

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO**

**Graduação em Matemática**

**BEATRYZ EMÍLIA DE MATOS**

**O *SOFTWARE* GEOGEBRA COMO RECURSO PARA O  
ENSINO DE VOLUMES DE FIGURAS ESPACIAIS: O QUE  
DIZEM AS PESQUISAS**

**OURO PRETO –MG**

**2020**

**BEATRYZ EMÍLIA DE MATOS**

**O *SOFTWARE* GEOGEBRA COMO RECURSO PARA O  
ENSINO DE VOLUMES DE FIGURAS ESPACIAIS: O QUE  
DIZEM AS PESQUISAS?**

Trabalho de Conclusão de curso apresentado à Banca Examinadora, como exigência parcial à obtenção do Título de Licenciada em Matemática pela Universidade Federal de Ouro Preto, sob orientação do Prof. Dr. Edmilson Minoru Torisu.

**OURO PRETO – MG**

**2020**

SISBIN - SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO

M433s Matos, Beatryz Emilia de .

O Software GeoGebra como recurso para o ensino de volumes de figuras espaciais [manuscrito]: o que dizem as pesquisas. / Beatryz Emilia de Matos. - 2020.

42 f.: il.: tab..

Orientador: Prof. Dr. Edmilson Minoru Torisu.

Monografia (Licenciatura). Universidade Federal de Ouro Preto. Instituto de Ciências Exatas e Biológicas. Graduação em Matemática .

1. GeoGebra (Software). 2. Percepção de volume. 3. Geometria espacial . I. Torisu, Edmilson Minoru. II. Universidade Federal de Ouro Preto. III. Título.

CDU 519.6

Bibliotecário(a) Responsável: Celina Brasil Luiz - CRB6-1589



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO  
REITORIA  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS  
DEPARTAMENTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

**FOLHA DE APROVAÇÃO****Beatryz Emília de Matos****O SOFTWARE GEOGEBRA COMO RECURSO PARA O ENSINO DE VOLUMES DE FIGURAS ESPACIAIS: O QUE DIZEM AS PESQUISAS?**

Membros da banca

Edmilson Minoru Torisu - Doutor em Educação - Universidade Federal de Ouro Preto - Orientador  
Frederico da Silva Reis - Doutor em Educação - Universidade Federal de Ouro Preto  
Marli Regina dos Santos - Doutora em Educação Matemática - Universidade Federal de Ouro Preto

Versão final

Aprovado em 11 de setembro de 2020

De acordo

Professor (a) Orientador (a)

Edmilson Minoru Torisu



Documento assinado eletronicamente por **Edmilson Minoru Torisu, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 13/10/2020, às 16:25, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [http://sei.ufop.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **0092216** e o código CRC **D64F993A**.

**Referência:** Caso responda este documento, indicar expressamente o Processo nº 23109.007742/2020-13

SEI nº 0092216

R. Diogo de Vasconcelos, 122, - Bairro Pilar Ouro Preto/MG, CEP 35400-000  
Telefone: - www.ufop.br

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a Deus, sobre todas as coisas e em primeiro lugar por me proteger e me guiar nessa caminhada.

Aos meus pais, Armando e Fernanda, e irmãs, Bi e Duda, pelo apoio, compreensão, amor e por toda força que recebi de vocês.

Aos amigos que tive o privilégio de conhecer, em especial Cyndi e Luhan.

Aos membros da banca examinadora, professor Dr. Frederico da Silva Reis e professora Dra. Marli Regina dos Santos, pelas valiosas contribuições dadas para a melhoria do trabalho.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Edmilson Minoru Torisu, por toda paciência, dedicação e por não ter desistido deste trabalho e de mim.

## RESUMO

Esta pesquisa bibliográfica, de cunho qualitativo, teve como propósito desvelar e analisar as contribuições de pesquisas que utilizaram o GeoGebra para ensino de volume de sólidos geométricos, de 2012 a 2020. Os dados foram coletados em dissertações de mestrado selecionadas no banco de dissertações e teses, na página da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). Em um primeiro filtro, para determinação das dissertações a serem analisadas, foram utilizadas as palavras-chave: GeoGebra, volume, sólidos geométricos. Após a primeira seleção, como segundo filtro, foram analisados os títulos e resumos das dissertações, que nos permitiu selecionar, para leitura mais acurada, dezesseis trabalhos, que constituíram nosso *corpus* de análise. Em um primeiro momento, informações como ano de defesa, objetivo, público alvo, metodologia e resultados, foram organizados em uma tabela. A partir da leitura cuidadosa dos dados nela contidos, emergiram dois eixos de análise, denominados Metodologia e Resultados, cada um deles composto por categorias estabelecidas por similaridade de dados. No eixo Metodologias, concluímos que as pesquisas utilizaram sequências didáticas, ambientes de aprendizagem, conteúdos do ensino superior, comparações entre recursos para o ensino de geometria espacial, dentre outros. No eixo Resultados, concluímos que as pesquisas enfatizam a importância do GeoGebra para visualização e pensamento geométrico, construção e compreensão do conceito de volume e das fórmulas para o seu cálculo, motivação do aluno, desenvolvimento da autonomia, construção do próprio conhecimento e professor como mediador, compreensão de conteúdos do ensino superior, dentre outras.

Palavras chave: GeoGebra, sólidos geométricos, Volume

## **ABSTRACT**

This qualitative bibliographic research aimed to unveil and analyze the contributions of researches that used GeoGebra to teach the volume of geometric solids, from 2012 to 2020. Data were collected in master's theses selected in the dissertation and thesis database, on the page of the Coordination for the Improvement of Higher Education Personnel (CAPES). In a first filter, the keywords were used: GeoGebra, volume, geometric solids. After the first selection, as a second filter, the titles and abstracts of the dissertations were analyzed, which allowed us to select, for more accurate reading, sixteen works, which constituted our corpus of analysis. At first, information such as year of defense, objective, target audience, methodology and results, were organized in a table. From the careful reading of the data contained therein, two axes of analysis emerged, called methodology and results, each composed of categories of similarities. In the methodology axis, we concluded that the research used didactic sequences, learning environments, higher education content, comparisons between resources for teaching spatial geometry, among others. In the results axis, we conclude that the research emphasizes the importance of GeoGebra for visualization and geometric thinking, construction and understanding of the concept of volume and formulas for its calculation, student motivation, development of autonomy, construction of own knowledge and teacher as mediator, understanding of higher education content, among others.

Keywords: GeoGebra, geometric solids, Volume

## **LISTA DE QUADROS**

<b>Quadro 1 - Etapas da Revisão Bibliográfica .....</b>	<b>21</b>
<b>Quadro 2 – Apresentação dos dados .....</b>	<b>23</b>



## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>08</b>
<b>CAPÍTULO 1: A UTILIZAÇÃO DA TECNOLOGIA DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E SUAS FASES .....</b>	<b>12</b>
<b>1.1 FASES DA TECNOLIA DIGITAL .....</b>	<b>14</b>
<b>1.2 GEOGEBRA .....</b>	<b>18</b>
<b>METODOLOGIA .....</b>	<b>20</b>
<b>CAPÍTULO 2: APRESENTAÇÃO DOS DADOS .....</b>	<b>23</b>
<b>CAPÍTULO 3: ANÁLISE DOS DADOS .....</b>	<b>27</b>
<b>3.1 O EIXO METODOLOGIAS .....</b>	<b>31</b>
<b>3.2 O EIXO RESULTADOS .....</b>	<b>33</b>
<b>CONSIDERAÇÕES .....</b>	<b>34</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>35</b>

## INTRODUÇÃO

Durante meu Ensino Médio, realizado em uma escola federal de curso técnico integrado, sempre me destaquei na disciplina de Matemática. Era a disciplina da qual eu mais gostava e, por consequência, à qual eu mais me dedicava e obtinha as melhores notas. Naquela época, optei pelo curso de automação industrial, que envolvia o uso de tecnologias, como, por exemplo, os processos motores e elétricos. Contudo, não tive a oportunidade de ter aulas que utilizassem as Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) no ensino de aprendizagem de Matemática.

A boa relação que havia estabelecido com a disciplina me fez escolher, à época de iniciar meus estudos em nível superior, o curso de Licenciatura em Matemática. Já na graduação, a partir do terceiro período, comecei a ter contato com as TIC, em particular o *software* GeoGebra, nas disciplinas de Cálculo II e Geometria Espacial.

Naquele momento, tomei consciência do quão difícil seria compreender muitos conteúdos sem o auxílio desses recursos e, mais que isso, como esse mecanismo poderia auxiliar e ser uma possibilidade pedagógica em salas de aula do Ensino Básico. Isso me levou a escolher, para o tema do meu trabalho de conclusão de curso (TCC), o uso do GeoGebra para o ensino de volumes de sólidos geométricos.

É inegável a importância das TIC no mundo globalizado. Particularmente nas escolas, elas podem mudar o cotidiano das salas de aula, sobretudo porque os estudantes de hoje, chamados nativos digitais, já nasceram em uma época marcada pelo intenso uso de tecnologias desse tipo. A inserção das TIC na sala de aula auxilia na compreensão de certos conteúdos que seriam difíceis de serem abordados e entendidos utilizando apenas lápis e papel, em particular, nas aulas de matemática. As TIC possibilitam melhor visualização, manipulação e criação de objetos, além de instigar os alunos a explorar e investigar em um ambiente mais interativo, diferente de uma aula expositiva. Sociedade e tecnologias parecem, nos dias atuais, quase como indissociáveis. Para Miranda e Laudares (2007) “a sociedade e a tecnologia estão integradas e a tecnologia tornou-se o aspecto dominante da civilização” (MIRANDA; LAUDARES, 2007, p. 73).

