



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
Universidade Federal de Ouro Preto  
Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas  
Departamento de Engenharia Elétrica

---



# **ALOCAÇÃO ÓTIMA DE PMUs EM SISTEMAS DE POTÊNCIA UTILIZANDO GRASP-VNS**

Vinícius da Silva Lanzotti

**Trabalho de Conclusão de Curso**

João Monlevade

2020

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

# **ALOCÇÃO ÓTIMA DE PMUs EM SISTEMAS DE POTÊNCIA UTILIZANDO GRASP-VNS**

Vinícius da Silva Lanzotti

Trabalho de Conclusão de curso apresentado à Universidade Federal de Ouro Preto como parte dos requisitos para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Elétrica pelo Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas da Universidade Federal de Ouro Preto.

Orientador: Prof. Dr. Wilington Guerra Zvietcovich

**Universidade Federal de Ouro Preto**

João Monlevade

2020

L297a      Lanziotti, Vinícius da Silva .  
Alocação ótima de PMUs em sistemas de potência utilizando GRASP-VNS  
[manuscrito] / Vinícius da Silva Lanziotti. - 2019.

xiii , 57 f.: il.: color; grafs; tabs; mapas.

Orientador: Prof. Dr. Wilingthon Guerra Zvietcovich .

Monografia (Graduação). Universidade Federal de Ouro Preto. Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas. Departamento de Engenharia Elétrica.

1. Energia elétrica - Distribuição. 2. Medidores elétricos. 3. Unidade de Medição Fasorial. I. Zvietcovich , Wilingthon Guerra . II. Universidade Federal de Ouro Preto. III. Título.

CDU: 621.31



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO  
REITORIA  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E APLICADAS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELETRICA



## FOLHA DE APROVAÇÃO

**Vinícius da Silva Lanzotti**  
**ALOCAÇÃO ÓTIMA DE PMUs EM SISTEMAS DE POTÊNCIA UTILIZANDO GRASP-VNS**

A defesa desta monografia foi substituída por publicação de artigo em evento científico conforme previsto no § 3º do artigo 5º da Resolução Coee nº11/2018.

Versão final

Aprovado em 10 de dezembro de 2019

De acordo

Wilingthon Guerra Zvietcovich



Documento assinado eletronicamente por **Wilingthon Guerra Zvietcovich, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 10/01/2020, às 11:11, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [http://sei.ufop.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **0031576** e o código CRC **2D2EDEC7**.

Referência: Caso responda este documento, indicar expressamente o Processo nº 23109.000181/2020-13

SEI nº 0031576

R. Diogo de Vasconcelos, 122, - Bairro Pilar Ouro Preto/MG, CEP 35400-000  
Telefone: - www.ufop.br

## **Agradecimentos**

Agradeço à Deus, por me conceder saúde, paciência e sabedoria para conquistar este título de Bacharel em Engenharia Elétrica. Também agradeço aos meus pais, Maurilio e Silvana pelo exemplo de vida, por todo apoio, carinho e compreensão, sem eles nada disso seria possível. À minha irmã Rafaela, pela amizade, companheirismo e por todos ensinamentos ao longo da minha formação, desde à escola. A todos os meus avós que de alguma forma contribuíram para eu ser quem eu sou hoje. Aos amigos que encontrei durante a graduação, pelas horas de estudo, pelos trabalhos em grupo e por todo aprendizado. Ao meu professor orientador Dr. Wilingthon Guerra, pela paciência e disponibilidade em me ensinar, e pelas oportunidades que me oferecera ao longo do curso. E finalmente, à Universidade Federal de Ouro Preto, bem como todos os seus funcionários, pelo suporte oferecido durante esta caminhada.

*“A persistência é o caminho do êxito.” (Charles Chaplin)*

# Sumário

<b>1. Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Motivação e justificativa .....	1
1.2 Objetivos.....	1
1.3 Divisão do Trabalho .....	2
<b>2. Revisão Bibliográfica</b>	<b>3</b>
<b>3. Modelagem do Problema</b>	<b>5</b>
3.1 Introdução.....	5
3.2 Analogia ao problema .....	5
3.3 Formulação Matemática do Problema de Recobrimento.....	7
3.3.1 Exemplo Básico .....	9
3.4 Formulação Matemática do Problema de Alocação de Monitores .....	10
3.4.1 Vetor de Existência .....	11
3.4.2 Vetor de Custo .....	11
3.4.3 Função Objetivo .....	12
3.4.4 Descrição das Restrições do Problema .....	12
3.5 Exemplos de Redes de Energia Elétrica .....	13
3.5.1 Sistema de 3 barras .....	13
3.5.2 Sistema de 7 barras .....	15
3.6 Construção da Matriz de Densidade através de matrizes auxiliares .....	17
3.7 Exemplos utilizando a nova matriz de densidade D .....	19
3.7.1 Sistema de 3 barras .....	19
3.7.2 Sistema de 6 barras .....	20
3.7.3 Sistema IEEE 14 Barras .....	23

3.8 Comparação entre os métodos de construção da Matriz de Densidade .....	29
<b>4. Solução do problema</b>	<b>30</b>
4.1 Técnicas Aplicadas .....	30
4.1.1 Greedy Randomized Adaptive Search Procedure (GRASP) .....	30
4.1.2 Variable Neighborhood Search (VNS) .....	34
4.2 Aplicação das Técnicas GRASP e VNS ao Problema de Alocação de PMUs.....	38
4.2.1 Construção da matriz densidade .....	38
4.2.2 Primeira Etapa (fase construtiva) – Algoritmo GRASP .....	38
4.2.3 Segunda Etapa (fase de busca local) – Algoritmo VNS .....	39
<b>5. Resultados e Discussões</b>	<b>42</b>
<b>6. Conclusão</b>	<b>45</b>
<b>7. Referências Bibliográficas</b>	<b>46</b>
<b>ANEXOS</b>	<b>48</b>

## Lista de ilustrações

3.1 – Mapa de uma cidade qualquer dividida em quatro regiões .....	6
3.2 – Solução 1: Instalação na região 1, atendendo às regiões 2, 3 e 4 .....	6
3.3 – Solução 2: Instalação na região 3, atendendo às regiões 1, 2 e 4 .....	6
3.4 – Solução 3: Instalação nas regiões 2 e 4, atendendo às regiões 1 e 3 .....	7
3.5 – Rede esquemática .....	12
3.6 – Sistema com 3 barras desconhecidas .....	13
3.7 – Sistema com 7 barras desconhecidas (Gou B, 2005) .....	15
3.8 – Sistema com 6 barras desconhecidas .....	20
3.9 – Sistema IEEE de 14 barras .....	23
4.1 – Pseudocódigo da versão básica da metaheurística GRASP (OLIVEIRA, 2011) .....	33
4.2 – Pseudocódigo da fase construtiva do GRASP (OLIVEIRA, 2011) .....	34
4.3 – Pseudocódigo da busca local do GRASP (OLIVEIRA, 2011) .....	35
4.4 – Vizinhanças induzidas .....	37
4.5 – Algoritmo BVNS (MLADENOVIC; HANSEN, 1997) .....	38
4.6 – Geração de estruturas de vizinhança através de k-mudança .....	40
5.1 – Desempenho da Metodologia para as redes do IEEE .....	45
A.1 – Rede IEE 14 (UNIVERSIDADE DE WASHINGTON, 2007) .....	50
A.2 – Rede IEE 30 (UNIVERSIDADE DE WASHINGTON, 2007) .....	50
A.3 – Rede IEE 57 (UNIVERSIDADE DE WASHINGTON, 2007) .....	51
A.4 – Rede IEE 118 (UNIVERSIDADE DE WASHINGTON, 2007) .....	52
A.5 – Rede IEE 300 (UNIVERSIDADE DE WASHINGTON, 2007) .....	53

## **Lista de tabelas**

3.1 – Dados de entrada para a rede da Figura 3.6 .....	14
3.2 – Dados de entrada para a rede da Figura 3.8 .....	21
3.3 – Dados de entrada para a rede da Figura 3.9 .....	24
5.1 – Resultados da metodologia .....	44
5.2 – Comparação dos resultados com a literatura .....	45

# Lista de abreviaturas

**PMUs** – *Phasor Measurement Units* (Unidades de Medida Fasoriais)

**MQEE** – Medidores de Qualidade de Energia Elétrica

**GRASP** – *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure* (Procedimento ágil de pesquisa adaptativa aleatória)

**VNS** – *Variable Neighborhood Search* (Pesquisa de Vizinhança Variável)

**PDA** – Programação Dinâmica Aproximada

**QEE** – Qualidade de Energia Elétrica

**SEP** – Sistema Elétrico de Potência

**PR** – Problema de Recobrimento

**FO** – Função Objetivo

**IEEE** – *Institute of Electrical and Electronics Engineers* (Instituto de Engenheiros Eletricistas e Eletrônicos)

**VTCD** – Variação de Tensão de Curta Duração

## Resumo

Este trabalho apresenta a implementação e aplicação das técnicas “*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*” (GRASP) e “*Variable Neighborhood Search*” (VNS) para resolver o problema de alocação ótima de “*Phasor Measurement Units*” (PMUs) em um sistema de potência. Pelos resultados obtidos, a partir de um número mínimo de medidores é possível determinar valores de tensão nas barras, seja por medição direta ou indireta (cálculo matemático), utilizando conceitos das leis de Kirchoff. O modelo matemático deste problema se enquadra no modelo matemático clássico de recobrimento. O algoritmo começa com um número elevado de PMUs encontrando configurações (alocações) que monitorem todas as tensões nas barras, para depois diminuir este número de medidores, até encontrar um menor número de PMUs, com capacidade de estimar de modo confiável todos os parâmetros da rede avaliada, via medição ou via cálculo matemático. São apresentados os resultados em redes de grande porte encontradas na literatura, com a finalidade de avaliar a eficiência das técnicas utilizadas.

**Palavras-chave:** Alocação ótima de monitores, PMUs, GRASP, VNS.

# Abstract

This work presents the implementation and application of the Greedy Randomized Adaptive Search Procedure (GRASP) and Variable Neighborhood Search (VNS) techniques to solve the optimum allocation problem of "Phasor Measurement Units" (PMUs) in a power system. From the results, obtained from a minimum number of meters it is possible to determine voltage values in the bars, either by direct or indirect measurement (mathematical calculation), using concepts from the laws of Kirchoff. The mathematical model of this problem fits the classic mathematical model of covering. The algorithm starts with a large number of PMUs, finding configurations (allocations) that monitor all voltages in the buses, then decreasing this number of meters until finding a smaller number of PMUs with capacity to reliably estimate all the parameters of the evaluated network, via measurement or via mathematical calculation. Large networks found in the literature, are used to obtain outputs, in order to evaluate the efficiency of the techniques used.

**Keywords:** Optimal meters allocation, PMUs, GRASP, VNS.

# 1. Introdução

## 1.1 Motivação e justificativa

Um dos aspectos importantes na operação de sistemas elétricos é a Qualidade de Energia Elétrica (QEE). Este tema tem sido algo bem discutido entre as concessionárias de energia e agências reguladoras nos últimos anos, visto que este tema representa grandes desafios para as empresas que operam os sistemas elétricos de potência (SEP) e trazem como resultado uma garantia de QEE aos consumidores, sendo uma tarefa árdua, porém necessária. Sendo um dos parâmetros importantes da QEE, o nível de tensão, que é o foco deste trabalho.

A partir da estimativa de valores de tensão e corrente em qualquer instante do dia, é possível estimar outros parâmetros do SEP, por exemplo, perdas, auxiliando assim, os processos de operação e planejamento de SEP, visando tomar medidas preventivas e/ou corretivas (punitivas para agências reguladoras) para o SEP operar dentro dos parâmetros de QEE.

A estimativa de valores de tensão e corrente são obtidas por meio da utilização de medidores instalados na rede elétrica. Sendo o maior obstáculo enfrentado pelo monitoramento, o custo dos medidores e o sistema de comunicação. A partir disso, cria-se uma motivação para o desenvolvimento de metodologias que procuram minimizar o custo total do sistema de monitoramento (ALMEIDA ET AL., 2005, 2007; OLGUIN ET AL., 2006; ELDERY ET AL., 2004, 2006; ABUR & MAGNANO, 1999, 2001; AMMER & RENNER, 2004; AKABANE ET AL., 2002; MADTHARAD ET AL., 2005; RAKPENTHAI ET AL., 2007).

Uma das soluções que visam reduzir este custo, está relacionada à identificação do número mínimo de medidores a serem instalados na rede, assim como a sua localização, de forma que as grandezas elétricas (corrente e tensão) possam ser estimadas em outro ponto da rede a partir das grandezas monitoradas pelos monitores de QEE.

Diante dos trabalhos pesquisados, surgiu-se a ideia de se resolver este problema utilizando-se novas implementações das técnicas de otimização, neste caso o GRASP e o VNS, ambas amplamente utilizadas e aplicadas em diversas áreas do conhecimento. Dos resultados, verificou-se a eficiência das metodologias utilizadas bem como o tempo computacional das mesmas.

## 1.2 Objetivos

Este trabalho apresenta o desenvolvimento de dois algoritmos do tipo *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure* (GRASP) e *Variable Neighborhood Search* (VNS),

para solucionar o problema da alocação de PMUs e medidores convencionais numa rede elétrica visando minimizar o custo total do sistema de monitoramento.

### 1.3 Divisão do Trabalho

O trabalho está dividido em cinco partes. A seção 1 - “*Introdução*”, apresenta a motivação e justificativa do problema, destacando os principais objetivos, a relevância acadêmica e o seu contexto no setor elétrico.

A seção 2 - “*Revisão Bibliográfica*”, aborda o estado da arte de outros autores que utilizam o mesmo tema, sobre o qual, este trabalho foi desenvolvido.

A seção 3 - “*Modelagem do Problema*”, apresenta a formatação do problema de minimização do custo do sistema de monitoramento de QEE. E no final da seção, a topologia das redes simuladas.

Na seção 4 - “*Solução do problema*” desenvolve-se técnicas de resolução do problema através da construção dos algoritmos GRASP e VNS.

A seção 5 - “*Resultados e Discussões*”, ilustra as soluções encontradas para alocação de monitores em Sistemas de Potência utilizando GRASP-VNS.

A seção 6 - “*Conclusão*”, apresenta a conclusão obtida, de forma a destacar a relevância do estudo feito para os sistemas de energia elétrica e fazendo-se sugestões para trabalhos futuros.

## 2. Revisão Bibliográfica

Esta seção apresenta o estado da arte da alocação de medidores de QEE em Sistemas Elétricos de Potência (SEP). Primeiramente pode-se destacar o trabalho de Olguin *et al.* (2006), no qual foi apresentado um estudo sobre o problema de monitoramento ótimo para caracterização de variação de tensão de curta duração (VTCD) em sistemas de transmissão, que soluciona um problema de otimização inteira que possibilita encontrar o menor número de medidores e qual a sua melhor posição no sistema, para reduzir o custo do sistema de monitoramento, garantindo assim, a observabilidade dos eventos. Neste artigo as restrições do problema do recobrimento são descritas por meio de simulações prévias de faltas em cada barra do sistema e a sensibilidade de cada barra em perceber possíveis quedas de tensão ocasionadas por estas faltas.

