



UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO – UFOP

ESCOLA DE MINAS

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA



AMAURI COELHO FERRAZ

**DESENVOLVIMENTO DE UM MODELO ELETROMECAÂNICO PELO
MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS PARA ESTUDO SOBRE
RECUPERAÇÃO DE ENERGIA POR VIBRAÇÃO**

**OURO PRETO - MG
2018**

AMAURI COELHO FERRAZ

amauriferrazz@gmail.com

**DESENVOLVIMENTO DE UM MODELO ELETROMECAÂNICO PELO
MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS PARA ESTUDO SOBRE
RECUPERAÇÃO DE ENERGIA POR VIBRAÇÃO**

Monografia apresentada ao Curso de Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito para a obtenção do título de Engenheiro Mecânico.

Professor orientador: DSc. Gustavo Paulinelli Guimarães

**OURO PRETO – MG
2018**

F381d Ferraz, Amauri Coelho.
Desenvolvimento de um modelo eletromecânico pelo método de elementos finitos para estudo sobre recuperação de energia por vibração [manuscrito] / Amauri Coelho Ferraz. - 2019.

54f.: il.: color; grafs; tabs.

Orientador: Prof. Dr. Gustavo Paulinelli Guimarães.

Monografia (Graduação). Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de Minas. Departamento de Engenharia Mecânica.

1. Vibração. 2. Material Piezoelétrico. 3. Recuperação de Energia. 4. Viga fixa-livre. I. Guimarães, Gustavo Paulinelli. II. Universidade Federal de Ouro Preto. III. Título.

CDU: 621

Catálogo: ficha.sisbin@ufop.edu.br



UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

ATA DA DEFESA

Aos seis dias do mês de Dezembro de 2018, às 09h 30min, na sala 25, localizada na Escola de Minas – Campus - UFOP, foi realizada a defesa de Monografia do aluno(a) **Amauri Coelho Ferraz**, sendo a comissão examinadora constituída pelos professores: Prof. Dr. Gustavo Paulinelli Guimarães, Prof. Dr. Ronilson Rocha e Prof. Me. Marcelo Teodoro Assunção. O candidato apresentou o trabalho intitulado: "**Desenvolvimento de um modelo eletromecânico pelo Método de Elementos Finitos para estudo sobre recuperação de energia por vibração**", sob orientação do Prof. Dr. Gustavo Paulinelli Guimarães. Após as observações dos avaliadores, em comum acordo os presentes consideram o(a) aluno(a) APROVADO.

Ouro Preto, 06 de Dezembro de 2018.

Prof. Dr. Gustavo Paulinelli Guimarães
Professor Orientador

Prof. Dr. Ronilson Rocha
Professor Avaliador

Prof. Me. Marcelo Teodoro Assunção
Professor Avaliador

Amauri Coelho Ferraz
Aluno(a)

Em primeiro lugar agradeço a Deus pela força e coragem durante toda esta longa caminhada.

Agradeço aos meus pais e irmã que com muito carinho e apoio, não mediram esforços para que eu chegasse até esta etapa de minha vida.

AGRADECIMENTO

Ao meu orientador Gustavo Paulinelli Guimarães, pela paciência na orientação e incentivo que tornaram possível a conclusão desta monografia.

Aos professores do curso de engenharia mecânica por suas importantes contribuições para o aprimoramento do trabalho.

Aos meus amigos da Engenharia Mecânica que são companheiros de trabalhos e irmãos na amizade que fizeram parte da minha formação.

À equipe 12 Bis pelo aprendizado e grandes momentos vividos.

“Aprendi o silêncio com os faladores, a tolerância com os intolerantes, a bondade com os maldosos; e, por estranho que pareça, sou grato a esses professores”.

Khalil Gibran

RESUMO

A Recuperação de Energia por Vibrações tem como objetivo a utilização da vibração de equipamentos industriais, estruturas móveis e estruturas como prédios e pontes, para conversão em energia elétrica. Desta forma, estudos vem sendo realizados com a intenção de utilizar materiais piezoelétricos para realizar essa conversão. Apesar da baixa potência gerada, algumas aplicações podem ser observadas para alimentação de sensores sem fio, além de micro e nano robôs na área de biomédicas. Também estão sendo realizados estudos na utilização da vibração de vagões de trem para alimentação de seus próprios sensores. Este estudo tem como objetivo a modelagem em elementos finitos de um sistema com elemento piezoelétrico acoplado a uma viga engastada e a análise da geração de potência pelo elemento piezoelétrico enquanto a viga recebe vibração forçada. Em primeiro lugar, o posicionamento do elemento piezoelétrico foi analisado ao longo do comprimento da viga, na busca pela maior tensão gerada. Em outra análise, variou-se a resistência para uma posição fixa do piezoelétrico, observando seu comportamento. Posteriormente, realizou-se o comportamento da potência para valores muito altos de resistência, considerando diferentes posições para o piezoelétrico. Foi possível concluir que para posições mais próximas ao engaste a potência gerada é maior. Pelo menos para este estudo, foi possível concluir também que a potência é diretamente proporcional a resistência até aproximadamente 200 kohms, sendo que a partir deste valor a potência permanece estável com o aumento da resistência. Os valores de potência específica gerada são da ordem de 10^{-5} μ W, entretanto podem ser estudadas geometrias mais apropriadas para os elementos piezoelétricos, bem como o uso simultâneo de diversos elementos.

Palavras-chave: Vibração, Material Piezoelétrico, Recuperação de Energia, Viga fixa-livre.

ABSTRACT

Vibration Energy Harvesting aims to generate electricity, mobile structures and structures such as buildings and bridges, for the emission of electricity. In this way, the studies have been carried out with the intention to make use of piezoelectric materials to carry out this conversion. Despite the low power generated, some applications can be observed for the feeding of wireless sensors, as well as micro and nano robots in the biomedical area. Studies on the vibration of sleep wagons may be carried out to feed their own eyes. This study aims at a finite element modeling of a piezoelectric element coupled to a crimped beam and an analysis of the power generation through a piezoelectric element while a beam receives forced vibration. First, the positioning of the piezoelectric element was analyzed along the length of the beam, in the search for the highest voltage generated. In another analysis, a force for the fixed fixation of the piezoelectric was varied, observing its behavior. Subsequently, the power behavior was promoted for the highest resistance levels, considering different positions for the piezoelectric. It was possible that for the functions closest to the crimping the generated is larger. At least for this study, it was also possible to release the power itself, maintaining the speed of 200 kohms, from which this value may be better with increasing resistance. The generated specific power values are of the order of $10^{-5} \mu W$, however, more popular geometries can be studied for the piezoelectric elements, as well as the simultaneous use of several elements.

Key-words: Vibracion, Piezoelectric Material, Energy Harvesting, Fixed-free Beam.

LISTA DE SIMBOLOS

RMS – *Root Mean Square*

PZT – Piezoelétrico

V – Tensão elétrica

R – Resistência

i – Corrente elétrica

ULP – ultra low power

MEF – Método do Elementos Finitos

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Resposta de um sistema livre subamortecido.....	6
Figura 2 – Refinamento da malha	8
Figura 3 – <i>SOLID73</i>	9
Figura 4 - <i>SOLID5</i>	10
Figura 5 – Opções <i>CIRCU94</i>	11
Figura 6 – Matrizes de propriedades piezoelétricas.....	12
Figura 7 – Diagrama do sistema de Recuperação de Energia por Vibração	16
Figura 8 – Diagrama esquemático de um gerador de inércia linear.	16
Figura 9 – Viga de duas camadas de piezoelétrico.	17
Figura 10 – Fluxograma com a metodologia utilizada neste trabalho	21
Figura 11 – MEF viga.....	22
Figura 12 – MEF viga+PZT.	24
Figura 13 – Posições de análise.....	25
Figura 14 – Posição 1 (no engaste)	29
Figura 15 – Posição 2 (0,02 m do engaste)	29
Figura 16 - Posição 3 (0,04 m do engaste)	29

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Condições de contorno e frequências de uma viga	7
Tabela 2 – Coeficientes eletromecânicos	13
Tabela 3 – Modos de vibração	14
Tabela 4 – Dimensões e características da viga	22
Tabela 5 – Dimensões e características do PZT.....	23
Tabela 6 – Variáveis e Indicadores	26
Tabela 7 – Comparação das frequências naturais	28
Tabela 8 – Valores de potência obtidos	30

