

MANOEL VICTOR STILPEN MOREIRA DE SÁ

Orientador: Puca Vaz Huachi Penna

Co-orientador: Marcene Jamilson Freitas Souza

**ESTUDO DO PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO DE
MAMÓGRAFOS NA REDE PÚBLICA DE SAÚDE DE
MINAS GERAIS**

Ouro Preto

12 de dezembro de 2019

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
BACHARELADO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

**ESTUDO DO PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO DE
MAMÓGRAFOS NA REDE PÚBLICA DE SAÚDE DE
MINAS GERAIS**

Monografia apresentada ao Curso de Bacharelado em Ciência da Computação da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para a obtenção do grau de Bacharel em Ciência da Computação.

MANOEL VICTOR STILPEN MOREIRA DE SÁ

Ouro Preto
12 de dezembro de 2019

S11e Sá, Manoel Victor Stilpen Moreira de.
Estudo do problema de localização de mamógrafos na rede pública de saúde de Minas Gerais [manuscrito] / Manoel Victor Stilpen Moreira de Sá. - 2019.

ix,33f.: il.: color; tabs; mapas.

Orientador: Prof. Dr. Puca Vaz Huachi Penna.
Coorientador: Prof. Dr. Marcone Jamilson Freitas Souza.

Monografia (Graduação). Universidade Federal de Ouro Preto. Instituto de Ciências Exatas e Biológicas. Departamento de Computação.

1. Mamografia. 2. Programação (Matemática). 3. Programação linear. I. Penna, Puca Vaz Huachi. II. Souza, Marcone Jamilson Freitas. III. Universidade Federal de Ouro Preto. IV. Título.

CDU: 519.85

Catálogo: ficha.sisbin@ufop.edu.br



UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO

FOLHA DE APROVAÇÃO

Estudo do problema de localização de mamógrafos na rede pública de
saúde de Minas Gerais

MANOEL VICTOR STILPEN MOREIRA DE SÁ

Monografia defendida e aprovada pela banca examinadora constituída por:

Dr. PUCA VAZ HUACHI PENNA – Orientador
Universidade Federal de Ouro Preto

Dr. MARCONE JAMILSON FREITAS SOUZA – Co-orientador
Universidade Federal de Ouro Preto

Dr. ALOÍSIO DE CASTRO GOMES JÚNIOR
Universidade Federal de Ouro Preto

MSc. ANDRÉ LUYDE DA SILVA SOUZA
Universidade Federal de Ouro Preto

Ouro Preto, Dezembro de 2019

Resumo

Este trabalho tem seu foco no problema de localização de mamógrafos. Neste problema, temos um conjunto de mamógrafos que somente podem ser instalados em cidades que possuem infraestrutura hospitalar para recebê-los. Temos, também, um conjunto de cidades, cada qual com uma demanda por exames de mamografia. O objetivo é definir em quais cidades os mamógrafos disponíveis serão alocados, de forma a maximizar a demanda total atendida e satisfazendo à condição de que as mulheres podem locomover no máximo 60 km de distância ao ponto de atendimento. Uma formulação matemática e um algoritmo baseado na metaheurística *Variable Neighborhood Search* (VNS) foram desenvolvidos. Os métodos foram testados utilizando-se dados reais do estado de Minas Gerais. Foram criados alguns cenários a partir da instância real do estado para analisar o desempenho dos métodos. Os resultados mostraram que o algoritmo proposto é capaz de produzir soluções de boa qualidade rapidamente. Além disso, a alocação proposta dos aparelhos foi capaz de atender a 94,5% da demanda total de exames de mamografia da instância real do estado.

Abstract

This paper focuses on the mammography unit location problem. In this problem, we have a set of mammography units that can only be installed in cities that have the hospital infrastructure to receive them. We also have a set of cities, each with a demand for mammography screenings. The objective is to define in which cities the available equipment will be allocated in order to maximize the total demand met and satisfying the condition that women can move a maximum of 60 km to the care point. A mathematical formulation and an algorithm based on the metaheuristic Variable Neighborhood Search (VNS) were developed. The methods were tested using real data from the state of Minas Gerais. Some scenarios were created from this real data to analyze the performance of the methods. The results showed that the proposed algorithm is able to produce good quality solutions quickly. In addition, the proposed allocation of the mammography units was able to meet 94.5% of the total demand for mammography screenings in the real instance of the state.

Dedico este trabalho a todas as mulheres que, de alguma maneira, foram ou são prejudicadas pelo péssimo uso dos recursos públicos e pela má distribuição dos aparelhos de mamografia. Espero que este trabalho traga novas expectativas e esperanças, especialmente para aquelas menos favorecidas.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente à Deus pela inteligência que me foi concedida e pela saúde física e mental durante esses anos de graduação. Agradeço também aos meus pais, Marco Aurélio e Maria Luisa pelos incentivos, pela educação, pelas condições e pela base que me deram desde criança, sem eles, nada disso seria possível. Agradeço a todos os professores do Departamento de Computação da UFOP que contribuíram com meu crescimento. Em especial, agradeço aos meus orientadores, Marcone e Puca, que me deram a oportunidade de realizar este trabalho. Agradeço à minha namorada Isabella e a todos os meus amigos, pelos momentos de descontração, companhia e incentivos nas horas difíceis. Agradeço à FAPEMIG, CNPq e CAPES, pelo apoio ao desenvolvimento deste trabalho. Agradeço, também, a todos os técnicos da Universidade Federal de Ouro pelas condições e estrutura fornecida aos alunos. Por fim, gostaria de agradecer a todos que estiveram comigo durante esse tempo e contribuíram de alguma maneira para meu crescimento pessoal e profissional.

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Justificativa	2
1.2	Objetivos geral e específicos	2
1.3	Organização do trabalho	3
2	Revisão de literatura	4
3	Descrição do problema	7
4	Metodologia	10
4.1	Pré-processamento	10
4.2	Formulação de programação matemática	11
4.2.1	Formulação 1	11
4.2.2	Formulação 2	12
4.3	Algoritmo heurístico	13
4.3.1	Representação de uma solução	13
4.3.2	Função de avaliação	14
4.3.3	Solução inicial	15
4.3.4	Estrutura de vizinhança	17
4.3.5	Busca local	18
4.3.6	Procedimento <i>shaking</i>	20
4.3.7	Algoritmo VNS	21
5	Experimentos computacionais	23
6	Conclusões	30
	Referências Bibliográficas	32

Lista de Figuras

3.1	Exemplo de alocação de $p = 2$ mamógrafos dentre 8 cidades candidatas	9
4.1	Mapa da Solução ($n=8, p=2$)	14
5.1	Exemplo de alocação com microrregiões de saúde	27
5.2	Exemplo de alocação sem microrregiões de saúde	27

Lista de Tabelas

4.1	Exemplo de Solução	14
5.1	Características das instâncias	24
5.2	Resultados dos algoritmos construtivos	25
5.3	Resultados Gurobi \times VNS	25
5.4	Resultado com microrregião de saúde	26
5.5	Aquisição de novos equipamentos \times Aumento de atendimento, sem restrição de microrregião	28
5.6	Aquisição de novos equipamentos \times Aumento de atendimento, com restrição de microrregião	29
5.7	Resultados da Segunda Formulação	29

Lista de Algoritmos

1	Busca Local	20
2	VNS	22

Capítulo 1

Introdução

Com o avanço das especialidades na área da medicina nas últimas décadas, criou-se um grande volume de conhecimento sobre os problemas de saúde que afetam os seres humanos. Em consequência, são desenvolvidas diversas técnicas para combater e prevenir essas complicações. Contudo, dada a situação de desigualdade social no acesso a saúde no Brasil (Travassos et al., 2006), é necessário observar se esses avanços estão sendo ofertados para a população de forma a atender suas necessidades e promover uma maior igualdade no acesso a esses serviços.

A recomendação atual do Ministério da Saúde é que seja ofertada mamografia a mulheres de 50 a 69 anos bianualmente, pois há evidência científica de que nessa faixa etária as mulheres se beneficiam mais do exame em termos de rastreabilidade (INCA, 2015a, 2009). Esses estudos ainda apontam um adicional de 8,9% anualmente por indicação diagnóstica para mulheres nessa faixa etária. Desta forma, para mulheres de 50 a 69 anos, a demanda estimada é de 58,9% da população feminina por ano. Além disso, segundo esses estudos há a necessidade de realização de exames anuais em 20% das mulheres de 40 a 49 anos, sendo 10% por indicação diagnóstica e 10% por outras indicações.

O exame de mamografia é um dos serviços diagnósticos ofertados pelo Sistema Único de Saúde (SUS), por meio do qual grande parte da população brasileira tem suas necessidades de saúde atendidas. De acordo com o Instituto Nacional do Câncer (INCA, 2015b), cada equipamento é capaz de realizar anualmente 5.069 exames. Pesquisas do Governo Federal apontam para um percentual de 70% de pessoas que têm o SUS como referência em atenção à saúde e que usam a Rede de Atenção à Saúde (RAS) para realizar os serviços de saúde no âmbito do SUS, dentre eles os serviços de apoio diagnóstico.

A ineficiência do Sistema Único de Saúde (SUS) em ofertar à população feminina brasileira o exame de mamografia é constatada em vários trabalhos, como em Amaral et al. (2017), Andrade et al. (2016) e Villar et al. (2015). Esses autores verificaram que, considerando-se apenas a demanda por exames a serem realizados anualmente e a quantidade existente de mamógrafos, o número atual de equipamentos é suficiente. Entretanto, é detectado um quadro de baixa realização de exames, fator que se agrava em regiões mais carentes. Dois fatores foram

constatados para agravamento dessa situação: a falta de mão de obra especializada para operar os aparelhos de mamografia e a distância que as mulheres devem se deslocar para realização do exame.

A mamografia é fundamental para a detecção precoce do câncer de mama e início do tratamento. As chances de cura são maiores se o tratamento iniciar no estágio inicial da doença. O exame é realizado por meio de uma radiografia das mamas e é incluso em INCA (2009) como uma das etapas no protocolo de rastreamento da doença. O desafio de promover uma distribuição eficiente de recursos públicos deve ser enfrentado para promover um menor índice de desigualdade social e acesso igualitário a eles.

1.1 Justificativa

Xavier et al. (2016) mostraram que o rastreamento por intermédio de mamografias é o principal meio de detecção precoce para diagnóstico de neoplasias malignas da mama, uma das principais causas de óbitos no Brasil. Na população feminina de 40 a 69 anos, para a qual há parâmetros definidos pelo Ministério da Saúde quanto à necessidade de diagnóstico precoce, a neoplasia maligna da mama foi a terceira principal causa de óbitos entre 2009 e 2013, com 41.490 óbitos, representando 5,2% do total neste grupo.

