

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO - UFOP
ESCOLA DE MINAS - EM
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO,
ADMINISTRAÇÃO E ECONOMIA - DEPRO

LETÍCIA FERNANDA DE LIMA FERNANDES

RESOLUÇÃO DO PROBLEMA INTEGRADO DE
CARREGAMENTO E ROTEAMENTO DE VEÍCULOS
COM FROTA HETEROGÊNEA E JANELA DE
TEMPO POR MEIO DA META-HEURÍSTICA
VNS-VND

Ouro Preto
2019

Letícia Fernanda de Lima Fernandes

**Resolução do Problema Integrado de Carregamento e
Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea e
Janela de Tempo por meio da Meta-heurística
VNS-VND**

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia de Produção da Universidade Federal de Ouro Preto como parte dos requisitos para a obtenção do Grau de Engenharia de Produção.

Universidade Federal de Ouro Preto

Orientador: Prof. Dr. Helton Cristiano Gomes
Coorientador: Prof. Dr. Aloísio de Castro Gomes Júnior

Ouro Preto
2019

SISBIN - SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO

F363r Fernandes, Leticia Fernanda de Lima .
Resolução do problema integrado de carregamento e roteamento de veículos com frota heterogênea e janela de tempo por meio da meta-heurística VNS-VND. [manuscrito] / Leticia Fernanda de Lima Fernandes. - 2020.
41 f.: il.: color., tab..

Orientador: Prof. Dr. Helton Cristiano Gomes.
Coorientador: Prof. Dr. Aloísio de Castro Gomes Júnior.
Monografia (Bacharelado). Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de Minas. Graduação em Engenharia de Produção .

1. Pesquisa Operacional. 2. Otimização Combinatória. 3. Logística. 4. Veículos - Roteamento. I. Gomes, Helton Cristiano. II. Gomes Júnior, Aloísio de Castro. III. Universidade Federal de Ouro Preto. IV. Título.

CDU 658.5

Bibliotecário(a) Responsável: Maristela Sanches Lima Mesquita - CRB: 1716



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
Universidade Federal de Ouro Preto
Escola de Minas



Departamento de Engenharia de Produção, Administração e Economia

ATA DE DEFESA

Aos 18 dias do mês de dezembro de 2019 às 13:15 horas, no prédio da Escola de Minas – Campus Morro do Cruzeiro – UFOP, foi realizada a apresentação do trabalho de conclusão de curso (TCC) pela estudante **Letícia Fernanda de Lima Fernandes**, sendo a comissão examinadora constituída pelos professores: Prof^o. Helton Cristiano Gomes; Prof^o. Aloisio de Castro Gomes Júnior e Prof^a. Lásara Fabricia Rodrigues. A estudante apresentou o TCC intitulado: “**Resolução do Problema Integrado de Carregamento e Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea e Janela de Tempo por meio da Meta-heurística VNS-VND**”. A comissão examinou o trabalho e deliberou, por unanimidade, pela APROVAÇÃO da estudante, concedendo-lhe o prazo de 15 dias para incorporação, no texto final, das alterações sugeridas. Na forma regulamentar, foi lavrada a presente ata que é assinada pelos membros da comissão examinadora e pela estudante.

Ouro Preto, 18 de dezembro de 2019.

Prof^o. Helton Cristiano Gomes
Professor Orientador/Presidente

Prof^o. Aloisio de Castro Gomes Júnior
Professor Coorientador

Prof^a. Lásara Fabricia Rodrigues
Professora Convidada

Letícia Fernanda de Lima Fernandes
Estudante

*Aos meus pais e meu irmão,
por todo o amor e dedicação.*

Agradecimentos

Agradeço, primeiramente, a Deus pela renovação constante de minhas forças e fé. E pelo amparo em todos os momentos de minha vida.

Aos meus pais, Lucinéia e Fernando, por serem exemplos de pessoas íntegras e batalhadoras. Por me proporcionarem tantas oportunidades ao longo dessa vida e, principalmente, por me apoiarem e fazerem dos meus sonhos os deles. Eu os amo infinitamente e tenho muito orgulho de tê-los como pais!

Agradeço ao meu irmão Fernando, por significar tanto em minha vida. Pela amizade e por todo o amor que sempre recebi. Tato, eu te amo sem medidas, obrigada pela parceria e incentivo de sempre.

Não poderia deixar de agradecer a toda minha família, avós, tios, tias e primos que sempre estiveram ao meu lado. Em especial, agradeço à Ana Laura, ao Luca, ao Bê e à Bela por serem luz em minha vida e me inspirarem a sempre ser melhor.

Agradeço especialmente à Vitoria, pelo companheirismo e parceira ao longo desses cinco anos. Por sempre acreditar que eu conseguiria e não medir esforços para me ver bem. Obrigada por ser paz e me apoiar em todos os meus sonhos.

Em especial, agradeço à Lorena, por ser a melhor amiga que eu poderia encontrar durante essa jornada maluca e gratificante que é a graduação. Obrigada por todos os trabalhos em conjunto, pelo apoio constante na realização deste projeto, mas mais do que isso, pela amizade e estar ao meu lado diariamente.

Aos piores, que foram um presente em minha vida desde o começo desse ciclo. Marcone, Vitor, Ricardo, Granja e Gustavo vocês são uma enorme parte dessa conquista.

Agradeço ao Léo e Ivan por serem sempre tão queridos e por estarem ao meu lado por grande parte desses anos. Vocês são fundamentais em minha vida e carrego muito de vocês na pessoa que me tornei durante essa jornada. Ao Lu, Zamba, Vinícius e Laura por todo o carinho e por estarem presentes em momentos lindos da minha vida. Agradeço a todos que estiveram comigo durante os últimos anos, acredito que todos os encontros nessa vida são por uma razão.

À Tranca Rua, por significar casa e me proporcionar uma família mesmo estando tão distante da minha cidade de origem. Obrigada, meninos!

Não poderia deixar de agradecer a todos os professores que tanto me ensinaram ao longo desses últimos anos, em especial, ao Helton, Aloísio e Laís, pelas oportunidades, por sempre estarem de portas abertas para me receberem e pela paciência durante esse ciclo. Helton e Aloísio, obrigada por me apresentarem a PO e por serem os melhores orientadores possíveis. Laís, obrigada pelo exemplo que é em minha vida e, principalmente, por além de excelente professora, ser amiga. Por fim, agradeço à UFOP pelo ensino gratuito e de qualidade.

...

a outro alguém, noturno e miserável,
em colóquio se estava dirigindo:
“O que procuraste em ti ou fora de
teu ser restrito e nunca se mostrou,
mesmo afetando dar-se ou se rendendo,
e a cada instante mais se retraindo,
olha, repara, ausculta: essa riqueza
sobrante a toda pérola, essa ciência
sublime e formidável, mas hermética,
essa total explicação da vida,
esse nexo primeiro e singular,
que nem concebes mais, pois tão esquivo
se revelou ante a pesquisa ardente
em que te consumiste... vê, contempla,
abre teu peito para agasalhá-lo.”
As mais soberbas pontes e edifícios,
o que nas oficinas se elabora,
o que pensado foi e logo atinge
distância superior ao pensamento,
os recursos da terra dominados,
e as paixões e os impulsos e os tormentos
e tudo que define o ser terrestre
ou se prolonga até nos animais
e chega às plantas para se embeber
no sono rancoroso dos minérios,
dá volta ao mundo e torna a se engolfar
na estranha ordem geométrica de tudo,
e o absurdo original e seus enigmas,
suas verdades altas mais que tantos
monumentos erguidos à verdade;

...

(fragmento de *A Máquina do Mundo*,
de Carlos Drummond de Andrade)

Resumo

O Problema Integrado de Carregamento e Roteamento de Veículos é recorrente nos estudos de Otimização Combinatória. Diversas são as técnicas desenvolvidas para a resolução deste problema e seus derivados. Esta monografia aborda especificamente a resolução para o Problema Integrado de Carregamento e Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea e Janela de Tempo. O objetivo deste trabalho consiste em minimizar os custos de transporte, considerando o carregamento dos itens e restrições como capacidade de peso e área dos veículos, bem como o intervalo de tempo definido para o atendimento dos clientes. É apresentado neste trabalho o modelo matemático, para resolução do objeto de estudo, acrescido das restrições de janela de tempo. Para a resolução propõe-se o desenvolvimento de um algoritmo baseado na meta-heurística *Variable Neighborhood Search*, utilizando-se o método *Variable Neighborhood Descent* para etapa de busca local. Criaram-se 35 instâncias para os testes com o modelo matemático e com o método implementado. As instâncias foram resolvidas inicialmente pelo modelo matemático, usando-se o *software* CPLEX, e em seguida pelo método VNS. Os resultados apontam um bom funcionamento do método adotado, encontrando-se soluções ótimas, além do tempo computacional considerado rápido para a obtenção das soluções, aumentando, assim, a eficiência e aplicabilidade deste método para situações reais.

Palavras-chave: Pesquisa Operacional, Otimização Combinatória, Meta-heurísticas, Logística, Roteamento de Veículos

Abstract

The Integrated Vehicle Loading and Routing Problem appears a lot in Combinatorial Optimization studies. There are several techniques developed to solve it, as well as its derivatives. This monograph deals specifically with the resolution to the Integrated Vehicle Loading and Routing Problem with Heterogeneous Fleet and Time Windows. The aim is to minimize transportation costs, considering the loading of items and restrictions such as weight and area capacity for the vehicles, as well as the time defined for customer service. This paper presents the mathematical model and add time windows constraints. To resolve it is proposed to develop an algorithm based on the metaheuristic Variable Neighborhood Search using the method Variable Neighborhood Descent to the local search. 35 instances was developed and used to get results from the mathematical model. The instances were initially solved by the mathematical model, using the software CPLEX and next were solved by VNS method. The results indicate a good operation for the adopted method, finding optimal solutions. Besides the computational time was considered fast to obtain the solutions, thus increasing the efficiency and applicability of this method to real situations.