Voltando à importância das TIC em sala de aula, é importante destacar que o professor tem um papel importante como aquele que decide sobre o seu uso, ou não, como ferramenta que pode contribuir para a aprendizagem dos estudantes. Caso o professor opte por utilizar as TIC em suas aulas, deve ter claro que o seu uso não se resume a apenas submeter os alunos a um ambiente favorável às ferramentas tecnológicas, mas sim a realizar a integração das mesmas ao projeto pedagógico (LEMKE; SILVEIRA; SIPLE, 2016). Nesse sentido, Bittar (2010), considera que

Integrar a informática ao processo de ensino implica em usar este instrumento da mesma forma como são usados, por exemplo, o giz ou o livro didático. (...) Dizemos que o professor integrou a informática à sua prática pedagógica quando ele faz uso deste instrumento em diversos momentos do processo de ensino, sempre que considera necessário e de forma a contribuir com o processo de aprendizagem do aluno (BITTAR, 2010, p. 595).

Portanto, ele deve perceber como e quando inserir as TIC no planejamento pedagógico de uma forma didática (MIRANDA, BLAUDARES, 2007). Embora seja desejável que os professores utilizem as TIC em suas aulas, isso não é uma tarefa fácil. Depende da mobilização dos governos, responsáveis por políticas públicas que visem à formação dos professores para os desafios impostos pelo uso adequado das TIC além de apoio em termos de estrutura e manutenção.

De outro lado, tem-se percebido um aumento no número de trabalhos acadêmicos com foco no uso de TIC na área da Educação Matemática, particularmente em sala de aula de Matemática. O conhecimento desses trabalhos, em boa parte com possibilidades de aplicação em sala de aula, pode encorajar professores a realizar investidas nas turmas em que atuam, no sentido de possibilitar aos estudantes, novas experiências de aprendizagem.

Essas ideias, aliadas ao meu interesse pelo tema, me levou a realizar uma pesquisa bibliográfica em torno de pesquisas que tenham utilizado o GeoGebra como recurso para o ensino de volumes de sólidos geométricos em aulas de Matemática, no período de 2012 a 2020. As categorias que emergiram da análise dos dados revelaram muitas informações importantes sobre o tema e que permitiram responder à seguinte questão investigativa: *o que as pesquisas que utilizaram o GeoGebra para ensino de volume de sólidos geométricos, de 2012 a 2020, têm a nos mostrar.*

Entendemos que a resposta à essa indagação poderá contribuir para que essa pesquisa seja fonte de informações sobre o tema para outros pesquisadores e professores, além de encorajar a prática com a utilização das TIC, em particular, o *software* GeoGebra.

O trabalho está assim dividido, a partir desse momento: inicialmente uma breve discussão sobre a utilização de TIC em Educação, seguida de um histórico sobre as fases das tecnologias digitais em Educação Matemática e uma breve apresentação do *software* de geometria dinâmica GeoGebra. Em seguida, apresentaremos os trabalhos utilizados para compor para análise. Logo depois, os aspectos metodológicos. A análise dos trabalhos virá em seguida. Por fim, algumas considerações finais e as referências bibliográficas.

## **CAPÍTULO 1**

# **A UTILIZAÇÃO DA TECNOLOGIA DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E SUAS FASES**

A princípio, a ideia de avanço nas escolas com instalação e acesso a meios tecnológicos, como os computadores, foi motivo de euforia para a comunidade escolar, mas de insegurança para muitos docentes. Essa insegurança existia de duas formas. Uma delas estava relacionada à ameaça quanto à perda de seus cargos, afinal, muitos acreditavam que a máquina poderia substituir o trabalho do homem, inclusive no ensino. Outra se relacionava ao desconhecimento do novo. Como o professor poderia ensinar aos estudantes algo (ou usando algo) que nem mesmo ele sabia manipular? A opção para não enfrentar esse desafio era ficar em sua zona de conforto, sem se arriscar em algo novo e mantendo-se em uma postura de segurança.

A despeito desses problemas iniciais, não podemos negar a importância das ferramentas tecnológicas na mediação entre os conteúdos e aprendizagem do aluno.

Em um mundo globalizado, a maioria das pessoas está conectada todo o tempo, com tudo e todos. Hoje podemos nos reunir com várias pessoas de várias partes do mundo “cliqueando” em apenas alguns botões do celular, da sala da nossa casa, situação que parecia utopia há poucos anos.

As informações nos chegam a todo momento e de forma muito rápida. Somos instados cotidianamente a dar conta do que acontece no mundo. As redes sociais, que ganharam espaço na agenda das pessoas, criam um emaranhado de relações que dificilmente seriam possíveis outrora. A facilidade para conseguir informações por meio de milhares de sites dá-nos a impressão de que a escola é algo que ficou para trás e, com ela, o professor. Será que isso é verdade? Acreditamos que não, pois, ao contrário, ela parece ainda mais importante para ensinar a encontrar informações relevantes dentre tantas que são disponibilizadas.

Contudo, seria ingênuo ignorar a importância das TIC para o ensino, incluindo o de Matemática. O professor precisa estar preparado para lidar com esse novo cenário, mas parece haver um descompasso entre os avanços tecnológicos, que são rápidos, e a escola, que

parece mais lenta na promoção de suas mudanças. Políticas públicas que promovam a capacitação de professores para lidar com as tecnologias em sala de aula podem amenizar dificuldades atreladas à sua implementação. As pesquisas em Educação Matemática, sobretudo aquelas que possam iluminar a prática do professor no que se refere ao uso de tecnologias, também são bem-vindas para promover o diálogo e a compreensão sobre o tema e mitigar um problema ao qual não podemos fechar os olhos, quanto à real inclusão das TIC no ensino.

Os PCNs para o Ensino Médio fazem referência à importância do uso da informática no ensino. Eles destacam que:

Em síntese, a informática encontra-se presente na nossa vida cotidiana e incluí-la como componente curricular da área de Linguagens, Códigos e suas Tecnologias significa preparar os estudantes para o mundo tecnológico e científico, aproximando a escola do mundo real e contextualizado (BRASIL, 2000, p. 61)

Embora o termo TIC nos remeta mais especificamente ao uso de computadores, atualmente outros aparatos tecnológicos se juntam aos computadores para compor um conjunto de possibilidades para os professores e estudantes: smartphones, tablets, lousa digital e, junto com isso, a internet, *softwares*, como os de geometria dinâmica, etc.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), promulgada em 2017, ressalta que é necessário aos educadores saberem transmitir conhecimento aos alunos por meio de tais tecnologias. Faz-se necessário um novo modo de ensinar que deixa para trás padrões ultrapassados, mas que se torna um desafio ao professor que precisa se adaptar a uma nova forma de ensinar e para a qual não teve formação.

O uso das TIC pode ter por objetivos mudar o processo de ensino e auxiliar na aprendizagem; possibilitar inclusão digital, permitindo o acesso dessas tecnologias a todos os alunos e preparando-os para o mercado de trabalho, uma vez que os recursos tecnológicos estão sempre em avanço; facilitar a visualização e entendimento de alguns conteúdos matemáticos; aumentar o interesse dos alunos e otimizar o tempo.

Assim, a atuação ativa do professor para construção do conhecimento do aluno com uso de TIC pode proporcionar ao estudante um ensino de melhor qualidade. Contudo, para que isso ocorra, o professor precisa estar em constante formação para saber lidar com as novas questões e dúvidas que surgirão e estar preparado para sair da zona de conforto

(PENTEADO).

Deseja-se que, no ensino com as TIC, o estudante não assuma papel de coadjuvante apenas recebendo informações depositadas em seu cérebro, a exemplo da Educação bancária criticada por Freire (2000). As TIC devem ser utilizadas como instrumento que promove a imaginação e constrói conhecimento, onde professor e aluno aprendem juntos. O professor deixa de ser o transmissor de conteúdos para construí-los com a turma.

### 1.1. FASES DA TECNOLOGIA DIGITAL

A palavra tecnologia provém de uma junção do termo *tecno*, do grego *techné*, que é saber fazer, e *logia*, do grego *logus*, que significa razão, ou seja, tecnologia significa a razão do saber fazer. Em outras palavras, tecnologia é o estudo da técnica, da própria atividade do modificar, do transformar, do agir (VERASZTO *et al* 2008).

Considerando esta definição, lápis e papel são tecnologias porque são técnicas que modificaram/modificam o conhecimento de todos nós. As tecnologias sempre estiveram presentes na história da humanidade, refletindo dado momento histórico. Elas foram surgindo de acordo com as necessidades que emergiam.

De acordo com Lévy (1993), citado por Conceição, Marinho, Ferreira e Torisu (2020), o uso de diferentes tecnologias permite um salto qualitativo no processo de extensão da memória. Ele cita o exemplo da oralidade, que em determinado período histórico era a tecnologia mais importante. O surgimento da escrita estendeu qualitativamente a memória, a partir do momento em que permitiu a linearidade do raciocínio. A tecnologia informática melhora a qualidade do raciocínio porque permite aliar, oralidade, escrita, imagens, experimentação e visualização, desafiando a linearidade do pensamento.

Não desconsiderando a importância das outras formas de tecnologia, neste trabalho focaremos as tecnologias digitais, em particular o *software* de geometria dinâmica GeoGebra, quando utilizado para o ensino de volume de sólidos geométricos. Esta escolha é justificada pela intensificação do uso desse *software* nos últimos anos, como ferramenta que pode mediar a aprendizagem dos estudantes.

As tecnologias digitais têm sido utilizadas há algumas décadas em Educação Matemática. Até chegar ao que temos hoje, a utilização das tecnologias digitais passou por etapas, cada uma caracterizada por novas possibilidades e novidades para uso em sala de aula

e fora dela. Estas fases serão apresentadas, a seguir, na perspectiva de Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014).

Desde 1980, a sociedade passa por uma específica transformação social devido à evolução tecnológica no âmbito digital (BORBA; SCUCUGLIA & GADANIDIS, 2014; BORBA; PENTEADO, 2001; FARIA, 2016; MALTEMPI, MENDES, 2016; ROMANELLO, 2016; VALENTE, 1993).

