



UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
ESCOLA DE MINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE MINAS



JÉSSICA AZEVEDO SOUZA PEREIRA

ANÁLISE NUMÉRICA TRIDIMENSIONAL VIA MEF DE PROBLEMAS DE FLUXO
CONFINADO EM MEIO POROSO SATURADO

OURO PRETO

2019

JÉSSICA AZEVEDO SOUZA PEREIRA

ANÁLISE NUMÉRICA TRIDIMENSIONAL VIA MEF DE PROBLEMAS DE FLUXO
CONFINADO EM MEIO POROSO SATURADO

Monografia a ser apresentada ao curso de Engenharia de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto como parte integrante dos requisitos necessários a obtenção do título de bacharel em Engenharia de Minas.

Área de concentração: Geotecnia.

Orientadora: Profa. Dra. Christianne de Lyra Nogueira

Co-orientadora: Luma Alvarenga C. de Vasconcelos

OURO PRETO

2019

P436a Pereira, Jéssica Azevedo Souza.
Análise tridimensional via MEF de problemas de fluxo confinado em meio
poroso saturado [manuscrito] / Jéssica Azevedo Souza Pereira. - 2019.

iv, 37f.: il.: color; grafis; tabs.

Orientadora: Prof^ª. Dr^ª. Christianne de Lyra Nogueira.
Coorientadora: Prof^ª. MSc^ª. Luma Alvarenga Carvalho Vasconcelos.

Monografia (Graduação). Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de
Minas. Departamento de Engenharia de Minas.

1. Método de elementos finitos. 2. Solos - Permeabilidade - Fluxo
tridimensional. I. Nogueira, Christianne de Lyra. II. Vasconcelos, Luma
Alvarenga Carvalho. III. Universidade Federal de Ouro Preto. IV. Título.

CDU: 624.131.6

Catálogo: ficha.sisbin@ufop.edu.br



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO
Universidade Federal de Ouro Preto
Escola de Minas - Departamento de Engenharia de Minas

ATA DE DEFESA DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

Aos oito dias do mês de março de 2019, às 14h00min, no auditório do Departamento de Engenharia de Minas da Escola de Minas - DEMIN/EM, foi realizada a defesa do Trabalho de Conclusão de Curso de Engenharia de Minas requisito da disciplina MIN-491 – Trabalho de Conclusão de Curso II, intitulado “ANÁLISE NUMÉRICA TRIDIMENSIONAL VIA MEF DE PROBLEMAS DE FLUXO CONFINADO EM MEIO POROSO SATURADO”, pela aluna **Jéssica Azevedo Souza Pereira**, sendo a comissão avaliadora formada por **M. Sc. Luma Alvarenga Carvalho de Vasconcelos (orientadora)**, **Prof. Dr. Waldyr Lopes de Oliveira Filho** e **M. Sc. Karla Baeta e Souza**.

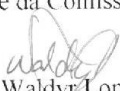
Após arguição sobre o trabalho, a comissão avaliadora deliberou por unanimidade pela ~~aprovação~~ da candidata, com a nota 4,5 concedendo-lhe o prazo de 15 dias para incorporar no texto final da monografia as alterações determinadas/sugeridas pela banca.

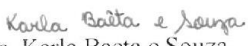
A aluna fará jus aos créditos e conceito de aprovação na disciplina MIN-491 – Trabalho de Conclusão de Curso II após o depósito, no site do Repositório UFOP, da versão final da monografia defendida, conforme modelo do CEMIN-2009, no Colegiado do Curso de Engenharia de Minas – CEMIN.

Para fins de registro, foi lavrada a presente ata que, depois de lida e aprovada é assinada pelos membros da comissão avaliadora e pelo discente.

Ouro Preto, 08 de março de 2019.


M.Sc. Luma Alvarenga Carvalho de Vasconcelos
Presidente da Comissão Avaliadora e Orientadora


Prof. Dr. Waldyr Lopes de Oliveira Filho
Membro da Comissão Avaliadora


M.Sc. Karla Baeta e Souza
Membro da Comissão Avaliadora

Jéssica Azevedo Souza Pereira


Prof. M.Sc. José Fernando Miranda
Professor responsável pela Disciplina Min 491 – Trabalho de Conclusão de Curso

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus por ter me guiado durante esses anos. Aos meus pais por terem sido minha base e por todo apoio e carinho dedicados. Aos meus amigos. À Escola de Minas por me proporcionar um estudo de qualidade e vivência ímpar que com toda certeza serão de extrema importância para o meu futuro no mercado de trabalho. A todos os professores que fizeram parte de minha caminhada durante esses anos, especialmente aos pertencentes ao DEMIN. À minha orientadora, Christianne de Lyra Nogueira, e à minha co-orientadora, Luma Alvarenga C. de Vasconcelos.

RESUMO

Este trabalho está relacionado à aplicação do método dos elementos finitos para análise numérica de problemas de fluxo confinado em meio poroso saturado. Inicialmente, são apresentadas as equações generalizadas do problema de fluxo em meio poroso para condição tridimensional. Em seguida, apresenta-se a forma discreta, via método dos elementos finitos, destas equações, que por sua vez são implementadas no programa computacional ANLOG. Além das adaptações necessárias para a generalização do problema de fluxo, foi incluído um macro comando para a leitura do arquivo gerado pelo pré-processador gráfico GID[®]. Os resultados da análise tridimensional apresentam uma boa concordância com os resultados de análises de problemas de fluxo em condição tipicamente uni e bidimensionais indicando a potencialidade no método. O programa ANLOG poderá ser usado para análise de problemas de fluxo confinado em meio saturado contendo uma geometria tridimensional complexa.

Palavras-chaves: Método de elementos finitos, Fluxo tridimensional, Meio poroso saturado, ANLOG, GID[®].

ABSTRACT

This essay gathers information about the application of the finite element method for numerical analysis of confined flow problems in saturated porous media. Initially, generalized equations of the flow problems in porous media are presented. Then the discrete form of these equations is shown through the finite element methods. Afterward, the equations are implemented in the ANLOG computational program. In addition to the necessary adaptations for the generalization of the flow problem, a macro command was included to read the file generated by the GID[®] graphic preprocessor. The results of the three-dimensional analysis show good agreement with the results of analyzes of flow problems in conditions typically uni and bidimensional. That indicates the good potential of the method. The ANLOG program can be used for analysis of confined flow problems in a saturated media containing a complex three-dimensional geometry.

Keywords: Finite element method, Tridimensional flow, Saturated porous media, ANLOG, GID[®].

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
2	OBJETIVO.....	2
2.1	Objetivos específicos.....	2
3	FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA DE FLUXO.....	3
4	MODELO NUMÉRICO PARA O PROBLEMA DE FLUXO	7
5	ELEMENTO FINITO ADOTADO	11
6	O SOFTWARE GID®	15
7.	O PROGRAMA ANLOG	22
8.	PROBELMAS DE FLUXO EM MEIO ISOTRÓPICO E SATURADO	26
8.1.	Fluxo em meio poroso homogêneo e saturado	26
8.2.	Fluxo em meio poroso estratificado e saturado	27
8.3.	Fluxo em meio poroso estratificado e saturado – 3 materiais	29
8.4	Fluxo em meio poroso saturado – Eclusa.....	30
8.5	Fluxo em meio poroso saturado – Barragem de concreto	32
9.	CONCLUSÃO	35
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	36

1 INTRODUÇÃO

Um dos maiores problemas enfrentados na Engenharia Geotécnica é conhecer devidamente o sistema de forças a que estruturas de solos e/ou rochas, tais como taludes, poços ou barragens, estão submetidas. O fluxo de água no meio geológico gera forças de percolação (classificadas como forças de corpo ou volume) que devem ser estudadas minuciosamente para que se tenha o conhecimento da influência que a água causa a uma estrutura.

A análise de um problema de fluxo em meio poroso pode ser feita de três formas: analítica, gráfica e numérica. Entre as soluções numéricas possíveis tem-se o Método de Elementos Finitos (MEF). Segundo Bathe (2014), o MEF é atualmente uma parte importante e frequentemente indispensável para análise e design de qualquer problema de Engenharia.

O MEF pode ser definido como um processo de discretização, que tem o objetivo de transformar um problema contínuo (com infinitos graus de liberdade) em um problema discreto (com um número finito de graus de liberdade). O método consiste em dividir um domínio, sobre o qual o problema será estudado, em várias regiões (chamadas de “elementos finitos”) interconectadas por pontos nodais. Cada elemento possui um número específico de pontos nodais. O conjunto dos elementos finitos utilizados na discretização é denominado “malha de elementos finitos” (Rade, 2011).

Primeiramente, o uso de Elementos Finitos era restrito a análise de problemas na mecânica estrutural. No entanto, logo foi reconhecido que o método poderia ser aplicado com a mesma eficiência a soluções de muitas outras classes de problemas (Bathe, 2014). O número de obras geotécnicas aumenta exponencialmente ao longo dos anos, exigindo assim que os métodos de análise evoluam cada vez mais. Segundo a Agência Nacional de Mineração (ANM) existem no Brasil 717 barragens de rejeitos de mineração. Obras como essas exigem um monitoramento minucioso para que os riscos que oferecem sejam mitigados, isso reforça a necessidade do desenvolvimento de métodos de análises mais complexos, como é o caso da iniciativa do trabalho em questão.

Neste trabalho, o MEF será empregado no estudo de fluxo em meios saturados, isotrópicos, indeformáveis e com condições de contorno previamente definidas, adotando a carga hidráulica total como variável primária.

2 OBJETIVO

Analisar, através do MEF, o problema de fluxo confinado em meios saturados, isotrópicos, indeformáveis e em condição tridimensional.

2.1 Objetivos específicos

- Verificar as implementações computacionais do ANLOG a partir da modelagem de problemas de fluxo de água em condição tridimensional usando como referência os problemas de fluxo em condições uni e bidimensionais;
- Elaborar um macro comando para leitura automática dos dados geométricos da malha de elementos finitos tridimensionais geradas a partir do programa GID®.

3 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA DE FLUXO

O fluxo em uma obra geotécnica deve ser minuciosamente estudado para que possíveis problemas devido à presença de água nessas estruturas sejam previstos e evitados.

Para formulação da equação que governa o problema de fluxo em meio poroso saturado, considere um elemento infinitesimal de solo submetido a um fluxo tal como indicado na Figura 1.

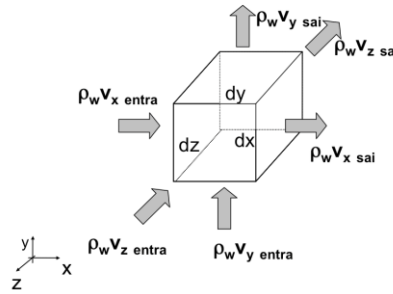


Figura 1 – Volume elementar de solo submetido a um fluxo tridimensional.

De acordo com o princípio de conservação da massa, e considerando o balanço de massa de água fluindo de dentro para fora do volume elementar na unidade do tempo, pode-se chegar a seguinte equação de continuidade (Freeze & Cherry, 1979):

$$q_{\text{sai}} - q_{\text{entra}} = - \frac{dM_w}{dt} \quad (3.1.a)$$

ou ainda,

$$\rho_w \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) dx dy dz = - \frac{\partial M_w}{\partial t} \quad (3.1.b)$$

em que ρ_w é a massa específica da água; v_x, v_y e v_z são, respectivamente, as velocidades de fluxo nas direções x, y e z ; e M_w representa a quantidade de água, em massa, no volume elementar $dx dy dz$.

