



UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
ESCOLA DE MINAS
COLEGIADO DO CURSO DE ENGENHARIA DE CONTROLE
E AUTOMAÇÃO - CEC AU



RIGELI SOARES GOMES

APLICAÇÃO DE UM ALGORITMO SIMHEURÍSTICO NA SOLUÇÃO
DO PROBLEMA DE ROTEAMENTO E CARREGAMENTO DE
VEÍCULOS BIDIMENSIONAL

MONOGRAFIA DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE CONTROLE E
AUTOMAÇÃO

Ouro Preto, 2021

RIGELI SOARES GOMES

**APLICAÇÃO DE UM ALGORITMO SIMHEURÍSTICO NA SOLUÇÃO
DO PROBLEMA DE ROTEAMENTO E CARREGAMENTO DE
VEÍCULOS BIDIMENSIONAL**

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia de Controle e Automação da Universidade Federal de Ouro Preto como parte dos requisitos para a obtenção do Grau de Engenharia de Controle e Automação.

Orientador: Prof. Dr. Aloísio de Castro Gomes Júnior

Coorientador: Prof. Dr. Agnaldo José da Rocha Reis

**Ouro Preto
Escola de Minas – UFOP
2021**

SISBIN - SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO

G633a Gomes, Rigeli Soares .

Aplicação de um Algoritmo Simheurístico na solução do problema de roteamento e carregamento de veículos bidimensional. [manuscrito] / Rigeli Soares Gomes. - 2021.

57 f.: il.: color., gráf., tab..

Orientador: Prof. Dr. Aloísio de Castro Gomes Júnior.

Coorientador: Prof. Dr. Agnaldo José da Rocha Reis.

Monografia (Bacharelado). Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de Minas. Graduação em Engenharia de Controle e Automação .

1. Administração de projetos - Cadeia de Suprimentos. 2. Algoritmo - Simheurístico. 3. Otimização combinatória - Roteamento de Veículos. 4. Logística. 5. Pesquisa Operacional. 6. Simulação (Computadores) . I. Gomes Júnior, Aloísio de Castro. II. Reis, Agnaldo José da Rocha. III. Universidade Federal de Ouro Preto. IV. Título.

CDU 681.5

Bibliotecário(a) Responsável: Maristela Sanches Lima Mesquita - CRB-1716



FOLHA DE APROVAÇÃO

Rigeli Soares Gomes

Aplicação de um algoritmo simheurístico na solução do problema de roteamento e carregamento de veículos bidimensional

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia de Controle e Automação da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Controle e Automação.

Aprovada em 28 de abril de 2021

Membros da banca

[Doutor] - Aloísio de Castro Gomes Júnior - Orientador (UFOP)
[Doutor] - Agnaldo José da Rocha Reis - (UFOP)
[Doutor] - Helton Cristiano Gomes - (UFOP)
[Doutor] - Irce Fernandes Gomes Guimarães - (UFOP)

Aloísio de Castro Gomes Júnior, orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito na Biblioteca Digital de Trabalhos de Conclusão de Curso da UFOP em 28/04/2021



Documento assinado eletronicamente por **Aloísio de Castro Gomes Junior, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 28/04/2021, às 18:57, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **0164932** e o código CRC **4B55CE1B**.

Dedico este trabalho à minha mãe, que já não pode estar aqui, mas é a razão e exemplo da minha busca por me tornar um ser humano melhor a cada dia.

AGRADECIMENTOS

A Deus e Nossa Senhora pela vida e por todas as oportunidades que me são dadas a cada dia. Por sempre guiarem os meus passos pelo melhor caminho.

À minha mãe, Neide (*in memoriam*). Porque isso tudo é e sempre será por causa dela e para ela.

Ao meu pai, Paulo César, por segurar todas as barras e lutar tanto por nós. Por me ensinar a continuar nadando, independente da correnteza.

À Raíssa, minha irmã e parceira, por me acompanhar em cada fase, desafio e obstáculo, sempre me estendendo a mão.

Ao Nicolás por ser um grande incentivo e acreditar mais em mim do que eu mesma. Por comemorar comigo cada pequena vitória na caminhada da vida.

Aos meus avós, tios, padrinhos, primos, e toda a família, de sangue ou de coração, que me incentivaram na busca pelos meus sonhos.

Ao meu orientador Aloísio, pela confiança e por me acolher durante essa jornada, sempre com um olhar humano, cordial e paciente, me indicando os melhores caminhos.

Ao meu co-orientador Agnaldo que se dispôs a me guiar pelo mundo acadêmico, sempre com muita solicitude e conselhos sábios que levarei para a vida.

Aos professores membros da banca examinadora, que se dispuseram a participar e colaborar para o engrandecimento desse estudo.

À Débora, minha grande e velha amiga, pelo especial apoio durante este trabalho e durante a vida. Por não me deixar desistir e por me ensinar tanto. Me inspiro na sua luta!

Aos meus amigos da vida toda, meu baú, FBI, "rolhas", "novinhas", RST, vigilantes e a galera da ECA, por serem pessoas incríveis e por escolherem caminhar ao meu lado, sempre me incentivando.

A toda a família EJC, que me ensinou tanto sobre o equilíbrio. Que a fé e a ciência caminham juntas na busca por um mundo melhor.

À Universidade Federal de Ouro Preto, ao Departamento de Engenharia de Controle e Automação, ao Departamento de Engenharia de Produção, à Fundação Gorceix, aos professores, amigos da portaria, lanchonete, limpeza, secretaria e todos os envolvidos, direta ou indiretamente, na busca por uma educação de qualidade. O ambiente universitário se torna mais leve a cada sorriso recebido.

A todos que, de alguma forma, contribuíram para a realização deste trabalho, fica aqui minha gratidão.

[...]O mundo felizmente será sempre cheio de desconhecidos: de alturas que nunca foram alcançadas; lugares que nunca foram vistos; ideias que nunca foram pensadas; criações que nunca foram criadas. Não é preciso que sejam imensas alturas, nem fantásticas ideias, nem estupendas criações. Basta que seja um pouco mais que seu limite agora."

(Rosana Zoelner)

RESUMO

A gestão de transportes faz parte de um processo logístico que integra o conceito de Gerenciamento de uma Cadeia de Suprimentos. A otimização desses processos resulta na entrega de um serviço de melhor qualidade, maior previsibilidade de rotas e redução dos custos relativos. Este trabalho apresenta a implementação de um Algoritmo Simheurístico com a finalidade de solucionar o problema de roteamento e carregamento de veículos bidimensional com frota homogênea. A proposta de solução é inicializada de forma aleatória e refinada através da implementação de um Algoritmo Simheurístico. Este algoritmo faz uso de uma meta-heurística de busca local, o *Simulated Annealing*, em paralelo com o processo de simulação. A combinação entre algoritmos determinísticos e simulações estocásticas tem o objetivo de tornar os resultados mais próximos da realidade e conferir maior competência logística ao processo de entrega de mercadorias. São apresentadas todas as etapas para a solução do modelo proposto e os resultados obtidos da sua execução, que comprovam o potencial de aplicação em problemas reais.

Palavras-chaves: Gerenciamento da Cadeia de Suprimentos. Algoritmo Simheurístico. Roteamento de Veículos. Logística. Pesquisa Operacional. Simulação

ABSTRACT

Transportation management is part of a logistics process that integrates the concept of Supply Chain Management. The optimization of these processes results in the delivery of a better quality service, greater route predictability and reduction of relative costs. This paper presents the implementation of a Simheuristic Algorithm with the purpose of solving the two-dimensional vehicle routing and loading problem with homogeneous fleet. The proposed solution is initialized randomly and refined through the implementation of a Simheuristic Algorithm. This algorithm uses a local search metaheuristic, Simulated Annealing, in parallel with the simulation process. The combination between deterministic algorithms and stochastic simulations has the objective of making the results closer to reality and conferring greater logistical competence to the goods delivery process. All the steps for the solution of the proposed model and the results obtained from its execution are presented, which prove its potential for application in real problems.

Keywords: Supply Chain Management. Simheuristic Algorithm. Vehicle Routing Problem. Logistics. Operational Research. Simulation

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Logística integrada e relações com demais áreas.	16
Figura 2 – Objetivos de serviço ao cliente.	17
Figura 3 – Estrutura do processo de modelagem.	19
Figura 4 – Modelo de Otimização.	20
Figura 5 – Modelo de Simulação.	21
Figura 6 – Contribuição de trabalhos presentes na literatura	24
Figura 7 – Rotas e disposição de cargas de uma frota de três veículos.	26
Figura 8 – Metodologias de simulação	30
Figura 9 – Interação entre técnicas de Simulação e Otimização.	32
Figura 10 – Exemplo de Representação da Solução	36
Figura 11 – Movimento de Realocação	38
Figura 12 – Movimento de Troca	38
Figura 13 – Pseudocódigo <i>Simulated Annealing</i>	40
Figura 14 – Analogia entre o Processo Físico e o Processo de Otimização	41
Figura 15 – Processo iterativo para solução de Problemas de Otimização Combinatória Estocásticos através de Simheurística	42
Figura 16 – Fluxograma de Solução Geral	45
Figura 17 – Processo iterativo do Algoritmo Simheurístico para a instância de Classe 2: E030-04s2	53

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Conjunto de valores levados em conta pelo <i>irace</i> para a calibração de cada parâmetro do <i>Simulated Annealing</i>	46
Tabela 2 – Resultados obtidos para as instâncias da Classe 1	49
Tabela 3 – Resultados obtidos para as instâncias da Classe 2	50
Tabela 4 – Resultados obtidos para as instâncias da Classe 3	51
Tabela 5 – Tempo médio computacional	52

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
1.1	Considerações Iniciais	12
1.2	Objetivos gerais e específicos	13
1.3	Justificativa do trabalho	13
1.4	Estrutura do trabalho	14
2	REVISÃO DA LITERATURA	15
2.1	Logística e Cadeia de Suprimentos	15
2.2	Pesquisa Operacional	18
2.3	Problemas de Otimização Combinatória	20
2.3.1	<i>Problema de Roteamento de Veículos (PRV)</i>	21
2.3.2	<i>2L-PRV</i>	22
2.3.3	<i>2L-SPRV</i>	25
2.4	Simulação	28
2.5	Simheurística	31
3	MATERIAIS E MÉTODOS	34
3.1	Procedimentos	34
3.2	Representação da Solução	35
3.3	Cálculo da Função de Avaliação	36
3.4	Estruturas de Vizinhaça	37
3.5	Meta-heurística <i>Simulated Annealing</i>	39
3.6	Método de Solução Simheurística	41
3.7	Fluxograma Geral de Solução	44
3.7.1	<i>Construção da Solução Inicial</i>	44
3.7.2	<i>Calibração dos Parâmetros do Simulated Annealing</i>	44
3.7.3	<i>Algoritmo Simheurístico</i>	46
4	APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS	47
4.1	Identificação das Instâncias	47
4.2	Resultados Encontrados	48
4.3	Processo Iterativo de Solução	52
5	CONCLUSÃO	54
	REFERÊNCIAS	55

1 INTRODUÇÃO

1.1 Considerações Iniciais

Em uma época na qual é crescente a corrida contra o tempo, visto que o melhor aproveitamento desse pode ser entendido como maior ganho, ou menor perda de capital, as grandes transformações sociais tornam as ações cada vez mais urgentes. Isso se aplica na área da saúde, da segurança, de alimentos, de transporte, entre muitas outras. Dessa forma, torna-se necessária a busca por soluções que otimizem as ações, de forma a minimizar o tempo gasto e maximizar o aproveitamento de espaços.

Especialmente no cenário da pandemia do Covid-19 no qual o mundo se encontra, a orientação da Organização Mundial da Saúde é que se respeite o isolamento social. Dessa forma, a recomendação é que a população evite sair de casa, salvo situações de necessidade. Alguns estabelecimentos comerciais também estão sendo impactados por fechamentos durante longos e/ou curtos períodos de tempo. Assim, a busca por serviços de transporte de mercadorias tornou-se ainda mais recorrente, uma vez que a população necessite recorrer ao setor do *e-commerce* para suprir algumas necessidades.

O avanço da tecnologia também corrobora para o aumento da demanda destes serviços, através de sites e/ou aplicativos que tornam os produtos mais acessíveis ao consumidor. Por conseguinte, a cobrança recai sobre o serviço de transporte das organizações, que deve buscar melhorar a qualidade, velocidade e eficiência do seu serviço. Colaborando, assim, para a diminuição do *Lead time* com uma entrega rápida e, consequentemente, maior satisfação dos clientes.

Diante da situação apresentada, as organizações vêm buscando diferenciais para se tornarem cada vez mais competitivas. É neste tópico que a engenharia ganha espaço, utilizando de ferramentas estocásticas e computacionais, como otimização combinatória e simulações de forma a possibilitar melhores soluções para problemas cotidianos.

Uma situação cotidiana que tem sido foco dos estudos de otimização combinatória é o VRP - *Vehicle Routing Problem*, que traduzido para o português, refere ao Problema de Roteamento de Veículos (PRV) em suas diversas ramificações. Trata-se uma generalização do conhecido Problema do Caixeiro Viajante (PCV) e visa fazer com que uma frota de veículos iguais, ao invés de apenas um, como propõe o PCV, atenda a uma quantidade especificada de clientes de forma otimizada, minimizando o custo do percurso. Por se tratar de um problema complexo e muito recorrente, tem sido um grande alvo de pesquisadores.

Dentre as ramificações do PRV, pode-se destacar o PRVC, que é o Problema de Roteamento de Veículos Capacitado (*Capacitated Vehicle Routing Problem*, CVRP). Neste existe a

restrição de capacidade máxima de carga que um veículo é capaz de suportar.

Este trabalho deriva de uma implementação proposta por [Guimarans et al. \(2018\)](#) de um Problema de Roteamento de Veículos Capacitado que, além das restrições de rota e capacidade máxima de carregamento, considera que a carga não pode ser empilhada. Dessa forma, torna o problema mais próximo da realidade de transportadoras que trabalham com itens frágeis ou que possuam elevado peso. Tal ramificação bidimensional do problema é conhecida como 2L-PRV. Ainda que existam diferentes metodologias otimizadas de carregamento e roteamento de veículos, o desempenho da entrega das mercadorias também sofre influência de outras variáveis. Assim, o custo de viagem é afetado por outras potenciais fontes de incertezas da vida real, como os engarrafamentos e a disponibilidade do receptor. Dessa forma, o autor propõe uma versão mais realista do 2L-PRV de modo a considerar os tempos de viagem estocásticos (2L-SPRV) e custos de pagamento de horas extras de funcionários através de simulações.

Neste trabalho é apresentada a integração entre meta-heurísticas e técnicas de simulação com a implementação de um Algoritmo Simheurístico na solução de problemas de roteamento e carregamento de veículos, considerando parâmetros estocásticos. Baseado em [Guimarans et al. \(2018\)](#), mas utilizando uma meta-heurística distinta, visa minimizar o tempo gasto no roteamento de veículos de forma a otimizar os serviços de transporte de mercadorias.

1.2 Objetivos gerais e específicos

O objetivo desse trabalho de conclusão de curso é a implementação de um algoritmo Simheurístico para resolver o Problema de Roteamento e Carregamento de Veículos Bidimensional (2L-SPRV), levando em consideração parâmetros estocásticos, com o intuito de minimizar os custos advindos do tempo gasto no transporte, alocação de itens e horas extras.

Dessa forma, os objetivos específicos definidos para este trabalho são:

- Adaptar as instâncias-teste disponíveis na literatura ao problema abordado;
- Desenvolver um sistema computacional, baseado em linguagem Python, para solucionar o problema de estudo;
- Verificar a eficiência do algoritmo desenvolvido através de análises estatísticas.

1.3 Justificativa do trabalho

O problema 2L-PRV possui diversas variantes e sua abordagem estocástica (2L-SPRV), baseado na busca de palavras-chave na base de dados *SciELO – Scientific Electronic Library Online* (Biblioteca Científica Eletrônica On-line) e no portal Periódicos Capes, tem sido pouco detectada na literatura. Contudo, trata-se de um problema muito recorrente e sua otimização

resulta em uma redução considerável de custos gerais advindos de serviços de transporte. Dessa forma, pode-se destacar a relevância acadêmica do trabalho proposto.

Na vida real, os dados não são determinísticos, como propõem a maioria dos autores, mas variam de acordo com distribuições de estatística e probabilidade. A aplicação de meta-heurísticas, sem que seja considerada a aleatoriedade dos acontecimentos do cotidiano, acaba por resolver os problemas de forma simplificada e distante da realidade.

Os Algoritmos Simheurísticos são apresentados como uma aplicação ideal e atual na busca de uma solução mais realista diante das restrições encontradas no cotidiano, combinando simulações com uma estrutura orientada por meta-heurística.

Resolver um problema de roteamento e carregamento de veículos através da metodologia proposta contribui para a redução da poluição, seja sonora ou mesmo a emissão de dióxido de carbono (CO_2) na atmosfera, uma vez que propicia o menor consumo de combustível. O atendimento ao cliente é diretamente beneficiado, pois o serviço é prestado com maior pontualidade e comprometimento. Além disso, pode-se obter maior previsibilidade de custos e, conseqüentemente, a minimização dos gastos relacionados aos serviços de transporte de mercadorias, como o pagamento de horas extras para os funcionários e multas por excesso de cargas.