Atualmente, tendo em mente como a modernização tecnológica promoveu o avanço e o desenvolvimento da humanidade em diversos aspectos, não se pode deixar de notar a influência digital que nos cerca. Os meios de comunicação e a internet que nos mantêm conectados instantaneamente, passou a ser uma extensão do nosso pensar e expressar (BORBA; SCUCUGLIA & GADANIDIS, 2014; BORBA; PENTEADO, 2001; FARIA, 2016; MALTEMPI, MENDES, 2016; ROMANELLO, 2016; VALENTE, 1993).

Rodeados de informações virtuais, o uso de meios como tablets, computadores, celulares e notebooks se intensificou, proporcionando conexões imediatas onde todos podem estar interligados.

Na educação, podemos citar a facilidade promovida para realizar pesquisas, adquirir conhecimento, ter acesso a materiais didáticos, aulas gravadas e on-line, além dos destaques da inovação no que diz respeito ao processo ensino aprendizagem com a criação de *softwares* dinâmicos que favorecem ambientes de aquisição de conhecimento, por propiciar atividades de investigação, por exemplo.

Alguns artigos, como o de Borba e Gadadanis (2013), discutem quais seriam os problemas, caso a internet fosse permitida em sala de aula e quais seriam as alternativas para solucioná-los. A combinação de texto usual com a nova linguagem digital e vídeos, permitem formas de expressão características da quarta fase das tecnologias digitais.

Desde o início do desenvolvimento destes recursos computacionais até hoje, vemos surgir novas formas de ensinar e aprender em diversas esferas da educação, principalmente na área da matemática, modificando seu processo de ensino e aprendizagem por meio de atividades de investigação e exploração, utilizando das dimensões tecnológicas.

A primeira fase do uso de tecnologias digitais ocorreu nos anos de 1980 e caracterizou-se pelo uso do *software* “LOGO” e pela expressão “Tecnologia da Informação” (TI). Iniciou-se com a chegada das calculadoras simples, científicas e as de computadores. O



*Software* LOGO, em meados do ano de 1985, possibilitou que pesquisadores desempenhassem papel fundamental com relação à produção de conhecimentos na área da Educação Matemática, baseados em investigações acerca da possibilidade do uso de TI na transformação de políticas pedagógicas e didáticas.

A principal perspectiva teórica sobre o uso do LOGO foi o construcionismo, que enfatizou as relações de linguagem de programação e pensamento matemático, os comandos para execução dos programas e a natureza investigativa a partir do seu design. Dentro da linguagem da programação estão os comandos, os movimentos e a natureza investigativa do LOGO.

A linguagem da programação baseia-se na compreensão da formação dos comandos específicos que permitem a execução sequencial do programa. A natureza investigativa do LOGO refere-se à construção de sequências de comando (um algoritmo), que determina um conjunto ordenado, ou sequencial, de ações que constituam uma figura geométrica, como, por exemplo, um quadrado com suas retas e ângulos.

Os movimentos com passos e giros de uma tartaruga virtual possibilita a construção de objetos, de modo que pensamento matemático passa a ser compreendido como os registros das sequências de comandos do LOGO. As trocas simbólicas na interação entre usuário e logo, envolvendo aspectos de programação computacional e a observação do funcionamento de mecanismos presentes na construção de conhecimentos, permitem que o aluno possa estabeleça relações algébricas e geométricas dinâmicas.

É nessa fase que surge a perspectiva de as escolas terem laboratórios de informática. Entre os anos 1980 e 1990 o MEC patrocinou um projeto, o EDUCOM, com o objetivo de incentivar, através da tecnologia, a mudança pedagógica.

Na 2ª fase, no início dos anos 1990, com a popularização do uso de computadores pessoais, estudantes, professores e pesquisadores passam a avaliar o papel dos computadores em suas vidas, percebendo transformações cognitivas sociais e culturais que poderiam ocorrer com o uso de TI e buscam explorar possibilidades didáticas e pedagógicas. Nessa fase, destacam-se os *softwares* voltados às múltiplas funções, como o Winplot. O Fun e o Granphmathica; os de geometria dinâmica, como o Cabri Geomètre e o Geometricks; os que utilizam sistemas de computação algébrica, como o Maple; os que utilizam *softwares* caracterizados por suas interfaces amigáveis e, principalmente, pela natureza dinâmica,

visual e experimental. Estes *softwares* permitiram a utilização, manipulação, combinação, visualização e construção virtual de objetos geométricos, traçando novos caminhos para a investigação e a distinção entre desenho e construção.

A construção de objetos com o uso de *Softwares* geometria dinâmica visam à construção de cenários que permitem a investigação matemática. A implicação no que se refere à natureza do pensamento matemático envolve a formação de coletivos pensantes de seres-humanos-com-mídias-em-sala-de-aula (BORBA,1999), investigados enquanto ambientes multimodais de aprendizado. As potencialidades do *Software* GeoGebra têm a funcionalidade de elaboração das atividades para explorar a noção de derivada de forma mais dinâmica, visual e experimental, para dar um exemplo de uso.

Na 3ª fase, início dos anos 1999, a internet começa a ser usada como fonte de informações e como meio de comunicação entre alunos e professores, para cursos a distância, na formação continuada de professores, via e-mails, chats e fóruns de discussões.

Surgem e se consolidam expressões como, Tecnologia da Informação (TI) e Tecnologia da Informação e da Comunicação (TIC), devido à natureza informacional e comunicacional da internet. Surge a necessidade de novas investigações que respondessem a questões do tipo: “como organizar os cursos online”, “como a matemática é transformada em ambientes virtuais? ”, dentre outros.

Esta fase encontra-se em franco desenvolvimento e vem transformando *Softwares* da 2ª fase ao mesmo tempo que vem sendo influenciada por novas possibilidades da 4ª fase.

Na 4ª fase, que teve início em meados de 2004, foi marcada pela chegada da internet rápida, a melhoria da qualidade da conexão, quantidade e tipos de recursos com acesso à internet transformando a comunicação online. Resultante das 3 fases anteriores, a grande novidade impulsionou e revolucionou o uso das tecnologias em Educação Matemática. A partir de então, tornaram-se comuns os termos Tecnologia da Informação e Comunicação na Educação (TICE), Tecnologia da Informação e Comunicação na Educação Matemática (TICEM) e Tecnologias Digitais (TD) caracterizadas por diversos aspectos, como: GeoGebra, multimodalidades, novos designs e interatividade, tecnologias novas e portáteis, performance e performance matemática. Todos estes aspectos fazem da quarta fase um ambiente fértil para o desenvolvimento por meio da exploração dos recursos, viabilizando investigações e pesquisas, agora contando com cenário qualitativamente diferenciado para

investigação matemática, que permite promover o pensamento-com-tecnologia-pedagógica. Surgem, também, novos desafios aos pesquisadores, o uso de diferentes terminologias, a necessidade de aprimorar as perspectivas teóricas e reorganização de dinâmicas em sala de aula.

Para Borba (2005), uma atividade matemática elaborada com base na noção de experimentação com tecnologias busca oferecer meios para criação e simulação de modelos matemáticos, geração de conjecturas matemáticas, exploração diversificada de formas de soluções, manipulação de objetos construídos, realização de testes, convencimento da veracidade das conjecturas, elaboração, criação, exploração, incentivo, compreensão dos conceitos, etc. Esses aspectos caracterizam a experimentação numa perspectiva na qual a produção de conhecimentos matemáticos assumem uma dimensão de descoberta em cenários de ensino e aprendizagem matemática.

Os recursos disponíveis na internet para exploração em sala de aula de matemática foram um avanço sem igual. Vídeo conferências, salas de bate papo on-line a disponibilização de ferramentas como, “o passar da caneta”, plataformas virtuais, vídeos e canais no youtube, comunidades e grupos no facebook ampliaram as possibilidades de interação síncrona e assíncrona. As tecnologias móveis, laptops, telefones celulares ou tablets se popularizaram e facilitaram o acesso ao google e as câmeras fotográficas ou de vídeo permitiram registrar momentos das aulas. O uso dessas tecnologias criou novas dinâmicas e transformou a inteligência coletiva, as relações de poder coletivo, as relações de poder em matemática e as normas a serem seguidas.

## **1.2. GEOGEBRA**

O *software* GeoGebra com sua tecnologia inovadora, aguçou o interesse dos educadores matemáticos (professores, pesquisadores) em relação ao seu uso na elaboração e exploração de atividades matemáticas. Isso levou o GeoGebra a transformar, qualitativamente, a 2ª fase.

O GeoGebra foi criado em 2001 por Markus Hohenwarter e ao longo dos anos foi se consolidando como Tecnologia inovadora na educação matemática, despertando o interesse de professores e pesquisadores como uma nova possibilidade para a sala de aula. É um *software* de matemática dinâmica, gratuito e multiplataforma para todos os níveis de ensino

que combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo numérico e aplicação (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS ,2016), que permite a professores e alunos a possibilidade de explorar, conjecturar, investigar tais conteúdos na construção do conhecimento matemático.

GeoGebra é uma tecnologia poderosa para o estudo do comportamento variacional de funções reais, que permite a criação de ambientes propícios para aprendizagem matemática, considerando aspectos fundamentais como, por exemplo, o papel do professor, o design ou natureza de atividade propostas, dentre outros. A organização do ambiente é um aspecto fundamental para garantir que o conhecimento seja adquirido com o uso do GeoGebra.

A sua utilização para a realização de atividades matemáticas envolve a complexidade do pensamento matemático e a intensificação da complexidade na reelaboração de uma atividade matemática investigativa é uns dos desafios para a experimentação e investigação matemática pensando-com-tecnologia.