Keywords: Operational Research, Combinatorial Optimization, Metaheuristics, Logistic, Vehicle Routing

Lista de abreviaturas e siglas

AG	Algoritmo Genético
BT	Busca Tabu
CD	Centro de Distribuição
CSCMP	<i>Council of Supply Chain Management Professionals</i>
GRASP	<i>Greedy Randomized Adaptive Search Procedure</i>
ILS	<i>Iterated Local Search</i>
PCC	Problema de Carregamento de Contêineres
PCV	Problema do Caixeiro Viajante
PICRV	Problema Integrado de Carregamento e Roteamento de Veículos
PICRVFHJT	Problema Integrado de Carregamento e Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea e Janela de Tempo
PO	Pesquisa Operacional
PRV	Problema de Roteamento de Veículos
PRVFH	Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea
SA	<i>Simulated Annealing</i>
VND	<i>Variable Neighborhood Descent</i>
VNS	<i>Variable Neighborhood Search</i>
2L-CVRP	<i>Capacitated Vehicle Routing Problem with Two-dimensional Loading Constraints</i>

Lista de ilustrações

Figura 1 – Pseudocódigo VND	19
Figura 2 – Pseudocódigo VNS	22
Figura 3 – Exemplo de problema de roteamento de veículos com restrições de carregamento bidimensional	26
Figura 4 – Representação das soluções do problema	31
Figura 5 – Estruturas de Vizinhaça - Realocações	32
Figura 6 – Estruturas de Vizinhaça - Trocas	32
Figura 7 – Meta-heurística VNS-VND aplicada ao problema	33
Figura 8 – Resolução de um exemplo	36

Lista de tabelas

Tabela 1	– Resultados do modelo (Instâncias com 08, 10 e 12 cidades)	37
Tabela 2	– Resultados do modelo (Instâncias com 15, 25 e 50 cidades)	38
Tabela 3	– Resultados VNS-VND (Instâncias com 08, 10 e 12 cidades)	39
Tabela 4	– Resultados VNS-VND (Instâncias com 15, 25 e 50 cidades)	40

Sumário

	Lista de ilustrações	10
	Lista de tabelas	11
1	INTRODUÇÃO	13
1.1	Objetivos	14
1.2	Importância do Trabalho	14
1.3	Estrutura do Trabalho	14
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	16
2.1	Logística	16
2.2	Pesquisa Operacional	17
2.2.1	Métodos Heurísticos	18
2.2.2	Métodos Meta-Heurísticos	20
2.3	Problema de Roteamento de Veículos	23
2.4	Problema de Carregamento de Veículos	24
2.5	Problema de Carregamento bidimensional com Roteirização de Veículos	25
3	METODOLOGIA	27
3.1	Problema Integrado de Carregamento e Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea e Janela de Tempo	27
3.1.1	Modelo Matemático para o PICRVFHJT	27
3.2	Meta-heurística VNS-VND	30
3.2.1	Representação das Soluções	30
3.2.2	Determinação da Solução Inicial	31
3.2.3	Estrutura de Vizinhaça	31
3.2.4	Função de Avaliação	33
3.2.5	VNS-VND	33
4	APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	35
4.1	Resultados obtidos	36
4.2	Análise dos Resultados	40
5	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	42
	REFERÊNCIAS	44

1 Introdução

O Problema de Roteamento de Veículos (PRV) é um problema clássico de Otimização Combinatória, pertencente à classe de problemas do tipo NP-difícil, portanto, é difícil resolvê-lo por meio de métodos exatos. Apesar de sua complexidade, a resolução de Problemas de Roteamento de Veículos é um elemento importante na gestão eficiente do transporte em organizações e na composição da cadeia de suprimentos.

A distribuição eficiente de mercadorias e serviços é uma atividade logística de grande importância, a qual não pode ser negligenciada na administração da organização sob perda de competitividade frente ao mercado. A maneira como realiza-se a distribuição afeta diretamente o preço da mercadoria. Segundo Bowersox e Closs (2001), os custos de transporte representam cerca de 51% dos custos logísticos totais.

De modo geral, estes problemas atuam na distribuição de um conjunto de ordens de entregas ou serviços a um conjunto de veículos, e a determinação da rota de cada veículo. O objetivo consiste na minimização dos custos envolvidos. Os Problemas de Roteamento de Veículos possuem diversas aplicações no mundo real e podem ser encontrados em inúmeros formatos, dentre os quais pode-se destacar: o PRV com frota heterogênea, onde as características dos veículos diferem; o PRV com janela de tempo, onde é definido para cada cliente um intervalo de tempo para o atendimento.

De outro modo, têm-se também a resolução de Problemas de Carregamento de Contêineres que são importantes para as atividades logísticas de armazenagem e transporte. Em geral, estes problemas tratam da alocação de itens em espaços com geometrias definidas. O objetivo constitui-se da maximização da área disponível para o empacotamento dos itens ou da minimização do número de contêineres ou demais objetos necessários para empacotar os itens necessários.

O objeto de estudo deste trabalho é a resolução de um problema que apresenta a combinação de ambos os problemas apresentados anteriormente, e além disso, faz-se uso de tipos derivados do PRV, considerando-se a existência de frota heterogênea de veículos e janela de tempo. Ou seja, trata-se do Problema Integrado de Carregamento e Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea e Janela de Tempo (PICRVFHJT). Neste problema, busca-se otimizar simultaneamente o planejamento de rotas dos veículos e o arranjo da carga para tais veículos, respeitando-se as considerações práticas que advêm tanto do Problema de Roteamento de Veículos como do Problema de Carregamento de Contêineres e as demais considerações adotadas nesse caso.

Neste capítulo, além da breve descrição do problema de estudo, são apresentados a importância e os objetivos deste trabalho, bem como a sua estruturação.

1.1 Objetivos

A presente monografia tem como principal objetivo o desenvolvimento de um sistema computacional, baseado no método meta-heurístico VNS-VND, para a resolução do Problema Integrado de Carregamento e Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea e Janela de Tempo, considerando-se o carregamento bidimensional dos itens nos veículos, ou seja, atendendo as restrições de capacidade de peso e área dos veículos.

Além disso, apresenta-se uma nova formulação para o modelo matemático do PICRVFHTJ a partir de modelos existentes na literatura e acrescentando-se a característica acerca da janela de tempo para o atendimento dos clientes.

De forma mais específica, os objetivos deste trabalho são: (i) revisar a literatura sobre as técnicas comumente utilizadas para resolver o Problema Integrado de Carregamento e Roteamento de Veículos (PICRV) e seus derivados; (ii) desenvolver um sistema computacional empregando os métodos *Variable Neighborhood Search* (VNS) e *Variable Neighborhood Descent* (VND), utilizando linguagem C para a resolução do PICRVFHTJ; (iii) utilizar a proposição do modelo matemático incluindo a restrição de janela de tempo para obter resultados ótimos para o problema; (iv) validar o sistema desenvolvido, pela sua aplicação a problemas-teste; (v) comparar os resultados obtidos através do sistema computacional desenvolvido com os encontrados no método exato.

1.2 Importância do Trabalho

Empresas que prestam ou incluem serviços de transporte em suas atividades se deparam constantemente com decisões como: a definição de qual rota os veículos devem seguir para que haja o atendimento de todos os clientes buscando-se o menor custo possível; quais tipos e quantos veículos devem ser utilizados; e, como atender as duas questões anteriores em um período de tempo determinado. O estabelecimento de um planejamento sólido acerca dessas questões pode reduzir significativamente os custos das organizações em relação ao transporte.

O presente estudo justifica-se pela necessidade de utilização de métodos de solução eficazes para a otimização do roteamento dos veículos e do carregamento das cargas, de modo a proporcionar maior segurança, acurácia, rapidez e menor incerteza para decisões operacionais e táticas da organização.

1.3 Estrutura do Trabalho

Este trabalho está estruturado em cinco capítulos.

No Capítulo 2 encontra-se a revisão da literatura acerca dos assuntos aqui tratados. Apresenta-se o Problema de Carregamento bidimensional com Roteirização de Veículos e,

em seguida, são revisados estudos que propuseram métodos de resolução para o Problema Integrado de Carregamento e Roteamento de Veículos.

No Capítulo 3 é apresentada a descrição detalhada do problema estudado e o modelo matemático deste. Posteriormente, retrata-se a estrutura VNS-VND utilizada, exemplificando características como a forma de representação de uma solução, as estruturas de vizinhança utilizadas, a função de avaliação e o pseudocódigo do sistema computacional desenvolvido.

No Capítulo 4 são apresentados os resultados e análises destes. Descrevendo-se acerca das instâncias utilizadas para a resolução do problema, a representação exemplificada de uma solução e os resultados alcançados por meio do modelo matemático e por meio do sistema baseado no método meta-heurístico.

No Capítulo 5, finalmente, são discutidas as conclusões deste trabalho e as perspectivas para pesquisas futuras.

2 Revisão Bibliográfica

Neste capítulo, primeiramente, é apresentado uma breve revisão teórica a respeito dos macro conceitos relacionados ao assunto deste trabalho. São apresentados sucintamente temas como logística, com enfoque para a logística de transporte, pesquisa operacional, heurísticas e meta-heurísticas. Em seguida, expõe-se os Problemas de Carregamento e de Roteamento de Veículos desassociados um do outro e, posteriormente, o Problema de Carregamento bidimensional com Roteirização de Veículos. Por fim, é apresentada uma revisão dos trabalhos que abordaram Problemas Integrados de Roteamento e Carregamento de Veículos.

2.1 Logística

O *Council of Supply Chain Management Professionals* define logística como parte da Gestão da Cadeia de Suprimentos que planeja, implementa e controla de maneira eficiente e efetiva o fluxo direto e reverso e a armazenagem de produtos, bem como os serviços e informações associados, cobrindo desde o ponto de origem até o ponto de consumo, com o objetivo de atender aos requisitos do consumidor CSCMP (2019).

Para Chiavenato (1991), a logística é uma atividade que coordena a estocagem, o transporte, os armazéns, os inventários e toda a movimentação dos materiais dentro da empresa até a entrega dos produtos ao cliente.

Por sua vez, Christopher (2000) conceitua logística como o processo com o qual se dirige de maneira estratégica a transferência e a armazenagem de materiais, componentes e produtos acabados, começando com fornecedores até chegar aos consumidores.

Faz-se relevante destacar que a logística forma uma cadeia de valores. Novaes (2001) pontua que a logística preocupa-se em agregar valor de lugar, de tempo, de qualidade e de informação à cadeia produtiva. O valor de lugar remete ao transporte, enquanto que o valor do tempo é criado pela disponibilidade do produto ou serviço no momento do consumo. O valor referente a qualidade é considerado com relação a qualidade da operação logística, que corresponde a entrega do produto corretamente, na hora determinada, em perfeitas condições e com preço justo. Por fim, o valor da informação está associado à possibilidade de rastreamento da carga durante o transporte desta.

Um dos fatores de maior impacto no custo logístico é o custo de transporte. Gomes e Ribeiro (2013) afirmam que o custo de transporte representa a maior parcela dos custos logísticos na maioria das empresas; em muitos casos, supera o lucro operacional.

Segundo Ballou (2005), os custos com transporte absorvem de um a dois terços do custo logístico total. Portanto, mostra-se necessário tamanha atenção para esta área, visto sua importância não apenas para uma eficiência na gestão logística, mas também

para o desempenho positivo da organização no geral. A redução do custo relacionado ao transporte e a melhoria do serviço ao cliente estão diretamente ligados e são objetivos da logística.

Desse modo, buscam-se técnicas que propiciem a redução de custos relacionados ao transporte empregando-se, portanto, técnicas de roteamento e gerenciamento da frota. A Pesquisa Operacional apresenta-se como alternativa para o desenvolvimento destes métodos.

2.2 Pesquisa Operacional

A Pesquisa Operacional (PO) é uma ciência aplicada voltada para a resolução de problemas reais. Tendo como foco a tomada de decisões, aplicando conceitos e métodos de outras áreas científicas para concepção, planejamento ou operação de sistemas para atingir seu objetivo (SOBRAPO, 2019).

A PO pode ser aplicada em diversas áreas como manufatura, transportes, planejamento financeiro, serviços públicos e muitas outras, buscando a melhor solução para a organização como um todo. Segundo Montevechi (2013), o modelo da Pesquisa Operacional é universal, através da linguagem matemática define-se um objetivo, caracteriza-se suas variáveis e identifica-se as restrições. A função objetivo trata-se de uma função matemática das suas variáveis, a qual almeja achar a solução ótima para um problema, como por exemplo, maximizar lucros e/ou minimizar custos, como o caso do problema estudado no presente trabalho.

A aplicação da Pesquisa Operacional proporcionou e ainda proporciona grandes avanços em termos de resultados na administração das empresas, nas tomadas de decisões de formas mais assertivas. Segundo Silva (2013), a PO abrange um leque de técnicas para resolução de problemas, como: programação linear, programação dinâmica, teoria das filas, programação inteira, programação não linear e programação multiobjetivo. A simulação e otimização são duas das áreas da Pesquisa Operacional e neste trabalho tratar-se-á da segunda.