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Formulação do Problema	1
1.2	Justificativa	2
1.3	Objetivos	3
1.3.1	Geral.....	3
1.3.2	Específicos	3
1.4	Estrutura do Trabalho.....	3
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	5
2.1	Sistemas dinâmicos	5
2.2	Método de Elementos Finitos	7
2.3	Material Piezoelétrico	11
2.4	Eletricidade	14
2.5	Recuperação de Energia.....	15
3	METODOLOGIA.....	19
3.1	Tipos de Pesquisa	19
3.2	Materiais e Métodos	20
3.2.1	Modelagem da viga	21
3.2.2	Modelagem da viga com o piezoelétrico acoplado	22
3.2.3	Análise comparativa dos modos de vibração	24
3.2.4	Análise da tensão gerada variando a posição do PZT.....	24
3.2.5	Análise variando o valor da resistência	25
3.2.6	Análise do comportamento da potência para valores muito altos de resistência	25
3.2.7	Comportamento da potência gerada ao longo do <i>range</i> de resistência do PZT .	26
3.3	Variáveis e Indicadores	26
3.4	Instrumento de Coleta de Dados.....	27
3.5	Tabulação dos Dados	27
3.6	Considerações Finais.....	27
4	RESULTADOS.....	28
4.1	Análise de tensão e corrente em relação a posição do PZT	28

4.2	Influência da resistência na potência gerada.....	30
4.3	Análise da potência utilizando o <i>range</i> total de resistência do PZT	33
5	CONCLUSÃO.....	35
5.1	Trabalhos Futuros	35
	REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA.....	37

1 INTRODUÇÃO

1.1 Formulação do Problema

O interesse pela vibração surgiu com a descoberta dos primeiros instrumentos musicais, sendo o filósofo e matemático grego Pitágoras o primeiro a investigar sons musicais com base científica. Já no século XVII, Galileu estudou o comportamento de um pêndulo simples, descrevendo a relação entre a frequência, a vibração e o comprimento do mesmo. Por fim, com o surgimento dos computadores nos anos 50, foi possível evoluir da resolução de problemas com poucos graus de liberdade para sistemas mais complexos, com inúmeros graus de liberdade, gerando soluções mais próximas da realidade (RAO, 2008).

De acordo com RAO (2008), a vibração pode ser definida como qualquer movimento que se repita após um intervalo de tempo regular ou irregularmente, em que existem algumas classificações dos tipos de vibrações como vibração livre, que é aquela produzida por uma perturbação inicial que não persiste durante o movimento vibratório, e vibração forçada é provocada por um efeito externo que persiste enquanto o movimento vibratório existir. Além disso, existe a vibração amortecida, no qual a energia vibratória se dissipa com o transcorrer do tempo, e a não amortecida, em que a energia vibratória permanece imutável com o passar do tempo; também se tem a vibração determinística, na qual se pode prever as características do movimento vibratório em qualquer instante de tempo, e a vibração aleatória ou não determinística, em que não é possível descrever o movimento vibratório ao longo do tempo. Um sistema vibratório deve possuir um meio para armazenar energia potencial e cinética e um meio de perda de energia, sendo representados, respectivamente, por uma mola, uma massa e um amortecedor.

A utilização de sensores sem fio de baixa potência é muito grande atualmente, devido a possibilidade de colocá-los em locais que eram inacessíveis a algum tempo atrás pela existência de muitos cabos. Desta forma, o uso destes sensores incentiva a busca por fontes alternativas de energia, como micro células combustíveis e microturbinas geradoras de energia, em razão de não ser viável a troca contínua de baterias em sistemas que utilizam inúmeros sensores. Essas fontes podem ser térmicas, luminosas e cinéticas, no qual podem ser utilizadas diretamente ou em conjunto com baterias, aumentando assim a vida útil e a capacidade energética do

sistema, mitigando assim, os impactos ambientais causados por problemas relacionados ao descarte de baterias (BEEBY, *et al* 2006).

A recuperação de energia de vibração pode ser realizada por meio de dispositivos eletromagnéticos, os quais possuem uma grande variação de configurações atingindo altos valores de corrente, porém a montagem é complexa podendo gerar alguns problemas no seu funcionamento, eletrostáticos, os quais necessitam de uma carga inicial de polarização, além da impedância de saída dos dispositivos serem altas, tornando-os menos adequado como fonte de alimentação, e piezoelétricos, que tem uma abordagem mais simples e não necessitando de uma geometria complexa e componentes adicionais, porém o seu desempenho e vida útil é limitada pelas características mecânicas. Desta forma, algumas vantagens de se utilizar o piezoelétrico são que, não é necessária uma fonte de tensão externa, possui uma configuração compacta, grande ligação em monocristais e altas tensões variando de 2 a 10V (BEEBY, *et al* 2006).

Para se obter uma melhor eficiência na recuperação de energia, pode-se utilizar elementos finitos para modelagem do piezoelétrico, o qual também proporciona uma solução satisfatória, quer em termos econômicos ou na verificação de pré-requisitos de projeto, por meio de sucessivas análises e modificações do modelo. Sendo que, para obter-se um modelo, deve-se atentar a simplificação da geometria da estrutura em estudo, o refinamento da malha e qual tipo de elemento utilizar (AZEVEDO, 2003).

Por fim, apresenta-se a pergunta problema que motivou o presente estudo:

Como desenvolver um modelo utilizando o Método dos Elementos Finitos de uma estrutura acoplada a um piezoelétrico para utilização em recuperação de energia?

1.2 Justificativa

A recuperação de energia oferece duas principais vantagens em comparação às baterias, sendo, quase uma fonte inesgotável e pouco ou nenhum efeito no meio ambiente. Quanto a recuperação de energia por vibrações, ocorre em microescala, na qual essa tecnologia recebe o nome de *ultra-low-power* (ULP). Atualmente, existem sistemas que já utilizam esse tipo de tecnologia, como calculadoras e relógios, sendo que ainda existem aplicações em que não são utilizados, do qual os sensores remotos são os mais promissores.

Em relação as fontes mais propícias, uma delas é a vibração, podendo gerar com fonte humana cerca de $4\mu\text{W}/\text{cm}^2$ e com fonte industrial cerca de $100\mu\text{W}/\text{cm}^2$ (RAJU *et al*, 2010).

Além disso, o uso de piezoelétricos para gerar energia utilizando fonte humana vem sendo amplamente estudado, um exemplo disso é o estudo utilizando piezoelétrico para extrair energia da mudança da pressão arterial em cada pulso, no qual, por meio de elementos finitos pode-se observar que um diafragma circular de 5,56mm de raio e 9 μm de espessura produziria 0,61 μW (BEEBY *et al*, 2006).

Uma outra aplicação possível seria utilizar um dispositivo de recuperação de energia como um indicador de carga de bateria, sendo que seria instalado um LED em paralelo com o capacitor para que indique quando o mesmo teria um valor adequado de tensão (MOTTER *et al*, 2012).

1.3 Objetivos

1.3.1 Geral

Realizar uma modelagem em elementos finitos de uma viga metálica engastada, acoplada a uma placa de material piezoelétrico, variando-se a disposição deste último em relação à viga a fim de obter uma melhor eficiência na geração de energia.

1.3.2 Específicos

- Apresentar um estudo teórico sobre a recuperação de energia e suas aplicações;
- Modelar uma viga metálica engastada em elementos finitos, considerando uma placa piezoelétrica acoplada a ela;
- Realizar uma simulação com condições de contorno e iniciais iguais em vibração forçada, variando a posição do PZT;
- Realizar uma simulação com condições de contorno e iniciais iguais em vibração forçada, variando o valor da resistência acoplada ao PZT;

1.4 Estrutura do Trabalho

Este trabalho apresenta uma estrutura dividida em 5 Capítulos e suas respectivas subdivisões. Primeiramente, no Capítulo 1, foi descrito o problema a ser estudado, assim como a justificativa para tal estudo e seus objetivos gerais e específicos.

No Capítulo 2 realizou-se um estudo teórico mais aprofundado sobre o tema, no qual definiu-se os principais conceitos abordados e explicitou-se informações relevantes para a sequência do trabalho.

No Capítulo 3 abordou-se a metodologia utilizada, como, a definição da malha utilizada, o tipo de elemento que melhor se aplica ao caso e sua quantidade, e como aplicou-se as propriedades do piezoelétrico no software Ansys.

No Capítulo 4 descreveu-se e discutiu-se os resultados obtidos a partir de cada condição estudada, de acordo com o capítulo anterior.

Por fim, no Capítulo 5 finalizou-se o trabalho com as devidas conclusões, baseadas nos resultados e suas discussões.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Sistemas dinâmicos

Um dos pontos que distingue uma análise dinâmica para uma análise estática é a variação no tempo do problema dinâmico, no qual o carregamento e a resposta variam com o tempo, se tornando uma análise mais complexa. Outro ponto é o deslocamento resultante na estrutura, sendo que depende não só do carregamento, mas das forças inerciais que se opõe às acelerações que as produzem. Porém, se as forças inerciais tiverem pouca influência no carregamento total, pode-se considerar um caráter estático para o problema, mesmo com o carregamento e a resposta variando no tempo (MONIZ, sd).