Teixeira (2011) destacou que a universalidade é um princípio finalístico do Sistema Único de Saúde (SUS). Para que o SUS venha a ser universal é preciso estender a cobertura dos serviços, de modo que estes venham, gradativamente, se tornar acessíveis a toda a população. Esse caminho se perfaz, segundo o autor, pelo progressivo aumento da infraestrutura dos serviços médicos tanto em nível primário, como também nos de maiores complexidades. O acesso a exames de mamografia é essencial para o diagnóstico precoce de neoplasias de mama.

A principal contribuição do presente trabalho, que o torna relevante, é apresentar uma efetiva proposta de distribuição de mamógrafos para o Estado de Minas Gerais. Espera-se, assim, tratar um problema real e contribuir com os gestores de saúde, ao provê-los de estudos científicos para embasar suas decisões de racionalizar e melhor aproveitar os recursos do SUS. Também é importante destacar a escassez de trabalhos relacionados na literatura, e que a maioria deles apenas conclui que a distribuição atual de equipamentos de mamografia é inadequada, mas não apresenta propostas alternativas de distribuição.

Além do aspecto prático, também há contribuição científica. De fato, a pesquisa contribui para cobrir essa lacuna de inexistência de modelos de programação matemática e/ou heurísticos para resolver o problema considerando a realidade brasileira.

1.2 Objetivos geral e específicos

Este trabalho tem por objetivo geral o estudo do problema de alocação de mamógrafos no Estado de Minas Gerais e propor, por meio de técnicas de Pesquisa Operacional, uma alocação

mais racional desses equipamentos.

Os objetivos específicos são os seguintes:

1. Estudar o problema sob investigação, identificando dados de entrada importantes para sua análise, assim como indicadores importantes para análise dos resultados encontrados;
2. Estudar técnicas de pesquisa operacional, em especial as baseadas em programação matemática e heurísticas, para solução deste problema;
3. Desenvolver um modelo de programação linear inteira para representar o problema;
4. Desenvolver um algoritmo heurístico, baseado na metaheurística *Variable Neighborhood Search* (VNS) para tratar instâncias reais do problema;
5. Testar e validar os métodos desenvolvidos usando dados reais do Estado de Minas Gerais, disponibilizados em plataformas de acesso público;
6. Contribuir com a divulgação de técnicas de otimização aplicadas à resolução de problemas da área de saúde;
7. Contribuir com a formação de recursos humanos especializados nessa área do conhecimento;
8. Contribuir para a consolidação da linha de pesquisa “Otimização e Inteligência Computacional” do Departamento de Computação da Universidade Federal de Ouro Preto, ao fortalecer a nova frente de trabalho dos membros do Grupo de Otimização e Algoritmos (GOAL) em aplicações de Pesquisa Operacional na área de saúde.

1.3 Organização do trabalho

O restante deste trabalho está organizado como segue. No Capítulo 2, é feita a revisão de literatura. No Capítulo 3, o problema de localização de mamógrafos é descrito. No Capítulo 4, é explicada a metodologia utilizada para resolver o problema em questão sendo que os resultados obtidos pelos métodos implementados são apresentados no Capítulo 5. Por fim, no Capítulo 6, são feitas as conclusões do trabalho realizado e apontadas as perspectivas de trabalhos futuros.

Capítulo 2

Revisão de literatura

Este capítulo apresenta uma revisão de diferentes trabalhos encontrados na literatura sobre a localização e a alocação de facilidades, e que os autores destacam a relevância de seus estudos para auxiliar os gestores na tomada de decisões mais racionais quanto a distribuição geográfica dos recursos disponíveis, possibilitando uma maior acessibilidade aos serviços oferecidos à população.

Andrade et al. (2016) analisaram a quantidade de mamógrafos existentes e a população feminina atendida por exames de mamografia no Estado de Minas Gerais no ano de 2012. Os autores concluíram que a distância e o tempo de deslocamento da mulher ao mamógrafo é um importante limitador ao acesso à realização do exame. Segundo eles, isso ocorre porque se o mamógrafo está distante da residência das mulheres, é muito provável que elas não se deslocarão para fazer o exame. Os autores enfatizam a importância de estudos para otimizar a alocação desses mamógrafos.

Segundo Amaral et al. (2017), diversos fatores podem criar obstáculos ao acesso aos serviços de saúde, como disponibilidade de convênios, nível educacional, *status* socioeconômico, custo de transporte, localização dos centros de saúde, etc. O conceito de acessibilidade não está relacionado apenas com a disponibilidade de recursos em dado período de tempo (Aday e Andersen (1974) *apud* Amaral et al. (2017)); na verdade está também relacionado com a capacidade dos indivíduos se apropriarem dos serviços ofertados. De acordo com Hamer (2004), não basta ser ofertado o serviço de saúde, é necessário, igualmente, que o paciente seja capaz de alcançar o centro aonde ele é ofertado em tempo e custos razoáveis. Em Amaral et al. (2017), os autores concluíram que a oferta de mamógrafos no Brasil é suficiente para atender a toda a demanda de mulheres por exames. Contudo, quando adiciona-se a restrição de que uma mulher deve deslocar no máximo uma certa distância, a distribuição dos mamógrafos é inadequada pois muitos deles não cobrem todas as regiões.

Sathler et al. (2017) focaram no atendimento das demandas por especialidades médicas da saúde pública no Estado de Minas Gerais. O objeto de pesquisa foi a localização de 51 Centros de Especialidades Médicas (CEMs) em 853 municípios do Estado, e em cinco especialidades:

cardiologia, pediatria, mastologia, ginecologia e endocrinologia, escolhidas pelo critério de maior demanda por atendimento no Estado e por horas médicas de atendimento. Os autores propuseram um modelo matemático de otimização inteira mista, baseado no problema de Máxima Cobertura (MCLP, das iniciais em inglês de *Maximal Covering Location Problem*), não capacitado, e consideraram três cenários para definir um conjunto de municípios candidatos a receber um CEM. No primeiro cenário foram considerados 853 municípios candidatos, no segundo 372 e no terceiro, 98. O parâmetro distância máxima foi variado nos valores 400, 300, 200 e 100 quilômetros (km), a fim de identificar a configuração que fornece a maior cobertura e a menor distância média de deslocamento. A distância entre os municípios foi obtida pelo cálculo da distância entre dois pontos de acordo com a lei esférica dos cossenos, atualizada por um fator de correção. Os autores verificaram que as variações adotadas mostraram uma melhor distribuição geográfica dos 51 CEMs para menores distâncias de cobertura máxima, em todos os cenários. Além disso, tendo em vista a crise econômica por que passa o Estado de Minas Gerais, sugeriram adotar o terceiro cenário, visto a possibilidade de diminuição de custos na medida em que o número de CEMs a serem instalados é reduzido, sem perda na cobertura da demanda.

Corrêa et al. (2018) analisaram a localização de mamógrafos em um conjunto de 12 regiões de saúde do Estado de Minas Gerais, envolvendo 151 cidades. Os autores desenvolveram quatro formulações de programação matemática, todas baseadas no problema das p -medianas. Na primeira delas o objetivo é minimizar a distância total percorrida pelas mulheres ao se deslocarem para realizar o exame. Na segunda formulação a restrição de distância máxima de deslocamento é relaxada e essa distância que supera a distância máxima é penalizada na função objetivo. As duas últimas formulações diferem das duas anteriores por considerarem na função objetivo, além da distância, também a demanda de mulheres a serem atendidas. Mais precisamente, a função objetivo é dada pelo produto entre a distância a ser percorrida até o local de instalação do mamógrafo e a demanda de mulheres que se deslocam. O objetivo dessas duas últimas formulações é incentivar a instalação de mamógrafos em cidades com mais mulheres na faixa de atendimento. Assim como observado por Amaral et al. (2017), os autores concluíram que há mais mamógrafos na região analisada do que o efetivamente necessário, e que a localização atual dos mamógrafos é inadequada, por não cumprir as regras preconizadas pelo Ministério da Saúde.

Souza et al. (2019) realizaram um estudo de caso do Estado de Rondônia, que é um estado relativamente pequeno mas que possui uma grande desigualdade no que tange o acesso aos exames de mamografia. Os autores desenvolveram dois modelos matemáticos e o testaram em instâncias reais do próprio estado, variando a quantidade de mamógrafos e considerando as alocações reais do estado. Os resultados mostraram que se fosse possível redistribuir os mamógrafos atualmente existentes, mais exames poderiam ser realizados. Além disso, foram indicadas as localizações mais adequadas para aquisição de novos mamógrafos a partir da

alocação existente.

Sá et al. (2019) realizaram um estudo para o Estado do Espírito Santo em que dois cenários foram considerados. No primeiro, considerou-se avaliar a demanda total que poderia ser atendida considerando a localização real dos equipamentos, sendo que, no segundo cenário deixou para o modelo decidir a localização ideal dos mamógrafos. Os resultados mostraram que, com a localização real dos mamógrafos, apenas 52,7% da população é coberta e apenas 63,1% da capacidade dos mamógrafos é utilizada. No segundo cenário, onde a alocação é livre, foi possível obter uma cobertura de 83,5% da população com um aproveitamento de 99,9% da capacidade dos mamógrafos. Além disso, analisou-se, a partir de cada cenário, a quantidade necessária de mamógrafos para atender completamente a demanda do estado. Os resultados obtidos, mostraram que, para o primeiro cenário seriam necessários mais 18 mamógrafos para atender toda a demanda, mas mesmo assim, teríamos apenas 74,8% de aproveitamento da capacidade deles. Ao contrário, no segundo cenário, são necessários apenas 8 mamógrafos para cobrir toda a demanda do estado.

Capítulo 3

Descrição do problema

Buscando melhorar o cenário de desigualdade que encontramos no Estado de Minas Gerais, o objetivo da resolução do Problema de Localização de Mamógrafos (PLM) é justamente definir uma distribuição dos mamógrafos disponíveis de forma que maximize a quantidade total de exames que são realizados.

