UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO

Trabalho de Conclusão de Curso

RODRIGO DE MENEZES CRUZ

Atividades de Modelagem Matemática na perspectiva Sociocrítica: contribuições para o desenvolvimento crítico de estudantes do Ensino Fundamental utilizando como pano de fundo a geometria e o tema desmatamento

OURO PRETO – MG

2020

RODRIGO DE MENEZES CRUZ

Atividades de Modelagem Matemática na perspectiva Sociocrítica: contribuições para o desenvolvimento crítico de estudantes do Ensino Fundamental utilizando como pano de fundo a geometria e o tema desmatamento

Monografia apresentada à Banca Examinadora, como exigência parcial à obtenção do grau de licenciado em Matemática pela Universidade Federal de Ouro Preto, sob orientação do Prof. Dr. Edmilson Minoru Torisu.

OURO PRETO – MG

2020

SISBIN - SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO

C957a Cruz, Rodrigo de Menezes .
Atividades de Modelagem Matemática na perspectiva sociocrítica [manuscrito]: contribuições para o desenvolvimento crítico de estudantes do ensino fundamental utilizando como pano de fundo a geometria e o tema desmatamento. / Rodrigo de Menezes Cruz. - 2020.
51 f.: il.: color., tab..

Orientador: Prof. Dr. Edmilson Minoru Torisu.
Monografia (Licenciatura). Universidade Federal de Ouro Preto. Instituto de Ciências Exatas e Biológicas. Graduação em Matemática .

1. Geometria. 2. Matemática - Estudo e ensino. 3. Modelos geométricos. I. Torisu, Edmilson Minoru. II. Universidade Federal de Ouro Preto. III. Título.

CDU 514

Bibliotecário(a) Responsável: Celina Brasil Luiz - CRB6-1589

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
REITORIA
INSTITUTO DE CIENCIAS EXATAS E BIOLOGICAS
DEPARTAMENTO DE EDUCACAO MATEMATICA

FOLHA DE APROVAÇÃO

Rodrigo de Menezes Cruz

Atividades de Modelagem Matemática na perspectiva Sociocrítica: contribuições para o desenvolvimento crítico de estudantes do Ensino Fundamental utilizando como pano de fundo a geometria e o tema desmatamento

Monografia apresentada ao Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de licenciado em Matemática

Aprovada em 08 de dezembro de 2020

Membros da banca

Dr. Edmilson Minoru Torisu - Orientador - Universidade Federal de Ouro Preto
Dra. Ana Cristina Ferreira - Universidade Federal de Ouro Preto (participação por videoconferência)
Dr. Frederico da Silva Reis - Universidade Federal de Ouro Preto (participação por videoconferência)

Edmilson Minoru Torisu, orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito na Biblioteca Digital de Trabalhos de Conclusão de Curso da UFOP em 08/12/2020

R. Diogo de Vasconcelos, 122, - Bairro Pilar Ouro Preto/MG, CEP 35400-000
Telefone: - www.ufop.br

AGRADECIMENTOS

Agradeço inicialmente a Deus por me guiar e iluminar nesse percurso

Ao meu pai e minha mãe, por todo apoio e preocupação. Sem eles não conseguiria chegar até aqui

À minha família, em especial minha Tia Elinara, por sempre me incentivar e apoiar desde o primeiro dia que resolvi cursar Matemática

Ao meu orientador, professor Dr. Edmilson Minoru Torisu, por me acolher e pela confiança depositada em mim para realizar esse trabalho. Mais que isso, agradeço pelas conversas e conselhos que contribuíram para meu crescimento acadêmico e pessoal.

Agradeço aos professores Dra. Ana Cristina Ferreira e DR. Frederico da Silva Reis por terem aceitado fazer parte de minha banca de defesa. Obrigado pelas inestimáveis contribuições.

Aos amigos que fiz durante o curso, em especial ao Danrley, que sempre me incentivou e aconselhou nos momentos difíceis. Mesmo que as circunstâncias tenham nos distanciado, ainda tenho a mesma consideração por você

Aos meus amigos Breno, Henrique, Nicolas e Guilherme, por todos os ensinamentos e conselhos

Aos meus amigos de Unaí, em especial Luiz Filipe, Ana Claudia, Luiz Felipe, Marcos Paulo e Daniel que mesmo de longe me apoiaram e incentivaram

À direção, equipe pedagógica, professores e alunos da escola na qual realizei a pesquisa

RESUMO

A presente pesquisa teve como objetivo principal desvelar possíveis contribuições que atividades de Modelagem Matemática na perspectiva sociocrítica podem trazer para o desenvolvimento dos alunos na sociedade, tornando-os cidadãos mais críticos. O trabalho de campo foi realizado em uma turma de oitavo ano de uma escola da rede pública estadual, localizada na cidade de Ouro Preto, Minas Gerais. Ao todo, foram desenvolvidas três atividades. A primeira delas teve como objetivo realizar uma revisão sobre cálculo de áreas de figuras geométricas como preparação para a segunda atividade. Esta propôs uma atividade ligada à semirrealidade, na qual os estudantes deveriam elaborar um orçamento de gastos para gramar um campo de futebol oficial, solicitado pela prefeitura. A proposta foi realizada pelo pesquisador, mas todas as decisões foram tomadas pelos grupos. A terceira atividade utilizou como mote a área de um campo de futebol, realizada na segunda atividade, para utilizá-la como referência no cálculo da área desmatada na Amazônia. Um vídeo que denuncia o desmatamento na Amazônia e suas consequências para a saúde do planeta foi exibido aos estudantes. A partir dele, uma discussão foi mediada pelo pesquisador e pela professora da turma. Os dados foram coletados por meio de gravações em áudio e anotações produzidas pelos alunos no desenvolvimento das atividades. A coleta, análise e a interpretação de dados foram realizadas por meio da utilização da metodologia qualitativa. Algumas contribuições da pesquisa foram: experiência com formato livre de divisão dos grupos aumentando a autonomia do estudante, percepção da importância dos conhecimentos de geometria em situações reais, vivências de situações que se constituíram em cenários para investigação e desenvolvimento de aspectos relacionados à Matemacia.

ABSTRACT

This research had as main objective to reveal possible contributions that activities of Mathematical Modeling in the sociocritical perspective can bring for the development of the students in the society, making them more critical citizens. Empirical part of the research was carried out in an 8th grade class at a state public school located in the city of Ouro Preto, Minas Gerais. In all, three activities were developed. The first of them aimed to conduct a review on the calculation of areas of geometric figures in preparation for the second activity. This proposed an activity linked to semi-reality, in which students should prepare a spending budget to grass an official soccer field, requested by the city. The proposal was made by the researcher, but all decisions were made by the groups. The third activity used the area of the soccer field calculated in the second activity, to use it as a reference in the calculation of the deforested area in the Amazon. A video denouncing deforestation in the Amazon and its consequences for the health of the planet was shown to students. From there, a discussion was mediated by the researcher and the class teacher. Data were collected through audio recordings, notes produced by students in the development of activities. Data collection, analysis and interpretation were carried out using the qualitative methodology. Some contributions of the research were: Experience with free format of division of the groups increasing the autonomy of the student, perception of the importance of the knowledge of geometry in real situations, experiences of situations that constituted scenarios for investigation and development of aspects related to Matemacia.

LISTA DE QUADROS

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Sempre gostei de Matemática. Minha facilidade para aprender os conteúdos dessa disciplina contribuía para que eu me destacasse entre meus colegas, sobretudo no Ensino Médio (EM). Lembro-me que, nessa época, eu agia como um monitor de turma, ajudando meus colegas nas dificuldades que surgiam na aprendizagem da Matemática.

Após a conclusão do meu Ensino Médio estava confuso em relação à escolha da minha futura profissão. Decidi cursar Engenharia Civil na minha cidade natal. Porém, logo na primeira semana, percebi que não era aquilo que eu gostaria de fazer. As monitorias informais no EM muito me agradavam. Ensinar parecia algo prazeroso. Sendo assim, optei por cursar Licenciatura em Matemática na Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP). O curso alia meu gosto pela Matemática e pelo ato de ensinar.

Em 2017, já no primeiro semestre do curso, me interessei bastante por uma disciplina intitulada Fundamentos de Educação Matemática. Ela apresentava aos futuros professores algumas tendências para o ensino de Matemática, como Etnomatemática, Modelagem Matemática, investigação, resolução de problemas, tecnologias, dentre outras. Contudo, a discussão sobre Modelagem Matemática me chamou a atenção. A disciplina terminou e, naquele momento, não consegui investir em estudos sobre Modelagem, de modo a aprofundar minha compreensão.

Pouco tempo depois, quando eu participava do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), juntamente com meus colegas, fizemos um trabalho sobre Matemática no futebol. Percebi que os alunos ficaram bastante interessados e a aprendizagem parece ter se tornado mais fácil. Dessa forma, pude trabalhar com eles as figuras geométricas que aparecem no campo de futebol, representado por uma maquete, e também de como era feita a divisão das funções dentro de campo, de acordo com o esquema tático que cada técnico escolhia. Não imaginava que, no meu trabalho de conclusão de curso (TCC), eu iria retomar o tema futebol.

Em 2019, iniciei o estágio supervisionado para o no Ensino Fundamental (EF) em uma escola particular no município de Ouro Preto. Curioso para saber um pouco mais sobre aquele público, apliquei um questionário, no qual uma das perguntas era: “Cite um conteúdo que você aprendeu, mas que não tem importância”. Ao ler as respostas descobri, com surpresa, que em muitas delas a geometria aparecia com conteúdo sem importância para o aluno. Fiquei intrigado, pois acreditava que os estudantes percebiam a importância dos conhecimentos sobre geometria, inclusive para ajudá-los em situações do dia a dia.

Meu estágio nessa escola terminou, mas não meu incômodo. Por que os estudantes não dão importância à geometria? Será que tem relação com a forma como eles a têm aprendido? Tudo isso me incomodava. O tempo foi passando e chegou o momento de começar a pensar em um tema para o TCC.

Em conversa com meu orientador, que curiosamente havia sido meu professor na disciplina de Fundamentos de Educação Matemática e à qual já me referi nesse texto, ele me pediu para pensar em algo que me incomodasse e para o qual eu desejasse resposta. Não foi difícil chegar à conclusão de que eu queria explorar a Matemática, tendo como plano de fundo algo relacionado ao futebol, esporte do qual gosto muito. Lembra-se do meu incômodo com as respostas à pergunta feita no meio estágio? O interesse para envolver a geometria no TCC veio daí. Mas como explorar geometria e futebol em um TCC? A resposta veio das minhas memórias da disciplina de Fundamentos de Educação Matemática. Pretendia que minha proposta não fosse engessada com comandos pré-determinados para os estudantes. Pretendia que fosse algo em que os estudantes se sentissem mais autônomos e, ao mesmo tempo, aprendessem, mas não somente. Queria algo mais. Percebemos, eu e meu orientador que a Modelagem poderia ser uma ótima opção.

Dessa forma, pensamos que o trabalho poderia explorar as contribuições que atividades de Modelagem Matemática na perspectiva sociocrítica podem trazer para a formação crítica dos estudantes, em relação à Matemática, utilizando geometria. Consegui aliar meus interesses que foram: futebol, geometria e Modelagem.

A decisão pela perspectiva sociocrítica da Modelagem nos fez repensar a atividade. Naquele momento, o tema desmatamento no Brasil estava em todas as mídias. Parecia pertinente, então, aproveitar o momento para levar esse tema à discussão.

Esse trabalho está assim dividido: após a introdução, no capítulo 1, apresentamos um breve histórico sobre o surgimento da geometria e seu ensino no Brasil. No capítulo 2, apresentamos ideias centrais sobre Modelagem Matemática, com destaque para a perspectiva sociocrítica. Os procedimentos metodológicos são apresentados logo depois, seguidos da descrição das atividades, análises e considerações finais.

CAPÍTULO 1

GEOMETRIA: BREVE HISTÓRICO E SEU ENSINO NO BRASIL

A origem da palavra geometria vem do grego e significa Geo (terra) e Metria (medida) que significa medição de terra. De fato, os primeiros contatos que o homem teve com a geometria se deram através de necessidades surgidas no meio em que vivia como divisão de terras, construções, observação do movimento dos astros, entre outras (PIASESKI, 2010). Segundo o historiador grego Hérodoto, em seus registros, a geometria surgiu no antigo Egito durante a cheia do rio Nilo, nessa época era dividido as terras, aproximadamente com as mesmas medidas, entre os agricultores para fazerem o plantio.