Considerando a definição de grau de saturação (S) e porosidade (n), a massa de água pode ser definida como (Craig 2004 e Das 2006):

$$M_w = \rho_w S n dx dy dz \quad (3.2)$$

Com isso, a Equação 3.1 pode ser reescrita como:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = - \frac{d(nS)}{dt} \quad (3.3.a)$$

ou ainda,

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = -n \frac{d(S)}{dt} - S \frac{d(n)}{dt} \quad (3.3.b)$$

Considerando o meio saturado e indeformável têm-se que:

$$\frac{dS}{dt} = 0 \quad (3.4.a)$$

$$\frac{dn}{dt} = 0 \quad (3.4.b)$$

Logo, pode-se concluir que:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (3.5)$$

As velocidades de fluxo podem ser escritas de acordo com a Lei de Darcy, tais como:

$$v_x = k_x i_x \quad (3.6.a)$$

$$v_y = k_y i_y \quad (3.6.b)$$

$$v_z = k_z i_z \quad (3.6.c)$$

onde, k_x , k_y e k_z representam, respectivamente, a condutividade hidráulica nas direções x, y e z; e i_x , i_y e i_z são os gradientes hidráulicos, respectivamente, nas direções x, y e z, os quais se relacionam com a carga hidráulica total (h), tal como:

$$i_x = -\frac{\partial h}{\partial x} \quad (3.7.a)$$

$$i_y = -\frac{\partial h}{\partial y} \quad (3.7.b)$$

$$i_z = -\frac{\partial h}{\partial z} \quad (3.7.c)$$

Os sinais negativos nas Equações 3.7 indicam que a velocidade de fluxo se dá do maior para o menor potencial. Substituindo as Equações 3.7 nas Equações 3.6 e substituindo o resultado na equação 3.5, chega-se a:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = 0 \quad (3.8)$$

A equação diferencial que governa o problema de fluxo, considerando o meio indeformável ($n=\text{constante}$) e saturado ($S=100\%$), Equação 3.8, pode ser escrita na forma vetorial em termos da velocidade de fluxo, tal como:

$$\nabla^T \mathbf{v} = 0 \text{ em } V \quad (3.9)$$

onde ∇^T é o operador diferencial; $\mathbf{v}$ é o vetor que contém as velocidades de fluxo; e V é o domínio do problema. O operador diferencial para um problema tridimensional é dado por:

$$\nabla^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

e o vetor $\mathbf{v}$ é dado por:

$$\mathbf{v} = \begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{Bmatrix} \quad (3.11)$$

À Equação 3.9 se aplicam às seguintes condições de contorno:

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} = v_n \text{ em } S_v \quad (3.12.a)$$

$$h_i = h \text{ em } S_h \quad (3.12.b)$$

em que v_n é o vetor de fluxo superficial; S_v é o contorno do domínio onde a velocidade de fluxo é prescrita (condição de contorno natural); h é a carga hidráulica total; e S_h é o contorno do domínio onde a carga hidráulica é conhecida (condição de contorno essencial).

Como dito anteriormente, o vetor das velocidades de fluxo ($\mathbf{v}$) relaciona-se com o vetor de gradiente hidráulico ($\mathbf{i}$), através da matriz de condutividade hidráulica, $\mathbf{k}$, através da Lei de Darcy (Equações 3.6), que podem ser escritas na forma vetorial como:

$$\mathbf{v} = \mathbf{k} \mathbf{i} \quad (3.13)$$

em que $\mathbf{k}$ é a matriz que contém os coeficientes de condutividade hidráulica definida como:

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} k_x & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 \\ 0 & 0 & k_z \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

no caso em que x , y e z coincidem com as direções principais em fluxo. Para solos saturados, pode-se considerar que o valor de condutividade hidráulica permanece constante. O vetor de gradiente hidráulico ($\mathbf{i}$) é definido como:

$$\mathbf{i} = \begin{Bmatrix} i_x \\ i_y \\ i_z \end{Bmatrix} \quad (3.15)$$

Ou ainda, em termos da carga hidráulica total (h), tal como:

$$\mathbf{i} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial h}{\partial x} \\ -\frac{\partial h}{\partial y} \\ -\frac{\partial h}{\partial z} \end{Bmatrix} \quad (3.16)$$

ou ainda, matricialmente,

$$\mathbf{i} = -\nabla h \quad (3.17)$$

Substituindo-se a Equação 3.17 na Equação 3.13 e em seguida substituindo o resultado na Equação 3.9, obtém-se a seguinte equação diferencial de fluxo confinado em meio poroso saturado termos da carga hidráulica total:

$$\nabla^T (\mathbf{k} \nabla h) = 0 \text{ em } V \quad (3.18)$$

4 MODELO NUMÉRICO PARA O PROBLEMA DE FLUXO

Embora existam diversas formulações com diferentes graus de complexidade para problemas envolvendo fluxo, todas elas, inclusive o MEF, partem da lei básica do fluxo, Lei de Darcy, e da equação da continuidade, que descreve a conservação de massa do fluido durante o fluxo através de um meio poroso (GONÇALVES, 1996).

Para o uso do MEF é necessário fazer uma aproximação da carga hidráulica total, criando assim, a partir do domínio já definido, V , um subdomínio V_e . Nesse subdomínio criado será utilizada uma função aproximada da carga hidráulica total, h^* .

$$\nabla^T (\mathbf{k} \nabla h^*) = 0 \text{ em } V_e \quad (4.1)$$

Pelo MEF, a solução aproximada para h^* é dada em termos dos seus valores nodais:

$$h^* = \mathbf{N} \hat{\mathbf{h}} \quad (4.2)$$

em que

$$\mathbf{N} = [N_1(r, s, t) \quad \dots \quad N_{\text{nnoel}}(r, s, t)] \quad (4.3)$$

representa a matriz de funções de interpolação, que contém as funções de interpolação N_i definidas em função do tipo de elemento finito, e,

$$\hat{\mathbf{h}} = \begin{Bmatrix} h \\ \dots \\ h_{\text{nnoel}} \end{Bmatrix} \quad (4.4)$$

é o vetor de carga de pressão nodal, adotada como variável primária do problema; e nnoel é o número de nós do elemento finito considerado.

As funções de interpolação são as funções que aproximam a incógnita do problema dentro do domínio do elemento. O domínio do elemento finito, por sua vez, também pode ser aproximado por funções de forma que considerando uma formulação isoparamétrica, pode ser definida como a mesma função de interpolação.

As funções de forma e/ou interpolação são definidas no sistema de coordenada natural (r,s,t) (N 2017). Para a transformação das coordenadas do sistema global (x,y,z) em coordenadas do sistema natural (r,s,t) é utilizada a matriz Jacobiana definida como:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial z}{\partial r} \\ \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} & \frac{\partial z}{\partial s} \\ \frac{\partial x}{\partial t} & \frac{\partial y}{\partial t} & \frac{\partial z}{\partial t} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

As coordenadas locais x , y , z são definidas em termos das coordenadas dos pontos nodais do elemento, adotando o conceito de elemento isoparamétrico, fazendo:

$$\mathbf{x} = \mathbf{N}\hat{\mathbf{x}} \quad (4.6)$$

em que:

$$\mathbf{x} = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} \quad (4.7)$$

$$\hat{\mathbf{x}} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ \dots \\ x_{\text{nnoel}} \\ y_{\text{nnoel}} \\ z_{\text{nnoel}} \end{Bmatrix} \quad (4.8)$$

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} N_1(r,s,t) & 0 & 0 & N_{\text{nnoel}}(r,s,t) & 0 & 0 \\ 0 & N_1(r,s,t) & 0 & 0 & N_{\text{nnoel}}(r,s,t) & 0 \\ 0 & 0 & N_1(r,s,t) & 0 & 0 & N_{\text{nnoel}}(r,s,t) \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

A escolha do tipo de elemento e a quantidade de elementos usados em uma análise pelo MEF depende da forma física do corpo em condições reais do carregamento, além de depender de quão preciso o analista quer que o resultado seja (LOGAN, 2012). Quanto mais discretizado, mais precisa será a resposta e elementos de ordem superior aumentam a precisão de resposta.

Usando a aproximação indicada na Equação 4.2, obtém-se um resíduo proveniente das aproximações feitas para o uso do MEF da Equação 4.1 dado por:

$$\mathbf{R}(\hat{\mathbf{h}}) = \nabla^T (\mathbf{k} \nabla \mathbf{N} \hat{\mathbf{h}}) \neq 0 \text{ em } V_e \quad (4.10)$$

Segundo Logan (2012) e Bathe (2014), os métodos de resíduos ponderados são muito úteis para o desenvolvimento das equações dos elementos. Esses métodos permitem que o MEF seja aplicado diretamente em qualquer tipo de equação diferencial. O método de Galerkin é um dos métodos de resíduos ponderados mais utilizados. Nesse método, a solução aproximada é imposta diretamente na integral ponderada e a função peso é igual a função de aproximação.

Para a solução dos problemas propostos neste trabalho será utilizado o método de Galerkin. Com isso têm-se que:

$$\int_{V_e} \mathbf{N}^T \mathbf{R}(\hat{\mathbf{h}}) dV_e = \int_{V_e} \mathbf{N}^T \nabla^T (\mathbf{k} \nabla \mathbf{N} \hat{\mathbf{h}}) dV_e = 0 \quad (4.11.a)$$

ou ainda,

$$\int_{V_e} (\nabla \mathbf{N}^T) (\mathbf{k} \nabla \mathbf{N}) \hat{\mathbf{h}} dV_e = 0 \quad (4.11.b)$$

Integrando-se a Equação 4.11.b por partes, tem-se que:

$$-\int_{V_e} (\nabla \mathbf{N}^T) \mathbf{k} (\nabla \mathbf{N}) \hat{\mathbf{h}} dV_e + \int_{S_e} \mathbf{N}^T \mathbf{k} (\nabla \mathbf{N}) \hat{\mathbf{h}} \mathbf{n} dS_e = 0 \quad (4.12)$$

ou ainda,

$$\int_{V_e} (\nabla \mathbf{N})^T \mathbf{k} (\nabla \mathbf{N}) \hat{\mathbf{h}} dV_e = \int_{S_e} \mathbf{N}^T \mathbf{v}_n dS_e \quad (4.13)$$

em que $\mathbf{v}_n$ é o vetor de fluxo na superfície.