Os algoritmos computacionais atuais podem enfrentar um grande desafio com respeito a fornecer soluções ótimas, para problemas NP-difíceis de grande porte, como os encontrados nos casos reais, em suma pelo grande número de variáveis e de restrições que são tratadas na resolução. Problemas deste tipo podem exigir uso de tempo de processamento e/ou de memória computacional proibitivos para o alcance de uma solução ótima.

A partir das dificuldades encontradas para a resolução através de métodos exatos é que se justifica os significativos esforços voltados para o desenvolvimento e aperfeiçoamento de estratégias aproximativas e eficientes para a resolução de problemas NP-difíceis de grande porte. Tais procedimentos são denominados Heurísticas.

2.2.1 Métodos Heurísticos

O conceito de Heurística é amplo e permite diversas definições. Dessa forma, heurística é uma técnica que procura boas soluções (próximas da ótima) a um custo computacional razoável, sem, no entanto, estar capacitada a garantir sua otimalidade, bem como garantir quão próximo uma determinada solução está da solução ótima. (SOUZA, 2004)

As heurísticas podem ser construtivas e de refinamento. As heurísticas construtivas são destinadas à geração de uma solução inicial para um problema de otimização, enquanto as heurísticas de refinamento são destinadas à melhoria de uma solução.

Segundo Souza (2011), uma heurística construtiva tem por objetivo construir uma solução, elemento por elemento. A forma de escolha do elemento a ser inserido a cada passo varia de acordo com a função de avaliação adotada e esta por sua vez, depende do problema abordado. Por sua vez, as heurísticas de refinamento, também conhecidas como técnicas de busca local em problemas de otimização, constituem uma família de técnicas baseadas na noção de vizinhança. Ainda de acordo com Souza (2011), seja S o espaço de pesquisa de um problema de otimização e f a função objetivo a minimizar. A função N , a qual depende da estrutura do problema tratado, associa a cada solução $s \in S$, sua vizinhança $N(s) \subseteq S$. Cada solução $s' \in N(s)$ é chamada de vizinho de s . Denomina-se movimento de modificação m que transforma uma solução s em outra s' , que esteja em sua vizinhança. De modo geral, esta classe de heurísticas parte de uma solução inicial qualquer, que pode ser gerada aleatoriamente ou obtida através de uma heurística construtiva, e caminha a cada iteração, de vizinho para vizinho de acordo com as definições adotadas.

Diversas abordagens foram desenvolvidas, ao decorrer dos anos, para resolver o PRV e seus derivados, sendo a primeira delas uma heurística gulosa proposta por Clark e Wright (1964) conhecida como algoritmo de *savings* de Clark-Wright. A partir de então, muitos métodos heurísticos surgiram. Gomes Junior (2005) indica a utilização de métodos heurísticos como a heurística das economias de Clark e Wright (1964) e o Algoritmo de Varreduras para a resolução do PRV e suas derivações.

Liu e Shen (1999) *apud* Gomes Junior (2005) expõe que a heurística das economias de Clark e Wright (1964) baseia-se na noção de economias, que pode ser definido como o custo da combinação, ou união, de duas sub-rotas existentes anteriormente. Refere-se a uma heurística iterativa de construção baseada numa função gulosa de inserção.

Inicialmente, cada cliente é servido por um veículo, constituindo rotas entre o CD (centro de distribuição) e cada cliente. Seja c_{ij} o custo da viagem partindo de um cliente i a um cliente j , podendo ser dado em distância percorrida ou em tempo de deslocamento. Duas rotas contendo os clientes i e j podem ser combinadas, desde que i e j estejam ou na primeira ou na última posição de suas respectivas rotas e que a demanda total das rotas combinadas não ultrapasse a capacidade do veículo.

Em cada iteração, todas as combinações de rotas possíveis são analisadas através da

fórmula $s_{ij} = c_{i0} + c_{0j} - c_{ij}$, onde 0 representa o CD e s_{ij} é a economia gerada pela combinação das rotas envolvendo os clientes i e j . As duas rotas que renderem a maior economia de combinação são unidas. Por ser sempre escolhida a maior economia dentre as possíveis, a função de escolha é dita gulosa. Como a cada nova combinação de sub-rotas as economias são novamente calculadas e atualizadas para a próxima combinação de sub-rotas, o método é dito iterativo e termina quando nenhuma economia é possível (LIU; SHEN, 1999).

Faz-se relevante também o conhecimento acerca do Método de Descida em Vizinhança Variável (*Variable Neighborhood Descent - VND*) que foi proposto inicialmente por Mladenovic e Hansen (1997) e consiste em um método de refinamento que explora o espaço de soluções por meio de trocas sistemáticas de estrutura de vizinhança. No VND aceita-se apenas soluções de melhora da solução corrente e quando há o encontro de uma solução melhor, retorna-se à primeira estrutura.

Souza (2011) apresenta o pseudocódigo encontrado na Figura 1, em que considera-se o refinamento de uma solução s utilizando uma função de avaliação f , a ser minimizada, e um conjunto de r diferentes vizinhanças.

Figura 1 – Pseudocódigo VND

```

procedimento VND( $f(\cdot), N(\cdot), r, s$ )
1  Seja  $r$  o número de estruturas diferentes de vizinhança;
2   $k \leftarrow 1$ ;                                {Tipo de estrutura de vizinhança corrente}
3  enquanto ( $k \leq r$ ) faça
4      Encontre o melhor vizinho  $s' \in N^{(k)}(s)$ ;
5      se ( $f(s') < f(s)$ )
6          então
7               $s \leftarrow s'$ ;
8               $k \leftarrow 1$ ;
9          senão
10              $k \leftarrow k + 1$ ;
11  fim-se;
12 fim-enquanto;
13 Retorne  $s$ ;
fim VND;

```

Fonte: (SOUZA, 2011)

Na Figura 1 primeiramente define-se o número r de estruturas de vizinhança adotados (linha 1). Enquanto o tipo de estrutura de vizinhança corrente for menor ou igual o número de estruturas diferentes utilizadas no algoritmo, realiza-se o movimento para encontrar o melhor vizinho s' (linha 4). Caso a função de avaliação do vizinho gerado seja menor que a função da solução corrente (linha 5), a solução encontrada passa a ser a solução

corrente e retorna-se para o primeiro tipo de estrutura de vizinhança utilizada. Caso contrário, ou seja, ao não encontrar nenhuma solução melhor do que a corrente ao realizar os movimentos da estrutura de vizinhança atual, passa-se para a próxima estrutura de vizinhança utilizada (linha 10). Por fim, ao explorar todas as estruturas estabelecidas, retorna-se o valor da solução s (linha 13).

Segundo Mladenovic e Hansen (1997), o método VND apresenta três princípios básicos:

(a) Um ótimo local com relação a uma dada estrutura de vizinhança não corresponde necessariamente a um ótimo local com relação a uma outra estrutura de vizinhança;

(b) Um ótimo global corresponde a um ótimo local para todas as estruturas de vizinhança;

(c) Para muitos problemas, ótimos locais com relação a uma ou mais estruturas de vizinhança são relativamente próximos.

Souza (2011) indica que “segundo os autores [do método], o último princípio, de natureza empírica, indica que um ótimo local frequentemente fornece algum tipo de informação sobre o ótimo global.”

2.2.2 Métodos Meta-Heurísticos

De acordo com Souza (2011), as Meta-Heurísticas são procedimentos destinados a encontrar uma boa solução, eventualmente a ótima, consistindo na aplicação, em cada passo, de uma heurística subordinada, a qual tem que ser modelada para cada problema específico. Nesse sentido, as meta-heurísticas diferem das heurísticas convencionais pois são providas de mecanismos para tentar escapar de ótimos locais ainda distantes dos ótimos globais. E, dividem-se em duas categorias, de acordo com o princípio utilizado para explorar o espaço de soluções: busca local e busca populacional.

No processo da busca local, a exploração do espaço de soluções é feita através de movimentos, os quais são aplicados a cada passo sobre a solução corrente, gerando outra solução promissora em sua vizinhança. São exemplos: *Tabu Search*, *Variable Neighborhood Search* e *Iterated Local Search* (ILS).

Já a busca populacional consiste em manter um conjunto de boas soluções e combiná-las de forma a tentar produzir soluções ainda melhores, tendo-se como exemplos clássicos desta categoria os Algoritmos Genéticos, os Algoritmos Meméticos e o Algoritmo Colônia de Formigas.

De acordo com Gomes Junior (2005), *Simulated Annealing* (SA) e *Busca Tabu* (BT) são os dois métodos meta-heurísticos mais recorrentes aplicados ao PRV e seus derivados.

Tan (2001) *apud* Gomes Junior (2005) definem *Simulated Annealing* (SA) como sendo uma técnica de relaxação estocástica que encontra sua origem em mecanismos estatísticos.

A metodologia do SA é análoga ao processo de recozimento dos sólidos. De acordo com Tan (2001) o algoritmo parte de uma boa solução inicial factível que é obtida através de um algoritmo que tenta inserir clientes entre todas as arestas da rota corrente, selecionando aquela com menor custo de inserção. A partir de então, a solução inicial é submetida a um processo de refinamento, utilizando um método de busca local. São utilizadas cinco tipos de temperaturas (T_s = temperatura inicial do método SA; T_t = temperatura final do método SA; T_b = temperatura em que a melhor solução corrente foi encontrada; T_r = temperatura de reinicialização do método SA, originalmente igual a T_s e T_k = temperatura da solução corrente). Os vizinhos da solução correntes são gerados por operações (1, 0), onde um cliente de uma rota é trocado por nenhum de outra rota e (2, 0), onde dois clientes de uma rota são trocados por nenhum de uma outra rota. Se a variação de energia $\Delta = f(S') - f(S)$, onde S' = vizinho da solução S , for menor que 0 a solução S' é aceita, caso contrário, se $\Delta \geq 0$ e $e^{-\Delta/T_k} \geq \theta$ (número randomicamente escolhido entre 0 e 1), a solução S' também será aceita. A temperatura corrente então é atualizada da seguinte forma:

$$T_k = T_{k-1} / (1 + \tau \sqrt{T_{k-1}})$$

e repetida até a $T_f = 0.001$ (parâmetro definido pelos autores). A partir daí a T_r é atualizada e o processo é repetido R vezes.

Ainda segundo Gomes Junior (2005), a ideia por trás da BT é realizar uma busca local pelo movimento, em uma iteração t , da solução x_t para a melhor solução em sua vizinhança. No momento em que o movimento para x_{t+1} pode causar deterioração da função objetivo, é alocado no lugar um mecanismo anti-cíclico, ou seja, alguma solução possuindo algum atributo de x_t é declarado tabu, ou proibido, por um número de iterações. Assim, o melhor vizinho x_t de x_{t+1} somente é selecionado se ele é não tabu e se claramente não ocorrer um ciclo. Gendreau (1999) apresentam um algoritmo baseado em BT para resolver o Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea (PRVFH).

Para a resolução do PRV e seus derivados, pode-se encontrar na literatura a utilização da meta-heurística VNS, como nos trabalhos desenvolvidos por Oliveira et al. (2013) em que é proposto a utilização da meta-heurística GRASP e VNS aplicada ao problema de roteamento de veículos com *backhauls* e frota heterogênea fixa e Bula et al. (2017) utiliza o algoritmo VNS para a resolução do PRVFH no contexto de transporte de materiais perigosos.

O Método de Busca em Vizinhança Variável (VNS) consiste em explorar o espaço de soluções através de trocas sistemáticas de estruturas de vizinhança. O VNS não segue uma trajetória e sim, explora vizinhanças gradativamente mais “distantes” da solução corrente e focaliza a busca em torno de uma nova solução se, e somente se, um movimento de melhoria é realizado.

