UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO - UFOP

ESCOLA DE MINAS

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

GUILHERME AMORIM FERNANDES

MODELAGEM DE SISTEMAS MECÂNICOS PARA CONTROLE ATIVO DE VIBRAÇÕES

OURO PRETO MG

2018

GUILHERME AMORIM FERNANDES

guilhermeamorim42@gmail.com

MODELAGEM DE SISTEMAS MECÂNICOS PARA CONTROLE ATIVO DE VIBRAÇÕES

Monografia apresentada ao Curso de Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Ouro Preto como requisitos para a obtenção do título de Engenheiro Mecânico.

Professor orientador Prof. DSc. Gustavo Paulinelli Guimarães

Ouro Preto - MG
14 de dezembro de 2018

F363m Fernandes, Guilherme Amorim.
Modelagem de sistemas mecânicos para controle ativo de vibrações [manuscrito] / Guilherme Amorim Fernandes. - 2018.

xii, 59 ff.: il.: color; grafs.

Orientador: Prof. Dr. Gustavo Paulinelli Guimarães.

Monografia (Graduação). Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de Minas. Departamento de Engenharia Mecânica.

1. Controle ativo de vibrações. 2. Absorvedor dinâmico de vibrações. 3. Modelagem de sistemas mecânicos. 4. PID. 5. Sisotool. I. Guimarães, Gustavo Paulinelli. II. Universidade Federal de Ouro Preto. III. Titulo.

CDU: 621

Catalogação: ficha.sisbin@ufop.edu.br

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

ATA DA DEFESA

Aos quatorze dias do mês de Dezembro de 2018, às 10h 00min, na sala 25, localizada na Escola de Minas – Campus - UFOP, foi realizada a defesa de Monografia do aluno(a) **Guilherme Amorim Fernandes**, sendo a comissão examinadora constituída pelos professores: Prof. Dr. Gustavo Paulinelli Guimarães, Prof. Dr. Ronilson Rocha e Prof. Dr. Diogo Antônio Sousa. O candidato apresentou o trabalho intitulado: **"Modelagem de sistemas mecânicos para controle ativo de vibrações"**, sob orientação do Prof. Dr. Gustavo Paulinelli Guimarães. Após as observações dos avaliadores, em comum acordo os presentes consideram o(a) aluno(a) APROVADO.

Ouro Preto, 14 de Dezembro de 2018.

Prof. Dr. Gustavo Paulinelli Guimarães
Professor Orientador

Prof. Dr. Ronilson Rocha
Professor Avaliador

Prof. Dr. Diogo Antônio Sousa
Professor Avaliador

Guilherme Amorim Fernandes
Guilherme Amorim Fernandes
Aluno(a)

Dedico à minha mãe, Cláudia, pelo apoio incondicional.

AGRADECIMENTO

Agradeço aos meus pais que me apoiam em minhas decisões com todo suporte durante todo esse percurso.

Ao meu orientador Gustavo Paulinelli Guimarães que me mostrou que eu posso ir muito mais alto.

Aos meus professores que me mostraram o caminho para começar essa jornada.

À Escola de Minas por toda força e tradição. À Universidade Federal de Ouro Preto pela estrutura e por proporcionar uma graduação de qualidade.

Aos membros da Diferencial Empresa Júnior que me passaram importantes contribuições muito além do que é visto nas salas de aulas, em especial aos grandes amigos Rodrigo, Yan, Filipe, Gabriel e Victor.

Aos moradores da Granja que tornaram esses quatro anos e meio de graduação muito mais agradáveis, em especial ao Herivelto que foi essencial na realização deste trabalho.

"Você pode influenciar mais rápido mil homens se apelar para os seus preconceitos do que se tentar convencer apenas um pela lógica."

- Robert A. Heinlein

R E S U M O

Sistemas convencionais de absorção de vibrações utilizam materiais elastômeros para reduzir a transmissão de vibração. Estes podem gerar falhas mecânicas por desgaste, fadiga e folgas em elementos de fixação. No entanto, com o avanço de materiais e sistemas inteligentes que trabalham como sensores e atuadores, muitas pesquisas têm sido realizadas para o desenvolvimento de sistemas ativos de controle de vibração. Por isso, este trabalho busca aprimorar um método que utiliza absorvedores dinâmicos de vibrações (ADV) com a aplicação de uma ação de controle para tornar o sistema ativo e assim, melhorar o desempenho reduzindo a amplitude de resposta do sistema submetido a diferentes distúrbios. Para isso, um sistema de três graus de liberdade foi modelado no *software* da SIEMENS LMS AMESIM para simulações e comparação com o sistema não controlado e no MATLAB o mesmo sistema foi modelado pelo espaço de estados. O controlador foi projetado com o auxílio da ferramenta de desenvolvimento de sistemas de controle do MATLAB. Os resultados encontraram significativa redução da vibração de uma ampla faixa de frequência no sistema controlado em comparação ao sistema não controlado.

Palavras-chave: controle ativo de vibrações, absorvedor dinâmico de vibrações, modelagem de sistemas mecânicos, PID, sisotool.

ABSTRACT

Conventional vibration absorption systems use elastomeric materials to reduce impacts and other types of noise. These can cause mechanical failures due to wear, fatigue and gaps in fastening elements. However, with the advancement of smart materials and systems that work as sensors and actuators, much research has been done to develop active vibration control systems. Therefore, this work seeks to improve a method of dynamic vibration absorbers (ADV) with the application of a control action to make the system active and thus improve performance by reducing the response amplitude of the system subjected to different disturbances. For this, the three degrees of freedom system was modeled in the SIEMENS LMS AMESIM software for simulations and comparison with the uncontrolled system and in MATLAB the same system was modeled by state space. The controller was designed with the help of the MATLAB control system development tool. Finally, significant vibration reduction of a wide frequency range was found in the controlled system compared to the uncontrolled system.

Keywords: Active control of vibration, dynamic vibration absorber, mechanical system modelling, PID, sisotool.

Lista de símbolos

F	Força de excitação (N)
$\vec{F}$	Vetor de forças de excitação
t	Tempo (s)
s	Domínio de Laplace
x	Deslocamento (m)
$\dot{x}$	Velocidade (m/s)
$\ddot{x}$	Aceleração (m/s^2)
$\vec{x}$	Vetor de deslocamentos
$\vec{\dot{x}}$	Vetor de velocidades
$\vec{\ddot{x}}$	Vetor de acelerações
m	Massa (kg)
m_{eq}	Massa equivalente (kg)
c	Coeficiente de amortecimento (Ns/m)
k	Constante de rigidez (N/m)
ζ	Fator de amortecimento
δ	Decremento logarítmico
$[m]$	Matriz de massa
$[c]$	Matriz de amortecimento
$[k]$	Matriz de rigidez
μ	Razão de entre massa do absorvedor e massa principal
ω	Frequência angular (rad/s)
ω_n	Frequência naturai (rad/s)

$X(s)$	Transformada de Laplace da função de entrada
$Y(s)$	Transformada de Laplace da função de resposta
$Y(s)$	Transformada de Laplace da função de Força
$R(s)$	Transformada de Laplace da referência
$G_c(s)$	Função de transferência do controlador
$G_a(s)$	Função de transferência do atuador
$H(s)$	Função de transferência do sensor
$G(s)$	Função de transferência do sistema
$u_i(t)$	Função de entrada do sistema
$y_i(t)$	Função de saída do sistema
$\dot{x}_i(t)$	Variáveis de estado
$\vec{z}_i$	Variáveis de estado
$\mathbf{A}$	Matriz de estado
$\mathbf{B}$	Matriz de entrada
$\mathbf{C}$	Matriz de saída
$\mathbf{D}$	Matriz de transmissão direta
$\mathbf{I}$	Matriz identidade
$\mathbf{P_o}$	Matriz de observabilidade
$\mathbf{P_c}$	Matriz de controlabilidade
K_p	Ganho proporcional
K_i	Ganho integrador
K_d	Ganho derivativo
K	Ganho

z	zero (raíz do numerador da função de transferência)
p	polo (raíz do denominador da função de transferência)
E	Módulo de elasticidade (GPa)
I	Momento de Inércia (m^4)
l	Comprimento (m)
b	Largura (m)
h	Espessura (m)

Lista de figuras

Lista de tabelas

Sumário

1 INTRODUÇÃO

1.1 Formulação do Problema

A vibração está muito ligada à nossa vida, do lançamento de um foguete para o espaço a vibração de um instrumento musical para criar os mais belos sons e músicas as quais ouvimos. Para ambos os casos, a vibração deve ser muito bem controlada ou para evitar a instabilidade do foguete ou para as cordas oscilarem na frequência desejada para o som. Enquanto podemos alterar a rigidez da corda com o aumento da tensão, para estruturas teremos outro tipo de controle.

Segundo Rao (2009), o procedimento de análise de vibrações de estruturas se inicia com a modelagem matemática, onde se representa todos os aspectos importantes do sistema com o propósito de obter as equações matemáticas que descrevem o comportamento do sistema. Modelos lineares são simples e de fácil solução, mas não descreve certas características do sistema.

Com a criação do modelo podemos prever as vibrações resultantes das excitações causadas ao sistema. "A presença de vibração muitas vezes resulta em desgaste excessivo de mancais, formação de trincas, afrouxamento de parafusos, falhas estruturais e mecânicas, mau funcionamento de equipamentos eletrônicos devido a fratura de juntas soldadas [...]" (RAO, 2009, p. 305). Uma atenção especial deve ser dada às para as forças de excitação que causam respostas próximas à ressonância, onde o sistema responde com oscilações muito maiores.

Existem diversos métodos para a redução de vibração. Um desses métodos é o controle ativo de vibração, aquele em que se usa potência externa para executar sua função (RAO, 2009). Premont (1997) mostra que um conjunto de sensores e atuadores acoplados por um controlador conforme Figura 1 executa a função de controlar a vibração, caracterizando uma estrutura inteligente (*Smart Structure*). Ao ser detectado pelo sensor um deslocamento (*Input*) maior que o limite pré-estabelecido no controlador, o atuador exerce um esforço (*Output*) de forma que anule esse deslocamento.

Em um sistema de controle, o papel do controlador é essencial nesse ambiente, que segundo Ogata e Severo (1998) vai comparar o deslocamento gerado pela força externa com o valor desejado. Assim, ele determina o desvio e gera um sinal de controle para diminuir esse erro. O sensor é responsável por medir esse sinal (deslocamento). O atuador é o elemento que recebe a ação de controle para gerar os esforços necessários e diminuir ou zerar o desvio.

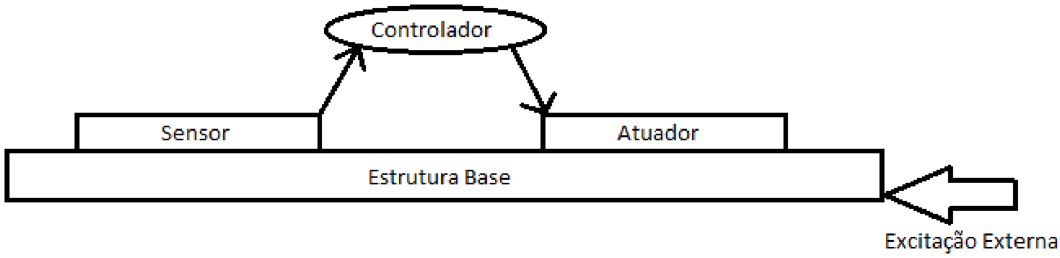

Figura 1 – Desenho esquemático de um sistema de controle ativo.
Fonte: Adaptado de (PREMONT, 1997)

Este trabalho visa modelar e simular um sistema mecânico e projetar o controlador para atenuar vibrações e comparar os resultados.

De acordo com a formulação exposta tem-se a seguinte questão problema:

Como desenvolver o projeto de um sistema mecânico com controle ativo de vibrações em malha fechada?

1.2 Justificativa

Diversos sistemas de controles de vibração são desenvolvidos procurando proporcionar mais conforto e segurança dividido em passivos, semiativos e ativos. Controles passivos tradicionais como o uso de coxins não são adequados para isolamento que necessitam de alto amortecimento (CHOI; HONG, 2006) . E para Kim e Singh (1995) suspensão hidráulica passiva, apesar do alto amortecimento, trabalham em faix de operação limitada. Portanto, montagens passivas não são eficientes quando precisamos de isolamento para uma faixa mais alta de frequências. No entanto, há várias montagens ativas que melhoram a performance de isolamento que percebe amplitudes de vibração causada por força externa, reage com uma força secundária para alcançar amplitudes tais quais anulem o deslocamento do sistema (FULLER et al., 1996).

Um Sistema de estrutura integrada é chamada de *Smart Structure* por causa da sua habilidade de realizar autodiagnostico e se adaptar às mudanças do ambiente (XU; KOKO, 2004). É considerado por Rogers (1993) a nova revolução estrutural. A estrutura inteligente consiste em uma estrutura incorporada com sensores e atuadores coordenados por um controlador.

Para otimizar diversos processos, evitar falhas, reduzir o tempo de testes e o custo comparado aos testes com modelo físico, Boschert e Rosen (2016) apresentam o termo *Digital Twin* como a representação física e funcional de algum componente, sistema ou produto. Suas vantagens são inúmeras, visto que atualmente a modelagem e simulação é um processo básico no sistema de produção. Para Tao et al. (2018) o *Digital Twin* tem como característica interação e convergência entre o modelo físico e o modelo virtual por não considerar dois espaços isolados, físico e virtual. Há um canal de conexão entre os dois espaços.

1.3 Objetivos

1.3.1 Geral

Desenvolver sistemas de suspensão em parâmetros concentrados e seu projeto de controle capaz de atenuar vibrações.

1.3.2 Específicos

- Estudar sobre atenuação de vibração passiva e suas limitações;
- Levantar os tipos de controle de estruturas existentes;
- Projetar um modelo de sistema mecânico de 1 GDL;
- Projetar um modelo de sistema mecânico de 3 GDL;
- Projetar o controlador;
- Simular o modelo;
- Comparar o modelo controlado e não controlado.

1.4 Estrutura do Trabalho

O trabalho se inicia no capítulo um com a formulação do problema, a justificativa para o tal assim como onde deseja-se chegar com os objetivos geral e específicos. No capítulo dois é feita a fundamentação teórica de controle de vibração, com a modelagem de sistemas mecânicos e controladores que foram utilizadas no presente trabalho. Em seguida, no terceiro capítulo temos a metodologia e ferramentas utilizadas no trabalho. Os resultados obtidos pelo desenvolvimento do sistema de controle para controle de vibrações são apresentados no capítulo quatro. No quinto e último capítulo as conclusões sobre os benefícios do controle ativo de vibrações assim como sugestões para futuros projetos.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Sistemas Mecânicos

2.1.1 Modelo de Parâmetros Concentrados

Muitos problemas na engenharia eram dimensionados apenas pela análise estática na qual não era levado em conta a mudança de grandeza, direção ou sentido com o tempo. De fato, em alguns casos, o efeito dinâmico pode ser desprezado, mas para outros o efeito dinâmico é fundamental. O aumento da capacidade computacional facilitou os estudos desse tema.

Rao (2009) classifica os movimentos oscilatórios em dois casos, o movimento periódico, aquele que se repete com regularidade como no pêndulo simples e o movimento não periódico que apresenta considerável irregularidades como terremotos, ventos e movimento de veículos. Alguns outros exemplos são apresentados na Figura 2 com suas respectivas classificações.

Lima e Santos (2008) apresentam um sistema mecânico onde uma massa m representando a inércia, a mola k representa suas propriedades elásticas e um amortecedor c como o mecanismo de dissipação de energia de uma força $F(t)$. Se for possível descrever o deslocamento da massa com apenas uma coordenada, denomina-se um sistema com um grau de liberdade. Sistemas de parâmetros concentrados possuem número finito de grau de liberdade, um para cada coordenada necessária para definir o seu movimento. Já para os sistemas com distribuição de massa contínua há infinitos graus de liberdade que é o caso do presente estudo e da grande maioria dos problemas de engenharia.

