se } i = j \\ \sum_{k=i-1}^{k=j} \frac{ik^{S_k}}{S_i - S_j} T_k & ; \text{se } i > j \end{cases}$$

Reid (1965), descreveu a equação de moagem em batelada pela solução descrita na equação 13.

$$f_i(t) = \sum_{j=1}^i a_{ij} \exp(-S_j t) ; n \geq i \geq j \geq 1 \quad (13)$$

$$\begin{cases} f_i(0) - \sum_{k=1}^{i-1} a_{ik} ; i = j \\ \frac{1}{S_i - S_j} \sum_{k=j}^{i-1} S_k b_{ik} a_{kj} ; i > j \end{cases}$$

A solução de Reid foi descrita de outra maneira por Luckie *et al.*, (1972), reagrupando os termos de forma diferente. A equação 14 descreve essa mudança:

$$f_i(t) = \sum_{j=1}^i d_{ij} f_j(0) ; n \geq i \geq 1 \quad (14)$$

Em que d_{ij} é dado por:

$$d_{ij} = \begin{cases} 0 & ; i < j \\ e^{-S_i t} & ; i = j \\ \sum_{k=j}^{i-1} c_{ik} c_{jk} (e^{-S_k t} - e^{-S_i t}) & ; i > j \end{cases}$$

E C_{ij} é dado por:

$$c_{ij} = \begin{cases} -\sum_{k=i}^{j-1} c_{ik} c_{jk} & ; i < j \\ 1 & ; i = j \\ \left(\frac{1}{S_i - S_j} \right) \sum_{k=j}^{i-1} S_k b_{ik} c_{kj} & ; i > j \end{cases}$$

3.3.2. Energia específica

O efeito do consumo específico de energia é demonstrado na nova metodologia. A equação 15 descreve o modelo geral de moagem em batelada.

$$\frac{dF_i}{dt} = \sum_1^{j=i} B_{ij} S_j f_j \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (15)$$

Afirmando a existência da relação direta entre o consumo específico de energia e o tempo de moagem, a energia é descrita pela equação 16:

$$E = \frac{P}{H} \quad (16)$$

Em que:

P: potência líquida demandada pelo moinho (kW);

H: quantidade de sólidos na carga (t);

Tem-se, para P e H como constantes no tempo, a equação 17:

$$\frac{dF_i}{dE} = \frac{dF_i}{dt} * \frac{dt}{dE} = \sum_1^{j=i} B_{ij} \left(\frac{S_j H}{P} \right) f_j \quad (17)$$

Utilizando a definição descrita pela equação 18,

$$S_j^E = S_j \frac{H}{P} \quad (18)$$

Temos como resultado a equação 19:

$$\frac{dF_i}{dE} = \sum_{j=i}^1 B_{ij} S_j^E f_j \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (19)$$

Assim, a energia específica consumida (dF_i/dE) em relação com a velocidade de produção de finos fica descrita em função de S^E , o novo conjunto de parâmetros chamado de Função Seleção Específica.

4 MATERIAIS E MÉTODOS

O desenvolvimento deste estudo foi dividido em seis etapas. Na primeira etapa foi utilizado o software VKA Batch Mill como ferramenta para os cálculos primários. O software, desenvolvido pelo Prof. Dr. Vladimir Kronemberger Alves, é capaz de calcular as variáveis do ensaio de moagem, como massa de minério e de água, carga de bolas e potência consumida, a partir de parâmetros predefinidos. A segunda etapa compreendeu a preparação de uma amostra de minério de ferro seguindo os padrões corretos de homogeneização e quarteamento. A amostra foi homogeneizada e dividida em dez alíquotas para os ensaios. Na terceira etapa foi realizada a moagem, a seco e à úmido, variando a porcentagem de sólidos e o tempo de moagem, das alíquotas representativas. Na quarta etapa utilizou-se do peneiramento combinado para separar as amostras moídas. A quinta etapa consistiu na utilização do simulador Moly Cop Tools para estimar os parâmetros de quebra e seleção. Por último, a sexta etapa compreendeu a interpretação dos resultados.

4.1. Planejamento dos ensaios

Os testes de moagem foram planejados de acordo com o software VKA Batch Mill que se baseia nos seguintes cálculos demonstrados nas equações 20, 21, 22 e 23.

$$V_c = \frac{42,3}{\sqrt{D - d}} \text{ RPM ; } D \text{ e } d \text{ em metros} \quad (20)$$

Em que:

V_c : velocidade crítica em RPM;

D : o diâmetro interno do moinho;

d : o diâmetro máximo das bolas.

A porcentagem de enchimento do moinho é descrita pela fórmula:

$$J = \frac{\text{massa total das partículas/densidade das bolas}}{\text{volume do moinho}} \cdot \frac{1}{0,6} \quad (21)$$

A carga de partículas que ocupam o moinho pode ser expressa como uma parcela do volume do moinho:

$$f_c = \frac{\text{massa total das partículas/densidade do material}}{\text{volume do moinho}} \cdot \frac{1}{0,6} \quad (22)$$

E a proporção de material que ocupa o vazio entre as bolas, U , é descrito por:

$$U = \frac{f_c}{0,4J} \quad (23)$$

A potência consumida pelo moinho de laboratório pode ser calculada de várias formas, como utilizando um medidor de torque ou de potência ligado ao moinho. Entretanto, é possível calcular a potência por meio de equações matemáticas. De acordo com Rowland (1969), para moinhos em batelada, a potência calculada é a mesma da potência medida, descrita pela equação 24.

$$kWb = 6,3 \times D^{0,3} \times \text{sen} \left[51 - 22 \left(\frac{2,44-D}{2,44} \right) \right] \times (3,2 - 3V_p) \times C_s \times \left(1 - \frac{0,1}{2^{(9-10 \times C_s)}} \right) \quad (24)$$

Em que:

kWb: quilowatts por tonelada de bolas, no eixo pinhão;

D: diâmetro do moinho interno ao revestimento, em metros;

V_p : fração do volume do moinho ocupado pelas bolas;

C_s : fração da velocidade crítica.