1.4 Estrutura do trabalho

O restante trabalho está organizado como segue:

- No Capítulo 2 são apresentados alguns conceitos básicos e relevantes estudados no desenvolvimento desta monografia, como Logística e Cadeia de Suprimentos, e sua aplicação no gerenciamento dos transportes. Também é apresentando um levantamento bibliográfico dos Problemas de Roteamento de Veículos em suas diversas variações e diferentes propostas de solução encontradas na literatura.
- O Capítulo 3, por sua vez, traz os processos metodológicos de pesquisa seguidos para encontrar a solução do problema proposto.
- Já no Capítulo 4, encontram-se os resultados de simulações e testes realizados no decorrer do trabalho e a análise dos resultados e discussões.
- No Capítulo 5 são dadas as considerações finais e apresentadas as sugestões para trabalhos futuros.

2 REVISÃO DA LITERATURA

Para melhor entendimento deste trabalho, são abordados no presente capítulo os conceitos principais e fundamentação teórica levantada para o desenvolvimento da monografia. Na seção 2.1 são apresentados os conceitos de Logística e Cadeia de Suprimentos e necessidade de aplicação em uma organização. Também é apresentado um estudo a respeito da Gestão de Transportes. Na seção 2.2 é introduzido o conceito de Pesquisa Operacional e os modelos de simulação e de Otimização conhecidos em literatura. Na seção 2.3, são apontados os Problemas de Otimização Combinatória, sendo introduzido o conceito de Problema de Roteamento de Veículos (PRV) e apresentados alguns artigos da literatura que tratam de problemas variantes do PRV. Com base nos estudos, também é apresentado 2L-SPRV, que é o foco de estudo desta monografia. Na seção 2.4 é apresentada a definição do conceito de simulação e, por fim, na seção 2.5, é apontado o modelo de solução aplicado, denominado Simheurística.

2.1 Logística e Cadeia de Suprimentos

O conceito de logística tem sua origem ligada às operações militares. Conforme Novaes (2007), durante essas operações as tropas eram organizadas pelos generais, que precisavam gerenciar os tempos, deslocamentos e munições, de acordo com uma determinada estratégia.

Segundo Fernandes (2012), a ideia de que a logística é derivada do grego *logos*, que quer dizer cálculo, razão, analisar, é defendida por alguns historiadores. Em relação às operações militares, o autor enfatiza as grandes estratégias logísticas e de batalha aplicadas por Alexandre, O Grande, rei do reino antigo da Macedônia, que conquistou grande território durante suas expedições. Também cita o líder militar francês Napoleão Bonaparte, que obteve sucesso em suas batalhas mediante estudo, estratégias e organização.

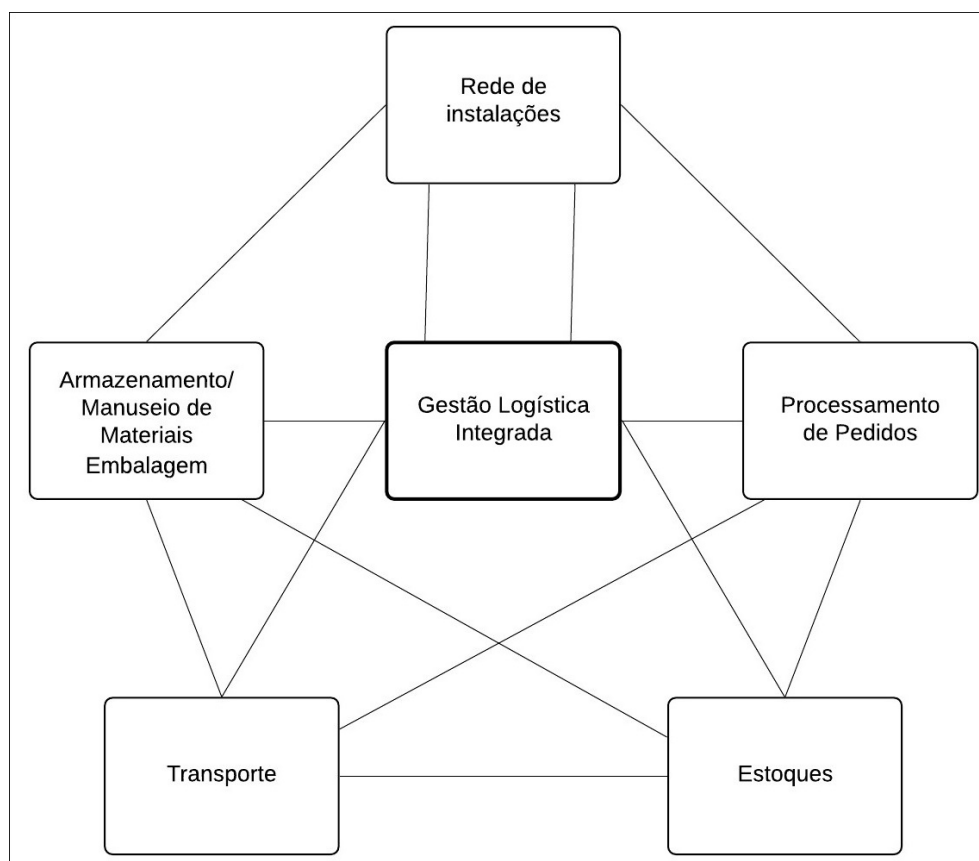
Bowersox, Closs e Cooper (2008) definem logística como o conjunto de atividades cuja finalidade é providenciar estoque necessário ao longo de uma cadeia de suprimentos. Trata-se então de um subconjunto dessa cadeia, que abrange todo o relacionamento entre os processos de uma organização.

Novaes (2007) destaca que logística implica na melhor utilização dos recursos, de modo a buscar o aumento da eficiência do serviço e a diminuição dos custos. Também cita o conceito de Logística de acordo com a definição do *Council of Supply Chain Management Professionals* norte-americano:

Logística é o processo de planejar, implementar e controlar de maneira eficiente o fluxo e a armazenagem de produtos, bem como os serviços e informações associados, cobrindo desde o ponto de origem até o ponto de consumo, com o objetivo de atender aos requisitos do consumidor.

O termo logística integrada, segundo [Bowersox, Closs e Cooper \(2008\)](#), faz referência à responsabilidade de conectar e articular uma cadeia de suprimentos, desde o processamento dos pedidos realizados pelos clientes até a entrega das mercadorias de forma harmônica. A Figura 1 sumariza as principais ideias do termo logística integrada e indica as correlações entre as diferentes áreas de trabalho.

Figura 1 – Logística integrada e relações com demais áreas.



Fonte: Adaptado de [Bowersox, Closs e Cooper \(2008\)](#)

As diferentes áreas de trabalho, conforme definido por [Bowersox, Closs e Cooper \(2008\)](#), podem ser melhor entendidas conforme segue:

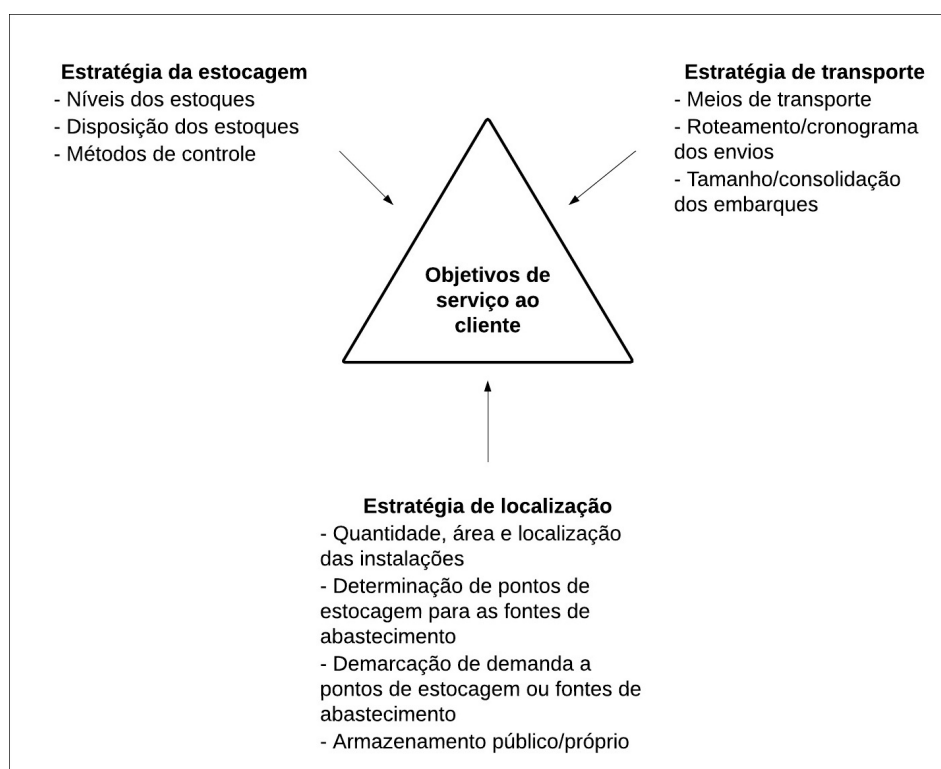
- Processamento de pedidos, com o foco na boa comunicação e busca pela descrição exata das necessidades do cliente em questão;
- Armazenamento dos itens ou estocagem, com a adoção de políticas de disposição seletiva, buscando atender às demandas com o máximo de giro de estoque;
- Controle de transportes, buscando-se o equilíbrio entre o custo, a velocidade e a qualidade do serviço prestado;

- Manuseio e embalagem dos materiais, incluindo estratégias como classificação, sequenciamento, seleção e disposição em unidades maiores, visando proteção e facilidade na manipulação;
- Rede de instalações, que busca a melhor estrutura que ajuste as demandas dos clientes ao transporte das mercadorias.

Ainda de acordo com os mesmos autores, a capacidade de se identificar falhas em potencial e, de antemão, soluções para as mesmas são características de empresas que possuem grande competência logística. Dessa forma pode-se obter um serviço de maior qualidade e maior vantagem competitiva. Sendo, portanto, consideradas boas parceiras para a cadeia de suprimentos.

Ballou (2006) destaca que a estratégia logística possui três objetivos principais, que podem ser resumidos em um triângulo, conforme a Figura 2 sendo eles (i) estratégia de estocagem, (ii) estratégia de localização e (iii) estratégia de transporte.

Figura 2 – Objetivos de serviço ao cliente.



Fonte: Adaptado de Ballou (2006)

O termo SCM - *Supply Chain Management*, em português Gerenciamento da Cadeia de Suprimentos (GCS), segundo Ballou (2006), vai além da essência do conceito de logística integrada. Nele são destacadas as relações entre as funções de marketing, logística e produção no âmbito dos relacionamentos interno e externo a uma empresa. Busca-se o aperfeiçoamento das

relações mediante coordenação e colaboração do grupo que integra o canal de fluxo de produtos. No entanto, não se têm de forma clara os limites entre GCM e gestão de logística integrada, sendo abordados na própria literatura com sentido semelhante, focando-se em adotar melhor eficiência para os processos e fluxos.

Novaes (2007) define o Gerenciamento da Cadeia de Suprimentos como uma logística integrada moderna e destaca a busca por ganhos globais entre todas as relações da cadeia, onde todos os envolvidos são beneficiados.

Por prover a movimentação dos produtos no decorrer de toda a cadeia de produção até chegar ao consumidor final, Bowersox, Closs e Cooper (2008) afirmam que o sistema transporte, em seus diferentes modais, é fundamental no processo de logística. Estes modais são subdivididos em: ferroviário, rodoviário, hidroviário, dutoviário e aéreo e possuem características específicas para atender às necessidades próprias de cada material a ser transportado.

Conforme Ballou (2006), um sistema de transporte eficiente abre possibilidades e implica em maior competitividade, melhorias nas escalas de produção e na redução dos preços dos produtos vendidos. Ainda seguindo esse raciocínio, são destacados os diferentes tipos de custos relacionados aos serviços de transporte, despesas essas que correspondem a uma faixa entre um e dois terços dos gastos totais com logística. Para fins de precificação, o autor especifica os custos em dois grupos distintos, que são:

- custos fixos, que são relacionados ao direito de tráfego, equipamentos, terminais e relações administrativas.
- custos variáveis, referentes às despesas com combustível, salário dos colaboradores, manutenção dos equipamentos e serviços.

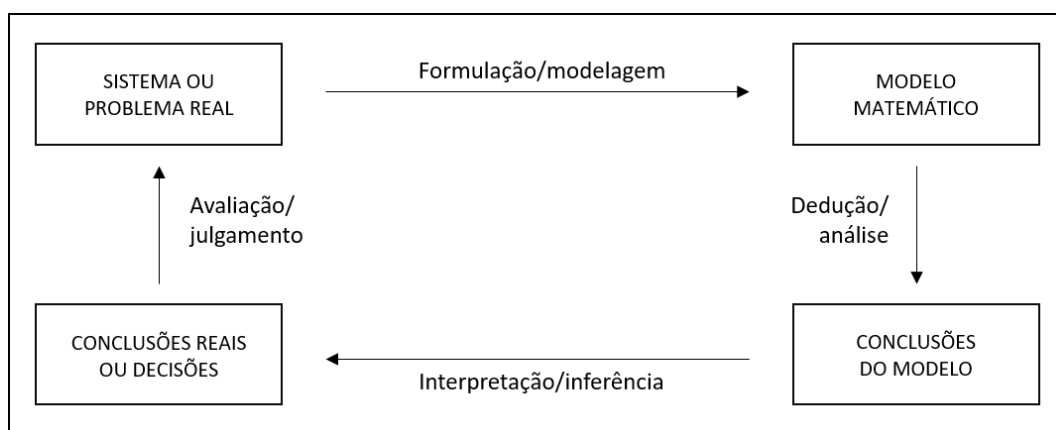
Como cada rota de serviço apresenta características específicas, um grande desafio das organizações é a imprevisibilidade dos custos relativos a eles, tratando-se de um trabalho complexo. Dessa forma, a utilização de ferramentas computacionais torna-se aplicável e necessária para o auxílio no trabalho.

2.2 Pesquisa Operacional

Segundo Andrade (2004), o nascimento da expressão “Pesquisa Operacional” se deu na Segunda Guerra Mundial, com a necessidade de desenvolvimento de métodos para solucionar problemas de origem militar. Trata-se da utilização de técnicas e métodos científicos qualitativos com a finalidade de prover o melhor aproveitamento de recursos limitados de uma organização de qualquer natureza, com foco na programação otimizada de operações que auxiliem na solução de problemas administrativos. É definida, então, como um instrumento de gerência que permite a utilização de modelos que facilitam na tomada de decisão.

[Arenales et al. \(2007\)](#) relacionam Pesquisa Operacional com os métodos matemáticos que associam dados aos modelos numéricos. Assim sendo, ao se observar um fenômeno da natureza, pode-se identificar leis ou normas que os regem. Essas leis podem ser descritas matematicamente e analisadas através de ferramentas, de forma a gerar uma interpretação a seu respeito. O processo pode ser esboçado conforme a Figura 3.

Figura 3 – Estrutura do processo de modelagem.



Fonte: Adaptado de [Arenales et al. \(2007\)](#)

A partir de um problema real, são definidas as variáveis a fim de se estabelecer um modelo matemático deste problema. As variáveis compreendem todo o conjunto de fatores que possuem envolvimento com o problema e que sejam passíveis de fornecimento de elementos para análise. Ainda conforme [Andrade \(2004\)](#), as variáveis podem ser consideradas em três categorias que serão apresentadas a seguir:

- Variáveis de decisão: compreendem o conjunto de informações fornecidas pelo administrador ou pessoa responsável pela manipulação dos dados. A partir delas, os dados são gerados visando a tomada de decisão;
- Variáveis controláveis: são as variáveis geradas pelo modelo durante a etapa que compreende o processo de solução. Essas variáveis dependem das hipóteses estabelecidas, das informações de entrada e da estrutura do modelo;
- Variáveis não controláveis: compõem a categoria as restrições impostas ao modelo, que devem ser respeitadas, e os fatores externos fornecidos ao modelo.

Com as variáveis definidas, é realizada a dedução do problema, fazendo-se o uso da tecnologia. Em seguida é feita a interpretação dos dados e, por conseguinte, são dadas as conclusões a respeito do problema real.