De forma geral, o PLM define em quais cidades pertencentes à um conjunto N de cidades candidatas serão alocados p mamógrafos disponíveis. Como é feito na prática, moradores de cidades com pouca infraestrutura costumam consumir serviços de cidades vizinhas maiores, dessa forma, a definição do PLM permite que cidades que recebam algum mamógrafo possam atender, além de si mesmas, cidades vizinhas que estão no máximo R quilômetros (km) de distância. Além disso, também com o intuito de aproximar as restrições do problema ao mundo real, somente as cidades j que possuem uma demanda de atendimento dem_j maior que $demMin$ mulheres são candidatas a receberem mamógrafos. Dessa forma, partimos do pressuposto de que cidades que possuem uma demanda de mulheres maior que $demMin$ possuem infraestrutura hospitalar para receber esses equipamentos. De maneira mais específica, o problema é definido de acordo com o seguintes itens:

- (a) existe um conjunto N de n localidades candidatas a receberem mamógrafos, e um conjunto de p mamógrafos disponíveis, com $p < n$;
- (b) cada mamógrafo possui uma capacidade cap anual de realização de exames;
- (c) cada localidade j possui uma demanda anual dem_j de mulheres na faixa de idade indicada para realizar os exames;
- (d) as mulheres que residem na localidade j devem se deslocar, no máximo, R quilômetros (km) até os postos de atendimento onde estão instalados os aparelhos de mamografia. Aqui consideramos que a distância máxima R deve ser respeitada tanto na ida quanto na volta do atendimento;

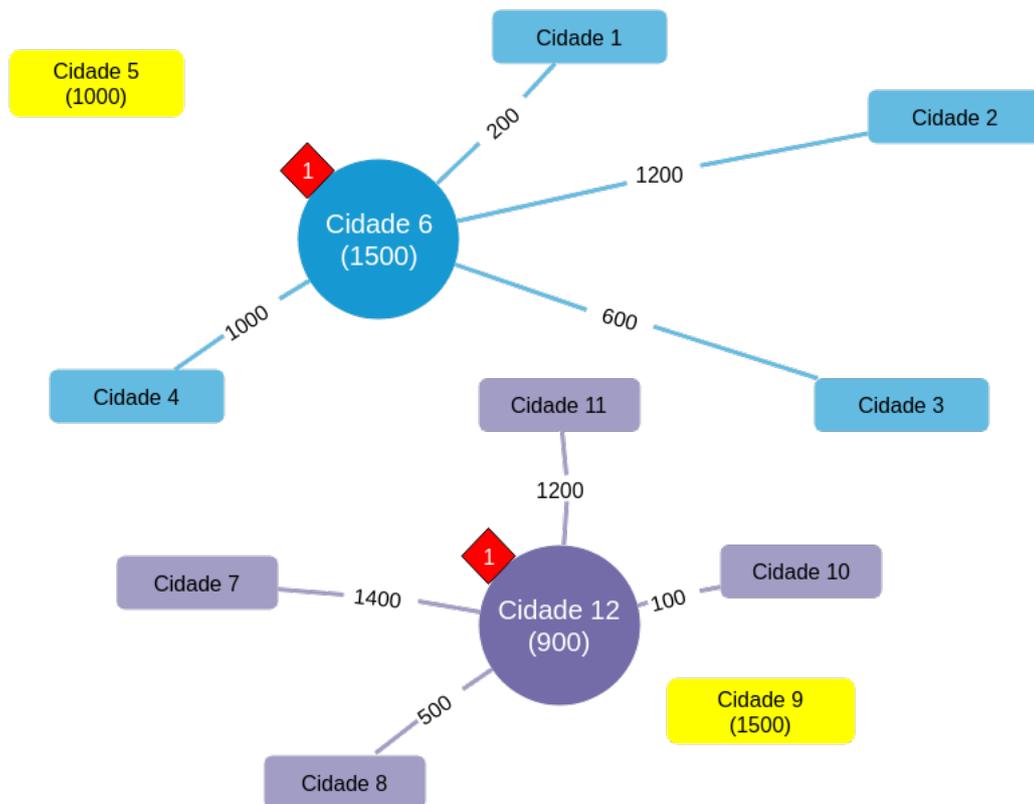
- (e) apenas localidades com infraestrutura hospitalar são candidatas a sediar um equipamento de mamografia. Neste trabalho consideramos que uma localidade é candidata a sediar um equipamento de mamografia se ela tiver, pelo menos, a demanda de $demMin$ exames de mulheres na faixa de idade indicada para realizar o exame.

A Figura 3.1 ilustra um exemplo de alocação de 2 mamógrafos com $cap = 5000$ cada um dentre 12 cidades. Os círculos na figura representam as cidades que receberam uma quantidade de mamógrafos, sendo que essa quantidade está definida acima dos círculos, no quadrado vermelho, no caso, 1 mamógrafo para a cidade 6 e outro para a cidade 12. As arestas partindo dos círculos definem as relações de atendimento, por exemplo, para a cidade 6 temos arestas conectando com as cidades $\{1, 2, 3, 4\}$, dessa forma, entendemos que a cidade 6 é responsável por fornecer exames de mamografia à este conjunto de cidades. Além disso, a demanda de cada cidade pode estar expressa diretamente na aresta que a conecta ou pode estar expressa entre parênteses juntamente com seu nome, por exemplo, a demanda de mulheres da cidade 6 é 1500 e da cidade 7 é 1400. As cidades que estão marcadas de amarelo não são atendidas por nenhum mamógrafo.

O total de mulheres atendidas por essa alocação pode ser obtido somando-se a demanda de todas as cidades que foram escolhidas para receberem atendimento. Em resumo, somamos a demanda de todas as cidades exceto as cidades marcadas de amarelo.

Com esses dados, podemos visualizar, também, o conjunto C de cidades candidatas (que podem receber mamógrafos). Considerando o parâmetro $demMin = 800$ o conjunto C será formado por todas as cidades j que possuírem uma demanda $dem_j \geq demMin$. Então, $C = \{2, 4, 5, 6, 7, 9, 11, 12\}$

Uma nova alocação, possivelmente melhor, poderia ser obtida, por exemplo, substituindo a cidade 3 pela 5 da lista de dependências da cidade 6. Dessa forma, teríamos que o conjunto de cidades atendidas pela cidade 6 deixaria de ser $\{1, 2, 3, 4\}$ e passaria a ser $\{1, 2, 4, 5\}$.

Figura 3.1: Exemplo de alocação de $p = 2$ mamógrafos dentre 8 cidades candidatas

Capítulo 4

Metodologia

Neste capítulo são apresentados os métodos e os algoritmos utilizados para resolver o problema do presente trabalho. Na Seção 4.1 é explicada a etapa de pré-processamento no qual as instâncias são submetidas antes de serem resolvidas de fato pelos métodos. Na Seção 4.2 é explicado a formulação de programação matemática desenvolvida. Por fim, na Seção 4.3 é definido o modelo heurístico proposto para resolver o PLM.

4.1 Pré-processamento

Todos os métodos, tanto os matemáticos, quanto os heurísticos que foram implementados, partem do pressuposto de que todas as cidades possuem uma demanda menor ou igual a capacidade cap de um mamógrafo.

Quando isso não ocorre, alocamos um mamógrafo a cada localidade que tenha mais demanda do que a capacidade de exames do equipamento e repetimos esse procedimento enquanto existirem cidades que possuam demanda maior que cap . Desta forma, a demanda atendida com esse pré-processamento é máxima. A cada mamógrafo alocado, abate-se a demanda da cidade em cap unidades e remove-se um mamógrafo da quantidade de mamógrafos disponíveis.

É importante ressaltar que a solução obtida através do pré-processamento não influencia nos procedimentos que serão explicados nas seções seguintes. Por isso, são procedimentos totalmente independentes. Somente ao final, se necessário, é feita uma junção das duas soluções para se obter o valor da função objetivo final.

Caso após a etapa de pré-processamento não tenham mamógrafos disponíveis, não há necessidade de executar os modelos exatos ou heurísticos, pois além de não existirem mais mamógrafos para serem alocados, sabemos que a utilização destes já é máxima.

Uma importante justificativa para a utilização do pré-processamento está no fato de que realizando esse procedimento, evitamos que uma cidade que possua muita demanda não tenha mamógrafos alocados ou seja atendida por uma cidade vizinha pequena.

4.2 Formulação de programação matemática

Nesta Seção é apresentada uma formulação de programação matemática para o PLM e uma relaxação parcial dela (Subseções 4.2.1 e 4.2.2, respectivamente).

Em todas as formulações considera-se que o problema é de máxima cobertura capacitado, conforme descrito na Seção 3.

Para a aplicação dessas formulações pressupõe-se que a demanda por exames de cada localidade seja menor que a capacidade de um mamógrafo. Quando isso não ocorre, basta alocar um mamógrafo a cada localidade que tenha mais demanda do que a capacidade de exames do equipamento e repetir esse procedimento até que os mamógrafos sejam utilizados em sua capacidade máxima, como especificado na Subseção 4.1.

4.2.1 Formulação 1

Nesta formulação considera-se que cada cidade ou é atendida em sua totalidade ou não é atendida. Para apresentá-la, sejam os parâmetros de entrada e as variáveis de decisão, conforme definidos a seguir.

Parâmetros:

N = conjunto das localidades

d_{ij} = distância do local i ao local j

dem_j = demanda por exames no local j

cap = capacidade de atendimento de exames do mamógrafo

p = número de mamógrafos a serem alocados

R = distância máxima para atendimento

$demMin$ = Demanda mínima de exames que um local deve possuir para receber mamógrafos

$S_i = \{j \in N \mid d_{ij} \leq R \text{ e } d_{ji} \leq R\}$, isto é, o conjunto das localidades que distam R km da localidade i

Variáveis de decisão:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se as mulheres do local } j \text{ são atendidas por um mamógrafo instalado no local } i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

y_i = quantidade de equipamentos instalados na cidade i

$$z_i = \begin{cases} 1, & \text{se a cidade } i \text{ recebeu algum aparelho de mamografia} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

A primeira formulação do PLM é dada pelas Equações (4.1) a (4.11) a seguir:

$$\max \quad \sum_{i \in N} \sum_{j \in S_i} dem_j \cdot x_{ij} \quad (4.1)$$

$$\text{s. a.} \quad \sum_{i \in S_j} x_{ij} \leq 1 \quad \forall j \in N \quad (4.2)$$

$$\sum_{i \in N} y_i \leq p \quad (4.3)$$

$$\sum_{j \in S_i} dem_j \cdot x_{ij} \leq cap \cdot y_i \quad \forall i \in N \quad (4.4)$$

$$z_i \geq y_i/p \quad \forall i \in N \quad (4.5)$$

$$z_i \geq x_{ij} \quad \forall i, j \in N \quad (4.6)$$

$$x_{ii} = z_i \quad \forall i \in N \quad (4.7)$$

$$y_i = 0 \quad \forall i \in N \mid dem_i < demMin \quad (4.8)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \in N \quad (4.9)$$

$$y_i \in \mathbb{Z}^+ \quad \forall i \in N \quad (4.10)$$

$$z_i \in \{0, 1\} \quad \forall i \in N \quad (4.11)$$

A função objetivo (4.1) visa a maximização do somatório das demandas por exames de mamografia. As restrições (4.2) indicam que cada local j deve ser atendido por um único mamógrafo instalado no local i , ou não ser atendido. A restrição (4.3) determina que a quantidade de mamógrafos alocados deve ser menor ou igual a quantidade de mamógrafos disponíveis. As restrições (4.4) indicam que não pode ser violada a capacidade de exames de um mamógrafo instalado no local i . As restrições (4.5) forçam que caso existam mamógrafos alocados na cidade i , então z_i assume o valor 1. Restrições (4.6) garantem que uma cidade j pode apenas ser atendida por uma cidade i caso existam mamógrafos instalados em i . As restrições (4.7) asseguram que se um mamógrafo for instalado no local i então as mulheres desse local devem ser atendidas por ele. As restrições (4.8) impedem que locais i com demanda por atendimentos menores que a demanda mínima estabelecida não sejam candidatos a sediar um equipamento de mamografia. Finalmente, Restrições (4.9), (4.10) e (4.11) impõem o domínio das variáveis de decisão.