A Equação 4.13 pode ser reescrita na forma matricial como:

$$\mathbf{H}_e \hat{\mathbf{h}} = \mathbf{Q}_e \quad (4.14)$$

em que $\mathbf{H}_e$ corresponde a matriz de fluxo definida como:

$$\mathbf{H}_e = \int_{V_e} (\nabla \mathbf{N})^T \mathbf{k} (\nabla \mathbf{N}) dV_e \quad (4.15.a)$$

onde $\nabla \mathbf{N}$ é a matriz $\mathbf{B}$; e, $\mathbf{Q}_e$ é o vetor de fluxo nodal atuando no elemento, definido como:

$$\mathbf{Q}_e = \int_{S_e} \mathbf{N}^T \mathbf{v}_n dS_e \quad (4.15.b)$$

A matriz $\mathbf{B}$ relaciona os gradientes hidráulicos com a carga hidráulica como mostrado a seguir:

$$\mathbf{i} = \nabla \mathbf{N} \hat{\mathbf{h}} = \mathbf{B} \hat{\mathbf{h}} \quad (4.16)$$

A matriz $\mathbf{B}$ é obtida a partir do produto do vetor dos operadores diferenciais (∇) pelo vetor contendo as funções de interpolação, N_i . No caso tridimensional têm-se que:

$$\mathbf{B}_{3 \times n_{noel}} = \nabla_{3 \times 1} \mathbf{N}_{n_{noel}} \quad (4.17)$$

em que nnoel é o número de nós do elemento finito considerado.

A partir do exposto anteriormente chega-se a matriz **B**:

$$\mathbf{B}_{3 \times nnoel} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1(r,s,t)}{\partial x} & \cdots & \frac{\partial N_{nnoel}(r,s,t)}{\partial x} \\ \frac{\partial N_1(r,s,t)}{\partial y} & \cdots & \frac{\partial N_{nnoel}(r,s,t)}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1(r,s,t)}{\partial z} & \cdots & \frac{\partial N_{nnoel}(r,s,t)}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

Em que cada elemento da matriz **B** pode ser obtido fazendo:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N_{nnoel}(r,s,t)}{\partial x} \\ \frac{\partial N_{nnoel}(r,s,t)}{\partial y} \\ \frac{\partial N_{nnoel}(r,s,t)}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial r}{\partial x} & \frac{\partial s}{\partial x} & \frac{\partial t}{\partial x} \\ \frac{\partial r}{\partial y} & \frac{\partial s}{\partial y} & \frac{\partial t}{\partial y} \\ \frac{\partial r}{\partial z} & \frac{\partial s}{\partial z} & \frac{\partial t}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (4.19.a)$$

e

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N_i(r,s,t)}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i(r,s,t)}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i(r,s,t)}{\partial z} \end{bmatrix} = \mathbf{J}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i(r,s,t)}{\partial r} \\ \frac{\partial N_i(r,s,t)}{\partial s} \\ \frac{\partial N_i(r,s,t)}{\partial t} \end{bmatrix} \quad (4.19.b)$$

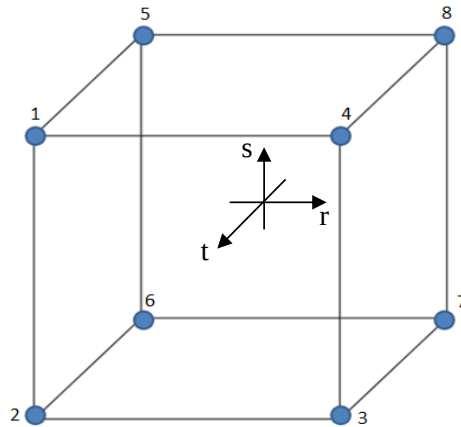
sendo que $\mathbf{J}^{-1}$ é a inversa da matriz Jacobiana, já descrita anteriormente. Os coeficientes da matriz **B** são obtidos com maior facilidade fazendo o uso do inverso da matriz Jacobiana.

Após a definição da matriz **B**, é possível definir os coeficientes da matriz **H**, que relaciona a carga hidráulica total com o fluxo aplicado. A matriz **H**, quando se trata de um problema tridimensional, é definida pela Equação 4.20 a seguir.

$$\mathbf{H}_{e \text{ nnoel} \times \text{nnoel}} = \int_{V_e} \mathbf{B}_{\text{nnoel} \times 3}^T \mathbf{k}_{3 \times 3} \mathbf{B}_{3 \times \text{nnoel}} dV_e \quad (4.20)$$

5 ELEMENTO FINITO ADOTADO

Neste trabalho o elemento finito implementado para análise do fluxo tridimensional foi o C8. O elemento C8 é constituído por oito pontos nodais, tal como ilustrado na Figura 5.1.



nó ANLOG 1 (-1,1,1)
 nó ANLOG 2 (-1,-1,1)
 nó ANLOG 3 (1,-1,1)
 nó ANLOG 4 (1,1,1)
 nó ANLOG 5 (-1,1,-1)
 nó ANLOG 6 (-1,-1,-1)
 nó ANLOG 7 (1,-1,-1)
 nó ANLOG 8 (1,1,-1)

Conectividade: 1 2 3 4 5 6 7 8

Figura 5.1 – Elemento finito cúbico de oito pontos nodais C8 – ANLOG

Relacionado ao elemento finito C8 têm-se as seguintes funções de interpolação de acordo com Nogueira (2016):

$$N_1(r, s, t) = 0.125(1-r)(1+s)(1+t) \quad (5.1.a)$$

$$N_2(r, s, t) = 0.125(1-r)(1-s)(1+t) \quad (5.1.b)$$

$$N_3(r, s, t) = 0.125(1+r)(1-s)(1+t) \quad (5.1.c)$$

$$N_4(r, s, t) = 0.125(1+r)(1+s)(1+t) \quad (5.1.d)$$

$$N_5(r, s, t) = 0.125(1-r)(1+s)(1-t) \quad (5.1.e)$$

$$N_6(r, s, t) = 0.125(1-r)(1-s)(1-t) \quad (5.1.f)$$

$$N_7(r, s, t) = 0.125(1+r)(1-s)(1-t) \quad (5.1.g)$$

$$N_8(r, s, t) = 0.125(1+r)(1+s)(1-t) \quad (5.1.h)$$

em que r, s, t são as coordenadas cartesianas do sistema de coordenada natural do elemento.

A matriz das funções de interpolação, para o caso tridimensional é definida como:

$$N_{1 \times 8} = [N_1(r, s, t) \quad \dots \quad N_8(r, s, t)] \quad (5.2)$$

As derivadas de cada função de interpolação (N_i) em relação às coordenadas cartesianas devem ser definidas usando a regra da cadeia, fazendo:

$$\frac{\partial N_i(r,s,t)}{\partial x} = \frac{\partial N_i}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial x} \quad (5.3.a)$$

$$\frac{\partial N_i(r,s,t)}{\partial y} = \frac{\partial N_i}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial y} + \frac{\partial N_i}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial y} + \frac{\partial N_i}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial y} \quad (5.3.b)$$

$$\frac{\partial N_i(r,s,t)}{\partial z} = \frac{\partial N_i}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial z} + \frac{\partial N_i}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial z} + \frac{\partial N_i}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial z} \quad (5.3.c)$$

As parcelas das derivadas da função de interpolação em relação às coordenadas cartesianas naturais são conhecidas e são apresentadas para o elemento C8 na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 – Derivadas das funções de interpolação do elemento C8

Ponto	$\frac{\partial N_i}{\partial r}$	$\frac{\partial N_i}{\partial s}$	$\frac{\partial N_i}{\partial t}$
1	$-0.125(1+s)(1+t)$	$0.125(1-r)(1+t)$	$0.125(1-r)(1+s)$
2	$-0.125(1-s)(1+t)$	$-0.125(1-r)(1+t)$	$0.125(1-r)(1-s)$
3	$0.125(1-s)(1+t)$	$-0.125(1+r)(1+t)$	$0.125(1+r)(1-s)$
4	$0.125(1+s)(1+t)$	$0.125(1+r)(1+t)$	$0.125(1+r)(1+s)$
5	$-0.125(1+s)(1-t)$	$0.125(1-r)(1-t)$	$-0.125(1-r)(1+s)$
6	$-0.125(1-s)(1-t)$	$-0.125(1-r)(1-t)$	$-0.125(1-r)(1-s)$
7	$0.125(1-s)(1-t)$	$-0.125(1+r)(1-t)$	$-0.125(1+r)(1-s)$
8	$0.125(1+s)(1-t)$	$0.125(1+r)(1-t)$	$-0.125(1+r)(1+s)$

O volume elementar utilizado na integração da matriz de fluxo $\mathbf{H}$, Equação 4.20, pode ser escrito em termos das coordenadas naturais tal como:

$$dV = \det \mathbf{J} dr ds dt \quad (5.4)$$

Assim, a matriz de fluxo de cada elemento pode ser obtida pela seguinte integral tripla no espaço das coordenadas naturais:

$$\mathbf{H}_{e_{8 \times 8}} = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \mathbf{B}^T_{8 \times 3} \mathbf{k}_{3 \times 3} \mathbf{B}_{3 \times 8} \det \mathbf{J} dr ds dt \quad (5.5)$$

A integral expressa pela Equação 5.5 é resolvida numericamente através do método da quadratura de Gauss, fazendo:

$$\mathbf{H}_{e_{8 \times 8}} = \sum_{i=1}^{n_{\text{gauss}}} \alpha_{r_i} \alpha_{s_i} \alpha_{t_i} \mathbf{F}(r_i, s_i, t_i) \quad (5.6)$$

onde

$$\mathbf{F}(r_i, s_i, t_i) = \mathbf{B}_{8 \times 3}^T \mathbf{k}_{3 \times 3} \mathbf{B}_{8 \times 3} \det \mathbf{J} \quad (5.7)$$

em que n_{gauss} é o número de pontos de Gauss adotado na integração numérica r_i , s_i e t_i são as coordenadas dos pontos de Gauss e, α_{r_i} , α_{s_i} e α_{t_i} são os pesos de Gauss. Os pesos e as coordenadas dos pontos de Gauss são apresentados na Tabela 5.2.

Da mesma forma, o vetor de vazão prescrita pode ser obtido pela seguinte integral dupla no espaço das coordenadas naturais:

$$\mathbf{Q}_{8 \times 1} = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \mathbf{N}_{8 \times 1}^T \mathbf{v}_{n1 \times 1} \det \mathbf{J} dr ds \quad (5.8)$$

A integral expressa pela Equação 5.8 é resolvida numericamente através do método da quadratura de Gauss, fazendo:

$$\mathbf{Q}_{e8 \times 1} = \sum_{i=1}^{n_{\text{gauss}}} \alpha_{r_i} \alpha_{s_i} \mathbf{F}(r_i, s_i, 1) \quad (5.9)$$

onde

$$\mathbf{F}(r_i, s_i, 1) = \mathbf{N}_{n_{\text{noel}} \times 1}^T \mathbf{v}_{n1 \times 1} \det \mathbf{J} \quad (5.10)$$

6 O SOFTWARE GID®

O software GID® é um pré e pós processador universal, o qual foi desenvolvido para atender a diversas necessidades na área da simulação numérica, tais como modelagem geométrica, definição efetiva de dados de análise, geração de malhas, transferência de dados para softwares de análise, além de análise e visualização de resultados numérico. Neste trabalho o GID® foi utilizado como um gerador de malhas 3D, fornecendo as coordenadas e conectividades dos elementos 3D que serão utilizados pelo ANLOG para análise dos problemas de fluxo considerados. A versão utilizada é o GID® 14.0.

A Figura 6.1 apresenta o ambiente de trabalho do GID®, onde é possível ver as ferramentas utilizadas para a construção das malhas utilizadas neste trabalho.