> Eles diziam que este rei [Sesóstris] dividia a terra entre os egípcios de modo a dar a cada um deles um lote quadrado de igual tamanho e impondo-lhes o pagamento de um tributo anual. Mas qualquer homem despojado pelo rio de uma parte de sua terra teria de ir a Sesótris e notificar-lhe o ocorrido. Ele então mandava homens seus observarem e medirem quanto a terra se tornava menor, para que o proprietário pudesse pagar sobre o que restara, proporcionalmente ao tributo atual. (HERÓDOTO, século V a.C. apud Eves 1997, p.3)

Vale lembrar também que as civilizações antigas como os Babilônios, Hindus e Chineses possuíam conhecimentos geométricos que utilizavam, por exemplo, na construção de templos. Segundo registros, os trabalhos mais antigos dos chineses envolvendo geometria são dos séculos III a I a.C. O Zhoubisuanjing (Figura 1) é um dos textos matemáticos chineses mais antigos, nele os autores utilizavam o valor 3 para determinar a razão entre o diâmetro e a circunferência do círculo, eles também sabiam trabalhar com semelhança de triângulos retângulos e tinham conhecimento do Teorema de Pitágoras para os triângulos de lado (3,4,5) e (6,8,10) (BALDISSERA, 2008; PIASESKI, 2010).

Figura 1: Zhoubisuanjing

Fonte: https://fr.wikipedia.org/wiki/Zhoubi_Suanjing

As primeiras unidades de medidas surgidas foram aquelas que referiam a partes do corpo humano sendo palmo, pé, passo, braça, cúbito. Para adotarem medidas mais precisas sem ter grande variação, adotaram as medidas da parte do corpo de uma pessoa como referência, geralmente o rei, e com essas medidas construíram réguas de madeiras ou cordas com nós, sendo as primeiras unidades de medidas oficiais de comprimento. Após alguns anos esses instrumentos foram aperfeiçoados e outros foram criados (BALDISSERA, 2008; PIASESKI, 2010).

Segundo D'Ambrosio (1999, apud PEIXOTO, LIMA, COSTA, 2018) as ideias matemáticas eram surgidas na sociedade de modo a criar estratégias para lidar com as situações do dia-a-dia.

> As idéias matemáticas comparecem em toda a evolução da humanidade, definindo estratégias de ação para lidar com o ambiente, criando e desenhando instrumentos para esse fim, e buscando explicações sobre os fatos e fenômenos da natureza e para a própria existência. Em todos os momentos da história e em todas as civilizações, as idéias matemáticas estão presentes em todas as formas de fazer e de saber (D'AMBROSIO, 1999 apud PEIXOTO, LIMA, COSTA, 2018, p. 213).

De acordo com Boyer (1974) em seu livro História da Matemática, quando o rio Nilo transbordava, as demarcações de terras que foram feitas no ano anterior eram apagadas, assim para fazer a remarcação existiam os agrimensores chamados de "esticadores de corda", que dividiam as terras em triângulos e retângulos, e quando se deparavam com superfícies irregulares utilizavam um método chamado de triangulação, que dividia o campo em partes menores e em forma de triângulos e a área total seria a junção dessas pequenas áreas somadas. Estes trabalhadores eram fundamentais, através das medições feitas por eles era possível determinar o valor dos impostos pago ao rei.

Ainda segundo Boyer (1974), os Egípcios utilizavam técnicas para determinar ângulos retos, onde usavam cordas com nós, equidistantes um dos outros, determinando assim a divisão de terras. Esse princípio para obter resultados aproximados, seria demonstrado pelo Teorema de Pitágoras após alguns anos.

Mais adiante, Tales de Mileto (624-547 a.C) inicia seus estudos estabelecendo a geometria como teoria dedutiva, sendo o primeiro a demonstrar teoremas geométricos. Tales fez muitas viagens para o Egito, e por lá observou e buscou explicações teóricas de como os egípcios contraíram as pirâmides, mas não terem técnicas de como medir sua altura. Desse modo, Tales deduziu técnicas geométricas de triângulos semelhantes para medir a altura da pirâmide de Quéops (BALDISSERA, 2008; PIASESKI, 2010).

Outro matemático que contribuiu para geometria dedutiva foi Pitágoras. Ele permaneceu no Egito durante 13 anos aprendendo a geometria egípcia, descobrindo e provando o famoso Teorema de Pitágoras. A escola pitagórica chegou afirmar através de seus conhecimentos que a Terra era realmente esférica e não plana. O tempo ia se passando, os estudos sendo aprofundados e novas técnicas eram descobertas, surgindo novas construções geométricas e suas áreas e perímetros podiam ser calculados com facilidade (BALDISSERA, 2008; PIASESKI, 2010).

Durante aproximados os anos de 300 a.c, Euclides faz o desenvolvimento axiomático da geometria Euclidiana, que recebeu esse nome em sua homenagem. Euclides escreveu o livro *"Os elementos",* uma série de treze livros que serviu de apoio para o ensino da geometria, através de axiomas e demonstrações de teoremas, procurando fazer afirmações simples e de fácil entendimento, baseando em outros matemáticos gregos como os pitagóricos, Eudóxio, Taeteto. Euclides também enunciou proposições onde definiu retas paralelas, conhecido como "Postulado das Paralelas" (BALDISSERA, 2008; PIASESKI, 2010).

Para Garbi (2006), *Os Elementos* é o mais antigo e influente livro matemático de todos os tempos, perdendo somente para a bíblia em números de edições.

> Os Elementos, de Euclides, o mais antigo livro de matemática ainda em vigor nos dias de hoje, uma obra que somente perde para a Bíblia em número de edições e, para muitos, o mais influente livro matemático de todos os tempos (GARBI, 2006, p.49).

Os Elementos são apresentados da seguinte maneira:

Quadro 1: Temas do Livro: Os Elementos

Livro: Os Elementos
Livros I-III: Definições, postulados e geometria plana.
Livro IV: Polígonos.
Livro V: Teoria das proporções.
Livro VI: Figuras semelhantes.
Livros VII-IX: Teoria dos números.
Livro X: Incomensuráveis.
Livros XI-XIII: Geometria espacial.

Fonte:https://www.ime.usp.br/~leo/imatica/historia/euclides.html

Segundo Eves (1997), Platão foi outro matemático importante para descoberta de alguns princípios da geometria e se interessou em estudar sobre a geometria intuitiva. Além disso, Platão defendia a teoria dos cinco elementos, relacionando com os cinco poliedros, dizendo que cada um desses elementos tem partículas menores e invisíveis com a forma de poliedros, de forma que o fogo sendo o tetraedro, a Terra sendo o hexaedro, o ar sendo o octaedro, a água sendo o icosaedro e o cosmos ou universo sendo o dodecaedro. Esses poliedros ficaram conhecidos como *"Poliedros de Platão"* descobrindo várias propriedades como: o número de arestas é igual em todas as faces e vale a relação de Euler (V-A+F=2) onde V= vértices, A= arestas, F= faces.

Por volta de 225 a.C, Arquimedes fazia vários estudos sobre o círculo e a esfera. Desse modo, conseguiu várias descobertas para a geometria, sendo as mais importantes, obteve a primeira aproximação de π usando o método dedutivo, provou a fórmula para determinar a área de uma região circular, provou a fórmula para determinar a área e o volume de uma esfera. Arquimedes também sabia que o comprimento do círculo é proporcional ao seu diâmetro, e foi capaz de provar isso através de um teorema. Embora ele não tenha registrado nada sobre a razão do comprimento do círculo e seu diâmetro ser um número irracional (π), obteve uma aproximação desse número, estabelecendo um limite inferior e um superior, sendo $3,1408 < \pi < 3,1429$ (ASSIS; MAGNAGHI, 2014).

1.1 O abandono do ensino de geometria no Brasil

Em artigo de 1993, Pavanello denunciou o abandono do ensino de geometria no Brasil, que vinha ocorrendo há algumas décadas. De acordo com a autora, a situação se agravou após a promulgação da Lei 5692/71 que dava liberdade às escolas para organizar os programas das diferentes disciplinas da maneira que julgassem mais adequada. No que se refere à Matemática, os reflexos foram desastrosos, sobretudo em relação ao ensino de geometria. Amparados pela lei, muitos professores que se sentiam inseguros para ensiná-la a relegavam para segundo plano. Isso se traduzia em duas situações principais: ou o professor a ignorava, sem incluí-la na sua programação ou, quando o fazia, deixava seu ensino para o final do ano de modo que o curto espaço de tempo não permitisse o ensino efetivo da geometria. Caso o programa dessa parte da Matemática não fosse cumprido, a culpa era atribuída ao fator tempo.

Embora a tendência em abandonar o ensino de geometria fosse mundial, é preciso compreender as razões históricas pelas quais isso se deu, no Brasil. No início do século XX o Brasil era um país eminentemente agrícola e a maior parte da população era analfabeta. Nesse cenário, somente os filhos de latifundiários tinham acesso à educação formal e, ao chegarem ao curso superior, tinham preferência pelos estudos na área jurídica, que serviriam como trampolim para a política. Havia pouco interesse pelo lado científico das ciências. No ensino elementar, a Matemática ensinada era uma Matemática utilitária para uso em transações comerciais do dia a dia. No curso secundário, o tratamento dado à álgebra, aritmética e geometria (ministradas por distintos professores, na maioria das vezes autodidatas, militares, sem formação para a docência) era muito abstrato, com o único objetivo de preparar os estudantes para o curso superior. Não havia preocupação em estabelecer quaisquer tipos de ligação entre as partes que compunham a Matemática (PAVANELLO, 1993).

Com a primeira guerra mundial, profundas modificações de caráter sócio-político-econômico intensificaram a vida urbana, o grupo proletariado e um sentimento de nacionalismo que reivindicava mudanças na política respingou no campo educacional. Reivindicava-se a extinção do analfabetismo como forma de reconstituir o cenário político, uma vez que a constituição proibia o voto de analfabetos. A crise de 1929 acelerou o processo de industrialização no Brasil como resultado da necessidade de se produzir, internamente, produtos antes importados. Nessa época foi criado o Ministério da Educação e Saúde e algumas medidas, ainda que tímidas, foram tomadas em prol da melhoria do ensino. Ao longo dos anos, iniciativas dos professores e do governo foram importantes para mitigar os problemas do ensino, mas o cenário ainda era precário. Em 1960, o Movimento da Matemática Moderna (MMM) passa a defender um ensino de Matemática que privilegiasse as estruturas algébricas e a utilização da linguagem simbólica da teoria dos conjuntos. À geometria é dado um enfoque algébrico e axiomático em detrimento da geometria euclidiana, dificultando a vida dos professores, que não detinham conhecimentos para dar conta dessa proposta.

A situação muda quando é promulgada a Lei de Diretrizes e Bases (LDB), em 1971, para os ensinos de primeiro e segundo graus, já citada no início desse texto. Essa lei dava liberdade aos professores de organizarem os conteúdos como quisessem e isso teve uma consequência ruim. Para evitar o constrangimento de não levar a cabo um bom ensino de geometria, muitas vezes pelo despreparo, boa parte dos professores não ministravam essa parte da Matemática no primeiro grau, deixando-a para o segundo grau. Mesmo assim, nesse nível, o ensino de geometria era de qualidade duvidosa. A certa altura, após o início dos governos militares em 1964, acentua-se a diferença entre classes mais ricas e as classes populares. Essa diferenciação é sentida, inclusive, no tipo de ensino oferecido nessas escolas. Na escola de elite a geometria era sempre ensinada, independentemente do caminho escolhido para isso. Na escola do povo isso ocorria quando era possível. Até hoje as pessoas fazem essa distinção e consideram que o ensino privado é de melhor qualidade.

A partir da década de 1980 documentos em oposição ao MMM contribuíram para que ocorressem mudanças na forma como a geometria vinha sendo apresentada nos livros didáticos, que passou a ter riqueza de imagens, ilustrações, desenhos. O decreto lei nº 91.542 de 1985 estabeleceu o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) que, de acordo com o portal do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação do Ministério da Educação e Cultura

> [...] compreende um conjunto de ações voltadas para a distribuição de obras didáticas, pedagógicas e literárias, entre outros materiais de apoio à prática educativa, destinados aos alunos e professores das escolas públicas de educação básica do País. O PNLD também contempla as instituições comunitárias, confessionais ou filantrópicas sem fins lucrativos e conveniadas com o Poder Público. As escolas participantes do PNLD recebem materiais de forma sistemática, regular e gratuita. Trata-se, portanto, de um Programa abrangente, constituindo-se em um dos principais instrumentos de apoio ao processo de ensino-aprendizagem nas Escolas beneficiadas.

Os parâmetros curriculares nacionais (PCN) lançados em 1997 consideram que:

> Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive.A Geometria é um campo fértil para se trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa. Além disso, é fundamental que os estudos do espaço e forma sejam explorados a partir de objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, de modo que permita ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento (BRASIL, 1997, p. 39).

Embora os PCN não sejam um documento que normatize o ensino, ele aponta sugestões, parâmetros, para o ensino dos conteúdos. Observa-se em seu texto, do qual a citação acima é uma pequena parte, a importância dada ao ensino de geometria, evidenciando fortes mudanças na maneira de se pensar o ensino dessa parte importante da Matemática.