4.2.2 Formulação 2

Esta formulação consiste numa relaxação parcial da anterior. Ao contrário da formulação anterior, nesta formulação uma localidade pode ser parcialmente atendida por um mamógrafo. A alteração consiste em relaxar a integralidade das variáveis x_{ij} , isto é, impor $0 \leq x_{ij} \leq 1$. Assim, basta substituir as restrições (4.9) da formulação da Subseção 4.2.1 por:

$$x_{ij} \in [0, 1] \quad (4.12)$$

Para exemplificar, se ao aplicar essa formulação forem retornados os valores $x_{i1} = 0,4$ e $x_{i2} = 0,25$, então isso significa que 40% da demanda por exames da cidade 1 e 25% da cidade 2 devem ser realizados no mamógrafo instalado na cidade i .

4.3 Algoritmo heurístico

Nesta subseção apresentaremos os métodos que foram desenvolvidos para resolver o PLM. Na Subseção 4.3.1 é apresentada a forma que representamos uma única solução. Na Subseção 4.3.2 é apresentada a forma que uma solução é avaliada. Na Subseção 4.3.3 são apresentados dois algoritmos propostos para gerar as soluções iniciais do problema. Na Subseção 4.3.4 é apresentada a estrutura de vizinhança utilizada nos algoritmos e finalmente, na Subseção 4.3.5 é apresentada a busca local desenvolvida.

4.3.1 Representação de uma solução

Representa-se uma solução s do Problema de Localização de Mamógrafos (PLM) por uma tupla $s = (u, v)$, em que u e v são vetores, ambos de tamanho n . Cada posição i do vetor u mostra que a cidade i é atendida por algum mamógrafo instalado na cidade u_i . Caso u_i assuma o valor 0 consideramos que a cidade i não recebe atendimento de alguma cidade. Cada índice j do segundo vetor indica que a cidade j sedia um total de v_j mamógrafos.

Na Tabela 4.1 é exibido um exemplo de solução para o problema. No caso, foi considerada uma quantidade $p = 2$ de mamógrafos disponíveis para atender $n = 8$ cidades. A primeira linha da tabela mostra os índices das cidades; a segunda linha, u_i , mostra as dependências de atendimentos entre as cidades, por exemplo: as cidades $\{1, 2, 3\}$ são todas atendidas pela cidade 1, já as cidades $\{6, 8\}$ são atendidas pela cidade 6. Por fim, a última linha corresponde ao vetor v que armazena a quantidade de mamógrafos de cada cidade; no caso, foi alocado 1 mamógrafo à cidade 1 e outro à cidade 6. Somando-se, temos a utilização total dos 2 mamógrafos disponíveis inicialmente.

Na Figura 4.1 é exibido o mapa com a disposição espacial das cidades e seus atendimentos. Cada vértice no mapa corresponde a uma cidade e o número posicionado dentro do círculo indica o índice da respectiva cidade. Os vértices que estão preenchidos com a cor vermelha indicam que a cidade recebeu mamógrafos, no caso, as cidades 1 e 6. Cada aresta (i, j) da Figura representa uma dependência de atendimento. A aresta $(1, 2)$ mostra que a cidade 2 é atendida pela cidade 1.

Tabela 4.1: Exemplo de Solução

i	1	2	3	4	5	6	7	8
u_i	1	1	1	0	0	6	0	6
v_i	1	0	0	0	0	1	0	0

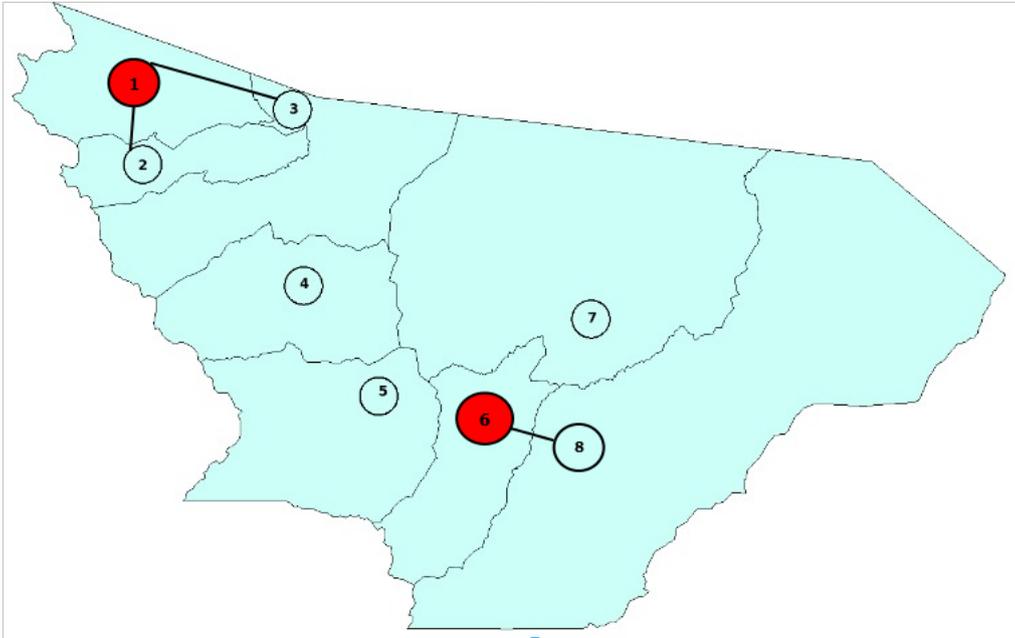


Figura 4.1: Mapa da Solução (n=8, p=2)

4.3.2 Função de avaliação

Como especificado na descrição do problema, o objetivo do PLM é justamente definir uma disposição dos mamógrafos de forma que maximize a quantidade total de mulheres que são atendidas. Por isso, dada uma solução $s = (u, s)$, o valor de sua função objetivo pode ser obtido através da seguinte função:

$$f(s) = \sum_{i=1|u_i \neq 0}^n demanda_i \quad (4.13)$$

em que n é o número de cidades, $demanda_i$ representa a demanda de mulheres da cidade i , e u_i é a variável que assume um valor diferente de 0 caso a cidade i seja atendida por alguma cidade e 0, caso ela não seja atendida. O objetivo é maximizar o volume total de mulheres que devem ser atendidas por p mamógrafos disponíveis.

4.3.3 Solução inicial

Nesta seção é apresentada uma contextualização do Problema da Mochila ao Problema de Localização de Mamógrafos (PLM) bem como são apresentados dois algoritmos construtivos desenvolvidos para gerar uma solução inicial do problema. Em ambos os métodos é feita uma análise da região de cada cidade para determinar se serão alocados mamógrafos ou não. Contudo, a diferença entre um método e outro está na quantidade de mamógrafos que são alocados em cada cidade. No método apresentado na Subseção 4.3.3.2 é alocada uma quantidade de mamógrafos que atende na totalidade somente a cidade sede, sem considerar a vizinhança. Diferentemente, no método explicitado na Subseção 4.3.3.3 é alocada uma quantidade de mamógrafos que procura atender, além de sua cidade sede, também a totalidade das cidades vizinhas.

4.3.3.1 Problema da Mochila

Neste trabalho, foi utilizado o Problema da Mochila para definir quais cidades serão atendidas por uma cidade que possua uma determinada capacidade ociosa. Uma cidade possui capacidade ociosa quando possui mamógrafos onde a soma da capacidade de todos os mamógrafos alocados é maior do que a demanda por exames da cidade. Essa quantidade de exames ociosos é utilizada para atender cidades vizinhas à cidade sede.

Utilizando o Problema da Mochila, sabemos que à cada alocação realizada teremos uma escolha ótima de quais cidades vizinhas devem ser atendidas de forma que a demanda atendida seja máxima.

De maneira genérica, o Problema da Mochila consiste em preencher uma mochila de capacidade W com itens de diferentes pesos e benefícios. O objetivo é preencher a mochila com o maior benefício possível de forma que não ultrapasse a capacidade máxima W .

Para tratar o problema em questão utilizando o Problema da Mochila, foi feita uma analogia da seguinte maneira: as cidades não atendidas da região correspondem aos itens que podem ser inseridos na mochila; cada cidade (ou item) têm um benefício e um peso que correspondem à demanda por atendimentos da respectiva cidade. Por último, a mochila é representada pela cidade i , que possui mamógrafos com capacidade ociosa sendo a capacidade W dada por essa quantidade ociosa de atendimentos. O método retorna uma lista de cidades e serão essas as cidades atendidas por i .

O algoritmo implementado para resolver o problema da mochila é de programação dinâmica e foi extraído de <https://www.geeksforgeeks.org/0-1-knapsack-problem-dp-10/>. Assim, a solução retornada por esse algoritmo é exata. Ele tem complexidade de tempo pseudo-polinomial, isto é, $\mathcal{O}(nW)$, sendo n a quantidade de itens e W a capacidade da mochila. Por ser pseudo-polinomial, se os valores de n ou W forem muito grandes a busca pela solução ótima do problema pode ser inviável. Contudo, no problema em questão os valores de n e W são pequenos, possibilitando a obtenção da solução ótima em tempo viável e aceitável.