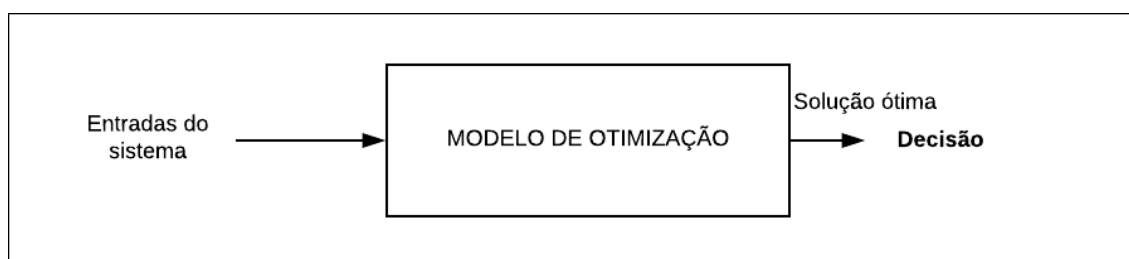
Os modelos matemáticos podem ser classificados, de forma generalizada, em duas categorias, sendo os Modelos de Otimização e os Modelos de Simulação e segundo [Andrade](#)

(2004), pode depender de vários fatores, como os objetivos específicos, a natureza matemática que relaciona as variáveis e o nível de incerteza sob o qual se encontram. Essas duas categorias de modelos serão abordadas a seguir.

Um Modelo de Otimização consiste em encontrar valores de um conjunto de variáveis de decisão de forma a atender todas as condições impostas e maximizar ou minimizar o valor de uma função objetivo. [Andrade \(2004\)](#) afirma que um Modelo de Otimização é desenvolvido de forma a se buscar uma solução considerada “ótima” segundo um critério, se tratando, portanto, de um modelo inflexível quanto à escolha de alternativas. Esse critério compõe a estrutura do modelo, que realiza uma análise matemática através de métodos sistemáticos, denominados algoritmos, para encontrar a melhor alternativa. As variáveis deste modelo podem variar a grandes intervalos ou mesmo assumir diversos valores. Através da decisão “ótima” encontrada pelo algoritmo, tem-se a decisão real.

O fluxo de informações de um Modelo de Otimização pode ser exemplificado conforme a Figura 4, onde os as informações e variáveis do sistema são introduzidas neste modelo, gerando uma decisão baseada em uma solução que é nomeada como "ótima".

Figura 4 – Modelo de Otimização.



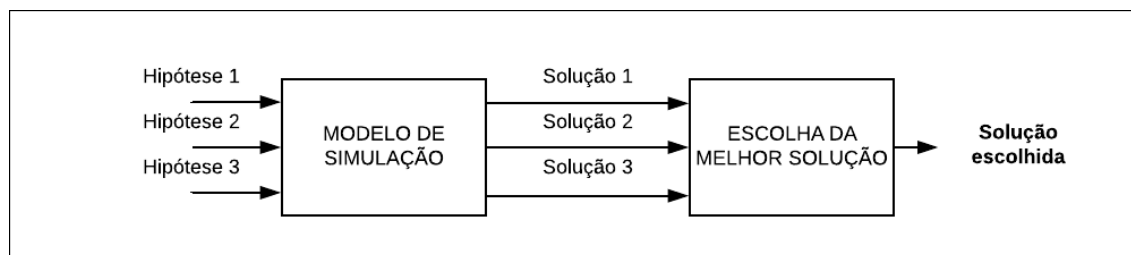
Fonte: Adaptado de [Andrade \(2004\)](#)

Um Modelo de Simulação, ainda conforme [Andrade \(2004\)](#), visa uma aproximação do mundo real, objetivando a geração de análises alternativas. Dessa forma, é concedida certa liberdade ao administrador. Como o critério de escolha do melhor resultado não é fixado na estrutura do modelo, viabiliza a criação de ambientes reformulados e o teste de novas alternativas. A Figura 5 ilustra o processo de decisão com modelos de simulação.

2.3 Problemas de Otimização Combinatória

A Otimização Combinatória, segundo [Souza \(2020\)](#), é a área da computação responsável por encontrar, partindo de um subconjunto de itens, uma solução que seja a maior possível ou a menor possível, de acordo com a necessidade de um problema proposto. Tais problemas são chamados “Problemas de Otimização Combinatória” e podem ser identificados facilmente no dia a dia, dentre eles, é possível citar o controle de demanda, a localização de facilidades, o escalonamento de tarefas, o planejamento de produção e o roteamento de veículos. Os problemas

Figura 5 – Modelo de Simulação.



Fonte: Adaptado de [Andrade \(2004\)](#)

abordados na área são denominados tecnicamente por "NP-difícil", uma vez que necessita da utilização de técnicas computacionais mais apuradas para que a solução seja encontrada.

Para resolver os problemas de forma exata, estes podem ser transformados em modelos matemáticos. Também existe a opção de solução por meio de métodos, como heurísticas ou meta-heurísticas, que procuram gerar boas soluções (próximas a ótima) em um tempo computacional razoável. Nesses métodos, a solução consiste na criação de uma forma de representar o problema, identificação das chamadas estruturas de vizinhança, definição de uma função de avaliação e uma estrutura de busca por uma boa solução.

As subseções a seguir apresentam alguns problemas de otimização combinatória relacionados à problemas de transporte. Inicialmente é conceituado o Problema do Roteamento de Veículos (PRV). Posteriormente são relatadas algumas variações do PRV, sendo apresentados algumas abordagens encontradas na literatura e, em seguida, é apresentado o problema foco desta monografia, denominado 2L-SPRV.

2.3.1 Problema de Roteamento de Veículos (PRV)

O Problema de Roteamento de Veículos, conhecido como PRV, é um ramo de grande aplicabilidade na vida real e, consequentemente, alvo de estudo para muitos pesquisadores da área de otimização combinatória.

Sendo inicialmente introduzido por [Dantzing e Ramser \(1959\)](#), permite que sejam definidos os melhores roteiros de viagem a serem percorridos por veículos que partem de um depósito central, com a finalidade de atender às necessidades de um conjunto de clientes.

[Labadie, Prins e Prodhon \(2016\)](#), estabelecem quatro elementos que compõem um PRV, sendo eles :

- Rede, que é normalmente representada por um grafo. Esse grafo é composto por vértices (nós) e arestas;
- Nós, que são os pontos a serem percorridos pelo veículo, representando cada cliente e sua respectiva demanda;

- Arestas, que representam as ligações entre cada nó;
- A frota de veículos responsáveis pelo cumprimento das rotas;
- O depósito central, que é o ponto de partida e chegada dos veículos.

Os vértices de uma rede são uma representação de cada cliente a ser visitado. As arestas realizam a conexão entre cada nó da rede com o depósito central, indicando o caminho a ser seguido por um veículo da frota. Trata-se de um problema NP-difícil, de acordo com [Lenstra e Kan \(1981\)](#), que possui ordem de complexidade exponencial.

Ainda segundo [Labadie, Prins e Prodhon \(2016\)](#), um PRV também é caracterizado de acordo com o conjunto de restrições que possui. Essas restrições podem depender do produto transportado, das exigências do cliente e das limitações do próprio serviço. Pode-se citar restrições de carregamento, peso, volume, quantidade de veículos da frota, tempo em trânsito, entre outros. Em uma de suas diversas ramificações, é possível citar o PRVC, que é o Problema de Roteamento de Veículos Capacitado, no qual se estabelece que um limite máximo de carregamento do veículo. Possui ainda como objetivo a minimização do percurso total de forma a atender a todos os clientes.

O PRV possui uma grande quantidade de variações, aplicações e métodos de solução. Pode-se citar os que incluem um custo para o uso do depósito, como é o caso do problema de localização e Roteamento e também aqueles que possuem um custo para a estocagem dos materiais, como o problema de estoque e roteirização. Outra ramificação do problema apresenta restrições no carregamento dos veículos, sendo que os objetos a serem carregados podem ser tratados em duas ou três dimensões, que consiste no 2L-VRP e 3L-VRP respectivamente. ([LABADIE; PRINS; PRODHON, 2016](#))

Segundo [Guimarans et al. \(2018\)](#), apesar de se tratar de um tema fortemente abordado em estudos de otimização, ainda não se encontra uma variedade de estudos que tratam os parâmetros estocásticos que compõem um problema real. Estes parâmetros podem ser a disponibilidade de clientes, horas excedidas de viagem e suas multas decorrentes, bem como as variações no tráfego.

2.3.2 2L-PRV

Introduzida inicialmente por [Ioro, González e Vigo \(2007\)](#), a variante 2L-PRV foi resolvida, a princípio, utilizando um algoritmo *branch-and-cut* exato. Esta variação tem o objetivo de definir a melhor rota para atender a um conjunto de clientes, de forma que o custo total do transporte seja o mínimo possível. Deve também satisfazer um conjunto de restrições, conforme listado a seguir:

- O número de veículos disponíveis deve ser igual ao número de rotas, ou seja, cada veículo realiza apenas uma rota;

- O depósito central é o ponto de chegada e partida de todo veículo;
- Cada cliente deve ser visitado apenas uma vez;
- Deve-se respeitar o peso máximo que cada veículo é capaz de transportar, não excedendo-o;
- Cada cliente deve ser atendido de forma completa;
- Se um cliente adquiriu vários itens, todos eles devem ser entregues por um mesmo veículo da frota;
- Os itens são considerados retangulares e o carregamento dos veículos deve ser realizado de forma ortogonal, ou seja, paralelos aos lados da superfície de carregamento.
- Todos os itens carregados devem estar completamente contidos na superfície de carregamento;
- Sobreposição de itens na superfície de carregamento do veículo não deve ser considerada.

A seguir estão apresentados alguns trabalhos realizados a respeito da abordagem 2L-PRV determinístico.

[Candido e Souza \(2016\)](#) desenvolveram um modelo matemático para o problema bidimensional de roteamento de veículos que considera a frota heterogênea, denominado 2L-HFFVRP. A implementação da modelagem foi realizada em Visual Basic e executada via CPLEX em duas etapas. A primeira etapa aborda o roteamento da frota de veículos e a segunda a alocação das cargas. Apesar de apresentar soluções ótimas, esse método se mostrou eficiente para problemas de pequeno porte, com poucos clientes, itens e veículos.

[Silva, Queiroz e Toledo \(2016\)](#) apresentam uma abordagem para o Problema de Roteamento de Veículos com empacotamento bidimensional, definido por 2L-CVRP. No trabalho, utiliza-se o método de programação linear inteira através de um algoritmo *branch-and-cut* (B&C) e são feitas comparações com os resultados obtidos na literatura, realizando a melhoria dos mesmos.

[Ferreira e Queiroz \(2017\)](#) trazem uma abordagem híbrida para os problemas de empacotamento bidimensional e localização, denominado 2L-LRP. Trata-se da união de dois problemas, o problema de localização e roteamento (LRP) com o 2L-CVRP anteriormente citado. O objetivo principal deste trabalho é desenvolver uma solução para definir onde os depósitos devem ser abertos. A partir desses depósitos as rotas são estabelecidas para os veículos de forma a atender todos os clientes eficientemente. A heurística híbrida proposta para solução é denominada SA+AAA, que é a união de duas meta-heurísticas, *Simulated Annealing* e Algoritmo Artificial de Algas respectivamente. Os testes realizados em 70 instâncias retornaram soluções satisfatórias, mostrando que se trata de uma heurística competitiva.

Silva, Queiroz e Toledo (2017) desenvolveram um modelo de programação linear inteira para um problema que integra roteamento e empacotamento, 2L-CVRP citado anteriormente. No trabalho é feita uma adaptação da literatura, propondo uma formulação mais compactada utilizando apenas um tipo de variável para o roteamento. Obteve-se um modelo cujo comportamento encontrado teve melhor desempenho se comparado ao modelo proposto como base.

Roberte e Passos (2017) realizam uma revisão da literatura que aborda o roteamento de veículos capacitado, considerando o carregamento bi e tridimensional (2L-CVRP e 3L-CVRP respectivamente). Foi feito um estudo dos artigos publicados entre 2009 e 2016, avaliando-os e fazendo um comparativo entre os métodos de solução propostos por cada um. Observou-se que os métodos mais utilizados para solução dos problemas foram os meta-heurísticos como aplicação pura, heurísticos com meta-heurísticos como aplicação conjunta. A respeito dos algoritmos, o mais utilizado nas aplicações analisadas foi o de Busca Tabu.

Hokama, Miyazawa e Morabito (2017) investigaram o problema de estoque e roteirização considerando o empacotamento bidimensional, IRP2D, e propuseram a aplicação de um algoritmo *branch-and-cut* para a solução do problema. Os resultados obtidos consideram a aplicação viável, tratando-se de um modelo que permite facilmente a agregação de outras restrições como forma de se obter aproximação da realidade.

O quadro apresentado na Figura 6 sumariza os trabalhos citados e suas respectivas contribuições para a área da Pesquisa Operacional.

Figura 6 – Contribuição de trabalhos presentes na literatura

Autores	Principais Contribuições
Ioro, González e Vigo (2007)	Introdução da variante 2L-PRV, utilizando um algoritmo branch-and-cut exato.
Candido e Souza (2016)	Modelo matemático para o problema bidimensional de roteamento de veículos que considera a frota heterogênea (2L-HFFVRP).
Silva, Queiroz e Toledo (2016)	Problema de Roteamento de Veículos com empacotamento bidimensional, definido por 2L-CVRP. Utiliza o método de programação linear inteira através de um algoritmo branch-and-cut.
Ferreira e Queiroz (2017)	Abordagem híbrida para os problemas de empacotamento bidimensional e localização, denominado 2L-LRP.
Silva, Queiroz e Toledo (2017)	Modelo de programação linear inteira para um problema que integra roteamento e empacotamento, 2L-CVRP.
Roberte e Passos (2017)	Revisão da literatura que aborda o roteamento de veículos capacitado, considerando o carregamento bi e tridimensional (2L-CVRP e 3L-CVRP respectivamente).
Hokama, Miyazawa e Morabito (2017)	Problema de estoque e roteirização considerando o empacotamento bidimensional, IRP2D.

Fonte: Autoria própria (2021)

2.3.3 2L-SPRV

O 2L-SPRV é uma variação do 2L-PRV que trata os tempos de viagem estocásticos, ou seja, que se originam de eventos aleatórios, fazendo uso de simulações de forma a encontrar valores relevantes e que favoreçam a aproximação do problema teórico com a realidade. A combinação de meta-heurísticas e simulação dá origem à Simheurística, um tema que será abordado no tópico 2.5 e que também será utilizado como base para o desenvolvimento deste trabalho.

Guimarans et al. (2018) propõe uma solução simheurística para encontrar os melhores trajetos para veículos como forma de minimizar os custos realizados pelo serviço de transporte, considerando as variações de tempo de viagem estocásticas. O trabalho também leva em consideração a otimização no que se refere ao carregamento das mercadorias nos veículos, uma vez que seu estudo seja voltado a equipamentos que não podem ser empilhados. Dessa forma, considera uma série de restrições, que são:

- toda rota deve ter seu início e fim no depósito central;
- todos os itens solicitados por um cliente devem ser carregados em apenas um veículo da frota, uma vez que cada cliente deva ser visitado apenas uma vez;
- a capacidade de carga e área do veículo deve ser respeitada;
- o tempo máximo de viagem também deve ser respeitado;
- os itens não devem ser empilhados ou sobrepostos;
- os itens podem ser rotacionados ou não;

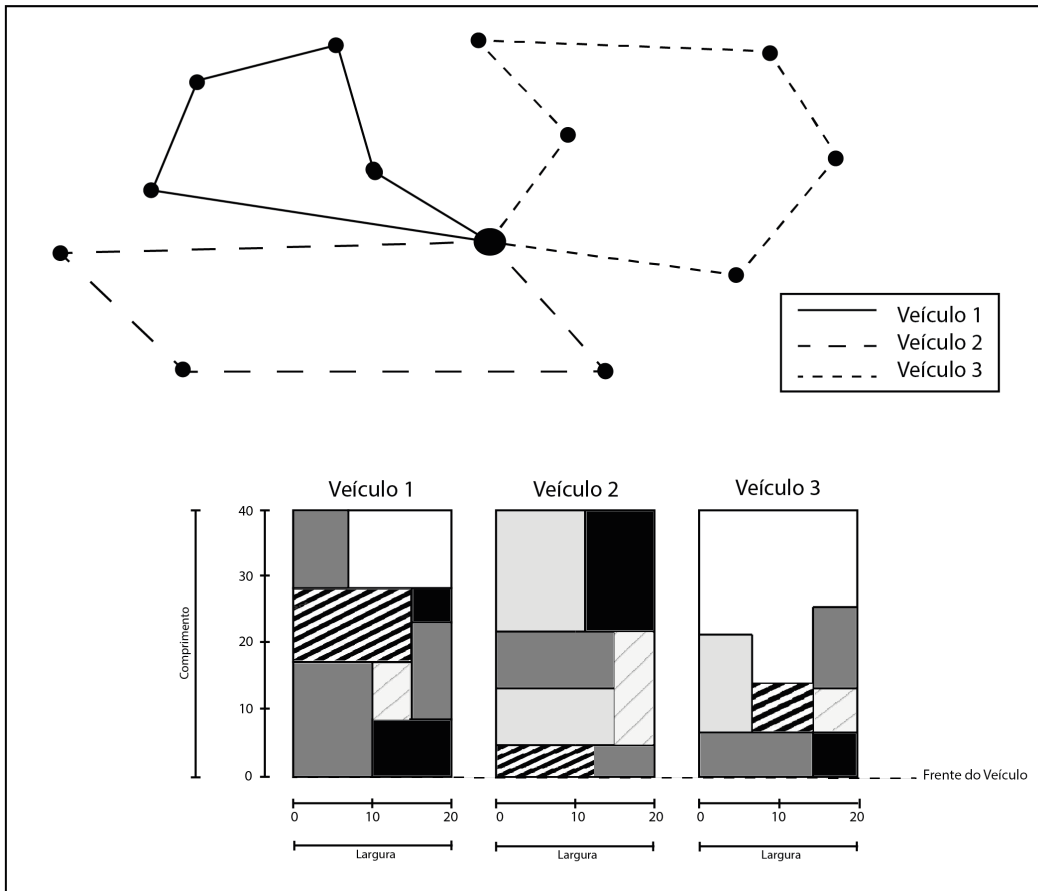
A Figura 7 ilustra uma rota realizada por uma frota composta por três veículos semelhantes e seus respectivos carregamentos conforme as restrições impostas para o problema.