Mais recentemente, precisamente no dia 20 de dezembro de 2017, foi homologada a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) pelo Ministério da Educação e Cultura (MEC). Diferentemente dos PCN, a BNCC é um documento de caráter normativo que “define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica” (BRASIL, 2017, p.7).

Esse documento considera que a Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. No Ensino Fundamental – Anos Finais, o ensino de Geometria precisa ser visto como consolidação e ampliação das aprendizagens realizadas.

O uso da geometria no ensino fundamental – anos finais, possibilita o aluno a formação de um raciocínio importante para a Matemática, o raciocínio hipotético-dedutivo. Há também uma grande aproximação da Álgebra com a Geometria, por exemplo, no estudo do plano cartesiano por meio da geometria analítica.

Assim, a Geometria não pode ficar reduzida à mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume nem a aplicações numéricas imediatas de teoremas sobre relações de proporcionalidade em situações relativas a feixes de retas paralelas cortadas por retas secantes ou do teorema de Pitágoras. A equivalência de áreas, por exemplo, já praticada há milhares de anos pelos mesopotâmios e gregos antigos sem utilizar fórmulas, permite transformar qualquer região poligonal plana em um quadrado com mesma área (é o que os gregos chamavam “fazer a quadratura de uma figura”). Isso permite, inclusive, resolver geometricamente problemas que podem ser traduzidos por uma equação do 2º grau (BRASIL, 2017, p.267).

Especificamente em relação às habilidades a serem desenvolvidas nos alunos do oitavo ano por meio do ensino de geometria, a BNCC apresenta, à página 311, as seguintes habilidades:

Quadro 2: Habilidades da BNCC de geometria no oitavo ano do Ensino Fundamental

Habilidades – Geometria – oitavo ano do Ensino Fundamental
(EF08MA14). Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos. Construções geométricas: ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares
(EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares.
(EF08MA16). Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um hexágono regular de qualquer área, a partir da medida do ângulo central e da utilização de esquadros e compasso. Mediatriz e bissetriz como lugares geométricos: construção e problemas.
(EF08MA17). Aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas.Transformações geométricas: simetrias de translação, reflexão e rotação.
(EF08MA18). Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de softwares de geometria dinâmica. Grandezas e medidas, Área de figuras planas Área do círculo e comprimento de sua circunferência.
(EF08MA19). Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos. Volume de cilindro reto. Medidas de capacidade.
(EF08MA20). Reconhecer a relação entre um litro e um decímetro cúbico e a relação entre litro e metro cúbico, para resolver problemas de cálculo de capacidade de recipientes.
(EF08MA21). Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo do volume de recipiente cujo formato é o de um bloco retangular.

Fonte: BNCC

Mas como colocar em prática um ensino de geometria que possa atender, da melhor forma, as sugestões dos PCN e as normativas da BNCC e, ao mesmo tempo, trazer à discussão assuntos de interesse dos estudantes? Como não fazer com que o ensino da geometria não se reduza a uma atividade para o estudante decorar fórmulas, sem que haja um olhar crítico para o que se está aprendendo?

Em Educação Matemática podemos pensar em várias possibilidades: uso de jogos, resolução de problemas, história da Matemática no ensino de Matemática e a Modelagem Matemática que, nesse estudo, nos interessa, em particular. Essa e outras tendências para o ensino de Matemática não garantem, por si só, uma aprendizagem na qual o aluno questione, critique, explore e aprenda para além da Matemática. Nesse processo o professor terá papel importante como aquele que dará o tom do ensino para que isso ocorra.

No próximo capítulo, apresentaremos algumas ideias relacionadas à Modelagem Matemática (MM), incluindo diferentes perspectivas adotadas em Educação Matemática.

CAPÍTULO 2

MODELAGEM MATEMÁTICA: MODOS DE COMPREENDER

Existem diversas maneiras de compreender Modelagem na Educação Matemática. Araújo (2007) esclarece que quando se trata de Modelagem Matemática, o termo que é comum, quando se trata disso, é o objetivo de resolver um problema da realidade por meio de conceitos e teorias matemáticas. Dessa forma, segundo a autora, as diferenças se dão no objetivo de resolver tal problema, qual a realidade na qual o problema está inserido, como a Matemática é concebida e se relaciona com essa realidade. Com sua origem na Matemática Aplicada, a Modelagem sofre influências de diferentes campos da educação.

Kluber (2009) classificou três estilos de pensamento referentes à Modelagem: como um ambiente de aprendizagem; como metodologia que visa à construção de modelos matemáticos; como metodologia ou estratégia de ensino, focada mais no processo de ensino e de aprendizagem do que no modelo matemático. Kluber (2009) mencionou quatro modos de compreender Modelagem.

Para Bassanezi (2004), “a modelagem consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real” (p.16). Ele ainda define modelo matemático como: “um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado” (p.20). Em atividade realizada com alunos da disciplina de Cálculo II, em um curso de engenharia mecânica da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), Bassanezi solicitou aos estudantes que calculassem o volume de uma piscina utilizando conhecimentos adquiridos durante o curso. A ideia é de que eles chegassem a um modelo matemático capaz de resolver o problema. Nessa perspectiva, a ideia de Modelagem está atrelada à existência de um modelo matemático.

Biembengut e Hein (2005) também entendem que a Modelagem “é o processo que envolve a obtenção de um modelo matemático” (p. 12) e ainda dizem que modelo matemático é “um conjunto de símbolos e relações matemáticas que procura traduzir de alguma forma, um fenômeno em questão ou problema de situação real” (BIEMBENGUT; HEIN, 2005, p.12). Para esses autores, a Modelagem é “uma arte, ao formular, resolver e elaborar expressões que valham não apenas para uma solução particular, mas que também sirvam, posteriormente, como suporte para outras aplicações e teorias" (BIEMBENGUT; HEIN, 2005, p.13). Em texto de 2005, os autores apresentam uma proposta de trabalho com Modelagem utilizando embalagens que possibilitam o desenvolvimento de conceitos de geometria plana e espacial, sistemas de medidas e função do 2º grau.

Para Burak (1992), a Modelagem Matemática "constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é estabelecer um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e tomar decisões" (p. 62). Ele desenvolveu uma atividade de Modelagem, com um grupo de professores em formação, com o tema água e esgoto, escolhido após listarem uma série de temas. Ao fim, chegaram a um modelo matemático através de uma fórmula sobre o crescimento da população do município a fim de atender às necessidades futuras do abastecimento de água naquela cidade. Mas, os resultados obtidos não se equipavam com os resultados oficiais sobre a população da cidade, e buscaram entender as causas dessa divergência de valores, através de uma reflexão crítica.

Para Barbosa (2004), "modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, situações com referência na realidade" (p.31). Segundo ele, a Modelagem é caracterizada como um ambiente de aprendizagem, em que a ação do professor convida os alunos a se envolverem nesse ambiente. Um exemplo apresentado por ele, no qual um professor em sua turma de 2º ano do ensino médio, partindo da reportagem de um jornal, sobre a situação da possibilidade de "apagão no nordeste", propõe aos alunos que, reunidos em grupo, avaliassem a possibilidade de o lago de Sobradinho alcançar sua capacidade mínima de operação e, ao final, chegassem a uma equação matemática.

Esse mesmo autor considera que há "regiões de possibilidades" para o papel do professor e dos alunos no uso da Modelagem em sala de aula. Ele denomina essas regiões de "casos", que são de três tipos.

No caso 1, o problema é proposto pelo professor, sem interferência dos alunos, com enunciado claro, dados qualitativos e quantitativos cabendo aos discentes a investigação para chegar a uma solução. Os alunos não precisam sair da sala para coletar dados e a atividade geralmente não é demorada.

No caso 2, o professor continua apresentando o problema aos alunos que devem investigar. No entanto, há necessidade que outros dados, além dos já fornecidos pelo problema, sejam coletados fora da sala de aula. Os alunos assumem maior responsabilidade na condução da atividade quando a eles é dada a tarefa de coletar informações importantes, inclusive para chegarem a algum resultado.

O caso 3 reserva aos alunos a quase total responsabilidade pelo processo. Os temas são “não matemáticos” e os alunos participam da formulação do problema, realizam coleta de dados e encontram a solução.

Podemos reparar que, do caso 1 ao 3 o modo de participação do professor e dos alunos varia, podendo ser apresentado como a seguir.

Quadro 3: Casos de Modelagem na sala de aula

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Formulação do problema	Professor	Professor	Professor/aluno
Simplificação	Professor	Professor/aluno	Professor/aluno
Coleta de dados	Professor	Professor/aluno	Professor/aluno
Solução	Professor/aluno	Professor/aluno	Professor/aluno

Fonte: Barbosa 2004.

Em 2006, Kaiser e Siriraman diferenciaram cinco perspectivas da Modelagem que têm objetivos voltados ao ensino. São elas: a realística, a contextual, a educacional, a epistemológica e a sociocrítica.

A realística tem objetivo de resolver problemas do mundo real. A contextual tem objetivos psicológicos e relacionados ao sujeito, utilizando a resolução de Word Problems. As duas têm em comum a prática de resolução de problemas.

A educacional tem objetivos pedagógicos e relacionados ao sujeito que estão ligadas em estruturar e promover os processos de aprendizagem ou em introduzir e desenvolver conceitos matemáticos. A epistemológica tem objetivo de promover o desenvolvimento de teorias em Matemática. As duas estão relacionadas à aprendizagem de Matemática.

Já a perspectiva sociocrítica tem objetivos pedagógicos de potencializar, nos sujeitos, a compreensão crítica do mundo ao seu redor.

Esses autores tratam de como a Modelagem pode servir a diferentes propósitos na Educação Matemática e são três as direções principais: a aprendizagem da Matemática, aprendizagem de aplicar a Matemática e a compreensão crítica de como a Matemática é utilizada. A atividade da construção de uma piscina, discutida por Basanezzi (2004), pode ser abordada como aprendizagem da Matemática. As atividades com o tema embalagem, propostas por Biembengut e Hein (2005) e com o tema água e esgoto, do trabalho de Burak

(1992), podem ser classificadas aplicação da Matemática. A atividade com o tema "apagão no nordeste", discutida por Barbosa (2004b), pode ser classificada como a uma atividade que pretendia uma compreensão crítica de como a Matemática é utilizada.

2.1. Um pouco mais sobre Modelagem na perspectiva sociocrítica

De acordo com Araújo (2009),

> Desenvolver um projeto de modelagem orientado pela EMC significa, apoiando-me em Skovsmose (1994), fazê-lo de tal forma que ele promova a <u>participação crítica</u> dos estudantes/cidadãos na sociedade, discutindo questões políticas, econômicas, ambientais, nas quais a matemática serve como suporte tecnológico. Nesse caso, dirigir-se-ia uma crítica à própria matemática assim como a seu uso na sociedade, e não apenas se preocuparia com o desenvolvimento de habilidades em cálculos matemáticos (ARAÚJO, 2009, p. 1-2).

Esse modo de compreender a Modelagem, ou seja, a Modelagem segundo a Educação Matemática Crítica (EMC), está em sintonia com a perspectiva sociocrítica que, segundo Kaiser e Sriraman (2006), está diretamente ligada ao estudo de situações-problema que privilegiam a compreensão crítica do mundo, valorizando o papel do indivíduo na sociedade.

A participação crítica do estudante em projetos de Modelagem, mencionada na citação do início dessa seção, refere-se a colocar em prática a "capacidade de se interpretar um mundo estruturado por números e figuras, e à capacidade de se atuar nesse mundo" (SKOVSMOSE, 2012, p. 19). À capacidade de interpretar o mundo por meio da Matemática, Skovsmose (2012) denomina de Matemacia, ou alfabetização Matemática, baseado na ideia de alfabetização proposta por Freire (2000).

À medida que o estudante desenvolve a matemacia, ele passa por um processo de percepção da Matemática sob óticas diferentes daquelas que, usualmente, percebem-se na sociedade. Ele passa a questionar, por exemplo, o poder da Matemática de conter o argumento definitivo, denominado ideologia da certeza (BORBA; SKOVSMOSE, 2001).

A ideologia da certeza é um conjunto de crenças sobre a Matemática, que a classificam como perfeita, relevante e confiável, sem nunca ser colocada em dúvida. A verdade de uma declaração matemática nunca é questionada. Frases como "foi provado matematicamente", "os números expressam a verdade", "os números falam por si mesmos", "as equações mostram", dentre outras, são frequentemente utilizadas nas escolas e nas mídias, contribuindo para tornar a Matemática uma referência acima de tudo, como um juiz, como um artifício não humano que veio para controlar a imperfeição humana (BORBA; SKOVSMOSE, 2001).