4.3.3.2 Construtivo 1

Para gerar uma solução inicial do PLM através desse método, inicialmente as cidades são ordenadas em ordem decrescente de acordo com a demanda total de exames de cada cidade somadas às demandas das cidades próximas não atendidas, isto é, considera-se a demanda da própria cidade somada com as demandas das cidades não atendidas que estão em sua região. A região de uma cidade i é composta por todas as cidades j que estão a uma distância $d_{ij} \leq 60$ e $d_{ji} \leq 60$. Por exemplo, considerando que a cidade i possua uma demanda de 1000 mulheres e as cidades sem atendimento pertencentes à sua região possuam demandas 300 e 500; assim, a cidade i pode atender a um total de $1000+300+500=1800$ mulheres.

Feito isso, aloca-se quantos mamógrafos forem necessário para atender a primeira cidade i do vetor ordenado. Caso a quantidade de mamógrafos não seja suficiente, remove-se essa cidade do vetor e move-se para a próxima cidade.

Ao alocar mamógrafos na cidade i , eventualmente não teremos 100% da capacidade de atendimento dos mamógrafos utilizada, restando, assim, uma quantidade ociosa. Essa quantidade de atendimentos ociosa é utilizada para cobrir a maior quantidade possível de atendimentos das cidades que estão na região de i .

A escolha de quais cidades serão atendidas pela cidade i é feita de forma exata aplicando-se o problema da mochila, como especificado na Subseção 4.3.3.1.

Finalizada uma iteração do método, remove-se do vetor ordenado todas as cidades envolvidas. São elas: a cidade i que recebeu mamógrafo e todas as cidades que o Problema da Mochila retornou. Retorna-se para o primeiro passo de ordenação e repete o método enquanto houver mamógrafos disponíveis.

De forma geral, uma solução inicial seguindo o método aqui descrito, é construída de acordo com os seguintes passos:

Passo 1: Calcule, para cada cidade i ainda não atendida, a demanda de sua região, incluindo a da própria cidade i .

Passo 2: Ordene as cidades, em ordem decrescente de acordo com o valor obtido para cada cidade no passo anterior;

Passo 3: Calcule a quantidade de mamógrafos para atender a cidade i que possui a região com maior demanda não atendida. Se essa quantidade for menor ou igual à quantidade de mamógrafos disponíveis, atenda a demanda dessa cidade em sua totalidade e atualize a quantidade disponível de mamógrafos; caso contrário, retorne ao Passo 1. Em ambos os casos, elimine essa cidade da lista.

Passo 4: Calcule a quantidade ociosa de atendimento da cidade i e determine as cidades da região que estão sem atendimento;

Passo 5: Resolva o problema da mochila, considerando essa cidade i como uma mochila de capacidade igual à quantidade ociosa de atendimentos e como itens, as demandas por atendimento das cidades da região ainda não atendidas;

Passo 6: Designe as cidades retornadas pelo Passo 5 à cidade i ;

Passo 7: Se a quantidade de mamógrafos disponíveis ainda for maior que zero retorne ao Passo 1; caso contrário, finalize o procedimento e retorne as cidades aonde serão instalados mamógrafos e suas respectivas cidades a serem atendidas.

4.3.3.3 Construtivo 2

Este método consiste apenas em uma pequena modificação do método proposto anteriormente. As etapas iniciais de ordenação são equivalentes, contudo, ao determinar a quantidade de mamógrafos a alocar, este método aplica uma fórmula que define uma quantidade de mamógrafos que seja capaz de atender uma parte considerável da região da cidade em questão.

A quantidade q de mamógrafos para uma cidade i é obtida da seguinte maneira:

$$q = \lfloor reg_i / cap \rfloor \quad (4.14)$$

em que o valor de reg_i corresponde à quantidade de mulheres não atendidas da região da cidade i e cap , como já explicado anteriormente, corresponde à capacidade de atendimento dos mamógrafos. O valor de q leva em consideração a quantidade disponível de mamógrafos; caso não existam mamógrafos disponíveis, move-se para a próxima cidade do vetor ordenado. Com essa abordagem, procuramos com uma solução inicial ter uma maior quantidade de mulheres atendidas.

Uma vez determinada a quantidade de mamógrafos alocados em determinada cidade, aplica-se o problema da mochila da mesma forma que apresentado na Seção 4.3.3.1 para determinar quais serão as cidades atendidas. Como a quantidade de mamógrafos alocados na cidade sede será maior que no método apresentado anteriormente, espera-se que mais cidades sejam atendidas por uma única cidade com essa abordagem.

A vantagem deste método em relação ao anterior está no fato de que neste, conseguimos fazer uma escolha baseada numa análise mais ampla da região, já que no Construtivo 1 nos restringimos apenas em definir uma quantidade de mamógrafos que atende somente sua cidade sede.

4.3.4 Estrutura de vizinhança

De forma geral, com a estrutura de vizinhança denominada realocação, procuramos alocar um mamógrafo em uma cidade que possua uma grande quantidade de atendimentos não cobertos em sua região. Para isto, remove-se, de alguma cidade, um mamógrafo que seja

considerado subutilizado, isto é, um mamógrafo que possua uma alta ociosidade e o inserimos numa cidade que necessita. Assim, removemos um mamógrafo de uma cidade que está “sobrando” e o fornecemos para uma cidade que está precisando.

Nesta vizinhança, a realocação é toda baseada em dois vetores ordenados, que chamamos de X e Y .

O primeiro vetor, X , é um vetor que contém todas as cidades i que possuem mamógrafos. Esse vetor é ordenado de maneira decrescente de acordo com a ociosidade da região da cidade i . Ou seja, para cada cidade i que possua mamógrafos, obtém-se a ociosidade da região de i . A ociosidade de uma região é obtida subtraindo-se a quantidade máxima de mulheres que poderiam ser atendidas pelos mamógrafos instalados na cidade i pela quantidade real de mulheres que é atendida com os mamógrafos lá instalados. Quanto maior este valor, maior a ociosidade da cidade perante sua região.

O segundo vetor, Y , contém todas as cidades que são candidatas a receberem mamógrafos, isto é, cidades que respeitam a restrição de demanda mínima. Nas primeiras posições deste vetor, estão as cidades que possuem as regiões com mais mulheres não atendidas.

Definidos esses dois vetores, o movimento de realocação consiste em realocar um mamógrafo de uma cidade pertencente ao vetor X para uma cidade pertencente à Y .

Ao remover um mamógrafo de uma cidade $i \in X$ é verificado se ainda restam mamógrafos nesta cidade; caso verdadeiro, é executado o problema da mochila para a cidade i considerando sua nova quantidade de mamógrafos. Por outro lado, caso não restem mais mamógrafos em i , apenas remove-se todas as suas dependências. Ambos os procedimentos são feitos para que a viabilidade da solução seja mantida.

Ao adicionar um mamógrafo em uma cidade do vetor Y é feita uma verificação equivalente à anterior. Caso a cidade já tenha mamógrafos, removem-se todas as dependências existentes e executa-se o problema da mochila considerando a nova quantidade de mamógrafos. Caso negativo, é apenas executado o problema da mochila sem necessidade de outros tratamentos.

4.3.5 Busca local

A partir da estrutura de vizinhança definida na Subseção 4.3.4 foi desenvolvida uma busca local que utiliza o método da subida com a estratégia de Primeira Melhora (FI, do inglês, *First Improvement*).

De maneira genérica, o FI funciona da seguinte forma: dada uma solução inicial s , a cada iteração uma nova solução s' é gerada baseada numa estrutura de vizinhança pré-definida. Caso essa nova solução s' apresente uma melhora em relação à solução corrente s então esta passa a ser a nova solução corrente. Caso contrário, uma nova solução s' é gerada até que uma solução de melhora seja obtida. O método termina quando toda a vizinhança foi explorada sem que haja melhora na solução corrente.

Uma das grandes vantagens desta estratégia de busca local comparando-a com outras presentes na literatura está em seu desempenho, visto que, para caminhar no espaço de soluções do problema não é necessário testar todos os possíveis movimentos, uma vez que o método move para uma nova solução ao realizar o primeiro movimento que gere uma melhora.

Como especificado no movimento de realocação, esta vizinhança define dois conjuntos ordenados de cidades: X e Y . As realocações consistem transferir mamógrafos de cidades que pertencem ao vetor X para cidades que pertencem ao vetor Y . Para reduzir a quantidade de movimentos analisados na busca local, apenas 30% das cidades de cada vetor são consideradas. Ou seja, como são vetores ordenados, são mantidas 30% das primeiras cidades. Assim, realizamos realocações em apenas 30% das primeiras cidades, o que reduz consideravelmente o tempo de execução do método.

No Algoritmo 1 é exibido o passo-a-passo da busca local desenvolvida com a vizinhança de realocação. O método, que inicialmente recebe uma solução s como parâmetro, entra em um laço que será mantido enquanto soluções de melhora forem sendo obtidas. Para cada iteração desse laço, os vetores X e Y são definidos (linhas 6 e 7) de acordo com o critério especificado na Subseção 4.3.4. Depois disto, é feita a chamada para a vizinhança de realocação e os vetores X e Y são enviados para ela. Dessa forma, a função de realocação fica responsável por remover um mamógrafo de cada cidade $i \in X$ e adicioná-lo a uma cidade $j \in Y$. Feito isto, redefine-se a solução, através do problema da mochila, que definirá um novo conjunto de cidades que dependerão de j . A solução s' retornada pelo procedimento de realocação é a primeira em que ocorreu uma melhora em relação à solução corrente. Após o término da função realocação, verifica-se se a nova solução retornada é melhor que a solução corrente s . Em caso positivo, a solução s_{best} e a corrente são atualizadas e retorna-se para a linha 4, iniciando-se novamente

o procedimento. Caso negativo, a busca local é finalizada.

Algoritmo 1: Busca Local

```

1 Entrada: Solução  $s$ ;
2  $s_{best} \leftarrow s$ ;
3  $houveMelhora \leftarrow true$ ;
4 while  $houveMelhora$  do
5    $houveMelhora \leftarrow false$ ;
6    $X \leftarrow \{30\% \text{ das cidades com mamógrafos que têm maior ociosidade}\}$ ;
7    $Y \leftarrow \{30\% \text{ das cidades com mais mulheres não atendidas na região}\}$ ;
8    $s' \leftarrow realocacao(s, X, Y)$ ;
9   if  $f(s') > f(s_{best})$  then
10     $s \leftarrow s'$ ;
11     $s_{best} \leftarrow s'$ ;
12     $houveMelhora \leftarrow true$ ;
13    Goto line 4;
14  end
15 end
16 return  $s_{best}$ ;

```

4.3.6 Procedimento *shaking*

O procedimento *shaking* é feito removendo-se todos os mamógrafos e dependências de uma quantidade k de cidades e então, a solução é reconstruída utilizando algum procedimento construtivo.