Almeida *et al.* (2005, 2007) também propuseram uma metodologia de alocação ótima de medidores de qualidade de energia para redes de transmissão e subtransmissão, a qual pretende analisar variações de tensão de curta duração (VTCD) ocasionadas por curtos-circuitos. Observa-se que em cada barra e linha do sistema, são simuladas faltas monofásicas e trifásicas, de forma a se criar um método específico para realizar o monitoramento da QEE. Os autores usaram três redes elétricas distintas para determinar o número mínimo de medidores e a sua localização, e desta forma, calcularam-se os níveis de redundância e observabilidade. Sua principal contribuição, está no uso da lógica nebulosa para garantir a convergência do algoritmo de otimização em sistemas mais robustos.

Abur e Magnano (1999, 2001) analisaram o problema de alocação de medidores em relação à segurança estática do sistema. Os autores consideraram contingências no SEP, como perdas de medidas, as quais alteram a observabilidade do sistema em estudo. O problema de otimização se trata do recobrimento, o qual leva em consideração as contingências. Este trabalho foi de muita importância para o tema de QEE, pois foi um dos pioneiros ao resolver o problema de alocação de medidores em uma rede através de otimização linear inteira.

Algo primordial para a motivação deste trabalho foi citado em Ammer e Renner (2004). Segundo eles, as características da QEE e as suas tendências devem ser monitoradas em todo o SEP, porém, por razões econômicas isso não é viável. O que torna imprescindível a aplicação de técnicas de otimização para se chegar a um completo monitoramento da energia elétrica.

Madtharad *et al.* (2005) desenvolveram uma técnica de alocação ótima de medidores de harmônicos, que visam ser instalados em barramentos e linhas de transmissão, sob restrição do número de medidas feitas. O estudo de harmônicos na rede elétrica é um tema bastante atual e digno de estudos mais aprofundados, devido aos distúrbios que os mesmos causam na rede elétrica e ao grande aumento no número de cargas eletrônicas que estão sendo inseridas no Sistema ao longo dos anos.

Rakpenthai *et al.* (2007) mostraram um método de alocar unidades de medidas fasoriais (PMU) para a estimação do estado de um sistema de potência, por meio do número condicional mínimo da matriz de medidas normalizada. O método proposto visa encontrar o conjunto de soluções ótimas necessárias para garantir a observabilidade do sistema, com perdas simples de medidas e contingências.

Em Yuill e Chowdhury (2011) foi realizada uma análise dos diversos algoritmos desenvolvidos para alocação ótima de PMUs. A análise foi feita tanto por métodos de otimização meta-heurísticos, quanto por métodos de otimização determinísticos. Desta forma, foi realizada uma comparação utilizando-se o número mínimo de PMUs instalados nas barras dos sistemas IEEE e se chegou à conclusão de que a programação linear inteira, (otimização determinística), foi a forma mais adaptável para se modelar o sistema, ou seja, modelar as contingências.

Em Reis (2012) foi desenvolvido um algoritmo que soluciona o problema de minimizar o custo de sistemas de MQEE e de sistemas de medições que utilizam PMUs, com o objetivo de tornar o SEP totalmente observável. A grande diferença deste trabalho (Reis (2012)) em relação ao de Reis (2007) é que no trabalho de 2012, o algoritmo desenvolvido pelo autor, foi utilizado em sistemas de grande porte (milhares de variáveis), como no caso do Sistema Brasileiro. A busca de todas as soluções de um problema de grande porte pode se tornar inviável devido às limitações computacionais, ou devido ao tempo de solução exigido. Portanto, o autor optou por obter apenas uma solução, mesmo que não ótima, utilizando-se para este fim, métodos de programação dinâmica aproximada (PDA) para programação linear inteira associado à uma heurística de fixação de variáveis que tem como objetivo encontrar uma solução sub-ótima com um baixo tempo computacional. A programação dinâmica aproximada foi baseada no trabalho Demir (2000).

Tianshu Bi *et al.* (2012) acreditam que a medição fasorial sincronizada é uma das fontes de informação mais importantes para a rede de transmissão inteligente, a qual fornece um novo caminho para o monitoramento dinâmico do sistema de energia. Neste trabalho foi analisada a dinâmica de desempenho de PMUs de três principais fornecedoras Chinesas em comparação

com os padrões de PMUs já existentes do IEEE C37.118.1. A partir dos resultados, foi visto que o desempenho dinâmico dos PMUs não foi bom o suficiente nesta fase. Sendo o comprimento da janela de cálculo, a medição dinâmica da frequência, entre outros fatores, aspectos importantes que devem ser levados em conta no futuro.

Ruben et al. (2018) apresentam uma estratégia ótima de alocação de PMUs, a qual é formulada como um problema de programação linear inteira mista (MILP), que considera em quais fasores de corrente de ramificação cada PMU realizará medição, além de em quais barramentos os PMUs serão instalados. Para sistemas maiores, essa metodologia pode alterar quais barramentos devem receber PMUs e reduzir o custo a ponto de permitir que mais PMUs sejam usados. O método é testado nos sistemas IEEE de 7, 14, 57 e 118 barras. Para sistemas menores, a nova metodologia diminui custos simplesmente excluindo medições de corrente redundantes. A economia de custos dessas medições soma-se de modo que PMUs adicionais possam ser usados para alcançar a observabilidade, enquanto ainda se diminui os custos em comparação com o método atual.

Tahabilder et al. (2017) apresentaram uma nova técnica para monitorar um sistema de distribuição usando micro-PMU, no qual o problema de posicionamento ideal dos PMUs foi resolvido usando teoria dos grafos. Primeiramente, alguns locais estratégicos foram indicados para o posicionamento dos PMUs de acordo com as posições dos vértices. Posteriormente aplicou-se uma técnica específica para que em duas etapas, o sistema se tornasse completamente observável. Os sistemas de teste IEEE de 13, 34 e 37 nós foram usados para verificar a eficácia da técnica proposta.

Neste trabalho de conclusão de curso, foi dada continuidade aos trabalhos de Reis (2007), onde foi obtida a formulação matemática do problema. Porém, a critério de inovação, foram utilizadas outras metodologias para resolver o problema de alocação, as quais: “*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*” (GRASP) e “*Variable Neighborhood Search*” (VNS), que serão introduzidas mais adiante, na seção 4.

## 3. Modelagem do problema

### 3.1 Introdução

Esta seção tem como finalidade a apresentação da modelagem realizada para o problema de alocação de monitores de qualidade de energia, o qual recai sobre um tipo particular de problema de programação linear inteira, conhecido como Problema de Recobrimento (PR), um dos problemas clássicos de otimização combinatória.

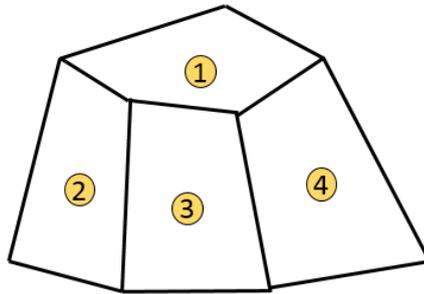
De forma geral pode-se dizer que problemas de entrega, roteamento e localização recaem em um PR, porque é preciso garantir que todos setores de uma área sejam servidos por pelo menos um veículo, pessoa ou serviço de qualquer natureza (HOFFMAN & PADBERG, 2007). A alocação ótima é modelada como um PR e consiste em minimizar o número de postos de atendimento instalados, mas sempre garantindo que toda a região seja “coberta” ou atendida por pelo menos um desses postos.

Inicialmente, será apresentada uma modelagem matemática para um problema genérico de alocação, o de instalação de postos de corpo de bombeiros em uma cidade qualquer dividida em diversas regiões, para em seguida apresentar a modelagem específica para o problema de alocação de medidores de QEE em um sistema elétrico de potência. A seguir, será ilustrado um exemplo relativo ao problema de alocação de postos de corpo de bombeiros de uma cidade.

### 3.2 Analogia ao problema

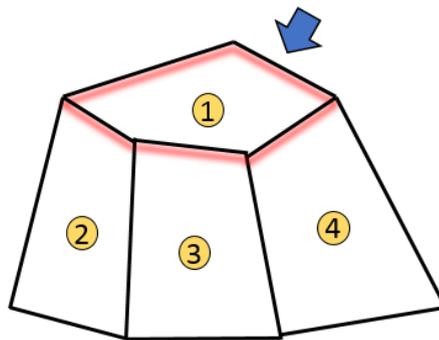
Uma analogia característica para o problema de programação inteira do tipo de recobrimento é por exemplo, como apresentado por Raggi (2004), o qual supõe a instalação de postos de corpo de bombeiros em uma cidade. Inicialmente, sabe-se que todas as regiões da cidade necessitam do serviço do corpo de bombeiros cujo posto pode ser instalado em qualquer uma das regiões, desde que este atenda a toda vizinhança. Todavia, o objetivo é minimizar o número de postos.

Figura 3.1 - Mapa de uma cidade qualquer dividida em quatro regiões.



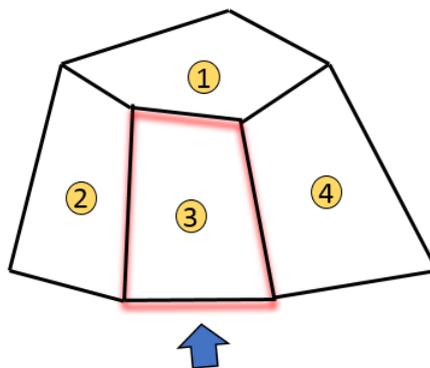
Fonte: Do autor.

Figura 3.2 - Solução 1: Instalação na região 1, atendendo às regiões 2, 3 e 4.



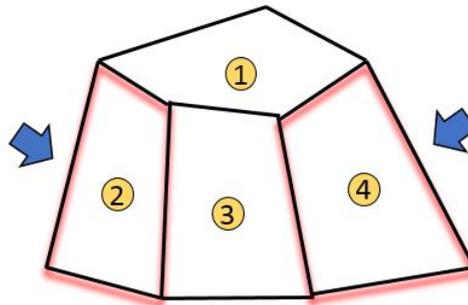
Fonte: Do autor.

Figura 3.3 - Solução 2: Instalação na região 3, atendendo às regiões 1, 2 e 4.



Fonte: Do autor.

Figura 3.4 - Solução 3: Instalação nas regiões 2 e 4, atendendo às regiões 1 e 3.



Fonte: Do autor.

De acordo com o mapa da Figura 3.1, é possível observar que se trata de uma cidade dividida em quatro regiões distintas. Sendo possível também identificar os possíveis locais de instalação de um posto, assim como as regiões adjacentes que ele cobrirá. As Figuras 3.2, 3.3 e 3.4 mostram as possíveis soluções deste problema. Através das figuras, é possível ter um número variado de postos para se atender a toda região. Porém como o objetivo é minimizar o número de postos de atendimento, as únicas opções cabíveis para a instalação do posto, serão nas regiões 1 ou 3, visto que estas cobrem a si mesmas como também as demais regiões.

Por meio de um simples problema como este, fica fácil de se verificar as diferentes localizações possíveis, mas para problemas maiores este tipo de análise fica impossível. Sendo assim, é necessária uma formulação matemática.

### 3.3 Formulação Matemática do Problema de Recobrimento

O problema do corpo de bombeiros pode ser formulado matematicamente como um caso de otimização combinatória conhecido como Problema do Recobrimento (PR) definido como segue:

#### Vetor de Existência

É um vetor de variáveis  $x$  de dimensão  $(n \times 1)$ , onde  $n$  é igual ao número de regiões possíveis de se instalar um posto de atendimento e cada elemento desse vetor é uma variável binária  $x_j$  associada à instalação ou não do posto em cada região.

$$\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^t \quad (3.1)$$

Cada elemento  $x_j$  desse vetor  $\mathbf{x}$  é inteiro e definido da seguinte forma: é atribuído valor

1 a  $x_j$  se o posto for instalado na região e 0 se não for instalado.

### Vetor de Custo

Para a instalação de cada um dos postos do corpo de bombeiros existe um custo associado. Esse custo está representado no problema pelo vetor de custos  $c$ , cuja dimensão é  $(1 \times n)$ , onde  $n$  representa o número total de regiões possíveis de instalação do posto e  $c_j$  o custo de instalação do posto na região  $j$ .

$$c = [c_1 \ c_2 \ \dots \ c_n] \quad (3.2)$$

### Função Objetivo

A função objetivo é dada por:

Minimizar  $z = \sum_{j=1}^n c_j \cdot x_j$ , onde  $n$  é o número total de regiões.

Na forma matricial, a função objetivo fica da seguinte forma:

Minimizar  $z = c \cdot x$

Ou seja,

$$\text{Minimizar } z = c \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix}$$

### Restrições

As restrições do problema de alocação precisam caracterizar matematicamente as regiões adjacentes, visto que uma região só será atendida se possuir um corpo de bombeiros ou se for adjacente à outra que o possui. Desta forma, pode-se criar a **Matriz de Densidade [D]**, de dimensão quadrada  $(n \times n)$ .

$$D = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & \dots & d_{1n} \\ d_{21} & d_{22} & \dots & d_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_{n1} & d_{n2} & \dots & d_{nn} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Em que  $d_{ij}$  será 1, se  $i$  for igual a  $j$ , ou se a região  $i$  é adjacente a região  $j$ . Caso contrário,  $d_{ij}$  será igual a 0. Lembrando que  $n$  é o número total de regiões. Para que todas regiões sejam

atendidas, é necessário que cada região possua, ou seja adjacente a pelo menos uma outra região que possua um posto do corpo de bombeiros.

Esta situação permite o surgimento de um vetor de restrições  $u$ , de dimensão  $(n \times 1)$ . Cada um dos elementos deste vetor deve ter valor maior ou igual a 1. Seu elemento é representado da seguinte maneira:

$$u_i = \sum_{j=1}^n d_{ij} \cdot x_j \geq 1 \quad (3.4)$$

De forma matricial, o vetor de restrições  $u$  fica esboçado assim:

$$u = D \cdot x \geq 1 \quad (3.5)$$

### 3.3.1 Exemplo Básico

Neste item é feita a modelagem do problema apresentado, como exemplo de uma cidade dividida em quatro regiões conforme a Figura 3.1. A partir desta modelagem é possível desenvolver um algoritmo para a solução do problema.

Inicialmente, constrói-se a matriz de densidade para indicar quais regiões são adjacentes. Como o problema possui quatro regiões a dimensão desta matriz quadrada será de ordem 4. Adotando-se os critérios de preenchimento desta matriz, pode-se então construir a matriz  $D$ , da seguinte forma:

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

O vetor de existência possui dimensão  $(4 \times 1)$  e é mostrado abaixo.

$$x = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4]^t \quad (3.7)$$

Para simplificar a modelagem, considerou-se um valor unitário para cada posto. Dessa forma, o vetor de custo é ilustrado abaixo.

$$c = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 1] \quad (3.8)$$

Portanto, para este PR, encontra-se a modelagem na forma matricial, obtendo-se a sua Função Objetivo com sua respectiva restrição.

$$\text{Minimizar } z = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 1] \cdot [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4]^t \quad (3.9)$$

Sujeito a:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \geq 1 \quad (3.10)$$

Reescrevendo o problema no formato de equações, obtém-se:

$$\text{Minimizar } z = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \quad (3.11)$$

Sujeito a:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \geq 1$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \geq 1$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \geq 1$$

$$x_1 + x_3 + x_4 \geq 1$$

O exemplo básico apresentado foi o da instalação de postos de corpo de bombeiros em uma cidade qualquer, mas poderiam ser qualquer outro tipo de serviço que apresentasse as mesmas características. Dessa forma, este é o modelo principal para aplicações em que seja necessário garantir o recobrimento de todo o espaço com uma solução ótima.