As potencialidades do *software* permitem realizar atividades de caráter exploratório-investigativas, na qual a exploração de variados caminhos na busca por diferentes soluções que a investigação propõe, permite novas estratégias de resolução quantitativamente diferente de uma mesma atividade baseada no uso de lápis e papel, além de proporcionar conjecturas dos passos do problema, explorando o ponto de vista educacional no processo ensino aprendizagem com tal abordagem didática.

O *Software* GeoGebra é atualizado constantemente e lançou a versão 3D e versões online que podem ser rodadas sem que seja necessário fazer “baixar” o *software*. São os novos desafios, novos questionamentos que impulsionam a sequência de pesquisas investigatórias.

Em especial neste trabalho, as abordagens das pesquisas selecionadas deram foco no GeoGebra 3D, pois esta ferramenta possibilita visualizar, rotacionar, explorar, movimentar e criar figuras no modo 3D, o que facilita o ensino da Geometria Espacial.

## METODOLOGIA

Uma pesquisa bibliográfica refere-se a um trabalho científico após a reunião de referenciais teóricos e dados base que são fontes de investigação do tema proposto. Assim, a pesquisa bibliográfica pode ser entendida como a revisão da literatura que direciona o trabalho científico. Essa revisão é a seleção bibliográfica que será base de pesquisa acerca do tema que pode ser feita por vários meios de comunicação, entre eles internet, plataformas de artigos, dissertações livros e outras.

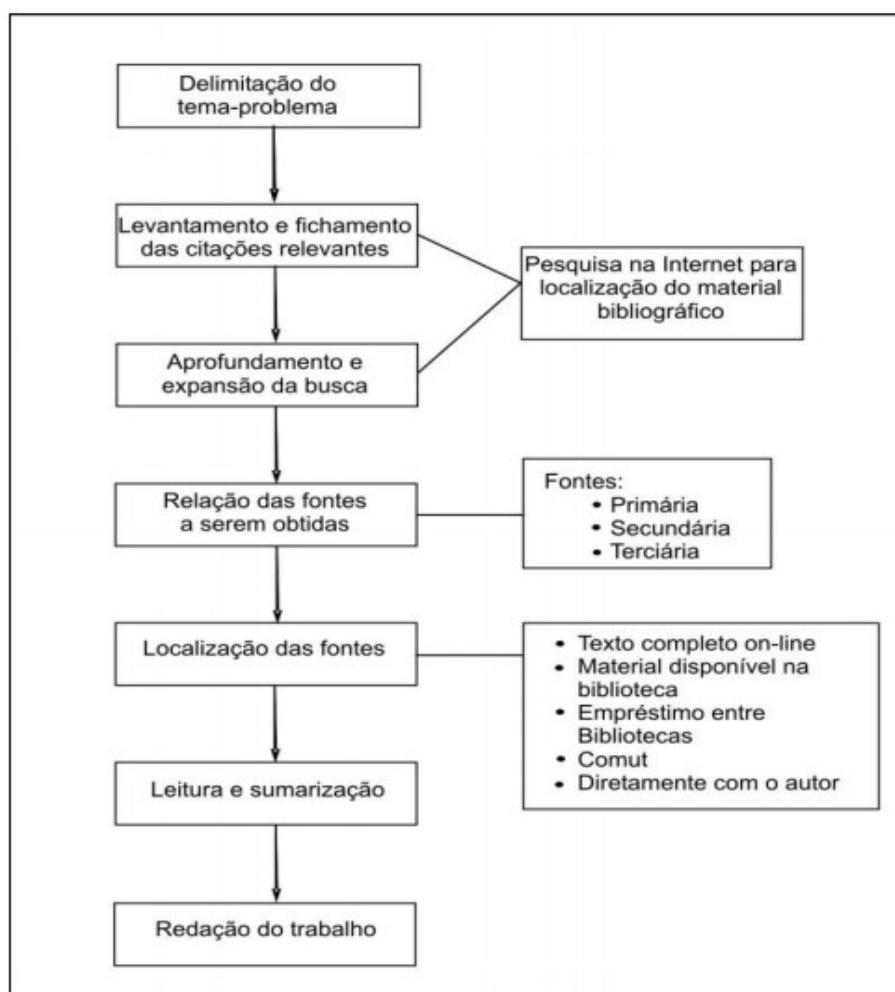
A escolha da metodologia desta pesquisa leva em conta o que esclarece Romanowski (2002, p. 15-16) ser uma pesquisa do estado da arte, ou seja, “realizar levantamentos do que se conhece sobre um determinado assunto a partir de pesquisas realizadas em uma determinada área.” (ROMANOWSKI, 2002, p. 13). Segundo Boccato (2006, p. 266),

a pesquisa bibliográfica busca a resolução de um problema (hipótese) por meio de referenciais teóricos publicados, analisando e discutindo as várias contribuições científicas. Esse tipo de pesquisa trará subsídios para o conhecimento sobre o que foi pesquisado, como e sob que enfoque e/ou perspectivas foi tratado o assunto apresentado na literatura científica. Para tanto, é de suma importância que o pesquisador realize um planejamento sistemático do processo de pesquisa, compreendendo desde a definição temática, passando pela construção lógica do trabalho até a decisão da sua forma de comunicação e divulgação.

Uma pesquisa bibliográfica tem por objetivo apresentar produtos da análise de pesquisas em determinado período acerca do tema, além de facilitar o trabalho dos que “tenham dificuldades na localização, identificação e manejo do grande número de bases de dados existentes por parte dos usuários” (PIZZANI; SILVA; BELLO; HAYASHI; 2012, p. 54).

De acordo com as mesmas autoras, o sucesso na elaboração de uma pesquisa bibliográfica baseia-se na realização de alguns passos (Quadro 1) que favorecem os processos da recuperação da informação.

Quadro 1 - Etapas da revisão bibliográfica



Fonte: Pizzani *et al* (2012)

No presente trabalho, nos baseamos nos passos apresentados na figura acima para nortear nossas ações.

O **tema escolhido** para a investigação foi, inicialmente, o uso das Tecnologias de Informação e Comunicação no ensino de geometria. A constatação de que o tema era por demais amplo, fez com que restringíssemos o foco para o uso do *software* GeoGebra no ensino do cálculo de volumes de sólidos geométricos como o tema norteador da pesquisa.

Para selecionar o **material bibliográfico** utilizamos a Plataforma Sucupira, vinculada à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). Esta plataforma foi escolhida por abrigar um banco de dados com todas as teses e dissertações defendidas em

programas de pós-graduação reconhecidos pelo Ministério da Educação (MEC) e, portanto, bastante confiável. Por serem trabalhos originais, com conhecimento original e publicados pela primeira vez pelos autores, as teses e dissertações são consideradas, de acordo com Pizzani, Silva, Bello, Hayashi (2012), **fontes informacionais primárias**.

Na plataforma foram realizadas duas pesquisas, uma em novembro de 2019 e, outra, em maio de 2020, para expansão da busca, uma usando filtros e outra não. As palavras chave escolhidas foram GeoGebra, Geometria e Volume de Sólidos, e o período 2012 – 2020.

No levantamento foram encontrados 266 trabalhos, e desses, foram selecionados 16 para a pesquisa.

Após leitura das informações básicas sobre cada trabalho, contidas na plataforma, criamos um quadro para cada pesquisa selecionada, contendo as seguintes informações: título, instituição, cidade, ano, autor (a) que permitiram responder a questões do tipo *qual o tema?, onde?, quando?, quem?*. Tais informações, aparentemente simples, podem revelar dados importantes, como por exemplo, a maneira como as pesquisas crescem e se espessam ao longo do tempo, se a ampliação se dá em saltos ou em movimentos contínuos, se há mudanças dos sujeitos, se há diversificação dos locais de produção (FERREIRA, 2002).

A partir da leitura cuidadosa dos resumos, o quadro foi ampliado com informações sobre a questão de investigação, metodologia e resultados, que permitiram responder a questões do tipo *o que?, como?*. De acordo com Ferreira (2002), nessa etapa, o pesquisador se pergunta sobre a possibilidade de inventariar a produção “imaginando tendências, ênfases, escolhas metodológicas e teóricas, aproximando ou diferenciando trabalhos entre si, na escrita de uma história de uma determinada área do conhecimento” (FERREIRA, 2002, p. 265).

Concluídas essas etapas, procedeu-se a leituras criteriosas das informações dos quadros, criando-se, a partir delas, dois eixos compostos por categorias por semelhança. As informações contidas nas categorias e outras obtidas a partir dos dados básicos nos permitiram responder à questão de pesquisa.

## CAPÍTULO 2

### APRESENTAÇÃO DOS DADOS

A grande quantidade de informações contidas nas dezesseis dissertações de mestrado selecionadas, nos obrigou a optar por uma maneira mais prática para apresentação dos dados. Dessa forma, construímos um quadro síntese, com as seguintes informações de cada dissertação: ano de defesa, instituição, estado e região, sujeitos de pesquisa, objetivo, metodologia e nome do programa de pós-graduação.