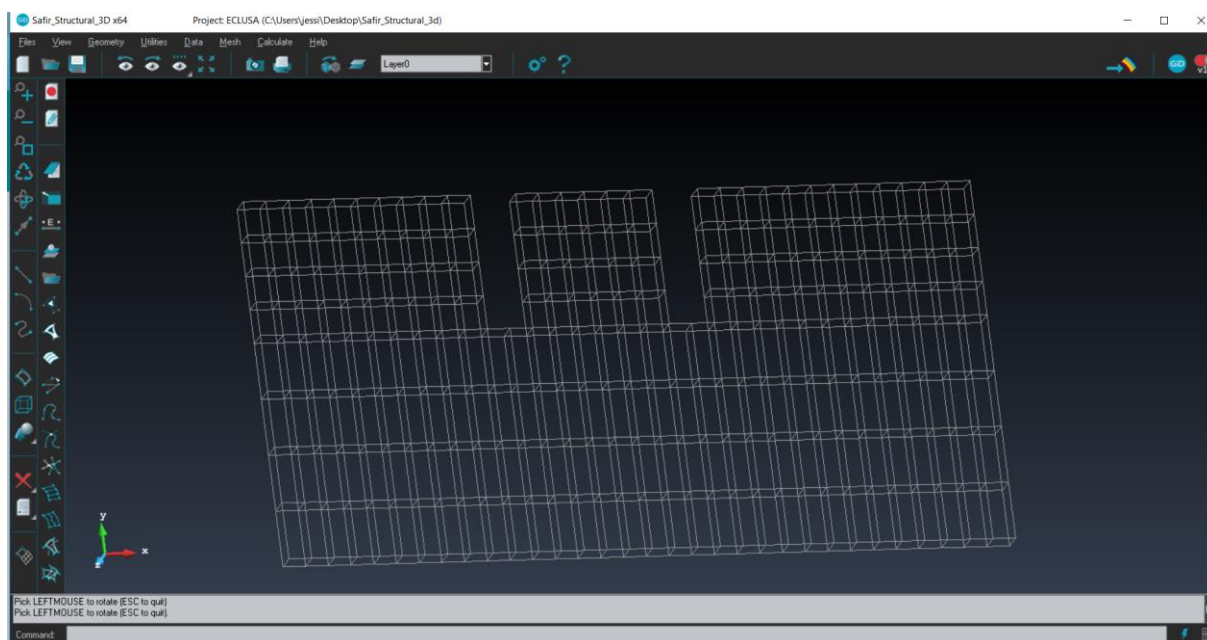


Figura 6.1 - GID®

O primeiro passo para geração da malha 3D com o GID® consiste na definição das coordenadas das linhas do sólido em que se deseja criar uma malha. Para isso usa-se a ferramenta localizada no canto esquerdo da tela “Create a line”. Assim que o usuário seleciona a ferramenta, o programa requisita o valor das coordenadas até que o desenho em duas dimensões é criado. A Figura 6.2 ilustra a ferramenta “Create a line”.



Figura 6.2 – Ferramenta do GID®, “Create a line”

Após definir o desenho em duas dimensões, é necessário criar uma superfície a partir das linhas definidas. Para isso é preciso selecionar a ferramenta, “Create NURBS surface”, representada na Figura 6.3, e em seguida, selecionar as linhas e apertar a tecla “ESC”.

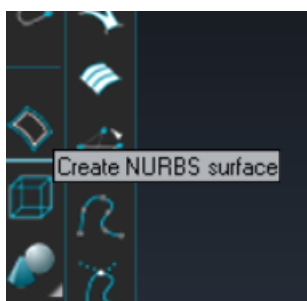


Figura 6.3 – Ferramenta do GID®, “Create NURBS surface”

Uma vez criada a superfície, o usuário deverá copiar as linhas já definidas para a criação de um sólido oco. Essa ação é possível através da ferramenta “Copy/Transform” que se encontra na parte superior da tela do GID®. É necessário informar na janela que se abre quais entidades (linhas, pontos, superfícies) se deseja copiar e na opção “Do extrude” selecionar “Surfaces” para que seja criado um sólido oco. Tal ferramenta está ilustrada na Figura 6.4.

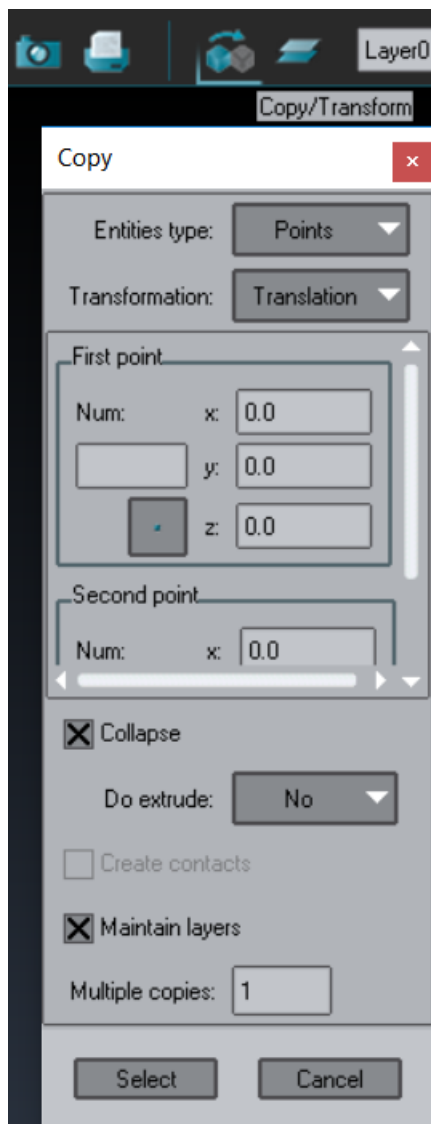


Figura 6.4 – Ferramenta do GID®, “Copy/Transform”

Para a criação do volume a partir do sólido oco criado basta selecionar a ferramenta “Create volume” e logo após selecionar o sólido e apertar “ESC”. A ferramenta “Create volume” segue ilustrada na Figura 6.5.

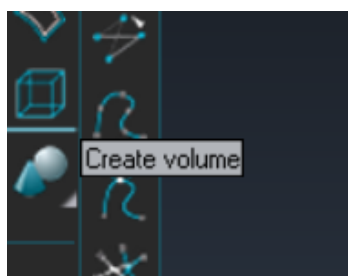


Figura 6.5 – Ferramenta do GID®, “Create volume”

Seguidos os passos citados anteriormente, já existe um volume com coordenadas definidas a partir do qual é possível a criação de uma malha tridimensional. No GID®, diversos

tipos de elementos são suportados (triângulos, quadriláteros, círculos, hexaedros, prismas, tetraedros ou esferas) considerando também diferentes graus de elementos: linear e quadrático. Várias ferramentas de edição permitem ao usuário ter controle total de qualquer tipo de malha. Para isso o usuário deve selecionar a ferramenta “Mesh”, representada na Figura 6.6, e selecionar as características da malha que melhor se encaixam para a situação. O primeiro critério a ser selecionado é a estruturação da malha, neste trabalho foram utilizadas as opções “Structured” (malhas estruturadas) e SemiStructured” (malhas híbridas), modelos de malhas estruturadas e semiestruturadas, que foram adequadas aos exemplos tridimensionais considerados. Tais opções estão apresentadas na Figura 6.7 Segundo Batista (2005), malhas estruturadas são caracterizadas por seus nós internos possuírem números constantes de elementos adjacentes, malhas não-estruturadas possuem nós internos com número de elementos adjacentes variável e malhas híbridas são resultados de combinações entre as duas anteriores, não possuindo assim características bem definidas. Os tipos de malha estão representados na Figura 6.8. Além disso, é preciso fornecer o número de células, que é o número de divisões a serem feitas, e também o tamanho dos elementos. Em seguida, deve-se escolher o tipo de elemento a ser utilizado selecionando a opção “Element type”, representada na Figura 6.9. Neste trabalho, o tipo de elemento usado para a criação das malhas dos exemplos foi o hexaedro.

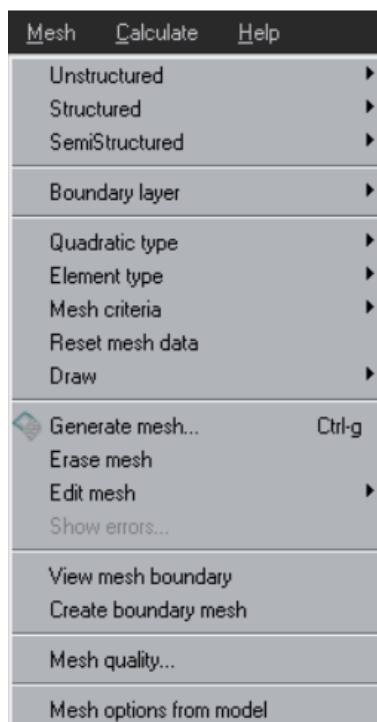


Figura 6.6 – Ferramenta do GID®, “Mesh”

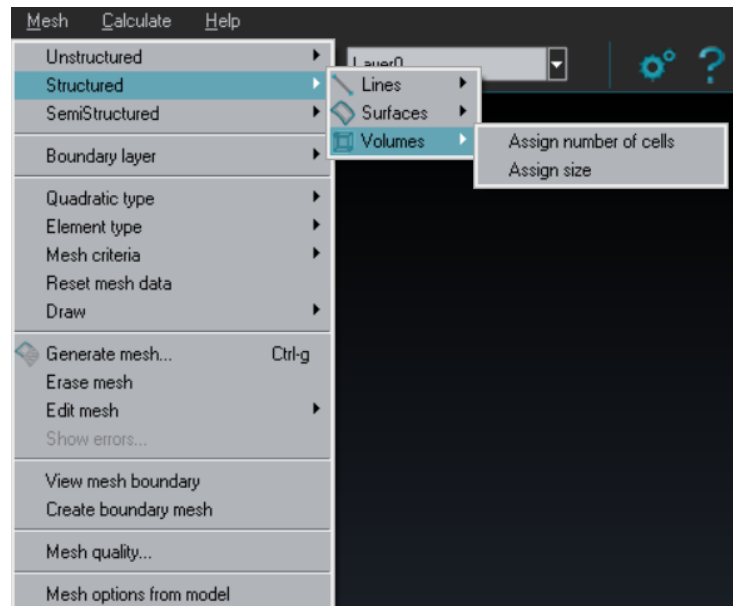


Figura 6.7 – Ferramenta do GID®, “Structured”

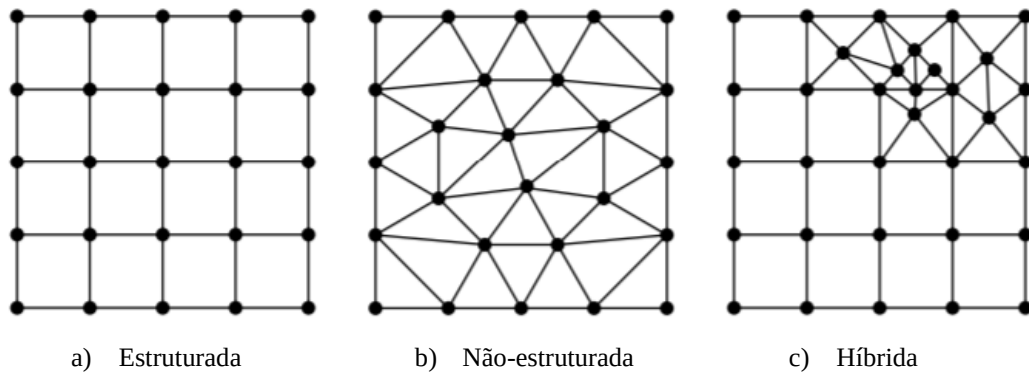


Figura 6.8 – Tipos de malhas (Batista, 2005)