### 3.4 Formulação Matemática do Problema de Alocação de Monitores

Esta seção detalha a modelagem proposta originalmente por Eldery et al. (2004, 2006) para realizar toda a modelagem do problema de alocação dos monitores de QEE. A formulação do problema baseia-se na topologia da rede apresentada assim como nas leis de Ohm de circuitos elétricos. Detalha-se nesta seção a função objetivo e suas respectivas restrições. Inicialmente, algumas definições são necessárias.

#### Variáveis de estado:

São as tensões em cada barra e as correntes em cada linha de transmissão.

#### Observabilidade:

Uma variável de estado é dita observável se pode ser medida ou calculada por pelo menos um

monitor de QEE. Tenta-se garantir a observabilidade sempre, ou seja, todos os seus estados devem ser medidos ou calculados em qualquer instante de tempo.

### Monitores de QEE:

São compostos por um sistema de aquisição, processamento e envio de dados. Os dados medidos e calculados são as correntes nas linhas de transmissão e as tensões nas barras.

### Locais de instalação:

Os monitores são instalados apenas nas barras do sistema. Eles contêm transformadores de corrente e tensão. Em cada fase de cada linha será instalado um transformador de corrente, pois o sistema será representado pelo monofásico equivalente.

O problema de alocação de monitores de QEE pode ser descrito como um PR da seguinte forma: através das posições possíveis dos mediadores e barras do sistema, assim como do custo de instalação, o problema será encontrar o custo mínimo do sistema de monitoramento e sua solução deverá mostrar o número mínimo necessário de monitores e suas possíveis localizações, garantindo dessa forma, total observabilidade das variáveis de estado.

Outra característica fundamental é que todas as tensões e correntes devem ser monitoradas por pelo menos um medidor. Isso significa que além de serem medidas diretamente pelos medidores, elas também podem ser obtidas por meio de cálculos através das informações coletadas pelo sistema.

Para um sistema trifásico representado pelo seu monofásico equivalente, com  $n$  barras,  $L$  linhas e  $m$  variáveis de estado, o número total de variáveis de estado será igual à soma do número de barras e linhas, como segue:  $m = n + L$ .

Os vetores de custo,  $\mathbf{c}$ , e de existência,  $\mathbf{x}$ , são semelhantes aos apresentados na Seção 3.3, mas a sua dimensão é determinada de forma diferente, como detalhado a seguir.

#### **3.4.1 Vetor de Existência**

O vetor de existência,  $\mathbf{x}$ , tem dimensão  $(nx1)$  e representa a instalação ou não do monitor. Cada elemento deste vetor é definido como:

$x_j = 1$ , se o monitor é instalado na barra  $j$ .

$x_j = 0$ , caso contrário.

#### **3.4.2 Vetor de Custo**

Cada elemento do vetor de custo,  $\mathbf{c}$ , pode ser definido como:

$c_j$  = custo de instalação do monitor na barra  $j$ .

### 3.4.3 Função Objetivo

O objetivo deste problema é minimizar o custo total do sistema de monitoramento, que é dado pela soma do custo de instalação de cada um dos medidores e pode ser descrito como segue.

$$\text{Minimizar } z = \sum_{j=1}^n c_j \cdot x_j$$

$$\text{Minimizar } z = \mathbf{c} \cdot \mathbf{x}$$

Ou seja,

$$\text{Minimizar } z = \mathbf{c} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix}$$

Em que  $\mathbf{c}$  é o vetor de custo e  $\mathbf{x}$  é o vetor de existência.

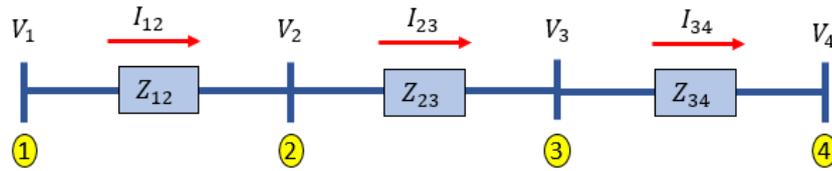
### 3.4.4 Descrição das Restrições do Problema

As restrições deste problema precisam garantir que todas as variáveis de estado sejam medidas ou calculadas por pelo menos um monitor de QEE, isto é garantido através das leis de Ohm aplicadas às redes elétricas, de forma que todas variáveis de estado do Sistema Elétrico de Potência (SEP) sejam observadas.

Para a modelagem das restrições, o sistema da Figura 3.5 é usado como exemplo. O qual é representado por um diagrama unifilar de um sistema trifásico representado pelo seu equivalente monofásico. Inicialmente considera-se apenas a topologia da rede, em seguida identifica-se e enumera-se cada barra e linha de transmissão do sistema com suas respectivas impedâncias.

A rede da Figura 3.5 é a representação simplificada de uma rede trifásica qualquer do SEP com 4 barras e 3 linhas de transmissão. As tensões nas barras são denotadas por  $v_i$ , onde  $i$  representa o número da barra referida. As correntes nas linhas de transmissão são denotadas por  $i_{ij}$  e as impedâncias de linha são denotadas por  $Z_{ij}$ , em que para ambos os casos o índice  $i$  representa a barra de origem e  $j$  a barra de chegada da corrente.

Figura 3.5 – Rede esquemática.



Fonte: Do autor.

Como no exemplo da Seção 3.2, em que se garantiu que um posto instalado em uma região atendia a todas as regiões adjacentes, agora é preciso garantir que para qualquer sistema, um monitor instalado em uma barra, seja capaz de medir a tensão nesta barra e todas as correntes que saem desta barra, permitindo desta forma, calcular a tensão nas outras barras, desde que conhecidos os parâmetros da linha.

Para o sistema da Figura 3.5 por exemplo, um monitor instalado na barra 2 é capaz de medir a tensão nesta barra e as correntes que passam por ela,  $i_{12}$  e  $i_{23}$ . Dessa forma, conhecendo-se as impedâncias das linhas,  $z_{12}$  e  $z_{23}$  é possível de se estimar as tensões nas barras 1 e 3.

Para descrever esta restrição, Eldery et al. (2004, 2006) propuseram o uso das leis de Ohm, considerando a aplicação de dois lemas: da tensão e corrente.

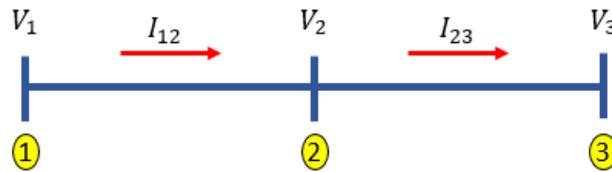
### 3.5 Exemplos de Redes de Energia Elétrica

Nesta seção será utilizada a modelagem apresentada na seção anterior para a resolução dos exemplos aqui mostrados. Não sendo preciso conhecer os parâmetros de carga ou geração da rede. Primeiramente será solucionado o PR de um sistema mais simples e posteriormente, sistemas mais complexos. Para a montagem da matriz de densidade foi utilizado o *software* Matlab. Para realizar o cálculo dos vetores de observabilidade foi usada uma matriz de entrada de dados, contendo em cada linha da matriz o número das barras que conectava cada uma das linhas de transmissão. Portanto, o número de linhas desta matriz é igual ao número de linhas de transmissão do sistema e o número de colunas é igual a dois, representando o índice em ordem crescente para criar um padrão de notação.

#### 3.5.1 Sistema de 3 barras

A Figura 3.6 mostra um sistema de 3 barras utilizado para exemplificar a montagem da matriz **D**.

Figura 3.6 - Sistema com 3 barras desconhecidas.



Fonte: Do autor.

Este sistema é dado por  $n = 3$  barras,  $L = 2$  linhas, portanto o número de variáveis de estado é  $m = 5$ . Desta forma seu vetor de existência é:

$$\mathbf{x} = [x_1 \quad x_2 \quad x_3]^t \quad (3.12)$$

Seu vetor de custos é dado por:

$$\mathbf{c} = [c_1 \quad c_2 \quad c_3] \quad (3.13)$$

A Tabela 3.1 mostra o arquivo de entrada contendo a descrição da topologia da rede da Figura 3.7.

Tabela 3.1 – Dados de entrada para a rede da Fig. 3.6.

Linha de origem	Linha de chegada
1	2
2	3

Fonte: Do autor.

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Através de  $\mathbf{D}$  pode-se observar que apenas as barras 1 e 3 não são vizinhas nem adjacentes. Desta forma, um monitor instalado na barra 1 não cobre a tensão na barra 3 e a corrente na linha 2-3 e vice-versa. A solução para este sistema, seria instalar um monitor na barra 2, que cobrirá tensão e corrente em todas as barras e linhas do sistema.

### Formatação Final do Problema

Utilizando-se as equações (3.47), (3.48) e (3.52) obtém-se a modelagem matemática do

PR na forma matricial para a rede da Figura 3.6.

$$\min z = [c_1 \quad c_2 \quad c_3] \cdot [x_1 \quad x_2 \quad x_3]^t \quad (3.15)$$

Sujeito a:

$$\mathbf{u} = \mathbf{D} \cdot \mathbf{x} \geq 1 \quad (3.16)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \geq 1 \quad (3.17)$$

Ou no formato de equações:

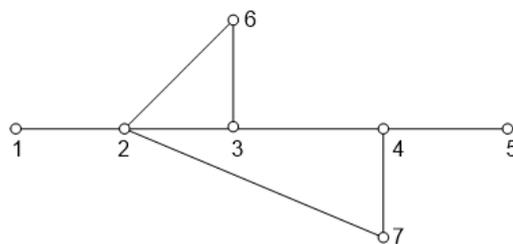
$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &\geq 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 &\geq 1 \\ x_2 + x_3 &\geq 1 \end{aligned}$$

Com  $x_1, x_2$  e  $x_3 \in \{0,1\}$ .

A partir deste modelo, na seção seguinte será detalhado o algoritmo de solução desenvolvido para encontrar suas soluções ótimas, que apresentam o menor custo total do sistema de monitoramento e as possíveis localizações dos medidores neste sistema.

### 3.5.2 Sistema de 7 barras

Figura 3.7 - Sistema com 7 barras desconhecidas.



Fonte: (Gou B, 2005).

A Figura 3.7 mostra um exemplo de um sistema elétrico de potência com sete barras, a partir do qual será feita a modelagem do mesmo.

Pelo fato deste sistema possuir sete barras, seu vetor de existência será então constituído por sete variáveis de estado, como se segue.

$$\mathbf{x} = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5 \quad x_6 \quad x_7]^t \quad (3.18)$$

Seu vetor de custos é dado por:

$$\mathbf{c} = [c_1 \quad c_2 \quad c_3 \quad c_4 \quad c_5 \quad c_6 \quad c_7] \quad (3.19)$$

### Montagem da matriz de densidade

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

### Formatação Final do Problema

$$\min z = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5 \quad x_6 \quad x_7]^t \cdot [c_1 \quad c_2 \quad c_3 \quad c_4 \quad c_5 \quad c_6 \quad c_7] \quad (3.21)$$

Sujeito a:

$$\mathbf{u} = \mathbf{D} \cdot \mathbf{x} \geq 1 \quad (3.22)$$

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \end{bmatrix} \geq 1 \quad (3.23)$$

Ou no formato de equações:

$$x_1 + x_2 \geq 1$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_6 + x_7 \geq 1$$

$$x_2 + x_3 + x_4 + x_6 \geq 1$$

$$x_3 + x_4 + x_5 + x_7 \geq 1$$

$$x_4 + x_5 \geq 1$$

$$x_2 + x_3 + x_6 \geq 1$$

$$x_2 + x_4 + x_7 \geq 1$$

Com  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$  e  $x_7 \in \{0,1\}$ .

### 3.6 Construção da Matriz de Densidade através de matrizes auxiliares

Uma outra forma de se construir a Matriz de Densidade se dá pelo método utilizado por Eldery et al. (2004, 2006), o quais propuseram o uso das leis de Ohm, considerando a aplicação de dois lemas.

**Lema 1 (Tensão):** *Se a tensão em uma barra e a corrente através da linha que sai dela são observáveis, então a tensão na outra barra (barra remota) também é observável.*

A partir disso, pode-se definir a **matriz de conectividade**,  $\mathbf{A}$ , necessária para representar a observabilidade das variáveis de estado que correspondem à tensão nas barras. Onde cada elemento da matriz é definido como:

$\mathbf{A}_{rk} = 1$ , se a variável de estado é observada pelo monitor  $k$ ;

$\mathbf{A}_{rk} = 0$ , caso contrário.

Define-se também um **vetor de observabilidade**,  $\mathbf{u}$ , relativo às restrições decorrentes do Lema 1, o qual indica quantas vezes cada tensão é observada. Cada elemento deste vetor pode ser representado como:

$$\mathbf{u}_r = \sum_{k=1}^n a_{rk} \cdot x_k \quad (3.24)$$

Sendo que o vetor  $\mathbf{u}$  é o resultado da multiplicação da matriz de conectividade  $\mathbf{A}$  pelo vetor de existência  $\mathbf{x}$ .

$$\mathbf{u} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} \quad (3.25)$$

**Lema 2 (Corrente):** *Se a tensão nos extremos da linha é observável, então a corrente através da linha é observável.*

A partir deste lema, define-se a **matriz de co-conectividade**  $\mathbf{B}$ , a qual é necessária para representar a observabilidade das variáveis de estado que correspondem às correntes nas linhas

de transmissão. A matriz  $\mathbf{B}$  é dividida em duas submatrizes  $\mathbf{B}_j$  e  $\mathbf{B}_k$ , as quais possuem a mesma dimensão da matriz  $\mathbf{A}$ . Sua coluna  $p$  representa o monitor instalado na barra  $p$  e sua linha  $r$  representa a variável de estado  $r$  referente à corrente  $ijk$  na linha. Cada elemento dessas matrizes é formado a partir dos vetores  $\mathbf{a}_j$  e  $\mathbf{a}_k$ , que são vetores correspondentes às linhas  $j$  e  $k$  da matriz de conectividade  $\mathbf{A}$ . Onde:

$\mathbf{B}_j = \mathbf{a}_j$ , se  $r$  representa  $ijk$  e as barras  $k$  e  $j$  são conectadas;

$\mathbf{B}_j = 0$ , caso contrário.

$\mathbf{B}_k = \mathbf{a}_k$ , se representa  $i$  e as barras  $k$  e  $j$  são conectadas;

$\mathbf{B}_k = 0$ , caso contrário.

Para saber quantas vezes cada corrente é observada, define-se vetores de observabilidade,  $w_j$  e  $w_k$ , relativos às restrições do lema 2. Onde:

$$w_j = \mathbf{B}_j \cdot \mathbf{x}$$

$$w_k = \mathbf{B}_k \cdot \mathbf{x}$$

E o vetor  $\mathbf{w}$  é dado por:

$$\mathbf{w} = w_j^t \cdot w_k \quad (3.26)$$

É importante destacar que, os vetores  $\mathbf{B}_j$  e  $\mathbf{B}_k$  são definidos apenas para as variáveis de estado que representam corrente. As matrizes  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}_j$  e  $\mathbf{B}_k$  são escritas de forma que: a tensão nas barras esteja em ordem crescente de numeração das mesmas e a corrente tenha os índices em ordem crescente.