Quadro 2 – Apresentação dos dados

ANO	UNIVERSIDADE	APRESENTAÇÃO DO PROGRAMA:	SUJEITOS DA PESQUISA	OBJETIVO	METODOLOGIA
2013	Universidade Estadual de Campinas/SP	Mestrado em Ensino de Ciência e Matemática	Alunos do 2º ano do Ensino Médio	Analisar, em três encontros, como o micromundo contribuiu para que as ações construcionistas ocorressem a partir da interação dos alunos, fomentando a construção do conhecimento nesse processo de aprendizagem, aplicado em uma escola pública estadual localizada na cidade de Sumaré – SP.	Abordagem qualitativa. Nos dois primeiros encontros, o objetivo foi trabalhar a revisão de conceitos elementares de geometria e explorar o micromundo, em especial, o <i>software</i> GeoGebra que representou, para a maioria dos alunos, seu primeiro contato. Por fim, no terceiro encontro, o assunto principal abordado foi volume de pirâmide.
2015	Universidade Federal do Recôncavo da Bahia/BA	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT)	Dez alunos do 3º ano do Ensino Médio do Colégio Estadual Francisco da Conceição Menezes (Santo Antonio de Jesus-BA)	A inserção das tecnologias no estudo do volume dos sólidos geométricos (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera) atrelada ao Princípio de Cavalieri.	Proposta metodológica: realização de oficinas de estudo no laboratório de informática que visam proporcionar estratégias para compreensão do cálculo de volumes dos sólidos geométricos utilizando o Princípio de Cavalieri e o GeoGebra, no intuito de facilitar o entendimento das fórmulas utilizadas para tais cálculos.
2015	Universidade Federal de Viçosa/MG	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT)	Professores e alunos	Propor uma apresentação aos professores e principalmente aos alunos de uma maneira diferenciada para o ensino da Geometria Espacial, mais precisamente, a aplicação do Princípio de Cavalieri para o cálculo de volumes	Consta de uma apresentação teórica, bem como uma revisão bibliográfica de conceitos que são importantes para a obtenção de novos conhecimentos e resolução de exercícios e problemas práticos em sala de aula e no cotidiano, podendo ser elaborados para qualquer necessidade que os educandos possam ter em sua vida estudantil.



				<p>bem como o auxílio de <i>softwares</i> como o GeoGebra para a visualização e o complemento das informações e o aprendizado.</p>	
2015	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo/SP	Mestrado em Educação Matemática	Cinco estudantes de uma escola particular da cidade de São Paulo	<p>Investigar o uso de tecnologias digitais por parte de um grupo de estudantes do Ensino Médio, tendo como tema alguns elementos e propriedades da geometria especial (volumes de cubos e pirâmides)</p>	<p>Pesquisa qualitativa, na qual 5 alunos do Ensino Médio utilizaram o <i>software</i> GeoGebra, versão 5, em duas sessões, com intuito de anunciar conjecturas acerca das propriedades ligadas ao volume de cubos e pirâmides, além da relação entre estes objetos.</p>
2015	Universidade Federal Fluminense/RJ	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT)	Uma turma de 2º ano do ensino médio de uma escola da rede pública estadual	<p>Apresentar uma proposta e, realizar uma avaliação de uma sequência de atividades didáticas para o ensino da área do círculo e do volume dos sólidos de revolução (cilindro, cone e esfera) em uma turma de 2º ano do ensino médio de uma escola da rede pública estadual, que considere uma participação das ideias do Cálculo.</p>	<p>Abordagem qualitativa. Aplicação de uma sequência didática com o intuito de verificar o desempenho dos estudantes na compreensão do método de exaustão e da noção intuitiva de limite para a sua utilização como um instrumento na dedução das expressões matemáticas que permitem determinar a área do círculo, o volume do cilindro, o volume do cone e o volume da esfera.</p>
2015	Universidade Estadual da Paraíba/PB	Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática	Futuros professores de Matemática, Graduandos do curso de Licenciatura em Matemática	<p>Contribuir com pesquisas relacionadas ao Ensino de Cálculo, objetivando analisar como o futuro professor de Matemática formula e resolve problemas matemáticos com o conteúdo Cálculo de volumes a partir do aplicativo GeoGebra 3D, explorando os significados formal e referencial.</p>	<p>Abordagem qualitativa. A pesquisa foi composta por três estudos de caso onde foi proposto explorar a Formulação e Resolução de Problemas Matemáticos nas aulas de Cálculo Integral, no curso de Licenciatura em Matemática, numa Observação Participante (YIN, 2010).</p>
2016	Universidade Federal Rural do Semi-Árido/RN	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT)	Professores de Matemática	<p>Levar a reflexões sobre a prática didático- pedagógica nas aulas de geometria espacial, despertando o interesse de docentes e educadores matemáticos na busca e desenvolvimento de métodos, recursos e ferramentas alternativos para a melhoria do ensino dos conteúdos relacionados a este eixo da matemática.</p>	<p>Contribuir para a facilitação do ensino de geometria espacial a partir da proposição de atividades de construção, compreensão e cálculos métricos de sólidos geométricos utilizando o <i>software</i> GeoGebra.</p>

2016	Universidade Federal do Rio Grande do Sul/RS	Mestrado Profissional em Ensino de Matemática	Alunos do 3º ano do Ensino Médio, turno da tarde, de uma escola da rede pública estadual de Farroupilha/RS, no ano de 2015.	Provocar o desenvolvimento do pensamento geométrico espacial, nisso tirando-se proveito dos recursos de representação que se tem no <i>software</i> , especialmente aquele que diz respeito a interação dinâmica entre as representações do objeto tridimensional e diferentes planos de corte.	Apresentar e aplicar uma proposta de sequência didática para o 3º ano do Ensino Médio que explora conceitos da Geometria Espacial através da utilização do <i>software</i> de geometria dinâmica GeoGebra.
2017	Universidade Federal de Alagoas/AL	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT)	Dois turmas de terceiro ano do ensino médio integrado com técnico, no Centro Territorial de Educação Profissional Itaparica II Wilson Pereira (CETEPI 2)	Acrescentar uma metodologia que facilite o estudo de geometria espacial. Trata do uso do GeoGebra 5.0 Beta (3D) como <i>software</i> de geometria dinâmica em auxílio ao livro didático no processo de ensino-aprendizagem de geometria espacial, em comparação com a metodologia tradicional apenas com o uso do livro didático, e possui duas fases.	Na primeira fase, são usadas duas metodologias diferentes, uma das turmas tem aulas com a metodologia tradicional onde o professor usa apenas quadro branco e pincel atômico, enquanto a outra turma tem aulas no laboratório de informática usando o GeoGebra. Na segunda fase, as duas turmas passaram por um processo de avaliação baseada na Teoria de Resposta ao Item (TRI).
2017	Universidade Federal de Santa Maria/RS	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT)	Alunos do terceiro ano do Ensino Médio do curso de Eletrônica da Fundação Escola Técnica Liberato Salzano Vieira da Cunha	Encontrar o volume de monumentos a partir de técnicas de integração ou outro método de melhor adequação, conferir os valores com o GeoGebra 3D e comparar esses valores ao volume real.	Resolução de Problemas e Modelagem Matemática; a metodologia de pesquisa: Estudo de Caso; a ferramenta para análise de resultados e aprendizagem: o GeoGebra 3D e, por fim, o retrato de como a Geometria Espacial é retratada nos Livros Didáticos do Ensino Médio no Brasil.
2017	Universidade Federal de Santa Cruz/BA	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT)	Alunos do 3º ano formação geral, do Colégio Estadual Deputado Manoel Novaes, situado em Salvador, BA.	Analisar no cenário atual como o uso da tecnologia informática por meio do <i>software</i> GeoGebra interfere no processo de ensino aprendizagem da matemática.	Abordagem qualitativa. Estudo de caso através de uma pesquisa de campo com dois grupos de alunos que responderam três sequências didáticas investigativas, envolvendo conteúdos considerados importantes como a construção de poliedros regulares, abordagem no cálculo de área e volume de alguns sólidos geométricos. Apenas um dos grupos teve acesso ao ambiente informatizado.
2017		Mestrado Profissionaliz		Apresentar uma forma dinâmica para que os alunos e colegas professores experimentem através do <i>software</i> GeoGebra, de	Apresentação dos polígonos convexos e não convexos, diagonais de um polígono e seus ângulos, prisma, classificação prisma, áreas prisma, volume prisma, princípio de Cavalieri, cilindro, classificação cilindro,

	Universidade Federal do Amazonas/AM	ante em Matemática	Professores do ensino Fundamental II	matemática dinâmica a possibilidade de acompanhar e interagir de formal real com o cálculo do volume de um sólido geométrico e suas variações, de acordo com as alterações em suas dimensões.	área e volume cilindro, cone e tronco de cone, usando o GeoGebra.
2017	Universidade Federal de Santa Maria/RS	Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física	Calouros do curso de Matemática Licenciatura	Investigar o quanto applets produzidos com o <i>software</i> GeoGebra podem contribuir para tornar o cálculo de área e volume, das principais figuras estudadas durante a Educação Básica, esclarecedor.	Foram realizados sete encontros, com duração média de duas horas cada, em que se executou uma sequência didática, seguindo os princípios de Zabala (1998), que abordou os conteúdos de área e volume combinando as teorias da aprendizagem significativa e da carga cognitiva.
2017	Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais/MG	Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática	Uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental II, de uma instituição de ensino particular de Belo Horizonte	Subsidiar as práticas pedagógicas no processo ensino e aprendizagem. Desafiar os alunos à construção do conhecimento e à formalização de área e volume de alguns poliedros de maneira mais dinâmica e interativa, por meio da experimentação, manipulação e visualização das figuras, usando o <i>software</i> GeoGebra no tablet.	Desenvolvimento de uma sequência didática que possibilita complementar o trabalho pedagógico do professor ao usar uma TI. As atividades foram realizadas em grupo. A prática de ensino foi organizada como sequências didáticas, conforme propõe Zabala (1998), estruturada em torno de dezesseis atividades, definidas a partir do livro didático adotado pelo colégio.
2019	Universidade Federal de Alagoas/AL	Mestrado em Ensino de Ciência e Matemática	Alunos do 2º ano do ensino médio de uma escola da rede estadual de ensino, no município de São Miguel dos Campos	Analisar as contribuições de uma intervenção pedagógica por meio de sequências didáticas utilizando o GeoGebra 3D em sua versão para <i>smartphone</i> , para a construção dos conceitos fundamentais de geometria espacial no ensino médio: áreas e volumes de sólidos geométricos.	A metodologia utilizada nessa pesquisa baseia-se em uma abordagem de Pesquisa ação Participante com caráter qualitativo. Construiu-se uma sequência fundamentada na teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau e na teoria de Van Hiele, e também leva em consideração a trajetória histórica do ensino de Geometria, a importância do uso de <i>softwares</i> como estratégia de ensino e a utilização de sequências didáticas para construção de uma aprendizagem significativa.
2019	Universidade Federal de Santa Cruz/BA	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT)	Duas turmas de 3º ano do Ensino Médio com média de 21 alunos cada uma	Abordar o conteúdo de uma forma lúdica e contextualizada em que se utilizando da resolução de problemas o professor poderá ofertar ao seu aluno condições de compreender os conceitos matemáticos e desenvolver habilidades e	Foi proposta uma atividade exploratória em que a partir de uma situação problema (questão do ENEM) os alunos da 3ª série do Ensino Médio devem analisar os possíveis caminhos para sua resolução tendo como uma das ferramentas de construção do conhecimento o <i>software</i> GeoGebra, para promover a aprendizagem envolvendo volume de cilindros, cones e esferas.

				competências necessárias ao cidadão com objetivo de compreender e aplicar melhor os conceitos relacionados a espaço e forma.	
--	--	--	--	--	--

Fonte: a autora

## CAPÍTULO 3

### ANALISANDO OS DADOS

Uma primeira parte da análise, de cunho estatístico descritivo, foi realizada com os dados e apresentadas abaixo, em forma de tabelas.