Para o estudo foi utilizada a potência obtida pela equação 24. Os parâmetros e as condições de operação do moinho são representados na figura 2.

Figura 2 - Condições operacionais do moinho no software VKA Batch Mill

Parameters			Result		
Diameter	305	mm	Ore Weight	4,887	kg
Length	305	mm	Ball Charge	31,046	kg
Mill Speed	91	% Critical	rpm	73	
Ball Filling	30	%	Net Power	134,688	w
Ball Diameter	25,4	mm	Net Torque	17,71	Nm
U	1		Water		ml
Ore Density	3,046	ton/m3			
Ball Density	7,74	ton/m3			
Moisture	0	%			
% Solid	100	%			

Fonte: software VKA Batch Mill

A densidade real do minério foi calculada por meio de um picnômetro, foi utilizada a seguinte fórmula:

$$densidade\ real = \frac{A2 - A1}{(A4 + A2) - (A1 - A3)}$$

Em que,

A1: massa do picnômetro vazio

A2: massa do picnômetro com o minério

A3: massa do picnômetro com minério mais água

A4: picnômetro com água

A fim de ser mais preciso, a prática foi realizada em duplicata, atingindo um valor médio de 3,046 g/cm³.

Para o cálculo da umidade da amostra, foi utilizada a seguinte fórmula:

$$U (\%) = \frac{massa\ úmida - massa\ seca}{massa\ úmida} * 100$$

Foi obtido um valor de 0% de umidade.

4.2. Preparação da amostra

O material utilizado para o estudo é um minério de ferro itabirítico proveniente de depósito do Quadrilátero Ferrífero. Para o desenvolvimento dos experimentos foi considerada a fração escalpada na malha 3,36 mm, utilizando-se uma peneira quadrada (50,0 x 50,0 cm) do Laboratório de Tratamentos de Minérios do DEMIN-UFOP.

O material foi quarteado em quarteador do tipo carrossel e após homogeneizado pelo método de pilha alongada com o propósito de atingir dez alíquotas iguais e representativas com massa seca de 4,887 kg.

Para a preparação dos corpos moedores, foi utilizado um paquímetro para encontrar bolas de aço de uma polegada de diâmetro até alcançar uma carga de 31,046 kg de bolas.

Para a determinação da distribuição granulométrica da alimentação do moinho, uma amostra representativa foi peneirada e a distribuição granulométrica resultante serviu de parâmetro de entrada para a planilha de estimação de parâmetros de quebra BallParam_Batch_MultiTest Moly Cop Tools.

4.3. Moagem

Após a preparação da amostra, foram definidos os parâmetros para os ensaios de moagem. Para os primeiros cinco ensaios, a moagem foi realizada a seco, variando o tempo de moagem. Para os cinco últimos, a moagem foi feita à úmido, variando a porcentagem de sólidos, porém mantendo-se fixo o tempo de moagem.

Foram estabelecidos tempos de moagem de 0,64, 1,29, 2, 4 e 8 minutos, respectivamente. As porcentagens de sólidos definidas foram 65%, 70%, 75%, 80% e 85%, respectivamente. Nos testes de moagem à úmido, o tempo de moagem foi fixado em 2 minutos. As condições dos testes de moagem estão representadas na planilha BallParam_Batch_MultiTest Moly Cop Tools apresentada na Figura 3.

Figura 3 - Condições independentes do teste da planilha BallParam_Batch_MultiTest Moly Cop Tools

	Test N°									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Mill Speed, % Critical	91,0	91,0	91,0	91,0	91,0	91,0	91,0	91,0	91,0	91,0
Ore Weight, g	4887,0	4887,0	4887,0	4887,0	4887,0	4887,0	4887,0	4887,0	4887,0	4887,0
% Solids (by weight)	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	65,0	70,0	75,0	80,0	85,0
Balls Weight, kg	31,0	31,0	31,0	31,0	31,0	31,0	31,0	31,0	31,0	31,0
Net Power, kW	0,135	0,135	0,135	0,135	0,135	0,135	0,135	0,135	0,135	0,135
Grinding Time, min	0,64	1,29	2,00	4,00	8,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00

Fonte: planilha BallParam_Batch_MultiTest Moly Cop Tools

4.4. Peneiramento

Por meio do peneiramento se obteve a distribuição granulométrica do produto da moagem. Para a realização do peneiramento foi utilizado uma série de peneiras circulares de 20 cm de diâmetro seguindo a série de Tyler (razão raiz de 2 entre peneiras): 3,36 mm; 2,38 mm; 1,68 mm; 1,40 mm; 0,84 mm; 0,59 mm; 0,425 mm; 0,297 mm; 212 µm; 150 µm; 106 µm; 75 µm; 53 µm; 45 µm.

A amostra pós-moagem foi quarteada no quarteador Jones e homogeneizada pela técnica de pilha alongada, a fim de retirar uma fração representativa para o peneiramento.

Com as massas dos materiais retidos nas peneiras, determinou-se as porcentagens retida simples, retida acumulada e a passante, como demonstrado na Tabela 2.