> Segundo Rao (2009, p.8) visto que a viga tem um número infinito de pontos de massa, precisamos de um número infinito de coordenadas para especificar sua configuração defletida. O número infinito de coordenadas define sua curva de deflexão estática. Assim, a viga em balanço tem um número infinito de graus de liberdade.

Para sistemas de um grau de liberdade como um sistema massa, mola e amortecedor a equação que descreve o movimento é obtida a partir do princípio de D'Alembert (LIMA; SANTOS, 2008)

$$\vec{F}(t) = m\ddot{\vec{x}} \tag{2.1}$$

A partir do diagrama de corpo livre, chega-se à equação

$$F(t) = m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) \tag{2.2}$$

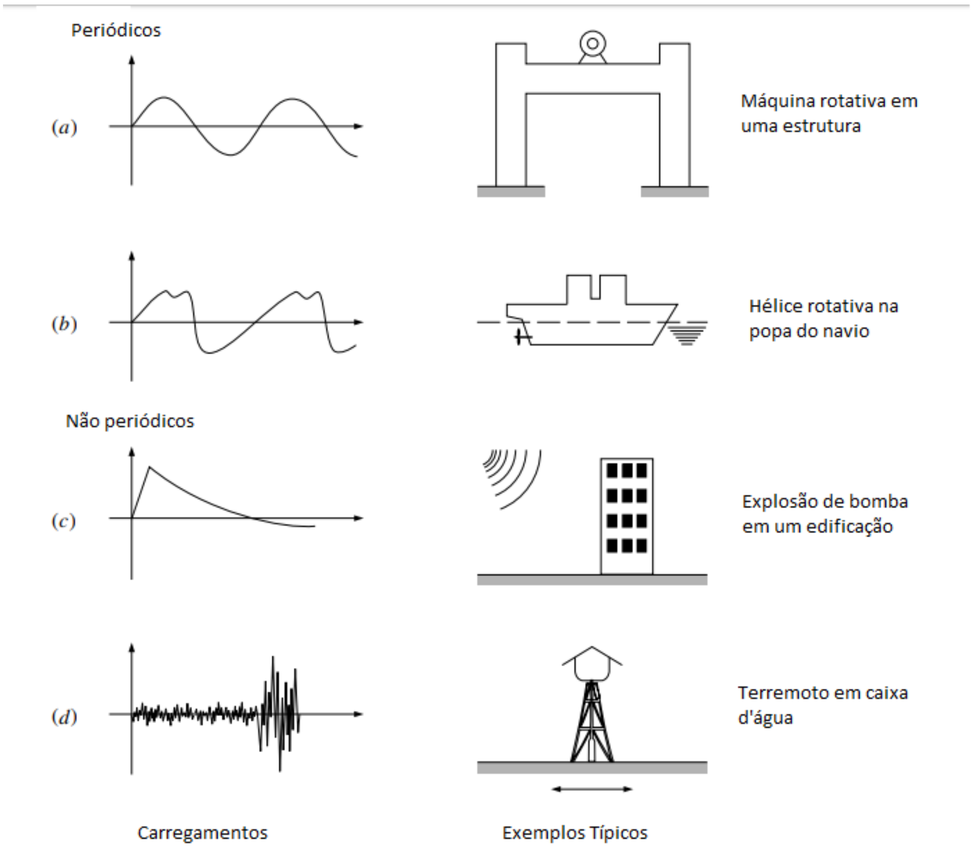

Figura 2 – Características e fontes de carregamentos dinâmicos
Fonte: Adaptado de (CLOUGH; PENZIEN, 1995)

Para solução da equação diferencial ordinária da Equação 2.2 atribui-se algumas soluções particulares conhecidas. Já para sistemas com parâmetros distribuídos, segundo Rao (2009), a análise requer solução de equações diferenciais parciais, que na maioria das vezes não existem soluções analíticas. Para contornar essa situação os sistemas contínuos são aproximados de sistemas de vários graus de liberdade. Neste caso, assim como apresentado na Figura 3(a) um sistema composto por massas, molas e amortecedores. A segunda lei de Newton é utilizada para cada massa assim como descrito na Equação 2.3 (RAO, 2009)

$$\sum F_{i,j} = m_i \ddot{x}_i \tag{2.3}$$

E a partir do diagrama de corpo livre de uma massa m_i conforme Figura 3(b) chega-se à Equação 2.4

$$\begin{gathered} m_i \ddot{x}_i - c_i \dot{x_{i-1}} + (c_i + c_{i+1})\dot{x}_i - c_{i+1}\dot{x_{i+1}} + (k_i + k_{i+1})x_i - k_{i+1}x_{i+1} = F_i \\ i = 2, 3, \ldots, n-1 \end{gathered} \tag{2.4}$$

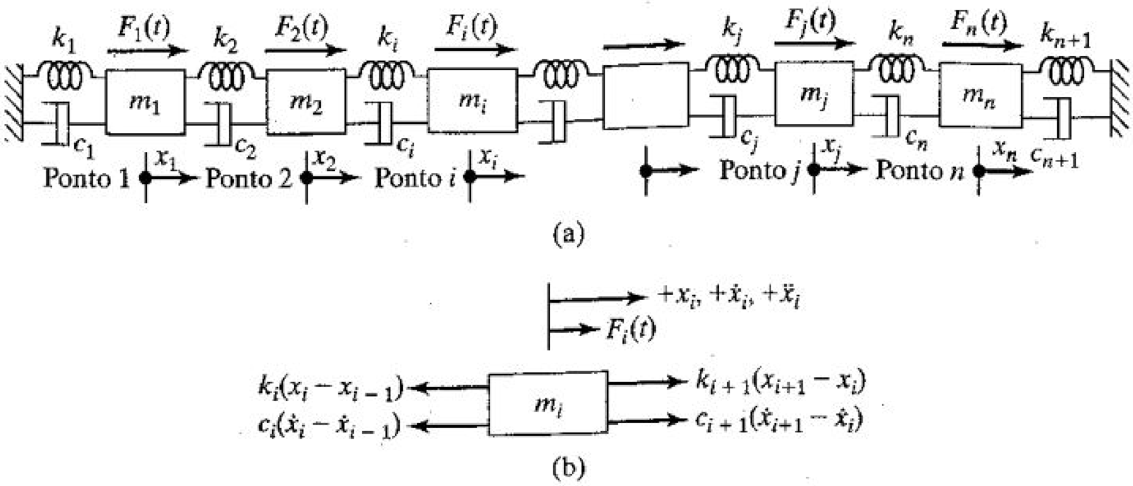

Figura 3 – Sistema massa-mola-amortecedor com vários graus de liberdade
Fonte: (RAO, 2009)

A equação 2.4 pode ser escrita na forma matricial

$$[m]\ddot{\vec{x}} + [c]\dot{\vec{x}} + [k]\vec{x} = \vec{F} \tag{2.5}$$

Onde $[m]$, $[c]$, e $[k]$ são as matrizes de massa, amortecimento e rigidez apresentadas por Rao (2009) conforme Equações (2.6), (2.7) e (2.8). Os termos $\ddot{\vec{x}}$, $\dot{\vec{x}}$, $\vec{x}$ e $\vec{F}$ são os vetores de aceleração, velocidade, deslocamento e de força, respectivamente.

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & m_n \end{bmatrix} \tag{2.6}$$

$$\begin{bmatrix} (c_1 + c_2) & -c2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -c2 & (c_2 + c_3) & -c3 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -c3 & (c_3 + c_4) & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -cn & (c_n + c_{n+1}) \end{bmatrix} \tag{2.7}$$

$$\begin{bmatrix} (k_1+k_2) & -k2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -k2 & (k_2+k_3) & -k3 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -k3 & (k_3+k_4) & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -kn & (k_n+k_{n+1}) \end{bmatrix} \tag{2.8}$$

2.1.2 Absorvedor dinâmico de vibrações ADV

Muito utilizado como absorvedor passivo de vibrações, o ADV consiste em uma massa, mola e amortecedor acoplado no sistema principal, que quando excitado por uma força harmônica, pode ter a vibração amenizada (LIU; LIU, 2005). A partir do diagrama de corpo livre da Figura 4, encontramos as equações de movimento 2.9.

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + c_a\dot{x} - c_a\dot{x_a} + (k+k_a)x - k_a x_a = F_0 sen(\omega t) \\ m_a\ddot{x_a} - c_a\dot{x} + c_a\dot{x_a} - k_a x + k_a x_a = 0 \end{aligned} \tag{2.9}$$

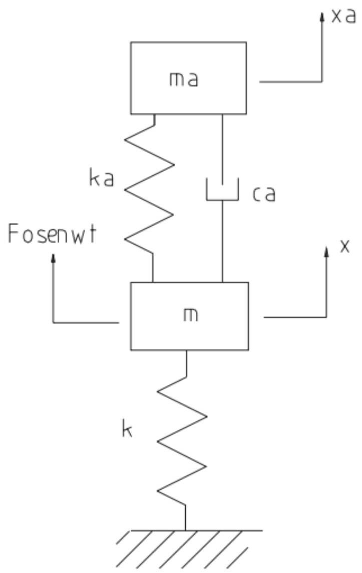

Figura 4 – Absorvedor dinâmico de vibração
Fonte: Liu e Liu (2005)

2.1.2.1 ADV Passivo

Diversos estudos procuram otimizar os parâmetros do absorvedor para melhor amenizar a vibração do sistema. Soom et al. (1983) apresenta na Figura 5 diferentes razões de massa entre o absorvedor e a principal (μ) e também um sistema sem ADV, e uma grande redução da amplitude foi percebida entre a linha tracejada sem absorvedor e as demais.

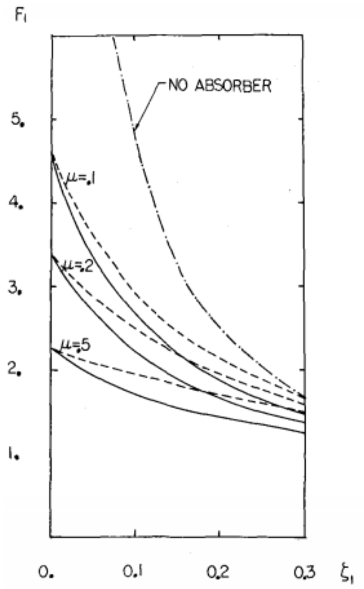

Figura 5 – Amplitude máxima de sistemas de ADV

Fonte: Soom et al. (1983)

2.1.2.2 ADV Semi-Ativo

Segundo Abe e Igusa (1996) absorvedores ativos são bem efetivos, mas possui desvantagens, além de precisar de forças externas de controle e informações detalhada do estado, pode sofrer de instabilidade quando o controlador está mal projetado e sua realimentação gera cada vez maiores oscilações. Absorvedores passivos não possuem essas desvantagens, mas não são tão efetivos. Os semi-ativos combinam as vantagens do controle ativo e passivo.

2.2 Controle

2.2.1 Controle de malha aberta e controle de malha fechada

Sistema de controle de malha fechada é um nome dado aos sistemas com realimentação. Neste, o erro atuante é a diferença entre o valor desejado (sinal de entrada) de controle e o valor medido na saída (sinal de saída), este valor alimenta o controlador para reduzir o erro. Em sistemas de malha aberta o sinal de saída não influencia a ação de controle, o controlador não busca corrigir qualquer distúrbio ou variação do sistema. Mas, além de ser mais fácil o projeto de controle, a instabilidade não é um problema significativo.

Pelo diagramas de blocos da Figura 6 é possível achar a relação da saída a partir da entrada do sistema de malha aberta na Equação 2.10 e de malha fechada na Equação 2.12 (DORF; BISHOP, 2011). Dessas equações, é importante verificar os zeros (raízes do numerador da função de transferência) e os polos (raízes do denominador da função de transferência) visto que indicam o comportamento do sistema.

$$\begin{gathered} Y(s) = R(s)G_c(s)G_a(s)G(s) \\ \tfrac{Y(s)}{R(s)} = G_c(s)G_a(s)G(s) \end{gathered} \tag{2.10}$$

$$\begin{gathered} Y(s) = [R(s) - H(s)Y(s)]G_c(s)G_a(s)G(s) \\ Y(s)[1 + G_c(s)G_a(s)G(s)H(s)] = R(s)G_c(s)G_a(s)G(s) \end{gathered} \tag{2.11}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_c(s)G_a(s)G(s)}{1 + G_c(s)G_a(s)G(s)H(s)} \tag{2.12}$$

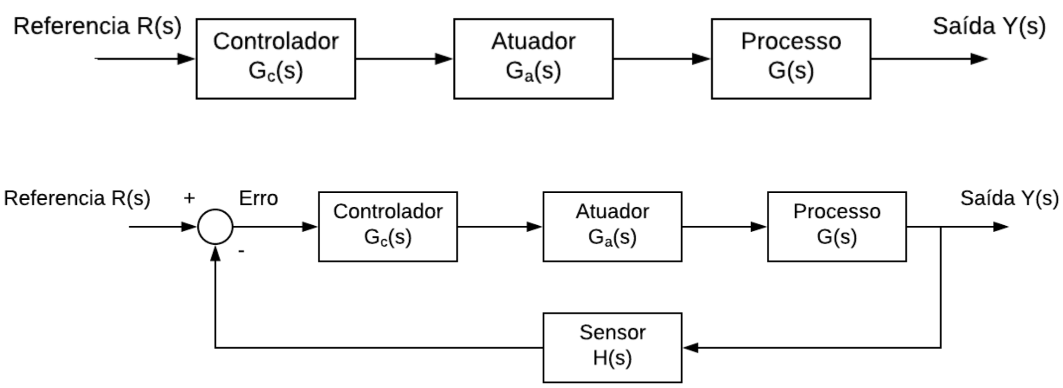

Figura 6 – Diagrama de blocos Sistema malha aberta (acima) e malha fechada (abaixo)
Fonte: Pesquisa Direta (2018)

2.2.2 Modelagem de Sistema Dinâmico para ação de controle

Segundo Ogata e Severo (1998) os sistemas mecânicos podem ser descritos em termos de equações diferenciais. A partir das equações de movimento forma-se o modelo matemático que rege o sistema. A relação entre a transformada de Laplace da função de resposta do sistema $Y(s)$ e a transformada de Laplace da função de excitação ou entrada $X(s)$ fornece a Função de Transferência $G(s)$ conforme diagrama de blocos da Figura 7. Esta função relaciona a variável de saída à variável de entrada, ela é inerente ao sistema, não depende da magnitude ou natureza de entrada.

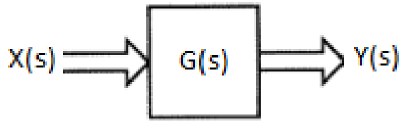

Figura 7 – Função de Transferência em Diagrama de Blocos
Fonte: Adaptado de (OGATA; SEVERO, 1998)

Ogata e Severo (1998) supõem que um sistemas com r entradas $u_i(t)$, m saídas y_j e n variáveis de estados x_k descrevem o comportamento do sistema. Assim o sistema pode ser descrito como as Equações 2.13

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1(t) &= f_1(x_1, x_2, \ldots, x_n; u_1, u_2, \ldots, u_r; t) \\
\dot{x}_2(t) &= f_2(x_1, x_2, \ldots, x_n; u_1, u_2, \ldots, u_r; t) \\
&\vdots \\
\dot{x}_n(t) &= f_n(x_1, x_2, \ldots, x_n; u_1, u_2, \ldots, u_r; t)
\end{aligned} \tag{2.13}$$

e as saídas do sistemas com as Equações 2.14

$$\begin{aligned}
y_1(t) &= g_1(x_1, x_2, \ldots, x_n; u_1, u_2, \ldots, u_r; t) \\
y_2(t) &= g_2(x_1, x_2, \ldots, x_n; u_1, u_2, \ldots, u_r; t) \\
&\vdots \\
y_m(t) &= g_m(x_1, x_2, \ldots, x_n; u_1, u_2, \ldots, u_r; t)
\end{aligned} \tag{2.14}$$

Se forem transformados em matriz, as Equações 2.13 e 2.14 tornam-se

$$\dot{x}(t) = f(x, u, t) \tag{2.15}$$

$$y(t) = g(x, u, t) \tag{2.16}$$

Onde a Equação 2.15 é a equação de estado e a Equação 2.16 é a equação de saída. Se as funções vetoriais f e g não envolverem o tempo, ou seja, sistema invariante no tempo, as equações podem ser escritas como

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}u\end{aligned} \tag{2.17}$$

Onde

$\mathbf{A}$ é chamada matriz de estado;

$\mathbf{B}$ matriz de entrada;

$\mathbf{C}$ matriz de saída;

$\mathbf{D}$ matriz de transmissão direta.