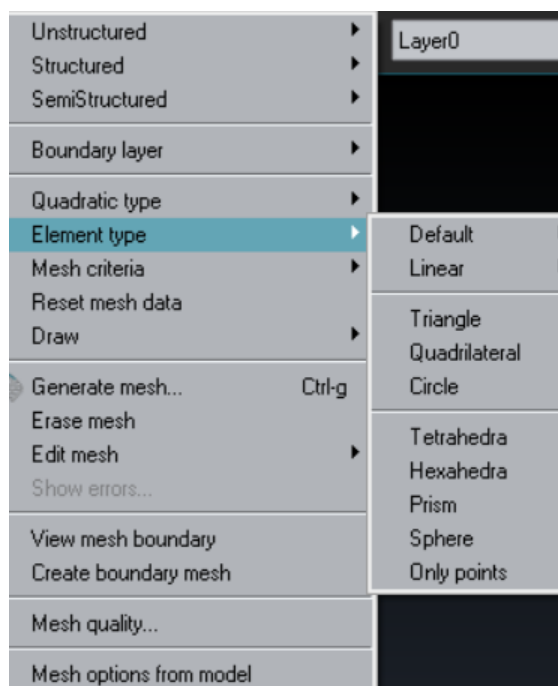


Figura 6.9 – Ferramenta do GID®, “Element type”

Ao finalizar a definição das características da malha, deve-se selecionar a opção “Generate mesh” para que a malha seja gerada. Logo após aparecerá uma janela, Figura 6.9, com informações a respeito da malha. Nesta janela, o usuário deverá selecionar o comando “View mesh” para que o programa apresente a malha que acaba de ser gerada. Logo em seguida a malha gerada aparecerá no ambiente de trabalho do GID®, como mostra a Figura 6.10.

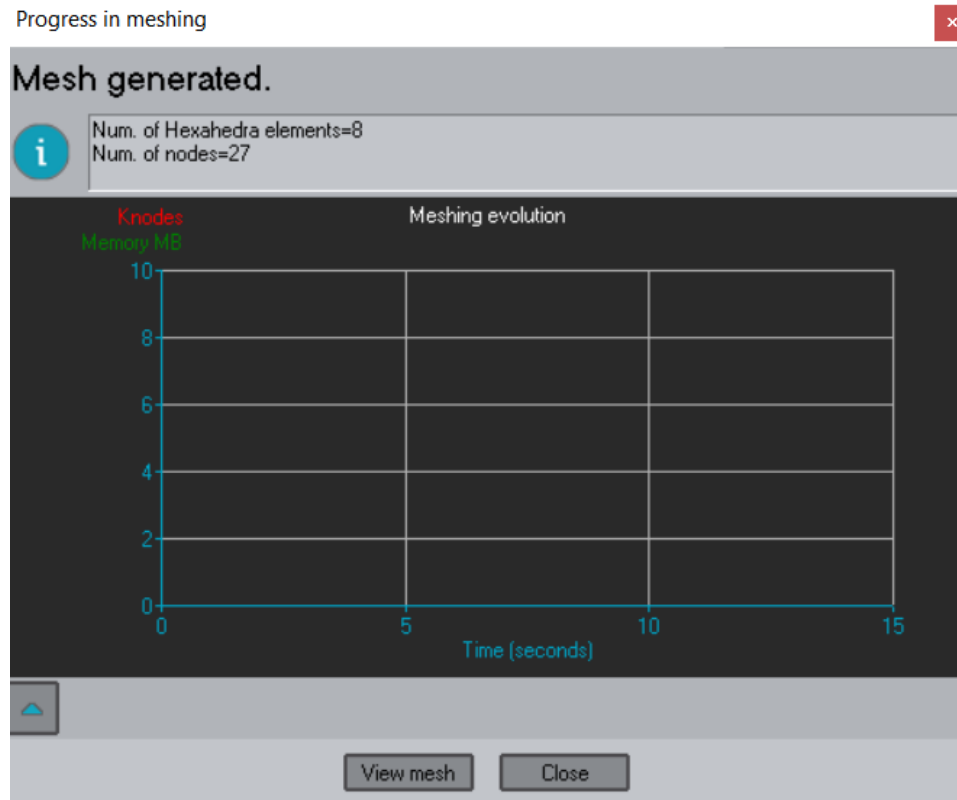


Figura 6.9 – Ferramenta do GID®, “Mesh Generate”

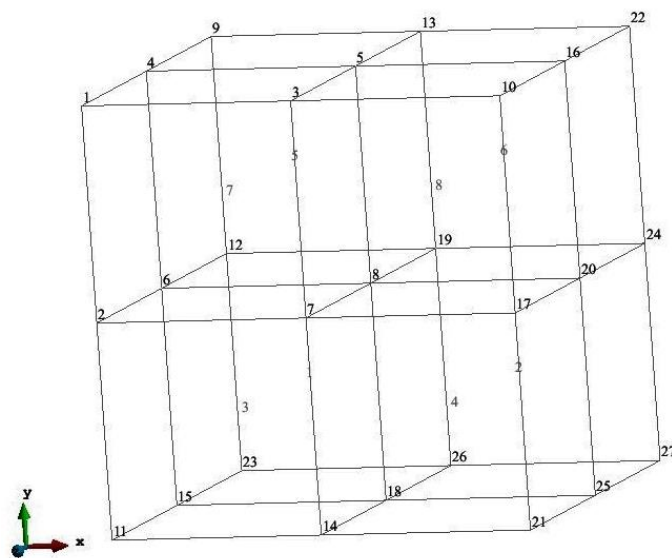


Figura 6.10 – Malha de elementos finitos estruturada gerada pelo GID® (8 elementos C8 e 27 pontos nodais)

7. O PROGRAMA ANLOG

O programa utilizado para a simulação de um problema de fluxo confinado em meio poroso em três dimensões foi o programa computacional ANLOG - Análise Não Linear de Obras Geotécnicas. Este programa é escrito em linguagem de programação FORTRAN e tem sido desenvolvido para análise numérica via MEF de problemas geotécnicos. Primeiramente, ele foi desenvolvido por Zornberg (1989) para análise de problemas mecânicos em equilíbrio estático. Posteriormente, uma nova versão do programa foi desenvolvida por Nogueira (1998) considerando análises de problemas com acoplamento entre fluxo e deformação. Em todas as versões do ANLOG é adotada a estrutura em macro comando. Neste trabalho a versão utilizada é a 2019, adaptada para análise de malhas tridimensionais como é o caso daquelas geradas pelo GID[®].

O programa ANLOG utiliza alguns arquivos de texto para comunicação com o usuário. O arquivo de dados, com nome de 6 caracteres e uma extensão .D, é editado pelo usuário e contém os macro comandos e os seus respectivos dados de entrada. Um macro comando é uma palavra chave utilizada para controlar a execução de blocos de rotinas que devem ser acionadas para realização de uma tarefa específica. Os dados geométricos da malha de elementos finitos (coordenadas e conectividades) podem ser fornecidos no próprio texto do arquivo .D ou podem ser lidos no arquivo com nome de 6 caracteres e uma extensão .NF (gerado pelo Mtool[®]) para análises bidimensionais; ou, no arquivo com nome de 6 caracteres e uma extensão .GID (editado a partir do arquivo com extensão .DAT gerado pelo GID[®]) para análises tridimensionais. Os resultados das análises são relatados num arquivo texto com extensão .OUT e/ou num arquivo texto com extensão .POS (no caso das análises 2D) que permite a visualização dos resultados no pós-processador Mtool[®].

O ANLOG contém uma série de macro comandos, os quais podem ser usados para definir diferentes processos construtivos, diferentes tipos de carregamento, diferentes condições iniciais entre outros que podem ser encontrados no Manual do ANLOG (2016). Neste trabalho foram utilizados os macros comandos DADOS, CCPRES, SOLVE e FEXEC.

O macro comando DADOS é responsável pela leitura dos dados geométricos (coordenadas e conectividades), materiais (modelos constitutivos e parâmetros) e condições de contorno. As condições de contorno, em termos da carga hidráulica total, deverão atender ao padrão definido na Tabela 7.1 identificando os pontos nodais com carga hidráulica incógnita, prescrita nula e prescrita diferente de zero. O CCPRES define os valores das cargas hidráulicas prescritas não nulas. O macro comando SOLVE tem o objetivo de resolver o sistema de equação

algébrico e o FEXEC tem função de finalizar a execução do ANLOG.

Tabela 7.1 – Código para as condições de contorno essenciais (Nogueira, 2016)

Código	Definição
0	Livre
1	Prescrito (nulo)
9	Prescrito (não nulo)

De acordo com Nogueira (2016), é importante ressaltar que algumas variáveis (fornecidas pelo arquivo com extensão .D) têm um caráter fundamental na definição do fluxo que o código deve seguir. Dentre elas podemos citar: LLACOP, utilizada para identificar o tipo de análise (no caso de problemas de fluxo em meio saturado esta variável é definida como 3 (três); LLTYPE serve para identificar o tipo de estado de deformação/fluxo do problema (no caso tridimensional esta variável é feita igual a 4); LLGLOB identifica o tipo de matriz característica global a ser armazenada, no caso do problema de fluxo a matriz de fluxo H é armazenada na forma completa ou cheia e, portanto, esta variável é feita igual a 1 (um); LLSIM controla a simetria da matriz característica global, no trabalho em questão foi utilizada a matriz simétrica (LLSIM=3); LGAUS identifica o ponto de avaliação das variáveis secundárias, considerou-se a avaliação no ponto de Gauss, ou seja, LGAUS igual a 1 (um).

Além disso, devem ser identificadas variáveis como o número de pontos nodais (NPOIN); o número de elementos finitos (NELEM) existentes na malha; o número de diferentes tipos de materiais (NMATS) e a dimensão do problema (NDIM).

Como dito anteriormente, o ANLOG fornece a opção de leitura de dados das coordenadas e conectividades através dos arquivos .NF ou .GID. A variável LLGERA faz o controle deste fluxo de modo que para a leitura dos dados 3D esta variável é feita igual a 4 (quatro). Os Quadros 7.1 e 7.2 exemplificam os arquivos com extensão .D e .GID, respectivamente. A descrição das demais variáveis indicadas no quadro 7.1 pode ser obtida no manual do ANLOG (Nogueira, 2016).