Tabela 2 - distribuição granulométrica do produto do primeiro ensaio de moagem

Distribuição Granulométrica do 1º ensaio					
Abertura (#)	Abertura (cm)	Massa (g)	Retido simples (%)	Retido acumulado (%)	Passante (%)
6	0,36	0,18	0,21	0,21	99,79
8	0,238	1,15	1,34	1,56	98,44
10	0,168	1,58	1,85	3,40	96,60
14	0,14	1,51	1,77	5,17	94,83
20	0,084	3,13	3,66	8,83	91,17
28	0,059	2,53	2,96	11,79	88,21
35	0,0425	3,66	4,28	16,06	83,94
48	0,0297	3,18	3,72	19,78	80,22
70	0,0212	4,8	5,61	25,39	74,61
100	0,015	5,4	6,31	31,71	68,29
150	0,0106	7,69	8,99	40,70	59,30
200	0,0075	8,47	9,90	50,60	49,40
270	0,0053	6,51	7,61	58,21	41,79
325	0,0045	8,36	9,77	67,99	32,01
<325	<0.0045	27,38	32,01	100,00	0,00
Total	-	85,53	100,00	100,00	0,00

Fonte: da própria autora

Para se obter essas porcentagens, as equações 25, 26 e 27 foram utilizadas para a realização dos cálculos:

$$RS (\%) = \frac{mp}{mt} * 100 \quad (25)$$

$$RA (\%) = RS (\%) + RA_{n-1} \quad (26)$$

$$P (\%) = RA (\%) - 100 \quad (27)$$

Em que:

RS (%): porcentagem retida simples

mp: massa retida em cada peneira

mt: massa total

RA (%): porcentagem retido acumulado

RA_{n-1} : porcentagem retido acumulado da peneira anterior

P (%): porcentagem passante

4.5. Estimativa dos parâmetros de quebra

Os dados do percentual passante da distribuição granulométrica, de cada ensaio de moagem, foram editados na planilha BallParam_Batch_MultiTest Moly Cop Tools, representados pela Figura 4.

Figura 4 - Dados experimentais da distribuição granulométrica (% passante)

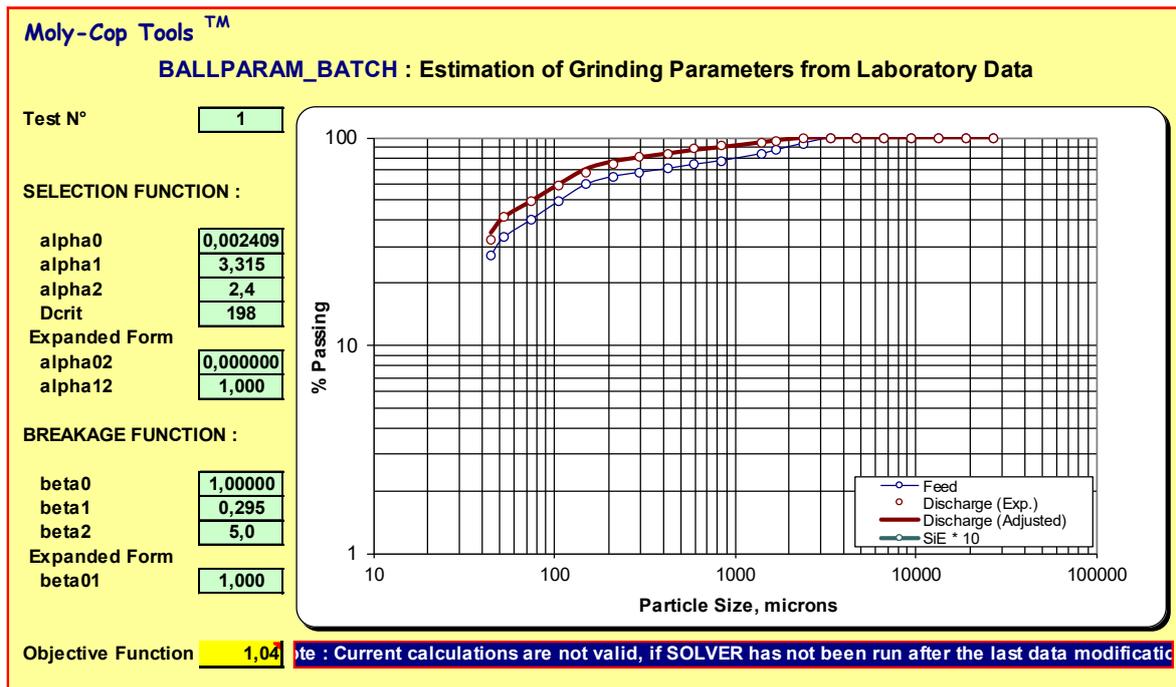
i	Mesh	Opening	Mid-Size	Product 1	Product 2	Product 3	Product 4	Product 5	Product 6	Product 7	Product 8	Product 9	Product 10
1	1,05	26880		100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
2	0,742	19007	22603	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
3	0,525	13440	15983	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
4	0,371	9504	11302	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
5	3	6720	7992	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
6	4	4752	5651	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
7	6	3360	3996	99,79	99,95	100,00	99,77	100,00	100,00	100,00	99,55	99,21	99,24
8	8	2380	2828	98,44	99,47	99,54	99,22	99,82	99,40	99,40	97,93	98,61	98,64
9	10	1680	2000	96,60	98,46	99,05	99,01	99,77	98,97	98,90	96,37	94,11	94,36
10	14	1400	1534	94,83	98,13	98,59	98,85	99,69	98,77	98,60	95,80	92,17	92,25
11	20	840	1084	91,17	96,49	97,84	98,55	99,61	98,03	98,14	91,91	86,15	85,46
12	28	590	704	88,21	94,97	97,15	98,39	99,54	97,63	97,74	89,82	85,75	85,06
13	35	425	501	83,94	91,84	95,31	98,00	99,45	96,37	96,78	86,81	82,91	82,31
14	48	297	355	80,22	88,06	92,32	96,85	99,26	94,06	94,22	83,21	79,52	78,64
15	70	212	251	74,61	83,30	87,85	93,29	97,79	89,46	90,07	79,40	75,87	75,34
16	100	150	178	68,29	76,92	82,23	88,17	94,45	82,02	84,66	74,93	71,33	69,98
17	150	106	126	59,30	65,55	73,15	77,78	85,01	68,77	72,34	60,61	62,44	60,99
18	200	75	89	49,40	55,67	59,28	67,14	74,76	57,94	62,75	51,70	53,78	52,52
19	270	53	63	41,79	47,89	49,97	58,49	66,07	49,73	54,05	45,83	47,67	46,74
20	325	45	49	32,01	35,72	41,36	44,32	51,17	36,39	40,62	33,89	37,64	36,45
21	-325	0	23	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	5,13

Fonte: planilha BallParam_Batch_MultiTest Moly Cop Tools

Na figura 4 pode-se observar a série de peneiras utilizadas com abertura em *mesh* e em micrômetros e a distribuição granulométrica de todos os produtos dos dez ensaios de moagem.