Com as equações 2.17 o diagrama de blocos da Figura 8 é criado.

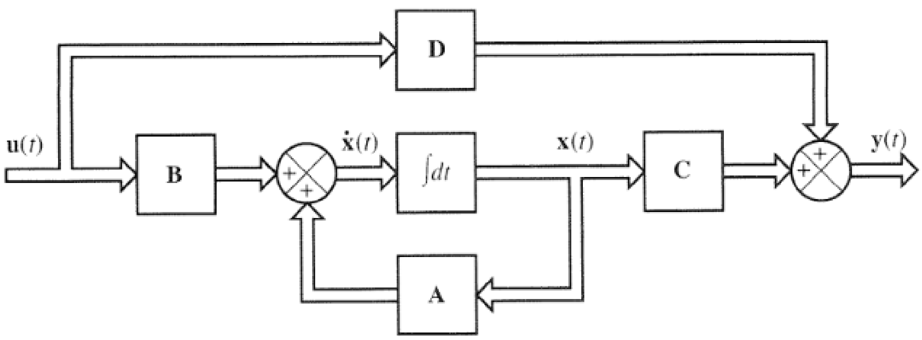

Figura 8 – Diagrama de blocos de um sistema de controle
Fonte: Adaptado de (OGATA; SEVERO, 1998)

2.2.3 Espaço de Estados

Um sistema mecânico de massa-mola-amortecedor pode ser descrito como a Equação 2.5. Esse sistema é de segunda ordem, portanto há dois integradores. E as variáveis de estado sendo $\vec{z}_1(t)$ e $\vec{z}_2(t)$

$$\begin{aligned}\vec{z}_1(t) &= \vec{x}(t) \\ \vec{z}_2(t) &= \dot{\vec{x}}(t)\end{aligned} \tag{2.18}$$

Então,

$$\begin{aligned}\dot{\vec{z}}_1 &= \vec{z}_2 \\ \dot{\vec{z}}_2 &= -\tfrac{k}{m}\vec{z}_1 - \tfrac{c}{m}\vec{z}_2 + \tfrac{1}{m}\vec{F}\end{aligned} \tag{2.19}$$

As Equações 2.19 e a equação de saída $\vec{x} = \vec{z}_1$ na forma matricial pode ser escrita como:

$$\begin{bmatrix}\dot{\vec{z}}_1 \\ \dot{\vec{z}}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{c}{m}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\vec{z}_1 \\ \vec{z}_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0 \\ \frac{1}{m}\end{bmatrix}\vec{F} \tag{2.20}$$

$$\vec{x} = [1\ 0]\begin{bmatrix} \vec{z}_1 \\ \vec{z}_2 \end{bmatrix} \tag{2.21}$$

Escrita pela forma padrão:

$$\begin{aligned} \dot{z} &= \mathbf{A}\mathbf{z} + \mathbf{B}F \\ x &= \mathbf{C}\mathbf{z} + \mathbf{D}F \end{aligned} \tag{2.22}$$

onde

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{c}{m} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix}, \quad C = [1\ 0], \quad D = 0 \tag{2.23}$$

Ogata e Severo (1998) apresenta a equação de transferência em função da transformada de Laplace das Equações 2.22 como

$$G(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D} \tag{2.24}$$

E com a substituição de A, B, CeD na Equação 2.24 encontra-se a função de transferência do sistema de 1 grau de liberdade na Equação 2.25

$$G(s) = \frac{1}{ms^2 + cs + k} \tag{2.25}$$

Para 2 graus de liberdade, Dorf e Bishop (2011, p. 153) fazem o mesmo procedimento e apresenta na Equação 2.26 as matrizes de estado.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k_1}{m_1} & \frac{k_1}{m_1} & -\frac{c_1}{m_1} & \frac{c_1}{m_1} \\ \frac{k_1}{m_2} & -\frac{k_1+k_2}{m2} & -\frac{c1}{m2} & -\frac{c_1+c_2}{m_2} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{m_1} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = [1\ 0\ 0\ 0] \tag{2.26}$$

2.2.4 Observabilidade e Controlabilidade

Um sistema é dito completamente observável quando a sua condição inicial pode ser definida conhecendo as entradas e saídas em qualquer instante de tempo. E um sistema é totalmente controlável quando é possível encontrar uma entrada tal que leve o sistema da condição inicial até um estado desejado em um intervalo finito de tempo (KALMAN, 1959).

Dorf e Bishop (2011) apresenta como determinar se um sistema é observável e controlável a partir das matrizes de espaço de estado $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ e $\mathbf{C}$. Para isso a determinante da matriz de observabilidade $\mathbf{P_o}$ da Equação 2.27 e da matriz de controlabilidade $\mathbf{P_c}$ deve ser diferentes de zero.

$$\mathbf{P_o} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA^2} \\ \vdots \\ \mathbf{CA^{n-1}} \end{bmatrix} \tag{2.27}$$

$$\mathbf{P_c} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{AB} & \mathbf{A^2B} & \ldots & \mathbf{A^{n-1}B} \end{bmatrix} \tag{2.28}$$

2.2.5 Controlador PID

Controladores Proporcional-Integrador-Derivativo (PID) são muito utilizados na industria para processos de controle. Sua função de transferência no domínio do tempo (Equação 2.29) ou no domínio de Laplace (Equação 2.30) apresenta o seguinte aspecto:

$$u(t) = K_p * e(t) + K_i \int e(t) + K_d \frac{de(t)}{dt} \tag{2.29}$$

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \tag{2.30}$$

Onde, K_p é o ganho proporcional, K_i é o ganho integrador e K_d é o ganho derivativo.

O termo proporcional promove uma ação de controle proporcional ao erro. O termo integral reduz o erro do estado estacionário através de um compensador de baixa frequência. O termo derivativo aumenta a resposta do regime transiente através de uma compensador de alta frequência (ANG et al., 2005). O efeito de cada termo é resumido na Tabela 1.

2.3 Projeto de controle por alocação de polos

2.3.1 Forma geral sistema de segunda ordem

A função de transferência da equação 2.25 pode ser escrita na forma da equação 2.31.

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \tag{2.31}$$

Tabela 1 – Efeitos independente da sintonia do P, I e D

Resposta em Malha Fehada	Tempo de subida	Sobresinal	Tempo de acomodação	Erro de estado estacionário	Estabilidade
Aumentando K_p	Reduz	Aumenta	Pequeno Aumento	Reduz	Piora
Aumentando K_i	Pequena Redução	Aumenta	Aumenta	Grande Redução	Piora
Aumentando K_d	Pequena Redução	Diminui	Reduz	Pequena alteração	Melhora

Fonte: Ang et al. (2005)

Onde ζ é a razão de amortecimento ($\zeta = c/(2m\omega_n)$, e ω_n é a frequência natural ($\omega_n = \sqrt{k/m}$. Dessa forma, os polos complexos conjugados para o sistema subamortecido ($\zeta < 1$) será:

$$s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \tag{2.32}$$

2.3.2 Método Lugar das raízes

Para um sistema em malha fechada, o denominador da Equação 2.12 é a equação característica do sistema dada pela Equação 2.33 se o controlador $G_c(s)$ for um ganho K e o sensor e atuador $H(s)$ e $G_a(s)$ forem 1 temos que a equação característica dada por

$$1 + KG_c(s)G_a(s)G(s)H(s) = 0 \tag{2.33}$$

se o controlador $G_c(s)$ for um ganho K e o sensor e atuador $H(s)$ e $G_a(s)$ forem 1 temos que a equação característica dada por

$$1 + KG(s) = 0 \tag{2.34}$$

O lugar das raízes (*Root Locus*) representa graficamente o comportamento do polo quando o parâmetro K varia de zero a infinito. O gráfico chamado de plano-s é caracterizado pelo seu eixo horizontal sendo o eixo dos números reais e o eixo vertical dos números imaginários com os polos representados pelo simbolo $\times$ e zeros representados por $\circ$. Segundo Ogata e Severo (1998), a vantagem desse método é a simplicidade da geração do gráfico pelos *softwares* MATLAB e Scilab. E com ele é possível determinar o ganho K ou escolher o polo e zero. Na Figura 9 (a) é possível ver a posição dos polos de um sistema para diversos valores de K, e em (b) é apresentado a variação contínua do ganho, e esse gráfico representa as raízes do denominador da função de transferência em malha fechada quando variamos o ganho K.

Segundo Nise e Silva (2002), com o lugar geométrico das raízes é possível descrever o desempenho do sistema, como a sobre sinal(*overshoot*), tempo de acomodação e o instante de pico com a alteração do parâmetro K.

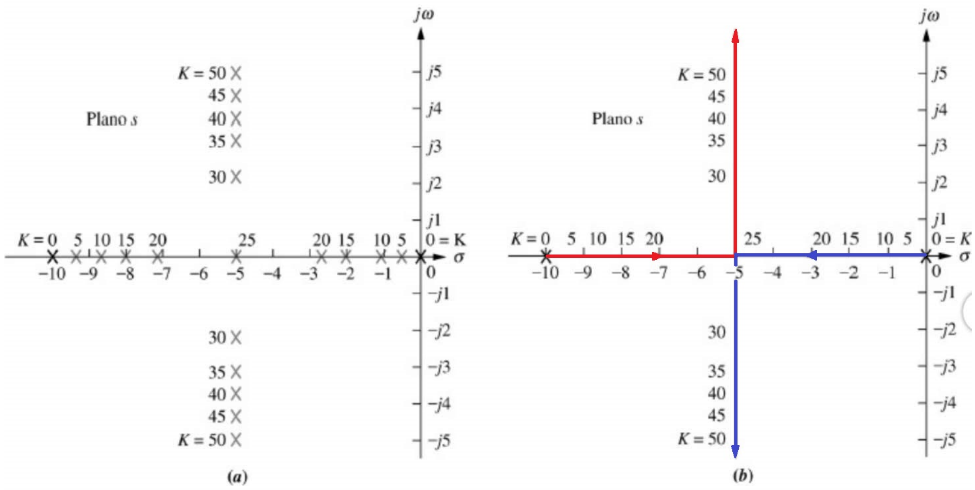

Figura 9 – Gráfico posição de polos variação discreta (a) e variação contínua (Lugar das raízes) (b)
Fonte: Adaptado de (NISE; SILVA, 2002)

A variável s complexa é descrita na forma polar como

$$|KG(s)|\underline{/KG(s)} = -1 + j0 \tag{2.35}$$

e deve satisfazer as condições de módulo e de ângulo da equação 2.36

$$\begin{aligned} |KG(s)| &= 1 \\ \underline{/KG(s)} &= (2k+1)180^\circ \end{aligned} \tag{2.36}$$

onde $k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, ...$. A equação característica 2.34 pode ser escrita na forma

$$1 + K\frac{\prod_{j=1}^{m}(s - z_j)}{\prod_{i=1}^{n}(s - p_i)} = 0 \tag{2.37}$$

onde z_j é o j-ezimo zero e p_i é o i-ezimo polo. quando $K = 0$ as raízes da equação são os polos, e quando $K \to \infty$ as raízes são os zeros. Portanto, "O lugar geométrico das raízes se inicia nos polos finitos e infinitos de G(s) e termina nos zeros finitos de G(s)"(NISE; SILVA, 2002, p.594).

2.3.3 Efeitos da adição de Zeros e Polos no Lugar das Raízes

A adição de polos no sistema tem o efeito de deslocar o lugar das raízes para a direita o que reduz a estabilidade e tornando mais lento o tempo de acomodação, como pode ser visto na Figura 10 com adição de um (b) e dois polos (c) em um sistema de apenas um polo.

A adição de zeros no sistema tem o efeito de deslocar o lugar das raízes para a esquerda, o que aumenta a estabilidade e tornando mais rápido o tempo de acomodação, como pode ser visto na Figura 11 com adição de zeros em diferentes posições em um sistema inicialmente com três polo que para grandes valores de ganho, mostra instabilidade.

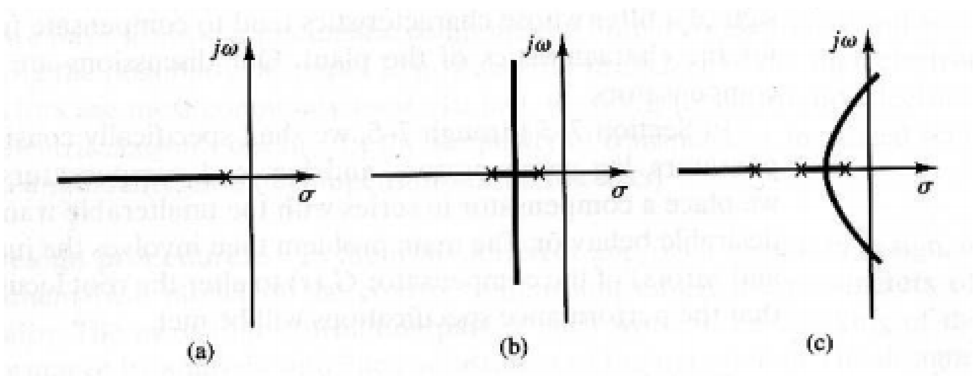

Figura 10 – Efeito da adição de polos no Lugar das Raízes
Fonte: (DORF; BISHOP, 2011)

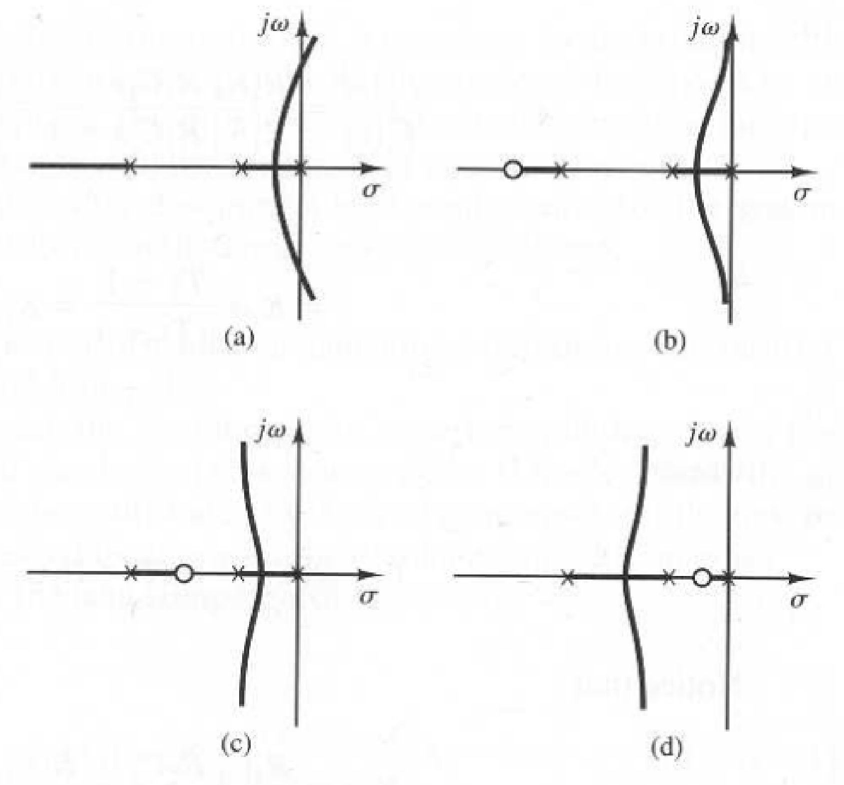

Figura 11 – Efeito da adição de zeros no Lugar das Raízes
Fonte: (DORF; BISHOP, 2011)

2.3.4 Ferramenta de design de sistema de controle

O *software* MATLAB possui a ferramenta *Control System Designer* que permite o desenvolvimento de controles para sistemas única entrada, única saída (SISO, do inglês *single-input, single-output*). Essa ferramenta é acionada pelo comando *sisotool* que aciona uma nova janela de comandos do MATLAB conforme mostrado na Figura 12. Nise e Silva (2002) comenta que com esse instrumento possibilita, de forma intuitiva, obter, observar e interagir com o lugar geométrico das raízes. Após importar a função de transferência da planta ($G(s)$), é possível criar e arrastar os polos ao longo do lugar das raízes, ler o ganho, amortecimento, frequência natural, o tempo de acomodação, observar o comportamento do sistema no domínio da frequência, comparar os resultados de vários projetos de controle como a resposta ao impulso ou ao degrau (MATHWORKS, 2015).