Quadro 7.2 – Arquivo com extensão .GID utilizado pelo ANLOG

NODES											
NODE	1	0.0	0.0	0.0							
NODE	2	0.0	1.0	0.0							
NODE	3	1.0	0.0	0.0							
NODE	4	1.0	1.0	0.0							
NODE	5	2.0	0.0	0.0							
NODE	6	2.0	1.0	0.0							
NODE	7	3.0	0.0	0.0							
NODE	8	3.0	1.0	0.0							
NODE	9	4.0	0.0	0.0							
NODE	10	4.0	1.0	0.0							
NODE	11	5.5	0.0	0.0							
NODE	12	5.5	1.0	0.0							
NODE	13	7.0	0.0	0.0							
NODE	14	7.0	1.0	0.0							
NODE	15	8.5	0.0	0.0							
NODE	16	8.5	1.0	0.0							
NODE	17	10.0	0.0	0.0							
NODE	18	10.0	1.0	0.0							
NODE	19	12.0	0.0	0.0							
NODE	20	12.0	1.0	0.0							
NODE	21	14.0	0.0	0.0							
NODE	22	14.0	1.0	0.0							
NODE	23	16.0	0.0	0.0							
NODE	24	16.0	1.0	0.0							
NODE	25	18.0	0.0	0.0							
NODE	26	18.0	1.0	0.0							
NODE	27	0.0	0.0	1.0							
NODE	28	0.0	1.0	1.0							
NODE	29	1.0	0.0	1.0							
NODE	30	1.0	1.0	1.0							
NODE	31	2.0	0.0	1.0							
NODE	32	2.0	1.0	1.0							
NODE	33	3.0	0.0	1.0							
NODE	34	3.0	1.0	1.0							
NODE	35	4.0	0.0	1.0							
NODE	36	4.0	1.0	1.0							
NODE	37	5.5	0.0	1.0							
NODE	38	5.5	1.0	1.0							
NODE	39	7.0	0.0	1.0							
NODE	40	7.0	1.0	1.0							
NODE	41	8.5	0.0	1.0							
NODE	42	8.5	1.0	1.0							
NODE	43	10.0	0.0	1.0							
NODE	44	10.0	1.0	1.0							
NODE	45	12.0	0.0	1.0							
NODE	46	12.0	1.0	1.0							
NODE	47	14.0	0.0	1.0							
NODE	48	14.0	1.0	1.0							
NODE	49	16.0	0.0	1.0							
NODE	50	16.0	1.0	1.0							
NODE	51	18.0	0.0	1.0							
NODE	52	18.0	1.0	1.0							
ELEM_C8											
ELEM	1	1	3	4	2	27	29	30	28	0	0
ELEM	2	3	5	6	4	29	31	32	30	0	0
ELEM	3	5	7	8	6	31	33	34	32	0	0
ELEM	4	7	9	10	8	33	35	36	34	0	0
ELEM	5	9	11	12	10	35	37	38	36	0	0
ELEM	6	11	13	14	12	37	39	40	38	0	0
ELEM	7	13	15	16	14	39	41	42	40	0	0
ELEM	8	15	17	18	16	41	43	44	42	0	0
ELEM	9	17	19	20	18	43	45	46	44	0	0
ELEM	10	19	21	22	20	45	47	48	46	0	0
ELEM	11	21	23	24	22	47	49	50	48	0	0
ELEM	12	23	25	26	24	49	51	52	50	0	0

8. PROBLEMAS DE FLUXO EM MEIO ISOTRÓPICO E SATURADO

Serão apresentados cinco exemplos com o objetivo de ilustrar o fenômeno do processo de fluxo em meio isotrópico ($k_x=k_y=k_z=k$), saturado confinado a fim de verificar a representatividade dos resultados de análises tridimensionais a partir de resultados previamente obtidos a partir de análises bidimensionais (Cordeiro, 2012). A Figura 8.1 apresenta um resumo esquemático com os problemas a serem abordados.

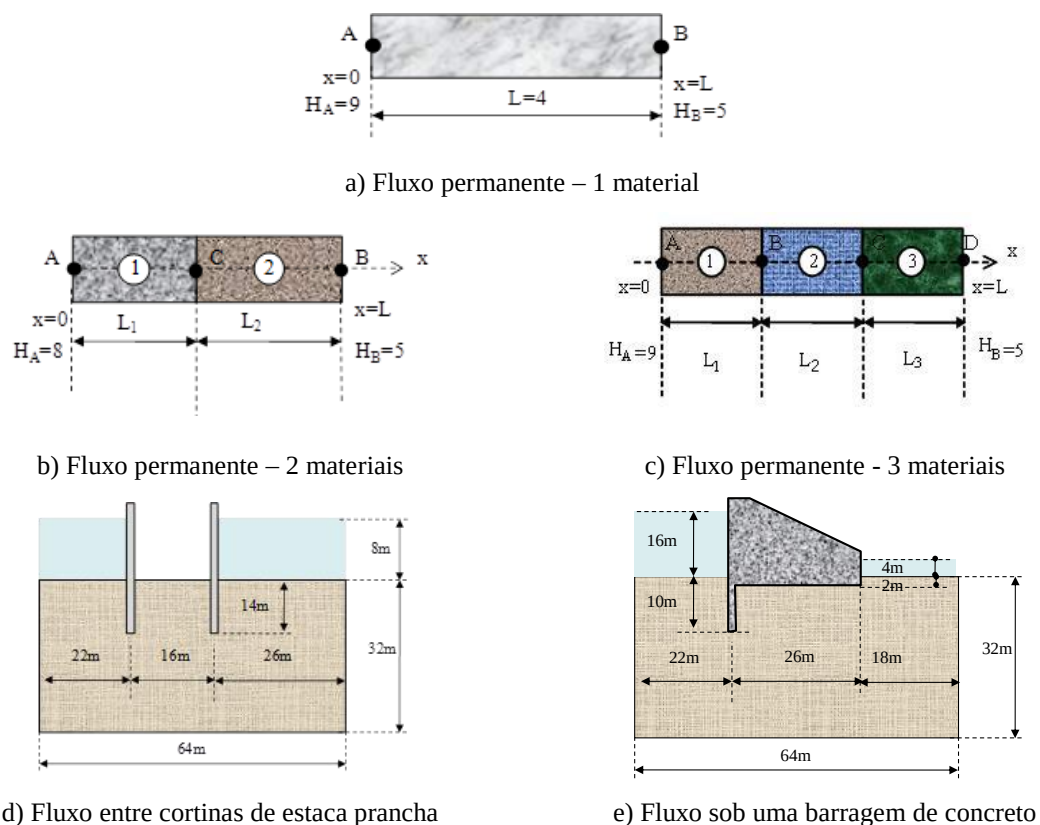


Figura 8.1 – Fluxo confinado em meio poroso saturado (Cordeiro, 2012)

8.1. Fluxo em meio poroso homogêneo e saturado

Neste primeiro exemplo, analisa-se o fluxo em condições bidimensionais numa amostra homogênea de solo de comprimento L igual a 4 m, constituída por um material com condutividade hidráulica saturada (k) igual a 10^{-3} m/s e submetida a uma diferença de carga total de 4 m. A Figura 8.2 ilustra a malha de elementos finitos adotada e a Tabela 8.1 apresenta os resultados obtidos em termos de carga hidráulica tanto na análise 2D quanto pela análise 3D.

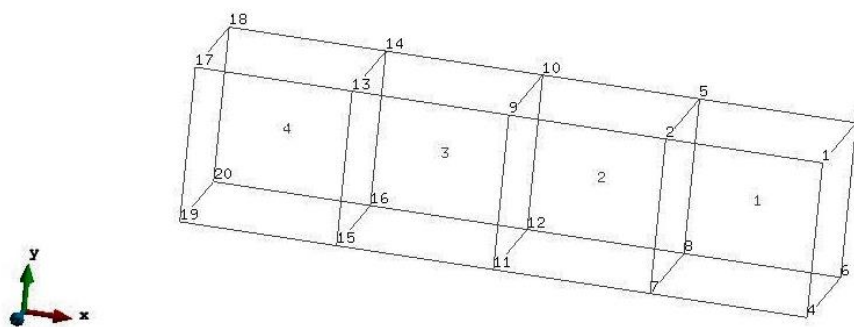


Figura 8.2 – Malha de elementos finitos (4 elementos C8 e 20 pontos nodais)

Tabela 8.1 – Carga hidráulica, h(m)

x(m)	Análise 2D	Análise 3D
0.0	9.0	9.0
1.0	8.0	8.0
2.0	7.0	7.0
3.0	6.0	6.0
4.0	5.0	5.0

A Tabela 8.2 apresenta os resultados obtidos em termos da velocidade de fluxo ao longo da direção x da camada de fluxo, como é possível notar ambas as análises fornecem resultados iguais. A primeira coluna apresenta os dados obtidos a partir da análise bidimensional e a terceira coluna apresenta os dados obtidos a partir do trabalho em questão. Como esperado, os resultados da velocidade dependem da condutividade hidráulica, visto que o gradiente hidráulico ao longo da amostra de solo é a mesma.

Tabela 8.2 – Velocidade de fluxo, v (m/s)

Trecho (m)	Análise 2D	Análise 3D
0-1	10^{-3}	10^{-3}
1-2	10^{-3}	10^{-3}
2-3	10^{-3}	10^{-3}
3-4	10^{-3}	10^{-3}
0-4	10^{-3}	10^{-3}

8.2. Fluxo em meio poroso estratificado e saturado

No segundo exemplo analisa-se o fluxo em condições unidimensionais numa uma amostra heterogênea constituída por dois materiais diferentes e comprimentos iguais ($L_1=L_2$) a 3 m cada e submetida a uma diferença de carga total de 3 m. O primeiro material apresenta uma

condutividade hidráulica saturada de 10^{-3} m/s enquanto o segundo apresenta uma condutividade hidráulica saturada de 0.5×10^{-3} m/s. A Figura 8.3 ilustra a malha de elementos finitos adotada e a Figura 8.4 apresenta os resultados obtidos em termos de carga hidráulica, os pontos pertencem a análise tridimensional e a linha que passa pelos pontos, à análise bidimensional notando-se assim que ambas as análises possuem resultados bem próximos. Na Tabela 8.3, os resultados em termos de velocidade de fluxo obtidos a partir da análise bidimensional e tridimensional são comparados, mostrando que os resultados para as duas análises são os mesmos.