A seguir, na figura 2, encontra-se um pseudocódigo da meta-heurística *Variable Neighborhood Search*.

Figura 2 – Pseudocódigo VNS

```

procedimento VNS()
1  Seja  $s_0$  uma solução inicial;
2  Seja  $r$  o número de estruturas diferentes de vizinhança;
3   $s \leftarrow s_0$ ;           {Solução corrente}
4  enquanto (Critério de parada não for satisfeito) faça
5       $k \leftarrow 1$ ;       {Tipo de estrutura de vizinhança corrente}
6      enquanto ( $k \leq r$ ) faça
7          Gere um vizinho qualquer  $s' \in N^{(k)}(s)$ ;
8           $s'' \leftarrow \text{BuscaLocal}(s')$ ;
9          se ( $f(s'') < f(s)$ )
10             então
11                  $s \leftarrow s''$ ;
12                  $k \leftarrow 1$ ;
13             senão
14                  $k \leftarrow k + 1$ ;
15         fim-se;
16     fim-enquanto;
17 fim-enquanto;
18 Retorne  $s$ ;
fim VNS;

```

Fonte: (SOUZA, 2011)

No VNS, parte-se de uma solução inicial qualquer (passo 1 da Figura 2) e, a cada iteração, seleciona-se aleatoriamente, a partir da solução corrente s , uma solução vizinha s' pertencente à vizinhança $N^{(k)}(s)$, que é obtida através da estrutura de vizinhança de ordem k ($1 \leq k \leq r$), passo 7 da Figura 2. Essa solução vizinha s' é então submetida a um procedimento de busca local, passo 8. Se a nova solução obtida s'' , resultante dessa busca local no entorno de s' , for melhor que a solução corrente (passo 9), a busca prossegue a partir da nova solução encontrada s'' , reiniciando a partir da primeira estrutura de vizinhança $N^{(1)}(s)$, que corresponde a $k=1$ (passo 12). Caso contrário, a busca prossegue a partir da próxima estrutura de vizinhança $N^{(k+1)}(s)$ (passo 14). Esse procedimento é encerrado quando uma condição de parada for atingida (por exemplo, tempo limite de processamento, número máximo de iterações ou número máximo de iterações consecutivas sem melhorias).

2.3 Problema de Roteamento de Veículos

São encontradas na literatura variadas definições para o Problema de Roteamento de Veículos. Uma definição foi dada por Cordeau (2002), em que se define o PRV da seguinte forma:

O Problema de Roteamento de Veículos (PRV) clássico pode ser formalmente definido como segue. Seja $G=\{V,A\}$ um grafo (representação de um conjunto de pontos e da maneira como esses pontos estão ligados; um exemplo seria um conjunto de cidades representando os nós ou vértices deste grafo e as estradas que ligam estas cidades seriam os arcos ou arestas que ligam os nós do grafo) onde $V=\{v_0, v_1, \dots, v_n\}$ é o conjunto de vértices, e $A=\{(v_i, v_j): v_i, v_j \in V, i \neq j\}$ é o conjunto de arcos. O vértice v_0 representa o Centro de Distribuição (CD), enquanto os demais vértices correspondem aos clientes. Com A são associados uma matriz de custos (c_{ij}) e uma matriz de tempo de viagens (t_{ij}). Se estas matrizes são simétricas, o caso mais comum, então é o padrão definir o PRV em um grafo não direcionado $G=\{V,E\}$, onde $E=\{(v_i, v_j): v_i, v_j \in V, i \neq j\}$ é um conjunto de arestas. Cada cliente tem uma demanda não negativa q_i e um tempo de atendimento t_i . Uma frota de m veículos idênticos de capacidade Q é atribuída ao CD. O número de veículos é também conhecido com antecedência ou tratado como uma variável de decisão. O PRV consiste de designar um conjunto de no máximo m rotas de entrega ou coleta tal que: (1) cada rota inicia e termina no CD; (2) cada cliente é visitado exatamente uma vez por exatamente um veículo; (3) a demanda total de cada rota não exceda Q ; (4) a duração total de cada rota (incluindo tempo de viagem e atendimento) não exceda um limite pré-definido D ; e (5) o custo total da rota é minimizado. Uma variante comum é aquela na qual uma janela de tempo $[a_i, b_i]$ é imposta na visita de cada cliente. Muitas outras extensões têm sido estudadas: a frota de veículos sendo heterogênea (existem vários tipos de veículos e cada tipo tem uma determinada capacidade); veículos podem fazer entrega e coleta em uma mesma rota; alguns veículos podem ser inabilitados a visitar certos locais; alguns clientes podem requerer várias visitas dentro de um período de tempo; pode existir mais que um CD; entregas podem ser divididas por vários veículos etc.

Uma revisão sobre diversos métodos de solução para o PRV, bem como a apresentação de diferentes variantes do problema é encontrada em Cordeau (2002). Diversas são as variações desse tipo de problema, na maioria das vezes são compostos por um maior número de restrições. Mais comumente são encontradas variações que tratam de frota heterogênea e que possuem restrições relacionadas a janelas de tempo, como mencionado anteriormente.

O PRV é da classe de problemas NP-Difícil e, portanto, o uso de métodos exatos se torna bastante restrito devido ao fato de que os algoritmos existentes não o resolvem em tempo polinomial. Ainda segundo Cordeau (2002), este indica quatro atributos necessários para uma boa heurística para o PRV. Sendo eles:

Precisão: consiste na medição do grau de precisão da solução fornecida pela heurística em comparação com a solução ótima ou o melhor valor conhecido e o seu desempenho em variadas situações.

Velocidade: diz respeito a velocidade computacional avaliada de acordo com a precisão requerida.

Simplicidade: em relação à simplicidade do algoritmo destaca-se a facilidade de implementação e entendimento do código e considera-se, também, o número de parâmetros que são utilizados.

Flexibilidade: uma boa heurística deve ser flexível de modo a acomodar restrições de situações práticas, como por exemplo, tempo de rota, capacidade de frota e janela de tempo.

2.4 Problema de Carregamento de Veículos

O Problema de Carregamento de Veículos também pode ser encontrado na literatura como o Problema de Carregamento de Contêineres, o qual parte do mesmo princípio, onde nesse caso, o contêiner carregado equivale a carroceria do veículo utilizado para o transporte.

O problema de carregamento consiste em carregar os itens de tamanhos iguais ou diversos dentro de contêineres ou carrocerias de veículos de carga, de maneira a otimizar determinado objetivo como, por exemplo, maximizar o aproveitamento do espaço disponível. Uma descrição feita por Morabito e Arenales (1997) é apresentada a seguir.

Considere um conjunto de caixas agrupadas em m tipos. Para cada tipo i , caracterizado pelo comprimento, largura e altura (l_i, w_i, h_i) , tem-se uma quantidade b_i de caixas. Considere também um conjunto de contêineres agrupados em n tipos. Para cada tipo k , caracterizado pelas dimensões (L_k, W_k, H_k) , estão disponíveis B_k contêineres. As caixas devem ser carregadas ortogonalmente dentro dos contêineres. Por simplicidade e sem perda de generalidade, admita que as caixas sejam carregadas com uma orientação fixada, isto é, l_i, w_i e h_i paralelos a L_k, W_k e H_k , respectivamente.

Bortfeldt e Gehring (2001) citam as seguintes restrições que podem estar associadas a este problema:

- (i) orientação: cada caixa pode ter até seis possibilidades de posicionamento;
- (ii) estabilidade: cada caixa deve ter sua base apoiada ou pelo menos um percentual mínimo de apoio;

(iii) empilhamento: o número de caixas colocadas em uma pilha deve ser compatível com a resistência a deformação ocasionadas pelo peso incidente;

(iv) peso: o número de caixas acondicionadas não deve resultar em um peso total que ultrapasse o limite de peso líquido do contêiner;

(v) centro de gravidade: as caixas devem estar organizadas de modo a preservar o centro de gravidade do contêiner e com isso possibilitar uma adequada distribuição de peso.

O Problema de Carregamento de Contêineres, de acordo com Lim e Zhang (2005), pode ser sub-classificado conforme a natureza dos produtos a serem unitizados, como:

(a) *problema homogêneo*: é acondicionado um único tipo de item (dimensões idênticas);

(b) *problema de baixa heterogeneidade*: considera uma pequena variabilidade nas dimensões dos itens que serão carregados;

(c) *problema de alta heterogeneidade*: considera uma elevada variabilidade nas dimensões dos itens que serão carregados.

2.5 Problema de Carregamento bidimensional com Roteirização de Veículos

Do inglês, *Capacitated Vehicle Routing Problem with Two-dimensional Loading Constraints* (2L-CVRP) este problema consiste da existência de veículos que dispõem de compartimentos retangulares para o carregamento, os quais devem ser preenchidos pelos itens de diferentes dimensões demandados pelos clientes. O 2L-CVRP ocorre na prática quando os itens não podem ser empilhados uns sobre os outros, devido às suas fragilidades ou formas.

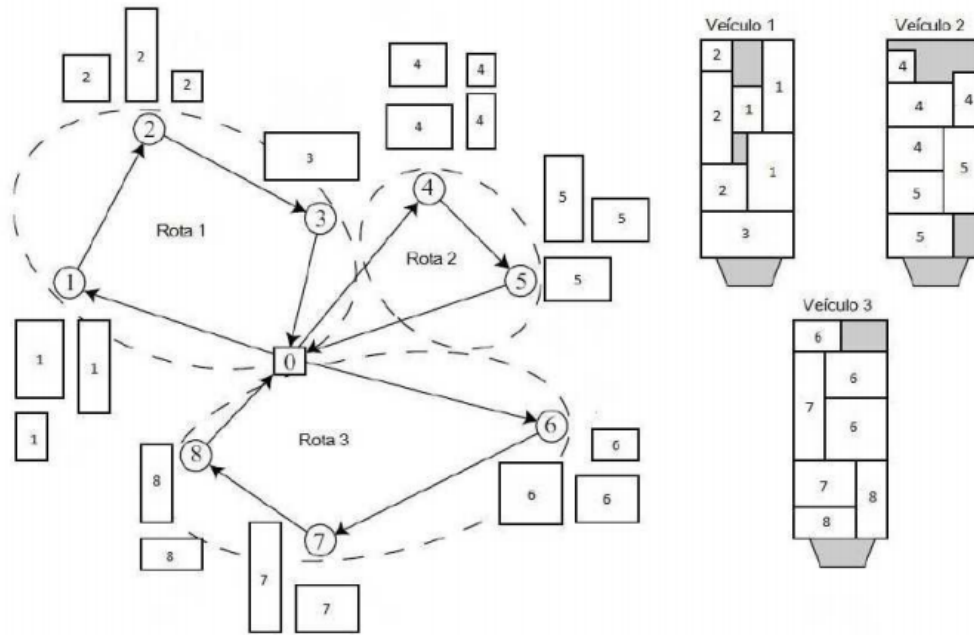
A definição do 2L-CVRP, descrita por Iori, Salazar-González e Vigo (2007), pode ser expressa da seguinte forma: Seja $G = (V, E)$ um grafo completo não direcionado onde V define o conjunto de $n+1$ vértices correspondentes ao depósito (vértice 0) e aos clientes (vértices $1, \dots, n$), e $E = (i, j) | i, j \in V$ define o conjunto de arestas. Para cada aresta $(i, j) \in E$ é associado um custo $c_{ij} \geq 0$. Um conjunto de K veículos são disponibilizados no depósito, cada veículo com uma capacidade de peso D e um comprimento L deste compartimento. Além disso, as operações de carregamento e descarregamento são feitas por um único lado do compartimento do veículo.