Dadas as restrições, o problema proposto é modelado por Guimarans et al. (2018) conforme segue:

Seja $G = (V, E)$ um grafo completo e não direcionado no qual V é definido como um conjunto de n vértices, ou nós, $V = (0, 1, 2, \dots, n)$, sendo que o nó $n = 0$ representa o depósito central, ponto de partida e chegada de todos os veículos da frota, e os demais valores de n representam cada cliente a ser atendido. As arestas que conectam cada vértice são definidas por $E = \{(i, j) \mid i, j \in V\}$ $i \neq j$ e fazem a ligação entre os clientes entre si e o depósito central.

Considerando uma situação de trânsito ideal, sem que haja engarrafamentos ou problemas do tipo, leva-se um tempo mínimo para realizar o deslocamento entre os pontos $t_{ij} = t_{ji} > 0$. No entanto, trabalham com as condições incertas de uma situação real, o tempo mínimo é

Figura 7 – Rotas e disposição de cargas de uma frota de três veículos.



Fonte: Adaptado de [Guimarans et al. \(2018\)](#)

considerado estocástico $T_{ij} = t_{ij} + D_{ij}$, sendo D_{ij} uma variável aleatória definida de acordo com uma distribuição de probabilidade conhecida.

Seja a frota composta por um conjunto de $K > 1$ veículos semelhantes disponibilizados no depósito central, cada veículo possui uma capacidade máxima de carga determinada $Q > 0$ e uma limitação de área A definida por $A = W \times H$, em que W é a largura e H o comprimento do compartimento de carga.

Cada cliente $i \in V_0$ corresponde a $m_i > 0$ itens que têm um peso total $q_i > 0$ que devem ser entregues. Um depósito sem demanda é correspondente a $m_0 = 0$. Cada m_i itens tem suas dimensões representadas por $h_{il} > 0$ e $w_{il} > 0$, sendo l pertencente ao intervalo dado por $1 \leq l \leq m_i$. Dessa forma, pode-se definir a área total ocupada pelo item, representada por $a_i = \sum_{l=1}^{m_i} w_{il} h_{il}$. As decisões de roteamento são representadas pela variável $z_{ijk} \in \{0, 1\}$, assim, uma borda (i, j) só faz parte da solução se o valor de z_{ijk} for setado em 1 para determinado veículo k pertencente à frota $K(k \in K)$, em contraponto, não faz parte da solução se z_{ijk} for definido como 0.

O problema pode então ser formulado através das equações (2.1) a (2.8).

$$\min E \left[\sum_{k \in K} \sum_{\substack{i, j \in V, \\ i \neq j}} \right] = \sum_{k \in K} \sum_{\substack{i, j \in V, \\ i \neq j}} E [T_{ij}] Z_{ijk} \quad (2.1)$$

Sujeito à:

$$\sum_{j \in V_0} z_{0jk} = \sum_{i \in V_0} z_{i0k} \quad \forall k \in K \quad (2.2)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{i \in V} z_{ijk} = 1 \quad \forall j \in V_0 \quad (2.3)$$

$$\sum_{i \in V} z_{iuk} = \sum_{j \in V} z_{ujk} \quad \forall u \in V_0, \quad \forall k \in K \quad (2.4)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in V_0} z_{0jk} \leq K \quad (2.5)$$

$$\sum_{\substack{i, j \in V, \\ i \neq j}} q_i z_{ijk} \leq Q \quad \forall k \in K \quad (2.6)$$

$$\sum_{\substack{i, j \in V, \\ i \neq j}} a_i z_{ijk} \leq A \quad \forall k \in K \quad (2.7)$$

$$z_{ijk} \in 0, 1 \quad \forall i, j \in V, i \neq j \quad \forall k \in K \quad (2.8)$$

Pode-se observar que (2.1) representa a função objetivo inicial, cuja finalidade é a minimização do tempo e, conseqüentemente, dos custos de viagem. Essa função está sujeita à restrição que (2.2) garante que o número de veículos que partem de um depósito central deve ser igual ao número de veículos que retornam para o mesmo. As restrições (2.3) e (2.4) determinam que se um veículo realiza uma entrega para um cliente, também deve partir dele, bem como cada cliente deve ser visitado apenas uma vez. A restrição (2.5) determina o número máximo de veículos disponíveis de uma frota. As restrições (2.6) garantem que a capacidade máxima (Q) do veículo seja respeitada e, por fim, as restrições (2.7) delimitam a área máxima para carregamento do veículo.

Como forma de somar as despesas referentes às penalidades a função objetivo final é representada pela Equação (2.9), e as variáveis $\rho > 0$ e $\gamma \geq 0$ são variáveis relacionadas às penalidades aplicadas nos casos de multa por ultrapassagem dos limites de tempo.

$$\min [f_k] = \min \begin{cases} \sum_{\substack{i,j \in V, \\ i \neq j}} T_{ij} Z_{ijk} - \tau, & \text{se } \sum_{\substack{i,j \in V, \\ i \neq j}} T_{ij} Z_{ijk} \leq \tau \\ \sum_{\substack{i,j \in V, \\ i \neq j}} T_{ij} Z_{ijk} + \rho \left(\sum_{\substack{i,j \in V, \\ i \neq j}} -\tau \right) + \gamma, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (2.9)$$

Guimarans et al. (2018) também realiza definições quanto ao carregamento das caixas nos veículos, estabelecendo que os objetos não devem ser sobrepostos e suas arestas consideradas perpendiculares às bordas do caminhão, denominado carregamento ortogonal, se tratando de um carregamento irrestrito e não orientado (2|URIL), que permite a reorganização e rotação dos itens.

A solução inicial é gerada através de uma heurística construtiva, que é refinada com a implementação de uma meta-heurística *Iterated Local Search* (ILS), em português, Busca Local Iterativa. As estimativas são obtidas via Simulação de Monte Carlo, que é refinado de forma a oferecer uma estimativa precisa da solução estocástica.

Nos tópicos 2.4 e 2.5 seguintes serão abordados os conceitos de simulação e Simheurística de forma a fornecer melhor entendimento sobre o que foi aplicado por Guimarans et al. (2018) e o que será aplicado neste trabalho.

2.4 Simulação

O conceito de simulação pode ser dado como "a experimentação de um sistema real através de modelos. A possibilidade de criar e simular fenômenos desejados permite conferir quão representativas seriam as mudanças, colaborando, desta forma, com a tomada de decisões." (BATEMAN et al., 2013)

Outro conceito, por Felici (2017), define a simulação como uma imitação ou reprodução de um evento real, sendo, para tanto, utilizado um meio simulador, que pode ser físico ou realizado através de ferramentas computacionais.

Pode-se definir a simulação computacional em três categorias, de acordo com Chwif e Medina (2015): Simulação de Monte Carlo, Simulação Contínua e Simulação de Eventos Discretos. Em modelos nos quais o estado varia de acordo com o tempo é utilizada a Simulação contínua. Em contraponto, como o próprio nome já diz, a Simulação de Eventos Discretos consiste na modelagem de sistemas que possuem alteração no estado em momentos discretos no tempo, conforme a existência de eventos.

Segundo Taha (2008), a Simulação de Monte Carlo é um método que faz uso de números aleatórios de forma a se estimar valores a determinadas variáveis que se deseja estudar. Esses

números podem ser obtidos de forma randômica pelo computador, ou mesmo de tabelas. A simulação é realizada diversas vezes até que se possa observar um padrão de comportamento de uma variável de decisão sobre outra variável. Sua aplicação se dá nas mais diversas áreas de estudo.

Segundo [Chwif e Medina \(2015\)](#), existe uma metodologia a ser seguida para que se possa obter bons resultados. Esses passos são denominados na literatura por "ciclos de vida de um modelo de simulação" ou "metodologias de simulação". O fluxograma representado na Figura 8, adaptada de [Law e McComas \(1991\)](#), ilustra a estrutura a ser utilizada de forma a gerenciar as diferentes etapas de um processo de simulação.

A primeira etapa consiste em estudar e definir cuidadosamente os objetivos do modelo que se deseja propor. Nesta etapa é realizada a identificação de demanda, o planejamento do estudo, bem como definidos os caminhos a serem seguidos durante a concepção do projeto. Finalizado o planejamento inicial, é dado início à segunda etapa, que representa a coleta precisa e organizada dos dados que serão utilizados na formulação do modelo.

Com o projeto conceitual em mãos e os dados devidamente coletados, dá-se início à construção de um modelo computacional. Os dados coletados são inseridos no modelo e é iniciada a realização de testes. Esses testes tem como finalidade a validação do modelo construído, sendo repetida a ação até que se obtenha uma resposta consistente. [Law e McComas \(1991\)](#) nomeiam essas repetições como "rodadas piloto".

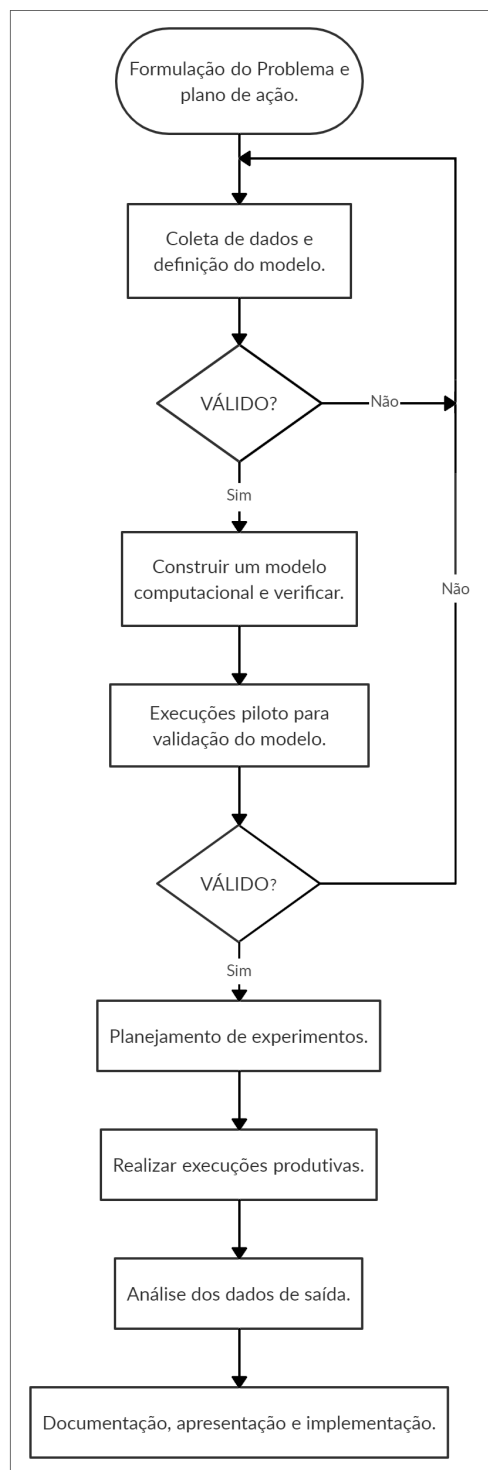
Com o modelo validado, pode-se partir para o planejamento e realização dos experimentos. Os resultados obtidos são coletados e organizados para análise posterior. É feito o uso de histogramas, gráficos pizza ou de barras, *box plot*, entre outras opções disponíveis para análise de dados.

Por fim, [Law e McComas \(1991\)](#) destacam a importância de uma documentação eficaz e organizada, que dá credibilidade ao projeto.

[Chwif e Medina \(2015\)](#) também resumem essa metodologia em três as etapas, sumarizadas nos tópicos a seguir:

- **Concepção**, na qual devem ser claramente definidos e entendidos os objetivos do sistema que será submetido à simulação. Também são definidos o escopo, as hipóteses e o nível de detalhamento. É nesta etapa que são coletados os dados de entrada.
- **Implementação**, que consiste na conversão de um modelo conceitual em um modelo computacional com a utilização de uma linguagem de simulação, ou mesmo de programação geral, ou um simulador comercial. São também realizadas nesta etapa a verificação e a avaliação do modelo.

Figura 8 – Metodologias de simulação



Fonte: Adaptado de [Law e McComas \(1991\)](#)

- **Análise**, em que se obtém o modelo operacional, no qual os experimentos podem ser realizados, repetidos quantas vezes forem necessárias e documentados. Se a solução obtida não for satisfatória, todo o ciclo é repetido até que se encontre uma solução desejada.

2.5 Simheurística

As meta-heurísticas utilizadas para solucionar Problemas de Otimização Combinatória, de acordo com [Juan et al. \(2015\)](#), assumem entradas determinísticas. Em consequência, essas entradas afastam da realidade, distorcendo as soluções encontradas, visto que as situações cotidianas são, em sua maioria, aleatórias por estarem expostas a diversos fatores externos. Em vista disso, [Guimarans et al. \(2018\)](#) propõe a utilização de Algoritmos Simheurísticos para a solução de problemas com parâmetros estocásticos, como o caso do Problema de Roteamento de Veículos Bidimensional (2L-PRV).

O Algoritmo Simheurístico constitui uma nova classe de algoritmos que, segundo [Juan et al. \(2015\)](#), são capazes de realizar uma integração entre simulação e algoritmos meta-heurísticos, fazendo o uso de outros métodos simulação para determinar as melhores soluções para problemas de otimização combinatória. A Figura 9 é uma adaptação de [Juan et al. \(2015\)](#) e ilustra a interação entre as técnicas de otimização e simulação na busca da solução de Problemas de Otimização Combinatória estocásticos ou complexos.

Inicialmente, os dados do problema são recebidos pelo sistema, em seguida, é realizada a integração entre a simulação e a meta-heurística ou o algoritmo exato proposto para a solução. A partir disso, obtém-se a solução ótima aproximada. Aplicações reais da Simheurística no planejamento e controle de produção, transporte e logística podem ser encontradas em [Juan et al. \(2015\)](#).

A lógica básica por trás da Simheurística é apresentada por [Juan et al. \(2015\)](#), que estabelecem que um problema de otimização combinatória pode ser resolvido a partir de uma combinação de meta-heurísticas e técnicas de simulação. Dessa forma, um algoritmo simheurístico lida com componentes estocásticos, que podem ser encontrados na função objetivo ou nas restrições do problema. Dessa forma, o modelo proposto para solução pode ser descrito como segue:

$$\text{Min} f(s) = E|C(s)| \quad (2.10)$$

ou, de acordo com o problema,

$$\text{Max} f(s) = E|B(s)|$$

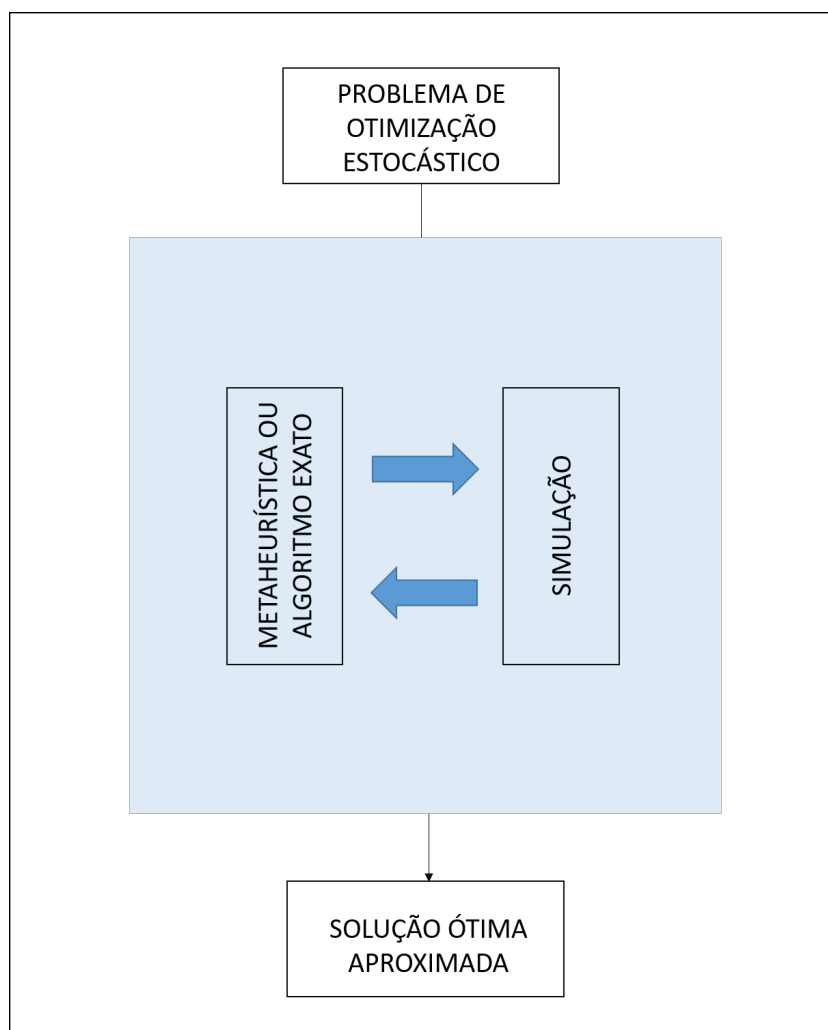
Sujeito a:

$$P(q_i(s) \geq l_i) \geq K_i \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (2.11)$$

$$h_j(s) \leq r_j \forall j = 1, 2, \dots, m \quad (2.12)$$

$$s \in S \quad (2.13)$$

Figura 9 – Interação entre técnicas de Simulação e Otimização.