Após a operação de remoção dos mamógrafos, a solução é reconstruída seguindo parte do procedimento descrito no Construtivo 2 (Subseção 4.3.3.3), o que diferencia, é que, ao invés de considerarmos uma escolha totalmente gulosa das cidades que receberão mamógrafos, é feita uma escolha parcialmente gulosa.

Retomando o funcionamento do Construtivo 2, inicialmente as cidades que possuem infraestrutura para receberem mamógrafos e que ainda não possuem algum aparelho são ordenadas de acordo com a demanda não atendida de mulheres de suas regiões. Um algoritmo guloso escolheria sequencialmente cada cidade desse vetor para inserir mamógrafos. Numa abordagem parcialmente gulosa, que foi a adotada neste procedimento, escolhemos uma cidade dentre as m primeiras do vetor ordenado. Assim, garantimos uma diversidade maior nas soluções obtidas e uma facilidade maior para caminhar no espaço de soluções do problema.

Resumindo, temos que a diferença para o Construtivo 2 está no fato de que, ao invés de escolhermos a primeira cidade do vetor ordenado, fazemos a escolha por uma das m primeiras cidades.

4.3.7 Algoritmo VNS

O método escolhido para resolver o problema sob estudo foi o *Variable Neighborhood Search* – (VNS) (Mladenović e Hansen, 1997). O VNS se baseia em trocas das estruturas de vizinhança para explorar o espaço de soluções, de forma que a cada iteração a “distância” entre estas vizinhanças aumente.

O VNS implementado neste trabalho utiliza o algoritmo Construtivo 2, descrito na Subseção 4.3.3.3 para gerar uma solução inicial, e um método de busca local utilizando a vizinhança de Realocação com a estratégia *First Improvement*, definido na Subseção 4.3.5. Além destes, sua função *shaking* está explicitada na Subseção 4.3.6. O papel de vizinhança variável do VNS está na quantidade de cidades que são removidas durante a função *Shaking*. Por exemplo, uma vizinhança consiste em remover todos os mamógrafos e dependências de 2 cidades, outra vizinhança remove de 3 cidades e assim por diante.

O Algoritmo 2 apresenta o funcionamento do VNS. O método recebe como parâmetro a constante r que define a quantidade máxima de cidades que perderão os mamógrafos durante a função *shaking* e o parâmetro *iterMax* que define a quantidade de iterações sem melhora como critério de parada do método. Inicialmente, uma solução inicial é gerada (linha 2) através do método apresentado na Subseção 4.3.3.3 e inicia-se a variável k com o valor 2, o que significa que o primeiro nível de *shaking* será a remoção de mamógrafos de 2 cidades. Feito isso, o método entra em um loop que permanecerá enquanto o critério de parada não for satisfeito. Após isso, um novo loop é iniciado, em que, para cada nível k de *shaking* (linha 6), é chamado, na linha 7, o procedimento de *shaking* descrito na Subseção 4.3.6 e aplicada a busca local (linha 8). Caso a solução retornada pela busca local seja uma solução de melhora, então esta é aceita, a quantidade de iteração sem melhora é reiniciada, retornamos para o primeiro nível de *shaking* e voltamos para a linha 5 do algoritmo. Em caso contrário, aumenta-se o nível de *shaking* e repete-se o procedimento.

Algoritmo 2: VNS

```
1 Entrada:  $r, iterMax$ ;  
2 Encontre uma solução inicial  $s_0$ ;  
3  $s \leftarrow s_0$ ;  
4  $iterSemMelhora \leftarrow 0$ ;  
5 while  $iterSemMelhora < iterMax$  do  
6    $iterSemMelhora \leftarrow iterSemMelhora + 1$ ;  
7    $k \leftarrow 2$ ;  
8   while  $(k \leq r)$  do  
9      $s' \leftarrow Shaking(s, k)$ ;  
10     $s'' \leftarrow BuscaLocal(s')$ ;  
11    if  $(f(s'') < f(s))$  then  
12       $s \leftarrow s''$ ;  
13       $k \leftarrow 2$ ;  
14       $iterSemMelhora \leftarrow 0$ ;  
15    end  
16    else  
17       $k \leftarrow k + 1$ ;  
18    end  
19  end  
20 end  
21 Retorne  $s$ ;
```

Capítulo 5

Experimentos computacionais

Os modelos de programação matemática apresentados na Subseção 4.2 foram implementados utilizando o solver Gurobi, versão 8.0.0, com as configurações padrões, exceto pelo parâmetro *MIPGap*, que definimos com o valor 10^{-6} . Isso foi necessário para adequar a ordem de grandeza dos valores da função objetivo com a execução do modelo. Já o algoritmo heurístico VNS proposto na Subseção 4.3 foi implementado na linguagem de programação C++. Os testes foram realizados em um computador com processador Intel Core i5 @ 2.5 Ghz, com 8 GB de memória RAM sob o sistema operacional Ubuntu, versão 18.04.

Para testar os métodos, foram geradas 8 instâncias com dados do estado de Minas Gerais, sendo a primeira delas, a instância real do estado e as demais, instâncias derivadas desta. O estado possui 853 cidades e, de acordo com a Seção de Estatística da Secretaria Estadual de Saúde (SES/MG), no mês de Setembro de 2019 existiam 326 unidades de mamógrafos disponíveis.

As demandas de cada cidade na faixa etária indicada para a realização dos exames foram obtidas usando-se dados do censo do IBGE de 2010, projetadas para o ano de 2020 conforme descrito a seguir. Para obter a quantidade de mulheres nas faixas etárias de 40 a 49 anos e 50 a 69 anos em 2020, consideramos a quantidade de mulheres nas faixas etárias de 30 a 39 anos e 40 a 59 anos, respectivamente, no ano de 2010. Dessa forma, obtemos que a demanda total no estado de Minas Gerais para o ano de 2020 é de 1727487 exames. Considerando-se a alocação atual dos mamógrafos, a demanda atendida seria de apenas 1151092 exames de mamografia.

Foram obtidas distâncias por deslocamento por carro entre as cidades por meio da API do *Google Maps*.

Foi considerado que uma cidade possui infraestrutura hospitalar, ou capacidade para receber um mamógrafo, caso tenha uma demanda de pelo menos *demMin* exames. Em nosso caso, definimos o valor $demMin = 500$. Além disso, de acordo com (INCA, 2015b), um aparelho de mamografia é capaz de realizar 5069 exames anuais, por isso, definimos que $cap = 5069$.

As instâncias se diferem apenas pelo número de mamógrafos disponíveis para alocação e a

quantidade de cidades. Nas primeiras quatro instâncias, as 853 cidades de todo o estado são consideradas, enquanto que nas últimas 4, apenas cidades que estão em um raio de 100 km da cidade de Ouro Preto foram consideradas.

A Tabela 5.1 resume as características do conjunto de instâncias. Na Coluna 1, nomeada “Instância”, é exibido o número da instância. A segunda coluna, “Cidades”, indica a quantidade total de cidades e a terceira, denominada “Cidades com infraestrutura”, indica a quantidade de cidades que possuem infraestrutura para receber mamógrafos. A quarta coluna, de nome “Total Equipamentos”, exibe a quantidade de mamógrafos disponíveis da instância. A quinta coluna, “Equipamentos Pré-proc”, expõe a quantidade de equipamentos que foram alocados durante a etapa de pré-processamento, explicada na Seção 4.1. Por fim, a última coluna, “Equipamentos Restantes”, apresenta a quantidade de mamógrafos disponíveis para aplicação dos modelos exatos e heurísticos.

Tabela 5.1: Características das instâncias

Instância	# Cidades	# Cidades com infraestrutura	# Total Equipamentos	# Equipamentos Pré-proc.	# Equipamentos Restantes
1	853	516	326	169	157
2	853	516	286	169	117
3	853	516	247	169	78
4	853	516	208	169	39
5	142	73	55	19	36
6	142	73	46	19	27
7	142	73	37	19	18
8	142	73	28	19	9

A Tabela 5.2 faz um comparativo entre os resultados obtidos pelas execuções das instâncias de teste com os métodos construtivos especificados na Seção 4.3.3. Na tabela, a primeira coluna, “Instância”, indica o número da instância, na segunda coluna, “Construtivo 1”, é exibido o resultado obtido através do Construtivo 1 (Subseção 4.3.3.2) e na terceira coluna, “Construtivo 2”, os resultados do Construtivo 2 (Subseção 4.3.3.3). Os valores marcados em negrito, identificam qual método obteve o melhor resultado para aquela instância. Note que o Construtivo 2 obteve melhores resultados na maioria das instâncias; por isso, ele foi o método escolhido para gerar as soluções iniciais para o VNS.

A ferramenta *Irace* (López-Ibáñez et al., 2016) foi utilizada para calibragem automática dos parâmetros do VNS. A configuração realizada consistiu em definir os seguintes valores para os parâmetros: $r \in [3, 8]$, que define o número máximo de mamógrafos removidos durante o procedimento *Shaking* explicitado na Subseção 4.3.7; $iterMax \in \{25, 50, 75, 100\}$, que define a quantidade máxima de iterações sem melhora do algoritmo VNS e por fim, $m \in [3, 5]$, também utilizado na função *shaking*. Realizados os testes, os valores retornados pela ferramenta foram os seguintes: $r = 8$, $iterMax = 75$ e $m = 4$.

Dada a característica estocástica do algoritmo implementado, foram realizadas 10 execu-

Tabela 5.2: Resultados dos algoritmos construtivos

Instância	Construtivo 1	Construtivo 2
1	706480	698116
2	637234	674454
3	482016	496576
4	248374	248381
5	122007	121462
6	100501	115906
7	76283	91202
8	44600	45620

Tabela 5.3: Resultados Gurobi \times VNS

Inst.	Demanda		Gurobi		VNS		
	Pré-proc.	ub	Melhor	Tempo (s)	Melhor	Média	Tempo (s)
1	856661	1638493	1632455	3600,00	1628758	1627528	389,8
2	856661	1449734	1448860	3600,00	1449267	1449172	820,5
3	856661	1252043	1251824	3600,00	1252040	1252037	2987,1
4	856661	1054352	1054334	3600,00	1054352	1054352	902,1
5	96311	221140	221140	0,94	221140	221140	8,00
6	96311	221140	221140	102,17	220654	220424	15,80
7	96311	187553	187544	3600,00	187546	187545	62,90
8	96311	141932	141932	2,95	141932	141932	63,20

ções de cada instância.