Quando resultados matemáticos são tomados como verdades absolutas, pode gerar processos de exclusão. Tomemos, por exemplo, o índice de Desenvolvimento Humano (IDH), que reúne em um só indicador as condições econômicas, sociais e educacionais de um país. Este índice varia de 0 a 1. Quanto mais próximo de 1, melhores as condições do país nos quesitos citados acima. De forma geral, a sociedade não sabe como são realizados os cálculos para se chegar ao índice e nem questiona seu valor. Ele é tomado como um parâmetro inquestionável para, por exemplo, classificar os países em desenvolvidos, em desenvolvimento e subdesenvolvidos. Esta classificação já é uma manifestação de exclusão. A isso se somam os possíveis julgamentos do país como um todo.

Outro exemplo interessante de índice que pode gerar processos de exclusão é o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica que mede a proficiência de estudantes de escolas públicas em exames de massa. O índice varia de 0 a 10. Valores próximos de 10 informam que a escola está apresenta bom resultado. Por um lado, os índices servem para suscitar ações do governo, em termos de políticas públicas e da própria escola, no sentido de melhorar a performance dos estudantes. Por outro, faz surgir um ranking entre as escolas, que passam a ser consideradas como 'boas' ou 'ruins', podendo ser este julgamento estendido aos estudantes.

Na sala de aula de Matemática, a ideologia da certeza é reforçada por algumas práticas baseadas, por exemplo, no paradigma do exercício, do qual trataremos mais à frente. A alfabetização Matemática contribui para questionar essa ideologia.

Alfabetizar estudantes matematicamente é, então, uma necessidade que surge quando desejamos formar cidadãos capazes de criticar o papel da Matemática na sociedade. Contudo, como o professor pode conduzir esse processo?

No nosso ponto de vista, para que a Educação Matemática promovida pelo professor possa conduzir estudantes ao desenvolvimento da Matemacia, ela deve se iniciar pelo diálogo. Diálogo, aqui, não se refere somente a uma conversa entre duas pessoas. Diálogo é "[...] uma conversação que visa à aprendizagem (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006, p. 119). "Dialogar é mais do que um simples ir e vir de mensagens; ele aponta para um tipo especial de processo em que os participantes "se encontram", o que implica influenciar e sofrer mudanças (CISSNA; ANDERSON, 1994, apud ALRØ; SKOVSMOSE, 2006, p. 119-120). Essas citações pressupõem que o diálogo estabelece uma relação não hierárquica entre os interlocutores. Na sala de aula, isso significa que o estudante terá oportunidades para expor suas ideias e o professor, deixando de ser o detentor do saber, a partir dessa ideia de diálogo, criará situações para que isso ocorra.

Dessa forma, a comunicação em sala de aula deixaria de ser guiada pelo padrão sanduíche (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006), no qual o professor pergunta, o aluno responde e o professor concorda, ou não, com a sua resposta.

A adoção de uma comunicação em sala de aula baseada no diálogo, da maneira como definido acima, pode levar o professor a adotar práticas que se contrapõem ao que Skovsmose (2000) denomina de Paradigma do Exercício. Nesse paradigma, uma aula ocorre com o seguinte formato: o professor expõe os conteúdos, os alunos ouvem e empilham esses conteúdos em sua 'mente' como se esta fosse um depósito, a exemplo do que ocorre na educação bancária, criticada por Freire (2000). Em seguida, é solicitado que os estudantes resolvam uma lista infindável de exercícios repetitivos, geralmente de forma mecânica, com uma única solução e sem qualquer significado para eles.

Uma possibilidade em sala de aula de Matemática que se opõe ao paradigma do exercício e que, portanto, pode levar à alfabetização Matemática dos estudantes é a Modelagem Matemática segundo a EMC. Para Araújo (2002), Modelagem nessa perspectiva pode ser entendida como:

> [...] uma abordagem, por meio da matemática, de um problema não-matemático da realidade, ou de uma situação não-matemática da realidade, escolhida pelos alunos reunidos em grupos, de tal forma que as questões da Educação Matemática Crítica embasem o desenvolvimento do trabalho. (ARAÚJO, 2002, p. 39).

Jacobini e Wodewotzki (2006) acreditam que a Educação Matemática Crítica contribui para o crescimento político do aluno diante de projetos de Modelagem que tenham discussões políticas. Além disso, eles criticam práticas de Modelagem que buscam apenas a aprendizagem de conteúdos matemáticos e não envolvem outros assuntos presentes em nossa sociedade.

É importante destacar que por meio da Modelagem na perspectiva sociocrítica o aluno consegue compreender que a Matemática nem sempre é abstrata e enxergar que, através dela, podemos refletir sobre diversos assuntos existentes no nosso cotidiano, podendo mostrar o seu verdadeiro papel. É necessário que o aluno identifique outras formas de visualizar o mundo em que vive, ampliando seu espectro de possibilidades de ação e interação na sociedade. Outro fator importante que esse tipo de atividade proporciona é a socialização e interação entre aluno-aluno e professor-aluno.

Ao abordar Modelagem Matemática na educação, devemos discutir questões sociais nas quais a Matemática está presente, a ideologia da certeza e o poder formatador na Matemática. Não deve focar apenas em dar instrumentos matemáticos para os alunos resolverem e sim, fazer com que a atividade de Modelagem possibilite a reflexão sobre a presença da Matemática na sociedade.

CAPÍTULO 3

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo, apresentaremos o caminho percorrido ao longo dessa pesquisa. Apresentaremos os objetivos e o paradigma adotado, sujeitos e contexto, instrumentos e técnicas de coleta de dados, além dos procedimentos de coleta.

3.1. Objetivo e paradigma da pesquisa

O objetivo geral dessa pesquisa é desvelar contribuições que atividades de Modelagem Matemática na perspectiva sociocrítica podem trazer para a formação crítica dos estudantes, em relação à Matemática, utilizando geometria e o tema desmatamento.

Esse objetivo coloca em relevo a atenção que esta pesquisa destinou às pessoas, suas ideias, interpretando seus discursos e narrativas, talvez adormecidos. Para D´Ambrósio *et al*. (2004), essas são características de uma pesquisa qualitativa. Ao longo do processo de pesquisa, nos preocupamos em extrair do convívio com os alunos as informações que seriam importantes para responder à nossa questão investigativa, após análise dos dados, o que parece corroborar as ideias de Chizzotti (2003), relacionadas a pesquisas qualitativas. Para o autor:

> O termo qualitativo implica uma partilha densa com pessoas, fatos e locais que constituem objetos de pesquisa, para extrair desse convívio os significados visíveis e latentes que somente são perceptíveis a uma atenção sensível e, após este tirocínio, o autor interpreta e traduz em um texto, zelosamente escrito, com perspicácia e competência científicas, os significados patentes ou ocultos do seu objeto de pesquisa (CHIZZOTTI, 2011, p. 28-29).

Entendemos, portanto, que esta pesquisa pode ser considerada como sendo de cunho qualitativo.

3.2. Sujeitos e local de pesquisa

A pesquisa foi desenvolvida com os alunos do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública estadual da cidade de Ouro Preto, Minas Gerais. A escola recebe alunos de praticamente todos os bairros da cidade e grande parte deles vão de van escolar. A turma escolhida foi a turma 802 com um total de 29 alunos matriculados. Os alunos são bem receptivos e obedientes, consegui notar um pouco de timidez neles e alguns ficaram com receio de participar da discussão realizada no terceiro encontro.

O interesse por esta escola como local de coleta de dados se deu ainda durante um estágio supervisionado que realizei na instituição. Me identifiquei muito com a escola pela sua organização e com o trabalho da professora. Ao conversar com ela, minha solicitação para desenvolver as atividades em uma de suas turmas foi bem aceita. Dessa forma, combinamos algumas datas que não atrapalharia o planejamento escolar, sendo combinados três encontros que foram nos dias 01/11/2019, 08/11/2019, 06/12/2019.

3.3. Instrumentos de Coleta de Dados

Os dados foram registrados por meio de gravações em áudio, anotações produzidas pelos alunos no desenvolvimento das atividades e fotografias. Além disso, observamos também as interações dos alunos durante o desenvolvimento das atividades para depois promover discussões conduzidas pelo pesquisador.

3.4. Procedimentos de coleta de dados

Antes da permissão para a realização da pesquisa de campo na escola, nos debruçamos sobre leituras com foco em referenciais teóricos que subsidiam esse trabalho. Uma vez que a geometria havia sido eleita como conteúdo matemático a ser explorado nas atividades, entendemos que seria importante apresentar um capítulo no qual trouxéssemos um breve histórico do surgimento da geometria e algumas considerações sobre o seu ensino no Brasil. A parte do texto relativa à Modelagem Matemática foi essencial para apresentar ao leitor as ideias centrais desse referencial e para justificar a nossa escolha pela perspectiva sociocrítica.

Como passo seguinte, elaboramos as atividades, numa sequência que nos permitisse, ao final, provocar discussões em torno do desmatamento no Brasil. Esse tema foi escolhido porque, naquele momento, as mídias veiculavam muitas notícias acerca do desmatamento no Brasil e suas consequências.

No total, foram três atividades, que serão mais bem descritas no próximo capítulo. Na primeira, os estudantes fizeram registros de suas respostas, recolhidos no final. Na segunda atividade, também recolhemos os registros dos alunos. Na terceira e última atividade, que pretendia discutir o desmatamento, utilizamos um vídeo sobre desmatamento para promover uma discussão em torno do tema, que foi gravada em áudio.

No próximo capítulo, apresentaremos os encontros nos quais as atividades foram desenvolvidas.

CAPÍTULO 4

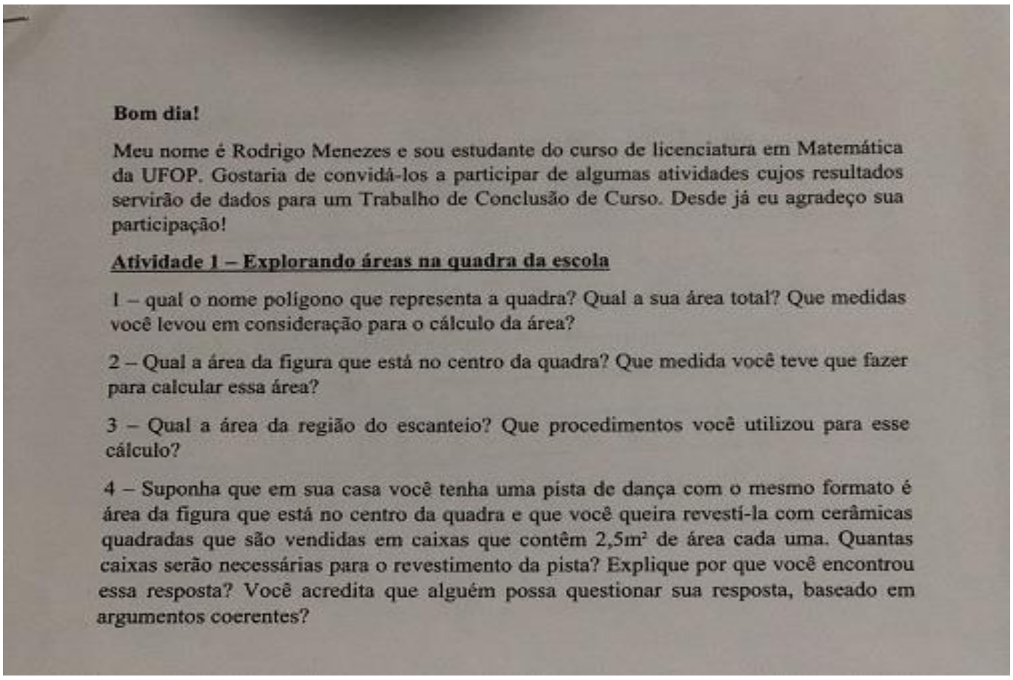
DESCRIÇÃO DOS ENCONTROS

Esse capítulo tem por objetivo apresentar os encontros de forma pormenorizada. No total, foram três encontros, nos quais propusemos três atividades.

Primeiro encontro

O primeiro encontro ocorreu no 01/11/2019. A professora da turma já havia ministrado aulas nas quais havia explorado o cálculo de áreas das figuras planas mais comuns: retângulos, triângulos, círculos. Nesse primeiro encontro propusemos, então, uma atividade introdutória, para depois chegar ao objetivo principal, cujo primeiro momento ocorreu na quadra. Os estudantes foram divididos em grupos de quatro (Grupos A, B, C e D) e cada grupo recebeu uma trena para efetuar medidas. Um dos estudantes em cada grupo, eleito pelos membros, ficou responsável pelo registro dos dados. Os outros ajudaram nas medições. Os estudantes exploraram todas as figuras que compunham a quadra sob a supervisão do pesquisador, do seu orientador e da professora da turma. De posse das anotações das medidas, os estudantes voltaram à sala. Entregamos a eles algumas perguntas que deveriam ser respondidas utilizando os dados coletados (Figura 2).