Fonte: Adaptado de [Juan et al. \(2015\)](#)

Em que:

- S representa as possíveis soluções s para o problema de otimização representadas em um espaço discreto.
- $C(s)$ representa uma função de custo estocástico e $B(S)$ uma função de lucro .
- $E[C(s)]$ é a medida de interesse, em termos de probabilidade, associada a uma função.
- A Equação (2.11) contém as restrições probabilísticas relacionadas ao problema de otimização.
- A Equação (2.12) contém as restrições determinísticas típicas encontradas em problemas de otimização.

A metodologia apresentada por [Juan et al. \(2015\)](#) pressupõe que o cenário de aplicação da Simheurística possui um nível de variação, ou incerteza, moderado, uma vez que níveis de incerteza extremos não configurem em um resultado concreto e confiável.

Diante de um problema de otimização combinatória estocástico, considera-se a sua abordagem determinística, fazendo-se a substituição dos valores aleatórios pelos esperados. Posteriormente, é realizada uma busca iterativa dentro do espaço de solução associado ao problema determinístico, visando encontrar um conjunto de soluções viáveis, analisando a viabilidade de cada uma. Para tal, faz-se o uso das técnicas de simulação, uma vez que retorna resultados precisos e flexíveis. Para cada solução favorável da pesquisa iterativa, um número mínimo de repetições é executado, permitindo a atuação da meta-heurística no espaço da solução. Dessa forma, encontra-se o resultado para um número reduzido de soluções. O método de solução apresentado será aplicado no presente trabalho de forma a resolver o problema de 2L-SPRV.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

O desenvolvimento desta pesquisa teve seu foco direcionado à criação de uma código de programação na linguagem Python 3.9.1 para a solução do Problema de Roteamento e carregamento de veículos com a aplicação de um Algoritmo Simheurístico, conforme mencionado anteriormente (vide Seção 1.2). Considera, dessa forma, parâmetros estocásticos a fim de minimizar os custos relacionados ao transporte de produtos/itens por uma frota de veículos homogênea.

Este capítulo aborda todos os procedimentos metodológicos utilizados no desenvolvimento do trabalho, indicando cada adaptação realizada em relação ao artigo utilizado como base. Na Seção 3.1 são apresentadas as restrições consideradas na abordagem deste trabalho, bem como algumas adaptações realizadas com relação ao artigo base. A Seção 3.2 aborda a forma como uma solução é representada neste trabalho. O cálculo da Função de Avaliação implementada é dado na Seção 3.3. A seção 3.4 apresenta as estruturas de vizinhança a serem utilizadas pelo método *Simulated Annealing*. As Seções 3.5 e 3.6 descrevem de forma detalhada a meta-heurística utilizada e o funcionamento do Algoritmo Simheurístico. Por fim, na Seção 3.7 é apresentado um compilado de todas as metodologias propostas para a solução do problema, apresentando a a visão geral do algoritmo proposto.

3.1 Procedimentos

Feita a revisão de literatura, foi possível notar a ampla aplicabilidade do PRV com carregamento de objetos bidimensionais, especialmente quando vinculado ao uso de simulações (2L-SPRV), como feito por [Guimarans et al. \(2018\)](#) e apresentado na seção 2.3.3. Também foi possível notar a infinidade de possibilidades e ferramentas disponíveis para aplicação na busca pela solução dos Problemas de Roteamento de Veículos.

Dessa forma, optou-se por utilizar um Algoritmo Simheurístico em conjunto com metodologias e demais ferramentas que diferem do procedimento inicial proposto por [Guimarans et al. \(2018\)](#), mas que visam um mesmo objetivo, integrar simulações e meta-heurísticas de forma a encontrar valores estocásticos relevantes e que favoreçam a aproximação do problema teórico com a realidade do dia a dia das pessoas que trabalham com o transporte de mercadorias.

Conforme [Arenales et al. \(2007\)](#), partindo do problema real, o processo de modelagem seguiu com a definição das restrições a serem consideradas no problema e, posteriormente, da formulação matemática. Tratando-se de um problema de minimização, no qual busca-se encontrar os melhores trajetos como forma de diminuir os custos realizados pelo serviço de transporte, foram estabelecidas as seguintes restrições:

- toda rota deve ter seu início e fim no depósito central;
- todos os itens solicitados por um cliente devem ser carregados em apenas um veículo da frota, uma vez que cada cliente deva ser visitado apenas uma vez;
- a capacidade de carga do veículo deve ser respeitada;
- a capacidade de área do veículo não deve ser ultrapassada;
- o tempo de viagem somado ao tempo de serviço não deve exceder 8 horas diárias.

Pode-se observar que, diferentemente do proposto por [Guimarans et al. \(2018\)](#), além do tempo de viagem estocástico, o problema leva em consideração o tempo de serviço. Esse tempo pode corresponder ao tempo despendido durante o contato com o cliente, carregamento e descarregamento de materiais, tempo que o colaborador leva para ser recebido em cada local de entrega e demais necessidades e ocorrências que devam ser atendidas durante o serviço que, se somadas, podem representar uma parcela considerável do tempo total de serviço. Inicialmente, no problema determinístico, o tempo de serviço é dado como $s_j = 10$ minutos, ou seja, para cada cliente se têm um s_j constante. Na versão estocástica do problema, considera-se a existência de variações nessa parcela de tempo. Tal variação também é estimada de acordo com uma distribuição de probabilidade conhecida. Dessa forma, temos então que o tempo total estocástico é dado por $T_{ij} = t_{ij} + a_{ij} + d_j$. Sendo t_{ij} o tempo mínimo de deslocamento entre dois pontos de entrega, a_{ij} o atraso estimado da viagem e d_j o atraso estimado do tempo de serviço.

Também nota-se que, a princípio, não serão aplicadas metodologias que visam a otimização do carregamento das cargas dentro do veículo. Foi estabelecido que todos os itens possuem formato retangular e que o carregamento deve respeitar os dois parâmetros impostos como limitação, que são a capacidade de área e peso máximos que o veículo comporta.

A abordagem de solução proposta para o problema pode ser dividida em três etapas. A solução inicial é construída de forma aleatória a fim de diversificar o espaço de soluções. Essa solução aleatória é refinada pelo Algoritmo Simheurístico, que combina a meta-heurística *Simulated Annealing* com o processo de simulação dos tempos estocásticos. A terceira etapa de solução consiste em refinar a solução obtida no processo anterior, de forma a obter valores com maior precisão.

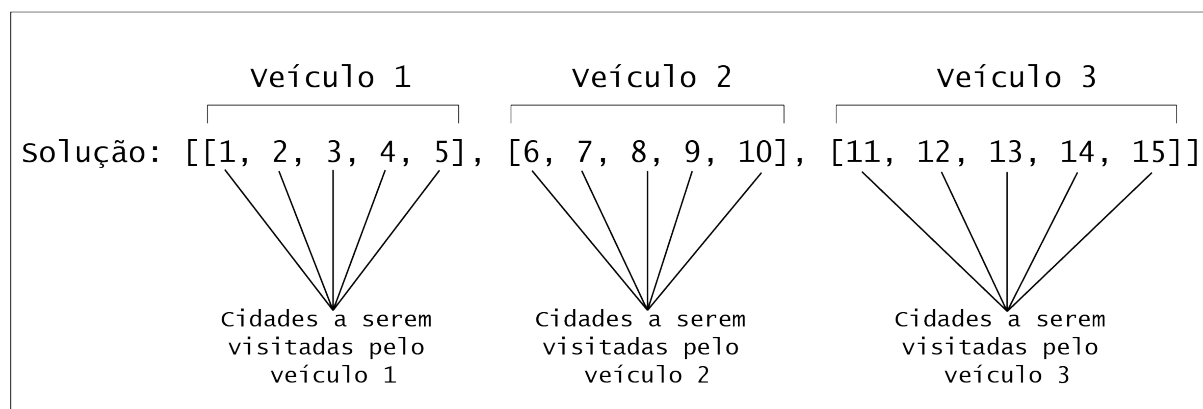
3.2 Representação da Solução

Dentro do método proposto, a representação da solução do problema é dada por uma estrutura de dados do tipo lista no *Python*, esses dados são designados através de colchetes. Uma lista maior, que consiste no conjunto solução, é composta por um número estabelecido de vetores, que compreendem a frota de caminhões disponíveis na instância. Em cada veículo são alocadas

as cidades a serem visitadas por um caminhão, que também possui um número estabelecido. O número de cidades e veículos pode variar de acordo com cada instância.

A Figura 10 ilustra a representação da solução proposta no trabalho. O exemplo apresentado considera a existência de três veículos disponíveis e 15 cidades a serem visitadas pelos veículos.

Figura 10 – Exemplo de Representação da Solução



Fonte: Autoria própria (2021)

É importante ressaltar que todos os veículos partem de um depósito central e que, após visitar todas as cidades, devem retornar ao ponto inicial.

3.3 Cálculo da Função de Avaliação

As soluções geradas a cada iteração do método proposto são avaliadas de forma que os limites estabelecidos sejam respeitados. Esses limites são:

- limite de área de carregamento do veículo;
- limite de capacidade de peso de cada caminhão;
- limite de tempo de trabalho;

Os valores estabelecidos para limite de área e peso são dados de entrada recebidos de cada instância. Para o limite de tempo foram considerados 480 minutos, que correspondem a 8 horas diárias de trabalho regular estabelecidos segundo o Artigo 58 do Decreto Lei nº 5.452 de 01 de Maio de 1943 do Brasil (BRASIL, 1943).

Caso um dos limites seja ultrapassado é acrescentada uma penalidade no cálculo da função de avaliação. Essa penalidade é definida pelo valor ultrapassado multiplicado pelo fator de penalização, que foi definido como 1000.

A penalidade de limite de tempo, em um problema real, pode corresponder ao valor das horas extras pagas aos motoristas e ajudantes por ultrapassarem o tempo ideal de viagem. Sendo assim, tem-se que τ , ρ e γ correspondem respectivamente às penalidades ultrapassadas de limite de tempo, limite de área e limite de peso estabelecidos multiplicadas pelo fator de penalização e podem ser representadas pelas equações (3.1), (3.2) e (3.3), como segue:

$$\tau = \text{Tempo ultrapassado} * 1000 \quad (3.1)$$

$$\rho = \text{Área ultrapassada} * 1000 \quad (3.2)$$

$$\gamma = \text{Carga ultrapassada} * 1000 \quad (3.3)$$

Dessa forma, o cálculo da função de avaliação pode ser descrito conforme a Equação (3.4).

$$\min [f_k] = \min \begin{cases} \sum_{\substack{i,j \in V, \\ i \neq j}} T_{ij} Z_{ijk}, & \text{se } \rho, \gamma, \tau = 0 \\ \sum_{\substack{i,j \in V, \\ i \neq j}} T_{ij} Z_{ijk} + \tau + \rho + \gamma, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (3.4)$$

3.4 Estruturas de Vizinhança

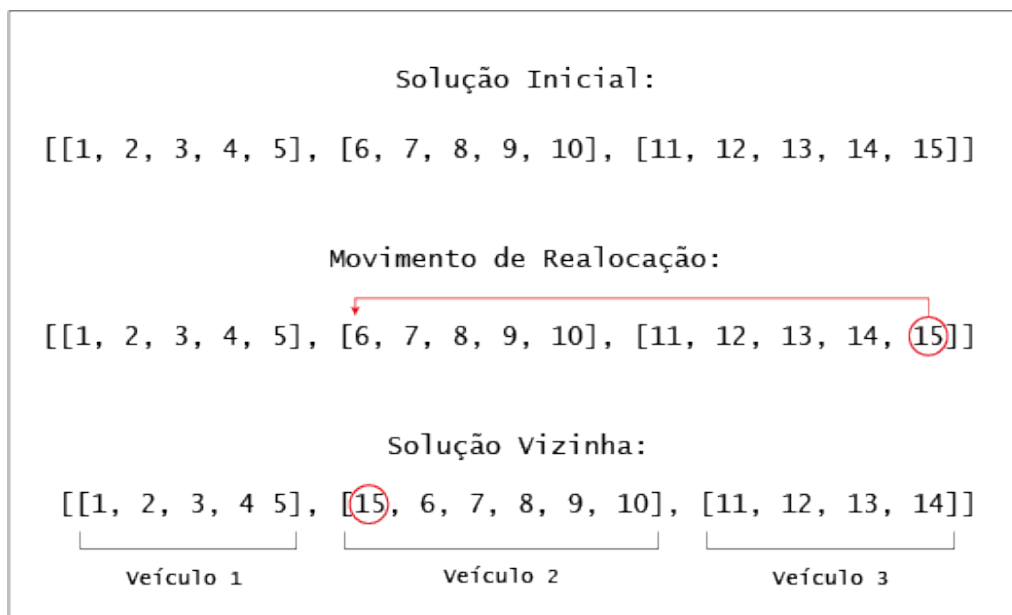
Partindo de uma solução corrente S , para gerar uma solução S' , denominada vizinha, é necessário que sejam realizadas movimentações em S . Essas movimentações compõem as chamadas estruturas de vizinhança.

As estruturas de vizinhanças usadas no método *Simulated Annealing* são geradas a partir de dois tipos de movimento, que são realocação e troca. Esses movimentos são aplicados no algoritmo e um deles é escolhido de forma aleatória cada vez que se deseja gerar uma S' . Com a escolha desses movimentos é possível alterar a ordem de viagem de cada veículo da frota, bem como quantas e quais cidades serão visitadas pelos veículos.

No movimento de realocação, uma cidade é retirada de uma posição inicial da lista de solução e realocada em outra posição. Isso pode acontecer entre as listas de dois veículos diferentes, ou dentro da lista de um mesmo veículo, modificando a ordem de visitação das cidades.

Como forma de exemplificar esse movimento, pode-se observar a Figura 11. Dada uma solução inicial S , realizou-se um movimento de realocação, no qual a cidade 15, escolhida aleatoriamente, deixou de fazer parte da lista do veículo 3, sendo incluída na primeira posição do veículo 2, também selecionada de forma aleatória.

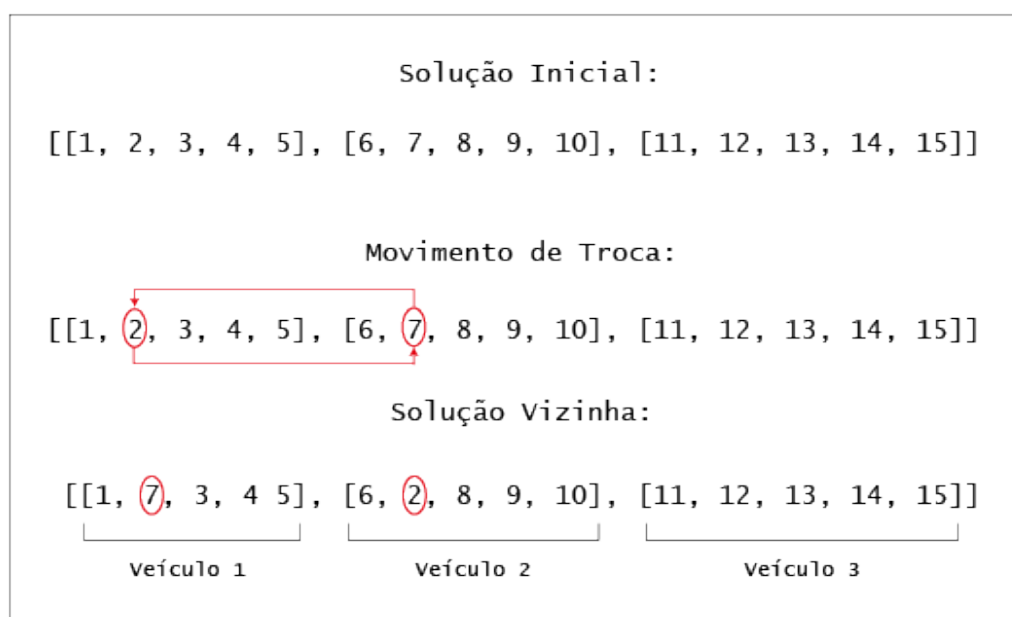
Figura 11 – Movimento de Realocação



Fonte: Autoria própria (2021)

Já no movimento de troca, como o próprio nome já diz, duas cidades, selecionadas de forma aleatória, são trocadas de posição dentro das listas dos veículos. Conforme ilustrado na Figura 12, pode-se observar a troca de posição entre as cidades 2 e 7, cada uma pertencente a um veículo diferente. As trocas de posição de duas cidades pertencentes a um mesmo veículo também são permitidas

Figura 12 – Movimento de Troca



Fonte: Autoria própria (2021)

Os movimentos realizados permitem que o espaço de soluções seja explorado e, quando aplicados ao método *Simulated Annealing*, viabiliza a obtenção de uma solução melhor que a inicial.