Em cada cliente i ($i \in V \setminus 0$) demanda-se um conjunto de m_i itens retangulares, com peso total d_i , e cada item possui a largura e o comprimento iguais a w_{it} e l_{it} ($t = 1, \dots, m_i$), respectivamente. Dessa forma, cada item é denotado por um par (i, t) , onde i representa

o cliente e t o índice do item deste cliente. Além disso, a área total dos itens do cliente i é denotada por $a_i = \sum_{t=1}^{m_i} w_{it}l_{it}$. Assume-se que todos estes valores são inteiros positivos.

As restrições gerais do 2L-CVRP podem ser definidas como segue: (a) o número de rotas não deve exceder o número de veículos disponíveis, (b) as capacidades em peso e área de cada veículo não podem ser extrapoladas, (c) toda rota começa e termina no depósito, (d) cada cliente é visitado apenas uma vez e por apenas um veículo, (e) os itens tem uma orientação fixa (não podem ser rotacionados) e devem ser carregados com os seus lados paralelos aos lados do compartimento do veículo (ou seja, é necessário um carregamento ortogonal), e (f) os itens devem ser carregados de modo a não haver sobreposição entre eles. A figura 3 apresenta uma exemplificação do problema de estudo deste trabalho.

Figura 3 – Exemplo de problema de roteamento de veículos com restrições de carregamento bidimensional



Fonte: (CANDIDO; SOUZA, 2016)

Na Figura 3 pode-se visualizar a alocação dos itens e a distribuição destes nos veículos 1, 2 e 3. Desse modo, fica estabelecido que o veículo 1, por exemplo, atenderá a demanda de itens das cidades 1, 2 e 3 e que, a rota deste veículo seguirá o seguinte trajeto: partindo do 0 (Centro de Distribuição) o veículo se encaminha para o atendimento da cidade 1 (com a demanda de três itens), em seguida segue para a cidade 2 (que também possui três itens) e, por fim, chega a cidade 3 (para a descarga de um item), retornando então, para o centro de distribuição. As rotas e alocações de itens para os veículos 2 e 3 também são mostradas, sendo: Veículo 2: $0 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 0$ e Veículo 3: $0 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow 8 \rightarrow 0$.

3 Metodologia

Neste capítulo são apresentados os métodos utilizados para a resolução do problema de estudo. Dessa forma, apresenta-se a descrição detalhada do problema estudado e o modelo matemático acrescido das restrições abordadas neste trabalho. Posteriormente, apresenta-se a meta-heurística VNS-VND utilizada, bem como a forma de representação de uma solução, a geração de uma solução inicial, as estruturas de vizinhança e de busca local, a função de avaliação e o pseudocódigo do sistema computacional desenvolvido.

3.1 Problema Integrado de Carregamento e Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea e Janela de Tempo

O Problema Integrado de Carregamento e Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea e Janela de Tempo deriva da integração entre os problemas de carregamento e roteamento de veículos clássicos encontrados na literatura. Além disso, destaca-se no problema tratado duas particularidades: a existência de frota heterogênea de veículos e de janela de tempo.

A característica de heterogeneidade da frota disponível permite que a organização detenha veículos com diferentes dimensões e capacidades, de forma a conseguir decidir qual veículo é mais vantajoso para cada atividade a ser realizada. Com relação a janela de tempo, o acréscimo de tal restrição possibilita uma maior aproximação com situações reais encontradas, pois espera-se que entregas sejam realizadas dentro de um intervalo de tempo determinado pelos clientes, por exemplo. Além disso, cabe ressaltar que o problema abordado se dá em duas dimensões, respeitando, portanto, os limites de peso e área dos veículos.

3.1.1 Modelo Matemático para o PICRVFHJT

Para a formulação do modelo apresentado nesta seção, utiliza-se uma extensão dependente do tempo para o Problema do Caixeiro Viajante (PCV), proposta por Junqueira (2013) para problemas integrados de roteamento e carregamento de veículos. Além disso, as restrições geométricas para o carregamento dos veículos são baseadas na formulação para o problema de carregamento de contêineres proposto por Chen, Lee e Shen (1995) com a adaptação realizada por Candido e Souza (2016) para o caso bidimensional. Candido e Souza (2016) também propõem uma restrição para a integração entre o carregamento e o roteamento de veículos. Neste trabalho, por fim, acrescentam-se as restrições referentes a janela de tempo que são propostas por Arenales et al. (2015). Em seguida, apresenta-se o modelo matemático para o PICRVFHJT.

Define-se que um veículo chega em cada vértice do seu roteiro em uma posição t . Assume-se ainda que cada roteiro tem seu início no vértice 0 na posição $t = 0$, e termina no vértice 0, no entanto, na posição $n + 1$, considerando apenas a utilização de um veículo. Desse modo, o conjunto dos valores possíveis para t é $T = 1, \dots, n + 1$. A variável de decisão para o modelo do roteamento, z_{ij}^{kt} , é definida como binária, ou seja, igual a 1 se o veículo k vai diretamente do vértice i para o vértice j na posição t , tal que $(i, j) \in A, k \in V, t \in T$; e igual a 0, caso contrário.

Já para as restrições de carregamento, define-se que as superfícies de carregamento dos veículos como um conjunto $K = 1, \dots, P$ de P objetos retangulares, com dimensões $L_k \times W_k$ $k = 1, \dots, P$ onde L_k e W_k denotam, respectivamente, comprimento e largura. Candido e Souza (2016) formulam matematicamente as restrições geométricas para o carregamento dos veículos da seguinte maneira: para o mapeamento da superfície de carregamento do veículo tomam um sistema cartesiano bidimensional composto pelos eixos X e Y . Supõe-se que o canto frontal esquerda da superfície de carregamento do veículo seja posicionado na origem $(0, 0)$ do sistema cartesiano, sua lateral esquerda sobre o eixo X e sua lateral frontal sobre o eixo Y . Supondo que os itens tenham orientação fixa, são definidas as seguintes variáveis:

(x_p, y_p) : variáveis reais, que correspondem às coordenadas do canto frontal esquerdo do item I_p quando posicionado no veículo.

s_{pk} : variável binária, igual a 1 se o item I_p é carregado no veículo k e igual a 0, caso contrário.

v_k : variável binária, igual a 1 se o veículo k é utilizado e igual a 0, caso contrário.

α_{pq} : variável binária, igual a 1 se o item I_p é posicionado atrás do item I_q e igual a 0, caso contrário.

β_{pq} : variável binária, igual a 1 se o item I_p é posicionado a frente do item I_q e igual a 0, caso contrário.

γ_{pq} : variável binária, igual a 1 se o item I_p é posicionado à esquerda do item I_q e igual a 0, caso contrário.

δ_{pq} : variável binária, igual a 1 se o item I_p é posicionado à direita do item I_q e igual a 0, caso contrário.

As últimas quatro variáveis descritas ditam o posicionamento relativo entre os itens.

A seguir apresenta-se a formulação matemática do problema.

$$\min Z = \sum_{k \in V} \sum_{j \in N \setminus \{0\}} F_k z_{0j}^{k1} + \sum_{(i,j) \in A} \sum_{k \in V} \sum_{t \in T} V_k d_{ij} z_{ij}^{kt} \quad (1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j \in N} \sum_{k \in V} \sum_{t \in T} z_{ij}^{kt} = 1, i \in N \setminus \{0\} \quad (2)$$

$$\sum_{j \in N} \sum_{k \in V} \sum_{t \in T} t z_{ij}^{kt} - \sum_{g \in N} \sum_{k \in V} \sum_{t \in T} t z_{gi}^{kt} = 1, i \in N \setminus \{0\} \quad (3)$$

$$\sum_{j \in N \setminus \{0\}} z_{0j}^{k1} \leq 1, k \in V \quad (4)$$

$$\sum_{g \in N} z_{gi}^{kt} = 0, i \in N \setminus \{0\}, k \in V, t \in T \setminus \{n+1\} \quad (5)$$

$$\sum_{i \in N \setminus \{0\}} \sum_{j \in N} \sum_{t \in T - \{1\}} D_i z_{ij}^{kt} \leq Q_k, k \in V \quad (6)$$

$$z_{ij}^{kt} \in \{0,1\}, (i,j) \in A, k \in V, t \in T \quad (7)$$

$$x_p + l_p \leq x_q + (1 - \alpha_{pq})M, I_p, I_q \in I, p < q \quad (8)$$

$$x_q + l_q \leq x_p + (1 - \beta_{pq})M, I_p, I_q \in I, p < q \quad (9)$$

$$y_p + w_p \leq y_q + (1 - \gamma_{pq})M, I_p, I_q \in I, p < q \quad (10)$$

$$y_q + w_q \leq q_p + (1 - \delta_{pq})M, I_p, I_q \in I, p < q \quad (11)$$

$$\alpha_{pq} + \beta_{pq} + \gamma_{pq} + \delta_{pq} \geq s_{pk} + s_{qk} - 1, I_p, I_q \in I, p < q, k \in V \quad (12)$$

$$x_p + l_p \leq L_k + (1 - s_{pk})M, I_p \in I, k \in V \quad (13)$$

$$y_q + w_q \leq W_k + (1 - s_{pk})M, I_p \in I, k \in V \quad (14)$$

$$x_p, y_p \in \mathbb{R}, I_p \in I \quad (15)$$

$$\alpha_{pq}, \beta_{pq}, \gamma_{pq}, \delta_{pq} \in \{0,1\}, I_p, I_q \in I, p < q \quad (16)$$

$$s_{pk} \in \{0,1\}, I_p \in I, k \in V \quad (17)$$

$$\sum_{I_p \in IT_i} s_{pk} = m_i \sum_{j \in N} \sum_{t \in T} z_{ij}^{kt}, i \in N \setminus \{0\}, k \in V \quad (18)$$

$$\sum_{i,j \in A} \sum_{t \in T, i \neq j} z_{ij}^{kt} tij_{ij} + sik_i \leq rk_k, k \in V \quad (19)$$

$$ta_i + sik_i + tij_{ij} \leq ta_j + (1 - z_{ij}^{kt})M, \quad i, j \in A, k \in V, t \in T, i \neq j, j \neq 0 \quad (20)$$

$$ta_i \geq li_i \quad (21)$$

$$ta_i \leq ls_i \quad (22)$$

A função objetivo (1) busca a minimização do custo relacionado aos trajetos realizados para visitar os clientes. As restrições (2) garantem que cada cliente é visitado apenas uma única vez e as restrições (3) garantem a conexão de cada trajeto, ou seja, se um cliente é visitado em determinada posição, este cliente tem que ser o ponto de partida para o próximo cliente. As restrições (4) garantem a utilização de cada veículo no máximo uma vez. As restrições (5) asseguram a conservação de fluxo de cada roteiro e as restrições (6) garantem que o limite de capacidade dos veículos seja respeitado. As restrições (7) apresentam o domínio das variáveis de decisão para o caso de roteamento. Tais restrições, referentes ao roteamento de veículos advém da extensão dependente do tempo para o PCV, proposta por Junqueira (2013).

As restrições de (8) a (11) garantem que não haja sobreposição dos itens e a restrição (12) verifica a não existência de sobreposição apenas para itens carregados no mesmo veículo, enquanto que, as restrições (13) e (14) garantem que os itens sejam alocados respeitando as dimensões da superfície de carregamento do veículo. As restrições (15) a (17) definem o domínio das variáveis de decisão para o carregamento. As restrições (18) garantem que todos os itens de um mesmo cliente sejam carregados no veículo que o atende, não havendo fragmentação dos pedidos de um cliente em diferentes veículos. As restrições relacionadas ao carregamento de veículos são propostas por Chen, Lee e Shen (1995) com a adaptação realizada por Candido e Souza (2016) para o caso bidimensional.