Figura 2: Atividade primeiro encontro



Bom dia!

Meu nome é Rodrigo Menezes e sou estudante do curso de licenciatura em Matemática da UFOP. Gostaria de convidá-los a participar de algumas atividades cujos resultados servirão de dados para um Trabalho de Conclusão de Curso. Desde já eu agradeço sua participação!

Atividade 1 – Explorando áreas na quadra da escola

1 – qual o nome polígono que representa a quadra? Qual a sua área total? Que medidas você levou em consideração para o cálculo da área?

2 – Qual a área da figura que está no centro da quadra? Que medida você teve que fazer para calcular essa área?

3 – Qual a área da região do escanteio? Que procedimentos você utilizou para esse cálculo?

4 – Suponha que em sua casa você tenha uma pista de dança com o mesmo formato é área da figura que está no centro da quadra e que você queira revesti-la com cerâmicas quadradas que são vendidas em caixas que contêm $2{,}5m^2$ de área cada uma. Quantas caixas serão necessárias para o revestimento da pista? Explique por que você encontrou essa resposta? Você acredita que alguém possa questionar sua resposta, baseado em argumentos coerentes?

Fonte: Elaborada pelos autores, 2019.

O objetivo das questões 1 e 2 era avaliar se os estudantes reconheciam figuras geométricas comumente encontradas em seu dia a dia, no caso, retângulo e círculo, se sabiam calcular suas áreas e que medidas levar em consideração para o cálculo delas. Como o conteúdo sobre figuras planas já havia sido ensinado, não foi surpresa que todos tenham conseguido responder a essas questões, sem problemas.

Para o cálculo da área do retângulo (questão 1) os estudantes utilizaram as medidas dos lados (comprimento e largura) e obtiveram os seguintes resultados: Grupo A: 238,14m², Grupo B: 246,13 m², Grupo C: 245,43 m² e Grupo D: 246,77 m². As diferenças dos resultados podem ser explicadas pelas aproximações efetuadas pelos estudantes, além de diferenças no momento das medições.

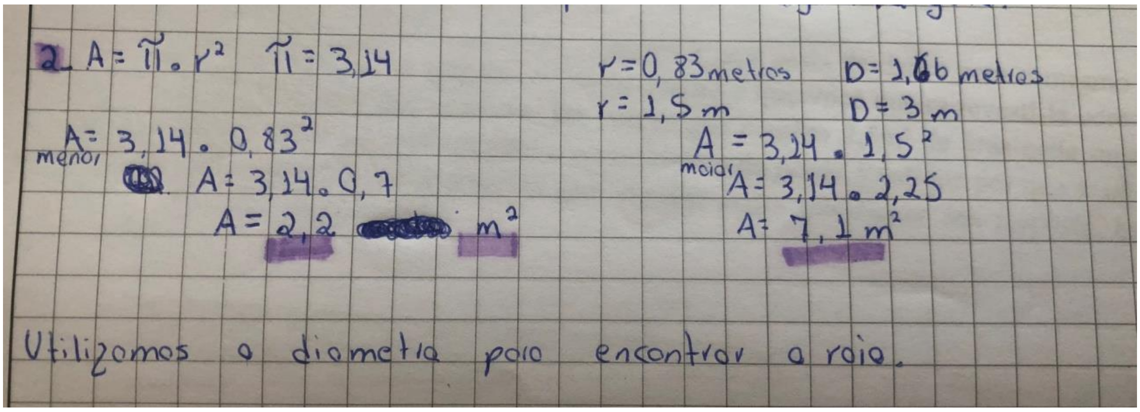
Durante as medições, observamos que a pintura da circunferência que fica no centro da quadra estava um pouco apagada por ação do tempo. Refizemos as marcações com giz para que os estudantes pudessem dar prosseguimento às medições e realizar o cálculo solicitado na questão 2. Assim como ocorreu na questão 1, houve pequenas diferenças nos resultados. Porém, o que nos chamou a atenção foi a maneira como os estudantes utilizaram os dados.

Figura 3: Registro dos alunos fazendo as medições na quadra

Fonte: Fotografada pelos autores, 2019.

Os grupos A e D mediram o diâmetro e dividiram por dois para encontrar a medida do raio, demonstrando saber a relação D = 2r, em que D refere-se à medida do diâmetro e r a medida do raio. Em seguida encontraram a área do círculo a partir da fórmula $A_c = \pi r^2$ (o valor de π utilizado foi 3,14). Os grupos B e C fizeram a medição direta do raio para realizar o cálculo.

Figura 4: Anotações do grupo D na questão 2

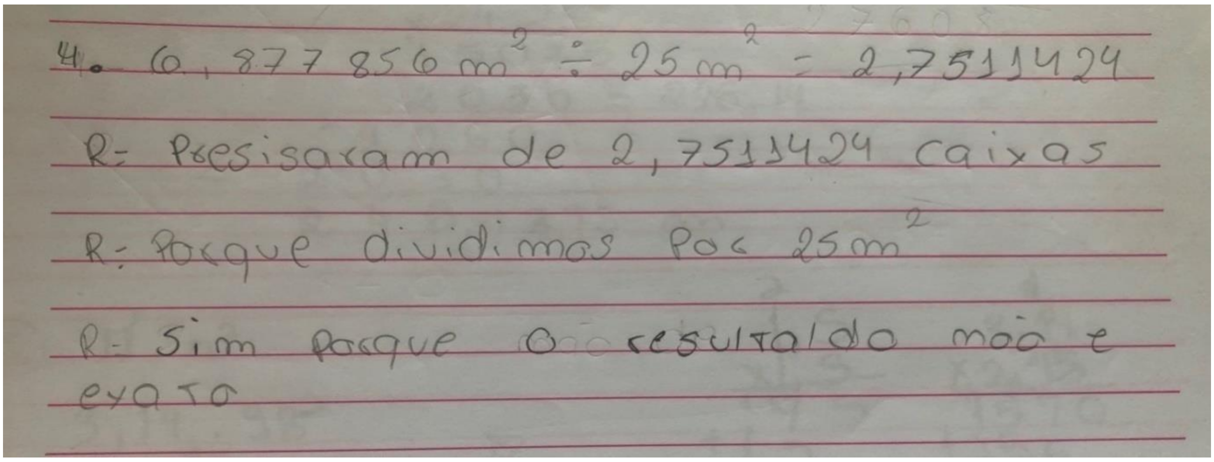


Fonte:Arquivo pessoal do pesquisador, 2019.

A questão número 3, não foi respondida pois a quadra não possuia a região do escanteio delimitada com pintura. Nosso objetivo, ao elaborar essa questão, era avaliar como os estudantes efetuariam o cálculo. Podemos supor duas possibilidades. Utilizar a fórmula para cálculo da área do setor circular, o que, na nossa opinião seria mais difícil porque é uma fórmula pouco lembrada pelos estudantes. A outra possibilidade seria pensar que a área do setor do escanteio é um quarto da área do círculo.

Já na questão 4, alguns alunos tiveram dificuldade em resolvê-la. O grupo A, fez o cálculo dividindo a área do meio campo por 25 e encontraram 2,75 caixas, o que chamou atenção, pois não pensaram de como seria na prática, pois não encontramos 0,75 caixas para comprar, e responderam que alguma pessoa poderia questionar a resposta obtida, pois o resultado não era exato. Segue abaixo o registro do grupo A:

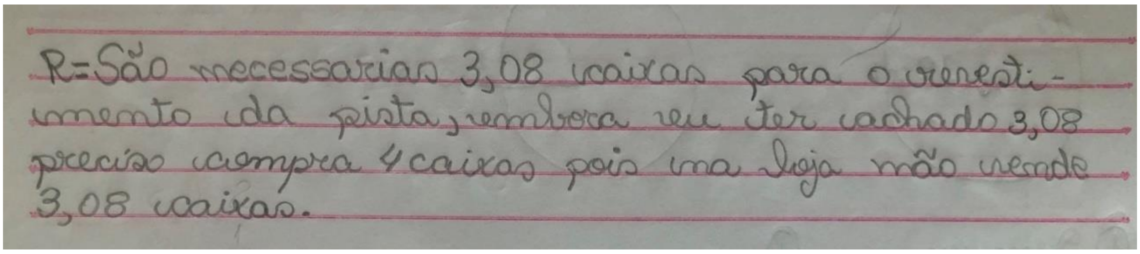
Figura 5: Anotações do grupo A na questão 4


4. $6,877856\ m^2 \div 25\ m^2 = 2,7511424$
R= Presisaram de 2,7511424 caixas
R= Porque dividimos Por $25m^2$
R- Sim porque o resultado não e exato

Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador, 2019.

O grupo B, respondeu da seguinte forma: "São necessárias 3,08 caixas para o revestimento da pista, embora eu ter achado 3,08 preciso comprar 4 caixas pois na loja não vende 3,08 caixas", pensamento diferente do grupo A.

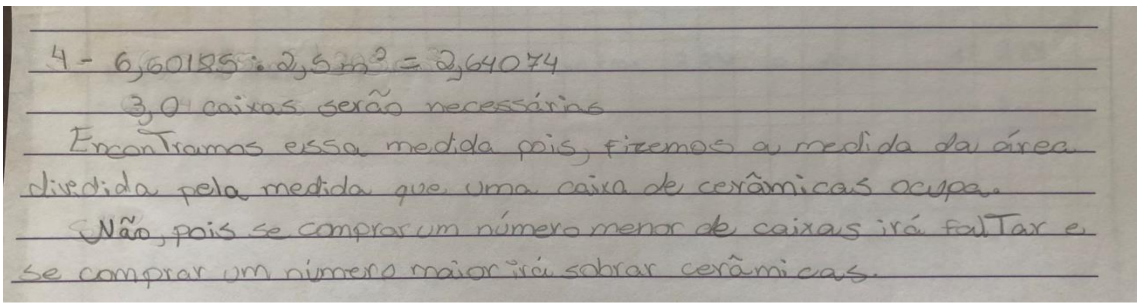
Figura 6: Anotações do grupo B na questão 4


R=São necessarias 3,08 caixas para o revesti-
mento da pista, embora eu ter achado 3,08
preciso compra 4 caixas pois na loja não vende
3,08 caixas.

Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador, 2019.

O grupo C encontrou 2,64 caixas, mas entenderam que era preciso comprar 3 caixas, eles responderam da seguinte forma: "Encontramos esssa medida pois fizemos a medida da área dividida pela medida que uma caixa de ceramicas ocupa. Não, pois se comprar um número menor de caixas irá faltar e se acomprar um número maior irá sobrar cerâmicas", o que chamou atenção foi esse final respondido pelo grupo, que iriam sobrar cerâmicas, com a aquisição das 3 caixas escolhida por eles iria sobrar, mas daria para revestir todo o chão da pista de dança.

Figura 7: Anotações do grupo C na questão 4


4 - $6,60185 : 2,5m^2 = 2,64074$
3,0 caixas serão necessárias
Encontramos essa medida pois, fizemos a medida da área
dividida pela medida que uma caixa de cerâmicas ocupa.
Não, pois se comprar um número menor de caixas irá falTar e
se comprar um número maior irá sobrar cerâmicas.

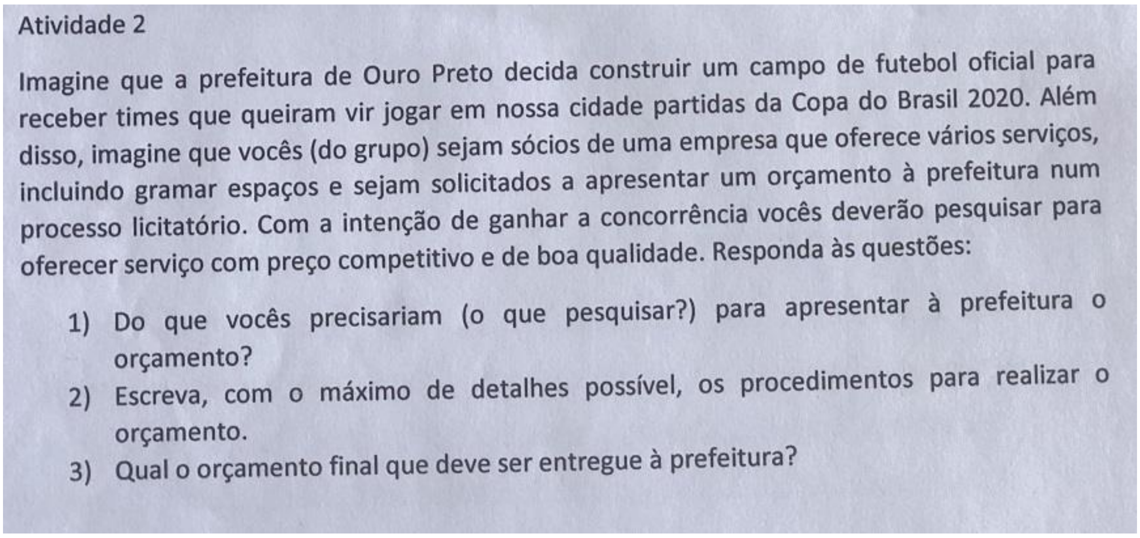
Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador, 2019.