3.5 Meta-heurística *Simulated Annealing*

O *Simulated Annealing* (SA), ou Recozimento Simulado, consiste em uma meta-heurística de busca local que leva em consideração fatores probabilísticos. Trata-se de uma analogia entre problemas de otimização combinatória e um modelo da mecânica estatística que estuda o resfriamento de um metal que se encontra em processo de fusão, proposta inicialmente por [Kirkpatrick, Gelatt e Vecchi \(1983\)](#), inspirado em [Metropolis et al. \(1953\)](#).

O processo de recozimento de um metal, denominado *annealing*, se dá através do aquecimento do metal, aumentando a agitação dos átomos que o compõem. Após o aquecimento, o metal passa pelo processo de resfriamento, em que seus átomos passam a atingir níveis de energia mais inferiores de forma gradual, obtendo-se um produto final homogêneo e rígido.

Analogamente, um algoritmo de Recozimento Simulado consiste em gerar uma solução inicial aleatória que possui um valor alto. A partir dessa solução, são geradas soluções vizinhas s' de uma solução corrente s , que podem ser aceitas ou não por ele. A temperatura é usada para aumentar ou diminuir a probabilidade aceitar soluções de piora.

Segundo [Mello \(2003\)](#), ao mover-se para uma solução vizinha, ocorre uma variação no valor da função objetivo ou função de avaliação. Esse valor é dado por $\Delta = f(s') - f(s)$ e, para um problema de minimização, pode assumir valores $\Delta < 0$, na qual a solução vizinha passa a ser uma solução corrente. Para valores de $\Delta \geq 0$, a solução vizinha também pode ser aceita de acordo com uma probabilidade. Isso se deve ao fato de que se trata de um algoritmo *hill climbing*, ou seja, é capaz de aceitar valores que piorem sua solução a fim de que, no final, seja encontrado o melhor resultado para o problema proposto, escapando de ótimos locais. Essa decisão é baseada em um fator probabilístico, gerando novas configurações que fazem analogia às propriedades de um metal quando submetido a diferentes variações de temperatura.

O funcionamento do *Simulated Annealing* pode ser melhor entendido a partir do pseudo-código apresentado na Figura 13.

São dados de entrada do algoritmo:

- a temperatura inicial $T_0 > 0$, que represente um valor alto do aquecimento do metal;
- um número fixo de iterações, denominado SA_{max} ;
- para que se alcance o equilíbrio térmico em dada temperatura, diminui-se gradativamente esse valor da temperatura com uma razão de resfriamento $T = \alpha * T$, em que $0 < \alpha < 1$ representa a taxa de resfriamento e T a temperatura de resfriamento.

Figura 13 – Pseudocódigo *Simulated Annealing*

```

Dados: SA( $s$ ;  $T_0$ ;  $S_{Amax}$ ;  $N(s)$ ;  $f(\cdot)$ )

 $s^* \leftarrow s$ ;           #Melhor solução obtida até o momento
 $T \leftarrow T_0$ ;       # Temperatura corrente
 $IterT \leftarrow 0$ ;    # Número de iterações na temperatura T

1 enquanto  $T > 0$  faça
2   enquanto  $IterT < S_{Amax}$  faça
3      $IterT \leftarrow IterT + 1$ ;
4     Gere um vizinho qualquer  $s' \in N(s)$ ;
5      $\Delta = f(s') - f(s)$ ;
6     se ( $\Delta < 0$ ) então
7        $s \leftarrow s'$ 
8       se ( $(f(s') < f(s^*))$ ) então
9          $s^* \leftarrow s'$ ;
10      senão
11        Tome  $x \in [0, 1]$ 
12        se ( $x < e^{-\Delta/T}$ ) então
13           $s \leftarrow s'$ 
14        fim se
15      fim se
16    fim se
17  fim enquanto
18   $T \leftarrow \alpha * T$ ;
19   $IterT \leftarrow 0$ ;
20 fim enquanto
21  $s \leftarrow s^*$ ;
22 Retorne  $s$ ;
23 Fim SA;

```

Fonte: Adaptado de [Mello \(2003\)](#)

A cada iteração realizada, a melhor solução é guardada até que seja alcançada a temperatura de congelamento próxima de zero, não aceitando mais soluções de piora. Isso significa que se obteve uma solução estável e que uma boa solução foi encontrada, podendo ser um ótimo global.

As relações encontradas entre o processo de otimização proposto e o processo físico podem ser sumarizadas segundo a Figura 14:

No trabalho apresentado, este algoritmo foi implementado de forma a encontrar a melhor rota a ser percorrida por um veículo, de forma que as encomendas sejam devidamente entregues dentro de um menor tempo possível. Levou-se em consideração, além dos parâmetros de entrada exigidos pelo algoritmo, o número de veículos, a capacidade de carga, tratando-se de uma rota homogênea, as encomendas dos clientes e uma matriz contendo as distâncias.

Figura 14 – Analogia entre o Processo Físico e o Processo de Otimização

Processo de Otimização	Processo Físico
Soluções do Espaço de Busca	Estados do Metal
Custo ou Valor da Função Objetivo	Energia
Soluções Vizinhas	Estado de Transição
Parâmetro de Controle	Temperatura
Solução Heurística	Temperatura de Congelamento

Fonte: Adaptado de [Souza e Penna \(2021\)](#)

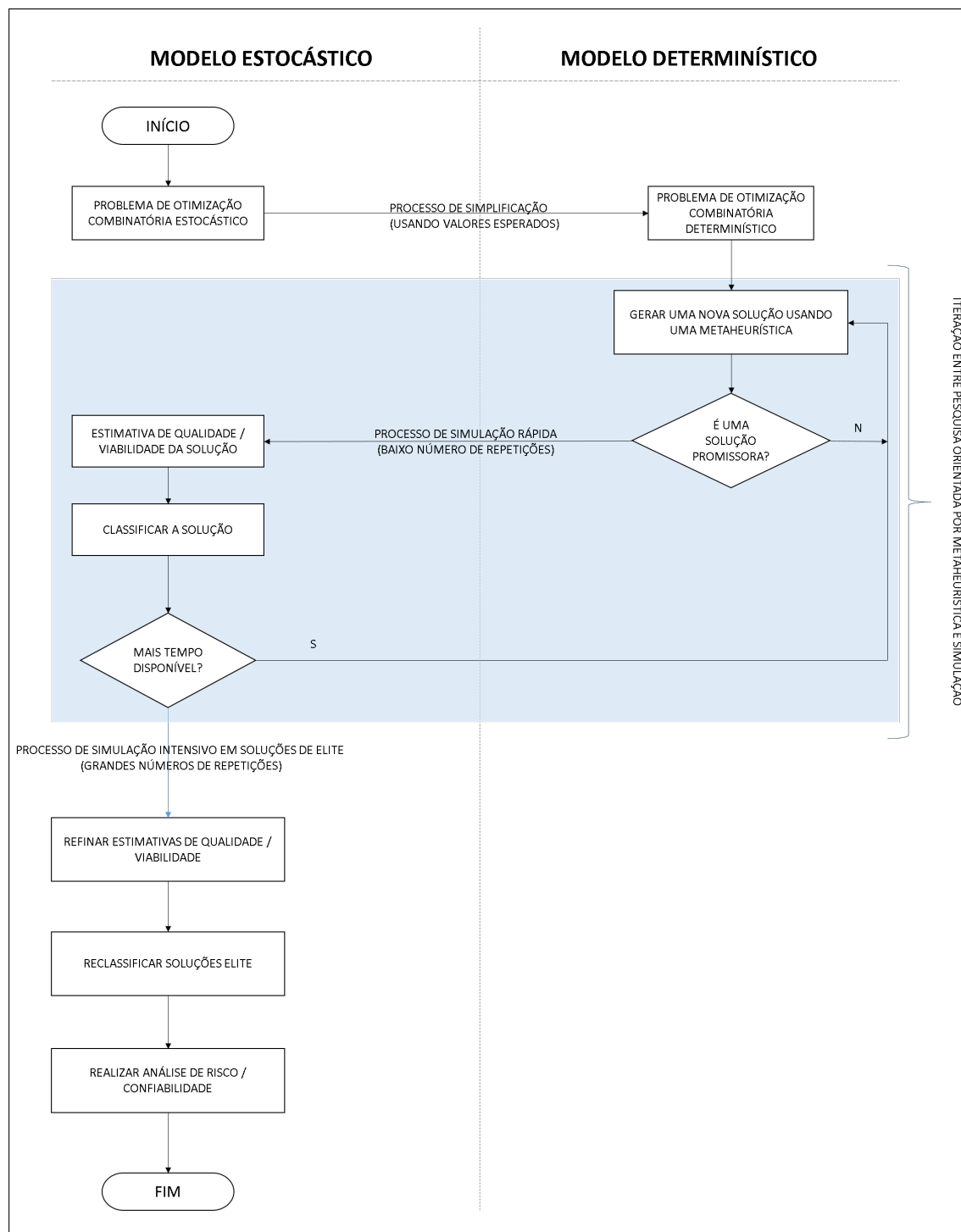
3.6 Método de Solução Simheurística

A aplicação da simheurística se dá de acordo com conceito abordado na Seção 2.5. Através do *Simulated Annealing* é possível obter uma boa solução para o roteamento de veículos determinístico. Como o objetivo do trabalho é buscar resultados que sejam mais próximos da realidade, dá-se início a uma análise estocástica, tendo como foco a variável tempo.

Assim sendo, é realizado um processo iterativo que combina métodos estocásticos com métodos determinísticos denominado Simheurística. Esse processo está representado de maneira generalizada na Figura 15, que pode ser entendida conforme segue:

- O primeiro passo consiste na simplificação de um problema de otimização combinatória estocástico em um problema determinístico;
- A partir daí, gera-se uma solução inicial;
- Aplica-se um método de busca (usando o método *Simulated Annealing*) para melhorar a solução inicial (nesse caso, gerando-se uma solução mais promissora);
- À essa solução melhorada, aplica-se a simulação para determinar os valores esperados para o tempo total de viagem de cada veículo, adicionando-se os fatores aleatórios. Essa simulação é feita com um pequeno número de replicações;
- Se ainda houver tempo, a temperatura do *Simulated Annealing* é reiniciada, e procura-se melhorar ainda mais a solução gerada. O processo é repetido até que o tempo máximo seja alcançado;
- Ao final do tempo determinado inicialmente, as soluções elite são ranqueadas e o processo de simulação é novamente aplicado, dessa vez com um grande número de replicações;
- As soluções são reclassificadas e são realizadas as análises de risco e confiabilidade dos resultados obtidos.

Figura 15 – Processo iterativo para solução de Problemas de Otimização Combinatória Estocásticos através de Simheurística



Fonte: Adaptado de Juan et al. (2015)

Os valores estocásticos para o atraso no tempo de serviço d_j foram simulados seguindo a distribuição normal, na qual os parâmetros média e desvio padrão assumem os valores $\mu = 10$ e $\sigma = 2$.

Os parâmetros escolhidos para a geração do tempo de serviço aleatório têm como objetivo

mostrar a variação existente dentro do tempo médio inicial estabelecido, que foi $s_j = 10$ minutos.

Já para o tempo de atraso da viagem a_{ij} , [Guimaranes et al. \(2018\)](#) utiliza uma distribuição log-normal com média $\mu = 0$ e desvio padrão $\sigma = 0,75$, optou-se por utilizar os mesmos valores da literatura como base.

Como o desenvolvimento da solução do problema proposto se dá através da linguagem Python, o processo de geração de um número aleatório que segue as distribuições normal e log-normal se dá através da utilização de uma biblioteca específica da linguagem. A biblioteca *Numpy* possui diversas funções que auxiliam na manipulação e geração de dados, sendo, para tanto, utilizada as funções `numpy.random.normal( $\mu, \sigma, n$ )` e `np.random.lognormal( $\mu, \sigma, n$ )`, que possuem como parâmetros de entrada, respectivamente, os valores da média, desvio padrão e quantidade de números que se deseja gerar. Conforme [Oliphant \(2006\)](#), números aleatórios são gerados seguindo a distribuição e os parâmetros predefinidos.

Para todo deslocamento realizado por um veículo do ponto i ao ponto j é calculado um tempo mínimo t_{ij} determinístico, dado em minutos, considerando que o caminhão viaja a uma velocidade média de 60km/h. Esse tempo é somado a um tempo a_{ij} que representa o atraso no trajeto. Também foi estimado um tempo aleatório d_j que representa o tempo gasto para a execução do serviço (atrasos na entrega, atendimento do cliente, descarga de material, entre outros fatores). Dessa forma, para cada tempo calculado é simulado através da biblioteca *Numpy* um atraso a_{ij} e outro d_j , que segue a distribuição e os parâmetros estabelecidos. O tempo estocástico, portanto, é dado em minutos e consiste no tempo mínimo calculado para o deslocamento entre duas localidades somado ao valor de atraso estimado e acrescido do tempo de serviço estimado, conforme a Equação (3.5).

$$T_{ij} = t_{ij} + a_{ij} + d_j \quad (3.5)$$

Desse modo, o tempo total percorrido pelo caminhão, partindo do depósito central, passando por cada cidade e retornando ao ponto de partida é definido pelo somatório apresentado na Equação (3.6).

$$\sum_{i,j \in n} T_{ij} = \sum_{i,j \in n} t_{ij} + a_{ij} + d_j \quad (3.6)$$

Tendo, portanto, simulado os valores estocásticos a_{ij} e d_j , que representam os possíveis variações no tempo no decorrer de uma rota, retornamos ao *Simulated Annealing*. Uma nova função de avaliação é calculada, considerando agora os valores estocásticos. Por fim, tendo realizado a quantidade de iterações estabelecida, obtém-se um resultado final de melhor qualidade.

Este resultado visa obter a melhor rota, evitando a aplicação de penalidades, que são previamente analisadas, considerando mais próximo da realidade o tempo gasto para a execução

do serviço. Na Seção 3.7 serão detalhados a detalhada estrutura e o processo iterativo de construção da solução.

3.7 Fluxograma Geral de Solução

A solução do problema proposto é baseada em um compilado de metodologias. Como forma de sumarizar todas elas e facilitar a visualização foi elaborado um fluxograma, representado na Figura 16. Este fluxograma mostra cada etapa do processo de solução proposto de forma detalhada, que serão melhor explicados nas subseções a seguir.

Além das informações extraídas das instâncias, que estão melhor especificadas na seção 4.1, também são dados de entrada do fluxograma os parâmetros da meta-heurística *Simulated Annealing*, abordados na seção 3.7.2 e as respectivas penalidades, que constam na seção 3.4. Também são informados o tempo máximo e quantidade de iterações realizadas no algoritmo, que se encontram especificadas na seção 3.7.3.

3.7.1 Construção da Solução Inicial

Para que seja possível a implementação de um Algoritmo Simheurístico, é necessário que exista uma solução inicial a ser refinada. Para o problema proposto, através das informações lidas na instância do problema, a solução inicial é obtida de forma aleatória. Acredita-se que, dessa forma, é possível obter um espaço de soluções diversificado, possibilitando a obtenção de melhores resultados.

Para cada veículo disponibilizado, as cidades a serem visitadas são alocadas aleatoriamente em um vetor solução, que é melhorado de acordo com o algoritmo proposto.