Agora que as matrizes auxiliares foram apresentadas, a **matriz de densidade**  $\mathbf{D}$  pode ser construída, a qual terá uma dimensão igual ao número de barras ou variáveis de tensão,  $n$ , mais duas vezes o número de linhas,  $2L$ , para representar as variáveis de corrente que dependem da tensão em dois barramentos,  $j$  e  $k$ , genericamente. Portanto, a dimensão da matriz de densidade será  $((n+2L) \times n)$ . Portanto ela pode ser escrita da seguinte forma:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{(1:n)n} \\ \mathbf{A}_{(L:m)n} + \mathbf{B}_j_{(L:m)n} \\ \mathbf{A}_{(L:m)n} + \mathbf{B}_k_{(L:m)n} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

Em que  $\mathbf{A}(1:n)$  n é a submatriz obtida a partir da matriz de conectividade das linhas 1 até n e todas as colunas,  $\mathbf{A}(L:m)$  n é a submatriz obtida a partir da matriz de conectividade das linhas L até m e todas as colunas,  $\mathbf{Bj}(L:m)$  n e  $\mathbf{Bk}(L:m)$  n são as submatrizes obtidas a partir das matrizes de co-conectividade das linhas L até m e todas as colunas.

### 3.7 Exemplos utilizando a nova matriz de densidade D

A partir da nova formulação matemática de construção da matriz D, através das suas matrizes auxiliares, o sistema de três barras anunciado anteriormente pode ser refeito, por meio das novas restrições, bem como a implementação de um novo Sistema contend seis barras.

#### 3.7.1 Sistema de 3 barras

As matrizes  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{Bj}$  e  $\mathbf{Bk}$  foram elaboradas elemento à elemento como apresentado anteriormente, suas linhas representam as variáveis de estado, tensão ou corrente e as colunas os possíveis locais de instalação de medidores, ou seja, as três barras do Sistema da Figura 2.6.

$$\mathbf{A} = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} & \begin{array}{l} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ i_{12} \\ i_{23} \end{array} \end{array} \end{array} \quad (3.28)$$

$$\mathbf{Bj} = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} & \begin{array}{l} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ i_{12} \\ i_{23} \end{array} \end{array} \end{array} \quad (3.29)$$

$$\mathbf{Bk} = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} & \begin{array}{l} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ i_{12} \\ i_{23} \end{array} \end{array} \end{array} \quad (3.30)$$

Com essas matrizes é possível construir a **matriz de densidade D** e formular o PR para

o sistema da Figura 3.6. Dessa forma, obtêm-se a seguinte matriz de densidade para este problema:

$$D = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} & \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ i_{12} \\ i_{23} \\ i_{12} \\ i_{23} \end{matrix} \end{matrix} \quad (3.31)$$

A formatação final do problema, se dá por meio da modelagem matemática do PR na forma matricial como a seguir.

$$\min z = [c_1 \quad c_2 \quad c_3] \cdot [x_1 \quad x_2 \quad x_3]^t \quad (3.32)$$

Sujeito a:

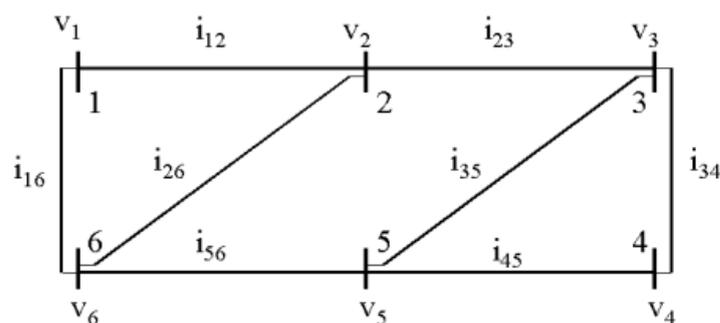
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

Sendo que  $x_j \in \{0,1\}$ ,  $\forall j = 1,2,3$ .

### 3.7.2 Sistema de 6 barras

A modelagem completa do PR do Sistema de transmissão da Figura 3.8 apresentado por Eldery et al. (2004, 2006) será realizada a seguir.

Figura 3.8 – Sistema com 6 barras desconhecidas.



Fonte: (ELDERY ET AL., 2004, 2006).

Este sistema é dado por  $n = 6$  barras,  $L = 8$  linhas, portanto o número de variáveis de

estado é  $m = 14$ . Desta forma os vetores de existência e custo são:

$$x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6]^t \quad (3.34)$$

$$c = [c_1 \ c_2 \ c_3 \ c_4 \ c_5 \ c_6] \quad (3.35)$$

A tabela a seguir mostra a topologia da rede da Figura 3.8.

Tabela 3.2 – Dados de entrada para a rede da Figura 3.8.

Barra de Origem	Barra de Chgada
1	2
1	6
2	3
2	6
3	4
3	5
4	5
5	6

Fonte: Do autor.

### Matrizes de Restrição

Como apresentado na Seção 3.6, criou-se as matrizes  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}_j$  e  $\mathbf{B}_k$  elemento à elemento. Suas linhas representando as variáveis de estado, tensão ou corrente e as colunas os possíveis locais de instalação de medidores.

$$\mathbf{A} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} & \left[ \begin{array}{cccccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right] \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \\ i_{12} \\ i_{23} \\ i_{34} \\ i_{45} \\ i_{56} \\ i_{61} \\ i_{62} \\ i_{53} \end{matrix} \end{matrix} \quad (3.36)$$

$$\mathbf{Bj} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} & \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \\ i_{12} \\ i_{23} \\ i_{34} \\ i_{45} \\ i_{56} \\ i_{61} \\ i_{62} \\ i_{53} \end{matrix} \end{matrix} \quad (3.37)$$

$$\mathbf{Bk} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} & \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \\ i_{12} \\ i_{23} \\ i_{34} \\ i_{45} \\ i_{56} \\ i_{61} \\ i_{62} \\ i_{53} \end{matrix} \end{matrix} \quad (3.38)$$

#### Formatação Final do Problema:

Calcula-se a matriz de densidade, como mostrada na equação (3.27) e obtém-se o seguinte problema:

$$\text{Min } z = [c_1 \ c_2 \ c_3 \ c_4 \ c_5 \ c_6] \cdot [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6]^t \quad (3.39)$$

Sujeito a:



Este sistema é dado por  $n = 14$  barras,  $L = 22$  linhas, portanto o número de variáveis de estado é  $m = 36$ . Desta forma seu vetor de existência é:

$$x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7 \ x_8 \ x_9 \ x_{10} \ x_{11} \ x_{12} \ x_{13} \ x_{14}]^t \quad (3.41)$$

$$c = [c_1 \ c_2 \ c_3 \ c_4 \ c_5 \ c_6 \ c_7 \ c_8 \ c_9 \ c_{10} \ c_{11} \ c_{12} \ c_{13} \ c_{14}] \quad (3.42)$$

A Tabela 3.2 a seguir mostra o arquivo de entrada contendo a descrição da topologia da rede da Figura 3.9.

Tabela 3.3 - Dados de entrada para a rede da Figura 3.9.

Barra de Origem	Barra de Chgada
1	2
1	5
2	1
2	3
2	4
2	5
3	4
4	5
4	7
5	6
6	11
6	12
6	13
7	4
7	8
7	9
9	7
9	10
10	11
12	13
13	14
14	9

Fonte: Do autor.

### Matrizes de Restrição

A seguir será mostrado as submatrizes que compoem a matriz de Densidade D, sendo elas: **A**, **Bj** e **Bk**. Nas quais suas linhas representam as variáveis de estado, tensão ou corrente e suas colunas as barras com os possíveis locais de instalação dos medidores.



0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	V11
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	V12
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	V13
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	V14
1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	i12
1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	i15
1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	i21
1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	i23
1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	i24
1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	i25
0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	i34
0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	i45
0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	i47
1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	i56
0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	i611
0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	i612
0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	i613
0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	i74
0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	i78
0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	i79
0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	i97
0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	i910
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	i1011
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	i1213
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	i1314
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	i149

(3.44)

Matriz **B<sub>k</sub>**:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	V1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	V2
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	V3
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	V4
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	V5
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	V6
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	V7
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	V8
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	V9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	V10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	V11
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	V12
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	V13
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	V14
1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	i12
1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	i15
1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	i21
0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	i23
0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	i24
1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	i25
0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	i34
1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	i45
0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	i47

(3.45)

0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	i56
0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	i611
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	i612
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	i613
0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	i74
0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	i78
0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	i79
0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	i97
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	i910
0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	i1011
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	i1213
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	i1314
0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	i149

Formatação final do problema:

Após ter encontrado as submatrizes acima, realiza-se então, o cálculo da matriz de Densidade  $\mathbf{D}$ , conforme a equação (3.27) apresentada na seção 3.6 para obter-se o seguinte problema:

$$\text{Min } z = \mathbf{c} \cdot \mathbf{x}^t \quad (3.46)$$

Ou seja, isto implica na multiplicação entre o vetor de custos  $\mathbf{c}$ , e o vetor de existência  $\mathbf{x}$ .

$$\text{Min } z = [c_1 \ c_2 \ c_3 \ c_4 \ c_5 \ c_6 \ c_7 \ c_8 \ c_9 \ c_{10} \ c_{11} \ c_{12} \ c_{13} \ c_{14}] \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_{10} \\ x_{11} \\ x_{12} \\ x_{13} \\ x_{14} \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

Sujeito a:

$$\mathbf{D} \cdot \mathbf{x} \geq 1 \quad (3.48)$$

Onde  $x_i \in \{0,1\}$ ,  $i = 1, \dots, 14$ , e  $\mathbf{D}$  representa a matriz de Densidade conforme ilustrado abaixo.

Matriz  $D$ :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	V1
1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	V2
0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	V3
0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	V4
1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	V5
0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	V6
0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	V7
0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	V8
0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	V9
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	V10
0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	V11
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	V12
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	V13
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	V14
2	2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	i12
2	1	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	i15
2	2	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	i21
1	2	2	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	i23
1	2	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	i24
1	2	1	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	i25
0	1	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	i34
0	1	1	2	2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	i45
0	1	1	2	1	0	2	0	0	0	0	0	0	0	i47
1	1	0	1	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	i56
0	0	0	0	1	2	0	0	0	0	2	1	1	0	i611
0	0	0	0	1	2	0	0	0	0	1	2	1	0	i612
0	0	0	0	1	2	0	0	0	0	1	1	2	0	i613
0	0	0	2	0	0	2	1	1	0	0	0	0	0	i74
0	0	0	1	0	0	2	2	1	0	0	0	0	0	i78
0	0	0	1	0	0	2	1	2	0	0	0	0	0	i79
0	0	0	0	0	0	2	0	2	1	0	0	0	1	i97
0	0	0	0	0	0	1	0	2	2	0	0	0	1	i910
0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	2	0	0	0	i1011
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	2	2	0	i1213
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	2	2	i1314
0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	1	2	i149
2	2	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	i12
2	1	0	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	i15
2	2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	i21
0	2	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	i23
0	2	1	2	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	i24
1	2	0	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	i25

(3.49)

0	1	2	2	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	i34
1	1	0	2	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	i45
0	0	0	2	0	0	2	1	1	0	0	0	0	0	i47
0	0	0	0	2	2	0	0	0	0	1	1	1	0	i56
0	0	0	0	0	2	0	0	0	1	2	0	0	0	i611
0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	2	1	0	i612
0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	1	2	1	i613
0	1	1	2	1	0	2	0	0	0	0	0	0	0	i74
0	0	0	0	0	0	2	2	0	0	0	0	0	0	i78
0	0	0	0	0	0	2	0	2	1	0	0	0	1	i79
0	0	0	1	0	0	2	1	2	0	0	0	0	0	i97
0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	1	0	0	0	i910
0	0	0	0	0	1	0	0	0	2	2	0	0	0	i1011
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	2	2	1	i1213
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	2	2	i1314
0	0	0	0	0	0	1	0	2	1	0	0	0	2	i149

### 3.8 Comparação entre os métodos de construção da Matriz de Densidade

Com base nos resultados obtidos, e nos tempos computacionais apurados (que serão mostrados adiante), pode-se dizer que ambos os métodos de construção da matriz de Densidade, são eficientes e chegam aos mesmos resultados quando esta é aplicada aos algoritmos do GRASP e VNS. A única diferença consiste no grau de complexidade existente entre as duas formas de construção. Na construção da matriz D utilizando-se matrizes auxiliares, percebe-se que esta será uma matriz com maior dimensão (maior número de linhas) devido às variáveis de corrente observadas nas linhas da rede elétrica analisada, sendo assim mais trabalhosa de ser implementada. Já a outra forma de construção é bem mais simplificada, pois consiste apenas na utilização das variáveis de estado de tensão.

Dessa forma, a matriz D simplificada possui uma dimensão menor, e portanto quando aplicada aos algoritmos de otimização, estes são executados com maior velocidade, ou seja, possuem tempos computacionais ligeiramente menores, mas que de forma geral, não afetam o desempenho dos mesmos. Sua vantagem está apenas na simplicidade em que ela é construída.

Como forma de elucidar-se melhor a comparação entre as matrizes D utilizadas, pode-se tomar como exemplo o caso IEEE 14 barras, no qual em ambos os métodos de construção da matriz D, obteve-se como função objetivo quatro monitores, como também, em relação à redundância, foram encontradas 12 barras observadas por apenas um monitor, duas barras observadas por dois monitores e nenhuma barra observada por mais de dois monitores. A única diferença observada foi no tempo computacional, que ao utilizar-se a matriz D construída por

meio de matrizes auxiliares, o algoritmo foi executado em 0,86 segundos, já quando utilizou-se a matriz D simplificada, o algoritmo foi resolvido em 0,83 segundos. Ou seja, embora o algoritmo executado com a matriz D simplificada tenha demonstrado ser mais eficiente, a diferença de tempo foi muito pequena. Portanto pode-se dizer, que a escolha do método de construção da matriz de densidade fica dessa forma, a critério do projeto. Para redes com um número muito elevado de barras, certamente sugere-se que se utilize a matriz D simplificada. Os resultados obtidos para cada caso de rede da literatura será mostrado na seção 5.

## 4. Solução do problema

A seguir serão apresentadas as duas técnicas utilizadas neste trabalho para a resolução do problema da alocação de monitores de qualidade de energia elétrica em redes de transmissão, sendo elas o “*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*” (GRASP) e o “*Variable Neighborhood Search*” (VNS).

### 4.1 Técnicas Aplicadas

#### 4.1.1 Greedy Randomized Adaptive Search Procedure (GRASP)

O procedimento de busca guloso, aleatório e adaptativo – GRASP (do inglês *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*), é uma metaheurística iterativa que consiste em duas fases: a primeira é a fase de construção e a segunda é a fase de busca local. A fase de construção é caracterizada por um algoritmo do tipo guloso, que possui uma componente aleatória e adaptativa. Já a fase de busca local é realizada para encontrar melhores resultados na vizinhança da solução obtida na primeira fase.