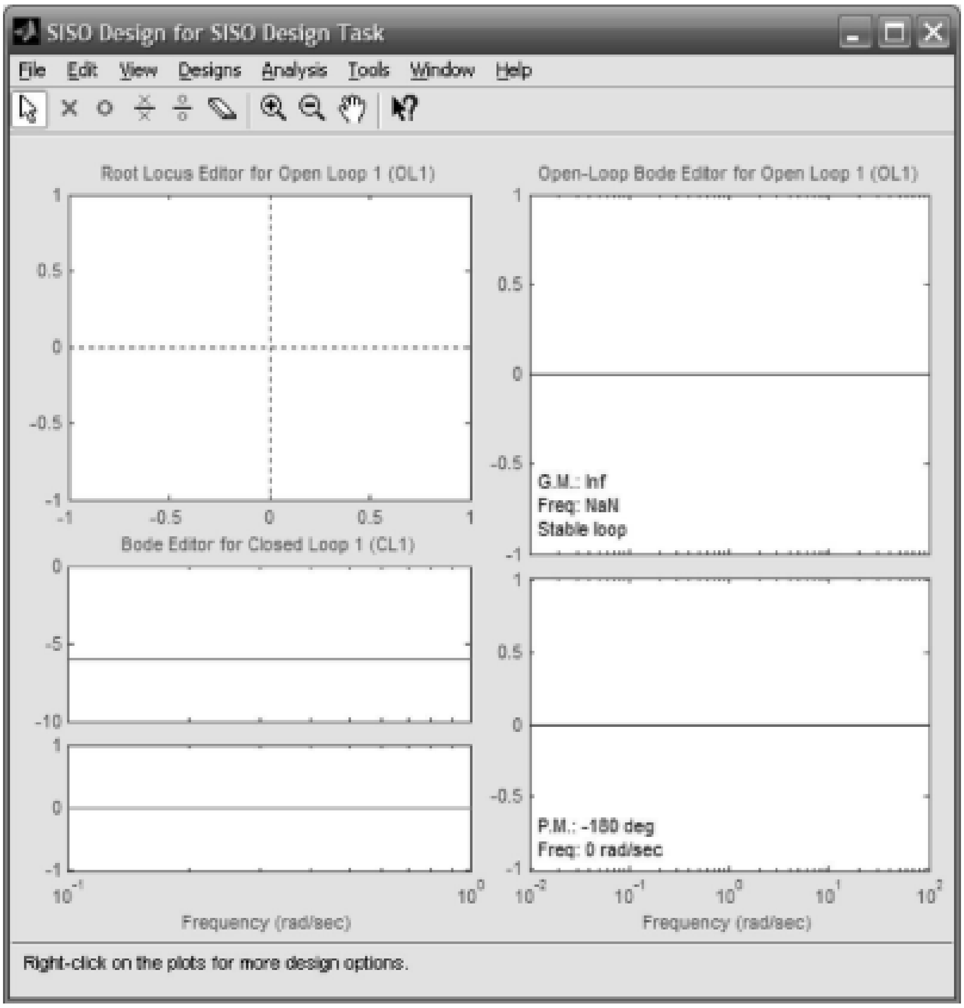

Figura 12 – Janela *Control System Designer*
Fonte: (NISE; SILVA, 2002)

3 METODOLOGIA

3.1 Tipos de Pesquisa

Para Prodanov e Freitas (2013, p. 42), pesquisa científica é definida como "realização de um estudo planejado, sendo o método de abordagem do problema o que caracteriza o aspecto científico da investigação". De acordo com Gil (2002) o objetivo da pesquisa é procurar respostas aos problemas propostos. Para isso desenvolve-se em um processo com diversas fases desde a formulação do problema até a apresentação dos resultados.

A pesquisa pode ser classificada quanto à natureza, quanto aos objetivos e quanto aos procedimentos.

Para a classificação devido à natureza, segundo Prodanov e Freitas (2013) pode ser pesquisa quantitativa quando se traduz em números opiniões e informações para o posterior tratamento desses dados em que requer o uso de técnicas estatísticas. Ou como pesquisa qualitativa em que os dados coletados são descritivos e o ambiente é a fonte direta dos dados, a preocupação é maior com o processo que com o produto.

Sob o ponto de vista dos objetivos é dividido em três tipos, exploratória, descritiva e experimental. A exploratória tem como objetivo tornar o problema mais familiar, deixando-o mais claro ou construindo novas hipoteses para pesquisas futuras (GIL, 2002). Descritivas segundo Prodanov e Freitas (2013) é quando apenas registra e descreve características dos fatos observados sem interferência. Já a pesquisa experimental busca a relação entre causa e efeito pela manipulação das variáveis do objeto de estudo, normalmente realizada em laboratório (MARCONI; LAKATOS, 2003).

Para classificação segundo os procedimentos, é levado em conta como são levantados os dados, podendo ser, principalmente, através de questionários, entrevistas, observação, documental e bibliográfica. Esta última, segundo Marconi e Lakatos (2003) a pesquisa bibliográfica parte de todo material que tornou-se público buscando a abordagem de um tema sob uma nova abordagem para chegar em conclusões inovadoras.

O presente trabalho pode ser classificado como pesquisa bibliográfica já que é fundamentada em artigos, livros, dissertações e teses publicadas e tem caráter exploratório com objetivo de aprofundar o conhecimento em técnicas de controle de vibrações no ambiente computacional.

3.2 Materiais e Métodos

Método é a "forma de pensar para chegarmos à natureza de determinado problema, quer seja para estudá-lo ou explicá-lo"(PRODANOV; FREITAS, 2013, p. 126). Este trabalho foi realizado conforme fluxograma da Figura 13.

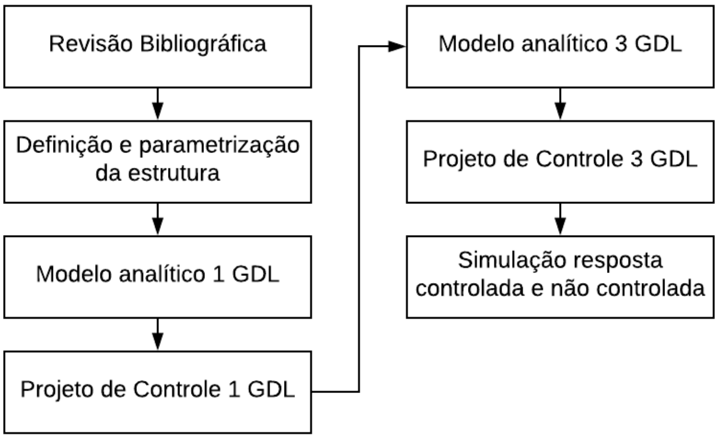

Figura 13 – Fluxograma de realização do presente trabalho
Fonte: Pesquisa direta (2018)

A revisão bibliográfica deu as diretrizes de como realizar a modelagem das estruturas e do controlador entre os diversos métodos.

3.3 Criação do gêmeo digital

A criação do Gêmeo digital ou *Digital Twin* permite que realize testes computacionais antes que o modelo físico seja feito, reduzindo o custo e tempo de trabalho (BOSCHERT; ROSEN, 2016). Dessa forma, conforme ilustrado na Figura 14 um modelo de viga de aço inoxidável engastada-livre foi parametrizado conforme Tabela 2. Este modelo foi escolhido devido ao trabalho prático realizado na disciplina de Aquisição e Processamentos de Sinais para Ensaios Dinâmicos, onde os dados puderam ser coletados. Os dados foram obtidos através de medição com paquímetro e estimação de acordo com o material do experimento.

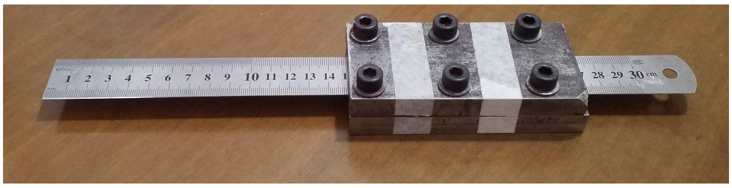

Figura 14 – Modelo físico viga engastada-livre
Fonte: Pesquisa direta (2018)

Tabela 2 – Parâmetros da viga modelada

Parâmetro	Valor	Unidade
Comprimento (l)	$0,15$	m
Largura (b)	$0,0283$	m
Espessura (h)	$0,0007$	m
Massa da viga(m)	$0,0228805$	kg
Massa extremidade livre (M)	0.15	kg
Módulo de Elasticidade (E)	190	GPa
Momento de Inércia (I)	$2,6 \times 10^{-12}$	m^4

Fonte: Pesquisa direta (2018)

3.4 Modelo Analítico 1 GDL

Segundo Rao (2009) a viga pode ser modelada como massa-mola-amortecedor e sua rigidez equivalente para uma viga em balanço é dada pela Equação 3.1 e a massa equivalente dada pela Equação 3.2.

$$k_{eq} = \frac{3EI}{l^3} \tag{3.1}$$

Onde E é o módulo de elasticidade do material, I é o momento de inercia e l o comprimento. Portanto, $k_{eq} = 143,80593N/m$

$$m_{eq} = M + 0,23m \tag{3.2}$$

Onde M é a massa extra na extremidade livre sendo, por exemplo, o conjunto de sensores e motores e m a massa da viga. Portanto, $m_{eq} = 0,0202625kg$

Para encontrar a razão de amortecimento (ζ), foi utilizado o decremento logarítmico (δ) no sinal do experimento foi obtido através de um acelerômetro acoplado na extremidade livre da viga e com a aplicação de uma condição de deslocamento inicial o experimento oscilou em sua frequência natural e o sinal obtido foi representado em relação o tempo na Figura 15.

$$\delta = ln\frac{x_1}{x_2} = \zeta\omega_n \frac{2\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}\omega_n} \tag{3.3}$$

Portanto, $\zeta = 0,0305524476$ e a constante de amortecimento pode ser calculada como $c = 2m\omega_n\zeta$ e seu valor é $0,1043064Ns/m$

Sua função de transferência (equação 3.4 é também encontrada a partir da função $G = ss2tf(A, B, C, D)$ no MATLAB. Esse comando transforma as matrizes de estado (**A, B, C**

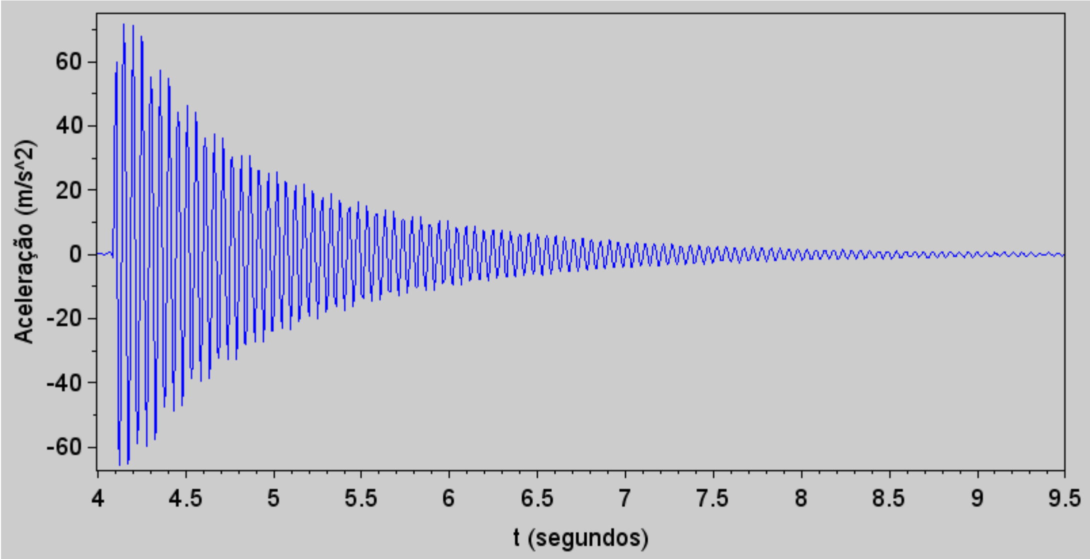

Figura 15 – Sinal de resposta ao impulso
Fonte: Pesquisa Direta (2018)

e D) em uma função de transferência.

$$G(s) = \frac{1}{0.02026s^2 + 0.1043s + 143.8} \tag{3.4}$$

No *Software* AMESIM, foi modelado conforme Figura 16.

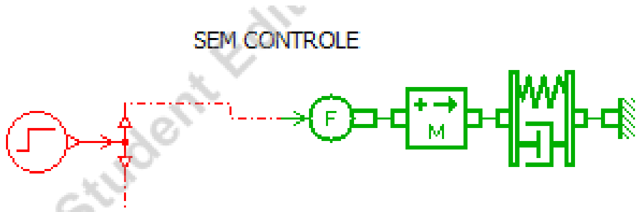

Figura 16 – Modelo 1 GDL AMESIM
Fonte: Pesquisa Direta (2018)

3.5 Projeto de Controle 1 GDL

3.5.1 Metas de Controle

As maiores amplitudes de vibração de um sistema acontecem quando as frequências estão próximas da frequência natural do sistema. No regime transiente a frequência natural influencia os picos até que o sistema passe para o regime estacionário. Aumentando o amortecimento, diminui essa influência da frequência natural. A variável a ser controlada é a amplitude do deslocamento relativo à posição inicial do sistema.

3.5.2 Especificações de controle

O sistema de 1 GDL apresenta dois polos complexos conjugados de valor $-2,57 \pm 84,2$. A parte real negativa indica a estabilidade do sistema. O respectivo lugar das raízes é apresentado na Figura 17. O gráfico mostra que a variação do ganho afastará o polo do eixo real sem alterar a distância com o eixo imaginário. Portanto o controle proporcional não apresenta vantagens para o controle de vibrações.