A Tabela 5.3 exibe os resultados entre o algoritmo VNS implementado e o modelo matemático implementado no Gurobi, descrito na Subseção 4.2.1. A coluna 1, denominada “Inst.”, mostra o número da instância, a coluna 2, “Demanda Pré-proc.”, indica a demanda atendida pela fase de pré-processamento, sendo que 169 mamógrafos foram alocados para as instâncias de 1 a 4 e 19 para as instâncias de 5 a 8. As colunas 3, 4 e 5 tratam dados das execuções matemáticas pelo Gurobi e exibem, respectivamente, o valor *upper bound* (ub) retornado pelo *solver*, o valor da função objetivo da solução encontrada com no máximo uma hora de execução, bem como o tempo gasto para resolver a instância. Uma vez que definimos que o *solver* iria ser executado por no máximo 3600 segundos, podemos afirmar que quando o tempo de execução for menor que 3600, a solução ótima foi encontrada. Por fim, As últimas três colunas referem-se aos resultados gerados pelo VNS, no caso, o melhor resultado, a média dos resultados de 10 execuções e o tempo médio de execução, respectivamente. As colunas “Melhor” e “Média” representam a demanda total, incluindo a fase de pré-processamento. Valores marcados em negrito representam o melhor valor obtido para a instância comparando os dois métodos.

De acordo com a Tabela 5.3, na instância 1, que representa a instância real do estado de

Minas Gerais, nenhum dos dois métodos foi capaz de atingir a solução ótima. Contudo, a solução obtida por ambos os métodos é capaz de realizar uma quantidade consideravelmente maior de exames comparando com a alocação real do estado, que é capaz de realizar apenas 1151092 exames. Além disso, mesmo que o VNS não tenha sido capaz de atingir a solução ótima, no melhor caso, atingiu-se um *gap* de apenas 0,6% em menos de 7 minutos de execução.

Ao levarmos em consideração a capacidade de atendimentos que os 326 mamógrafos existentes podem realizar, obtivemos um aproveitamento de aproximadamente 98,5% de suas capacidades. Dessa forma, vemos a necessidade de compra de novos aparelhos de mamografia para que a demanda total atendida do estado seja maior.

Podemos perceber que o VNS foi capaz de obter a solução ótima em 3 instâncias (4, 5, 8) e produziu soluções melhores que o Gurobi em outras 4 instâncias (2, 3, 4, 7). Apenas na instância 1 e 6, o VNS não conseguiu produzir uma solução melhor que o *solver*. Especialmente na instância 3, a distância do VNS para o valor *upper-bound* do Gurobi é de apenas 3 exames. Por mais que a otimalidade da solução obtida pelo VNS não tenha sido comprovada para esse caso, ao aplicarmos a solução gerada por esse método nesse cenário, praticamente não teremos impacto.

De forma geral, podemos perceber que o VNS foi capaz de gerar soluções melhores e em um tempo menor comparado ao Gurobi. Nas instâncias de 1 à 4 todas as execuções do Gurobi terminaram por limite de tempo. Apenas para a instância 1, o VNS não foi capaz de se sobrepor ao resultado obtido pelo modelo matemático; porém, quando levamos em consideração a qualidade das soluções e o tempo de execução, temos que na média foram obtidas soluções tão boas quanto o modelo matemático e com um tempo médio 89% menor.

Uma outra situação possível de análise seria considerando as microrregiões de saúde do estado. Para realizar esse teste, fixamos no modelo matemático que uma cidade só pode atender ou ser atendida por outra cidade que pertença à mesma região de saúde. Na Tabela 5.4 é exibido o resultado obtido pela execução do modelo considerando essa restrição. A instância executada foi a Instância 1, que corresponde à instância real do Estado de Minas Gerais, referida nos resultados anteriores.

Tabela 5.4: Resultado com microrregião de saúde

Demanda Atendida	Tempo (s)
1587792	3600

É possível analisar que quando temos a restrição de microrregião, menos mulheres podem ser atendidas. Sem esta restrição, conseguimos cobrir uma demanda cerca de 2,73% maior.

As Figuras 5.1 e 5.2 mostram um exemplo de alocação e relações de atendimento, bem como as cidades que não são cobertas em cada caso. As cidades marcadas com o círculo vermelho na primeira coluna representam cidades que receberam mamógrafos, e as arestas azuis representam os atendimentos que tais cidades realizam. Na segunda coluna, as cidades

marcadas representam aquelas que ficaram sem atendimento. A primeira figura (Fig. 5.1) mostra um exemplo de alocação em que se impõem as restrições de região de saúde, sendo que a segunda (Fig. 5.2), não possui essa limitação. É possível notar a diferença de cobertura através da densidade de arestas na imagem. Como a segunda imagem não possui tal restrição, espera-se que uma única cidade atenda mais cidades do que na formulação representada através da Figura 5.1. Também podemos perceber que a quantidade de cidades que ficam sem receber atendimento quando consideramos as regiões de saúde é maior do que quando não consideramos.

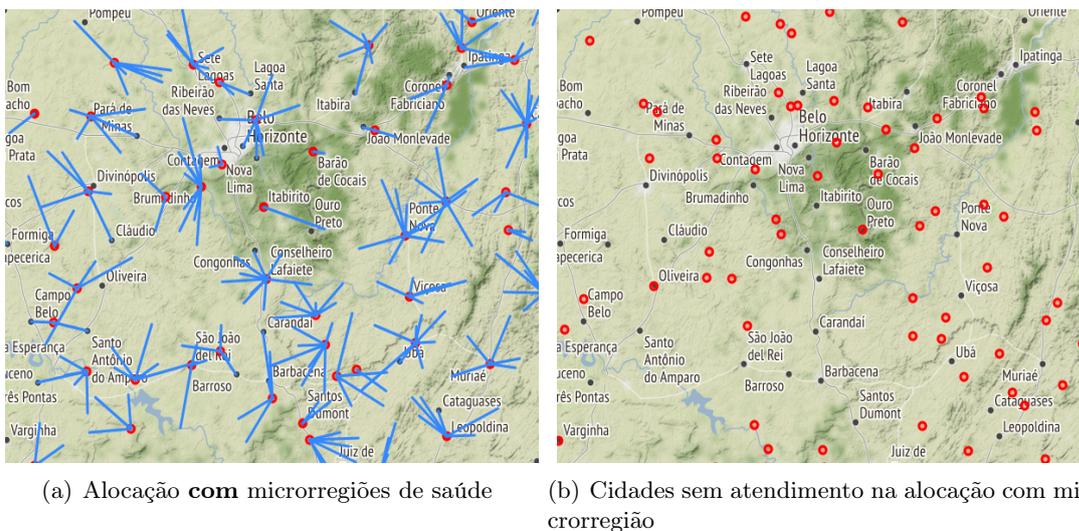


Figura 5.1: Exemplo de alocação **com** microrregiões de saúde

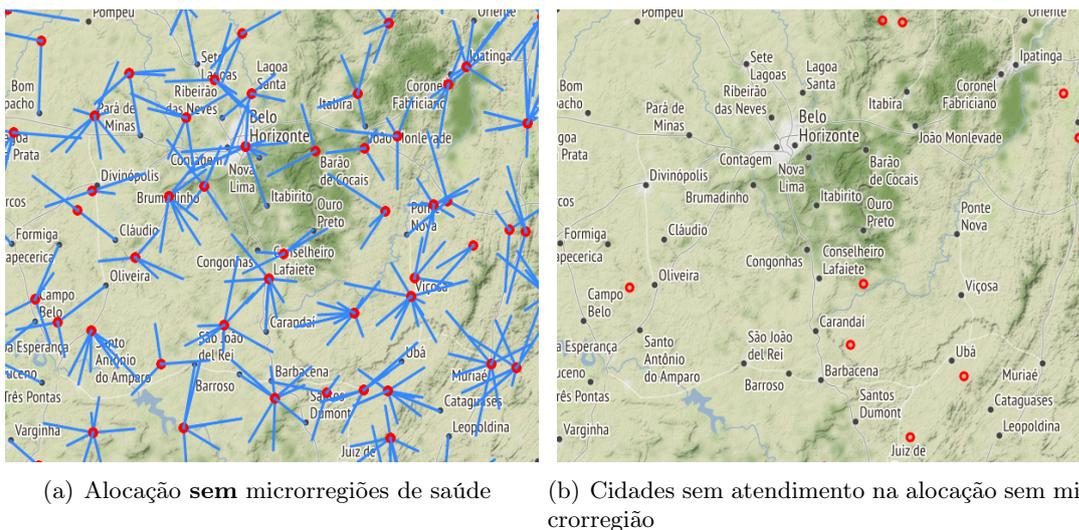


Figura 5.2: Exemplo de alocação **sem** microrregiões de saúde

Também foram realizadas algumas execuções aumentando-se a quantidade de mamógrafos a serem adquiridos, além dos existentes, até que os resultados não apresentassem nenhuma melhora. Dessa forma, conseguimos ter uma ideia da quantidade de mamógrafos que são necessários para que se cubra a maior demanda possível do estado. A Tabela 5.5 exibe parte dos resultados obtidos, a partir da quadragésima oitava aquisição. A Coluna 1, “Quant. Mamógrafos”, indica a quantidade somada aos 326 mamógrafos atualmente existentes, a Coluna 2, “Demanda Atendida”, mostra a demanda total coberta com, no máximo, 1h de execução do solver. Por fim, a Coluna 3 indica o valor *upper-bound* retornado pelo solver e a última mostra o tempo de execução em segundos. Os tempos marcados com o sinal * significam que a respectiva execução foi interrompida manualmente assim que o valor *upper-bound* mostrou que determinada quantidade de mamógrafos não retornaria o valor ótimo.

Podemos perceber que a quantidade máxima de atendimentos coberta é de 1724419 exames, o que representa 99,8% da demanda total do estado. Comprovadamente, através das execuções, conseguimos atender essa demanda adquirindo mais 61 mamógrafos. Contudo, com 49 mamógrafos é possível cobrir uma demanda apenas 0,33% menor. Caso optemos pelos 61 mamógrafos, teríamos uma cobertura de 99,8% dos exames e uma utilização de 87,9% da capacidade dos mamógrafos. Não é possível obter uma cobertura de 100% dos exames, pois existem muitas cidades que não são candidatas a receberem mamógrafos e não estão próximas de nenhuma cidade que possa lhes atender.