De acordo com (OLIVEIRA, 2011), a metaheurística GRASP é basicamente uma evolução dos algoritmos heurísticos construtivos. Um algoritmo heurístico construtivo tem como finalidade construir uma solução factível passo a passo utilizando um indicador de sensibilidade para indicar qual a melhor componente a ser introduzida na solução. A principal diferença destas duas metodologias está na aleatoriedade que o algoritmo GRASP possui para escolher uma componente que será adicionada à solução. A escolha aleatória desta componente tem a finalidade de atender o caráter guloso do algoritmo heurístico construtivo e também a aplicação dessa metodologia permite encontrar muitas soluções factíveis e de boa qualidade.

O GRASP é um algoritmo comumente usado para problemas de otimização combinatória. Podendo ser usado de várias maneiras, no GRASP se tem a construção de uma solução inicial e esta é refinada a partir de uma busca local (FEO & RESENDE, 1995).

Pode-se dizer que o GRASP é uma técnica de amostragem aleatória na qual cada iteração fornece uma solução para o problema em questão. A solução subjacente sobre todas as iterações GRASP é mantida no resultado final. Existem duas fases dentro de cada iteração: a primeira constrói inteligentemente uma solução inicial através de uma função adaptativa aleatória e gulosa; a segunda se aplica a um procedimento de busca local para a solução construída na esperança de encontrar uma melhoria.

Os esquemas de busca local partem de uma solução inicial, por sua vez tida como sendo

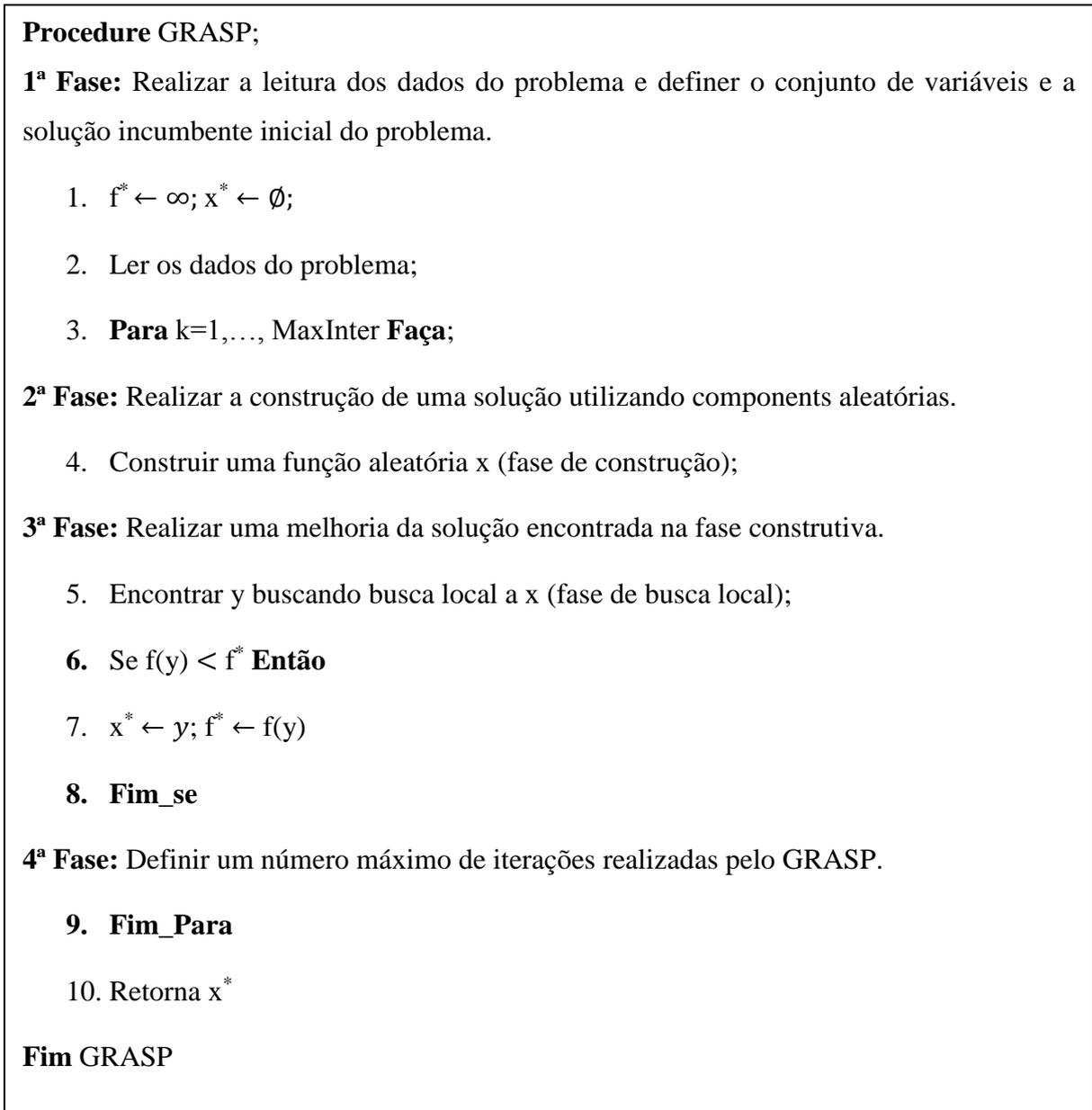
a solução corrente, a procura de uma solução melhor na vizinhança da solução corrente. Se esta solução existir, automaticamente tornar-se-a a nova solução corrente e a busca local recursivamente será aplicada sobre esta solução. O procedimento termina quando nenhuma solução melhor do que a corrente existir na vizinhança desta última. Tal esquema de busca local exige que o tamanho da vizinhança seja tal que sua exploração possa ser feita eficientemente. (MATEUS, RESENDE & SILVA, 2009).

Um método de busca eficaz precisa viabilizar sua diversificação. Portanto, uma boa estratégia para a busca local não deve se ater a uma região particular do espaço de soluções, como por exemplo, em torno de uma solução construída por um algoritmo guloso. Uma alternativa consiste em iniciar uma busca local a partir de várias soluções geradas aleatoriamente, com a expectativa de que haja um caminho de melhoria de custo partindo de uma destas soluções até uma solução ótima ou próxima do ótimo.

Um procedimento de busca guloso, aleatório e adaptativo repetidamente aplica a busca local a partir de soluções construídas com um algoritmo guloso aleatório. O melhor ótimo local dentre todas as buscas locais é retornado como solução da heurística. Uma característica especialmente atraente da metaheurística GRASP é a facilidade com que pode ser implementada. Dado que poucos parâmetros precisam ser inicializados e ajustados, logo o desenvolvimento pode se ater à implementação dos algoritmos e estruturas de dados que garantam a eficiência do projeto. Como será visto a seguir, as implementações básicas do GRASP repousam exclusivamente em dois parâmetros. O primeiro controla o número de iterações dos métodos construtivo e de busca local a serem aplicados. O segundo controla a mistura dos enfoques aleatório e guloso do método construtivo. Apesar de sua simplicidade e facilidade de implementação, GRASP é uma meta-heurística muito eficaz e produz as melhores soluções conhecidas para muitos problemas. (MATEUS, RESENDE & SILVA, 2009).

O algoritmo mostrado na Figura 4.1 abaixo exemplifica a versão básica da metaheurística GRASP, mostrando as fases nas quais a mesma pode ser dividida:

Figura 4.1 - Pseudocódigo da versão básica da metaheurística GRASP.



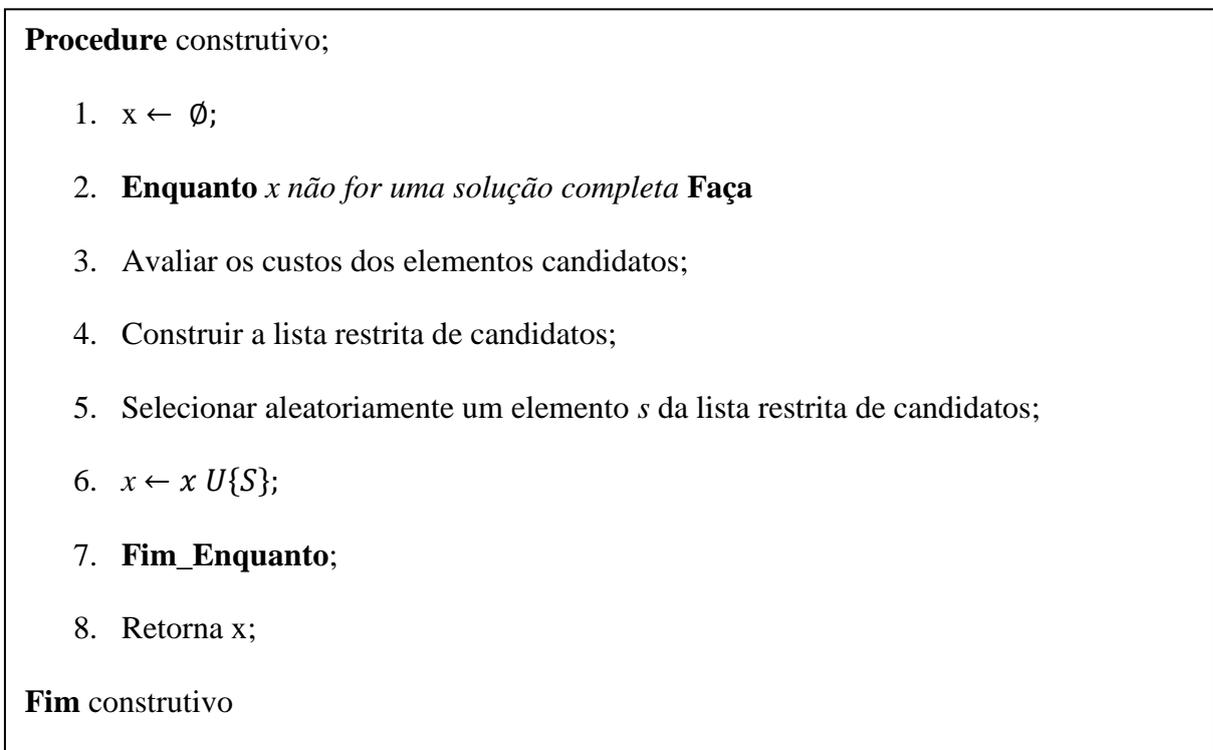
Fonte: (OLIVEIRA, 2011).

Na primeira fase é realizada uma leitura de todos os dados do problema, a partir dos quais é gerada uma solução inicial do problema. A construção da solução é iniciada com a escolha de um indicador de sensibilidade. A escolha deste indicador pode ser realizada de várias maneiras, como por exemplo o cálculo da distância total percorrida, ou a partir da solução de um problema de fluxo de potência. Esse indicador permite que se inicie a fase construtiva do GRASP. A escolha de um componente a ser introduzido na solução depende também de um parâmetro alfa que varia entre 0 e 1 (OLIVEIRA, 2011). Para alfa igual a 0 tem-se um indicador totalmente guloso, enquanto para um alfa igual a 1, tem-se um indicador totalmente aleatório.

Na segunda fase é feita a construção de uma solução a partir das características aleatórias e gulosas do GRASP. Na terceira fase, a solução encontrada na fase anterior passa por uma melhoria através de uma busca local, que pode ser realizada por outro tipo de metaheurística. Ainda nesta fase ocorre a comparação entre a solução gerada e a solução incumbente. Caso a solução gerada apresente um valor de função objetivo  $f(y)$  melhor que o da solução inicial  $f^*$ , essa passa a ser a solução incumbente do problema, ou seja,  $x^* \leftarrow y$  e  $f^* \leftarrow f(y)$ .

Por fim, a quarta fase define apenas o número máximo de iterações pelo qual o processo será realizado, até se encontrar uma solução ótima.

Figura 4.2 - Pseudocódigo da fase construtiva do GRASP.



Fonte: (OLIVEIRA, 2011).

A Figura 4.2 acima apresenta o pseudocódigo da fase construtiva do GRASP. Este pseudocódigo pode ser descrito em cinco passos:

1. Escolhe-se a solução inicial,  $x$ , que pode ser vazia ou não. Esta é vista como a solução incumbente;
2. Os elementos, candidatos a entrarem para a solução do problema, são avaliados;
3. É elaborada uma lista com as  $k$  variáveis mais atraentes, utilizando um indicador de sensibilidade;

4. Escolhe-se aleatoriamente uma variável da lista construída no passo 3, e atualiza-se o conjunto solução adicionando a variável escolhida;
5. Verifica-se se o conjunto solução está completo; se isto ocorrer, tem-se então uma solução para o problema, terminando-se assim a fase construtiva. Se o conjunto solução ainda estiver incompleto, retorna-se para o passo 2.

Tendo-se realizado a fase construtiva do GRASP, realiza-se então a fase de busca local, onde busca-se melhorar a solução fornecida pela fase construtiva, utilizando-se para isso de um algoritmo de otimização local, com o objetivo de se obter uma solução de melhor qualidade que a solução encontrada anteriormente.

A Figura 4.3 mostra o pseudocódigo desta última fase do algoritmo GRASP. Este algoritmo pode ser descrito pelos seguintes passos:

1. Os dados da solução incumbente, encontrada na fase construtiva do GRASP, são lidos;
2. Obtém-se uma solução corrente dentro da vizinhança que circunda a solução incumbente;
3. Se a solução corrente for melhor que a solução incumbente, a solução incumbente será alterada, recebendo a solução corrente;
4. Critério de parada. Se não for encontrada soluções vizinhas de melhor qualidade dentro da vizinhança que circunda a solução incumbente, a fase de busca local é finalizada. Caso contrário, retorna para o passo 2.

Figura 4.3 - Pseudocódigo da busca local do GRASP.

**Procedure** Busca\_Local;

1. **Enquanto**  $x$  não for solução localmente ótima **Faça**
2. Obter  $x' \in N(x)$  tal que  $f(x') < f(x)$ ;
3.  $x \leftarrow x'$ ;
4. **Fim\_Enquanto**;
5. Retornar  $x$ ;

**Fim** Busca\_Local

Fonte: (OLIVEIRA, 2011).

É importante destacar, que neste trabalho foi utilizada a técnica *Variable Neighborhood Search* (VNS) para realizar a busca local do GRASP, que será apresentada a seguir.

#### 4.1.2 Variable Neighborhood Search (VNS)

Métodos de busca local para otimização combinatória realizam uma sequência de

modificações locais em uma solução inicial, melhorando o valor da função objetivo, até que um ótimo local seja encontrado” (POSSAGNOLO, 2015). Ou seja, a cada iteração, uma solução melhorada da vizinhança da solução incumbente é obtida, até que nenhuma melhora possa ser obtida.

De acordo com Mladenović e Hansen (1997), uma metaheurística simples e eficiente pode ser obtida ao se realizar trocas sistemáticas de vizinhanças, agindo-se conjuntamente com um algoritmo de busca local. Esta técnica foi denominada de busca em vizinhança variável, e, apresentou-se então, um algoritmo VNS básico (*Basic Variable Neighborhood Search*). Esta metaheurística funciona de modo a percorrer vizinhanças cada vez mais distantes da solução incumbente, mudando desta para uma nova solução se, e somente se, obter uma melhoria na função objetivo. Assim, as características favoráveis de uma solução incumbente serão mantidas e usadas para se obter soluções vizinhas promissoras e/ou ainda melhores que essa (MLADENOVIĆ; HANSEN, 1997).