As restrições (19) a (22), propostas por Arenales et al. (2015), são acrescentadas ao modelo e cumprem o objetivo de garantir o cumprimento da janela de tempo, assegurando que os veículos estarão aptos a atender os clientes dentro dos limites superiores e inferiores de tempo estabelecidos para cada um.

3.2 Meta-heurística VNS-VND

Para a resolução do problema proposto adotou-se a meta-heurística VNS-VND, na qual adotou-se para a etapa de busca local da meta-heurística Busca em Vizinhança Variável (*Variable Neighborhood Search*, VNS), a utilização do Método de Descida em Vizinhança Variável (*Variable Neighborhood Descent*, VND).

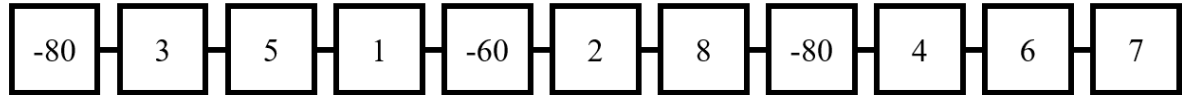
3.2.1 Representação das Soluções

A Figura 4 apresenta a representação utilizada para a solução do problema, sendo que, os valores negativos representam os veículos, mais precisamente a capacidade do veículo que está atendendo determinada rota e os demais valores representam os clientes visitados.

Na figura 4 têm-se três rotas. O trajeto da primeira é $CD \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 1 \rightarrow CD$, na segunda rota $CD \rightarrow 2 \rightarrow 8 \rightarrow CD$ e, por fim, têm-se $CD \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow CD$. Além disso, na representação observa-se as capacidades dos veículos utilizados, sendo que, para

os veículos 1 e 3 têm-se a capacidade igual a 80 e o veículo 2 possui uma capacidade igual a 60, em termos de unidades de peso.

Figura 4 – Representação das soluções do problema



Fonte: Autora

3.2.2 Determinação da Solução Inicial

A geração da solução inicial é feita de modo aleatório, no entanto, respeitando as restrições de capacidade de área e peso dos veículos. Desse modo, a estrutura de geração inicia-se inserindo o primeiro veículo para atender a primeira rota e, a partir disso, seleciona-se o primeiro cliente a ser atendido de forma aleatória.

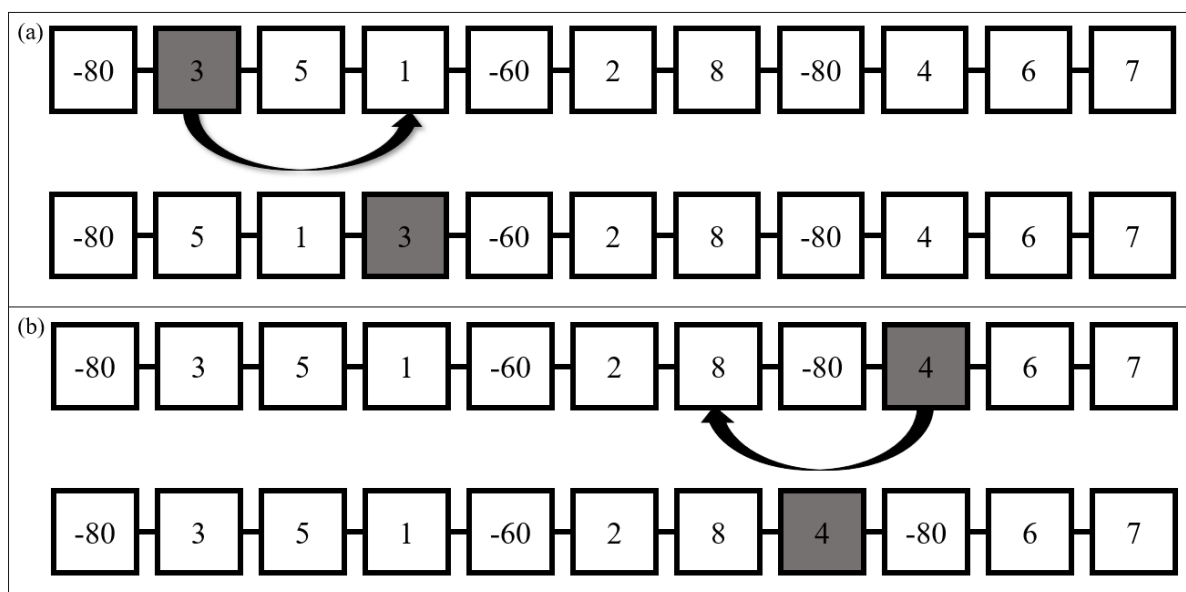
De acordo com a capacidade referente a área e peso suportados pelo veículo que está atendendo a rota e considerando o somatório referente aos itens do cliente já inserido, cria-se uma lista com os possíveis clientes a serem atendidos naquela mesma rota, ou seja, é gerada uma lista com os clientes que ainda podem ser atendidos pelo veículo sem que esse ultrapasse seus limites estipulados previamente. Após a criação desta lista, sorteia-se de modo aleatório o próximo cliente que será visitado. E então, as capacidades remanescentes do veículo são atualizadas, bem como a lista dos possíveis clientes a serem atendidos. E, dessa forma, a cada iteração, é inserido um novo cliente.

No momento em que não é possível que se atenda nenhum cliente remanescente, insere-se um novo veículo e inicia-se uma nova rota através do método descrito anteriormente. O processo se repete até que todos os clientes sejam atendidos.

3.2.3 Estrutura de Vizinhança

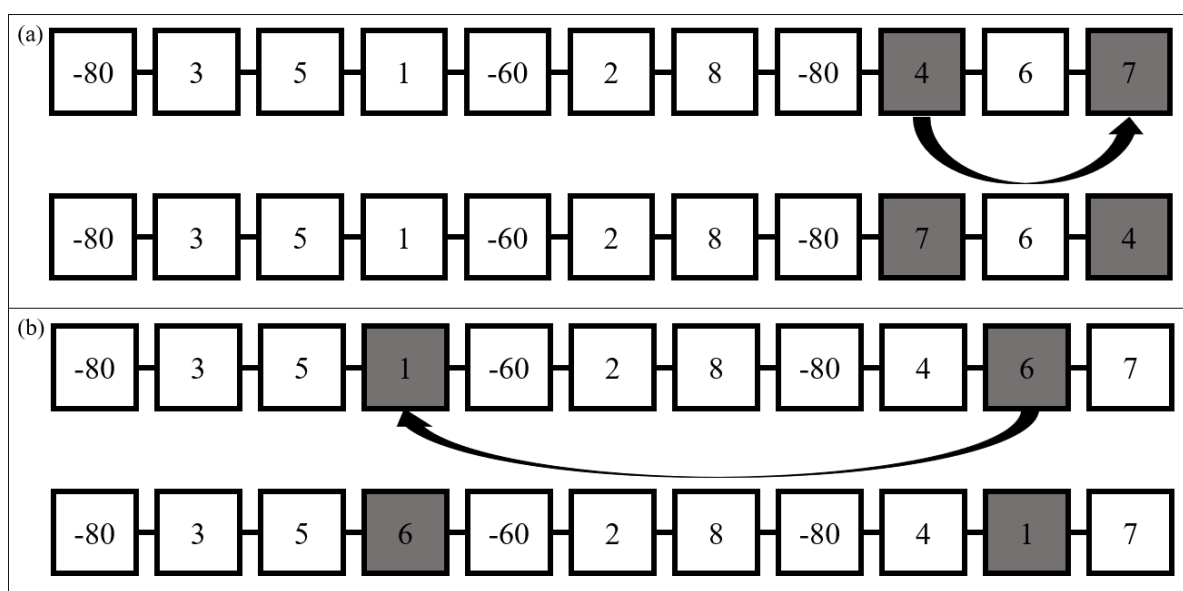
As seguintes estruturas de vizinhança foram consideradas neste trabalho: realocação tanto local quanto global, sendo que no primeiro um cliente é realocado dentro da própria rota (Figura 5a), e no segundo, um cliente é realocado de uma rota para outra (Figura 5b); troca local e global (Figuras 6a e 6b, respectivamente), onde há a troca entre dois clientes de rotas distintas, no primeiro caso e no segundo, a troca entre dois clientes dentro de uma mesma rota.

Figura 5 – Estruturas de Vizinhança - Realocações



Fonte: Autora

Figura 6 – Estruturas de Vizinhança - Trocas



Fonte: Autora

Na realização da busca local, ao realizar um movimento, avalia-se o novo valor obtido para a solução gerada, caso esse valor seja melhor do que o atual, esta passa a ser a solução corrente, reiniciando assim, todo o processo de estruturas de vizinhança.

3.2.4 Função de Avaliação

A função de avaliação utilizada leva em conta a distância percorrida do cliente i para o cliente j , as capacidades de peso e área do veículo que irá atender a rota e a janela de tempo em que o cliente deve ser atendido. A função de avaliação é uma relaxação da função objetivo do problema, onde incluiu-se as restrições de peso, área e janela de tempo, que são penalizadas quando violadas. Esta função é dada pela expressão:

$$f(z) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n z_{ij} + \varepsilon * f_1(z) + \theta * f_2(z) + \mu * f_3(z)$$

onde z_{ij} representa a distância do cliente i para o cliente j , $f_1(z)$ representa a sobrecarga de peso nos veículos, $f_2(z)$ representa o excesso de área ocupada nos veículos, $f_3(z)$ representa o tempo em que um veículo excede o horário máximo permitido para atendimento a determinado cliente, ε , θ e μ são fatores de penalidade exageradamente grandes.

3.2.5 VNS-VND

A figura 7 mostra o algoritmo da meta-heurística VNS-VND proposta neste trabalho.

Figura 7 – Meta-heurística VNS-VND aplicada ao problema

Início VNS-VND	
1. Seja s_0 uma solução inicial e r o número de estruturas de vizinhança;	
2. $s \leftarrow s_0$;	{Solução corrente}
3. Enquanto (Critério de parada não satisfeito) faça	
4. $k \leftarrow 1$;	{Tipo de estrutura de vizinhança}
5. Enquanto ($k \leq r$) faça	
6. Gere um vizinho qualquer $s' \in N^{(k)}(s)$;	{Etapa de diversificação}
7. $s'' \leftarrow \text{VND}(s')$;	{Etapa de busca local}
8. Se $f(s'') < f(s)$ então	
9. $s'' \leftarrow s''$;	
10. $k \leftarrow 1$;	
11. senão $k \leftarrow k + 1$;	
12. Fim-se ;	
13. Fim-enquanto ;	
14. Fim-enquanto ;	
15. Retorne s ;	
Fim VNS-VND	

Fonte: Autora

Para o VNS inicialmente gera-se uma solução inicial, a qual é adotada como sendo a solução corrente (passo 2) e estabelece-se o critério de parada (passo 3). Esta meta-heurística, então, adota um mecanismo de perturbação sistemática da solução corrente

utilizando para isso diferentes estruturas de vizinhança, o que pode resultar na piora da solução inclusive, uma vez que nessa etapa denominada de diversificação gera-se um vizinho aleatório da solução corrente (passo 6). Após esta etapa de diversificação da solução é executado um processo de busca local, que consiste tipicamente em um mecanismo de intensificação da busca (passo 7).