O grupo D, respondeu: " 3 caixas, porque na loja eu não vou encontrar 2,84 só vou encontrar 3".

Segundo encontro

A segunda atividade ocorreu no dia 08/11/2019 com um total de 20 participantes. Os alunos foram divididos em grupos novamente, alguns permaneceram no mesmo grupo da atividade passada, já outros como não estavam presentes na primeira atividade foram encaixados em outros grupos. A atividade foi realizada no laboratório de informática da escola. Os alunos utilizaram os computadores e o acesso a internet para obter os dados da atividade de Modelagem.

Figura 8: Atividade segundo encontro



Atividade 2

Imagine que a prefeitura de Ouro Preto decida construir um campo de futebol oficial para receber times que queiram vir jogar em nossa cidade partidas da Copa do Brasil 2020. Além disso, imagine que vocês (do grupo) sejam sócios de uma empresa que oferece vários serviços, incluindo gramar espaços e sejam solicitados a apresentar um orçamento à prefeitura num processo licitatório. Com a intenção de ganhar a concorrência vocês deverão pesquisar para oferecer serviço com preço competitivo e de boa qualidade. Responda às questões:

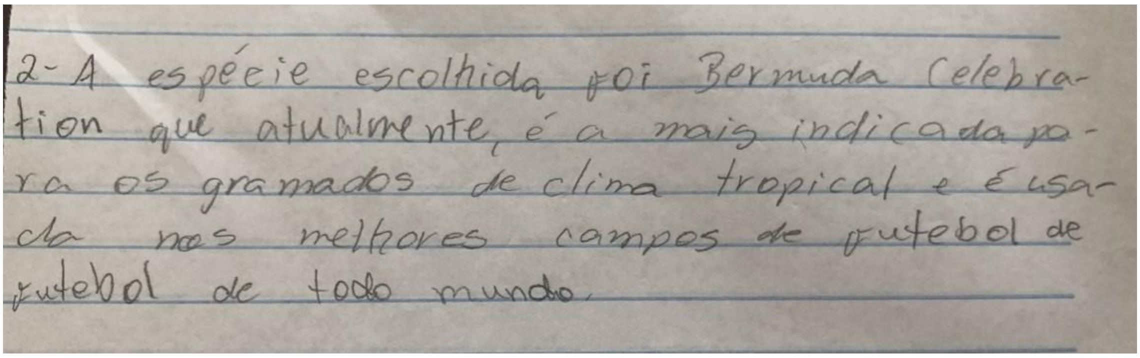
1) Do que vocês precisariam (o que pesquisar?) para apresentar à prefeitura o orçamento?
2) Escreva, com o máximo de detalhes possível, os procedimentos para realizar o orçamento.
3) Qual o orçamento final que deve ser entregue à prefeitura?

Fonte: Elaborada pelos autores, 2019.

Em um primeiro momento, os estudantes ficaram confusos em como iniciar a atividade. A tendência inicial foi de calcular a área, dando a impressão de que estavam associando essa atividade com a anterior. Mas, e a partir desse ponto, o que fazer? Nesse momento, o pesquisador apresentou algumas ideias do que pesquisar na *internet.* Comentou sobre medidas do campo, tipo de grama, preços. Após essas sugestões, os grupos iniciaram a atividade.

Todos os grupos pesquisaram as medidas oficiais dos campos de futebol de acordo com o padrão FIFA (Federação Internacional de Futebol) que varia o comprimento de 90 a 120 metros e a largura de 45 a 90 metros. Cada grupo escolheu a medida que mais identificava. O segundo passo a decidir foi o tipo de grama que seria utilizado, o grupo A escolheu a grama Esmeralda, sua justificativa foi: “porque ela chamou atenção por ser muito bonita e pelo nome”. O grupo B escolheu a grama *Bermuda Celebration*, sua justificativa foi: “Atualmente é a mais indicada para os gramados de clima tropical e é usada nos melhores campos de futebol de todo mundo”.

Figura 9: Anotações do grupo B para escolha do tipo de grama

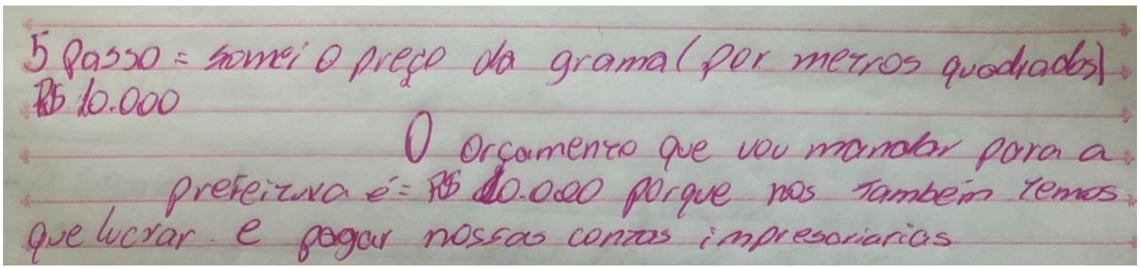

2- A espécie escolhida foi Bermuda Celebra-
tion que atualmente, é a mais indicada pa-
ra os gramados de clima tropical e é usa-
da nos melhores campos de futebol de
futebol de todo mundo.

Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador, 2019.

O grupo C escolheu a grama Esmeralda, sem justificativa. O grupo D também escolheu a grama Esmeralda: “pesquisamos qual o melhor tipo de grama para um campo de futebol e achamos essa”. Já o grupo E teve uma ideia um pouco diferente das demais optando pela grama sintética que é utilizada na Arena da Baixada, estádio do Athletico Paranaense. Após esse momento pesquisaram o preço da grama e multiplicaram pela área do campo escolhido.

Ao informar qual seria o orçamento final a ser entregue à prefeitura, a maioria dos grupos se preocupou somente com o cálculo referente ao preço da grama, deixando de levar em consideração outros aspectos da negociação como, por exemplo, o lucro da empresa, gastos com transporte, mão de obra, etc. Nesse momento, foi necessária uma intervenção do pesquisador, chamando a atenção para esse fato. Dessa forma, após algumas discussões entre os membros dos grupos, ao valor do preço da grama foram acrescentados outros. O grupo A pensou no lucro e colocaram R$10000,00 a mais.

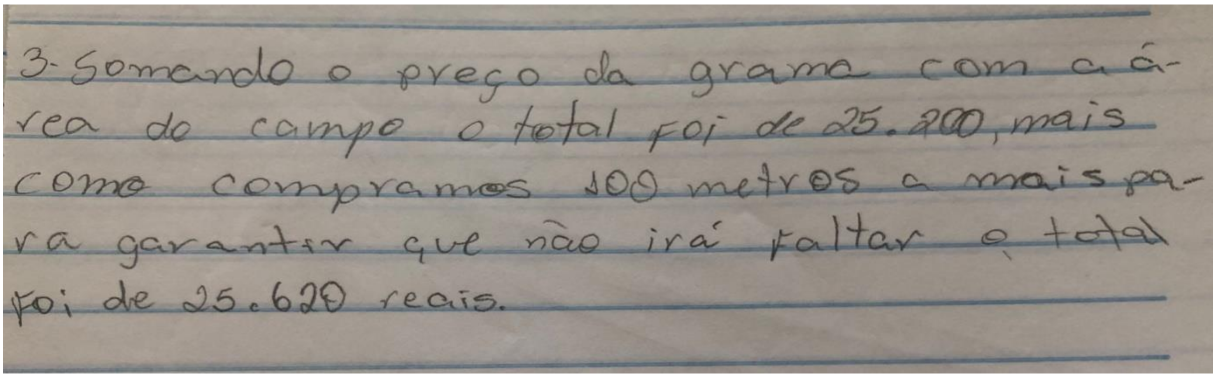
Figura 10: Anotações do grupo A para o orçamento final


5 Passo = somei o preço da grama (por metros quadrados)
R$ 10.000
O orçamento que vou mandar para a
prefeitura é = R$ 10.000 porque nós também temos
que lucrar e pagar nossas contas impresariarias

Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador, 2019

O grupo B pensou em comprar 100 metros quadrados a mais de grama, pois segundo eles, na maioria dos campos de futebol, existe uma quantidade de grama que excede o campo.

Figura 11: Anotações do grupo B para o orçamento final

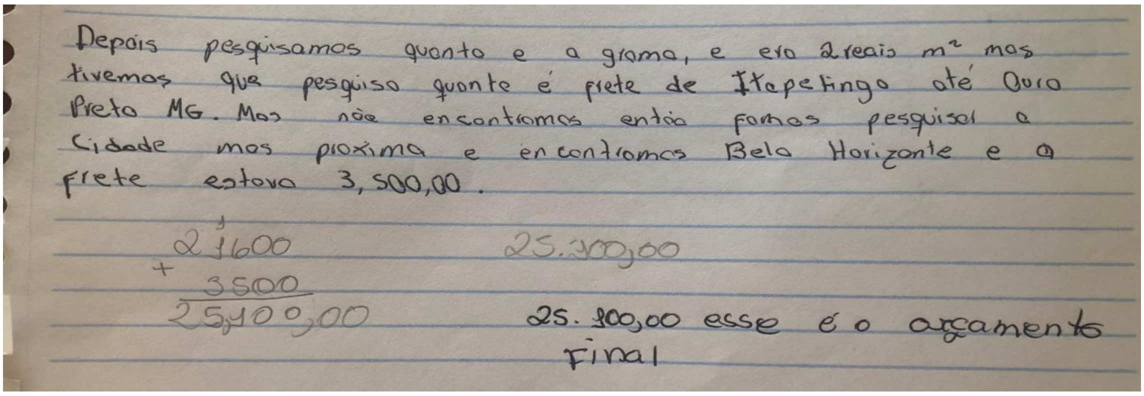


3- Somando o preço da grama com a área do campo o total foi de 25.200, mais como compramos 100 metros a mais para garantir que não irá faltar o total foi de 25.620 reais.

Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador, 2019.

O grupo C não pensou em nenhuma estratégia. O grupo D resolveu adicionar o preço do transporte no orçamento para levar a grama de Itapetinga, local onde eles iriam comprar a grama, até Ouro Preto, que ficava em torno de R$3500,00.

Figura 12: Anotações do grupo D para o orçamento final



Depois pesquisamos quanto e a grama, e era 2 reais m² mas tivemos que pesquiso quanto é frete de Itapetinga até Ouro Preto MG. Mas não encontramos então fomos pesquisar a cidade mas proxima e encontramos Belo Horizonte e o frete estava 3,500,00.

21600 + 3500 = 25100,00

25.300,00

25.100,00 esse é o orçamento final

Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador, 2019.

O grupo E não pensou em nenhuma estratégia.

Terceiro encontro

No dia 06/12/2019 ocorreu a terceira e última atividade com um total de 12 presentes. No início da aula foram feitas algumas discussões acerca das atividades anteriores. Os estudantes participaram de forma modesta. Como havíamos preparado a exibição de um vídeo sobre desmatamento na Amazônia, decidimos fazê-lo, em seguida.

O vídeo era parte de uma reportagem realizada pela BBC News. Nele, o editor de Ciência da BBC, David Shukman, estima que a área da Amazônia desmatada por minuto equivale a um campo de futebol e que, a cada dia, é desmatada uma área equivalente a dois mil campos de futebol.

A escolha do tema desmatamento se justifica pelo de fato de, naquele momento, as mídias, em particular os jornais, estarem denunciando largamente o intenso desmatamento na floresta e as consequências disso para o planeta. A animação com a figura do campo de futebol que ocorre durante o vídeo contribuiu para que os estudantes percebessem a razão pela qual realizamos as atividades anteriores. Vale lembrar que na primeira a atividade, os estudantes realizaram medidas na quadra da escola, cuja configuração, à exceção das dimensões, é muita parecida com a de um campo de futebol e que, na segunda atividade, o início das discussões travadas pelos grupos se iniciaram por uma proposta envolvendo um campo de futebol oficial.

Após a exibição do vídeo e de alguns slides contendo notícias sobre o desmatamento na Amazônia, iniciamos uma discussão em torno do que havia sido apresentado com a intenção de que os estudantes percebessem a conexão entre as três atividades. Isso não ocorreu imediatamente. Algum tempo depois, um estudante percebeu a comparação entre as áreas de desmatamento e do campo de futebol. E foram feitas algumas perguntas do tipo: "Essa área de desmatamento parece ser grande ou pequena? Por que vocês acham isso? Quais são para vocês as conseqüências do desmatamento?".