A metaheurística VNS, tratada nesta seção deste referido trabalho, explora algumas propriedades. São elas:

1. Um ótimo local com relação a uma estrutura de vizinhança não é necessariamente o mesmo ótimo local para outra estrutura de vizinhança;
2. Um ótimo global é um mínimo local em relação à todas as possíveis estruturas de vizinhança;
3. Para muitos problemas, ótimos locais com relação à uma ou várias estruturas de vizinhança são relativamente próximos uns dos outros. O que implica que um ótimo local geralmente fornece informação valiosa sobre o ótimo global.

Ao contrário de outras metaheurísticas, a VNS e suas extensões são simples e requerem poucos parâmetros para sua execução. Por conseguinte, além de fornecer boas soluções de forma simples, a metaheurística VNS fornece compreensão das razões de tal performance, o que pode levar à implementações mais simples e eficientes (POSSAGNOLO, 2015).

Na literatura existem várias formas de implementar esta técnica, sendo uma delas detalhada a seguir e implementada neste trabalho.

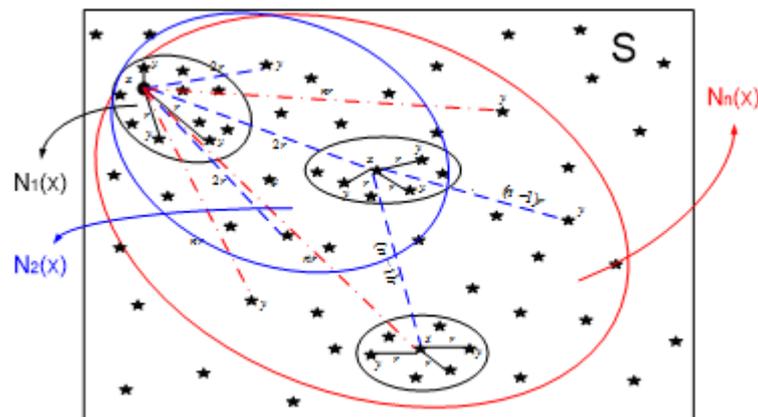
A VNS apresentada em (Mladenovic, 1995) é uma metaheurística baseada em um princípio simples; qual seja, mudar sistematicamente os parâmetros dentro de  $k$  estruturas de vizinhança. As soluções que se encontram mediante um dos movimentos possíveis se denominam vizinhas e constituem uma vizinhança. O conjunto de movimentos possíveis dá lugar a uma relação de vizinhança e estrutura de vizinhança. Para isso, a VNS utiliza uma combinação de buscas locais e globais. Nestes processos, as buscas não são informadas porque

não utilizam informação do passado no processo de otimização.

A construção de estruturas de vizinhança é fundamental no processo de busca, já que determina a qualidade do conjunto de movimentos aplicados; o qual enriquece a vizinhança. Com isso, é possível realizar passos mais longos na aproximação ao ótimo.

Uma estrutura de vizinhança  $N(x)$  é definida para uma solução  $x$  dentro de um espaço de soluções  $S$ , como uma função  $N:S \rightarrow 2^S = \{x / y \in S\}$  que associa a cada solução  $x \in S$  um conjunto de configurações próximas de  $x$  tal que cada  $y$  será uma solução vizinha de  $x$  como é ilustrado na Figura 4.4.

Figura 4.4 - Vizinhanças induzidas.



Fonte: Do Autor.

### VNS Básica (BVNS)

Esta versão da metaheurística VNS foi proposta por Mladenović e Hansen (1997) para a resolução de um problema muito conhecido da literatura, que já até foi abordado neste trabalho, o problema do caixeiro viajante. Durante a resolução deste problema, verificou-se que esta metodologia foi capaz de encontrar soluções de ótima qualidade.

O funcionamento desta metaheurística é explicado na Figura 4.5 a seguir, que é apresentada em Mladenović e Hansen (1997).

Figura 4.5 - Algoritmo BVNS

**Inicialização:** Selecione o conjunto de estruturas de vizinhança  $N_k$ ,  $k = 1, \dots, k_{\max}$ , que será utilizado na busca; encontre uma solução inicial  $x$ ; defina um critério de parada;

**Repita** os passos seguintes até que o critério de parada esteja satisfeito:

(1) **Faça**  $k \leftarrow 1$ ;

(2) **Repita** os passos a seguir até  $k = k_{\max}$ :

(a) **Agitação:** Gere aleatoriamente uma solução  $x'$  da  $k$ -ésima vizinhança de  $x$  ( $x' \in N_k(x)$ );

(b) **Busca local:** Aplique algum método de busca local com  $x'$  como solução inicial; denote por  $x''$  o ótimo local obtido por esta busca;

(c) **Mover ou não:** Se o ótimo local  $x''$  é melhor que a incumbente  $x$ , mova para lá ( $x \leftarrow x''$ ) e continue a busca em  $N_1$  ( $k \leftarrow 1$ ); caso contrário faça  $k \leftarrow k + 1$ .

Fonte: (MLADENOVIC; HANSEN, 1997).

De acordo com o algoritmo apresentado na figura acima, seleciona-se, inicialmente, uma série de estrutura de vizinhança que definem vizinhanças em torno de um ponto  $x \in X$ . Feito isso, se encontra uma solução inicial  $x$ , com a opção de se aplicar uma busca local, visando melhorá-la. De forma aleatória, seleciona-se  $x'$  dentro da primeira estrutura de vizinhança  $N_1(x)$  de  $x$  e realiza-se uma descida a partir de  $x'$  utilizando-se a busca local, levando à um novo local  $x''$ . Neste ponto são possíveis três diferentes resultados: (1)  $x'' = x$ , isto é,  $x$  já era um ótimo local da vizinhança. Visto que, o procedimento continua na seguinte estrutura de vizinhança  $N_k(x)$ , para  $k \geq 2$ , ou seja, (2)  $x'' \neq x$  e  $v(x'') \geq v(x)$ , neste caso encontrou-se outro ótimo local, que não é melhor que a solução incumbente, assim, o processo também para a próxima estrutura de vizinhança; (3)  $x'' \neq x$  e  $v(x'') \leq v(x)$ , neste caso encontrou-se outro ótimo local, que é melhor que a solução incumbente, assim, a busca é recentralizada em  $x''$  e se inicia novamente na primeira vizinhança utilizada. Caso se alcance a última vizinhança, sem que uma solução melhor que a incumbente tenha sido encontrada, a busca é reiniciada na primeira estrutura de vizinhança  $N_1(x)$ , até que o critério de parada estipulado seja satisfeito (POSSAGNOLO, 2015).

Os critérios de parada do algoritmo BVNS podem ser o tempo de processamento máximo, o máximo número de iterações entre duas melhorias ou um número máximo de iterações estipulado para o algoritmo. No caso deste referido trabalho, utilizou-se este ultimo critério de

parada.

## 4.2 Aplicação das Técnicas GRASP e VNS ao Problema de Alocação de PMUs

### 4.2.1 Construção da matriz densidade

Primeiramente, a matriz densidade deve ser construída de acordo com a metodologia da seção 2. Uma vez construída a matriz densidade para uma determinada rede, o processo da implementação das técnicas GRASP-VNS se aplica como descrito a seguir.

### 4.2.2 Primeira Etapa (fase construtiva) – Algoritmo GRASP

A primeira etapa consiste em construir soluções utilizando o algoritmo GRASP e é detalhada a seguir:

Passo 1: A solução inicial é um conjunto vazio;

Passo 2: Enquanto a solução não estiver completa, faça os seguintes passos;

Passo 3: Ordenar ascendentemente a matriz densidade, pelo número de barras vizinhas que as barras analisadas observam. Para o exemplo da Figura 3.7, tem-se a equação (3.20).

Passo 4: Sorteia-se um número entre 1 e Tam\_Lista. Tam\_Lista varia entre 20% a 30% do tamanho da lista (linhas). Esta linha selecionada agrupa aqueles locais de instalação ou barras (critério adaptativo), os quais participarão da seleção para instalar PMUs.

Passo 5: Sorteia-se, na linha selecionada (grupo de barras observadas), uma barra onde será instalado o PMU.

Passo 6: Eliminam-se todas as barras que são observadas pela barra selecionada.

Passo 7: Se a solução ainda não estiver completa, retorna-se ao passo 2, se estiver, direciona-se ao passo 8. Este processo é repetido, até eliminar todas as barras observadas (ou monitoradas). Uma vez atingido este objetivo, tem-se um conjunto de locais de instalação (barras) dos PMUs (solução).

Passo 8: Retorna a solução gerada, ou seja, a matriz densidade ordenada, com o conjunto de locais de instalação dos PMUs.

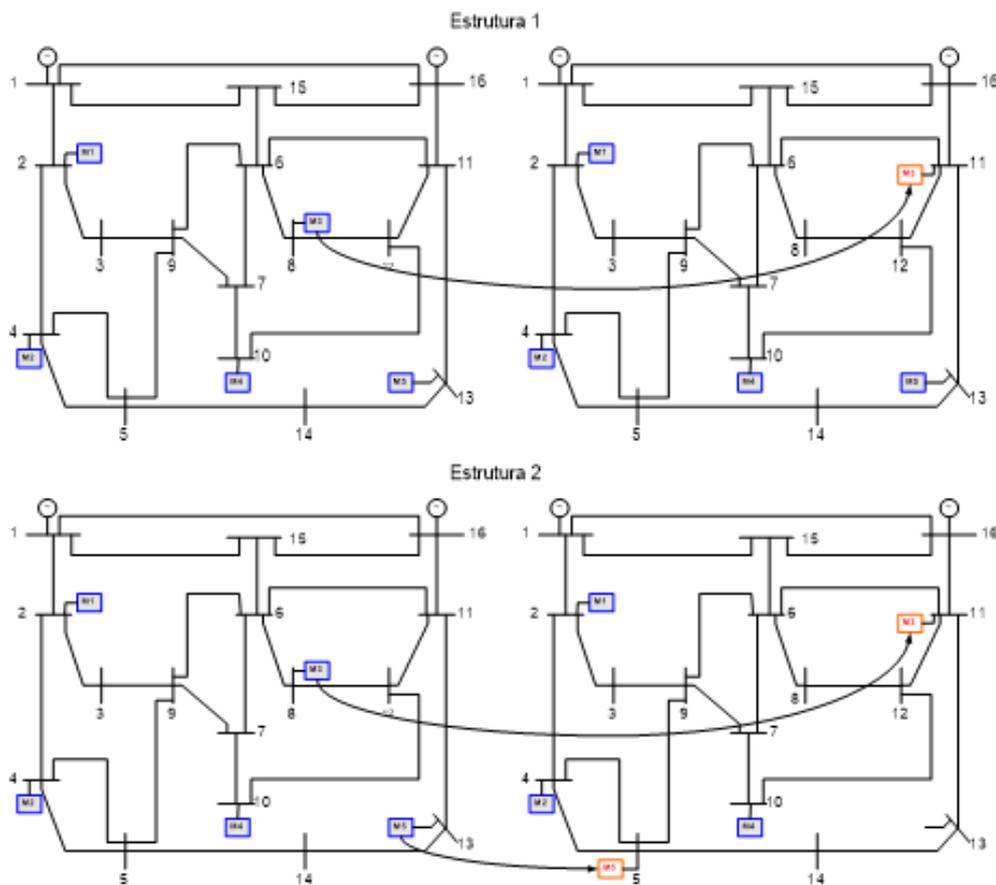
Para se tornar mais claro a aplicação do algoritmo acima descrito, pode-se usar como exemplo, o sistema de 7 barras da Figura 3.7, situado na seção 3.5.2, o qual possui sua matriz de densidade descrita pela equação (3.20). Desta forma, a partir da matriz de densidade  $\mathbf{D}$  da equação (3.20), o processo da implementação da técnica GRASP é aplicado, e como resultado, obtém-se a matriz  $\mathbf{D}$  ordenada, a qual pode ser verificada pela equação (4.1) abaixo. Onde  $\mathbf{D}(\text{ordenada}) = \mathbf{D} \cdot \mathbf{x}$ .

$$\mathbf{D} \text{ (ordenada)} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 3 \\ 3 \\ 4 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix} \tag{4.1}$$

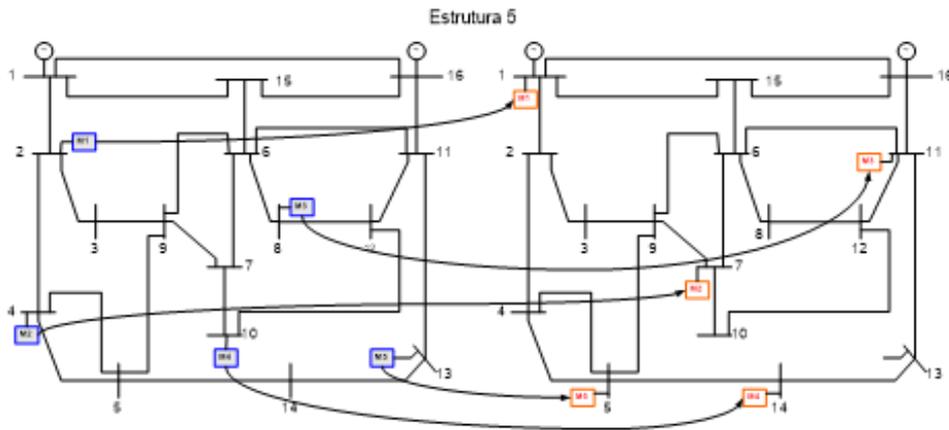
### 4.2.3 Segunda Etapa (fase de busca local) – Algoritmo VNS

Uma vez gerada uma solução (configuração de locais de instalação dos PMUs), na primeira etapa (GRASP - fase construtiva), processa-se uma busca local, ou seja, deve-se gerar todas as soluções vizinhas desta configuração dentro da sua estrutura de vizinhança (MLADENOVIC, 1995), realocando um medidor (aleatoriamente) em outra barra.

Figura 4.6 - Geração de estruturas de vizinhança através de k-mudança.



(...)



Fonte: Do Autor.

Para o caso da alocação de PMUs, uma solução é considerada mais próxima da outra, quanto menor o número de barras (locais) de alocação dos monitores que assume estados diferentes do atual. Por outro lado, a geração de estruturas de vizinhança pode ser feita utilizando critérios de seleção, como por exemplo: seleção de heurísticas existentes; alteração de parâmetros dos métodos existentes; uso de  $k$ -mudança; divisão de vizinhança entre outras. A estratégia utilizada neste trabalho foi através de  $k$ -mudanças, como é ilustrado na Figura 4.2, que é a maneira mais simples de se gerar as estruturas de vizinhança.

Devem-se utilizar estratégias no processo de busca local, como por exemplo: (i) Busca Greedy ou a busca do melhor vizinho. Nesta busca, é realizada uma busca exaustiva, transitando por todas as configurações da vizinhança da solução atual e determinando qual é a que produzirá uma maior melhoria do valor da função objetivo atual; e (ii) Busca do primeiro melhor vizinho, que se caracteriza por transitar em todas as configurações da vizinhança até que se encontre a primeira configuração vizinha de melhor qualidade que a solução atual. Esta última estratégia foi adotada nesse estudo.