As distribuições granulométricas obtidas possibilitaram estimar os valores de função seleção e função quebra para o minério nas condições ensaiadas em laboratório e verificar a aderência do modelo aos dados experimentais. A figura 5 apresenta os parâmetros estimados de moagem do primeiro ensaio, a curva de produto de moagem obtida em laboratório (pontos em vermelho) e obtidas pelo modelo (linha em vermelho).

Figura 5 - Gráfico de estimação dos parâmetros de moagem do primeiro ensaio



Fonte: planilha BallParam_Batch_MultiTest Moly Cop Tools

É possível observar, pelo gráfico da figura 5, que os dados simulados se ajustaram muito bem aos dados obtidos em laboratório.

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Através dos resultados dos ensaios de moagem em bancada foi possível obter os parâmetros das funções seleção e quebra para o minério estudado, figura 6.

Figura 6 - Parâmetros da Função Seleção e Função Quebra dos ensaios

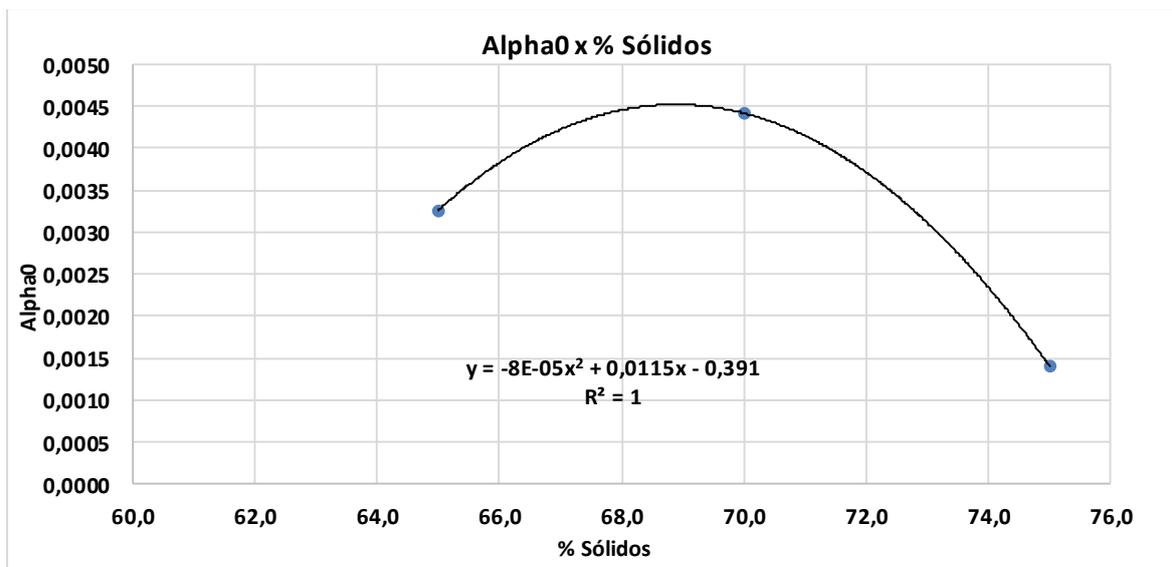
Moly-Cop Tools™											
BALLPARAM_BATCH : Estimation of Grinding Parameters from Laboratory Data											
Test N°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	0
Weighting Factor	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
SELECTION FUNCTION :											
alpha0	0,002409	0,002409	0,002409	0,002409	0,002409	0,003264	0,004419	0,001406	0,001093	0,000881	0,002311
alpha1	3,315	3,315	3,315	3,315	3,315	3,315	3,315	3,315	3,315	3,315	3,315
alpha2	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4
Dcrit	198	198	198	198	198	198	198	198	198	198	198
Expanded Form											
alpha02	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
alpha12	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
BREAKAGE FUNCTION :											
beta0	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
beta1	0,295	0,295	0,295	0,295	0,295	0,295	0,295	0,295	0,295	0,295	0,295
beta2	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0
Expanded Form											
beta01	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
Objective Function	1,04	1,06	0,86	1,17	0,84	1,63	1,04	1,20	2,46	2,13	1,34

Fonte: planilha BallParam_Batch_MultiTest

É possível observar que o α_0 , parâmetro da função seleção, se manteve constante igual a 0,002409, como esperado na moagem a seco. A variação do valor de α_0 nos ensaios à úmido forneceu a equação 28.

$$\alpha_0 = -8 * 10^{-5} * (\%sól)^2 + 0,0115 * (\%sól) - 0,319 \quad (28)$$

A equação 28 foi obtida pelos ajustes da melhor curva que descreve os valores de α_0 em função da porcentagem de sólidos apresentados no gráfico da figura 7.

Figura 7 - Gráfico de α_0 em função da porcentagem de sólidos

Fonte: da própria autora

Em consequência da alta porcentagem de sólidos, 80% e 85%, os resultados do nono e décimo ensaio não foram considerados para geração do modelo. Em ensaios com altas porcentagens de sólidos, a cominuição é ineficiente, pois as bolas e o material se aderem à carcaça do moinho.

Os gráficos e estimativas dos parâmetros de todos os ensaios estão dispostos nos apêndices A à J. Assim, é possível observar que os resultados das distribuições granulométricas dos ensaios de moagem apresentaram um bom ajuste aos dados simulados.