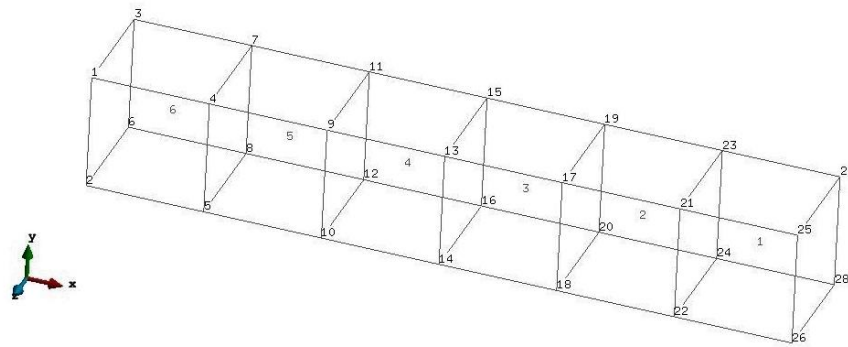


Figura 8.3 – Malha de elementos finitos (6 elementos C8 e 28 pontos nodais)

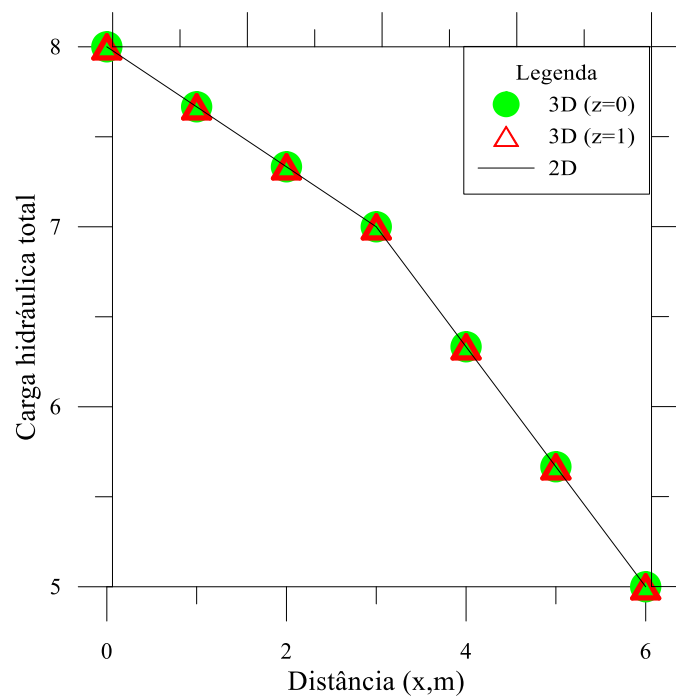


Figura 8.4 – Carga hidráulica, h (m)

Tabela 8.3 – Velocidade de fluxo, v (m/s)

Trecho (m)	Análise 2D	Análise 3D
0-3	0.00033	0.00033
3-6	0.00033	0.00033

8.3. Fluxo em meio poroso estratificado e saturado – 3 materiais

Neste item, analisou-se o fluxo através de uma camada de solo estratificada constituída por três distintos materiais e comprimentos iguais ($L_1=L_2=L_3$) a 4 m, como ilustrado na Figura 8.1c. A amostra de solo está submetida a uma diferença de carga total de 4 m. Os valores de condutividade hidráulica saturada adotados para cada tipo de solo encontram-se na Tabela 8.4. A Figura 8.5 apresenta a malha de elementos utilizada neste exemplo e a Figura 8.6 apresenta a comparação entre os valores em termos de carga hidráulica total obtidos nas análises em duas e três dimensões, os resultados obtidos nas duas análises possuem boa concordância como é possível perceber ao visualizar a linha que corresponde à análise bidimensional passar pelos pontos que correspondem aos resultados da análise tridimensional. A Tabela 8.5 apresenta os resultados obtidos em termos da velocidade de fluxo ao longo da direção x da camada de solo, que são iguais para as análises em duas e três dimensões.

Tabela 8.4 – Valores de condutividade hidráulica saturada de acordo com o tipo de solo

Solo	k (m/s)
Solo 1	0.02
Solo 2	0.01
Solo 3	0.04

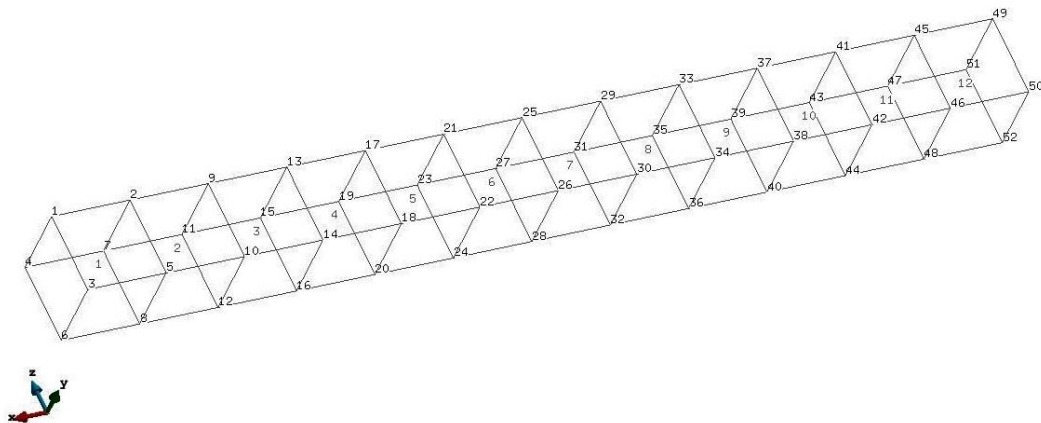


Figura 8.5 – Malha de elementos finitos (12 elementos C8 e 52 pontos nodais)

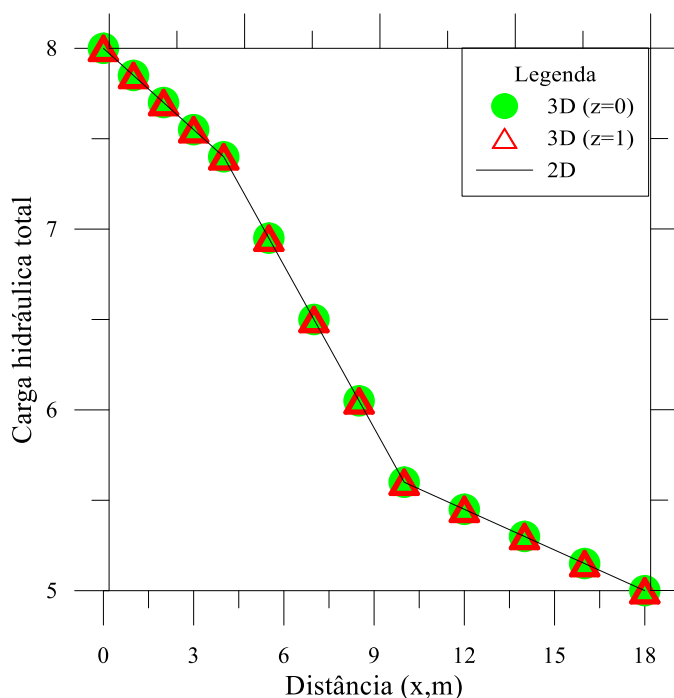


Figura 8.6 – Carga hidráulica, h(m)

Tabela 8.5 – Velocidade de fluxo, v (m/s)

Trecho	Análise 2D	Análise 3D
0-4	0.003	0.003
4-8	0.003	0.003
8-12	0.003	0.003

8.4 Fluxo em meio poroso saturado – Eclusa

Neste item apresenta-se o problema do fluxo numa eclusa definida como uma obra da engenharia hidráulica que tem como função facilitar o transporte de embarcações em canais com diferenças de altitudes. Na Figura 8.1d, existem duas estacas pranchas que dão origem à eclusa a ser analisada. A diferença de carga total entre as superfícies do terreno no interior e exterior da eclusa é de oito metros. As Figuras 8.7 e 8.8 ilustram a malha de elementos finitos utilizada na análise de fluxo realizada constituída por duzentos e sessenta e quatro elementos e seiscentos e trinta pontos nodais. O valor de condutividade hidráulica saturada adotado foi de $4 \times 10^{-3} \text{ m/s}$. A Figura 8.9 apresenta a variação de carga hidráulica total ao longo de duas verticais indicadas na Figura 8.7 (para $x=20 \text{ m}$ e $x=24 \text{ m}$) para análises bi e tridimensional.

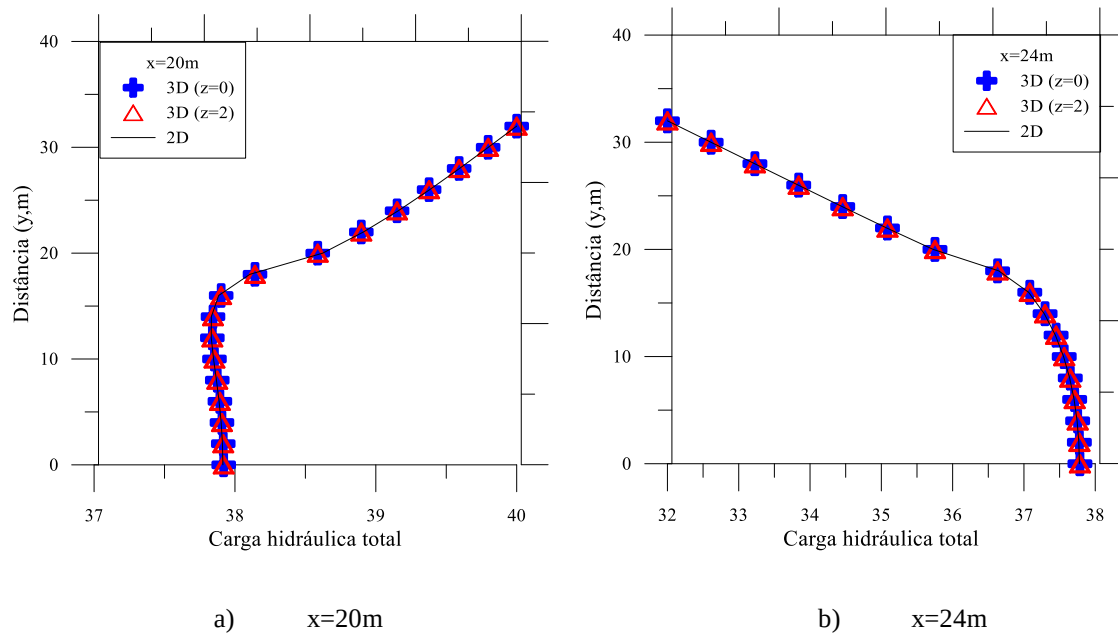


Figura 8.9 – Carga hidráulica total análise 2D e 3D, h (m)

Comparando os resultados obtidos nas análises bi e tridimensionais, tanto para $x=20\text{m}$ quanto para $x=24\text{m}$, é possível perceber que os resultados obtidos são bem próximos. É possível visualizar que a linha pertencente à análise bidimensional passa por todos os pontos que representam os resultados obtidos através da análise tridimensional.

8.5 Fluxo em meio poroso saturado – Barragem de concreto

Neste exemplo, a análise do fluxo tridimensional foi realizada através da fundação da barragem de concreto ilustrada na Figura 8.1e. As Figuras 8.10 e 8.11 apresentam a malha, não estruturada, de elementos finitos adotada neste exemplo. A condutividade hidráulica saturada adotada para a realização das análises foi de $4 \times 10^{-3} \text{ m/s}$. As Figuras 8.12 e 8.13 apresentam, respectivamente, a distribuição da carga hidráulica total ao longo da vertical passando na extremidade a jusante da barragem ($x=48\text{m}$) e a distribuição de poro-pressão (subpressão) ao longo da base da barragem.