De acordo com algoritmo VNS mencionado na seção 4.1.2, pode-se agora, aplicá-lo ao caso da alocação ótima de PMUs, conforme será detalhado a seguir:

**Inicialização:** Selecione o conjunto de estruturas de vizinhança  $N_k$ ,  $k = 1, \dots, k_{\max}$ , que será utilizado na busca; encontre uma solução inicial  $x$ ; defina um critério de parada;

**Repita** o processo até que o **critério de parada** seja atingido:

- 1) Fazer  $k=1$ ;
- 2) Repetir os passos a seguir até  $k_{\max} = 2$ :
  - (a) **Agitação:** É gerada uma solução (alocação de monitores)  $x'$  na  $k$ -ésima vizinhança de  $x$ . Para  $k=1$ , troca-se um monitor aleatoriamente para uma barra (onde não tem

monitor) escolhida aleatoriamente. Para  $k=2$ , trocam-se dois monitores aleatoriamente para duas barras (onde não tem monitor) escolhidas aleatoriamente.

(b) **Busca local:** é gerada uma solução  $x''$  utilizando-se uma busca local, troca-se um monitor aleatoriamente para uma barra (onde não tem monitor) escolhida aleatoriamente.

(c) **Mover ou não:** Se a redundância do vetor  $u$  da solução  $x''$  (ótimo local) for maior que a redundância do vetor  $u$  da solução  $x$  (solução incumbente),  $x=x''$  e  $k=1$ . Caso contrário gera-se  $N$  visitas ( $x''$ ). Sendo que  $N$  visitas depende do tamanho da rede avaliada. Caso seja encontrada uma solução com valores do vetor  $u$  maiores que um, diminui-se o número de monitores em uma unidade.

O algoritmo citado acima, pode ser comentado da seguinte forma: na primeira estrutura de vizinhança, muda-se de posição um monitor e avalia-se a função objetivo. Este processo é feito para todos os monitores, o que representa uma porcentagem mínima das possibilidades. Cada um destes valores é comparado com a solução atual.

Se o algoritmo encontra uma configuração de melhor qualidade que a solução atual (solução corrente), esta será a nova solução atual (solução corrente) e a busca será reiniciada em  $k=1$ . Caso não se encontre uma melhor solução, passa-se à estrutura de vizinhança seguinte.

Nesta etapa é considerado o vetor redundância  $b$  da configuração visitada (de melhor qualidade), para os dois casos seguintes:

1. Se os valores de  $b$  visitado não contém zeros;
2. Se o número de “uns” de  $b$  visitado é menor que  $b$  atual.

No primeiro caso, a busca é reiniciada com  $k=1$ , reduzindo o número de monitores em um. A ordem de transição das estruturas é sistemática, ou seja,  $k=k+1$ . Assim,  $k$  monitores são mudados aleatoriamente das suas respectivas barras. Caso seja encontrada uma melhoria no processo de busca, volta-se para  $k=1$ , reiniciando-se o processo de busca. Caso contrário, quando o número de trocas de posições dos PMUs chega a três vezes o número de barras, passa-se à seguinte estrutura de vizinhança  $k=k+1$ . O processo continua até chegar a um  $k_{máx} = 3$ , por exemplo.

## 5. Resultados e Discussões

O método de alocação ótima de monitores foi implementado em um ambiente de programação Matlab, utilizando-se um Notebook com processador Core i3, CPU de 1,7 GHz contendo 4 GB de memória RAM. Para avaliar a eficiência da metodologia, foram empregadas redes elétricas do IEEE amplamente utilizadas na literatura. Já os dados das redes PERU 131 e COLOMBIA 93 encontram-se em (LAPSEE, 2018. CHURA, 2006).

Os resultados obtidos são mostrados na Tabela 5.1, os quais possuem custos iguais para todos os PMUs para fins de comparação com aquelas técnicas de solução encontradas na literatura e mostradas na Tabela 5.2.

Um parâmetro importante para a EE é a redundância (ver Tabela 5.1), a qual indica a quantidade de PMUs que monitoram uma barra. Por exemplo, a rede de IEEE57 tem duas respostas (configurações de PMUs) com mesmo número de PMUs (17 monitores). A diferença está no vetor redundância “b”. A primeira resposta é melhor, porque duas barras são monitoradas por mais de dois PMUs (primeira resposta), enquanto na segunda resposta nenhuma barra é monitorada por mais de dois PMUs.

O vetor redundância “b” é um dos parâmetros mais importantes a ser analisado nos resultados, pois mostra o quão eficiente foi a aplicação dos algoritmos propostos pela solução do problema de alocação de monitores de qualidade de energia elétrica, visto que, quanto mais barras forem observadas por um maior número de monitores, mais confiável se torna o monitoramento do Sistema. Outros parâmetros importantes, que são ilustrados na tabela são: a função objetivo, que descreve o número mínimo de PMUs encontrados pela solução ótima para cada rede analisada, bem como o tempo computacional gasto na execução do programa para cada rede da literatura.

Tabela 5.1 – Resultados da metodologia.

Redes Elétricas	Número Da Solução	F.O. inicial	Função Objetivo F.O.	Redundância “b”			Tempo (s)
				b=1 monitor	b=2 monitores	b>2 monitores	
<b>IEEE 14</b>	1°	8	4	12	2	0	0,83
<b>IEEE 30</b>	1°	15	10	18	6	5	1,05
<b>IEEE 30</b>	2°	15	10	20	8	1	0,16
<b>IEEE 57</b>	1°	23	17	48	9	0	10,31
<b>IEEE 57</b>	2°	23	17	45	11	1	5,78
<b>IEEE 118</b>	1°	38	32	86	25	7	62,02
<b>IEEE 118</b>	2°	38	32	85	28	5	41,22
<b>IEEE 118</b>	3°	38	32	84	28	6	103,42
<b>IEEE 300</b>	1°	95	87	210	81	9	2000,0
<b>IEEE 300</b>	2°	95	87	214	76	9	2000,0
<b>IEEE 300</b>	3°	95	87	220	70	10	2000,0
<b>PERU 131</b>	1°	38	34	115	14	2	70,0
<b>PERU 131</b>	2°	38	34	113	15	3	74,72
<b>PERU 131</b>	3°	38	34	111	18	2	120,77
<b>COLOMBIA 93</b>	1°	25	21	74	17	1	23,47
<b>COLOMBIA 93</b>	2°	25	21	72	15	5	10,94
<b>COLOMBIA 93</b>	3°	25	21	71	17	4	18,80

Fonte: Do autor.

Ao se analisar a Tabela 5.1, observa-se que o número de PMUs (F.O.) é bem inferior ao número de barras em todas as redes, o que indica que a solução ótima encontrada foi satisfatória, para a otimização da alocação de monitores. E o número de barras que estão sendo observadas por mais de dois monitores aumentou na última solução, em relação à primeira, como é o caso das redes: IEEE 30, IEEE 118, IEEE 300 e COLOMBIA 93. Para as demais redes, conclui-se que a maior observabilidade foi atingida logo nas primeiras soluções ou foi única, devido a

existência de apenas uma solução, como é o caso da rede IEEE 14.

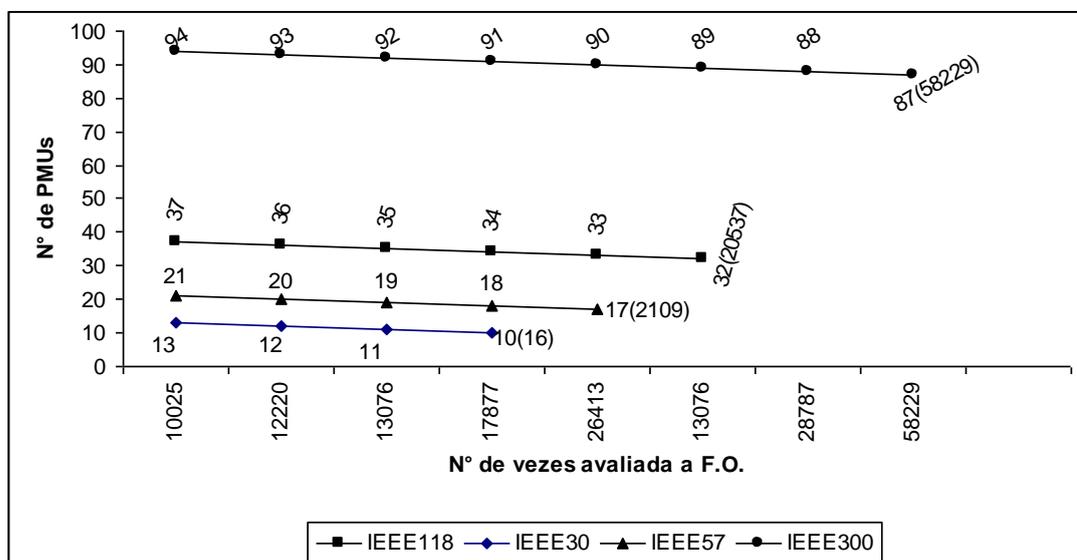
Tabela 5.2 - Comparação dos resultados com a literatura.

Redes Elétricas	IEEE 14	IEEE 30	IEEE 57	IEEE 118	IEEE 300	PERU 131	COLOMBIA 93
<b>F.O. Metodologia</b>	4	10	17	32	87	34	21
<b>F.O. Manousakis N. and Korres G (2017)</b>	4	x	x	32	x	x	x
<b>F.O. Reis D. C. S. (2012)</b>	4	10	17	32	87	x	x
<b>F.O. Gou B (2008)</b>	4	10	17	x	x	x	x
<b>F.O. Da Silva et. al. (2000)</b>	4	x	17	x	x	x	x

Fonte: Do autor.

A Tabela 5.2 acima, mostra a comparação feita entre os resultados obtidos pela metodologia deste trabalho e os encontrados na literatura. Como pode-se observar, quando foi possível se comparar, os resultados da F.O. foram idênticos. A sinalização denotada por “x” na tabela indica ausência de informação em uma dada referência para a rede em questão.

Figura 5.1 - Desempenho da Metodologia para as redes do IEEE.



Fonte: Do autor.

A Figura 5.1 ilustra o desempenho da metodologia para um grupo de redes avaliadas. Onde se ilustra o número de PMUs versus o Número de vezes (iterações) que se avalia a F.O. Observe que quanto maior é a rede, mais vezes é avaliada a F.O.

## 6. Conclusão

Neste trabalho foi apresentada uma metodologia para solucionar o problema de alocação ótima de PMUs, visando o monitoramento dos parâmetros de uma rede elétrica via medição ou via cálculo matemático. A principal contribuição foi a aplicação de uma técnica híbrida GRASP e VNS para resolver o problema. Por meio da utilização de um critério heurístico para construir uma solução e em seguida fazer uma busca local em estruturas de vizinhança, foi alcançada uma alta eficiência, pois os tempos computacionais foram reduzidos em mais de 50% quando comparados à não utilização desta estratégia. Além de se encontrar os mesmos resultados da literatura (redes IEEE).

Portanto, visto que em redes reais existem um elevado número de PMUs a serem instalados para monitorar o sistema, é de extrema importância a necessidade de se restringir o monitoramento, como foi proposto neste trabalho através de soluções ótimas, limitando assim, o escopo em uma região específica de interesse, para que seja viável economicamente o uso desta aplicação, e dessa forma, melhorar-se o monitoramento da qualidade da energia elétrica.

Como sugestão para trabalhos futuros, pode-se aplicar a metodologia e os métodos de otimização utilizados neste trabalho às redes de maior porte, como algumas redes do Sistema Brasileiro de Transmissão e analisar-se a eficácia dos mesmos. Como também, pode-se estudar novos métodos de otimização, buscando uma maior eficiência nos resultados.

## 7. Referências Bibliográficas

- [1] ALMEIDA, C. F. M., KAGAN, N. Using Genetic Algorithms and Fuzzy Programming to Monitor Voltage Sags and Swells. *IEEE Intelligent Systems*, Vol.26, No. 2; pp. 46–53, 2011.
- [2] ABUR A., EXPÓSITO G. A. *Power System State Estimation: Theory and Implementation*. New York, NY, USA: Marcel Dekker, 2004.
- [3] ARRUDA E. F. d., KAGAN N., RIBEIRO P. F. Harmonic distortion state estimation using an evolutionary strategy. *IEEE Trans. Power Del.*, Vol. 25, No. 2, pp. 831–842, 2010.
- [4] CHEN, J., ABUR, A. Placement of PMUs to Enable Bad Data Detection in State Estimation. *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 21, No. 4, pp. 1608 –1615, 2006.
- [5] CEBRIAN J. C., KAGAN, N. Hybrid method to assess sensitive process interruption costs due to faults in electric power distribution networks. *IEEE Trans. Power Del.*, Vol. 25, No. 3, pp. 1686–1696, 2010.
- [6] CHURA S. I. G. *Palanificação de sistemas de transmisión usando um método de Puntos Interiores*, Tesis de Graduacion, UNI, 2006.
- [7] DA SILVA R. P. M., BRANCO H. M. G. C., OLESKOVICZ, M., et al. Algoritmos Genéticos Aplicados à Alocação de Medidores de Qualidade da Energia Elétrica em Sistemas de Transmissão. *IEEE/PES Transmission & Distribution Conference and Exposition Latin America*, 2010.
- [8] ELDERY, M. A. et al. A Novel Power Quality Monitoring Allocation Algorithm. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol.21, No. 2, pp. 768–777, 2006.
- [9] FESTA P., RESENDE M. G. C. An annotated bibliography of GRASP. *European Journal of Operational Research*, 2004.
- [10] FARSADI M., GOLAHMADI H., SHOJAEI H. Phasor Measurement Unit (PMU) allocation in power system with different algorithms. *Electrical and Electronics Engineering International Conference*, 2009.
- [11] GOLDBARG M. C., LUNA H. P. L. *Otimização Combinatória e Programação Linear*. Ed. Elsevier, 2005.
- [12] GOU B. Generalized Integer Linear Programming Formulation for Optimal PMU Placement. *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 23, pp. 1099 – 1104, 2008.
- [13] GRAINGER J. J., STEVENSON J. W. D. *Power system analysis*. Ed. McGraw-Hill, 1994.