6 CONCLUSÕES

A equação para descrever a variação de α_0 em função da porcentagem de sólidos, para o minério avaliado neste estudo, demonstrou um bom ajuste do modelo aos dados, $R^2 = 1$. Com esta equação e o modelo do balanço populacional é possível se estimar a distribuição granulométrica do produto de ensaios de moinhos de bolas de bancada operando com diferentes porcentagens de sólidos, utilizando um único ensaio para determinar os parâmetros de função seleção e função quebra do minério avaliado.

Alves (2006) apresentou resultados satisfatórios, utilizando a equação do balanço populacional, para o escalonamento de circuitos industriais, demonstrando que partir de ensaios de bancada utilizados para estimativa de parâmetros de quebra, pode-se prever adequadamente o desempenho de circuitos operando em escala contínua. Portanto, espera-se que a previsão de desempenho de circuitos industriais poderá ser realizada com este minério. Para outros materiais, será necessário a avaliação e validação ou adequação da metodologia descrita neste trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alves, V. K. Otimização de Carga Moedora Utilizando Ferramentas de Modelamento Matemático e Simulação de Moagem [Mestrado]. Belo Horizonte: Universidade Federal de Minas Gerais; 2006.

Austin, L.G., Klimpel, R.R., Luckie, P.T. (1984), "Process Engineering of Size Reduction: Ball Milling". SME AIME.

Beraldo, José Luiz. Moagem de minérios em moinhos tubulares. [S.l: s.n.], 1987.

Bond, F.C., (1952) "The Third Theory of Comminution", AIME Trans., Vol. 193, p. 484. Também em Mining Engineering, Mayo.

Epstein, B. The Material Description of Certain Breakage Mechanisms Leading to the Logarithmic-Normal Distribution. J. Franklin Inst, 1947.

Herbst, J. A & Fuerstenau, D. W. (1968) The zero order production of fine sizes in comminution and its implications in simulation, Trans. AIME, vol. 241, pp. 538548.

Herbst, J.A. et al., (1973) "Population Balance models for Design of Continuous Grinding Mills", 10 th IMPC, London, p. 23-45.

Herbst, J. A, Rajamani, K. & Kinneberg, D. J. (1977) Estimill – a program for grinding simulation and parameter estimation with linear models, Program Description and User Manual, Utah Comminution Center, University of Utah, Salt Lake City, Utah

Kick, F., (1885) "Das Gesetz der Proportionalen Widerstande und Seine Anwendung", A. Felix, Leipzig.

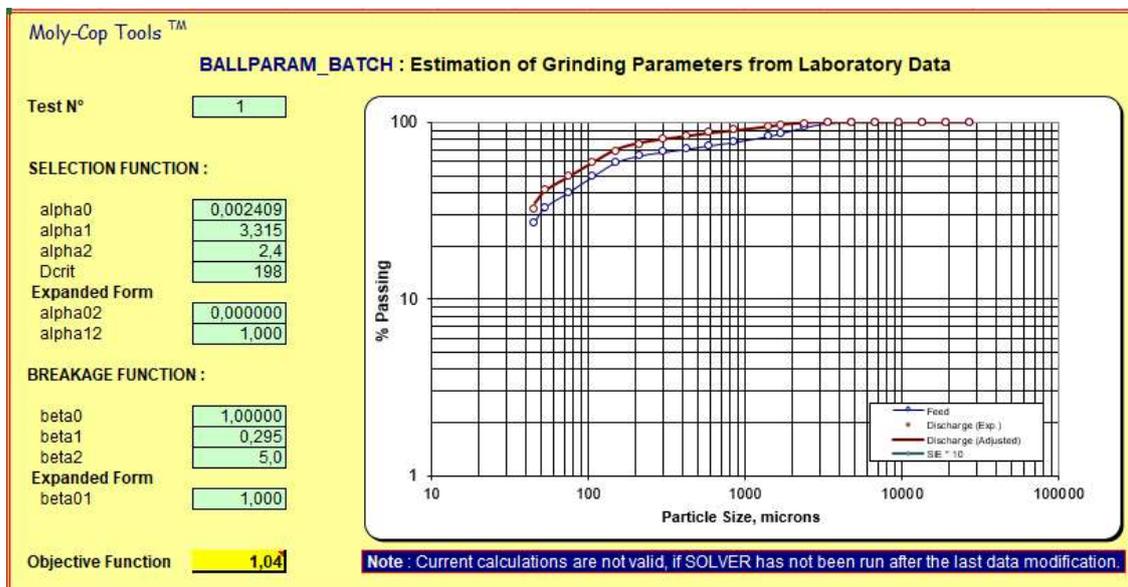
Reid, K.J., (1965), "A Solution to the Batch Grinding Equation," Chemical Engineering Science, Vol. 20, pp. 953-963.

Rowland, C.A.; Kjos, D.M., (1969) Rod and ball mills, in Mineral processing plant design, cap. 12, SME, N. York, p. 239-78.

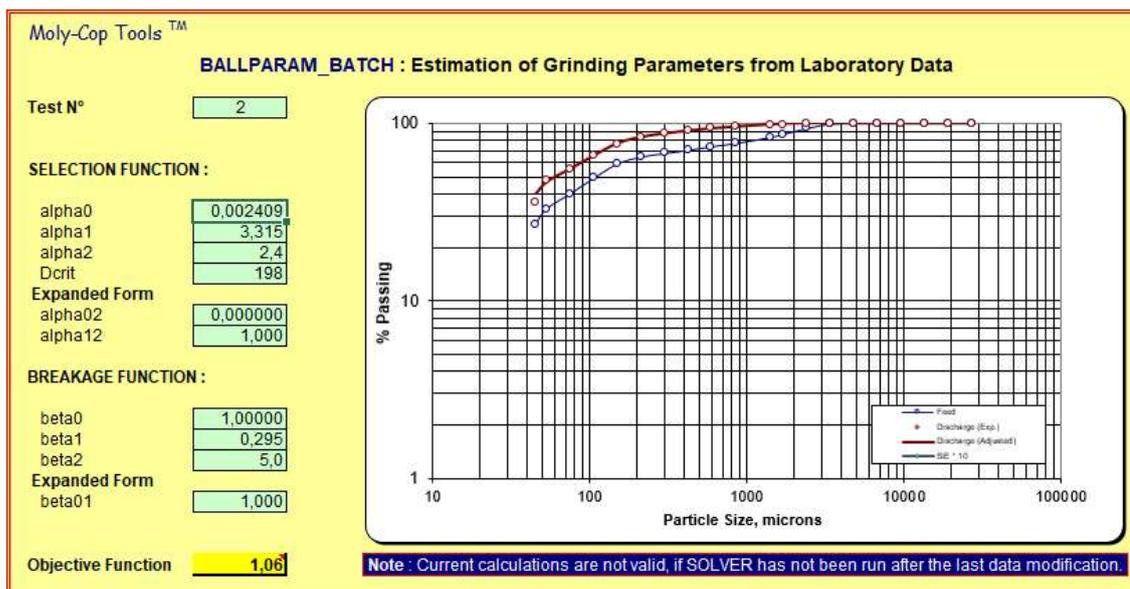
von Rittinger, P.R., (1867) "Lehrbuch der Aufbereitungskunde", Berlín.