Partindo da 2ª Lei de Newton, a qual diz que a força resultante sobre um corpo deve ser igual ao produto da massa do corpo pela sua aceleração, o Princípio de d'Alembert diz que: “A massa m desenvolve uma força de inércia proporcional a sua aceleração e oposta a ela”, representada pela Equação 1, no qual $p(t)$ é força, m é massa e $\ddot{x}(t)$ é aceleração (MONIZ, sd).

$$p(t) - m\ddot{x}(t) = 0 \quad (1)$$

Considera-se um sistema livre sub-amortecido, ou seja, com coeficiente de amortecimento (ξ) entre 0 e 1, e parte-se da equação de movimento (Equação 2) e da solução (Equação 3), no qual c é o coeficiente de amortecimento e k é a rigidez.

$$m \cdot \ddot{x}(t) + c \cdot \dot{x}(t) + k \cdot x(t) = 0 \quad (2)$$

$$x(t) = A \cdot e^{st} \quad (3)$$

Após realizar as operações algébricas necessárias obtém-se a resposta ao sistema (Equação 4), em que ω_d é a frequência natural amortecida e ω é a frequência do sistema.

$$x(t) = \left[A_1 \cdot e^{i \cdot \omega_d \cdot t} + A_2 \cdot e^{-i \cdot \omega_d \cdot t} \right] \cdot e^{-\xi \cdot \omega \cdot t} \quad (4)$$

A equação expressa graficamente pode ser notada na Figura 1, na qual pode-se ver o decaimento exponencial da amplitude. (MONIZ, sd)

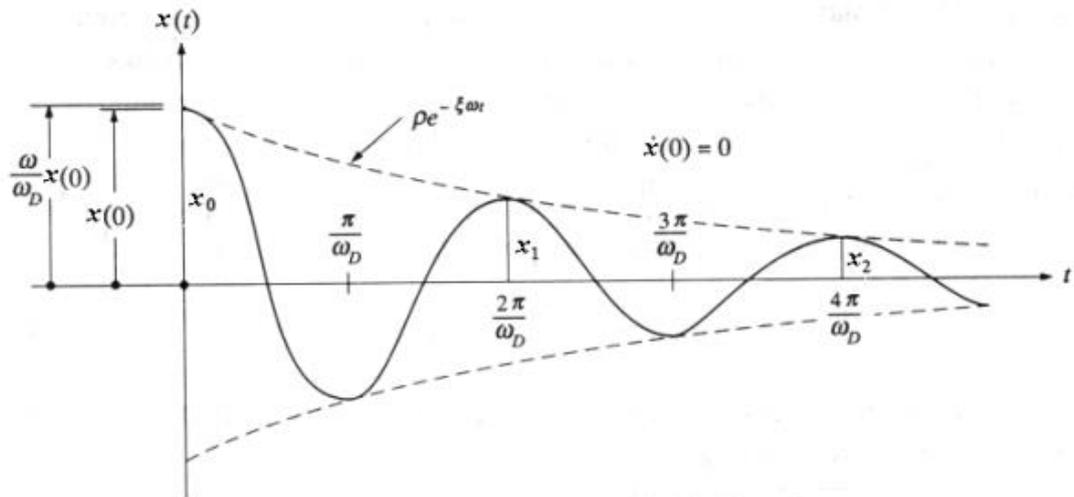


Figura 1 – Resposta de um sistema livre subamortecido
Fonte: MONIZ (sd)

Assim, tendo em vista uma barra de comprimento L e uma área variável $A(x)$, com uma força agindo sobre a seção transversal da barra, representada pela equação (Equação 5), em que σ é a tensão axial, A é a área da seção transversal, E é o módulo de elasticidade e $\partial u/\partial x$ é a deformação axial (RAO,2008).

$$P = \sigma A = EA \frac{\partial u}{\partial x} \quad (5)$$

Chega-se na equação de movimento para vibração longitudinal livre de uma barra uniforme, representada pela equação (Equação 6).

$$c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, t) = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x, t) \quad (6)$$

Na qual $c^2 = E/\rho$, sendo ρ a densidade de massa e c é velocidade de propagação. Além disso, as condições de contorno e as correspondentes frequências utilizadas para uma viga em balanço podem ser vistas na Tabela 1.

Tabela 1 – Condições de contorno e frequências de uma viga

Condições das extremidades da barra	Condições de contorno	Equação de frequência	Forma modal (função normal)	Frequências naturais
Fixa-livre 	$u(0, t) = 0$ $\frac{\partial u}{\partial x}(l, t) = 0$	$\cos \frac{\omega l}{c} = 0$	$U_n(x) = C_n \operatorname{sen} \frac{(2n + 1) \pi x}{2l}$	$\omega_n = \frac{(2n + 1) \pi c}{2l}$ $n = 0, 1, 2, \dots$
Livre-livre 	$\frac{\partial u}{\partial x}(0, t) = 0$ $\frac{\partial u}{\partial x}(l, t) = 0$	$\operatorname{sen} \frac{\omega l}{c} = 0$	$U_n(x) = C_n \cos \frac{n\pi x}{l}$	$\omega_n = \frac{n\pi c}{l}$; $n = 0, 1, 2, \dots$
Fixa-fixa 	$u(0, t) = 0$ $u(l, t) = 0$	$\operatorname{sen} \frac{\omega l}{c} = 0$	$U_n(x) = C_n \cos \frac{n\pi x}{l}$	$\omega_n = \frac{n\pi c}{l}$; $n = 1, 2, 3, \dots$

Fonte: RAO (2008)

2.2 Método de Elementos Finitos

Outra maneira de analisar o problema é utilizar o Método de Elementos Finitos (MEF), que é utilizado para obter soluções aproximadas de problemas mais complexos na engenharia. Geralmente um problema matemático com uma ou mais variáveis que devem satisfazer uma equação diferencial com determinadas condições de contorno. De acordo com a análise realizada, as variáveis são definidas como deslocamento, força, tensão e corrente elétrica (HUTTON, 2004).

Na maioria dos problemas da engenharia não é possível obter uma ou mais equações governantes em que abranja todos os pontos de um volume em estudo. Sendo assim, essas soluções aproximadas são utilizadas, a qual são baseadas em técnicas numéricas e computação digital (HUTTON, 2004).

Considera-se um elemento triangular e um problema bidimensional, no qual os vértices são nós externos que conectam um elemento ao outro e o valor de suas variáveis são calculados explicitamente. Deste modo, os valores obtidos são utilizados para fazer uma aproximação dos nós internos, ou seja, que não estão nos vértices do elemento. Portanto, os valores nodais das variáveis são considerados constantes desconhecidas a serem determinadas, e as funções de interpolação são geralmente funções polinomiais das variáveis independentes que satisfazem as condições nos nós (HUTTON, 2004).

O número de graus de liberdade de cada elemento é definido pelo produto do número de nós e do número de variáveis, por exemplo, se for feita uma análise de deslocamento de

um elemento triangular, ele terá 6 graus de liberdade, devido a possuir 3 nós e ser necessário 2 componentes do vetor deslocamento, sendo estas as variáveis. Sendo assim, a equação de cada elemento é formulada para que ao analisar os elementos adjacentes uns aos outros, elas sejam coincidentes em cada nó pertencente a 2 ou mais nós. Essa continuidade nas equações evita a formação de lacunas, as quais representam, em problemas estruturais, a separação do material fisicamente, ou então em um problema térmico, em que representaria diferentes temperaturas em um mesmo ponto (HUTTON, 2004).

A representação de uma forma real por elementos finitos é aproximada, pois os elementos utilizados possuem formas geométricas com arestas e lados retos, não representando perfeitamente formas curvas. Deste modo, utilizar uma quantidade maior de elementos com tamanho menor resulta em uma melhor representação da forma real, ou seja, uma malha mais refinada, como visto na Figura 2b. Além disso, quanto mais refinada a malha, mais próximo da solução exata estará o resultado obtido, porém essa diferença nos resultados passa a diminuir com o processo de refinamento da malha (HUTTON, 2004).

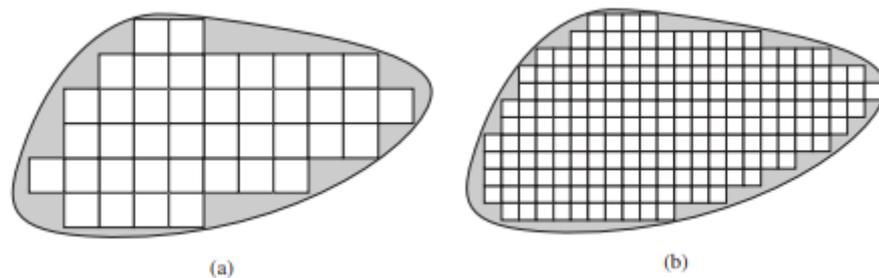


Figura 2 – Refinamento da malha
Fonte: HUTTON (2004)

É fácil saber que o resultado obtido no método de elementos finitos está convergindo para a solução exata quando a solução já é conhecida, porém na maioria dos problemas a solução é desconhecida. Desta maneira, deve-se examinar analiticamente a solução do problema em questão, com relação à: convergência numérica; questionar se o resultado realmente faz sentido; saber se as leis da física são satisfeitas, como por exemplo, saber se a estrutura está em equilíbrio; e saber se as descontinuidades ao longo das arestas dos elementos são razoáveis. Somente após a análise desses fatores deve-se considerar a solução com uma aproximação aceitável da solução exata (HUTTON, 2004).