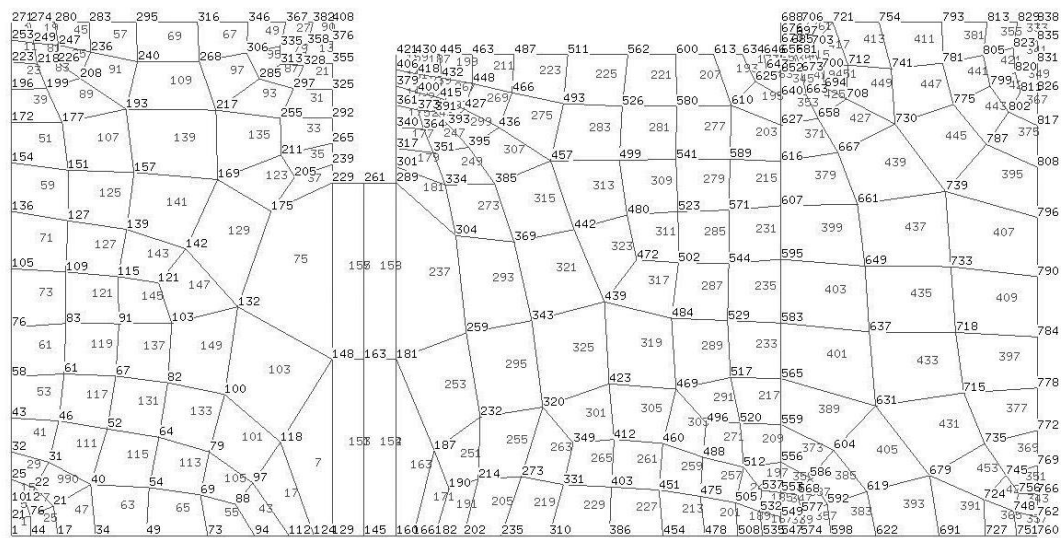


Figura 8.10– Malha de elementos finitos (454 elementos C8 e 840 pontos nodais)

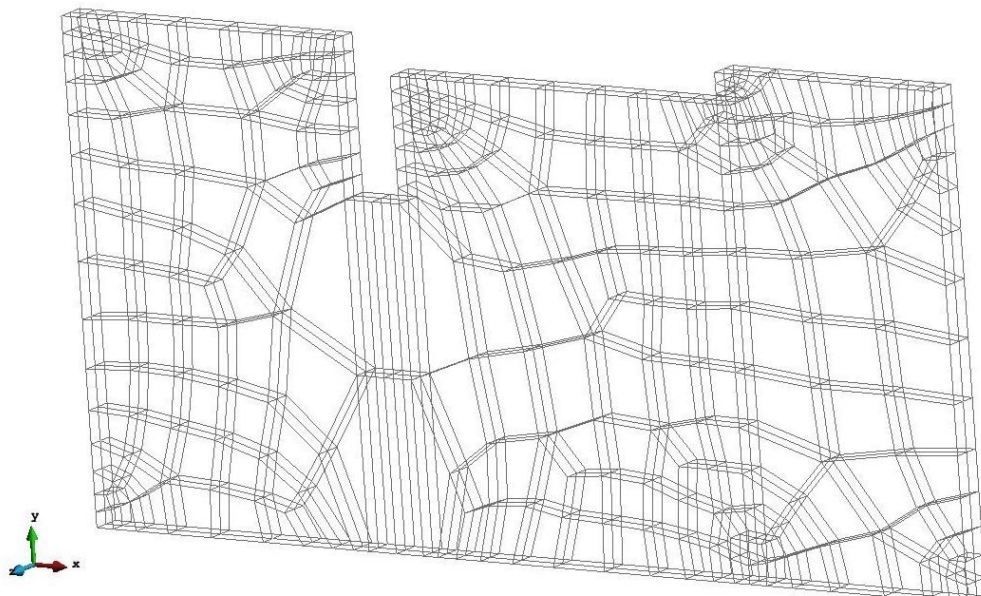


Figura 8.11 - Malha de elementos finitos – Barragem de concreto

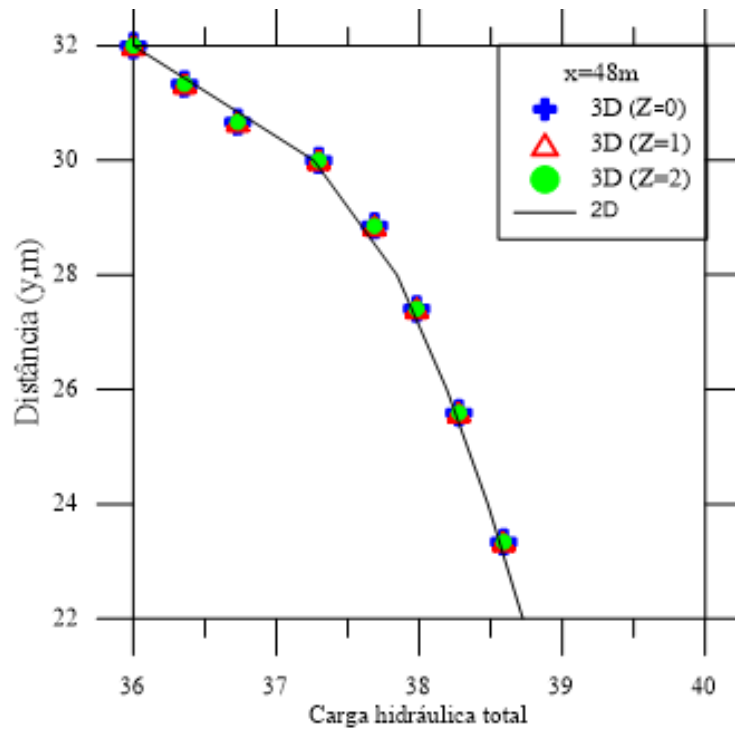


Figura 8.12 – Carga hidráulica total à jusante da barragem, h (m)

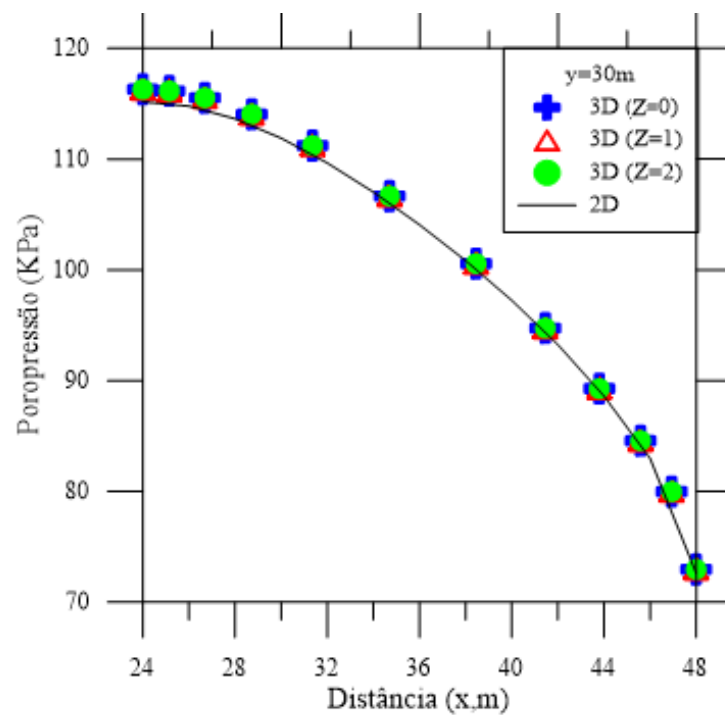


Figura 8.13 – Subpressão na base da barragem ($y=30m$)

É possível visualizar, nas Figuras 8.12 e 8.13, com facilidade que os resultados obtidos nas análises bi e tridimensionais são bem próximos, visto que a linha que corresponde aos resultados da análise bidimensional se aproxima dos pontos da análise tridimensional.

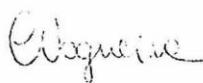
9. CONCLUSÃO

O desenvolvimento do presente estudo possibilitou a comparação entre os resultados obtidos em análises uni, bi e tridimensionais de problemas de fluxo confinado em meio poroso isotrópico e saturado. Os resultados obtidos nas análises tridimensionais concordam com os resultados dos problemas de fluxo em condição tipicamente uni e bidimensionais já conhecidos pela literatura. Com base computacional implementada e com o auxílio de um gerador de malhas 3D é possível resolver problemas em condições gerais no campo do problema de fluxo em condição saturada. A aplicação do programa ANLOG para situações, geométricas e de condição de contorno, gerais tipicamente tridimensionais deverá ser abordada num próximo trabalho de conclusão de curso.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Agência Nacional de Mineração (ANM), **Cadastro Nacional de Barragens na Mineração**. Disponível em: <<http://www.anm.gov.br/assuntos/barragens/pasta-cadastro-nacional-de-barragens-de-mineracao/cadastro-nacional-de-barragens-de-mineracao>> Acesso em: 11/03/2019.
- BATHE, K.J. (2004), **Finite Element Procedures in Engineering Analysis**, Pentice-Hall Inc. New Jersey.
- BATISTA, V.H.F. (2005), **Geração de Malhas Não-Estruturadas Tetraédricas Utilizando um Método de Avanço de Fronteira**, Departamento de Engenharia Civil, COPPE/UFRJ, 1-2p.
- CORDEIRO, C.S. (2012), **Análise de Problemas de Fluxo Não Confinado em Meio Poroso Pelo Método dos Elementos Finitos – Relatório Técnico-Científico Final**, Departamento de Engenharia de Minas, UFOP-EM, 9-29p.
- CRAIG, R.F. (2004), *Craig's Soil Mechanics*, Editora LTC, 30-53p.
- Das, M.B. (2006), **Fundamentos de Engenharia Geotécnica**. Tradução da 6ª edição Norte Americana. Editora Thomson. 123-157p.
- GID, International Center for Numerical Methods in Engineering (CIMNE), 2018. Disponível em: <https://www.gidhome.com/>. [Acessado em: 12/07/2018]
- GONÇALVES, A.J.M. (1996), **Análise Transiente de Escavações em Solos Saturados – Tese de Doutorado**, Departamento de Engenharia Civil, COPPE/UFRJ, 20p.
- LOGAN, D.L. (2012), **A First Course in The Finite Element Method**, Cengage Learning, 1, 12p.
- NOGUEIRA, C.L. (2017), **Notas de aula da disciplina Método dos Elementos Finitos Aplicado à Engenharia de Minas (MIN748)**, PPGEM/UFOP.
- NOGUEIRA, C.L. (2016), **Manual ANLOG – Análise Não Linear de Obras Geotécnicas**, Ouro Preto.
- RADE, D.A. (2011) **Método dos Elementos Finitos Aplicados a Engenharia Mecânica**. Disponível em:< <https://www.passeidireto.com/arquivo/1846434/apostila---mef---2011---rade>> Acesso em: 19/10/2017.
- ZORNBERG, J.G. (1989) – **Análise por Elementos Finitos do Comportamento de Escavações Utilizando um Modelo Elasto-plástico** – Dissertação de Mestrado – PUC-Rio, Rio de Janeiro.

Certifico que a aluna Jéssica Azevedo Souza Pereira, autora do trabalho de conclusão de curso intitulado “Análise Numérica Tridimensional via MEF de Problemas de Fluxo Confinado em Meio Poroso Saturado”, efetuou as correções sugeridas pela banca examinadora e que estou de acordo com a versão final do trabalho.



CHRISTIANNE DE LYRA NOGUEIRA (ORIENTADORA)



LUMA ALVARENGA CARVALHO DE VASCONCELOS (ORIENTADORA)