Tabela 5.5: Aquisição de novos equipamentos \times Aumento de atendimento, sem restrição de microrregião

Quant. Mamógrafos	Demanda Atendida	<i>upper-bound</i>	Tempo (s)
48	1719567	1723970	830*
49	1721844	1724419	3600
50	1722424	1724419	3600
51	1723103	1724419	3600
52	1722965	1724419	3600
55	1724224	1724419	3600
60	1724224	1724419	3600
61	1724419	1724419	77
63	1724419	1724419	84
65	1724419	1724419	37

Quando adicionamos a restrição por microrregião, o cenário muda conforme esperado. A Tabela 5.6 mostra a demanda atendida a partir da septuagésima aquisição de mamógrafos. Como pode ser observado, a maior quantidade possível de atendimentos ocorre com a aquisição de 97 mamógrafos a mais. Considerando a compra desses 97 mamógrafos, teríamos uma cobertura de 99,5% exames; contudo, haveria uma utilização de apenas 80,2% da capacidade total desses mamógrafos.

Tabela 5.6: Aquisição de novos equipamentos \times Aumento de atendimento, com restrição de microrregião

Quant. Mamógrafos	Demanda Atendida	<i>upper-bound</i>	Tempo (s)
70	1706218	1711851.384	500*
75	1710117	1715153.689	900*
79	1712731	1718006.517	240*
80	1713334	1719977	3600
82	1714531	1719977	3600
85	1716160	1719977	3600
87	1717113	1719977	3600
90	1718365	1719977	3600
93	1719299	1719977	3600
94	1719526	1719977	3600
95	1719721	1719977	3600
96	1719873	1719977	3600
97	1719977	1719977	170
98	1719873	1719977	3600
99	1719977	1719977	20
100	1719977	1719977	1

A Tabela 5.7, por sua vez, apresenta os resultados referentes às execuções da Formulação 2 (Subseção 4.2.2). Analisa-se esta formulação separadamente da Formulação 1 pois não caberia analisar os resultados de uma formulação inteira com uma formulação contínua. Mas de forma geral, é possível ver que seus resultados são bem próximos, sendo que a Formulação 2 consegue resultados melhores de maneira mais rápida, pois ela possui a vantagem de possuir uma variável contínua e de permitir que uma cidade atenda de forma parcial outra cidade. Por isso, a utilização dos mamógrafos tende a ser maior. Novamente, os valores marcados em negrito correspondem às soluções ótimas para a instância.

Tabela 5.7: Resultados da Segunda Formulação

Instância	<i>upper-bound</i>	Melhor	Tempo (s)
1	1647829	1645670	3600,00
2	1449734	1449734	6,12
3	1252043	1252043	5,33
4	1054352	1054352	4,54
5	221140	221140	0,05
6	221140	221140	0,32
7	187553	187553	0,06
8	141932	141932	0,06

Capítulo 6

Conclusões

Este trabalho tratou o Problema de Localização de Mamógrafos. Para tentar resolvê-lo, uma formulação de programação matemática e um algoritmo heurístico baseado em *Variable Neighborhood Search* – (VNS) foram desenvolvidos. Para testá-los, 8 instâncias relativas ao estado de Minas Gerais foram utilizadas.

O algoritmo proposto foi capaz de produzir soluções de boa qualidade, atingir as soluções ótimas em 3 instâncias e apresentar melhores resultados que o solver Gurobi em 4 instâncias. É interessante notar que conseguimos obter uma solução com aproveitamento de 98,5% da capacidade total de atendimento dos mamógrafos existentes no estado de Minas Gerais. Por outro lado, vemos a necessidade de compra de mais mamógrafos quando consideramos a demanda atendida com os 326 mamógrafos existentes, já que com eles não é possível cobrir todo o estado, no caso, mostra-se que é possível cobrir apenas 94,5% da demanda total do estado.

De certa forma, ambos os modelos (exato e heurístico) foram capazes de definir alocações em que a quantidade de mulheres atendidas é muito maior do que a alocação atual do estado. Isso se dá, especialmente, por más gestões a que estamos submetidos e pelo fato de que, em muitos casos, estas alocações são feitas de maneira totalmente política, sem levar em consideração um estudo aprofundado das demandas e dos locais que precisam, de fato, receber os aparelhos de mamografia.

Também foi possível concluir, através dos resultados obtidos, que quando restringimos as alocações e atendimentos às regiões de saúde do estado, obtemos uma solução pior, com menos cidades atendidas e que necessita de mais mamógrafos para cobrir toda a demanda. Esse resultado mostra que a divisão do estado em microrregiões precisa ser repensada.

Como não é possível definir uma alocação que cubra todo o Estado de Minas Gerais com os mamógrafos existentes, pretendemos, como trabalho futuro, prover estudos dos melhores locais que novos mamógrafos poderiam ser inseridos de forma que o investimento seja aplicado da melhor maneira possível. Além disso, para aquelas cidades que ficarem sem atendimento de algum mamógrafo, pretendemos realizar estudos para definir o roteamento das carretas de mamografia do Estado. Assim, teremos de fato uma maior igualdade de acesso aos exames de

mamografia.

Referências Bibliográficas

- Aday, L. A. e Andersen, R. (1974). A framework for the study of access to medical care. *Health Services Research*, 9(3):208–220.
- Amaral, P.; Luz, L.; Cardoso, F. e Freitas, R. (2017). Distribuição espacial de equipamentos de mamografia no Brasil. *Revista Brasileira de Estudos Urbanos e Regionais*, 19(2):326–341.
- Andrade, M. V.; de Souza Noronha, K. M.; do Amaral, P. V. M.; Barbosa, A. C. Q.; de Carvalho, L. R.; Calazans, J. A.; Souza, M. N.; de Souza, A.; Rocha, T. A. H. e da Silva, N. C. (2016). Distribuição espacial dos mamógrafos em minas gerais e o efeito na probabilidade da realização do exame. In *Anais do XX Encontro Nacional de Estudos Populacionais*, pp. 1–21. Associação Brasileira de Estudos Populacionais (ABEP). Disponível em <http://www.abep.org.br/publicacoes/index.php/anais/article/view/2506/2450>. Acesso em 10/09/2018.
- Corrêa, V. H. V.; Lima, B. J. C.; Silva-e-Souza, P. H.; Penna, P. H. V. e Souza, M. J. F. (2018). Localização de mamógrafos: um estudo de caso na rede pública de saúde. In *Anais do L Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional – L SBPO*, Rio de Janeiro. Disponível em <http://www.decom.ufop.br/prof/marcone/Publicacoes/SBP02018-Mamografos.pdf>. Acesso em 01/12/2018.
- Hamer, L. (2004). *Improving patient access to health services: A National Review and Case Studies of Current Approaches*. Health Development Agency, Londres.
- INCA (2009). Parâmetros para o rastreamento do câncer de mama: recomendações para gestores estaduais e municipais. INCA. Disponível em http://bvsmms.saude.gov.br/bvs/publicacoes/parametros_rastreamento_cancer_mama.pdf. Acesso em 01/09/2018.
- INCA (2015a). Diretrizes para a detecção precoce do câncer de mama no brasil. INCA. Disponível em http://www.saude.pr.gov.br/arquivos/File/Deteccao_precoce_CANCER_MAMA_INCA.pdf. Acesso em 04/09/2018.
- INCA (2015b). Revisão do parâmetro para cálculo da capacidade de produção do mamógrafo simples - 2015. INCA. Disponível em <https://www.inca.gov.br/sites/ufu.sti.inca>.

- local/files//media/document/nota-revisao-capacidade-dos-mamografos-2015_0.pdf. Acesso em 10/09/2018.
- López-Ibáñez, M.; Dubois-Lacoste, J.; Cáceres, L. P.; Birattari, M. e Stützle, T. (2016). The irace package: Iterated racing for automatic algorithm configuration. *Operations Research Perspectives*, 3:43–58.
- Mladenović, N. e Hansen, P. (1997). Variable neighborhood search. *Computers & Operations Research*, 24:1097–1100.
- Sathler, T. M.; Conceição, S. V.; Almeida, J. F.; Pinto, L. R.; de Campos, F. C. C. e Miranda Júnior, G. (2017). Problema de localização e alocação de centros de especialidades médicas no estado de minas gerais. In *Anais do XLIX Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional – XLIX SBPO*, pp. 2988 – 2999, Blumenau.
- Souza, M. J. F.; Penna, P. H. V.; Stilpen, M.; Rosa, P. M.; Monteiro, J. C. e Lisboa, M. R. (2019). Localização de mamógrafos: formulações e estudo preliminar de caso de rondônia. In *Anais do LI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional – LI SBPO*, Campinas.
- Sá, M. V. S. M.; Rosa, P. M.; Paiva, J. N. M.; SOUZA, M. J. F. e PENNA, P. H. V. (2019). Localização de mamógrafos: um estudo de caso do Espírito Santo. In *Anais do XXVI Simpósio de Pesquisa Operacional*, Baurú, SP. Disponível em http://www.simpep.feb.unesp.br/abrir_arquivo_pdf.php?tipo=artigo&evento=14&art=334&cad=36086&opcao=com_id.
- Teixeira, C. (2011). Os princípios do sistema Único de saúde. Texto de apoio elaborado para subsidiar o debate nas Conferências Municipal e Estadual de Saúde. Disponível em https://www.almg.gov.br/export/sites/default/acompanhe/eventos/hotsites/2016/encontro_internacional_saude/documentos/textos_referencia/07_principios_sistema_unico_saude.pdf. Acesso em 01/09/2018.
- Travassos, C.; de Oliveira, E. X. G. e Viacava, F. (2006). Desigualdades geográficas e sociais no acesso aos serviços de saúde no brasil: 1998 e 2003. *Ciência & Saúde Coletiva*, 11(4):975–986.
- Villar, V. C. F. L.; de Souza, C. T. V.; Delamarque, E. V. e de Seta, M. H. (2015). Distribuição dos mamógrafos e dos exames mamográficos no estado do Rio de Janeiro, 2012 e 2013. *Epidemiologia e Serviços de Saúde*, 24:105–114.
- Xavier, D. R.; de Oliveira, R. A. D.; de Matos, V. P.; Viacava, F. e de Campos Carvalho, C. (2016). Cobertura de mamografias, alocação e uso de equipamentos nas regiões de saúde. *Saúde em debate*, 40(110):20–35.