Algumas etapas na formulação de uma análise de elementos finitos são comuns a maioria dos tipos de problemas analisados. No pré-processamento deve-se definir a geometria

do problema, o tipo do elemento a ser utilizado, as propriedades dos materiais dos elementos, o refinamento da malha, as condições de contorno e as cargas. O pré-processamento deve ser realizado corretamente, pois se algo estiver definido errado, a solução encontrada não terá significado algum para o problema analisado (HUTTON, 2004).

Existem inúmeros tipos de elementos que podem ser utilizados no Ansys, sendo que neste trabalho serão abordados os tipos *SOLID* e *CIRCU*. O tipo *SOLID* é utilizado geralmente para representação de elemento 3D, existindo várias subdivisões, sendo diferenciadas pela geometria do elemento ou pela característica, como térmica, eletrostática, estrutural, entre outras. Um exemplo é o *SOLID73* utilizado para modelagem tridimensional de estruturas sólidas, sendo definido por 8 nós com 6 graus de liberdade em cada nó, mostrado na Figura 3 (ANSYS, 2017).

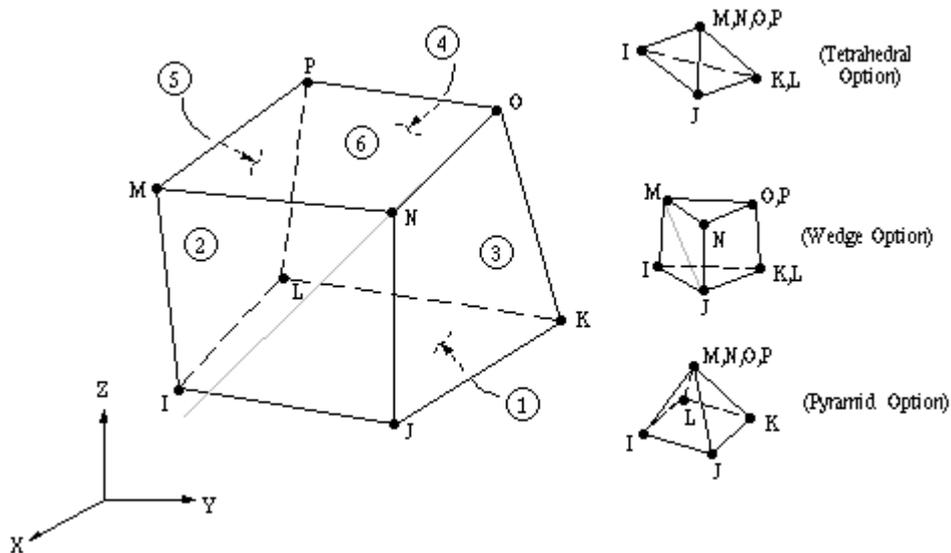


Figura 3 – *SOLID73*
Fonte: ANSYS (2017)

Outro exemplo é o *SOLID5* (Figura 4), que possui uma capacidade tridimensional magnética, térmica, elétrica, piezoelétrica e de campo estrutural com acoplamento limitado entre os campos. O elemento possui 8 nós com até 6 graus de liberdade em cada nó. Formulações potenciais escalares estão disponíveis para modelar campos magnetostáticos em uma análise estática (ANSYS, 2017).

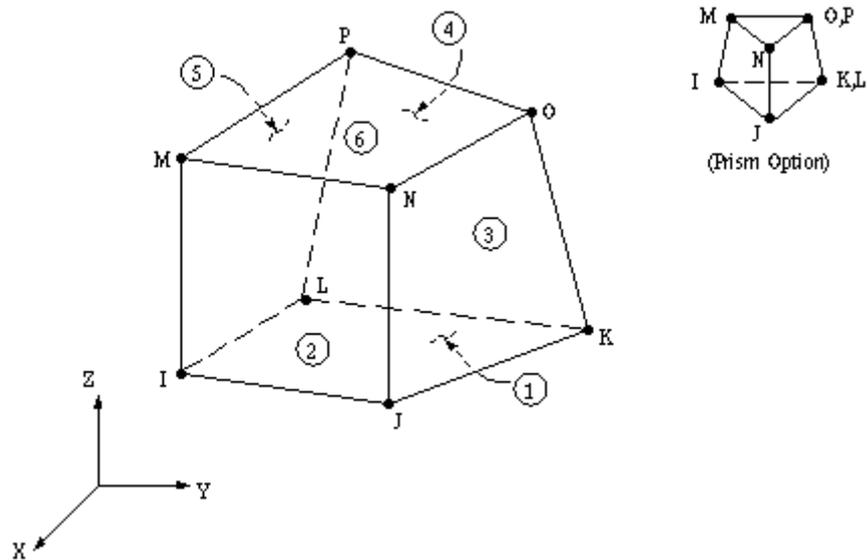


Figura 4 - *SOLID5*
 Fonte: ANSYS (2017)

Por fim, o *CIRCU* é utilizado na representação de elementos 2D de elementos de circuito elétrico e piezoelétrico. Um exemplo é o *CIRCU94*, que é um elemento de circuito para uso em análises de circuitos piezoelétricos. O elemento tem 2 ou 3 nós para definir o componente do circuito e um ou dois graus de liberdade para modelar a resposta do circuito, podendo interagir com os seguintes elementos piezoelétricos: *PLANE13*, *SOLID5*, *SOLID98*, *PLANE223*, *SOLID226* e *SOLID227*. A *CIRCU94* é aplicável a análises completas harmônicas e transitórias. Para esses tipos de análises, pode-se usar também o *CIRCU94* como um elemento de circuito geral. Este elemento pode representar um resistor, indutor, capacitor ou uma fonte independente de corrente ou de tensão, mostrados na Figura 5 (ANSYS, 2017).

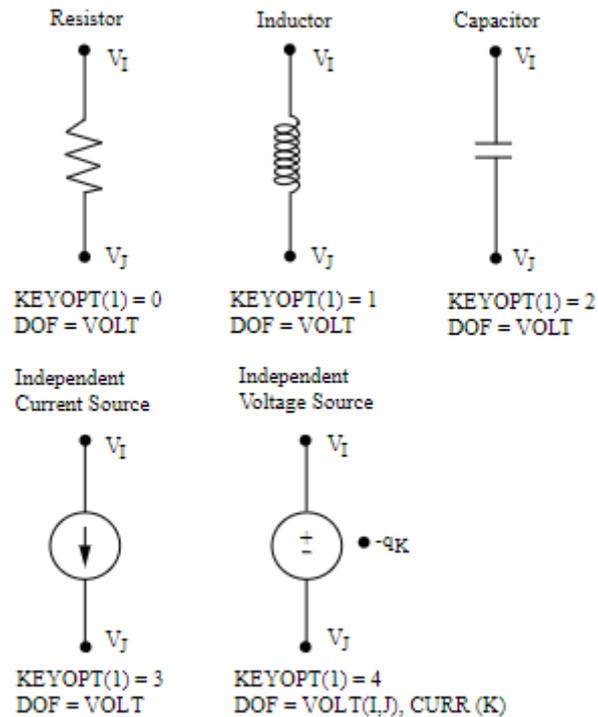


Figura 5 – Opções *CIRCU94*.
Fonte: ANSYS (2017).

Após obter a solução, no pós-processamento é feita a avaliação dos resultados, podendo ser feita a classificação das tensões dos elementos em ordem de magnitude, a verificação do equilíbrio, cálculo dos fatores de segurança, plotagem da forma estrutural deformada, entre várias outras análises. Mesmo sendo possível a manipulação dos dados da solução, o mais importante no pós-processamento é a garantia de que os resultados são plausíveis fisicamente (HUTTON, 2004).

2.3 Material Piezoelétrico

O efeito piezoelétrico é uma propriedade de alguns materiais, consistindo basicamente em converter energia mecânica em energia elétrica. Sendo que, o contrário também é possível, ou seja, aplicar uma tensão elétrica no material, gerando uma deformação no mesmo (EIRAS, sd).

A Equação 7 e Equação 8 representam, de forma simplificada, o efeito piezoelétrico desconsiderando a simetria do material. Pode-se notar que, há uma dependência linear entre a deformação (S) e o campo elétrico (E). Além disso, geralmente estas equações utilizam notação matricial (EIRAS, sd).

$$D = dT + \varepsilon E \quad (\text{direto}) \quad (7)$$

$$S = s T + d E \quad (\text{inverso}) \quad (8)$$

A anisotropia dos materiais piezoelétricos é necessária, devido ao fato da falta de um centro de simetria ser uma condição para a existência do fenômeno da piezoelectricidade em um material. Desta forma, são utilizados coeficientes piezoelétricos, elásticos e dielétricos independentes para descrever as propriedades desses materiais anisotrópicos. Portanto, as matrizes que representam as propriedades piezoelétricas, dielétricas e mecânicas são vistas na Figura 6, no qual ε é a matriz de coeficientes dielétricos, d é a matriz de coeficientes piezoelétricos e s é a matriz de coeficientes elásticos (EIRAS, sd).

$$D, E = \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix} \quad \varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ & & \varepsilon_{33} \end{pmatrix} \quad d, g = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ & & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{pmatrix}$$

$$S, T = \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{pmatrix} \quad s, c = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ & & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ & & & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ & & & & S_{55} & S_{56} \\ & & & & & S_{66} \end{pmatrix}$$

Figura 6 – Matrizes de propriedades piezoelétricas.
Fonte: EIRAS (sd).