3.7.2 Calibração dos Parâmetros do *Simulated Annealing*

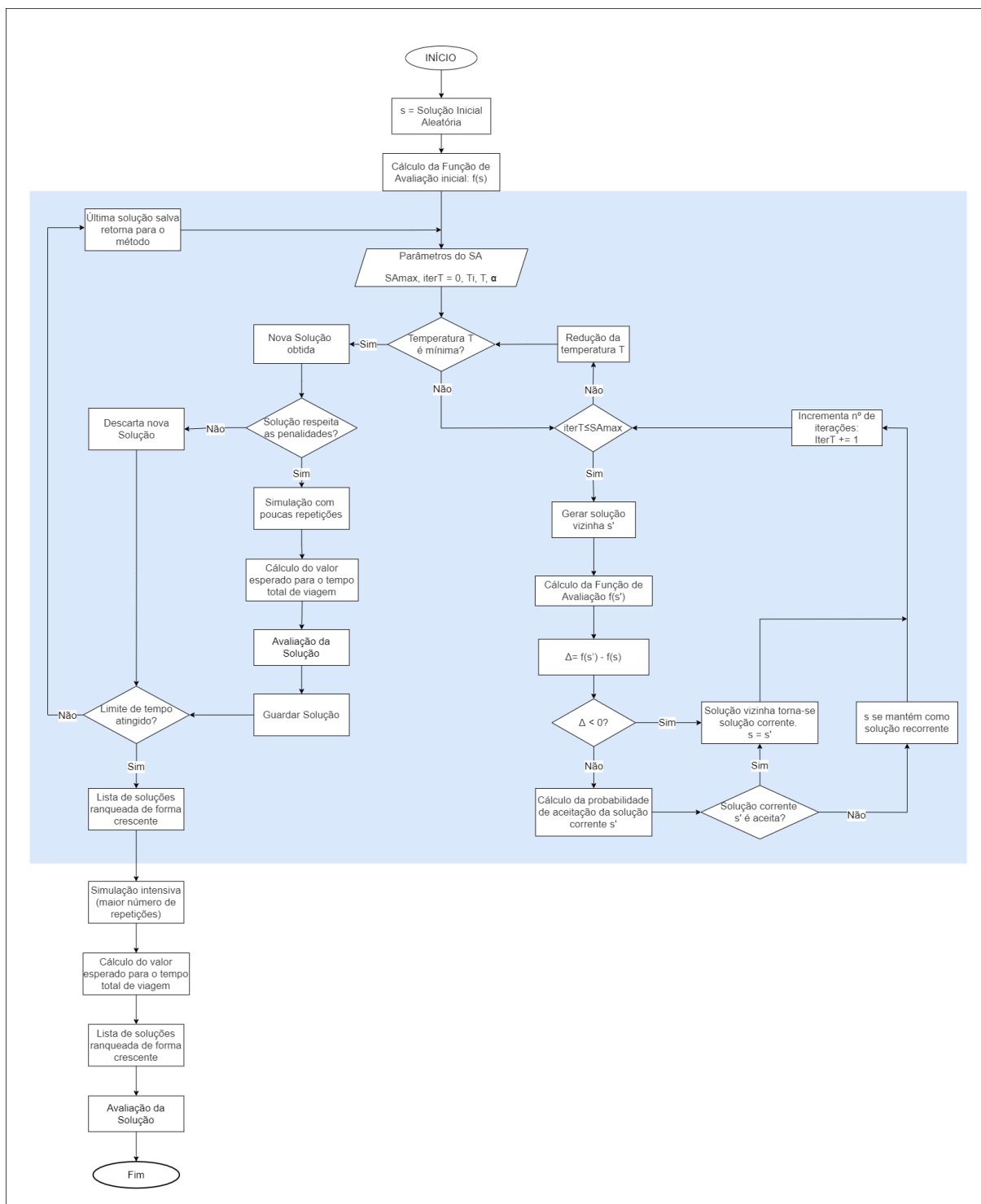
A calibração dos parâmetros de entrada utilizados no algoritmo *Simulated Annealing*, que são temperatura inicial (T_0), número de iterações (SA_{max}), fator de resfriamento (α) e temperatura final (T) foi realizada de forma automática, com o auxílio do pacote *irace* (LÓPEZ-IBÁÑEZ et al., 2016). Trata-se de um *Framework* distribuído de forma livre, baseado na linguagem R e no algoritmo *Iterated Racing*.

Dado um conjunto de instâncias de treinamento e os conjuntos de valores possíveis a serem utilizados como parâmetros, o *irace* retorna a melhor combinação, tendo como critérios de escolha fatores probabilísticos que compõem o pacote.

Os intervalos de valores considerados pelo *irace* para definir cada parâmetro estão representados na Tabela 1.

Como resultado do *irace*, foram obtidos os seguintes valores para cada parâmetro: $SA_{max} = 10$, $T_0 = 20$, $T = 0,001$ e $\alpha = 0,97$.

Figura 16 – Fluxograma de Solução Geral



Fonte: Autoria própria (2021)

Com os parâmetros calibrados, deu-se início à geração dos testes, executando o algoritmo para as instâncias definidas.

Tabela 1 – Conjunto de valores levados em conta pelo *irace* para a calibração de cada parâmetro do *Simulated Annealing*

Parâmetros	Valores
S_{Amax} (Número de iterações do SA)	5, 10 , 15, 20
T_0 (Temperatura inicial)	5, 10, 20 , 22
T (Temperatura final)	0,001 , 0,005, 0,01
α (Taxa de resfriamento)	0,97 , 0,98

3.7.3 Algoritmo Simheurístico

Tendo calculado a função de avaliação da solução inicial aleatória S , é dado início à implementação do Algoritmo Simheurístico. Esta etapa inicial da implementação está destacada na cor azul na Figura 16. Durante esta etapa é realizado um processo iterativo, conforme detalhado na Seção 3.6. Neste processo, a meta-heurística escolhida, *Simulated Annealing*, gera uma solução melhorada. Essa solução, se respeitar todos os limites de tempo, carga e área, passa por um processo de simulação rápido. Nesta etapa, para cada viagem realizada, são simulados os valores aleatórios. Esse processo realiza de 5 a 10 repetições, e o tempo médio total dos valores esperados para o tempo total de viagem de cada veículo, adicionado os fatores aleatórios é retornado como saída.

Finalizada a iteração, a solução corrente é salva e o processo se repete até que o número de soluções obtidas seja igual ao número de cidades a serem alocadas na instância ou que o tempo limite definido seja alcançado. Para este trabalho, o tempo limite definido foi de uma hora.

É importante ressaltar que não é gerada uma nova solução aleatória a cada iteração entre a meta-heurística e a simulação. A solução corrente obtida na iteração anterior retorna como entrada para a iteração seguinte e assim por diante. Dessa forma, busca-se aperfeiçoar o resultado a cada repetição.

Finalizada esta etapa, os resultados salvos são reordenados de forma crescente e submetidos a um novo processo de simulação. Desta vez em um número maior de repetições, entre 30 e 40, de forma a se obter uma solução mais refinada. Essas soluções são novamente salvas e ranqueadas e a solução que possuir a função de avaliação de menor valor é escolhida como a melhor solução gerada pelo Algoritmo Simheurístico.

4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados e avaliados todos os resultados obtidos pela aplicação das metodologias apresentadas no Capítulo 3. Os algoritmos desenvolvidos no trabalho foram modelados em linguagem Python 3.9.1. O *hardware* utilizado para gerar os resultados foi um computador com processador Intel Core i7-9700F, CPU de 3 GHz, 16 GB de ram, rodando em sistema operacional Windows de 64 bits.

A Seção 4.1 descreve o formato de identificação das instâncias utilizadas no trabalho. Na Seção 4.2 são apresentadas as tabelas contendo os resultados obtidos com a implementação do Algoritmo Simheurístico proposto. Já na seção 4.3 é detalhado o processo de solução, utilizando uma instância como exemplo.

4.1 Identificação das Instâncias

O conjunto de instâncias utilizadas neste trabalho foi disponibilizado por [Guimarans et al. \(2018\)](#) e pode ser originalmente baixado através do endereço <http://www.or.deis.unibo.it/research.html>. Consiste em um total de 180 instâncias separadas em 5 classes, conforme descrito por [Gendreau et al. \(2008\)](#), sendo a primeira classe composta por instâncias mais simples, na qual os itens possuem comprimento e largura unitária e cada cidade é responsável por apenas um item a ser entregue. Na classe 2, cada cidade deve receber até 2 itens; na classe 3 recebe até 3 itens e assim por diante. As demais classes, de 2 à 5, foram geradas de acordo com uma distribuição uniforme e disponibilizadas para uso neste trabalho.

As instâncias possuem a nomenclatura, conforme [Guimarans et al. \(2018\)](#), correspondente a $Exxx-yyyz$, nas quais xxx representa o número de cidades a serem visitadas, contando com o depósito central, yyy equivale ao número de veículos disponíveis e z a configuração de cada instância.

Em cada uma são coletadas as informações referentes ao caminhão e aos serviços prestados, conforme segue:

- Veículo: quantidade disponível, capacidade do veículo (sendo a frota homogênea), comprimento da área de carregamento e largura da área de carregamento;
- Cidades a serem visitadas: coordenadas de posição x e y , peso dos itens solicitados, quantidade de itens a ser entregue em cada cliente e dimensões de cada pacote. Para fins de cálculo, o depósito inicial foi considerado localizado no ponto central, ou seja, na origem das coordenadas $(x, y) = (0, 0)$.

4.2 Resultados Encontrados

Para avaliar o desempenho do Algoritmo Simheurístico implementado, foram estudadas 26 itens de cada uma das três primeiras classes disponíveis, totalizando 78 instâncias.

Os resultados obtidos para cada uma das três Classes estão apresentados nas Tabelas 2, 3 e 4 respectivamente. Em cada uma dessas tabelas têm-se as seguintes colunas:

- Instância, apresenta o nome da instância resolvida;
- FA_i , referente ao valor da função de avaliação inicial;
- FA_{med} , que corresponde ao valor médio do tempo de viagem dos veículos, considerando todas as iterações realizadas dentro do algoritmo proposto, dado em minutos;
- $\%_{red}$ que consiste na porcentagem de redução calculada da função de avaliação final em relação à função de avaliação inicial;
- T_{exec} (s), que consiste no tempo de execução do algoritmo, dado em segundos;
- σ , apresenta o desvio padrão (em minutos) em relação ao tempo médio de viagem dos veículos;
- IC , apresenta o intervalo de confiança para o tempo médio de viagem dos veículos, considerando um nível de confiança de 95%.

Ao comparar os resultados obtidos nas três classes, pode-se notar que ao minimizar o tempo de viagem, é possível minimizar os custos de transportes (como, por exemplo, o consumo de combustível) e também o custo relacionado à horas extras pagas aos funcionários.

Na Tabela 2, em que estão apresentadas as soluções encontradas para as instâncias de classe 1, é possível comparar a diferença entre o valor inicial e final das soluções. É possível notar que a instância E030-03g1 obteve uma redução de 99,9% do valor inicial. Na Tabela 3, em que estão apresentadas as soluções encontradas para as instâncias de classe 2, pode-se observar que para a instância E045-04f2 obteve-se uma redução de 91,2% da função objetivo inicial. Já na Tabela 4, que contém os resultados obtidos para as instâncias de classe 3, nota-se a redução de 97,5% nos valores encontrados para a instância E045-04f3.

Os valores destacados em negrito nas Tabelas 2, 3 e 4 são referentes à aplicação de penalidades por ultrapassagem de um dos indicadores definidos inicialmente, que são capacidade de área, capacidade de carga e tempo máximo de viagem. Pode-se perceber que somente os valores referentes à solução inicial sofreram algum tipo de penalidade. Os valores finais encontrados, além de definirem uma rota melhor para os veículos, são capazes de reduzir os custos diretamente ligados ao roteamento, evitando a aplicação de penalidades.

Pode-se observar também que os valores encontrados para o desvio padrão das instâncias E016-05m1, E016-05m2 e E016-05m3 foram os mais baixos das três classes, indicando que os valores de tempo médio obtidos para cada solução gerada pelo algoritmo se encontram próximos do valor esperado para cada uma.

Tabela 2 – Resultados obtidos para as instâncias da Classe 1

Instância	FA_i	FA_{med} (min)	$\%_{red}$	T_{exec} (s)	σ	IC
E016-03m1	651,0	500,6	23,1	39,02	10,1	(488,9, 528,5)
E016-05m1	721,0	556,7	22,8	44,47	9,8	(544,4, 582,9)
E021-04m1	926,0	677,5	26,8	86,21	20,9	(663,3, 745,3)
E021-06m1	984,0	739,2	24,9	95,67	14,7	(721,6, 779,4)
E022-04g1	1099,0	759,5	30,9	98,00	31,1	(725,9, 847,8)
E022-06m1	1096,0	811,1	26,0	107,86	41,8	(771,4, 935,4)
E023-03g1	245668,0	961,7	99,6	100,11	67,1	(892,9, 1155,9)
E023-05s1	61703,0	1148,1	98,1	117,12	49,9	(1093,6, 1289,4)
E026-08m1	1385,0	996,9	28,0	182,08	35,8	(986,7, 1127,1)
E030-03g1	683121,0	991,7	99,9	309,97	68,9	(909,9, 1180,2)
E030-04s1	133001,0	1110,4	99,2	219,68	67,8	(1042,5, 1308,2)
E031-09h1	1461,0	1113,0	23,8	302,10	39,1	(1091,4, 1244,6)
E033-04g1	152943,0	1444,1	99,1	284,01	54,1	(1389,6, 1601,8)
E033-05s1	43211,0	1542,9	96,4	302,75	70,7	(1471,3, 1748,6)
E036-11h1	1779,0	1294,7	27,2	476,65	65,3	(1243,8, 1499,9)
E041-14h1	2019,0	1528,1	24,3	720,13	72,8	(1463,5, 1748,8)
E045-04f1	581497,0	1484,5	99,7	1039,85	54,3	(1446,6, 1659,2)
E051-05e1	32293,0	1501,6	95,4	1005,85	106,1	(1393,6, 1809,4)
E072-04f1	288206,0	1510,0	99,5	2556,48	73,2	(1480,3, 1767,2)
E076-07s1	73287,0	2213,1	97,0	3153,88	198,9	(2021,8, 2801,4)
E076-08s1	135561,0	2284,1	98,3	3324,21	220,1	(2092,5, 2955,5)
E076-10e1	3528,0	2334,0	33,8	3498,28	216,4	(2198,7, 3047,1)
E076-14s1	3642,0	2490,1	31,6	3644,07	194,3	(2312,1, 3073,7)
E101-08e1	864696,0	3171,2	99,6	3690,48	86,6	(3133,6, 3473,1)
E101-10c1	561266,0	3441,4	99,4	3615,28	207,7	(3218,8, 4032,8)
E101-14s1	4744,0	3588,8	24,3	3682,43	241,5	(3379,0, 4325,7)

Tabela 3 – Resultados obtidos para as instâncias da Classe 2

Instância	FA_i	FA_{med} (min)	$\%_{red}$	T_{exec} (s)	σ	IC
E016-03m2	652,0	507,7	22,1	39,19	5,4	(506,7, 527,8)
E016-05m2	637,0	567,0	11,0	44,49	3,3	(562,3, 575,2)
E021-04m2	994,0	707,9	28,8	90,79	27,9	(685,8, 795,3)
E021-06m2	1040,0	761,8	26,8	95,63	18,9	(740,6, 814,5)
E022-04g2	1179,0	700,6	40,6	98,39	50,7	(660,3, 859,2)
E022-06m2	1036,0	840,8	18,8	108,16	25,3	(804,7, 904,0)
E023-03g2	1744,0	1178,5	32,4	121,93	50,2	(1117,3, 1314,4)
E023-05s2	1697,0	1051,0	38,1	117,06	62,6	(1014,4, 1259,8)
E026-08m2	1460,0	1012,3	30,7	182,78	44,0	(996,4, 1168,7)
E030-03g2	9267,0	1244,3	86,6	246,63	100,1	(1125,7, 1518,0)
E030-04s2	1987,0	1187,9	40,2	371,00	115,2	(1102,8, 1554,2)
E031-09h2	1476,0	1104,6	25,2	303,93	44,6	(1073,3, 1248,3)
E033-04g2	2489,0	1849,2	25,7	330,42	62,9	(1784,8, 2031,3)
E033-05s2	2261,0	1746,3	22,8	321,15	62,7	(1700,7, 1946,5)
E036-11h2	1605,0	1289,2	19,7	476,80	57,5	(1252,8, 1478,1)
E041-14h2	1841,0	1542,9	16,2	724,04	68,6	(1487,7, 1756,5)
E045-04f2	21158,0	1855,3	91,2	816,31	214,2	(1638,9, 2478,6)
E051-05e2	2497,0	1766,5	29,3	1204,75	88,4	(1695,8, 2042,4)
E072-04f2	2259,0	1814,9	19,7	3234,30	80,4	(1737,5, 2052,6)
E076-07s2	3614,0	2589,7	28,3	3622,14	187,9	(2450,2, 3186,7)
E076-08s2	3568,0	2516,5	29,5	3609,05	232,5	(2280,3, 3191,7)
E076-10e2	3406,0	2564,0	24,7	3608,87	157,2	(2383,8, 2999,8)
E076-14s2	3730,0	2661,4	28,6	3642,05	170,6	(2532,8, 3201,6)
E101-08e2	4928,0	3631,6	26,3	3625,05	249,1	(3481,0, 4457,5)
E101-10c2	5368,0	3798,3	29,2	3612,10	338,2	(3545,3, 4871,1)
E101-14s2	4882,0	3705,2	24,1	3613,22	232,1	(3567,1, 4477,9)