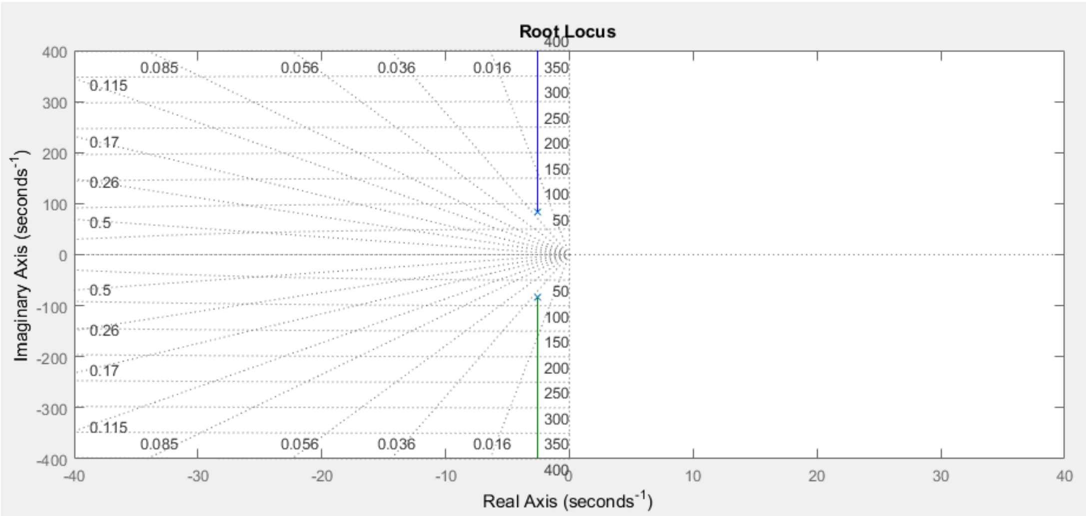

Figura 17 – Lugar das Raízes Controlador Proporcional
Fonte: Pesquisa Direta (2018)

3.5.3 Modelo do controlador

Utilizando um controlador derivativo, o gráfico do Lugar das raízes recebe um zero na origem e seu comportamento é apresentado na Figura 18. O comando $sgrid(0.7, 0)$ é adicionada para gerar uma linha diagonal com fator de amortecimento do $\zeta = 0,7$ no gráfico. Com a seleção do ponto de encontro das curvas, ganho é de $2,28$ é encotrado. Com isso, o sobre sinal (*overshoot*) passa de $90,8\%$ com ganho zero para apenas $4,62\%$. O mesmo teste é realizado com a função *step* do MATLAB e o resultado do *Overshoot* é encontrado na Figura 26.

3.5.4 Análise da performance

No *Software* AMESIM, a viga foi modela em parâmetros concentrados com os valores da Tabela 2. A ação de controle e o distúrbio foram ambos aplicados à massa. Para fins de comparação de performance, a massa não controlada também foi modelada paralelamente e ambas receberam o mesmo sinal de entrada conforme Figura 19.

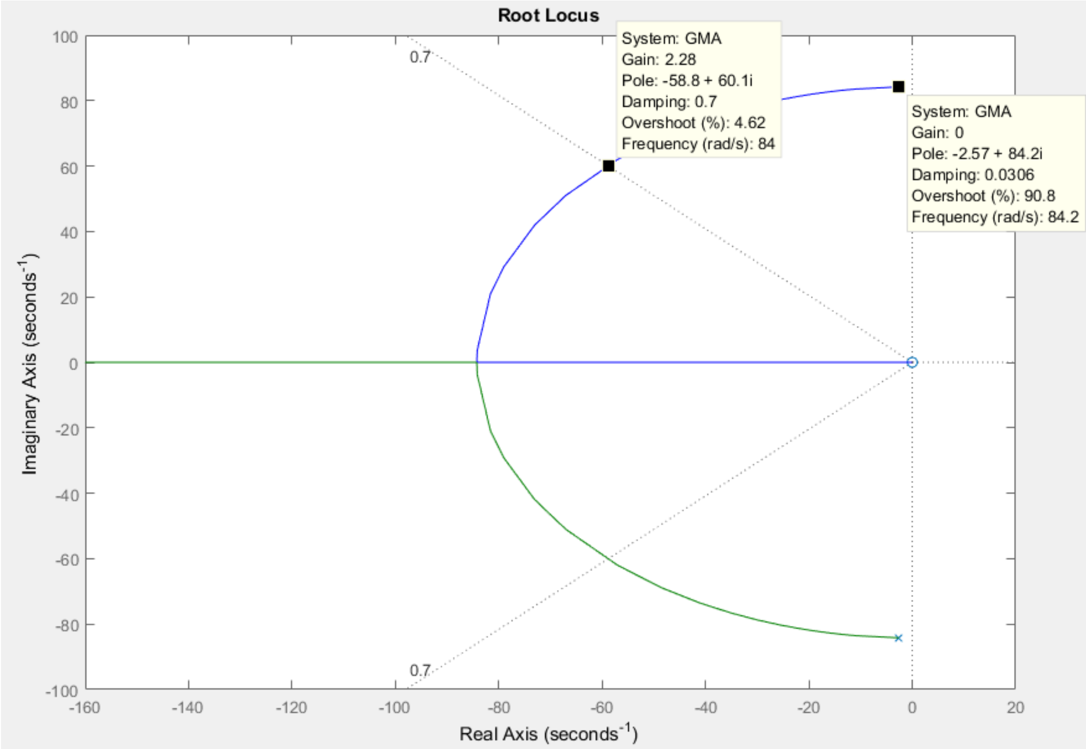

Figura 18 – Lugar das Raízes Controlador Proporcional Derivativo
Fonte: Pesquisa Direta (2018)

Simulando um motor desbalanceado acoplado na extremidade, funções senoidais de várias frequências são aplicadas simultaneamente no modelo controlado e não controlado no *software* LSM AMESIM.

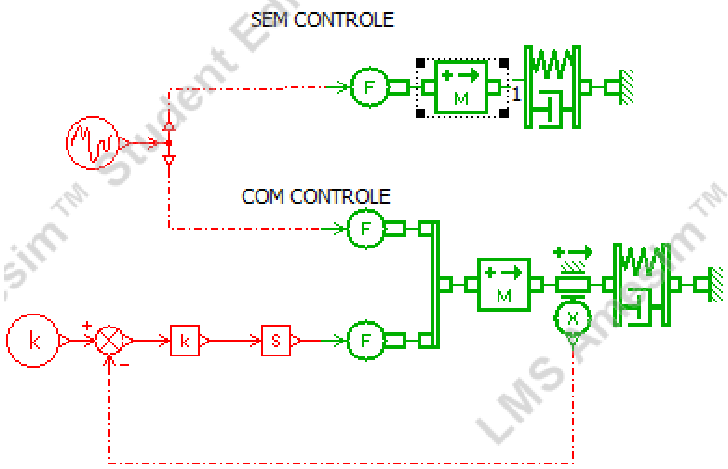

Figura 19 – Modelo AMESIM sinal simultâneo em sistema com e sem controle
Fonte: Pesquisa Direta (2018)

3.6 Modelo Analítico 3 GDL

Para 3 graus de liberdade a Tabela 3 assume valores utilizados em um trabalho passado deste grupo de estudos em que foi proposto um ADV passivo (COLONA, 2018). Visando o objetivo do presente trabalho, propõe-se a aplicação de uma ação de controle para comparar o desempenho com o atenuador passivo. Para isso, no *software* LMS AMEsim, ambos sistemas em paralelo recebem o mesmo sinal de entrada conforme Figura 20.

Tabela 3 – Parâmetros do modelo 3GDL com ADV

Parâmetro físico	Variável	Valor	Unidade
Massa	m_1	3	kg
	m_2	5.305	kg
	m_3	0.55	kg
Rigidez	k_1	62×10^3	N/m
	k_2	50×10^3	N/m
	k_3	68×10^6	N/m
Amortecimento	c_1	40	Ns/m
	c_2	10	Ns/m
	c_3	500	Ns/m

Fonte: Adaptado de (COLONA, 2018)

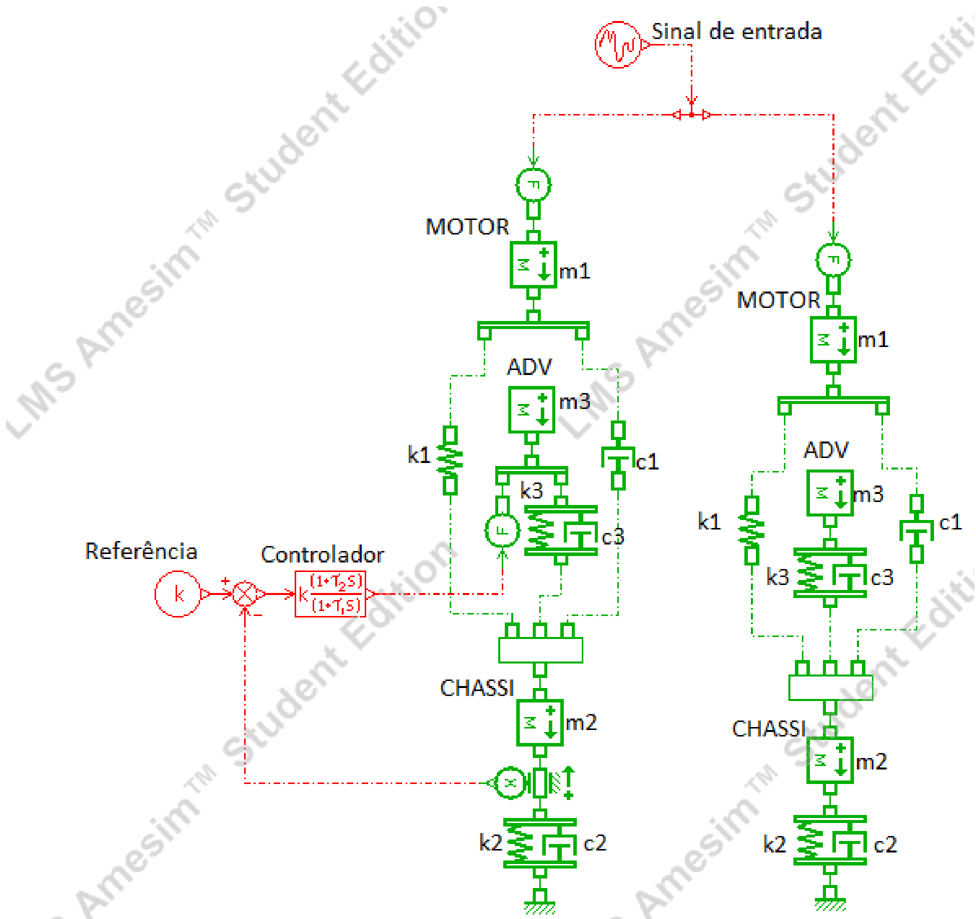

Figura 20 – Modelo AMESIM sinal simultâneo em sistema com e sem controle 3GDL
Fonte: Pesquisa Direta (2018)

Para o modelo com três graus de liberdade, a equação 3.5 apresenta o somatório de forças para o diagrama de corpo livre da massa 1 (m_1):

$$\begin{aligned} m_1\ddot{y_1} &= -k_1(y_1 - y_2) - c_1(\dot{y_1} - \dot{y_2}) \\ m_1\ddot{y_1} + c_1\dot{y_1} + k_1y_1 - -c_1\dot{y_2} - k_1y_2 &= 0 \end{aligned} \tag{3.5}$$

para a massa 2 (m_2):

$$\begin{aligned} m_2\ddot{y_1} &= -k_2y_2 - c_2\dot{y_2} + k_1(y_1 - y_2) + c_1(\dot{y_1} - \dot{y_2}) + k_3(y_3 - y_2) + c_3(\dot{y_3} - \dot{y_2}) \\ m_2\ddot{y_1} + (c_1 + c_2 + c_3)\dot{y_2} + (k_1 + k_2 + k_3)y_2 - c_1\dot{y_1} - c_3\dot{y_3} - k_1y_1 - k_3y_3 &= 0 \end{aligned} \tag{3.6}$$

para a massa 3 (m_3):

$$\begin{aligned} m_3\ddot{y_3} &= F - k_3(y_3 - y_2) - c_3(\dot{y_3} - \dot{y_2}) \\ m_3\ddot{y_3} + c_3\dot{y_3} - c_3\dot{y_2} + k_3y_3 - k_3y_2 &= 0 \end{aligned} \tag{3.7}$$

Com as variáveis de estado da equação 3.8, as equações 3.5, 3.6 e 3.7 são reescrita conforme equação 3.9.

$$\begin{aligned} x_1 &= y_1 & \dot{x_1} &= \dot{y_1} \\ x_2 &= y_2 & \dot{x_2} &= \dot{y_2} \\ x_3 &= y_3 & \dot{x_3} &= \dot{y_3} \\ x_4 &= \dot{x_1} = \dot{y_1} & \dot{x_4} &= \ddot{y_1} \\ x_5 &= \dot{x_2} = \dot{y_2} & \dot{x_5} &= \ddot{y_2} \\ x_6 &= \dot{x_3} = \dot{y_3} & \dot{x_6} &= \ddot{y_3} \end{aligned} \tag{3.8}$$

$$\begin{aligned} m_1\dot{x_2} &= -k_1x_1 - c_1x_2 + k_1x_3 + c_1x_4 \\ m_2\dot{x_4} &= k_1x_1c_1x_2 - (k_1 + k_2 + k_3)x_3 - (c_1 + c_2 + c_3)x_4 + k_3x_5 + c_3x_6 \\ m_3\dot{x_6} &= k_3x_3 + c_3x_4 - k_3x_5 - c_3x_6 + F \end{aligned} \tag{3.9}$$

ou na forma de matriz no formato da 2.22:

$$\begin{bmatrix} \dot{x_1} \\ \dot{x_2} \\ \dot{x_3} \\ \dot{x_4} \\ \dot{x_5} \\ \dot{x_6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k_1}{m_1} & \frac{k_1}{m_1} & 0 & -\frac{c_1}{m_1} & \frac{c_1}{m_1} & 0 \\ \frac{k_1}{m_2} & -\frac{k_1+k_2+k_3}{m_2} & \frac{k_3}{m2} & \frac{c_1}{m_2} & -\frac{c_1+c_2+c_3}{m_2} & \frac{c_3}{m_2} \\ 0 & \frac{k_3}{m3} & -\frac{k_3}{m3} & 0 & \frac{c_3}{m_3} & -\frac{c_3}{m_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{m_3} \end{bmatrix} F \tag{3.10}$$

$$\dot{y_3} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} \tag{3.11}$$

3.6.1 Validação do modelo

O código foi implementado em MATLAB conforme Figura 21. Na primeira parte os parâmetros e as matrizes do espaço de estado são definidos. Na segunda parte, a função *ss2tf* que a partir das matrizes **A, B, C** e D fornece o numerador e denominador da função de transferência. Dada pela equação 3.12.

$$\frac{171,4s^3 + 2,331e07s^2 + 3,143e08s + 4,816e11}{s^6 + 1026s^5 + 1,365e08s^4 + 3,025e09s^3 + 5,434e12s^2 + 2,053e13s + 2,408e16} \tag{3.12}$$

A função *damp* encontra as frequências naturais e fatores de amortecimento da função de transferência e os valores $11,3Hz$, $29,7Hz$ e $1859Hz$ são encontrados.

3.7 Projeto de Controle 3 GDL

3.7.1 Metas de Controle

Para esse modelo, deseja-se reduzir a amplitude próximas das primeiras duas frequências naturais. Já que motores de automóveis chegam até aproximadamente 8000 rpm (rotações por espacoestado3gdl.m

```
%MOTOR
m1 = 3;
k1 = 62*10^3;
c1 = 40;

%CHASSI
m2 = 10.61/2;
k2 = 50*10^3;
c2 = 10;

%ADV
m3 = 0.55;
k3 = 68*10^6;
c3 = 500;

%Espaço de estado

A = [0 0 0 1 0 0; 0 0 0 0 1 0; 0 0 0 0 0 1; -k1/m1 k1/m1 0 -c1/m1 c1/m1 0; ...
    k1/m2 -(k1+k2+k3)/m2 k3/m2 c1/m2 -(c1+c2+c3)/m2 c3/m2; 0 k3/m3 -k3/m3 0 c3/m3 -c3/m3];
B = [0; 0; 0; 0; 0; 1/m3];
C = [0 1 0 0 0 0];
D = [0];

%Planta
[num,den] = ss2tf(A,B,C,D);
sys = tf(num,den);


[wn,z] = damp(sys);
fn = wn/(2*pi);
```

Figura 21 – Código implementado no MATLAB
Fonte: Pesquisa Direta (2018)

minuto) o que equivalem a aproximadamente $140Hz$. Bem longe da terceira frequência de $1859Hz$. A variável a ser controlada é o deslocamento relativo do chassi.