Ano	2013	2015	2016	2017	2019
Quantidade de Dissertações	1	5	2	6	2

Região	Sudeste	Nordeste	Sul	Norte
Quantidade de Dissertações	5	7	3	1

Sujeitos da pesquisa	Alunos do Ensino Médio	Professores de Matemática	Futuros prof. de Matemática	Alunos do Ensino Fund.
Quantidade de Dissertações	10	3	2	1

No ano de 2013 apenas uma pesquisa foi selecionada. Isso talvez se deva ao fato de, naquele momento, o uso do GeoGebra ser ainda incipiente nas pesquisas brasileiras. Vale lembrar que a primeira Conferência Latino-Americana de GeoGebra ocorreu em novembro de 2011, tendo reunido vários pesquisadores e professores voltados à discussão de ideias e compartilhamento de experiências utilizando o *software*. A quantidade de trabalhos oscilou, tendo aumentado substancialmente em 2015. Acreditamos, também, que a oscilação esteja relacionada ao conteúdo matemático escolhido (volume de sólidos).

A maior parte das pesquisas foi desenvolvida na região nordeste (43,75%), seguida da região sudeste (31,25%). O público alvo foi majoritariamente do Ensino Médio (62,5%), sinalizando uma preocupação dos pesquisadores em utilizar, nesse nível de ensino, o GeoGebra.

Outra conclusão interessante, embora não esteja em quadro, é a quantidade de pesquisas desenvolvidas no âmbito do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT). Do total de pesquisas, 50% foram defendidas em programas ligados ao PROFMAT.

A segunda parte da análise dos resultados foi norteada por dois eixos principais: **Metodologias e Resultados**. Para cada eixo foram criadas categorias de semelhança para inserir as pesquisas.

Para a escolha do eixo Metodologias foram analisados, além das metodologias de cada pesquisa, os sujeitos, o objetivo principal e quais os caminhos utilizados pelo autor para alcançá-lo. Para o eixo resultados, foram analisados os desafios, contribuições e conclusões de cada pesquisa após seu término.

### 3.1. O EIXO METODOLOGIAS

Em relação às metodologias, sujeitos e procedimentos, encontramos variados tipos de propostas nas pesquisas. Nos detivemos nos tipos de atividades propostas, às vezes envolvendo estudantes do ensino básico, às vezes envolvendo futuros professores ou professores em exercício. A partir da análise dos 16 trabalhos escolhidos para esse estudo, decidimos agrupá-los nas seguintes categorias.

#### 1 – *Propostas metodológicas para professores*

Cinco dos trabalhos apresentam propostas metodológicas para o ensino de sólidos geométricos com o uso do GeoGebra, voltadas para uso de professores em sala de aula.

Desses cinco, dois utilizam o GeoGebra para apresentar o princípio de Cavalieri, como forma de amenizar as dificuldades de compreensão da geometria especial, em particular, facilitar o entendimento dos cálculos e fórmulas dos volumes de sólidos geométricos. A proposta metodológica apresentada por um desses trabalhos baseia-se na resolução de problemas com o uso do GeoGebra e materiais concretos como ferramenta pedagógica que pode ser adaptada para diferentes etapas do ensino, mas não é aplicado em nenhuma turma. No segundo trabalho, a proposta é destinada a professores, mas é aplicada a alunos do 3º ano do Ensino Médio em oficinas de estudo.

O terceiro trabalho apresenta uma proposta dinâmica contendo conceitos que fazem ligações do abstrato com o real a partir do uso do GeoGebra que proporciona aos alunos associar o cálculo do volume de um sólido com uma situação do cotidiano, como por exemplo: a água consumida, em um mês, em casa, caberia em um cilindro de raio da base  $x$  e altura  $y$ , ou encheria uma piscina de comprimento  $z$ , largura  $k$  e profundidade  $w$ , a partir da alteração das dimensões dos sólidos, obtendo como produto o cálculo do volume dos mesmos.

No quarto trabalho, o autor apresenta uma proposta metodológica para professores e, assim como no segundo trabalho dessa categoria, aplica as atividades elaboradas em uma turma regular do 2º ano do Ensino Médio de uma escola estadual. Uma diferença entre este trabalho e o segundo é que, aqui, utilizaram-se noções básicas e intuitivas do cálculo diferencial e integral para facilitar a compreensão do cálculo do volume de sólidos com a utilização do GeoGebra.

O quinto trabalho, além de apresentar a proposta metodológica aos professores, propõe atividades de construção de sólidos geométricos, compreensão de suas definições e elementos básicos e cálculos métricos utilizando o *software* GeoGebra.

## 2 – Sequências didáticas

Em sete dos 16 trabalhos analisados, os autores anunciam a utilização de sequências didáticas para o estudo de volume de sólidos geométricos, utilizando o GeoGebra.

Dois dos sete trabalhos nessa categoria objetivaram a construção e formalização dos conceitos fundamentais de geometria espacial: áreas e volumes de sólidos geométricos por meio da aplicação de sequência didática. Um dos trabalhos teve como sujeito estudantes do Ensino Médio de uma escola estadual. O outro teve como sujeito alunos do Ensino Fundamental 2 de uma escola particular.

O terceiro trabalho nessa categoria busca, também, fazer a análise do uso da tecnologia informática por meio do *software* GeoGebra no processo ensino aprendizagem, por meio da aplicação de uma sequência didática. Porém, nesse caso, o autor sublinha que a sequência é de caráter investigativo. Ela foi aplicada a estudantes do Ensino Médio de uma escola estadual.

No quarto trabalho, o objetivo era avaliar como construções feitas em *applets* (programas auto-executáveis que permitem interações e podem ser acessados de qualquer

navegador), construídos no GeoGebra, contribuem para esclarecer dúvidas e preencher lacunas nos conhecimentos relacionados ao cálculo de volumes de figuras espaciais na Educação Básica, na visão de calouros do curso de Licenciatura e Bacharelado em Matemática de uma instituição Federal.

No quinto trabalho, a autora destaca que o objetivo da pesquisa é analisar de que forma o *software* GeoGebra pode contribuir para desenvolvimento da habilidade de visualização espacial e para a melhor compreensão de conceitos relativos à Geometria Espacial. A sequência didática, composta pelos procedimentos de construção feita no GeoGebra, é apresentada como parte de um produto da pesquisa.

O sexto trabalho nessa categoria visa a analisar os resultados obtidos das atividades exploratórias que foram aplicadas a estudantes do terceiro ano de uma escola estadual, com objetivo de avaliar o processo de ensino-aprendizagem em relação ao estudo de Geometria Espacial por meio de Resolução de Problemas com auxílio do GeoGebra.

O sétimo trabalho busca investigar o uso do GeoGebra para o estudo de volumes de cubos e pirâmides por um grupo de cinco estudantes do Ensino Médio de uma escola privada.

### *3 – Ambientes de aprendizagem*

Um dos 16 trabalhos teve como objetivo analisar, em três encontros, como um micromundo (ambiente de aprendizagem com recursos multimídia), composto por recursos do GeoGebra e da coleção M<sup>3</sup> (M<sup>3</sup> Matemática Multimídia, plataforma que contém recursos educacionais multimídia em formatos digitais) contribuiu para que as ações construcionistas fomentem a aquisição dos conhecimentos relacionados às figuras espaciais. O estudo foi realizado por meio de atividades exploratórias aplicadas a alunos do 2º ano do Ensino Médio de uma escola estadual.

### *4 – Conteúdo do ensino superior aliado ao GeoGebra*

Nessa categoria encontramos um único trabalho. O seu objetivo foi o cálculo de volumes a partir de integrais definidas no Ensino Médio utilizando Resolução de Problemas e a Modelagem Matemática, que poderia culminar na aprendizagem de forma crítica. O GeoGebra, foi utilizado para possibilitar a visualização geométrica, algébrica e gráfica de funções. O autor apresenta, também, atividades realizadas com alunos do 3º ano do Ensino Médio de uma escola técnica.



### *5 – Comparação entre recursos para o ensino de geometria espacial*

Em um dos 16 trabalhos encontramos um que compara duas propostas de ensino para o cálculo do volume de sólidos geométricos. Uma das propostas utiliza o GeoGebra 5.0 Beta (3D) auxiliando o livro didático no processo de ensino-aprendizagem de geometria espacial. A outra proposta utiliza apenas o livro didático. A comparação entre as duas metodologias foi realizada por meio de um teste considerando as habilidades adquiridas pelos alunos durante o processo. A análise dos resultados foi realizada pela Teoria de Resposta ao Item (TRI). A proposta, que adere ao Princípio de Cavalieri para sua resolução, é aplicada em duas turmas de terceiro ano do ensino médio integrado com técnico.