É importante determinar as variáveis independentes, podendo elas ser elétricas (campo elétrico – E – ou vetor deslocamento elétrico – D) ou mecânicas (tensão mecânica – T – ou deformação mecânica – S), para se escolher quais equações utilizar para escrever um sistema (EIRAS, sd).

Os materiais policristalinos (cerâmicos) possuem a vantagem da sua produção ser mais barata, além de ter maior flexibilidade em relação a definição de suas propriedades físicas e geometria. Como eles fazem parte da classe ferro dos materiais ferroelétricos e são isotrópicos quando produzidos, é necessário fazer o processo de polarização, sendo possível escolher a direção de polarização macroscópica (EIRAS, sd).

Para seleção do material piezoelétrico utilizado é importante conhecer os principais parâmetros práticos, consistindo em orientação da polarização, as constantes dielétricas e de frequência, o fator de acoplamento mecânico k , a velocidade do som no material, o fator de qualidade mecânica para o modo de vibração analisado, a densidade e o coeficiente de temperatura. Na Tabela 2, pode-se observar alguns valores típicos de coeficientes eletromecânicos para piezocerâmicos (EIRAS, sd).

Tabela 2 – Coeficientes eletromecânicos

	ρ [10 ³ kg m ⁻³]	T_c [°C]	$\epsilon_{33}^T/\epsilon_0$	$\epsilon_{11}^T/\epsilon_0$	k_p	k_{31}	k_{15}	k_t	d_{31} [10 ⁻¹² C N ⁻¹]	g_{31} [10 ⁻³ V m N ⁻¹]	N_1 [Hz m]	N_t [Hz m]	Ageing N_1 [%/decade]
PZT ^[1] -4	7.5	328	1300	1475	0.58	0.33	0.71	0.51	-123	-10.7	1650	2000	+1.5
-5A	7.75	365	1700	1730	0.60	0.34	0.685	0.49	-171	-11.4	1400	1890	+0.2
-5H	7.5	193	3400	3130	0.65	0.39	0.675	0.505	-274	-9.1	1420	2000	+0.25
-6A	7.45	335	1050	—	0.42	0.25	—	0.39	-80	-8.6	1770	2140	<0.1
-6B	7.55	~350	460	475	0.25	0.145	0.377	0.30	-27	-6.6	1920	2225	<0.1
-7A	7.6	~350	425	840	0.51	0.30	0.67	0.50	-60	-15.9	1750	2100	+0.08
-8	7.6	300	1000	1290	0.51	0.30	0.55	0.48	-97	-10.9	1700	2070	+1.0
PCM ^[2] 32	7.7	220	930	—	0.55	0.34	0.70	—	-104	-12.6	—	2270	—
-52	7.7	260	2050	—	0.61	0.35	—	—	-186	-10.3	—	2005	—
PbTiO ₃ ^[3]	7.87	470	170	230	0.07	0.04	0.28	0.46	-4.4	-2.9	2050	2070	—
(K _{0.5} Nb _{0.5})NbO ₃ ^[4]	4.46	420	496	938	0.45	0.27	0.645	0.46	-51	-11.6	2570	—	—
(Ba _{0.4} Pb _{0.6})Nb ₂ O ₆	5.9	260	1500	—	0.38	0.22	—	—	-90	-6.8	1915	—	—

[1] Trademark, Vernitron Piezoelectric Division.

[2] Trademark, Matsushita Electric Co., Pb[Zr-Ti-(Mg_{1/3}Nb_{2/3})]O₃ series.

[3] With additives, 2.5 mol% LaO_{0.5} and 1.0 mol% MnO₂.

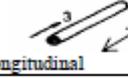
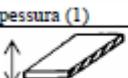
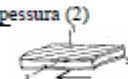
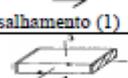
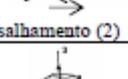
[4] Hot-pressed.

Fonte: EIRAS (sd)

Para caracterizar as propriedades piezoelétricas do material pode-se utilizar o método da ressonância, no qual procura-se desacoplar o modo de vibração em análise dos demais. Assim, a caracterização das propriedades é feita pela análise do acoplamento transversal, no qual a deformação ocorre em uma direção perpendicular a excitação elétrica aplicada, ou do acoplamento longitudinal, cuja deformação ocorre na direção paralela a excitação elétrica (EIRAS, sd).

Em relação aos materiais piezocerâmicos, na Tabela 3 é possível observar algumas geometrias utilizadas para se obter as propriedades piezoelétricas, bem como a direção de vibração, as condições de contorno e as constantes obtidas (EIRAS, sd).

Tabela 3 – Modos de vibração

	Geometria do ressonador	Condição de contorno		Fator de Acoplamento (k^2)	Constante Elástica
		Elástica	Elétrica		
1 (T)	 Transversal	$T_1 = T_2 \approx 0$	$\frac{\partial E_3}{\partial x_2} = 0$	$k_{31}^2 = \frac{d_{31}^2}{s_{11}^E \epsilon_{33}^T}$	$\frac{1}{s_{11}^E}$
2 (L)	 Longitudinal	$T_1 = T_2 \approx 0$	$\frac{\partial D_3}{\partial x_2} = 0$	$k_{33}^2 = \frac{d_{33}^2}{s_{33}^E \epsilon_{33}^T}$	$\frac{1}{s_{33}^D}$
3 (T)	 Radial/Extensional	$T_3 \approx 0$	$\frac{\partial E_3}{\partial r} = 0$	$k_p^2 = \frac{2}{(1-\sigma')} \frac{d_{31}^2}{s_{11}^E \epsilon_{33}^T}$ (a)	c_{ef}^E (b)
4 (T)	 Radial/Dilatacional	$S_3 \approx 0$	$\frac{\partial E_3}{\partial r} = 0$	$k_p'^2 = \frac{2}{(1+\sigma')} \frac{e_{31}^2}{c_{11}^E \epsilon_{33}^T}$ (c)	c_{11}^E
5 (T)	 Espessura (1)	$S_2 \approx 0$ $T_3 \approx 0$	$\frac{\partial E_3}{\partial x_1} = 0$	$k_{31}^{\prime 2} = \frac{e_{31}^{\prime 2}}{c_{ef}^E \epsilon_{ef}^T}$ (d)	c_{ef}^E (b)
6 (T)	 Espessura (2)	$S_2 \approx 0$ $T_2 \approx 0$	$\frac{\partial E_3}{\partial x_1} = 0$	$k_{31}^{\prime 2} = \frac{e_{31}^{\prime 2}}{c_{ef}^E \epsilon_{ef}^T}$ (e)	c_{ef}^E (b)
7 (L)	 Espessura (1)	$S_1 \approx 0$ $S_2 \approx 0$	$\frac{\partial D_3}{\partial x_3} = 0$	$k_t^2 = \frac{e_{33}^2}{c_{33}^D \epsilon_{33}^S}$	c_{33}^D
8 (L)	 Espessura (2)	$S_2 \approx 0$ $S_3 \approx 0$	$\frac{\partial E_3}{\partial x_1} = 0$	$k_{1e}^2 = \frac{e_{31}^2}{c_{11}^E \epsilon_{33}^S}$	c_{11}^E
9 (L)	 Cisalhamento (1)	$S_4 \approx 0$	$\frac{\partial D_1}{\partial x_1} = 0$	$k_{15}^2 = \frac{e_{15}^2}{c_{55}^D \epsilon_{11}^S}$	c_{55}^D
10 (T)	 Cisalhamento (2)	$S_6 \approx 0$	$\frac{\partial E_1}{\partial x_1} = 0$	$k_{15}^{\prime 2} = \frac{e_{15}^2}{c_{55}^E \epsilon_{11}^S}$	c_{55}^E
11	 Hidroestático			$k_h^2 = \frac{d_h^2}{s_h^E \epsilon_{33}^T}$ (a)	

Fonte: EIRAS (sd)

2.4 Eletricidade

As grandezas fundamentais da eletricidade são tensão, corrente, resistência e potência. Sendo assim, a tensão elétrica é a diferença de potencial gerada entre dois pontos quaisquer, a qual é responsável pelo movimento ordenado das cargas elétricas livres no meio condutor. Além disso, a tensão pode ser contínua ou alternada (VINENTE, 2011).