APÊNDICES

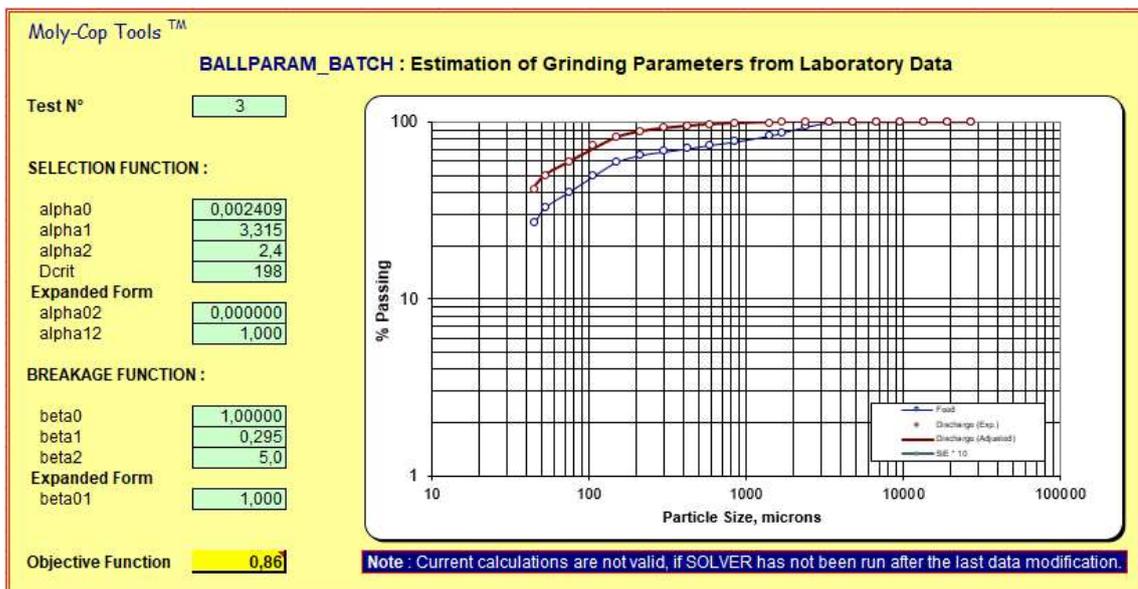
APÊNDICE A - Gráfico de estimação dos parâmetros de moagem do primeiro ensaio



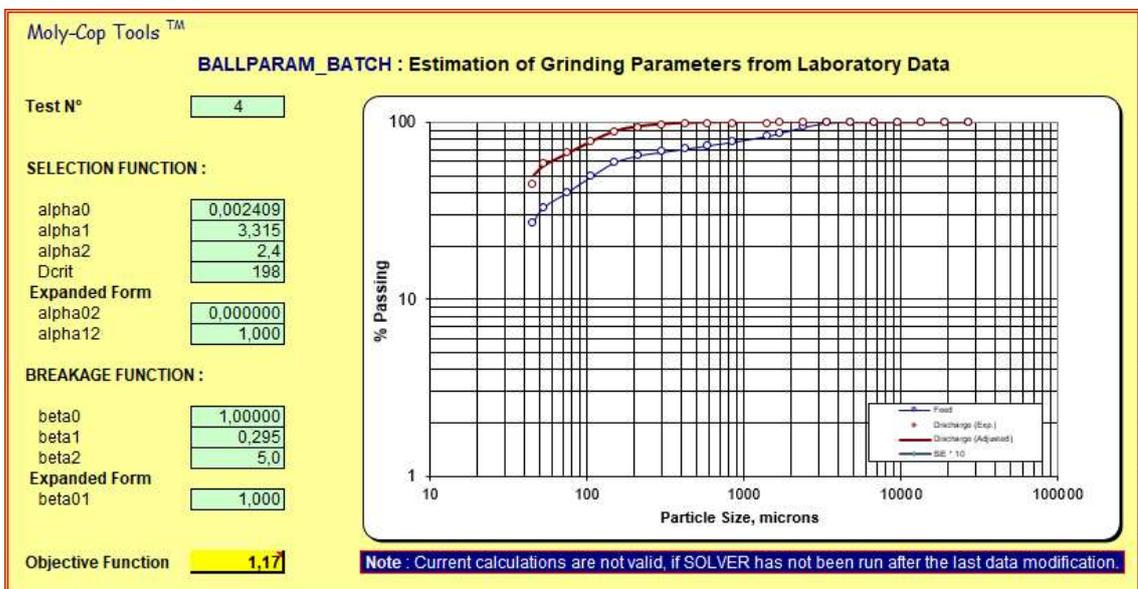
APÊNDICE B - Gráfico de estimação dos parâmetros de moagem do segundo ensaio