O grupo presente refletiu sobre aquela informação, chegando à conclusão de que área desmatada é mesmo muito grande. Alguns estudantes chegaram a duvidar que se desmata em média, um campo de futebol por minuto em média. Ele disse: "se eu chegar lá na floresta agora, não vai estar derrubando uma área desse tamanho por minuto. Imagina um campo de futebol sendo desmatado por minuto, é muita coisa".

Após essa pequena discussão, foram apresentadas outras informações de sites que trouxeram à tona dados sobre o desmatamento na Amazônia, comparando-os à área de um campo de futebol. Surgiram alguns comentários como, por exemplo:

"Eu não entendo porque o povo coloca fogo na mata".

"A maioria desses sites as fontes são fontes esquerdistas, não são a favor do governo, então é lógico que vão criticar mais. Mas relatar esses assuntos dentro da Matemática é bastante interessante".

Os estudantes foram convidados a expor suas opiniões acerca das consequências do desmatamento. Algumas das respostas foram: "Aquecimento global", "Sem árvore não teremos oxigênio limpo, um exemplo é São Paulo, o ar lá é poluído", " alguns animais podem entrar em extinção".

Em seguida, fizemos a seguinte pergunta à turma: Qual foi a importância que a Matemática teve nesse estudo do desmatamento da Amazônia?

“Com a Matemática, a Matemática é exata se colocar ali não tem erro não, pela Matemática da pra saber aproximado como vai estar a Amazônia daqui a 10 anos”.

“A relação dos campos de futebol, com as medidas da FIFA, pra gente ter uma noção de como é grande o desmatamento, o impacto é maior do que falar o desmatamento em unidade de medidas em quilômetros”.

Figura 13: Registros da terceira atividade

Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador, 2019.

CAPÍTULO 5

ANÁLISES

No capítulo anterior trouxemos as atividades propostas aos estudantes e informações sobre sua realização. Neste, analisaremos os dados coletados à luz de nosso referencial teórico. Para tornar nossa apresentação mais didática, essas análises serão realizadas para cada atividade.

Atividade 1

A primeira atividade foi realizada na quadra da escola, onde os estudantes fizeram algumas medições. Como parte da atividade, os grupos deveriam responder a quatro questões, apresentadas no capítulo anterior.

Para responder às questões 1, 2 e 3 os estudantes foram para fora da sala afim de efetuar medições. Ir para fora da sala realizar parte de uma atividade não é tão costumeiro em aulas de Matemática. Além disso, as respostas dadas pelos estudantes apresentam elementos interessantes e que devem considerados. As respostas dadas a essa três questões iniciais foram todas diferentes, mas todas corretas. As diferenças estão relacionadas a aproximações feitas pelos grupos e pequenas diferenças entre medidas realizadas na quadra.

Entendemos que, ao propormos questões como essa, estamos questionando o paradigma do exercício criticado por Skovsmose (2000), como formato padrão das aulas de Matemática ao redor do mundo. Nesse paradigma, dentre outras coisas, os problemas de Matemática devem ser resolvidos por um único caminho e com uma única resposta, o que não representa, necessariamente, uma verdade. Vale lembrar, por exemplo, que na questão 2, para o cálculo da área do círculo, alguns estudantes utilizaram diretamente a medida do raio e, outros, a medida do diâmetro dividida por dois, o que parece evidenciar que há caminhos diferentes a serem percorridos na resolução de um problema.

Além disso, as diferentes respostas obtidas, mas nem por isso erradas, colocam em dúvida a ideologia da certeza, ou seja, a crença de que a Matemática é algo livre da influência humana. De acordo com Borba e Skovsmose (2001):

> Nas escolas, essa crença é expressa em um sentido especial. Os currículos de Matemática usualmente adotados lidam com problemas com uma e apenas

> uma solução, um fato que reforça a ideia de que a Matemática é livre da influência humana” (BORBA; SKOVSMOSE, 2001, p. 130).

Na questão 4, a proposta continua subvertendo o paradigma do exercício. A intenção era mostrar aos estudantes que, em situações reais, nem sempre os resultados de problemas que envolvem a Matemática são exatos ou inteiros, como muito se vê nos livros didáticos. Para ilustrar, vamos considerar a seguinte questão, retirada de um livro didático.

No piso de uma sala de 5m por 4m, foram colocadas cerâmicas quadradas de 20cm de lado. Quantas caixas de cerâmica foram compradas sabendo que cada caixa contém 25 unidades?

O cálculo matemático utilizado para resolver essa questão é o mesmo utilizado pelos estudantes para responder a questão 4: efetuar a divisão de uma área por outra. Contudo, no exercício do livro, o número de caixas é 20. As respostas dos quatro grupos foram não inteiras, o que os obrigaria a refletir sobre o fato de que não seria razoável ir a uma loja e solicitar 2,75 caixas (Grupo A), 3,08 caixas (Grupo B), 2,64 caixas (Grupo C) ou 2,84 caixas (Grupo D). Os grupos B, C e D parecem ter pensado nisso e, então, arredondaram suas respostas para o inteiro mais próximo.

O grupo A manteve sua resposta de 2,75 caixas e deram uma resposta curiosa à pergunta “você acredita que alguém possa questionar sua resposta, baseado em argumentos coerentes?”, parte da questão 4. A resposta do grupo foi: “sim, porque o resultado não é exato”. Tal resposta parece evidenciar que o grupo considera que as resposta deveria ter sido um número inteiro (parece que, para eles, exato é o mesmo que inteiro), tal como ocorreu no resultado da questão retirada do livro. Isso pode ter ocorrido por eles estarem habituados a esse tipo de questão, levando-os a crer que é assim que deve ser.

Outra análise relevante sobre a decisão tomada pelo grupo A de manter a resposta de 2,75 caixas é que ela coloca e relevo a ideologia da certeza. Ainda que comprar 2,75 caixas pudesse parecer estranho aos estudantes, essa tinha sido a resposta matemática. Portanto, estava correta. Aí está o cerne da ideologia da certeza. A Matemática e seus resultados é “retratada como instrumento/estrutura estável e inquestiuonável” (BORBA; SKOVSMOSE, 2001, p. 129).

Se nossa hipótese estiver correta, ela mostra, mais uma vez, a necessidade de o professor de Matemática, em sua prática de sala de aula, possibilitar aos estudantes momentos em que possam questionar e refletir sobre resultados matemáticos. Uma prática baseada no diálogo, que pressupõe a não existência de hierarquia entre professor e estudantes, estes têm liberdade para questionar e refletir sobre esses resultados.

Voltando ao exercício retirado do livro didático, de acordo com Skovsmose (2010), ele se refere a uma semirrealidade. De acordo com o autor, exercícios baseados em uma semirrealidade são muito comuns em Educação Matemática seguindo um padrão cujas bases são acordos implícitos, entre professor e alunos. Um desses acordos é que nehuma informação externa, referente à semirrealidade é relevante para fins da resolução do exercício. Dessa forma, se algum estudante questionasse, por exemplo, se não seria necessário comprar mais do que 20 caixas, pois em uma obra realizada em sua casa o pedreiro informou que isso é necessário, devido a cortes de algumas peças, além de algumas perdas, para o professor, o estudante estaria perturbando a aula. Não há liberdade para esse tipo de questionamento. Outro acordo é que o único propósito do exercício é ser resolvido. No caso do exemplo, o que interessa é que o estudante compreenda a necessidade de uma divisão. Se isso for feito, nada mais importa. A situação criada é somente um adereço que não deve ser explorado.

Atividade 2

Consideramos esta atividade como a parte inicial da atividade de Modelagem. Ela se encaixa no Caso 2 de Modelagem (BARBOSA, 2004), descrito na parte referente à discussão sobre Modelagem Matemática. Nesse caso, o problema é formulado pelo professor, mas a coleta de dados e solução do problema é de total responsabilidade e autonomia dos estudantes, contando com pequenas ajudas do professor.

Na proposta, os estudantes deveriam apresentar à prefeitura de Ouro Preto um orçamento para os serviços necessários para gramar um campo de futebol oficial, a serem realizados por uma empresa, da qual eles eram sócios. Sugerimos, por meio de uma pergunta, que eles refletissem sobre o que seria necessário para a emissão do orçamento. Nada, além disso, foi informado no primeiro momento. Nesse dia, os estudantes se dividiram em cinco grupos, A, B, C, D e E.

Talvez, por não estarem acostumados a uma tarefa como aquela, sem muitas diretrizes e comandos do tipo “calcule”, “resolva”, “efetue”, característicos do paradigma do exercício, no primeiro momento, os estudantes ficaram confusos em como iniciar a atividade. O pesquisador interveio com perguntas do tipo: o que é necessário para o orçamento? Preço da grama? Área do campo? Etc.

Após esse momento, os estudantes iniciaram suas consultas à internet e nos surpreenderam com seus achados. Primeiro descobriram que as medidas de um campo de futebol oficial podem variar de 90 a 120 metros no comprimento e de 45 a 90 metros na largura. A escolha do tipo de grama também levou a opções interessantes. O grupo B escolheu a grama levando em consideração o clima tropical, uma variável que, provavelmente, não seria relevante em um problema com dados prontos. Outro grupo escolheu grama sintética.

Escolhido o tipo de grama e determinadas as medidas do campo, os grupos passaram a realizar pesquias na *internet* com o objetivo de comparar os preços da grama. Exceto o grupo E, que optou pela grama sintética, todos os outros decidiram comprar sementes. Já que os sites informavam a área coberta por cada pacote de sementes, os estudantes dividiram a área total do campo pela área de cobertura do pacote para obter o total de pacotes a serem adquiridos. Multiplicando esse resultado pelo preço de cada pacote, encontraram o gasto com a compra da grama.

Para todos os grupos, o valor necessário para cobrir esse gasto representava o orçamento a ser apresentado à prefeitura. Aqui, mas uma vez, foi necessária uma pequena intervenção do pesquisador, por meio de perguntas feitas aos estudantes que pudessem levá-los a refletir sobre seus resultados. Ao notar que os grupos entregariam o orçamento com valor coincidente ao do preço gasto na compra da grama, ele lançou perguntas do tipo: vocês são uma empresa, certo? Para uma empresa funcionar ela tem gastos com pagamentos de funcionários, impostos, e a própria compra da grama deve levar em consideração outras variáveis que não somente o seu preço. E o lucro da empresa? Estas perguntas serviram como provocação para que os estudantes refletissem sobre o fato de que o orçamento que eles pretendiam entregar, na realidade, levaria a empresa ao prejuízo.

A partir dessas perguntas, os grupos se mobilizaram para discutir e reavaliar o valor do orçamento. O preço da grama para o grupo A foi de R$2,00 por metro quadrado. Após discussão, o grupo decidiu acrescentar R$10.000,00 a esse valor, obtendo orçamento de R$20.000,00. O grupo B decidiu comprar 100 m^2 a mais de grama para garantir que não iria faltar. Dessa forma, o orçamento passou de R$ 25.200,00 para R$ 25.620,00. O grupo D se preocupou com o valor do frete, da cidade de Itapetinga, onde a grama seria adquirida, até Ouro Preto. O orçamento que era de R$ 21.600,00 passou, coo o acréscimo de R$ 3.500,00 do frete, para R$ 25.100,00. Os grupos C e E não apresentaram nenhum valor a ser acrescentado, de modo que o valor do orçamento coincidiu com o preço da grama.

Entendemos que essa atividade se encaixa no caso 2 descrito por Barbosa (2004), como já mencionado, uma vez que os estudantes assumiram o processo, a partir da proposta do professor. Este autor considera que a Modelagem é caracterizada como um ambiente de aprendizagem, em que a ação do professor convida os alunos a se envolverem nesse ambiente. A ideia de ambiente de aprendizagem da forma como defendida por Barbosa (2004) é muito próxima da ideia de cenários para investigação proposta por Skovsmose (2000).

A possibilidade de constituição de um cenário para investigação se inicia com um convite feito aos estudantes, mas não um convite verbalizado da forma: “convido vocês a”, “vocês estão convidados”. O convite não precisa ser explicitado nesses termos. No nosso caso, o convite foi feito a partir do momento em que propusemos aos estudantes a tarefa de calcular o orçamento. E o aceite ao convite não se dá por respostas do tipo: “nós aceitamos”, “eu aceito”. Ele é percebido a partir do momento em que os estudantes se envolvem no processo investigativo para solucionar o problema proposto. Na atividade de Modelagem do presente estudo, entendemos que os estudantes aceitaram o convite, pois se envolveram no processo investigativo para calcular o orçamento.

Dessa forma, acreditamos que a atividade de Modelagem desse estudo se deu por meio de um cenário para investigação baseado em uma semirrealidade. Embora na perspectiva sociocrítica da Modelagem sejam privilegiados problemas reais, Skovsmose (2010) considera que problemas baseados na semirrealidade podem ser mote para a constituição de um cenário para investigação, desde que a proposta não esteja no paradigma do exercício.