3.7.2 Especificações de sistema

Esse sistema possui três polos complexos conjugados, um zero real e dois zeros complexos conjugados. O lugar das raízes desse sistema é apresentado na Figura 22. Dois polos e um zero complexo conjugado está próximo da região de instabilidade, a imagem foi ampliada e apresentada pela Figura 23. Analisando esse gráfico é possível perceber que apenas um controlador proporcional não melhora o desempenho do sistema. Ganhos(*Gain*) de $1,27 \times 10^5$ mantém o amortecimento (*Damping*) menores que 4%.

A adição de zeros e polos pelo controlador muda o comportamento do lugar das raízes e, assim, melhoram o desempenho.

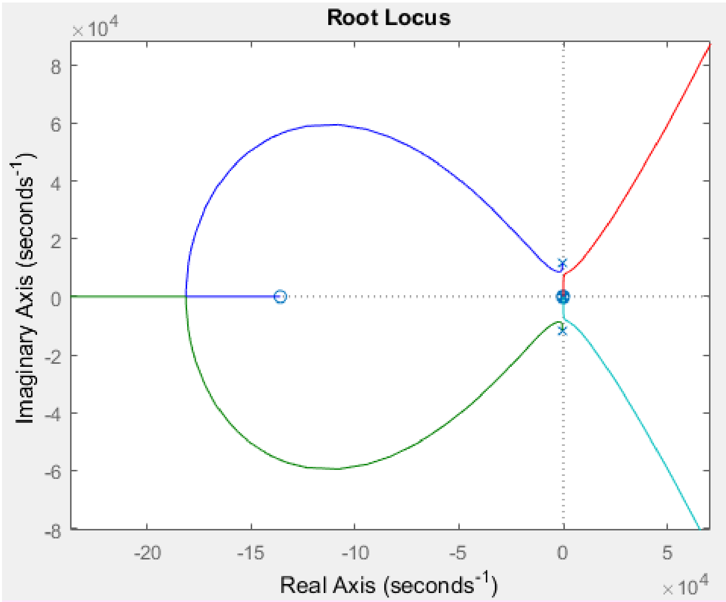

Figura 22 – Lugar das Raízes completo controlador proporcional
Fonte: Pesquisa Direta (2018)

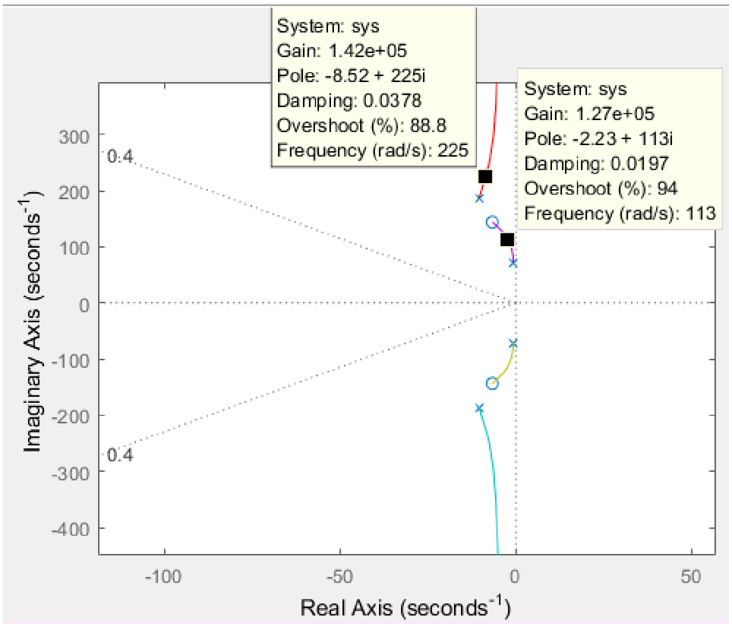

Figura 23 – Lugar das Raízes ampliado próximo da origem
Fonte: Pesquisa Direta (2018)

3.7.3 Modelo do Controlador

A ferramenta *sisotool* do MATLAB, permite que o controlador seja ajustado graficamente, incluindo polos e zeros com a análise do comportamento em tempo real do lugar das raízes e também com a resposta em frequência e resposta ao impulso. Essa ferramenta facilita a criação do controle com o método iterativo gráfico. É possível ajustar os novos polos e zeros no próprio gráfico. O controlador é dado pela Equação 3.13 com os valores de z (zero real) e p (polo real) dados pela própria ferramenta. As posições do polo e do zero são ajustadas buscando um

Lugar das Raízes satisfatório, afastá-lo da região de instabilidade (lado direito do eixo imaginário) e aumentar o amortecimento (aproximá-lo do eixo real).

$$G_c(s) = K\frac{s+z}{s+p} \tag{3.13}$$

Após adicionado um polo e zero, o lugar das raízes muda o comportamento e a Figura 24 demonstra melhor performance quando comparado com o sistema sem controlador da Figura 23. Selecionando um ganho de 316, o amortecimento passa para um valor de $32,4\%$ na frequência em torno de $92 rad/s$ e 15% para frequências próximas de $204 rad/s$. Desempenho bem mais adequado em comparação com o sistema não controlado.

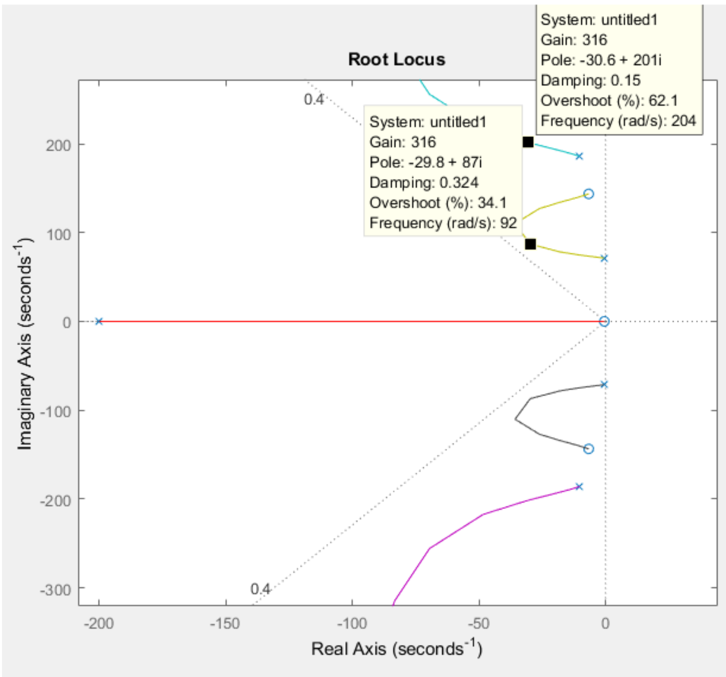

Figura 24 – Lugar das Raízes ampliado próximo da origem do sistema com controlador
Fonte: Pesquisa Direta (2018)

3.7.4 Análise da performance

A modelagem no LMS AMESIM é feito como demonstrado na Figura 20 com os modelos controlado e não controlado paralelos recebendo a mesma ação de distúrbio no motor (m_1), um impulso unitário e também senoidais de diversas frequências simulando o motor ligado.

3.8 Variáveis e Indicadores

Marconi e Lakatos (2003) define variável como um valor discernível e passível de mensuração. As variáveis em estudo no trabalho serão medidas através dos indicadores apresentados na Tabela 4.

Tabela 4 – Variáveis e Indicadores do trabalho

Variáveis	Indicadores
Viga	- Geometria - Propriedades mecânicas - Forma modal
Vibração não controlada	- Frequência - Amplitude
Vibração controlada	- Frequência - Amplitude
Controle	- Erro permitido - Erro encontrado

Fonte: Pesquisa direta (2018)

3.9 Instrumentos de Coleta de Dados

A obtenção de dados será feita em pesquisas bibliográficas a partir de trabalhos publicados, além disso, no código desenvolvido no *Software* MATLAB apresenta gráficos e saída de dados que são posteriormente tabulados e analisados. No AMESim *Student Edition* o modelo mecânico em uma dimensão também apresenta resultados na forma de gráficos.

3.10 Tabulações de Dados

Os dados obtidos no *Software* MATLAB são exportados e tabulados em Microsoft Excel onde será feito a comparação dos resultados buscando a melhor visualização dos dados propostos neste trabalho. Para relatar e discutir os resultados foi utilizado o *Software* LaTeX.

3.11 Considerações Finais

Neste capítulo foram apresentados a classificação do tipo de pesquisa assim como as ferramentas e técnicas utilizada para a execução da análise do modelamento de estruturas para o controle da vibração. No próximo capítulo será apresentado os resultados obtidos bem como as comparações entre modelos controlados e não controlados.

4 RESULTADOS

4.1 Viga Controlada 1 GDL

A partir do modelo criado nos *softwares* LMS AMESIM e MATLAB respostas bem semelhantes quando aplicado uma sinal de degrau unitário no sistema em malha aberta. Essa semelhança significa que a função de transferência inserida no MATLAB condiz com o modelo mecânico do *Software* da SIEMENS. Pode-se observar na Figura 25 que uma grande variação da amplitude de deslocamento. O sobre sinal (*Overshoot*) foi $90,8\%$ e o tempo de acomodação $1,5$ segundos em ambos *Softwares*.

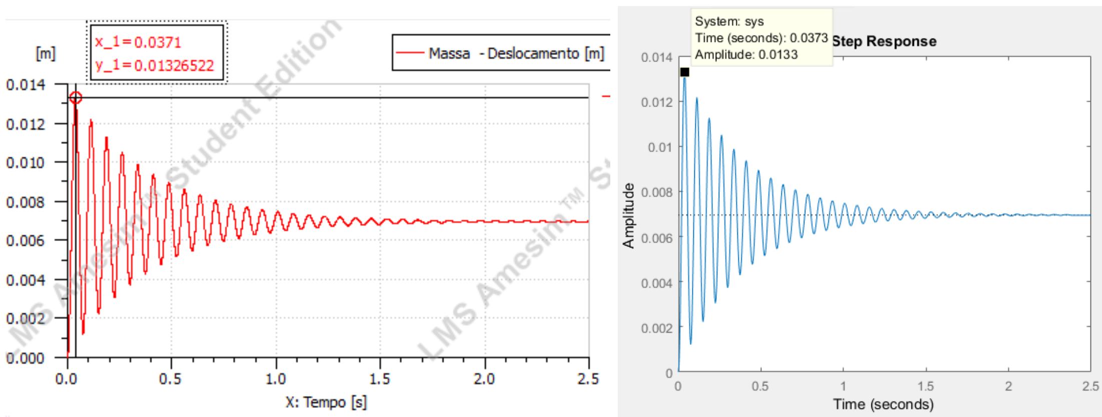

Figura 25 – Resposta ao degrau unitário LMS AMESIM (esquerda) MATLAB (direita)
Fonte: Pesquisa Direta(2018)

Ao fechar a malha com um controlador Proporcional Derivativo, a resposta ao degrau unitário recebe outro comportamento conforme Figura 26.

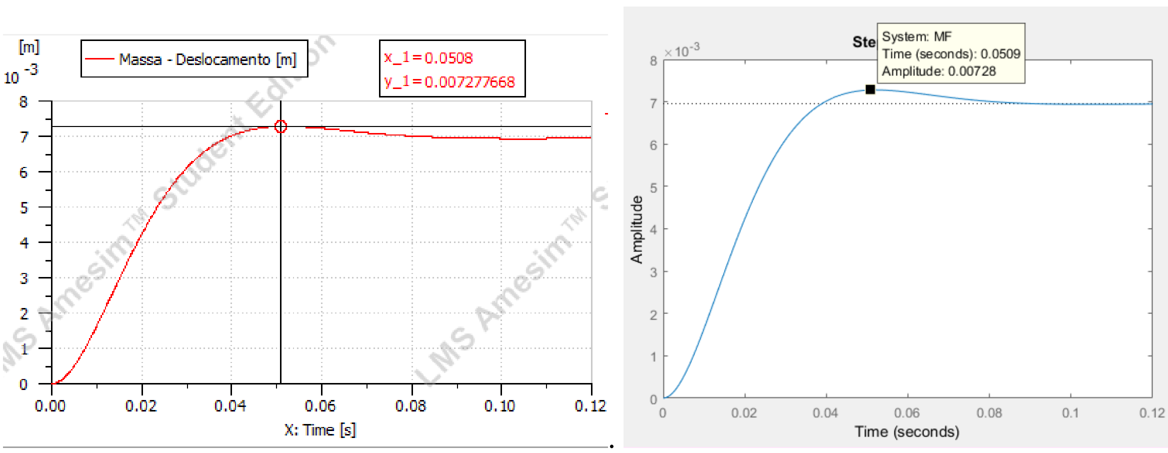

Figura 26 – Resposta ao degrau unitário sistema controlado LMS AMESIM (esquerda) e MATLAB (direita)
Fonte: Pesquisa Direta(2018)

Obtendo-se assim, $82,7\%$ de redução na amplitude de vibração com um sobre sinal de $4,9\%$ e tempo de acomodação de $0,073$ segundos.

Como comparação entre o sistema controlado e não controlado, foi gerado um sinal de impulso simultaneamente no AMESIM e fica claro a diferença de amplitude e oscilação nos dois modelos (Figura 27).

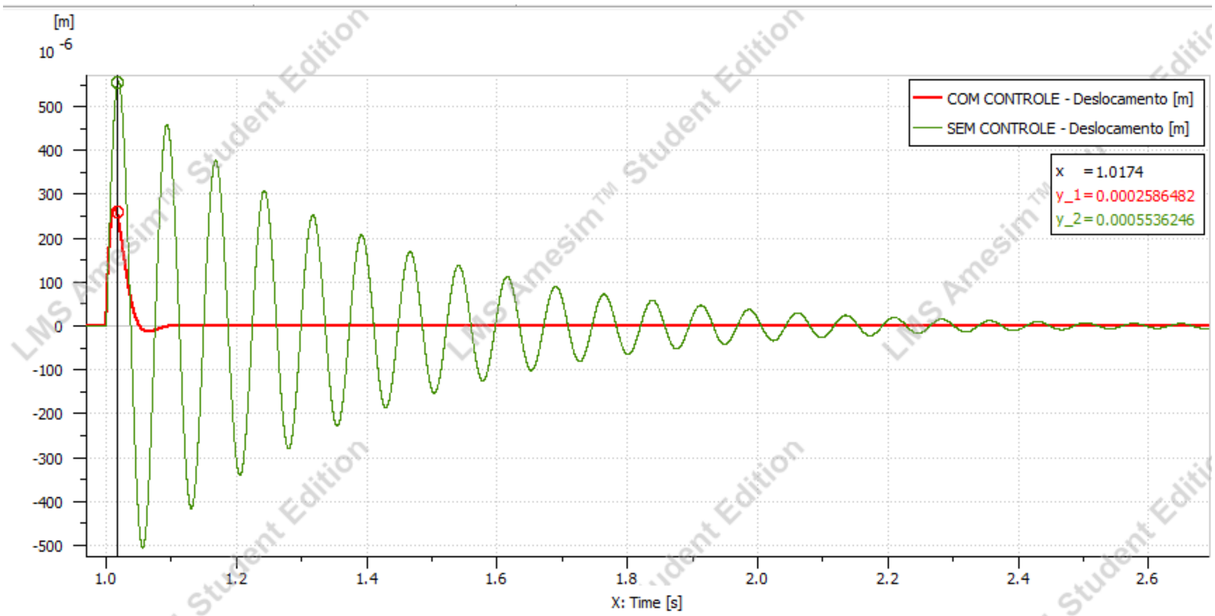

Figura 27 – Resposta ao impulso unitário sistema controlado e não controlado AMESIM
Fonte: Pesquisa Direta(2018)

Para verificar a faixa de frequência que o sistema é capaz de controlar foi aplicado um sinal de entrada com uma faixa de frequência de 0 a $50Hz$ apresentado na Figura 28.