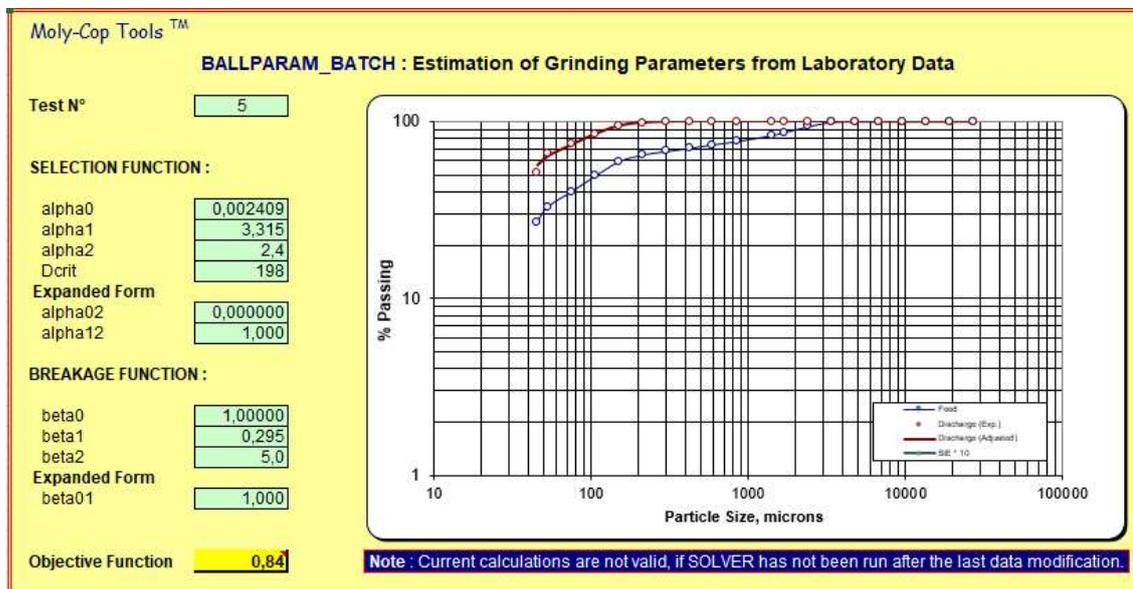
APÊNDICE C - Gráfico de estimação dos parâmetros de moagem do terceiro ensaio



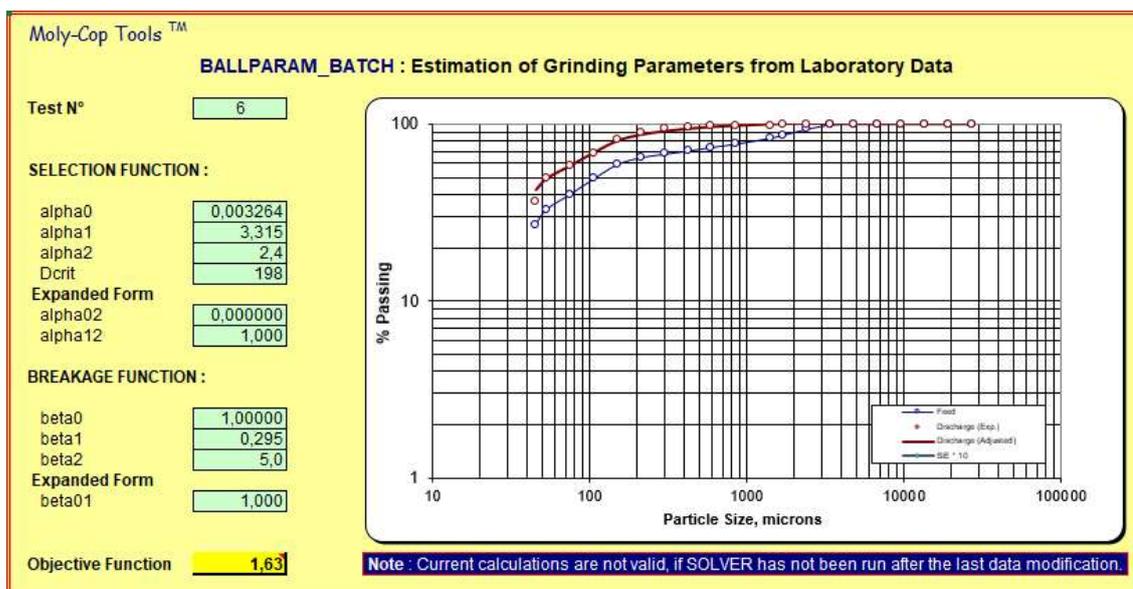
APÊNDICE D - Gráfico de estimação dos parâmetros de moagem do quarto ensaio



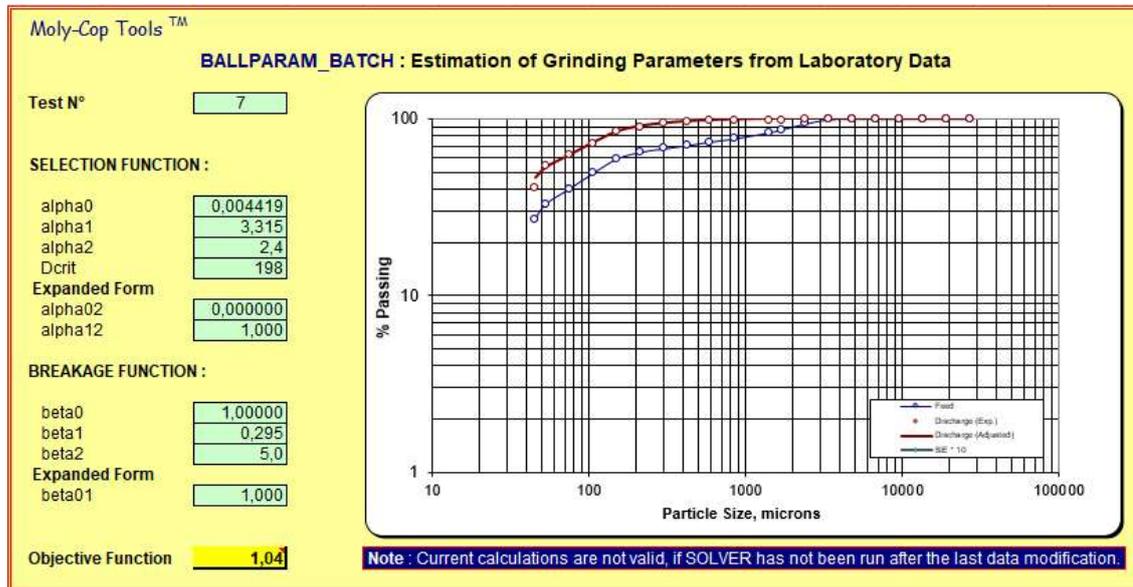
APÊNDICE E - Gráfico de estimação dos parâmetros de moagem do quinto ensaio