Na etapa de busca local, toda vez que se encontra uma solução melhor do que a solução corrente, adota-se esta como a solução corrente e reinicia-se o método (passos 9, 10 e 11), a partir da etapa de diversificação, gerando então, um vizinho qualquer da nova solução corrente. Neste trabalho, utilizou-se de duas estruturas de vizinhança para a etapa de diversificação e quatro estruturas para a etapa de busca local. Para o caso onde não há melhora da melhor solução, após a realização de todos os mecanismos de busca local desenvolvidos, altera-se o mecanismo de perturbação utilizando outra estrutura de vizinhança (passo 11). Para a etapa de busca local implementou-se o método VND.

Neste trabalho utilizou-se, ainda, o método de primeira melhora, que consiste em um método alternativo, que evita a pesquisa exaustiva e é muito adotado na literatura. Neste, interrompe-se a exploração da vizinhança quando um primeiro vizinho melhor é encontrado.

É válido observar que o passo 6 da figura 7 gera um vizinho qualquer, ou seja, a solução s' não necessariamente é melhor que a solução inicial s . No entanto, com esta etapa de diversificação é possível evitar redundância de solução, com isto tende-se a aumentar a probabilidade de escape de ótimos locais. Na etapa de diversificação são utilizadas duas estruturas de vizinhança, sendo elas: Troca e Realocação, nesta ordem. Para a etapa de busca local (VND) utilizou-se quatro estruturas de vizinhanças: Realocação Global, Troca Local, Realocação Local e Troca Global.

4 Apresentação e discussão dos resultados

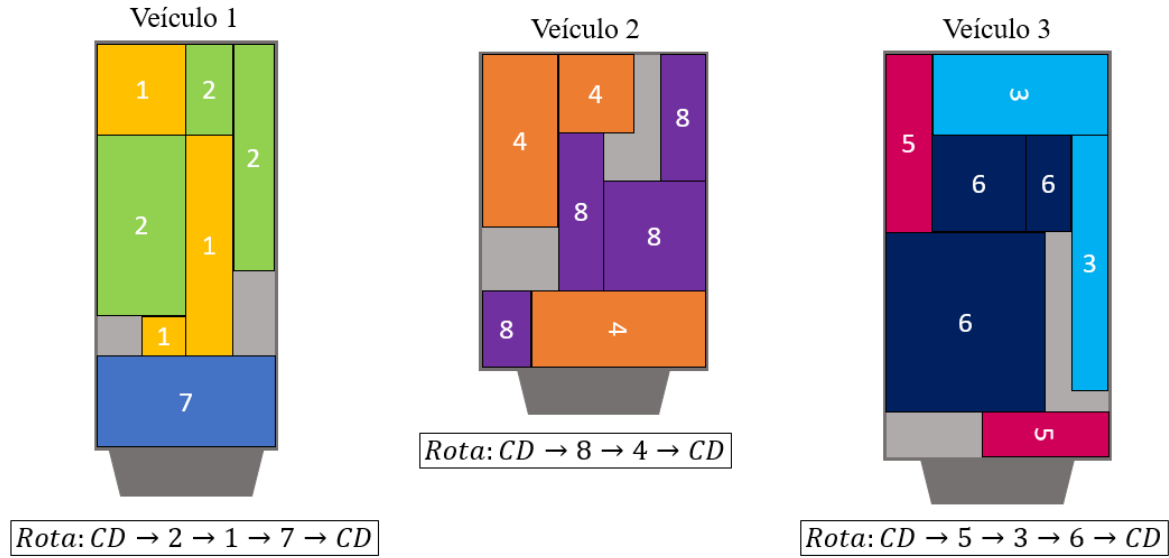
O desenvolvimento do algoritmo proposto foi realizado em linguagem C. O modelo matemático foi implementado e resolvido através do *software* CPLEX 12.9, utilizando-se a linguagem AMPL. O computador usado para os testes é um AMD Ryzen 7 1800X 3.60GHz, com 64 GB de memória RAM. Utilizou-se um tempo limite de 7200 segundos para obtenção da solução ótima pelo modelo.

Os problemas-teste utilizados foram 35 instâncias criadas para o PICRVFHJT geradas a partir de uma instância em que considerava-se pequenas quantidades de cidades e itens que garantissem a viabilidade desta. A partir disso, instâncias maiores foram geradas e envolvem 8, 10, 12, 15, 25 e 50 cidades, sendo executadas vinte vezes cada. Todas as instâncias foram resolvidas para o modelo matemático e para o algoritmo desenvolvido. Para a resolução através do método exato estabeleceu-se um tempo computacional máximo igual a 7200 segundos, visto que resoluções com tempo computacional alto não são vantajosas.

Na figura 8 é apresentada a resolução de um exemplo, considera-se a necessidade de atendimento de 8 cidades, com um total de 21 itens e 3 veículos disponíveis para o carregamento.

Na exemplificação pode-se perceber que o veículo 1 atenderá três cidades e seguirá a rota descrita conforme indicado. Os veículos 2 e 3 atenderão, respectivamente, dois e três cidades. Todos os veículos têm o início e o fim de suas rotas no centro de distribuição. Além disso, todos os itens do cliente que será atendido devem ser alocados dentro do mesmo veículo, como pode-se observar na figura os itens indicados pelos números identificam a qual cliente pertencem. No entanto, o modelo usado não se preocupa com a ordem de alocação dos objetos dentro dos veículos, ou seja, não é realizado o agrupamento dos itens de um mesmo cliente.

Figura 8 – Resolução de um exemplo



Fonte: Autora

4.1 Resultados obtidos

Os resultados para os métodos implementados são apresentados nas tabelas a seguir. Os resultados seguidos de um asterisco são ótimos globais alcançados através da resolução do método exato.

As tabelas abaixo apresentam os resultados alcançados com a resolução do problema pelo método exato (Tabelas 1 e 2) e com a resolução pela meta-heurística VNS-VND (Tabelas 3 e 4). As instâncias são nomeadas de acordo com a quantidade de cidades e itens disponíveis em cada uma. Por exemplo, a referência C08-O21 indica que na instância há 08 cidades para serem atendidas e 21 objetos a serem considerados nas entregas.

Nas Tabelas 1 e 2, é possível observar a instância resolvida e a quantidade de veículos que foram utilizados para atender as cidades. Além disso, apresenta-se o tempo computacional, em segundos, gasto para a resolução da instância e o *gap* para as instâncias que atingiram o tempo limite estabelecido de 7200 segundos. Por fim, têm-se o valor da solução (FO) e a indicação das soluções ótimas.

Tabela 1 – Resultados do modelo (Instâncias com 08, 10 e 12 cidades)

Instância	Quantidade de veículos utilizados	Tempo Computacional (s)	GAP	FO
C08-O21	3	1,94	-	54*
C08-O30	4	7,13	-	58*
C08-O45	5	192,88	-	70*
C10-O26	4	117,06	-	66*
C10-O30	4	34,80	-	67*
C10-O40	4	91,08	-	62*
C10-O45	3	1004,50	-	59*
C10-O50	4	1756,08	-	61*
C10-O56	4	7207,69	24,12%	57
C10-O60	3	7201,59	13,99%	51
C10-O68	4	7205,38	41,86%	62
C12-O20	2	7201,61	11,84%	50
C12-O26	3	7204,86	14,64%	52
C12-O31	3	440,99	-	53*
C12-O33	3	142,34	-	53*
C12-O38	3	718,69	-	53*
C12-O41	3	424,08	-	53*
C12-O46	3	1738,52	-	53*

Fonte: Autora

Tabela 2 – Resultados do modelo (Instâncias com 15, 25 e 50 cidades)

Instância	Quantidade de veículos utilizados	Tempo Computacional (s)	GAP	FO
C15-O15	1	36,69	-	47*
C15-O20	1	163,77	-	48*
C15-O30	4	7200,33	17,24%	55
C15-O40	3	7200,25	8,34%	48
C15-O45	3	7200,33	8,18%	49
C15-O55	3	7200,59	12,63%	50
C15-O60	3	7200,52	13,29%	50
C25-O25	2	3663,83	-	94*
C25-O30	3	4835,70	-	94*
C25-O35	4	7205,25	9,18%	98
C25-O40	4	7208,13	20,70%	112
C25-O45	4	7200,84	23,39%	115
C25-O50	4	7200,34	18,41%	109
C25-O60	5	7200,44	23,91%	115
C25-O70	8	7200,31	53,46%	188
C50-O50	6	7200,81	71,25%	484
C50-O50	10	7200,88	77,15%	609

Fonte: Autora

Nas Tabelas 3 e 4, referentes aos resultados alcançados pela meta-heurística desenvolvida, observa-se primeiramente as instâncias e a quantidade de veículos utilizados para o atendimento em cada uma, em seguida, o tempo computacional (em segundos) é apresentado. Nestas tabelas encontram-se também a FO média, ou seja, como o algoritmo foi rodado vinte vezes para cada instância, esta FO consiste na média dos vinte valores encontrados como solução. Em seguida, têm-se o melhor valor de solução encontrado para cada instância e a indicação com o asterisco (*) são valores ótimos. Por fim, o desvio padrão das soluções encontradas e o *gap* em relação às soluções alcançadas pelo método exato são apresentados, este último apresenta valores negativos para os casos onde encontrou-se uma solução melhor quando comparada com a anteriormente encontrada.

Tabela 3 – Resultados VNS-VND (Instâncias com 08, 10 e 12 cidades)

Instância	Veículos utilizados	Tempo Computacional (s)	FO média	Melhor FO	Desvio Padrão FO	GAP FO*
C08-O21	3	1,781	58	54*	2,645	0
C08-O30	4	1,219	63	58*	1,581	0
C08-O45	6	0,999	80	80	0	12,5%
C10-O26	4	1,151	70	66*	2,971	0
C10-O30	4	1,015	71	67*	2,961	0
C10-O40	3	0,933	63	62*	1,490	0
C10-O45	3	1,250	62	59*	2,783	0
C10-O50	3	1,030	65	61*	3,425	0
C10-O56	4	0,968	62	61	1,683	7,01%
C10-O60	4	1,077	63	62	2,403	21,5%
C10-O68	4	1,367	68	65	2,613	4,83%
C12-O20	3	2,343	56	53	2,876	6,00%
C12-O26	4	0,687	65	61	2,167	17,3%
C12-O31	4	0,968	58	53*	4,133	0
C12-O33	5	1,000	56	53*	3,470	0
C12-O38	5	0,656	76	73	1,372	37,7%
C12-O41	5	0,624	82	77	2,305	45,3%
C12-O46	5	1,140	91	87	2,699	64,1%

Fonte: Autora

Tabela 4 – Resultados VNS-VND (Instâncias com 15, 25 e 50 cidades)

Instância	Veículos utilizados	Tempo Computacional (s)	FO média	Melhor FO	Desvio Padrão FO	GAP FO*
C15-O15	3	1,749	56	47*	3,577	0
C15-O20	3	0,843	52	48*	3,605	0
C15-O30	4	0,953	66	60	4,166	9,09%
C15-O40	5	1,218	73	65	4,384	35,4%
C15-O45	6	1,421	83	71	6,042	44,8%
C15-O55	3	0,921	56	50	3,344	0
C15-O60	4	0,922	57	51	3,897	2,00%
C25-O25	4	4,733	114	106	5,383	12,7%
C25-O30	3	5,151	116	94*	7,075	0
C25-O35	4	1,468	117	107	6,928	9,18%
C25-O40	4	1,859	114	107	5,349	-4,46%
C25-O45	5	1,952	106	97	6,164	-15,6%
C25-O50	4	3,428	119	109	5,952	0
C25-O60	5	1,343	117	111	4,115	-3,60%
C25-O70	6	1,280	120	114	3,281	-39,3%
C50-O50	6	15,101	195	185	5,506	-61,7%
C50-O50	8	14,403	195	185	8,669	-69,6%

Fonte: Autora

4.2 Análise dos Resultados

Na Tabela 1, na qual encontram-se os resultados alcançados através do modelo matemático para as instâncias com 08, 10 e 12 cidades, ou seja, instâncias consideradas menores, pode-se observar que o método exato comportou-se bem, encontrando a solução ótima global em 13 das 18 instâncias consideradas. Além disso, com relação ao tempo computacional, percebe-se que, no geral, instâncias com menores quantidades para o conjunto cidades-objetos, ou seja, 8, 10 e 12 cidades, apresentam tempos inferiores. Portanto, com o aumento das variáveis a serem consideradas, tempos computacionais maiores podem ser mais recorrentes.