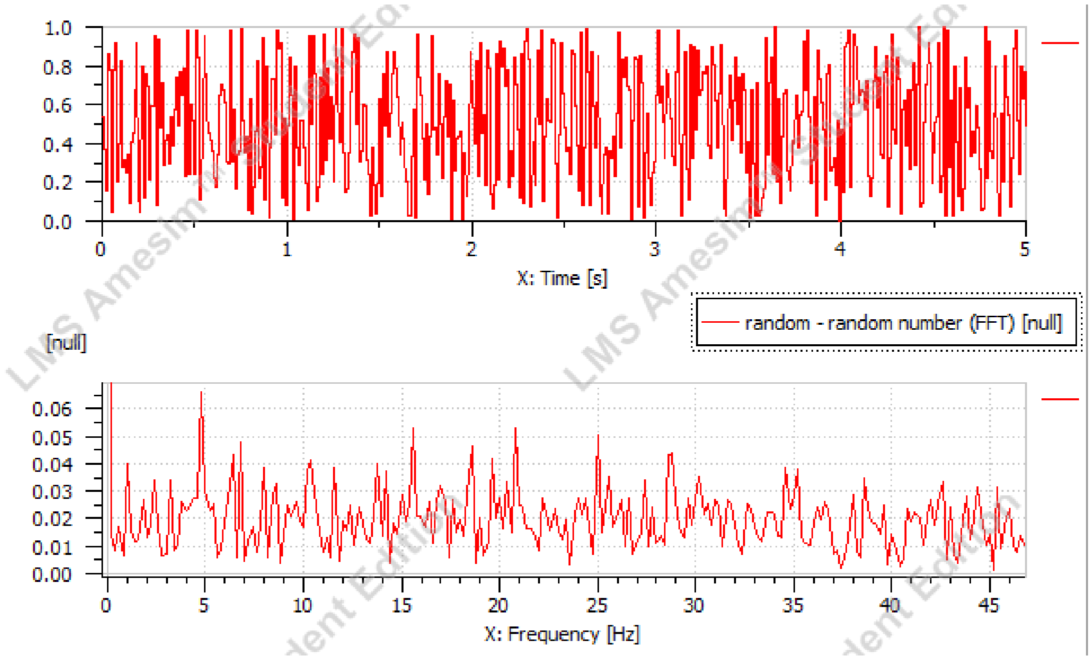

Figura 28 – Sinal de entrada aplicado ao sistema
Fonte: Pesquisa Direta(2018)

E a resposta do sistema pode ser observado na Figura 29 em relação ao tempo (acima) e em relação à frequência (abaixo). As componentes que mais influenciam a resposta (próximas à frequência natural) foram amenizadas, podendo ser observado pela linha vermelha com picos consideravelmente mais baixos que a linha verde (sem controle). Distante da frequência natural pouco influencia, o que é apresentado pela baixa amplitude a partir de $20Hz$.

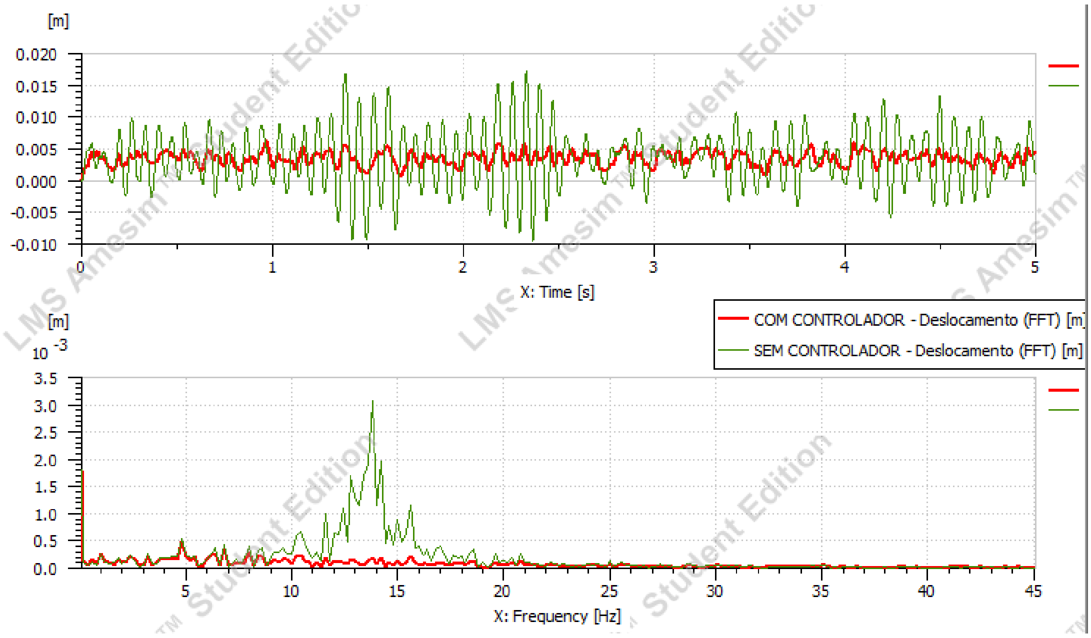

Figura 29 – Resposta no tempo e na frequência para sinais senoidais sistema com e sem controle
Fonte: Pesquisa Direta(2018)

4.2 Absorvedor Dinâmico de Vibrações (3 GDL)

Para o sistema com três graus de liberdade, foi encontrado diversos desafios para serem solucionados antes do projeto do controlador. Primeiramente, como se trata de um sistema que possui multiplas entradas e multiplas saídas (MIMO, do inglês *Mult-input, mult-output*), o que torna o sistema de alta complexidade, não tratado pela maioria da bibliografia encontrada. Diversas ferramentas utilizadas para o desenvolvimento do controlador no MATLAB também não funcionam para sistemas MIMO. Para solução desse problema, devemos tratá-lo como um problema SISO, considerando a entrada e saída em apenas um grau de liberdade, não necessariamente no mesmo. A seguir foi observado que a resposta ao degrau no MATLAB estava diferente da resposta ao impulso do AMESIM. Para a solução desse problema, foi retirado o efeito da gravidade que é considerado no *software* da SIEMENS, para isso o sistema foi modelado como se estivesse na horizontal. E outro motivo para a diferença entre os *softwares*, na matrizes de estado, é necessário atenção na matriz de entrada (**B**), a entrada do degrau deve ser aplicado no mesmo elemento em ambos programas.

Após resolução dos problemas descritos, podemos ver nas Figuras 30 e 31 que o valor do mais alto pico está no instante de tempo $0,04$ segundos e que a sua amplitude é de $4,3 \times 10^{-4}$ para as duas respostas. O que mostra a coerência entre o espaço de estados inseridos no MATLAB com o modelo mecânico do AMESIM. Além disso, a primeira frequência natural encontrada pelo MATLAB de $11,3Hz$ é também encontrada no AMESIM, passando a resposta ao degrau para o domínio da frequência.

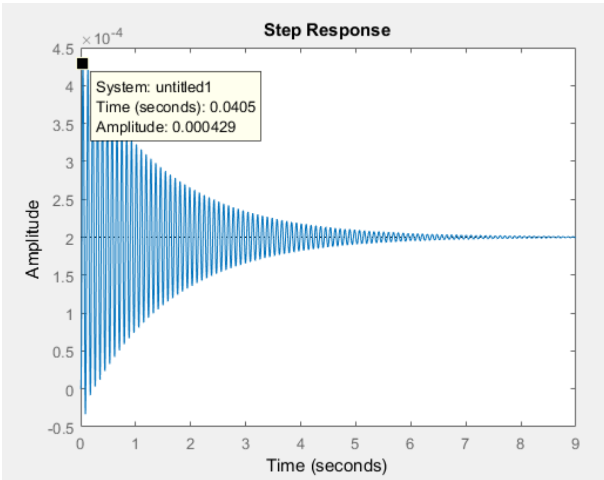

Figura 30 – Resposta ao degrau no *software* MATLAB
Fonte: Pesquisa Direta(2018)

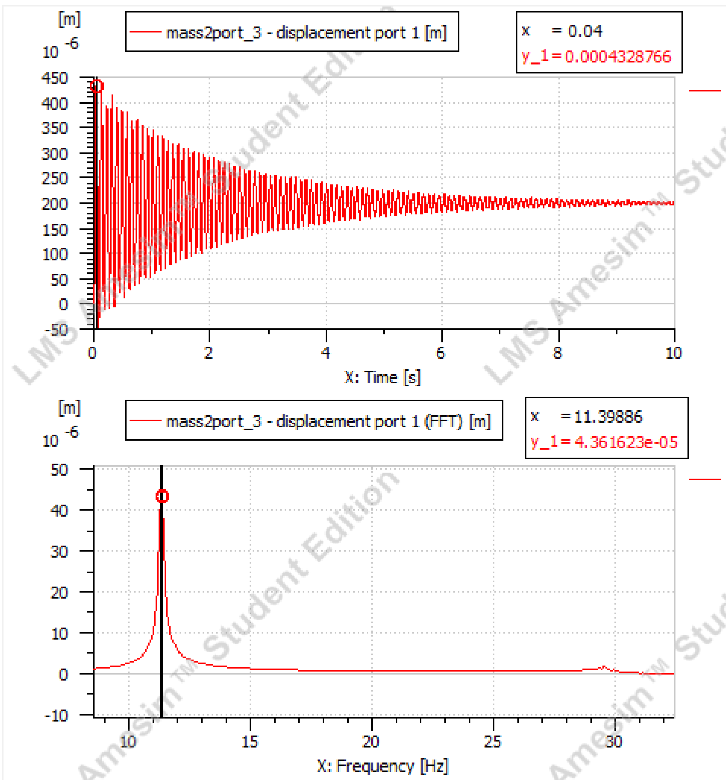

Figura 31 – Resposta ao impulso no *software* AMESIM no domínio do tempo(acima) no domínio da frequência(abaixo)
Fonte: Pesquisa Direta(2018)

Na interface de projeto de controladores do MATLAB (Figura 32) foi criado dois requisitos de desempenho, o tempo de acomodação, (linha vertical à esquerda do eixo imaginário) e também amortecimento de 40% (linhas diagonais com início na origem dos eixos). Dessa forma, foi delimitado uma área da cor branca onde deve estar localizado as raízes desejadas. Para isso, diversos controladores foram testados pelo gráfico do lugar das raízes e seus desempenhos foram comparados pela Resposta em Frequência e também pelo distúrbio de impulso.

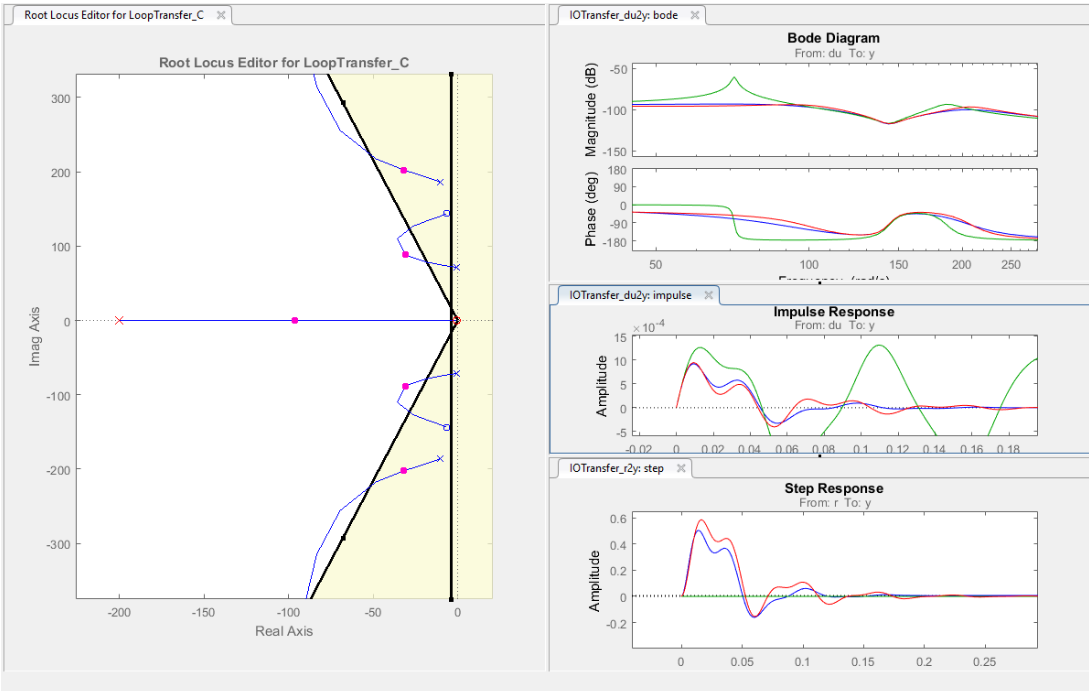

Figura 32 – Ferramenta de projeto de controladores *sisotool* MATLAB
Fonte: Pesquisa Direta(2018)

Com a seleção do polo e do zero, foi definido o ganho que levava o lugar das raízes para dentro das especificações definidas. O zero foi alocado no eixo real com valor $0,5$ e o polo alocado também no eixo real com valor igual a 200. Assim, o ganho que apresentou melhor resultado foi em torno de 330. A Figura 33 mostra a configuração do sistema controlado (azul), assim como a comparação com o sistema não controlado (verde). No gráfico de resposta em frequência (canto superior direito) é possível ver que o primeiro pico (primeira frequência natural) foi drasticamente reduzido. Isso mostra que as frequências, mesmo bem próximas à natural, pouco vão influenciar nas amplitudes de resposta do sistema controlado.

E o controlador definido pela alocação de polos e zeros é definido como

$$G_c(s) = Kc\frac{2s+1}{0,005s+1} \tag{4.1}$$

e o ganho $K_c = 330$ são inseridos no modelo do AMESIM da Figura 20.

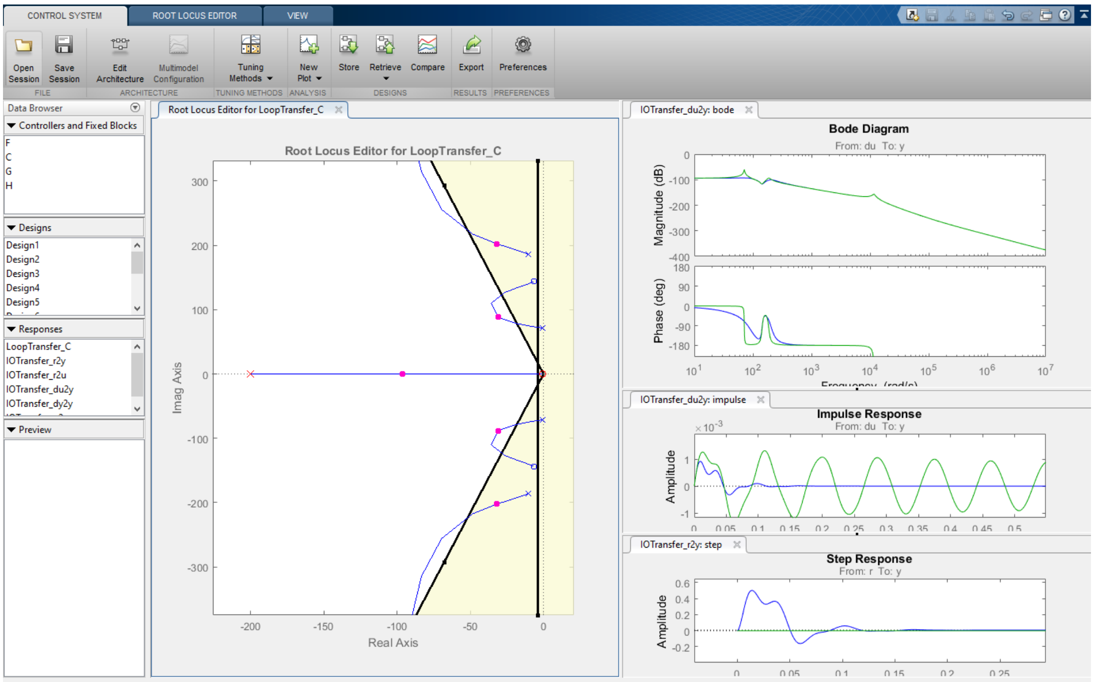

Figura 33 – Projeto de controladores por alocação de polos e zeros na ferramenta *sisotool* MATLAB com resposta do sistema não controlado (verde) e do sistema controlado (azul)

Fonte: Pesquisa Direta(2018)

Um impulso é gerado como distúrbio para verificar o desempenho do controle em comparação ao sistema não controlado e, conforme indicado na Figura 34, o sistema controlado amortece esse distúrbio rapidamente, enquanto o não controlado (linha verde) mantém por mais que 10 segundos de oscilação.