Já a corrente elétrica é estabelecida como o movimento de partículas carregadas, porém nem todas as partículas carregadas que se movem produzem uma corrente elétrica. Desta forma, para que a corrente exista, é necessário um fluxo líquido de cargas através de uma superfície, também podendo ser contínua ou alternada (HALLIDAY *et al*, 2009).

Quando é aplicada a mesma diferença de potencial às extremidades de diferentes materiais com dimensões iguais os resultados obtidos são bem diferentes, sendo que a característica do material que determina essa diferença é a resistência elétrica. A resistência é definida dividindo-se a tensão pela corrente elétrica (HALLIDAY *et al*, 2009).

A potência elétrica é a razão entre a energia elétrica transformada e o intervalo de tempo dessa transformação, no qual pode ser definida também, pelo produto da tensão pela corrente elétrica. A potência aparente é composta pela potência ativa e reativa, sendo que a potência ativa é a parcela transformada em potência mecânica, térmica e luminosa, e a potência reativa é a parcela transformada em campo magnético (VINENTE, 2011).

Outro conceito importante é a tensão eficaz, ou seja, raiz média quadrada, que serve para, a partir de uma tensão ou corrente alternada, descobrir o valor de uma tensão ou corrente contínua que dissiparia a mesma energia da fonte alternada. A equação do cálculo RMS é dado pela equação 9 (ATHOS, 2015).

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t). dt} \quad (9)$$

2.5 Recuperação de Energia

Atualmente, uma utilização bastante popular do material piezoelétrico é na recuperação de energia por vibração, devido a crescente no estudo da recuperação de energia em busca de fontes renováveis de energia e por sua facilidade e simplicidade na geração de potência. Além disso, cada vez mais a demanda de energia se torna maior, principalmente nos equipamentos portáteis, porém o aumento da capacidade das baterias não acompanham a demanda necessária, sendo assim preciso buscar novos métodos obter energia (MAHESH *et al*, sd).

Deste modo, a recuperação de energia por vibração pode ser utilizada para prolongar a vida útil das baterias, por meio das vibrações da própria estrutura em que o sistema estiver instalado. Na Figura 7, pode-se observar um esquema básico para este tipo de recuperação de energia, no qual o material piezoelétrico tem a função de um atuador e também um sensor (MAHESH *et al*, sd).

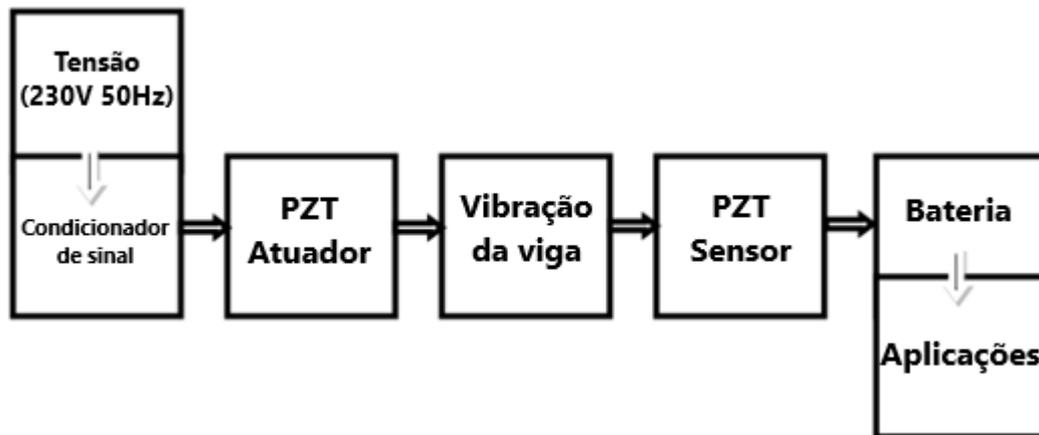


Figura 7 – Diagrama do sistema de Recuperação de Energia por Vibração
 Fonte: Adaptação de MAHESH (sd)

Existem três principais métodos mais comuns para recuperação de energia por vibração, sendo baseados em transduções piezoelétricas, eletromagnéticas e eletrostáticas. Deste modo, analisando um modelo linear para a conversão de energia e partindo do pressuposto que é necessário um mecanismo de transdução que converta vibrações em energia elétrica, pode-se utilizar um sistema massa – mola baseado em gerador de inércia linear, como visto na Figura 8, para modelar um sistema de recuperação de energia por vibração. Porém, este modelo só é válido quando o amortecimento e a rigidez são lineares, ou seja, quando o amortecimento é proporcional à velocidade e a rigidez é proporcional ao deslocamento (WEI *et al*, 2017).

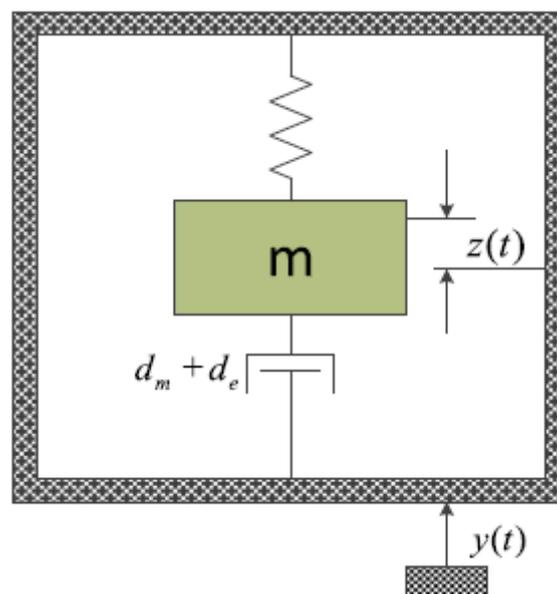


Figura 8 – Diagrama esquemático de um gerador de inércia linear.
 Fonte: WEI (2017).

Na imagem, dm e de representam, respectivamente, o coeficiente de amortecimento mecânico e elétrico induzido, no qual o sistema em que estão contidos é excitado por uma vibração externa representada por:

$$y(t) = Y_0 \sin(\omega t) \quad (10)$$

Deste modo, a potência convertida é representada pela equação 11, sendo que ω_n é a frequência natural, ω é a frequência de excitação, Y_0 é a amplitude da excitação externa, ζ_T é coeficiente de amortecimento total, ζ_E é o coeficiente de amortecimento elétrico induzido, e m é a massa (WEI *et al*, 2017).

$$P_{out} = \frac{m \zeta_E Y_0^2 \omega_n^3}{4 \zeta_T^2} \quad (11)$$

A eficiência da conversão de energia é dada pela razão entre a energia mecânica de fontes externas e pela energia elétrica convertida. Desta forma, a equação abaixo foi proposta para prever a eficiência da conversão de energia utilizando piezoelétricos, no qual Q é o fator de qualidade e k_e é o fator de acoplamento eletromecânico (WEI *et al*, 2017).

$$\eta = \frac{1}{2} \frac{k_e^2}{1 - k_e^2} \left/ \left(\frac{1}{Q} + \frac{1}{2} \frac{k_e^2}{1 - k_e^2} \right) \right. \quad (12)$$

Devido a fácil deformação e estrutura simples, o gerador piezoelétrico é um dos mais estudados, sendo analisados vários tipos de modelos, no qual um deles é representado na Figura 9, cujo modelo possui uma viga de duas camadas de piezoelétrico com uma massa na extremidade livre, de modo que a frequência de ressonância seja reduzida para que fique próxima a frequência de excitação externa (WEI *et al*, 2017).

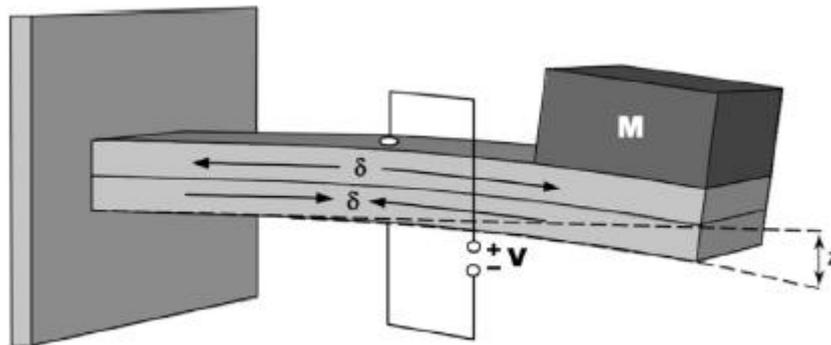


Figura 9 – Viga de duas camadas de piezoelétrico.
Fonte: WEI (2017).

O modelo visto anteriormente é capaz de gerar $250\mu\text{W}/\text{cm}^3$ quando excitado a uma aceleração de $2,5\text{m}/\text{s}^2$ a 120Hz . Porém, a massa da viga foi desconsiderada, assumindo que a massa na extremidade é muito maior que a massa distribuída, gerando assim, uma imprecisão na derivação da conversão de energia (WEI *et al*, 2017).