Na Tabela 2, observa-se uma ineficiência com relação ao modelo, pois das 17 instâncias apresentadas apenas 4 alcançaram um valor ótimo da solução. Tal fato confirma o princípio de que para instâncias maiores, o tempo computacional necessário para se alcançar a otimalidade pode se tornar inviável a depender das situações.

Nesta tabela é possível verificar, ainda que, para casos com 50 cidades a serem atendidas, o modelo não apresenta uma boa eficiência o que demonstra a complexidade do problema, que considera restrições para o carregamento, roteamento, janela de tempo e capacidade de peso e área dos veículos. Aqui cabe ressaltar que o modelo não é incapaz

de alcançar as soluções de otimalidade, no entanto, o tempo computacional e memórias gastos para isto podem ser inviáveis a depender do caso.

Desse modo, fez-se viável a implementação do algoritmo utilizado, a meta-heurística VNS-VND como já apresentado anteriormente. Nas Tabelas 3 e 4, expõe-se os resultados obtidos por esse método. Na Tabela 3, para o grupo de instâncias contendo 8 e 10 cidades, o VNS-VND se comportou bem, conseguindo alcançar até mesmo os melhores resultados esperados. Para os casos onde não se obteve a melhor solução conhecida, o *gap* entre esses resultados foi consideravelmente baixo. Para as instâncias do grupo contendo 12 cidades, o método apresentou *gaps* elevados, que podem ter sido gerados devido a particularidades dessas instâncias, no entanto, foi possível a obtenção de resultados ótimos mesmo entre este grupo de instâncias.

Sendo assim, e considerando os resultados para o tempo computacional gasto na geração das soluções, o comportamento do algoritmo é satisfatório.

Para as instâncias maiores, apresentadas na Tabela 4, o método utilizado se mostra muito satisfatório encontrando 3 dos 4 valores ótimos conhecidos para esse conjunto de instâncias. Os tempos computacionais são considerados baixos, variando na faixa de 0,8 a 16 segundos. Quando comparado a resolução por meio do modelo matemático que na maioria das vezes atingiu o tempo limite estabelecido de 7200 segundos com os resultados apresentados nesta tabela, comprova-se a eficiência do VNS-VND.

5 Conclusões e trabalhos futuros

Este trabalho acrescentou para o desenvolvimento de metodologias meta-heurísticas, além de contribuir para a robustez do modelo matemático para o problema integrado de carregamento e roteamento comum na literatura, a partir da adição das restrições para a janela de tempo. Foram propostas as resoluções do Problema Integrado de Carregamento e Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea e Janela de Tempo (PICRVFHJT) por meio do método exato e uma metodologia baseada na meta-heurística *Variable Neighborhood Search* (VNS). A metodologia utilizada consiste no algoritmo VNS clássico com movimentos de troca e realocação para realizar a etapa de diversificação e gerar, portanto, um vizinho qualquer da solução corrente. Além disso, para a etapa de busca local fez-se o uso do método *Variable Neighborhood Descent* (VND) adotando-se quatro estruturas de vizinhança: realocação global, realocação local, troca global e troca local.

As metodologias para a resolução do PICRVFHJT foram implementadas e os resultados apresentados para as 35 instâncias-teste que foram desenvolvidas para o problema, considerando todas as características envolvidas neste. O modelo se mostrou complexo devido ao elevado número de restrições consideradas, no entanto, ainda assim, foi capaz de apresentar soluções de otimalidade para alguns casos. Para as instâncias maiores, ou seja, maior número de cidades a serem atendidas e itens a serem considerados, o modelo encontrou dificuldade para encontrar uma boa solução dentro do limite de tempo estabelecido de 7200 segundos.

O algoritmo aplicado tem uma boa precisão, apresentando em 60% dos casos o melhor resultado obtido pelo método exato ou ainda melhores resultados para os casos em que o modelo se limitou pelo limite de tempo pré-estabelecido. Quanto a velocidade, o algoritmo se mostra rápido o suficiente para resolver o problema.

No quesito que se refere a velocidade, esta viabiliza a adoção do algoritmo em situações em que necessita-se de respostas rápidas para tomadas de decisões mais assertivas e estratégicas, como casos vividos diariamente por organizações. Destaca-se, portanto, a crescente utilização de métodos como o proposto neste trabalho para a resolução de problemas cuja complexidade necessita de recursos mais difíceis de serem obtidos usualmente, como tempo disponível para a geração da solução e computadores considerados mais eficientes.

No quesito simplicidade e flexibilidade, é possível indicar que o algoritmo atende de forma muito boa, sendo fácil de implementar e flexível para o acréscimo de novas restrições, por exemplo, que são adaptadas de forma acessível com a inclusão de uma função de penalidade à função de avaliação.

Como sugestão para trabalhos futuros, indica-se o desenvolvimento de outras metodologias fazendo-se uso de diferentes meta-heurísticas para uma possível comparação a

respeito da eficiência destas para a resolução do problema. Além disso, aponta-se a incorporação de uma nova restrição que garante o agrupamento dos itens de um mesmo cliente dentro do veículo, de forma a evitar um rearranjo de carga, o qual não é interessante em situação reais.

Referências

- ARENALES, M. et al. *Pesquisa Operacional: Para cursos de engenharia*. 2. ed. São Paulo: Elsevier Academic, 2015.
- BALLOU, R. H. *Gerenciamento da Cadeia de Suprimentos/Logística Empresarial*. 5. ed. São Paulo: Bookman, 2005.
- BORTFELDT, A.; GEHRING, H. A. A hybrid genetic algorithm for the container loading problem. *European Journal of Operational Research*, Amsterdam, v. 131, n. 1, p. 143–161, 2001.
- BOWERSOX, D. J.; CLOSS, D. J. *Logística Empresarial: O processo de integração da cadeia de suprimentos*. 1. ed. São Paulo: Atlas, 2001.
- BULA, G. A. et al. Variable neighborhood search to solve the vehicle routing problem for hazardous materials transportation. *Journal of Hazardous Materials*, Elsevier, v. 324, n. B, p. 472–480, 2017.
- CANDIDO, L. C.; SOUZA, L. V. *Modelo Matemático para o Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea Fixa e Restrições de Carregamento Bidimensional*. Curitiba: Simpósio de Métodos Numéricos em Engenharia, 2016.
- CHEN, C. S.; LEE, S. M.; SHEN, Q. S. An analytical model for the container loading problem. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 80, n. 1, p. 68–76, 1995.
- CHIAVENATO, I. *Iniciação à Administração da Produção*. São Paulo: Makron, McGrawHill, 1991.
- CHRISTOPHER, M. *Logística e gerenciamento da cadeia de suprimentos: estratégias para a redução de custos e melhoria de serviços*. São Paulo: Pioneira, 2000.
- CLARK, G.; WRIGHT, J. Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. *Operations Research*, Informs, v. 12, n. 4, p. 519–643, 1964.
- CORDEAU, J. F. e. a. *A guide to vehicle routing problem*. Inglaterra: Journal of the Operational Research Society, 2002.
- CSCMP. *CSCMP Supply Chain Management Definitions and Glossary*: Definition of logistics management. 2019. Disponível em: <https://cscmp.org/CSCMP/Educate/SCM_Definitions_and_Glossary_of_Terms/CSCMP/Educate/SCM_Definitions_and_Glossary_of_Terms.aspx?hkey=60879588-f65f-4ab5-8c4b-6878815ef921>. Acesso em: 23 jan. 2019.
- GENDREAU, M. *A Tabu Search Heuristic for the Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem*. Grã-Bretanha: Computers and Operations Research, 1999.
- GOMES, C. F. S.; RIBEIRO, P. C. C. *Gestão da Cadeia de Suprimentos Integrada a Tecnologia da Informação*. 2. ed. Rio de Janeiro: Cengage Learning, 2013.
- GOMES JUNIOR, A. d. C. *Simulated Annealing aplicado ao Problema de Roteamento de Veículos com Janela de Tempo*. Tese (Monografia) — Universidade Federal de Ouro Preto, 2005.

- IORI, M.; SALAZAR-GONZÁLEZ, J. J.; VIGO, D. An exact approach for the vehicle routing problem with two-dimensional loading constraints. *Transportation Science*, Informs, v. 41, n. 2, p. 135–280, 2007.
- JUNQUEIRA, L. *Modelos e Algoritmos para Problemas Integrados de Roteamento e Carregamento de Veículos*. Tese (Doutorado) — Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de São Carlos, 2013.
- LIM, A.; ZHANG, X. *The container loading problem*. Santa Fe: Sumposium on Applied Computing, 2005.
- LIU, F.; SHEN, S. Y. *A Method for Vehicle Routing Problem with Multiple Vehicle Types and Time Windows*. 4. ed. Taiwan: Proc. Natl. Sci. Council, 1999.
- MLADENOVIC, N.; HANSEN, P. Variable neighborhood search. *Computers and Operations Research*, Elsevier, v. 24, n. 11, p. 1097–1100, 1997.
- MONTEVECHI, J. A. B. *Pesquisa Operacional*. Universidade Federal de Itajubá (UNIFEI), 2013.
- MORABITO, R.; ARENALES, M. *Abordagens para o problema do carregamento de contêineres*. São Paulo: Pesquisa Operacional, 1997.
- NOVAES, A. G. *Logística e Gerenciamento da Cadeia de Distribuição: Estratégia, Operação e Avaliação*. Rio de Janeiro: Campus, 2001.
- OLIVEIRA, M. X. et al. *Metaheurística GRASP e VNS aplicada ao Problema de Roteamento de Veículos com Backhauls e Frota Heterogênea Fixa*. Natal: SBPO, 2013.
- SILVA, A. F. *Pesquisa operacional: desenvolvimento e otimização de modelos matemáticos por meio da linguagem gams*. São Paulo: Unesp, 2013.
- SOBRAPO. *Sociedade Brasileira de Pesquisa Operacional*:: O que é pesquisa operacional? 2019. Disponível em: <<https://www.sobrapo.org.br/o-que-e-pesquisa-operacional>>. Acesso em: 15 jan. 2019.
- SOUZA, M. J. F. *Modelagens Exata e Heurística para Resolução do Problema do Caixeiro Viajante com Coleta de Prêmios*. Florianópolis: ENEGEP, 2004.
- SOUZA, M. J. F. *Inteligência Computacional para Otimização: Notas de Aula*. Ouro Preto: Universidade Federal de Ouro Preto, 2011.
- TAN, K. C. e. a. Heuristic methods for vehicle routing problem with time windows. *Artificial Intelligence in Engineering*, Elsevier, v. 15, n. 3, p. 281–295, 2001.