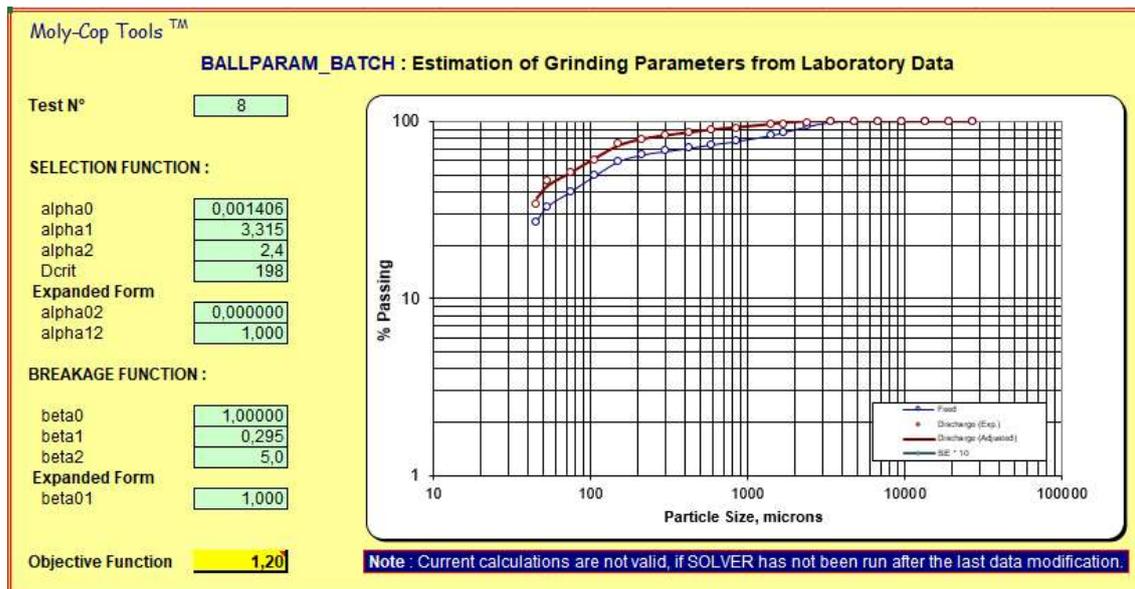
APÊNDICE F - Gráfico de estimação dos parâmetros de moagem do sexto ensaio



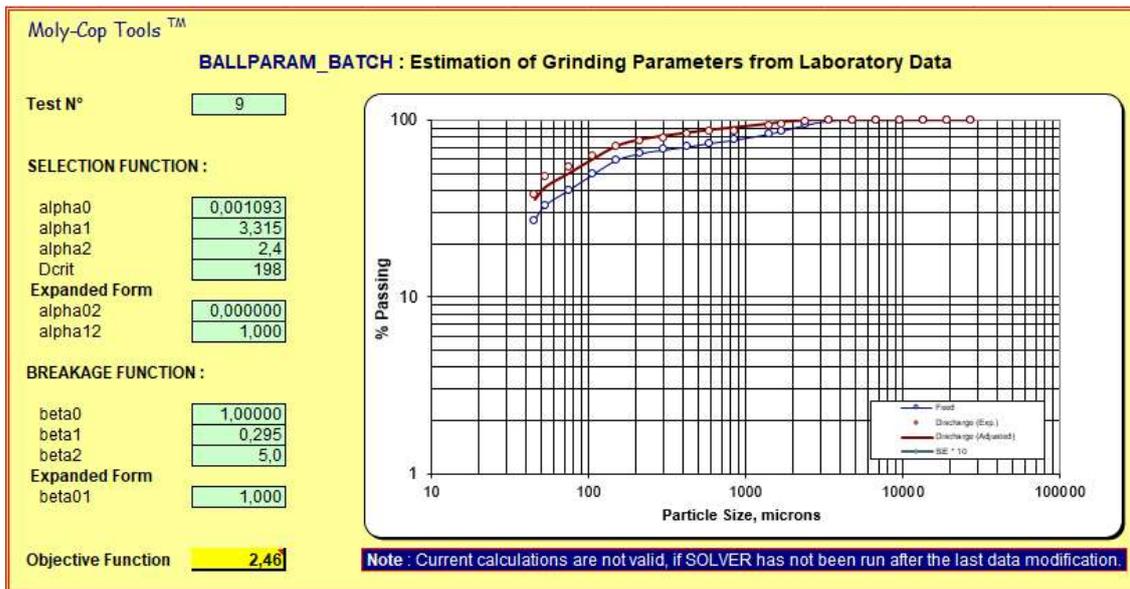
APÊNDICE G - Gráfico de estimação dos parâmetros de moagem do sétimo ensaio



APÊNDICE H - Gráfico de estimação dos parâmetros de moagem do oitavo ensaio



APÊNDICE I - Gráfico de estimação dos parâmetros de moagem do nono



ensaio

APÊNDICE J - Gráfico de estimação dos parâmetros de moagem do décimo

ensaio