Tabela 4 – Resultados obtidos para as instâncias da Classe 3

Instância	FA_i	FA_{med} (min)	$\%_{red}$	T_{exec} (s)	σ	IC
E016-03m3	620,0	493,4	20,4	39,23	12,4	(483,6, 531,6)
E016-05m3	647,0	569,6	12,0	44,75	7,9	(559,3, 590,2)
E021-04m3	993,0	732,2	26,3	90,54	16,8	(719,5, 785,2)
E021-06m3	940,0	749,0	20,3	95,76	21,1	(730,2, 812,9)
E022-04g3	1175,0	689,6	41,3	98,72	49,7	(628,7, 823,5)
E022-06m3	1230,0	837,6	31,9	109,22	23,7	(830,2, 923,2)
E023-03g3	1695,0	1124,8	33,6	118,30	67,1	(1050,6, 1313,8)
E023-05s3	1663,0	1038,2	37,6	116,86	68,2	(996,0, 1263,3)
E026-08m3	1250,0	1065,1	14,8	189,75	21,0	(1039,1, 1121,4)
E030-03g3	2004,0	1228,5	38,7	248,32	75,3	(1152,0, 1447,0)
E030-04s3	2045,0	1363,5	33,3	258,43	62,5	(1295,27, 1540,3)
E031-09h3	1330,0	1097,6	17,5	304,38	35,1	(1073,0, 1210,6)
E033-04g3	2299,0	1871,2	18,6	333,21	55,8	(1798,0, 2016,5)
E033-05s3	2295,0	1762,4	23,2	320,35	50,2	(1696,2, 1892,8)
E036-11h3	1646,0	1301,8	20,9	479,42	58,4	(1234,1, 1463,1)
E041-14h3	1961,0	1506,3	23,2	724,90	88,6	(1436,7, 1783,9)
E045-04f3	80273,0	2019,2	97,5	847,95	171,6	(1837,7, 2510,3)
E051-05e3	2420,0	1738,4	28,2	1208,51	98,2	(1679,4, 2064,3)
E072-04f3	2318,0	1849,1	20,2	3309,04	87,9	(1772,4, 2117,0)
E076-07s3	3692,0	2589,3	29,9	3645,46	197,7	(2440,0, 3214,9)
E076-08s3	3705,0	2620,1	29,3	3637,82	177,9	(2432,5, 3130,0)
E076-10e3	3723,0	2579,6	30,7	3630,77	186,3	(2443,2, 3173,4)
E076-14s3	3704,0	2698,1	27,2	3650,18	146,9	(2561,2, 3137,1)
E101-08e3	4901,0	3839,1	21,7	3626,22	181,5	(3713,4, 4424,7)
E101-10c3	5560,0	4049,9	27,2	3671,45	250,4	(3935,1, 4916,9)
E101-14s3	4941,0	3804,7	23,0	3663,64	200,3	(3661,7, 4446,9)

Nota-se também que o tempo de execução médio gasto para o processamento de cada instância segue um comportamento padrão, de acordo com o número de cidades a serem visitadas, conforme representado na Tabela 5. Para as instâncias que possuem até 22 cidades, o tempo médio é igual a 79,23 segundos. Para as instâncias de 23 até 41 cidades, o tempo médio é 313,96 segundos. Já para as instâncias que possuem de 42 até 101 cidades, a média é de 3022,99 segundos.

Tabela 5 – Tempo médio computacional

Quantidade de Cidades das Instâncias	Tempo médio computacional (s)
até 22	79,00
23 até 41	313,96
42 até 101	3022,99

A última coluna de cada uma das tabelas apresentadas traz o intervalo de confiança para o tempo médio de viagem dos veículos. Considerou-se aqui um nível de confiança de 95%. Para exemplificar, na instância E016-03m1, pode-se afirmar, com 95% de confiança, que o tempo médio de viagem está dentro do intervalo [488,9; 528,5] minutos. Além de fornecer maiores informações sobre os resultados obtidos, os intervalos de confiança podem ser usados para ver se uma solução é melhor ou não que outra solução.

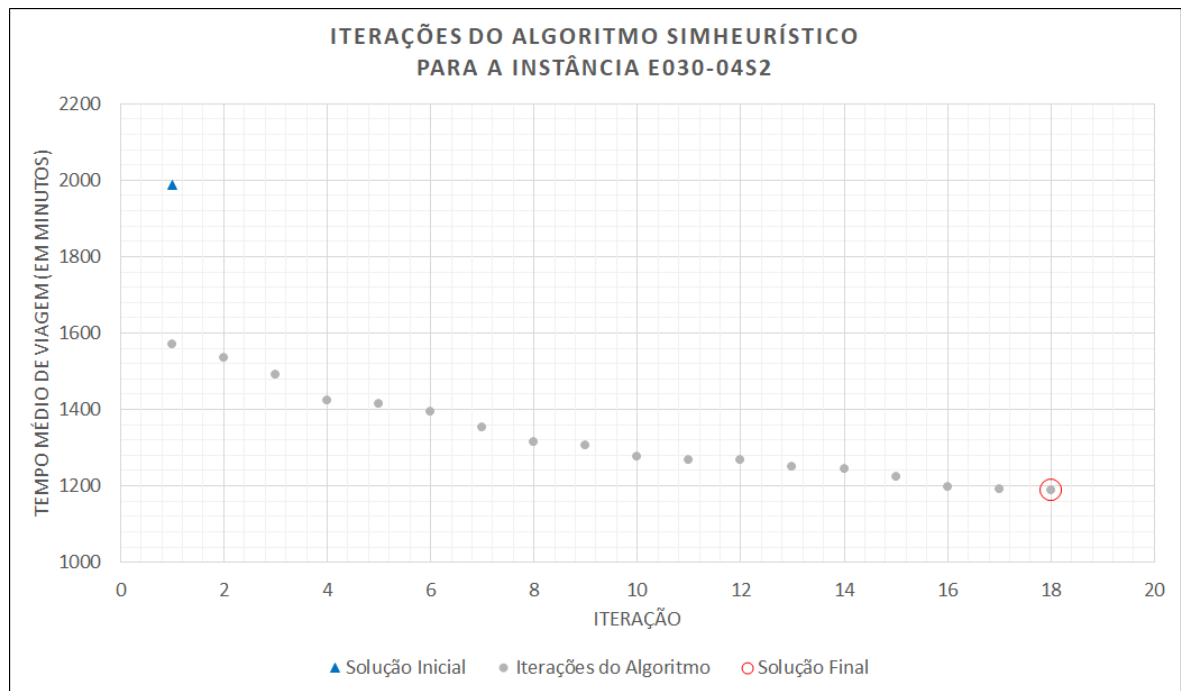
4.3 Processo Iterativo de Solução

A busca da melhor solução passa por diversas iterações, que podem variar de acordo com o tamanho da instância, ou seja, a quantidade de cidades a serem visitadas. Para ilustrar o processo de obtenção da solução final foi realizada uma simulação com uma instância. Objetivando melhor visualização gráfica, foi escolhida a instância de classe 2 E030-04s2, que possui 30 cidades e 4 veículos. A Figura 17 consiste em um gráfico que sumariza todos os valores distintos obtidos em cada iteração do Algoritmo Simheurístico.

É possível perceber que a solução inicial gerada, representada por um triângulo azul, possui um valor alto, correspondente a $FA_i = 1987,0$. A cada iteração o Algoritmo Simheurístico retorna uma solução melhor que a anterior, estes valores são representados por pequenos círculos na cor cinza. Ao final, a melhor solução é selecionada, destacada na imagem com uma circunferência vermelha.

Em relação à função de avaliação inicial, pode-se perceber que houve uma redução de 40,2% do tempo gasto. Dessa forma, pode-se perceber a eficiência do algoritmo na busca pela melhor solução, comprovando que a aplicação cumpre a missão de minimização do tempo despendido para a solução do problema de roteamento proposto.

Figura 17 – Processo iterativo do Algoritmo Simheurístico para a instância de Classe 2: E030-04s2



Fonte: Autoria própria (2021)

5 CONCLUSÃO

Conforme apresentado, este trabalho propôs a busca de soluções para o problema de roteamento e carregamento de veículos bidimensional através do desenvolvimento de um sistema computacional baseado em linguagem Python.

Combinar meta-heurísticas com simulações estocásticas nos permite encontrar resultados mais próximos da realidade em que vivemos. Sabe-se que, na prática, existem inúmeras variáveis capazes de influenciar na entrega de uma mercadoria. Desde a organização de um depósito, condições da estrada, de trânsito, meteorologia até a disponibilidade do cliente final. Para que o planejamento de uma organização e de seus funcionários seja eficiente, é fundamental buscar entender e prever os processos e suas variáveis.

Dadas as necessidades de adaptação efetuadas durante a implementação da solução, não foi realizada a comparação com a referência. No entanto, o objetivo de implementação do Algoritmo Simheurístico foi alcançado. O trabalho apresentado é capaz de simular e conferir maior competência logística de roteamento de veículos, de forma a reduzir os custos advindos do serviço de transporte e viabilizar o melhor aproveitamento do tempo, além de contribuindo para a redução da poluição do meio ambiente. Possuindo, portanto, grande potencial de aplicação em situações reais.

Sugere-se, para trabalhos futuros, a implementação de um algoritmo de carregamento das cargas dentro do veículo de forma orientada, buscando resultados ainda próximos da realidade. Também podem ser objetos de investigação e estudo os parâmetros estatísticos utilizados no processo de simulação, fazendo-se o uso de ferramentas, como o *Input Analyzer* e o *software Arena* e para definir a melhor curva de distribuição de probabilidade para um conjunto de dados e retornar os parâmetros estatísticos com fidelidade ainda maior.

REFERÊNCIAS

- ANDRADE, E. L. *Introdução à Pesquisa Operacional - Métodos e Modelos para Análise de Decisões*. 3th. ed. [S.l.]: LTC, 2004. Citado 4 vezes nas páginas 18, 19, 20 e 21.
- ARENALES, M. et al. *Pesquisa Operacional para Cursos de Engenharia*. [S.l.]: Elsevier, 2007. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 34.
- BALLOU, R. H. *Gerenciamento da Cadeia de Suprimentos/Logística Empresarial*. [S.l.]: Bookman, 2006. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 18.
- BATEMAN, R. E. et al. *Sistemas de simulação: aprimorando processos de logística, serviços e manufatura*. Rio de Janeiro: Elsevier, 2013. Citado na página 28.
- BOWERSOX, D. J.; CLOSS, D. J.; COOPER, M. B. *Gestão da Cadeia de Suprimentos e Logística*. [S.l.]: Elsevier, 2008. Citado 3 vezes nas páginas 15, 16 e 18.
- BRASIL. Art. 58 Consolidação das Leis do Trabalho - Decreto Lei 5452/43. 1943. <https://www.jusbrasil.com.br/topicos/10759954/artigo-58-do-decreto-lei-n-5452-de-01-de-maio-de-1943>. (Acessado em 04/10/2020). Citado na página 36.
- CANDIDO, L. C. X.; SOUZA, L. Vidal de. Modelo matemático para o problema de roteamento de veículos com frota heterogênea fixa e restrições de carregamento bidimensional. 2016. Universidade Federal do Paraná, UFPR, Belo Horizonte, 2016. Citado na página 23.
- CHWIF, L.; MEDINA, A. *Modelagem e simulação de eventos discretos, 4a edição: Teoria e aplicações*. Rio de Janeiro: Elsevier Brasil, 2015. ISBN 9788535279337. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 29.
- DANTZING, G. B.; RAMSER, J. H. The truck dispatching problem. *Management Science*, 1959. INFORMS, v. 6, n. 1, p. 80–91, out. 1959. Citado na página 21.
- FELICI, F. J. *Algoritmos Simheurísticos para Optimizar el Crédito Comercial em PYMEs*. 2017. <http://openaccess.uoc.edu/webapps/o2/bitstream/10609/66245/7/jfeliciTFM0617memoria.pdf>. Mestrado em Engenharia Computacional e Matemática, Universitat Rovira i Virgili - Universitat Oberta de Catalunya, Valencia, Espanha. Citado na página 28.
- FERNANDES, K. S. *Logística : fundamentos e processos*. 1st. ed. [S.l.]: IESDE Brasil S.A, 2012. Citado na página 15.
- FERREIRA, K. M.; QUEIROZ, T. A. de. Uma abordagem híbrida para a resolução do problema de localização e roteamento com empacotamento bidimensional. In: *Anais do XLIX SBPO*. Santa Catarina - Brasil: [s.n.], 2017. p. 1751–1762. Citado na página 23.
- GENDREAU, M. et al. A tabu search heuristic for the vehicle routing problem with two-dimensional loading constraints. *Networks*, 2008. v. 51, p. 4 – 18, 03 2008. Citado na página 47.

GUIMARANS, D. et al. A simheuristic approach for the two-dimensional vehicle routing problem with stochastic travel times. *Simulation Modelling Practice and Theory*, 2018. Elsevier, v. 89, p. 1–14, dez. 2018. Citado 10 vezes nas páginas 13, 22, 25, 26, 28, 31, 34, 35, 43 e 47.

HOKAMA, P. H. D. B.; MIYAZAWA, F. K.; MORABITO, R. N. Problema de estoque e roteirização com empacotamento bidimensional. In: *Anais do XLIX SBPO*. Santa Catarina - Brasil: [s.n.], 2017. p. 2479–2487. Citado na página 24.

IORO, M.; GONZÁLEZ, J. J. S.; VIGO, D. An exact approach for the vehicle routing problem with two-dimensional loading constraints. *Transportation Science*, 2007. v. 41, p. 253–264, 05 2007. Citado na página 22.

JUAN, A. A. et al. A review of simheuristics: Extending metaheuristics to deal with stochastic combinatorial optimization problems. *Operations Research Perspectives*, 2015. v. 2, p. 62 – 72, 2015. ISSN 2214-7160. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S221471601500007X>>. Citado 4 vezes nas páginas 31, 32, 33 e 42.

KIRKPATRICK, S.; GELATT, C. D.; VECCHI, M. P. Optimization by simulated annealing. *Science*, 1983. American Association for the Advancement of Science, v. 220, n. 4598, p. 671–680, 1983. ISSN 0036-8075. Disponível em: <<https://science.sciencemag.org/content/220/4598/671>>. Citado na página 39.

LABADIE, N.; PRINS, C.; PRODHON, C. *Metaheuristics for Vehicle Routing Problems*. 1st. ed. [S.l.]: Wiley-IEEE Press, 2016. ISBN 1848218117, 9781848218116. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 22.

LAW, A. M.; MCCOMAS, M. G. Secrets of successful simulation studies. In: *Proceedings of the 23rd Conference on Winter Simulation*. USA: IEEE Computer Society, 1991. (WSC '91), p. 21–27. ISBN 0780301811. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 30.

LENSTRA, J. K.; KAN, A. H. G. R. Complexity of vehicle routing and scheduling problems. *Networks*, 1981. v. 11, n. 2, p. 221–227, 1981. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/net.3230110211>>. Citado na página 22.

LÓPEZ-IBÁÑEZ, M. et al. The irace package: Iterated racing for automatic algorithm configuration. *Operations Research Perspectives*, 2016. v. 3, p. 43 – 58, 2016. ISSN 2214-7160. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2214716015300270>>. Citado na página 44.

MELLO, C. O. *Resolução do Problema de alocação de salas de aula via Simulated Annealing*. 2003. <http://www.decom.ufop.br/prof/marcone/Orientacoes/PASviaSimulatedAnnealing>. Monografia (Projeto Orientado), UFOP (Universidade Federal de Ouro Preto), Ouro Preto, Brasil. Citado 2 vezes nas páginas 39 e 40.

METROPOLIS, W. et al. Equation of state calculations by fast computing machines. *Journal of Chemical Physics*, 1953. v. 21, p. 1087–1092, 1953. Citado na página 39.

NOVAES, A. *Logística e gerenciamento da cadeia de distribuição: Estratégia, operação e avaliação*. [S.l.]: Elsevier Brasil, 2007. ISBN 9788535267525. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 18.

OLIPHANT, T. E. *A guide to NumPy*. [S.l.]: Trelgol Publishing USA, 2006. Citado na página 43.

ROBERTE, U.; PASSOS, C. Problemas de roteirização de veículos capacitados com restrições de carregamento bi e tridimensional: Uma revisão da literatura. In: *XLIX Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*. Santa Catarina, Brazil: [s.n.], 2017. Disponível em: <<http://www.sbp2017.iltc.br/pdf/169456.pdf>>. Citado na página 24.

SILVA, L. C.; QUEIROZ, T. A. de; TOLEDO, F. M. B. de. Abordagem para o problema de roteamento de veículos com empacotamento bidimensional. In: *Anais do XLVIII SBPO*. Espírito Santo - Brasil: [s.n.], 2016. p. 1751–1762. Citado na página 23.

SILVA, L. C.; QUEIROZ, T. A. de; TOLEDO, F. M. B. de. Modelos de programação inteira para um problema integrado de roteamento e empacotamento. In: *Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional - SBPO*. [S.l.]: SOBRAPO, 2017. Citado na página 24.

SOUZA, C. C. *Otimização Combinatória*. 2020. <https://www.ic.unicamp.br/~cid/intro-comb-opt.html#oquee>. Citado na página 20.

SOUZA, M. J. F.; PENNA, P. H. V. *Simulated Annealing*. 2021. www.decom.ufop.br/prof/marcone/Disciplinas/InteligenciaComputacional/SimulatedAnnealing.pptx. Notas de aula de Técnicas Metaheurísticas para Otimização Combinatória. Departamento de Computação, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto. Citado na página 41.

TAHA, H. *Pesquisa operacional*. Sao Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008. ISBN 9788576051503. Citado na página 28.