3 METODOLOGIA

3.1 Tipos de Pesquisa

Para Lakatos *apud* Ander-Egg (2003, p.18) “a pesquisa é um procedimento reflexivo sistemático, controlado e crítico, que permite descobrir novos fatos ou dados, relações ou leis, em qualquer campo do conhecimento”. Ou seja, a pesquisa busca conhecer a realidade ou verdades parciais por meio de um método de pensamento reflexivo.

A pesquisa pode ser classificada quanto à abordagem, ao objetivo e ao procedimento, dessa forma, segue uma descrição dessa classificação.

Em relação à abordagem, segundo Silveira (2009), existe a pesquisa qualitativa e quantitativa. A qualitativa não se preocupa com a representatividade numérica, buscando explicar o porquê das coisas, dizendo o que deve ser feito sem quantificar valores, pois os dados obtidos não são mensuráveis e se valem de diferentes abordagens. Para Silveira *apud* Minayo (2009, p.33) “a pesquisa qualitativa trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis”. Por outro lado, a pesquisa quantitativa possui resultados que podem ser mensurados, centrando na objetividade, sendo que à linguagem matemática para descrever as causas de um fenômeno, relações entre variáveis, entre outros.

De acordo com Gil (2002), quanto ao objetivo, as pesquisas podem ser explicativas, descritivas e exploratórias. A pesquisa explicativa tem como fator central identificar os fatores que contribuem ou determinam a ocorrência dos fenômenos, sendo o tipo que mais aprofunda o conhecimento da realidade, devido a explicação e razão das coisas.

Já a pesquisa descritiva tem como principal função descrever características de uma certa população ou fenômeno, ou então uma relação entre variáveis. Há pesquisas descritivas que se aproximam da explicativa, por buscar determinar a natureza das relações entre as variáveis, por outro lado existem as pesquisas que se aproximam da exploratória, devido a proporcionar uma nova visão do problema (GIL, 2002).

Por fim, a pesquisa exploratória busca proporcionar uma maior familiaridade com o problema, com o intuito de torná-lo mais explícito ou construir uma hipótese. Sendo que, seu

planejamento é bastante flexível, porém na maioria dos casos ela conforma-se como uma pesquisa bibliográfica ou estudo de caso (GIL, 2002).

Quanto ao procedimento, Silveira (2009) descreve os tipos de pesquisa, no qual os principais são: experimental, bibliográfica e estudo de caso. A pesquisa experimental segue um planejamento rigoroso, consistindo em determinar um objeto de estudo, suas variáveis e definir uma maneira de controle e observação dos efeitos produzidos pelas variáveis. Já a pesquisa bibliográfica é realizada a partir de referências teóricas analisadas e publicadas anteriormente em meios escritos e eletrônicos, sendo um exemplo mais comum dessa pesquisa é a investigação de ideologias. Finalmente, o estudo de caso, de acordo com Silveira *apud* Gil (2009, p.39), “Visa conhecer em profundidade o como e o porquê de uma determinada situação que se supõe ser única em muitos aspectos, procurando descobrir o que há nela de mais essencial e característico”.

Após todos os conceitos vistos anteriormente, pode-se considerar o presente trabalho como uma pesquisa quantitativa, sendo baseada em resultados numéricos da simulação realizada em elementos finitos. Além de ser uma pesquisa descritiva, devido ao fato da análise ser feita para obter um modelo computacional que descreva o comportamento do piezoelétrico acoplado à viga. E também pode-se dizer que é uma pesquisa experimental, pois os resultados discutidos serão obtidos puramente a partir de simulação computacional.

3.2 Materiais e Métodos

O presente trabalho foi realizado seguindo os passos mostrados no fluxograma da Figura 10.

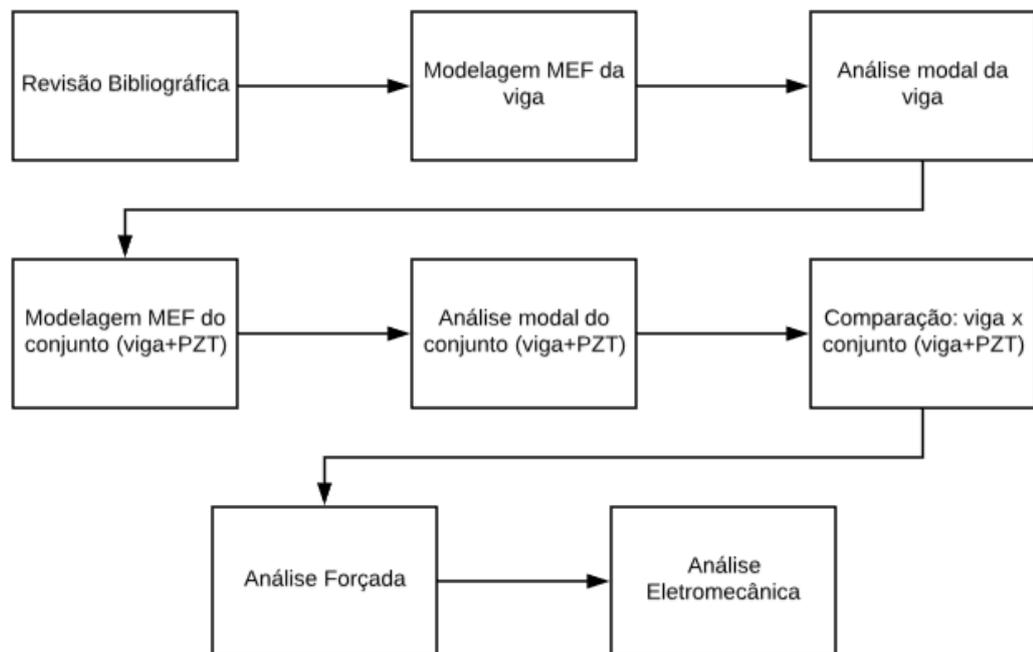


Figura 10 – Fluxograma com a metodologia utilizada neste trabalho

Primeiramente foi realizado um estudo bibliográfico mais aprofundado em relação ao comportamento dinâmico de uma viga, ao conceito e definição de um material piezoelétrico e também sobre o Método de Elementos Finitos e recuperação de energia.

3.2.1 Modelagem da viga

A modelagem da viga em elementos finitos foi realizada utilizando o *software Ansys*, no qual as propriedades e dimensões são observadas na Tabela 4, no qual o material considerado foi uma liga de alumínio. Em relação ao tipo de elemento utilizado no modelo da viga, opta-se pelo *SOLID73* e além disso, na malha considera-se um elemento de forma hexaédrica com dimensão aproximada de 0,003m de aresta, mostrado na Figura 11.

Tabela 4 – Dimensões e características da viga

Comprimento	0,2m
Largura	0,05m
Espessura	0,005m
Densidade	2710 kg/m ³
Módulo de Elasticidade	70 GPa
Coefficiente de Poisson	0,3

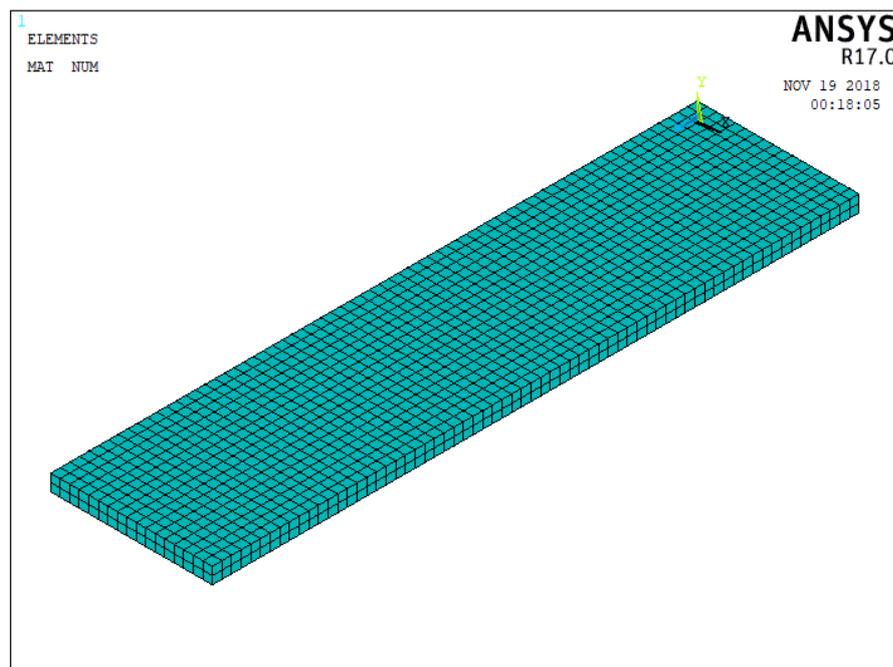


Figura 11 – MEF viga.