Alguns aspectos particularmente importantes da atividade de Modelagem desse estudo, que são considerados por Skovsmose (2010) como fundamentais em um cenário para investigação, são a participação ativa dos estudantes no processo de aprendizagem, a mudança no padrão de comunicação em sala de aula e o fato de o processo ser aberto, ou seja, resultados e conclusões não são dados de antemão.

Atividade 3

Essa atividade, juntamente com a anterior (laboratório), compõe o que foi a atividade de modelagem, propriamente dita. Na parte realizada no laboratório os estudantes se envolveram em cenários para investigação, com o objetivo de entregar um orçamento à prefeitura de Ouro Preto, relativo aos serviços para gramar um campo de futebol oficial a ser construído na cidade.

Na segunda parte, que se refere à atividade 3, as discussões giraram em torno do vídeo sobre desmatamento exibido aos estudantes. Após a exibição, os estudantes foram convidados a falar de suas impressões acerca do que haviam assistido em um clima de diálogo, mas no sentido considerado por Alrø e Skovsmose (2006). Para estes autores, o diálogo é uma simples conversa entre pessoas, mas uma conversação que visa à aprendizagem. Está longe de ser uma conversa no padrão sanduíche. "Dialogar é mais do que um simples ir e vir de mensagens; ele aponta para um tipo especial de processo em que os participantes "se encontram", o que implica influenciar e sofrer mudanças (CISSNA; ANDERSON, 1994, apud ALRØ; SKOVSMOSE, 2006, p. 119-120).

Essas mudanças podem ter vindo no sentido de tentar desenvolver nos estudantes a Matemacia, ou seja, à capacidade de interpretar o mundo por meio da Matemática, Skovsmose (2012). Assistir ao vídeo e conectá-lo ao que já havia sido desenvolvido nas atividades anteriores aproxima o que foi estudado em sala, dando significado a isso. A reportagem comparava a área de desmatamento à área de campos de futebol, possibilitando aos estudantes uma compreensão do tamanho desse crime ambiental. O impacto dessa informação levou um estudante a duvidar dos dados. Ele disse "se eu chegar lá na floresta agora, não vai estar derrubando uma área desse tamanho por minuto. Imagina um campo de futebol sendo desmatado por minuto, é muita coisa".

A compreensão dos danos gerados pelo desmatamento contribui até mesmo para um posicionamento político dos estudantes, diante de problemas sociais. Uma estudante disse: "Eu não entendo porque o povo coloca fogo na mata", evidenciando certa indignação com o fato. Ainda que pareça despretensiosa, essa fala da estudante reflete um posicionamento reflexivo sobre o desmatamento.

Sobre as consequências do desmatamento, alguns estudantes responderam: "Aquecimento global", "Sem árvore não teremos oxigênio limpo, um exemplo é São Paulo, o ar lá é poluído", " alguns animais podem entrar em extinção", evidenciando que percebem os estragos desse problema para a sociedade. Essas ideias dos estudantes, acrescidas das informações do vídeo e das discussões em grupo, podem ter gerado um processo de empowerment, na medida em que muniu os estudantes de conhecimentos que contribuem para um sentimento de confiança nas discussões sobre o tema. Para Powell (2017, p. 12) considera que "a aprendizagem de Matemática e a utilização da Matemática podem servir de ferramenta para que uma pessoa ou comunidade desenvolva seu empowerment."

Não estamos dizendo que os estudantes, ao participarem dessas discussões, adquiriam conhecimentos profundos sobre questões relacionadas ao desmatamento. O que defendemos é que o professor de Matemática, em sua prática de sala de aula, promova momentos em que traga à tona, a partir de atividades matemáticas, problemas que, de alguma forma, fazem parte da vida dos estudantes e sobre os quais se devem discutir para uma formação que o habilite a ser um cidadão mais consciente e que se posiciona diante deles.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Matemática tem sido vista como uma ciência acima de todas. Resultados matemáticos raramente são questionados, funcionando como o argumento definitivo para, por exemplo, a tomada de decisões em várias situações. Além de muitas vezes gerar processos de exclusão, esse poder atribuído à Matemática engessa a prática do professor e dificulta que o estudante protagonize o processo de aprender Matemática. Estando tudo pronto e acabado quando se trata do ensino aprendizagem de Matemática, o que resta ao estudante fazer? Sentar-se, ouvir, responder, mas não questionar, reproduzir...

Na contramão dessa Educação, que pode ser considerada “bancária”, no sentido freireano do termo, as atividades de Modelagem na perspectiva sociocrítica, proposta nesse estudo, pretenderam desvelar contribuições para a formação crítica dos estudantes, em relação à Matemática, utilizando geometria e o tema desmatamento.

A ideia foi mostrar uma sequência de três atividades, independentes, mas inter-relacionadas, que permitissem aos estudantes, além de aprender e rever conteúdos matemáticos, discutir problemas sociais, como o desmatamento. As contribuições desveladas pelos estudos estão em diálogo com o que se discute em estudos de Modelagem na perspectiva sóciocrítica.

A seguir, apresentaremos as contribuições que, na visão do pesquisador, emergiram da pesquisa:

1 – Experiência com formato livre de divisão dos grupos aumentando a autonomia do estudante

Em todas as atividades, a composição dos grupos não foi determinada pela professora ou pelo pesquisador. As escolhas de membros foram realizadas pelos próprios estudantes, além das atribuições de tarefas e tomadas de decisão. A mínima interferência de agentes externos obrigava que os estudantes fossem responsáveis pelas decisões, respondendo por elas. Isso, ao mesmo tempo, aumentava a responsabilidade pelas suas ações, mas aumentava sua autonomia, característica importante para a formação de cidadãos mais livres e críticos.

2 – Percepção da importância dos conhecimentos de geometria em situações reais

As três atividades possibilitaram aos estudantes um uso prático dos conhecimentos matemáticos de geometria. Na primeira, os conhecimentos relacionados a cálculos de área foram fundamentais. Na segunda, além do cálculo de áreas, foram necessários conhecimentos de operações básicas para resolver questões que surgiram após reflexões elaboradas pelos estudantes, nos grupos. Na terceira atividade, os conhecimentos adquiridos na segunda atividade contribuíram para uma compreensão dos efeitos danosos do desmatamento na Amazônia em uma perspectiva crítica.

3 – Vivências de situações que se constituíram em cenários para investigação

Aulas de Matemática que se inserem no paradigma do exercício têm um formato engessado. O professor explica o conteúdo, os alunos ouvem, o diálogo, quando existe, encaixa-se no padrão sanduíche. Em seguida, os estudantes cumprem uma lista de exercícios, de forma mecânica, geralmente com resposta única.

Na atividade 1 os estudantes puderam, a partir da proposta, perceber que há situações em que uma atividade pode ter mais de uma resposta, todas corretas, questionando a ideologia da certeza matemática.

Na atividade 2, o envolvimento da maior parte dos estudantes permitiu que eles participassem de cenários para investigação, trabalhando com bastante autonomia a partir de intervenções pontuais do pesquisador.

4 – Desenvolvimento de aspectos relacionados à Matemacia

O desenvolvimento da Matemacia permite ao estudante adquirir competências para questionar o poder da Matemática em várias situações. Entendemos que todas as atividades contribuíram para a aquisição de parte dessas competências, na medida em que tiveram contato com situações em que verdades cristalizadas sobre a Matemática, muitas delas caracterizando o paradigma do exercício, foram questionadas.

Particularmente na atividade 3, ao promover discussões acerca do desmatamento, associando-as à Matemática parece ter alargado a capacidade dos estudantes em termos argumentação nas discussões sobre o tema. Particularmente, entendemos que houve desenvolvimento do empowerment dos estudantes, ou seja, a confiança para discutir com mais propriedade sobre determinado tema.

Naturalmente este estudo teve limitações e percalços. Na última atividade havia poucos estudantes, incluindo alguns que não haviam participado das atividades anteriores, comprometendo uma discussão ainda mais rica sobre o desmatamento da Amazônia. De qualquer forma, como desdobramento, outros estudos poderão ser realizados para incrementar os resultados obtidos nesse.

REFERÊNCIAS

ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática.** Autêntica, 2006Ø.

ARAÚJO, J. L. Cálculo, Tecnologias e Modelagem Matemática: as discussões dos alunos.**Tese** de doutorado em Educação Matemática – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro,2002.

ARAUJO, J. L. Uma Abordagem Sócio-Crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. **Alexandria: Revista de educação em ciência e tecnologia**, v.2, n.2, p.55-68, jul. 2009.

ASSIS, A. K. T.; MAGNAGHI, C. P. O método ilustrado de Arquimedes: utilizando a lei de alavanca para calcular áreas, volumes e centro de gravidade. Campinas: Apeiron Montreal. 2014.

BALDISSERA, A. A Geometria trabalhada a partir da construção de figuras e sólidos geométricos.**Portal Dia a Dia Educação**, Secretaria da Educação do Paraná, 2008.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como?. **Veritati,** n.4, p.73-80, 2004.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. 2. ed. São Paulo: Contexto, 2004.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. 4. ed. São Paulo: Contexto, 2005. 127p.

BORBA, M. C.; SKOVSMOSE, O. **A ideologia da certeza em educação matemática.** In: SKOVSMOSE, O. Educação Matemática Crítica: a questão da democracia. Campinas: Papirus, 2001. p.127-148.

BOYER, Carl. B. **História da Matemática.** São Paulo. Edgard Blücher, Ltda., 1974.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: matemática / Secretaria de Educação Fundamental – Brasília: MEC/SEF, 1998. 152p.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**: Ensino Fundamental. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2017a.

BURAK, D. Modelagem Matemática: Ações e Interações no Processo de ensino aprendizagem. Campinas, 1992. 329f. **Tese** (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação. Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.

CEOLIM, A. J.; HERMANN, W. Ole Skovsmose e sua educação matemática crítica. **Paranaense de Educação Matemática,** Campo Mourão-PR, v.1, n.1, p. 9-20, jul./dez. 2012.

EVES, H. Geometria: **Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula.** Geometria Tradução Higino H Domingues. São Paulo, Atual, 1997.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do oprimido**. Rio de Janeiro: Editora Paz e Terra, 2000.

GARBI, Gilberto Geraldo**. A Rainha das Ciências**. Um Passeio Histórico pelo Maravilhoso Mundo da Matemática. São Paulo: Livraria da Física, 2006.

GASPAR, M. T. J. **Aspectos do desenvolvimento do pensamento geométrico em algumas civilizações e povos e a formação de professores.**2003. 318 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

GEOMETRIA e sua história, Brochura de Geometria. Disponível em: http://www.amma.com.pt/cm/af33/trf1/geo10_p33-39.htm

JACOBINI, O. R. & WODEWOTZKI, M. L. L. Uma Reflexão sobre a ModelagemMatemática no Contexto da Educação Matemática Crítica. In: **Boletim de EducaçãoMatemática**, ano 19, nº 25, 2006, p.71-88.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B. A global survey of international of perspectives on modelling in mathematics education. **ZDM – The International Journal on Mathematics Education**, Eggenstein, Leopoldshafen, v. 38, n. 3, p. 302310, 2006.

KLUBER, T. E. Um Olhar Sobre a Modelagem Matemática no Brasil Sob Algumas Categorias Fleckianas. **Alexandria Revista de Educação em Ciências e Tecnologia**, v.2, n. 2, p. 219-240, 2009.

MELZER, E. E. M.; SILVEIRA, E. Modelagem e temas transversais: a promoção da Educação Matemática segundo os PCN. In: VII Congresso Iberoamericano de Educação Matemática, 2013, Montevideo, Uruguai. **Anais...** Montevideo, 2013.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e conseqüências. **Zetetiké**, Campinas, n.1, p.7-17, 1993.

PEIXOTO, D. G. K.; LIMA, R. M. B.; COSTA, W. C. L. Geometria: uma abordagem histórica e lúdica em sala de aula. **Coinspiração: revista de professores que ensinam matemática**, v.1, n.1, p. 211-220, jan./jun. 2018.

PIASESKI, C. M. **A Geometria no Ensino Fundamental**. 2010. 36 f. Monografia (Licenciatura em Matemática) – Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões, Erechim.

SILVA, C.; KATO, L. A. Quais Elementos Caracterizam uma Atividade de Modelagem Matemática na Perspectiva Sociocrítica?. **BOLEMA,** Rio Claro-SP, v.26, n.43, p.817-838, ago. 2012.

SKOVSMOSE, O. Cenários para Investigação. **BOLEMA,** Rio Claro-SP, v.13, n.14, p. 66-91. 2000. Tradução: BARBOSA, J. C.

TORISU, E. M. A educação matemáticacrítica na visão de Arthur Powell. **Paranaense de Educação Matemática,** Campo Mourão-PR, v.6, n.11, p.07-17, jul./dez. 2017.