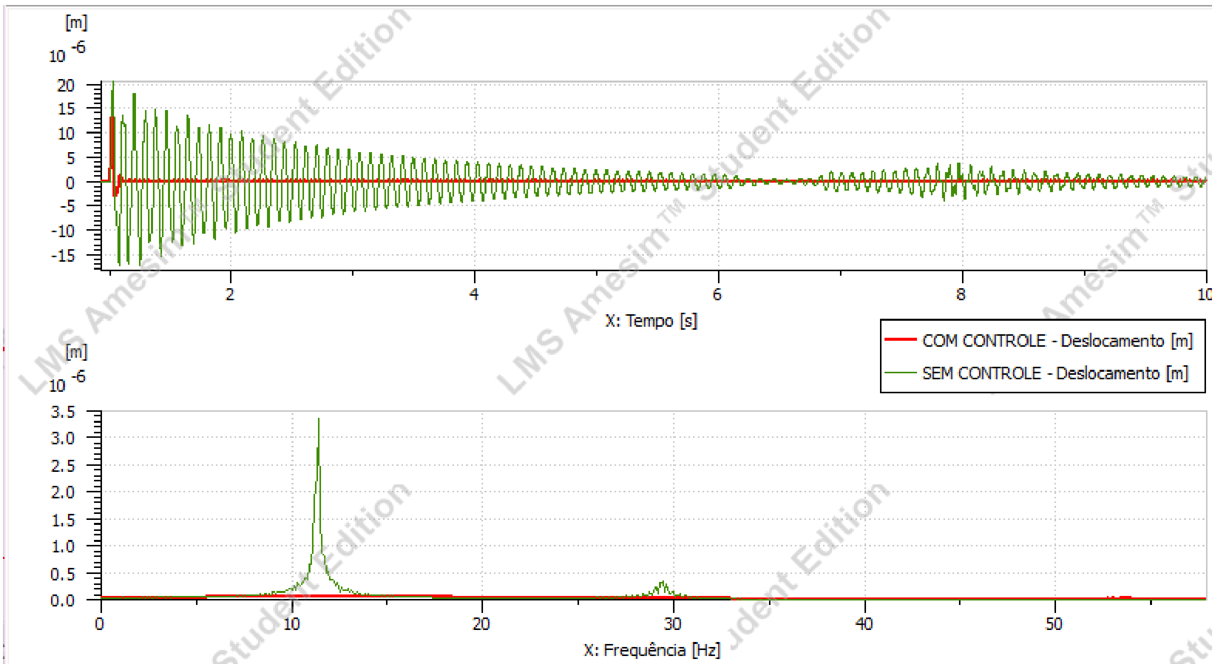

Figura 34 – Resposta ao impulso do sistema controlado e não controlado

Fonte: Pesquisa Direta(2018)

Para verificar a faixa de frequência de atenuação do controlador foi aplicado sinais aleatórios de 0 a $500Hz$ conforme mostrado na Figura 35 no modelo do AMESIM. A mesma comparação entre os sistemas é feito e mostrado na Figura 36 onde é possível perceber as amplitudes próximas às duas primeiras frequências naturais bem reduzidas no sistema controlado, para frequências distante dessas, pouca influência é exibida.

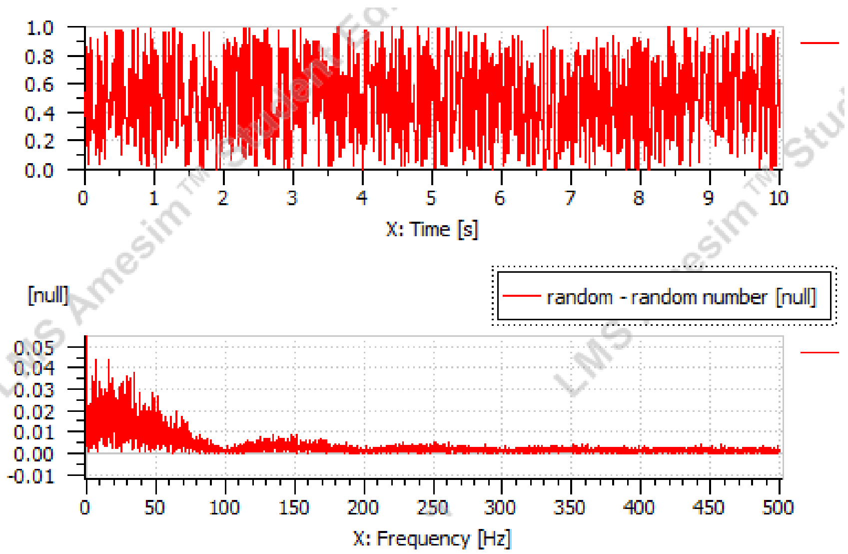

Figura 35 – Sinal de entrada aplicados como distúrbio do sistema
Fonte: Pesquisa Direta(2018)

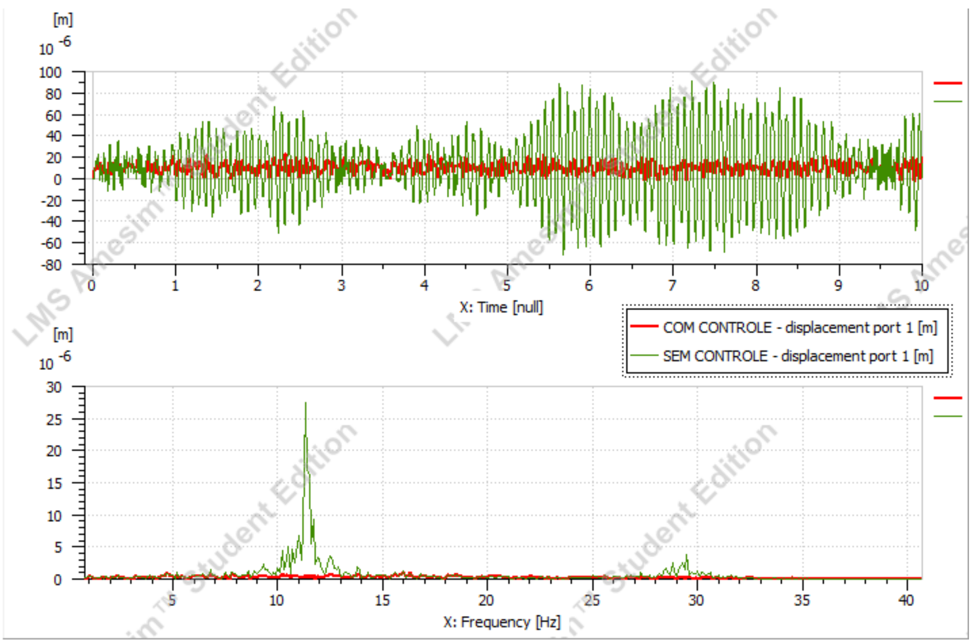

Figura 36 – Resposta ao distúrbio de sinais aleatórios no domínio do tempo e da frequência
Fonte: Pesquisa Direta(2018)

5 CONCLUSÃO

5.1 Conclusão

Diversos estudos sobre materiais elastômeros são realizados para absorção de impactos e vibrações, mas a faixa de atuação dessas soluções é limitada. Com o avanço dos sensores, atuadores e materiais inteligentes como as cerâmicas piezoelétrica, é possível o desenvolvimento de controladores que permitem abranger uma faixa maior de opreção dos sistemas de isolamento e redução de vibrações.

A modelagem analítica de uma viga (1 GDL) e de um sistema com absorvedor dinâmico de vibrações (3 GDL) apresentaram resposta à diversos sinais com resultados semelhantes ao modelo matemático no *software* AMESIM, demonstrando coerência elevada entre os dois modelos. A modelagem e verificação de sistema é de suma importância para trabalhos que envolve controle, e pode se tornar complexo com o aumento do número de graus de liberdade. Por meio das ferramentas computacionais o trabalho de desenvolvimento do controlador se torna consideravelmente mais rápido e fácil.

Este trabalho buscou desenvolver o estudo de um absorvedor dinâmico de vibrações adicionando uma ação de controle para melhorar o desempenho tanto em um maior amortecimento e maior faixa de frequência em comparação aos atenuadores passivos. Isso sem que seja necessário alterar as propriedades do sistema, como alteração de material ou mudança de características.

Através de controladores PID e adição de polos e zeros foi comprovada a melhora no desempenho da resposta à distúrbios com uma clara redução na amplitude de frequências próximas das frequências naturais do sistema que apresentam maior contribuição para oscilação.

É possível que este trabalho sirva como base para a construção do sistema de três graus de liberdade proposto por Colona (2018) com o controle ativo de vibrações. E também futuros projetos na área de controle ainda pouco explorado pelos alunos de engenharia mecânica da Escola de Minas.

5.2 Recomendações

Para os próximos estudos, recomenda-se que dê atenção para os desafios da aplicação experimental do sistema de controle. Considerando a utilização de atuadores piezoelétricos ou o elastômero magneto-reológico como é apresentado por Du et al. (2011). Também é possível utilizar sistemas de baixo custo, como o Arduino que está bastante difundido e possui diversas aplicações na área de sensores, controladores e atuadores. Em um estudo recente realizado por Wang et al. (2018), para um elevado número de graus de liberdade utilizou-se um controlador secundário. A modelagem de um sistema físico real também pode ser outro desafio visto que diverge da função de transferência encontrada a partir de cálculos matemáticos.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

ABE, M.; IGUSA, T. Semi-active dynamic vibration absorbers for controlling transient response. ***Journal of Sound and Vibration***, Elsevier, v. 198, n. 5, p. 547–569, 1996. 8

ANG, K. H.; CHONG, G.; LI, Y. Pid control system analysis, design, and technology. ***IEEE transactions on control systems technology***, IEEE, v. 13, n. 4, p. 559–576, 2005. 13, 14

BOSCHERT, S.; ROSEN, R. **Digital twin—the simulation aspect**. In: *Mechatronic Futures*. [S.l.]: Springer, 2016. p. 59–74. 2, 19

CHOI, S.-B.; HONG, S.-R. Active vibration control of a flexible structure using an inertial type piezoelectric mount. ***Smart materials and structures***, IOP Publishing, v. 16, n. 1, p. 25, 2006. 2

CLOUGH, R. W.; PENZIEN, J. *Dynamics of structures. Berkeley: Computers & Structures*. [S.l.]: Inc, 1995. 5

COLONA, A. A. **Estudo sobre a redução da transmissibilidade por meio da variação da rigidez de um absorvedor dinâmico de vibrações**. *Monografia de Projeto Final em Engenharia Mecânica Universidade Federal de Ouro Preto*, 2018. 24, 38

DORF, R. C.; BISHOP, R. H. ***Modern control systems***. [S.l.]: Pearson, 2011. 9, 12, 13, 16

DU, H.; LI, W.; ZHANG, N. Semi-active variable stiffness vibration control of vehicle seat suspension using an mr elastomer isolator. ***Smart materials and structures***, IOP Publishing, v. 20, n. 10, p. 105003, 2011. 38

FULLER, C. C.; ELLIOTT, S.; NELSON, P. A. ***Active control of vibration***. [S.l.]: Academic Press, 1996. 2

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. *São Paulo*, v. 5, n. 61, p. 16–17, 2002. 18

KALMAN, R. On the general theory of control systems. ***IRE Transactions on Automatic Control***, v. 4, n. 3, p. 110–110, 1959. 12

KIM, G.; SINGH, R. A study of passive and adaptive hydraulic engine mount systems with emphasis on non-linear characteristics. ***Journal of Sound and Vibration***, Elsevier, v. 179, n. 3, p. 427–453, 1995. 2

LIMA, S. de S.; SANTOS, S. H. de C. ***Análise dinâmica das estruturas***. [S.l.]: Editora Ciência Moderna, 2008. 4

LIU, K.; LIU, J. The damped dynamic vibration absorbers: revisited and new result. ***Journal of Sound and Vibration***, Academic Press, v. 284, n. 3-5, p. 1181–1189, 2005. 7

MARCONI, M. d. A.; LAKATOS, E. M. ***Fundamentos de metodologia científica***. [S.l.]: 5. ed.-São Paulo: Atlas, 2003. 18, 30

MATHWORKS, T. *Control System Toolbox, Getting Started Guide*. 2015. 17

NISE, N. S.; SILVA, F. R. da. *Engenharia de sistemas de controle*. [S.l.]: LTC, 2002. v. 3. 14, 15, 16, 17

OGATA, K.; SEVERO, B. ***Engenharia de controle moderno***. [S.l.]: Prentice Hall do Brasil, 1998. 1, 9, 10, 11, 12, 14

PREMONT, A. ***Vibration control of active structures***. [S.l.]: Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1997. 1, 2

PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C. de. ***Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico-2ª*** *Edição*. [S.l.]: Editora Feevale, 2013. 18, 19

RAO, S. S. ***Vibrações mecânicas .*** [S.l.]: Pearson Educación, 2009. 1, 4, 5, 6, 20

ROGERS, C. A. *Intelligent material systems—the dawn of a new materials age*. [S.l.]: Sage Publications Sage CA: Thousand Oaks, CA, 1993. 2

SOOM, A. et al. Optimal design of linear and nonlinear vibration absorbers for damped systems. ***Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design***, American Society of Mechanical Engineers, v. 105, n. 1, p. 112–119, 1983. 7, 8

TAO, F.; CHENG, J.; QI, Q.; ZHANG, M.; ZHANG, H.; SUI, F. Digital twin-driven product design, manufacturing and service with big data. ***The International Journal of Advanced Manufacturing Technology***, Springer, v. 94, n. 9-12, p. 3563–3576, 2018. 3

WANG, X.; BI, F.; DU, H. Reduction of low frequency vibration of truck driver and seating system through system parameter identification, sensitivity analysis and active control. ***Mechanical Systems and Signal Processing***, Elsevier, v. 105, p. 16–35, 2018. 39

XU, S.; KOKO, T. Finite element analysis and design of actively controlled piezoelectric smart structures. ***Finite elements in analysis and design***, Elsevier, v. 40, n. 3, p. 241–262, 2004. 2

Certifico que o aluno **Guilherme Amorim Fernandes,** autor do trabalho de conclusão de curso intitulado **"Modelagem de Sistemas Mecânicos para Controle Ativo de Vibrações"**, efetuou as correções sugeridas pela banca examinadora e que estou de acordo com a versão final do trabalho.

Prof. DSc. Gustavo Paulinelli Guimarães

Orientador

Ouro Preto, 23 de dezembro de 2018