### *6 – Proposta para futuros professores de Matemática*

Do total de trabalhos analisados, um apresenta uma proposta de estudo voltada para futuros professores de Matemática. O objetivo foi propor aos futuros professores de Matemática, formular e resolver problemas matemáticos a partir do GeoGebra 3D com o conteúdo cálculo de volumes, atribuindo significado formal e referencial às ideias matemáticas, calcular volumes de sólidos geométricos e, refletir os aspectos semânticos e sintáticos das formulações e resoluções dos problemas. A pesquisa se concretizou por três estudos de caso com os futuros professores.

Podemos perceber, pela análise, que as pesquisas utilizaram diversas propostas de atividades que abarcaram públicos distintos, o que mostra que as pesquisas não têm foco principal no processo de ensinar dos professores, mas também no processo de aprender dos mesmos, além de proporcionar material de apoio e incentivo. Isso mostra a versatilidade no uso do GeoGebra para o ensino de volumes de sólidos geométricos.

## **3.2. O EIXO RESULTADOS**

Os **Resultados** dos dezesseis trabalhos analisados ressaltaram a importância de os educadores propiciarem aos alunos metodologias diferenciadas, dinamizando o ambiente de ensino-aprendizagem dos conteúdos matemáticos. Ainda foi possível separarmos os 16 trabalhos nas seguintes categorias quanto aos resultados obtidos, levando em conta semelhanças entre eles.

### *1 - Visualização e pensamento geométrico, construção e compreensão do conceito de volume*

Dos dezesseis trabalhos, onze evidenciaram que o desenvolvimento da proposta proporcionou o crescimento do aprendizado em relação ao assunto abordado e que ao utilizar o GeoGebra acentuou-se a compreensão do conceito de volume, o desenvolvimento de estratégias para o cálculo do volume dos sólidos geométricos e entendimento das fórmulas, uma vez que os alunos tiveram a oportunidade de desenvolver o pensamento geométrico e a visualização espacial em relação aos sólidos estudados. Isso, de acordo com os autores, permitiu um aprendizado significativo e, além de ter provocado maior interesse dos alunos por determinados tópicos da matemática, apontando o *software* como facilitador na aprendizagem.

Contudo, nos onze trabalhos nesta categoria, encontramos particularidades que nos permitiram criar subcategorias nas quais puderam ser inseridos. São elas:

#### *1.1 Princípio de Cavalieri*

Dois desses onze trabalhos evidenciam que a utilização do GeoGebra, atrelada ao Princípio de Cavalieri, foi primordial no desenvolvimento do entendimento e dedução das fórmulas de volumes. Um deles ressalta que os resultados foram obtidos uma vez que os alunos tiveram a oportunidade de posicionar o plano paralelo à base para seccionar e comparar os diversos sólidos geométricos.

#### *1.2 Motivação do aluno, desenvolvimento da autonomia, construção do próprio conhecimento e professor como mediador*

Dos onze trabalhos na primeira categoria, encontramos quatro nessa subcategoria, que concluíram que a utilização dos recursos escolhidos favoreceu e proporcionou a criação de um ambiente em que o aluno se tornou agente ativo na construção do conhecimento, despertou o entusiasmo e interesse do mesmo.

Dois destes quatro concluíram que a utilização do GeoGebra na aula motivou principalmente os alunos que apresentavam mais dificuldade para a construção dos saberes matemáticos. A maior motivação os levou a se envolverem no processo, criando um sentimento de valorização, interesse e autonomia.

O terceiro desses quatro destacou que, por meio de uma atividade exploratória no GeoGebra, a participação dos alunos na solução do problema proposto foi mais intensa evidenciando maior interesse.

No quarto e último trabalho dessa subcategoria, o autor concluiu que as dimensões construcionistas corroboraram o engajamento e interesse dos alunos em realizar as tarefas, a organização dos recursos em um ambiente aprimoraram, sobretudo, a ação reflexiva dos alunos durante a realização das atividades.

### *1.3 Noções do Cálculo no ensino de Geometria Espacial*

Dois dos onze trabalhos nessa primeira categoria, destacam que o uso do GeoGebra juntamente com ideias do Cálculo favoreceram a aprendizagem dos conteúdos da geometria espacial abordados. Um deles apresenta que a junção possibilitou uma interpretação intuitiva da noção de limite e do método de exaustão, uma proposta ousada na opinião do autor, mas que teve retornos positivos por parte dos alunos em relação a este tópico e cujo maior desafio foi vencer as dificuldades que emergiram pela falta de alguns conhecimentos prévios. O outro trabalho concluiu que houve evolução no entendimento dos alunos quanto ao cálculo de volumes a partir de integrais definidas e que associar resolução de problemas e modelagem matemática com GeoGebra permite que o educando pense, estabeleça estratégias e, a partir delas, solucione o problema, averiguando sua resposta. Outro resultado refere-se ao importante crescimento no senso crítico dos alunos mediante as respostas para cada item.

### *1.4 Contribuições dos applets*

Um dos trabalhos, este realizado com calouros do curso de matemática, mostra que numa primeira etapa realizada antes da aplicação da sequência didática com GeoGebra, os resultados obtidos apresentaram fórmulas e suas aplicações, muitas vezes de forma incorreta. Isso parecia evidenciar que o ensino de áreas e volumes, no ensino básico, ocorreu por meio de uma aprendizagem mecânica, mediante memorização de fórmulas. Já em uma segunda etapa, foi possível inferir que, por meio da interação com os applets, desenvolvida na sequência didática, os estudantes compreenderam as justificativas e/ou convencimentos dos motivos pelos quais determinadas sentenças matemáticas expressam os valores de área e volume.

Os estudantes relataram que compreender o motivo da validade das sentenças era importante e necessário, pois, usando o raciocínio dedutivo, poderiam utilizá-las em outros momentos, sem a necessidade de memorizá-las. O estudo reforça que a inserção das tecnologias digitais como alternativa didática é um caminho bastante fértil para pesquisas em educação matemática e que o *software* GeoGebra associado às teorias da aprendizagem significativa mostrou-se poderoso aliado para promover novos conhecimentos.

### *1.5 Pensamento Geométrico Espacial e visualização*

Os resultados de dois dos trabalhos dos onze evidenciaram constantes progressos no desenvolvimento do pensamento geométrico espacial dos estudantes, que passaram a estabelecer relações entre objetos geométricos. Um deles mostra que os sujeitos perceberam propriedades importantes dos objetos 3D, permitindo a exploração de representações muito próximas dos objetos reais. A abordagem tradicional da Geometria Espacial que, em alguns casos, vem se restringindo ao estudo de área e volumes, está distante de convencer o aluno de que a Geometria se relaciona com o mundo que o cerca e de promover o desenvolvimento de habilidades e do pensamento geométrico. Assim verificou-se a possibilidade de superar dificuldades quanto ao processo de representação mental destes objetos, essencial para a formalização dos conceitos em Geometria.

O outro trabalho ressalta que as características de visualização-experimentação-dinamismo concorreram para apoiar de forma objetiva as conjecturas anunciadas.

Os cinco trabalhos restantes foram divididos nas seguintes categorias:

### *2 - Reflexões sobre a prática didático-pedagógica com uso das TIC*

Nesta categoria encontramos dois trabalhos que buscaram despertar o interesse de professores oferecendo a eles uma proposta metodológica de ensino da geometria espacial com o uso do GeoGebra.

Um dos trabalhos, além de ressaltar a importância de tornar real a ideia que se tinha dos conceitos e propriedades, mostra que alguns empecilhos podem surgir no momento de tentar utilizar a tecnologia em sala de aula ou em qualquer outro ambiente. Dentre esses empecilhos, podemos citar: a não disponibilização de computadores ou similares para atender a demanda dos alunos, falta de serviço de internet para download do *software* e dos sólidos geométricos.

O outro apresenta como resultado que o uso do *software* na sala de aula é um complemento que torna a aprendizagem desses conteúdos mais atrativa, interativa e prazerosa. Acredita-se que por meio das atividades propostas, os conteúdos de geometria espacial possam ser expostos de uma forma a facilitar o processo de ensino e aprendizagem.

### *3 Desenvolvimento profissional de futuros professores*

Um dos trabalhos mostra que os três participantes e futuros professores, que foram sujeitos da pesquisa, desenvolveram-se, elaborando questões com ideias criativas e utilizando os significados formal, por meio de fórmulas e cálculos, bem como o significado referencial, com seus conhecimentos prévios do conteúdo e muita criatividade na elaboração de enunciados. Conclui-se que a tecnologia vem como um suporte às aulas de Matemática, sendo totalmente dependente de uma boa estruturação, planejamento e desenvolvimento das aulas para aplicá-la em sala de aula e com conteúdos compatíveis ao aplicativo. Além disso, o estudo concluiu que o uso do GeoGebra atrelado à metodologia de formulação e resolução de problemas matemáticos, propiciou aos alunos desenvolver e construir seus conhecimentos, levantar hipóteses e chegar às conclusões, em sua maioria, desejadas (BROWN & WALTER, 2005).

### *4 Comparação entre propostas com e sem o uso do GeoGebra*

Outros dois trabalhos, apresentam conclusões obtidas após a comparação dos resultados alcançados em relação a duas turmas que realizaram as mesmas atividades, porém, com metodologias distintas. Ambos concluem que os alunos que obtiveram acesso ao GeoGebra na realização da sequência de atividades alcançaram resultados mais satisfatórios, apresentando que uma abordagem diferenciada associada à utilização de tecnologia pode motivar os alunos e melhorar o interesse nas aulas de matemática.