- [14] GUERRA W., SILVA T., JESUS B. Allocation of power quality monitors by Clonal Algorithm Paulo Estevão Teixeira Martins; 17th International Conference on Harmonics and Quality of Power (ICHQP), pp: 980 – 985, 2016.
- [15] LAPSEE. Repositorio de testes. <http://www.feis.unesp.br/#!/departamentos/engenharia-eletrica>. Acesso Fev. 2018.
- [16] MANOUSAKIS N., KORRES G. Optimal Allocation of PMUs in the Presence of Conventional Measurements Considering Contingencies. IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 01, pp. 1–7, 2017.
- [17] MARTELLO S., PISINGER D., TOTH P. New Trends in Exact Algorithms for the 0-1 Knapsack Problem. European Journal of Operational Research, pp. 325–332, 2000.
- [18] MLADENOVIC N. Variable Neighborhood Algorithm: A New Metaheuristic for Combinatorial Optimization. Abstracts of papers presented at Optimization Days, 1995.
- [19] OLGUIN, G., VUINOVICH F., BOLLEN M. H. J. An optimal monitoring program for obtaining voltage sag system indexes. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 21, pp 378-384, 2006.
- [20] REIS D. C. S., VILLELA P. R. C., DUQUE C. A., RIBEIRO P. F. Transmission Systems Power Quality Monitors Allocation. Power Energy Soc. Gen. Meet., pp. 1–7, 2008.
- [21] REIS D. C. S. Alocação De Monitores De Qualidade De Energia E Unidades De Medição Fasorial Usando Programação Dinâmica Aproximada. Tese de Doutorado, UFRJ, 2012.
- [22] SCHEWEPPE, F. C. Power System Static-State Estimation, Part I, II and III. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, New York, Vol. 89, pp. 120-135, 1970.
- [23] XU B., ABUR A. Observability analysis and measurement placement for systems with PMUs. IEEE PES Power Systems Conference and Exposition, Vol.2, pp: 943 – 946, 2014.
- [24] ZAMBRANO X., HERNANDEZ A., IZZEDDINE M., CASTRO R. M. Estimation of voltage sags from a limited set of monitors in power systems. IEEE Trans. Power Del., Vol. 32, No. 2, pp. 656–665, 2017.
- [25] ZHAO J. B., ZHANG G. X., SCALA M. L. PMU based robust dynamic state estimation method for power systems. Proc. IEEE Power Eng. Soc. General Meeting, Vol. 20, pp. 26-30, 2015.
- [26] ZHAO J. Power System Dynamic State Estimation Considering Measurement Correlations. IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 32, No 4 pp. 1630 – 1632, 2017.
- [27] TIANSHU BI, S. M. IEEE, HAO LIU, DAONONG ZHANG, QIXUN YANG. The PMU Dynamic Performance Evaluation and the Comparison of PMU Standards. Disponível

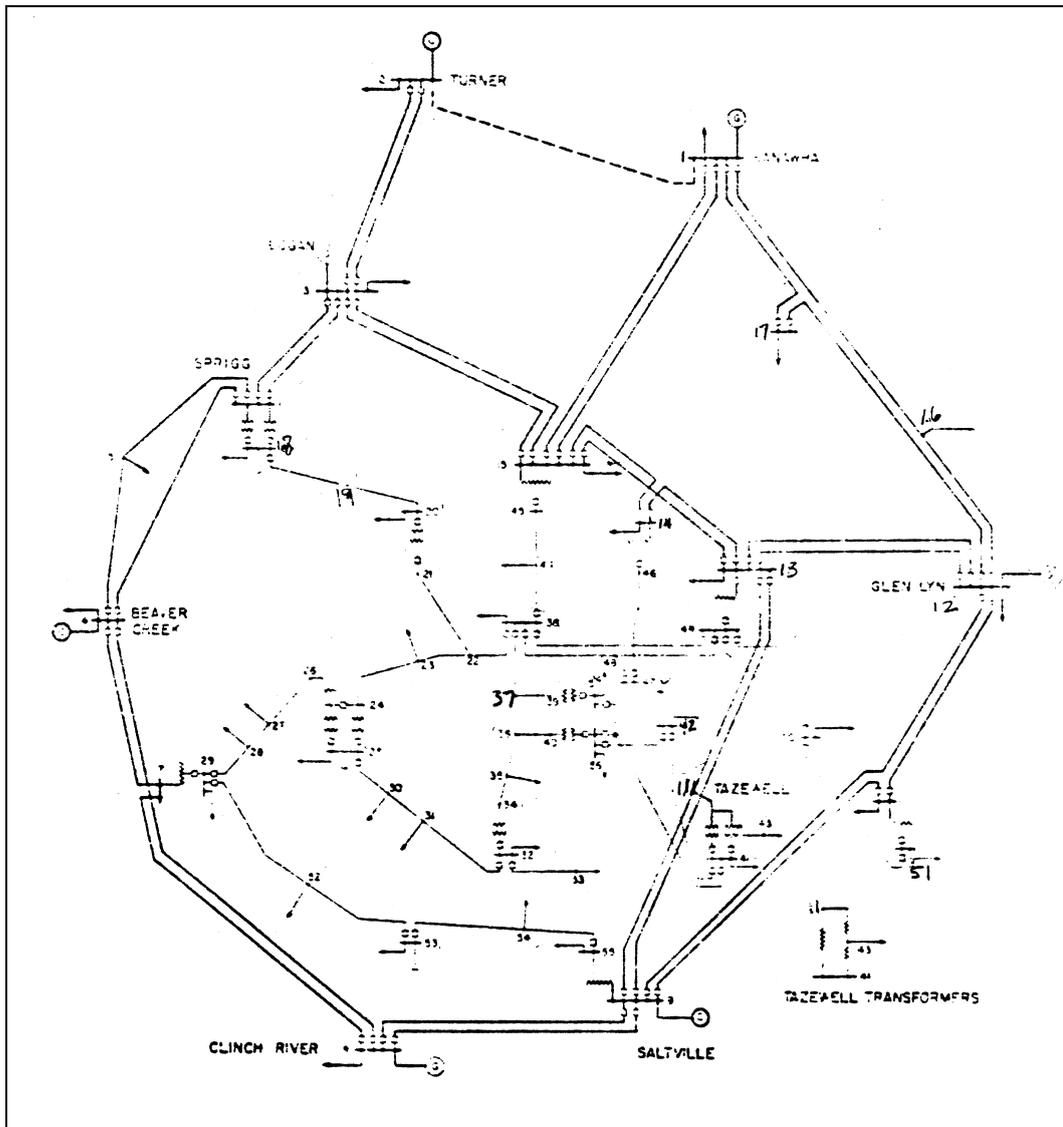
em: <https://ieeexplore.ieee.org/Xplore/home.jsp>. Acesso Dez. 2019.

[28] CODY RUBEN, SURYA C., BRETAS A. S. Optimal PMU Allocation on Smart Grids: a MILP Model considering Minimal Current Measurements. Department of Electrical & Computer Engineering University of Florida Gainesville, FL. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/Xplore/home.jsp>. Acesso Dez. 2019.

[29] ANIK TAHABILDER. Distribution System Monitoring by Using Micro-PMU in Graph-Theoretic Way. Department of Electrical and Eletronic Engineering, Pabna University of Science and Technology, Rajapur, Pabna. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/Xplore/home.jsp>. Acesso Dez. 2019.

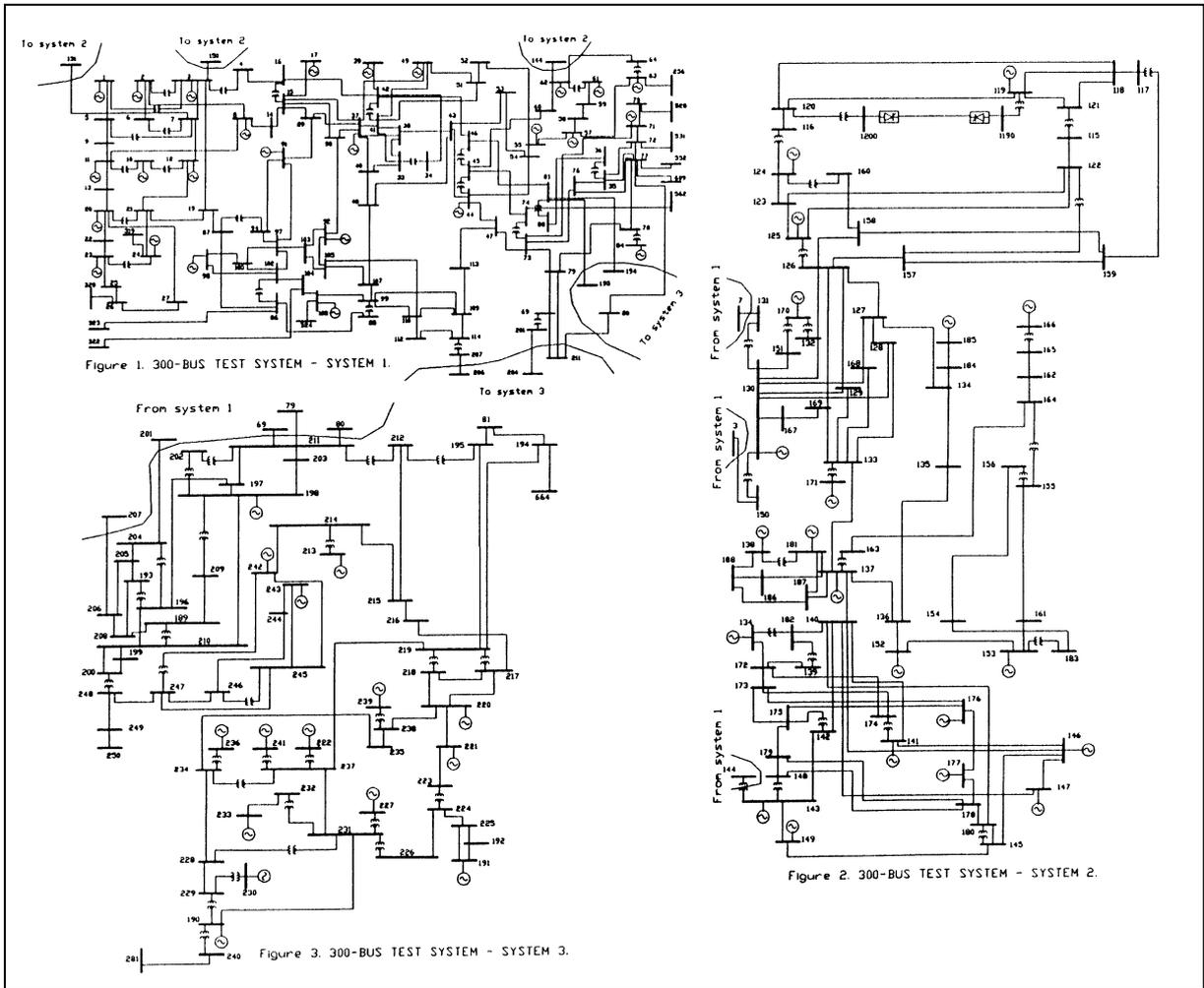


Figura A.3 – Rede IEEE 57.



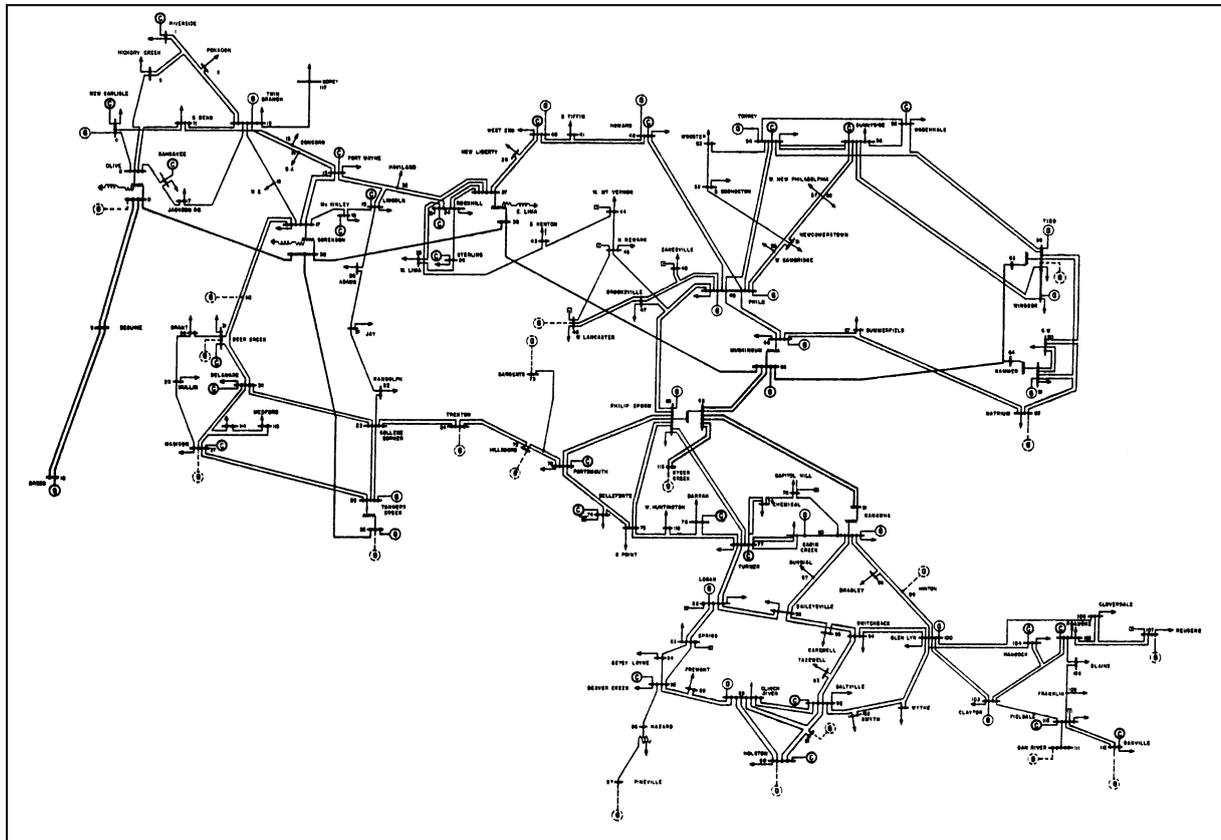
Fonte: (UNIVERSIDADE DE WASHINGTON, 2007).

Figura A.4 – Rede IEEE 118.



Fonte: (UNIVERSIDADE DE WASHINGTON, 2007).

Figura A.5 – Rede IEEE 300.



Fonte: (UNIVERSIDADE DE WASHINGTON, 2007).



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP  
Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas  
Colegiado do Curso de Engenharia de Elétrica

---

### TERMO DE RESPONSABILIDADE

O texto do trabalho de conclusão de curso intitulado **“ALOCAÇÃO ÓTIMA DE PMUs EM SISTEMAS DE POTÊNCIA UTILIZANDO GRASP-VNS”** é de minha inteira responsabilidade. Declaro que não há utilização indevida de texto, material fotográfico ou qualquer outro material pertencente a terceiros sem a devida citação ou consentimento dos referidos autores.

João Monlevade, 10 de dezembro de 2019.

*Vinicius da Silva Lanzotti*  
\_\_\_\_\_  
Vinicius da Silva Lanzotti



# CERTIFICADO

Certificamos que

**VINÍCIUS LANZIOTTI**

apresentou o trabalho

CBA2018-0151-ALOCAÇÃO ÓTIMA DE PMUS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA UTILIZANDO GRASP-VNS, autores: VINÍCIUS LANZIOTTI; WILINGTHON GUERRA ZVIETCOVICH; FRANCISCO RICARDO ABRANTES COUY BARACHO

no XXII Congresso Brasileiro de Automática - CBA 2018, realizado no período de 09 a 12 de setembro de 2018 em João Pessoa - PB.

*Edson Roberto Cabral da Silva*

Edison Roberto Cabral da Silva

*Euler Cássio Tavares de Macedo*

Euler Cássio Tavares de Macedo

Realização / Apoio:

Patrocínio:



Esse Certificado foi gerado eletronicamente e sua autenticidade pode ser verificada em (<http://www.swge.inf.br/certificado/>), utilizando o código:

E0C754F6-E74B-4CD0-ABD2-1F3F95709E48