Em um dos trabalhos, constatou-se que uma turma considerada desmotivada e desinteressada, após participar de atividades com o GeoGebra obteve melhor desempenho que outra turma, participativa, motivada, que aprendeu por um processo tradicional de quadro e pincel. O autor considera que, embora seja importante o uso das tecnologias digitais no ensino de Matemática, o professor não deve abandonar outros recursos como o uso de material concreto, uso de régua e compasso, o próprio livro didático, entre outros. O uso do

laboratório de informática e o “fazer matemático” necessita de carga horária maior e estrutura melhor, para que se faça a diferença.

O segundo trabalho salienta que o aluno, em contato com a tecnologia no ambiente educacional, se torna agente ativo no “fazer matemática”, como experimentar, interpretar, visualizar, induzir, conjecturar, abstrair, generalizar, tornando evidente neste processo, a importância da formação dos professores neste contexto atual para o uso da tecnologia, assumindo assim o papel de facilitador da construção do conhecimento e não meramente transmissor de informação.

Os resultados evidenciam que a utilização do GeoGebra em atividades de ensino de volumes contribui para melhor compreensão geral do assunto por parte dos sujeitos das pesquisas. Percebemos também que, apesar de não ser fácil e nem sempre acessível o uso da tecnologia em sala de aula, sua implementação estimula os alunos e desenvolve nestes o senso crítico, a autonomia e a criatividade.

## CONSIDERAÇÕES

O número de pesquisas com foco no uso de tecnologias para o ensino de Matemática tem crescido nos últimos anos. Isso porque, com o avanço dessas tecnologias, cujas fases foram apresentadas no início desse trabalho, surgiram muitas ferramentas capazes de contribuir de modo significativo no processo de ensinar e aprender Matemática. O que se iniciou com o uso de computadores, hoje ultrapassados, compõe atualmente um leque de opções que, se bem utilizadas, podem favorecer estudantes e professores.

Dentre as opções disponíveis para a sala de aula de Matemática, estão os *softwares* de geometria dinâmica, dos quais o GeoGebra talvez seja o mais popular. O GeoGebra é um *software* de interface amigável, de fácil manipulação e que tem sido utilizado como instrumento de mediação na aprendizagem de vários conteúdos matemáticos. Em particular, o ensino de geometria pode ser favorecido com o uso do GeoGebra e, em geometria, o estudo de sólidos geométricos. É com foco nesses sólidos que o presente estudo foi desenvolvido, com objetivo de responder à seguinte questão: *o que as pesquisas que utilizaram o GeoGebra para ensino de volume de sólidos geométricos, de 2012 a 2020, têm a nos revelar?*

Após uma pesquisa no banco de dissertações e teses da Capes e alguns filtros, selecionamos dezesseis (16) trabalhos que atendiam às nossas condições: utilização do GeoGebra no ensino de volume de sólidos geométricos.

Leituras e releituras das pesquisas permitiram encontrar aproximações entre elas, possibilitando a criação de dois eixos principais, uma relacionada aos objetivos e outra aos resultados.

No eixo Metodologias, concluímos que foram vários os tipos de propostas apresentadas pelos estudos. Concluímos também a importância das pesquisas, uma vez que a partir destas, os professores têm acesso à novas ideias de implementação das TIC na sala de aula no ensino do cálculo de volumes de sólidos Geométricos, além de materiais de apoio.

No eixo Resultados pudemos concluir que a utilização do GeoGebra no ensino da Geometria Espacial favoreceu o ensino-aprendizagem do conteúdo, possibilitando maior visualização e entendimento. Proporcionou também o desenvolvimento crítico e a autoconfiança dos alunos.

Esse movimento em torno das pesquisas relacionadas à indagação deste estudo, permitiu, na nossa percepção, responder à questão de investigação, é necessário reconhecer, também, os limites da pesquisa. Primeiro em termos de alterações na busca das dissertações, já que uma simples mudança poderia alterar consideravelmente as análises. Outros limites referem-se ao próprio movimento da pesquisa: após a seleção das dissertações por meio de palavras-chave, a leitura dos resumos foi fundamental para um segundo filtro. Contudo, muitas vezes os resumos não apresentaram elementos essenciais à compreensão do que foi a pesquisa, sua proposta ou resultados. Muitos eram sucintos, confusos e incompletos, o que dificultou o trabalho do pesquisador, no sentido de obter mais dissertações de interesse da presente pesquisa. Essas mesmas dificuldades foram constatadas por André (2001), citada por Romanowski e Ens (2006), quando das explicações sobre barreiras encontradas nos resumos de estudos selecionados ao realizar estudo bibliográfico do tipo estado da arte.

Por fim, considerando a motivação para esse estudo, em especial quanto ao uso das TIC para o ensino de Volumes de Sólidos Geométricos, percebi a importância das mesmas para desenvolvimento pessoal dos alunos e professores, além da facilidade e benefícios trazidos por esses recursos em sala de aula.

Com este trabalho, me sinto mais preparada e motivada para utilizar as TIC na minha atuação profissional futura como professora de matemática.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ARAUJO, D. P. F. **"Volumes de sólidos de revolução no Ensino Médio: uma abordagem dinâmica e intuitiva a partir das ideias do Cálculo.** 2015. 200 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal Fluminense, Rio de Janeiro.
- AWILA, H. F. D. **Uma Análise da Contribuição do GeoGebra como Recurso Interativo para o Estudo de Áreas e Volumes.** 2017. 195 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física) – Universidade Federal de Santa Maria, Rio Grande do Sul.
- BANDEIRA, W. A. D. A. E S. **O uso do *Software* GeoGebra 3D e a Teoria de Resposta ao Item Processo de Ensino-Aprendizagem de Geometria Espacial.** 2017. 99 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de Alagoas, Alagoas.
- BORBA M. C.; SILVA R. S. R.; GADANIDIS G. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: Sala de aula e internet em movimento.** – 1. Ed. – Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2014.
- BORSOI, C. **GeoGebra 3D no Ensino Médio: Uma Possibilidade para a Aprendizagem da Geometria Espacial.** 2016. 159 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Rio Grande do Sul
- BRASIL, M. M. D. F. **Explorando o *Software* GeoGebra no Processo de Ensino Aprendizagem da Geometria Espacial.** 2017. 100 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Estadual de Santa Cruz, Rio Grande do Sul
- CAVALCANTE, F. R. D. F. **Ensino de Geometria Espacial: Uma Proposta de Atividades com o uso do GeoGebra.** 2016. 106 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Rio de Janeiro.
- CONCEIÇÃO, T. M. G.; MARTINS, E.; FERREIRA, W. M.; TORISU, E. M. Coletivo pensante seres-humanos-com-geogebra-e-smartphone: demonstrando a fórmula de Bhaskara. **Revista Polyphonia**, 30(2), 2020. 223-239.  
<https://doi.org/10.5216/rp.v30i2.65116>
- GOODWIN, F. C. **Estudo de Alguns Poliedros com o Auxílio do *Software* GeoGebra no Tablet.** 2017. 166 f. Dissertação ( Mestrado Profissional em Ensino) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Minas Gerais
- LEMKE, R.; SILVEIRA, R. F.; SIPLE, I. Z. GeoGebra: uma tendência no Ensino de Matemática, II Colbeduca – 5 e 6 de setembro de 2016 – Joinville,SC, Brasil.

MAGALHAES, A. P. R. **Contribuições de um micromundo composto por recursos do GeoGebra e da coleção m3 para a aprendizagem do conceito de volume de pirâmide.** 2013. 163 f. Dissertação (Mestrado em Multiunidades em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Estadual de Campinas, São Paulo.

MARQUETTI, C. **O Uso de Tecnologias Digitais Para a Compreensão da Construção de Sólidos a Partir de Suas Propriedades.** 2015. 94 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

MIRANDA, D. F.; LAUDARES J. B. Informatização no Ensino de Matemática: investindo no ambiente de aprendizagem. *Zetetiké*, São Paulo. V. 15, n. 27, p. 73, 2007.

NUMER, F. M. **Cálculo de Volume de Monumentos a partir de Integrais Definidas para Alunos do Ensino Médio com Apoio do *Software* GeoGebra.** 2017. 169 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de Santa Maria, Rio de Janeiro.

PAIVA, A. F. **Volume e área de sólidos Geométricos usando o Princípio de Cavalieri.** 2015. 78 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de Viçosa, Minas Gerais.

PEREIRA, F. D. S. **O Volume dos Sólidos Geométricos Manipulados pelo *Software* GeoGebra.** 2017. 56 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Amazonas, Manaus.

PIZZANI, L. *et al.* A Arte da Pesquisa Bibliográfica na Busca do Conhecimento. **Rev. Dig. Bibl. Ci. Inf.**, Campinas, v.10, n.1, p.53-66, jul./dez. 2012 – ISSN 1678-765X.

RODRIGUES, T. V. **O Uso do GeoGebra 3D, Versão para Smartphone, no Processo Ensino Aprendizagem de Geometria Espacial.** 2019. 89 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal de Alagoas, Alagoas.

ROMANOWSKI, J. P.; ENS, R. T. As pesquisas denominadas do tipo “estado da arte” em Educação. **Diálogo Educ.**, Curitiba, v. 6, n.19, p.37-50, set./dez. 2006.

SILVA, J. A. D. **Geometria Espacial: Volume de Cilindros, Cones e Esferas Através de Resolução de Problemas.** 2019. 70 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) -Universidade Estadual de Santa Cruz, Rio Grande do Sul.

SILVA, J. C. D. **Explorando Significados sobre Cálculo de Volumes por Meio de Formulação e Resolução de Problemas por Futuros Professores.** 2015. 178 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Paraíba.

SOUZA, P. B. S. **O *Software* GeoGebra atrelado ao Princípio de Cavalieri como Mediador no Estudo do Cálculo do Volume dos Sólidos Geométricos.** 2015. 109 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia, Bahia