3.2.2 Modelagem da viga com o piezoelétrico acoplado

Nesta etapa foi feito o mesmo procedimento anterior, porém acrescentando a modelagem do piezoelétrico acoplado à viga, sendo que suas propriedades e geometrias estão mostrados na Tabela 5. Além disso, na questão da malha, utiliza-se o tipo de elemento *SOLID5*, com tamanho aproximado de elemento de 0,005 m de aresta, também utilizando um elemento de forma hexaédrica, no qual pode-se observar na Figura 12.

Tabela 5 – Dimensões e características do PZT

Dados	Sigla	Valor
Largura	-	0,033 m
Espessura	-	0,0006 m
Comprimento	-	0,08 m
Densidade	ρ	7500 kg/m ³
Constantes de Elasticidade	s11	16,5*10 ⁻¹² m ² /N
	s12 = s21	-4,78*10 ⁻¹² m ² /N
	s13 = s31 = s23 = s32	-8,45*10 ⁻¹² m ² /N
	s33 = s22	20,7*10 ⁻¹² m ² /N
	s55 = s44	43,5*10 ⁻¹² m ² /N
	s66	42,6*10 ⁻¹² m ² /N
Constantes Piezoelétricas	d31	-274*10 ⁻¹² m ² /N
	d33	593*10 ⁻¹² m ² /N
	d15	741*10 ⁻¹² m ² /N
Permissividade Dielétrica	e11/e0	3130 F/m
	e33/e0	3400 F/m

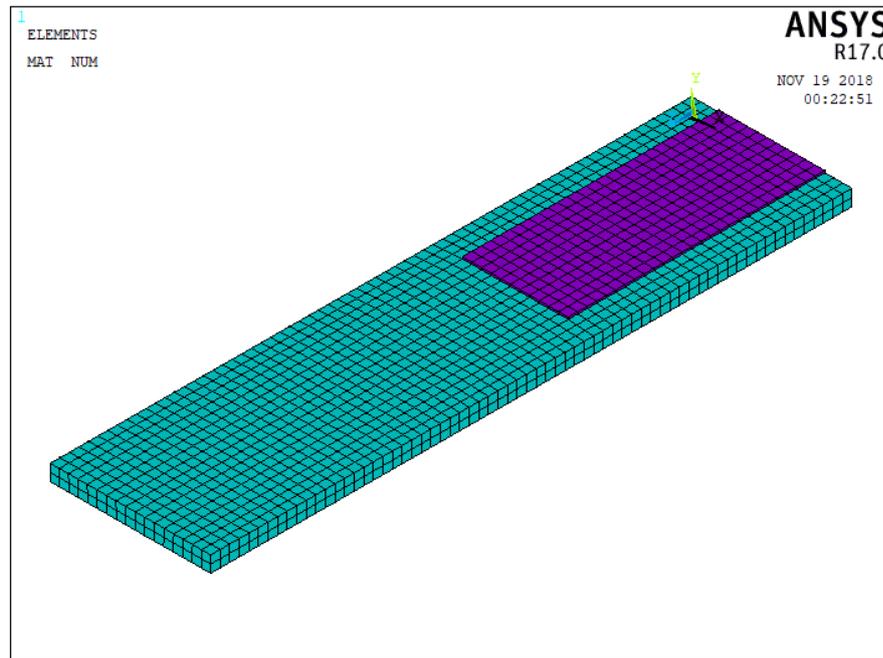


Figura 12 – MEF viga+PZT.

3.2.3 Análise comparativa dos modos de vibração

Com a definição dos dois modelos em elementos finitos, e a determinação de que as condições de contorno utilizadas no estudo foram uma viga engastada em uma extremidade e livre na outra, realizou-se então a análise modal em cada um separadamente, considerando os 12 primeiros modos de vibração e suas respectivas frequências naturais.

3.2.4 Análise da tensão gerada variando a posição do PZT

Após as análises modais, foi realizada uma análise utilizando uma força de forma senoidal na extremidade livre da viga, considerada a mesma para 3 posições diferentes do PZT em relação à viga. A primeira delas, com o PZT próximo à extremidade engastada, outra a 0,02m da extremidade e por último a 0,04 m da extremidade, conforme Figura 13. Definiu-se também que a frequência adotada para a força seja entre a primeira e segunda frequência natural do sistema, para que fosse observado a influência de mais de um modo de vibração nas análises realizadas.

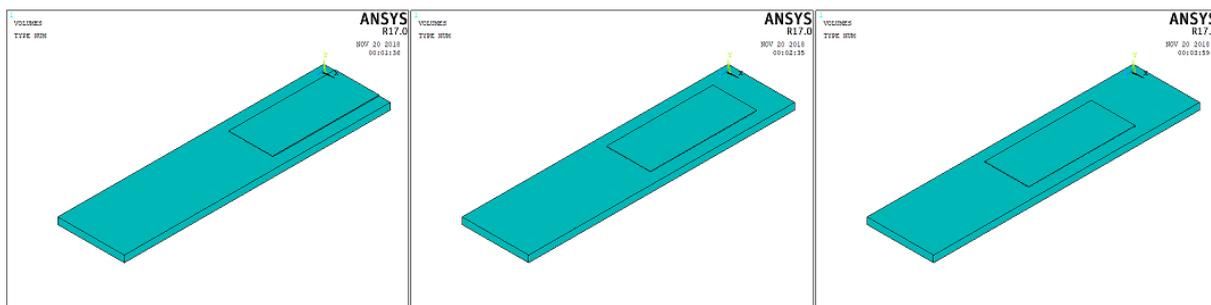


Figura 13 – Posições de análise

Utilizando o modelo realizado previamente para análise modal, acrescentou-se as condições de contorno para leitura da tensão e corrente gerada no PZT. Para tal, considerou-se a superfície do PZT em contato com a viga com valor zero de tensão para que ao longo do seu comprimento a tensão lida seja constante.

Para que seja possível a leitura da corrente, inseriu-se também uma resistência conectada às superfícies superior e inferior do PZT, considerado para as 3 análises um valor de 300 ohms. O tipo de elemento utilizado neste caso, para representação da resistência, foi o *CIRCU94* com um único elemento de 0,005 m de aresta.

3.2.5 Análise variando o valor da resistência

A partir da posição que gerou o maior valor de tensão na análise anterior, fixou-se a posição, assim como a equação de força utilizada, e foram efetuadas várias análises variando o valor da resistência admitida. Para este estudo os valores de resistência foram 0,1 ,1, 10, 100, 1000, 10000 e 100000 ohms.

Feitas as análises, a relação entre as variáveis foi observada, e dos resultados obtidos, são extraídos os gráficos de Potência x Tensão, Potência x Corrente, Potência x Resistência e Tensão x Resistência.

Como os resultados das análises obtidos de tensão, corrente e potência são senóides que variam no tempo, para obter os gráficos citados anteriormente é necessário o cálculo do valor eficaz de cada variável.

3.2.6 Análise do comportamento da potência para valores muito altos de resistência

Com base em GALLINA *et al*(2013) foi feita a análise para valores muito altos de resistência, na tentativa de comprovar o comportamento do PZT em relação a geração de

energia, variando a posição do PZT da mesma forma feita na subseção 3.2.4. Portanto, para cada posição variou-se a resistência utilizando os valores de 100, 200, 400 e 800 kohms.

Novamente foi necessário o cálculo dos valores RMS de potência para que fosse possível plotar o gráfico com Potência x Resistência para as 3 posições em função da comparação feita posteriormente.

3.2.7 Comportamento da potência gerada ao longo do *range* de resistência do PZT

A fim de analisar a potência gerada considerando todos os valores de resistência adotados neste estudo, realizou-se a análise de potência gerada com os valores de resistência variando desde 0,1 a 800000 ohms para a posição do PZT mais próximo ao engaste da viga.

Com a obtenção dos valores RMS da potência, plotou-se o gráfico Potência Específica x Resistência, sendo a potência específica definida como o valor RMS de potência dividido pelo volume do PZT em estudo.

3.3 Variáveis e Indicadores

Lakatos *apud* Lipset (2003, p.137) diz que “variável é um conceito operacional, sendo que a recíproca não é verdadeira: nem todo conceito operacional constitui-se em variável. Para ser definida, a variável precisa conter valores”. Desta forma, as variáveis deste presente estudo podem ser vistas na Tabela 6, sendo que, cada variável possui seus indicadores, os quais são necessários para análise de cada variável.

Tabela 6 – Variáveis e Indicadores

Variáveis	Indicadores
Modo de vibração	<ul style="list-style-type: none"> • Deslocamento nodal (MEF)
Frequência natural	<ul style="list-style-type: none"> • Amplitude
Piezoelétrico	<ul style="list-style-type: none"> • Propriedades eletromecânicas • Geometria • Dimensões
Modelo em MEF	<ul style="list-style-type: none"> • Geometria do elemento • Refinamento da malha • Condições de contorno

3.4 Instrumento de Coleta de Dados

Quanto ao levantamento de dados, Gil (2002, p.104) diz que: “Pode valer-se da observação, de questionários, de entrevistas e mesmo de registros documentais, quando estes são disponíveis”. Assim, o levantamento de dados será feito por meio de registros documentais e também serão utilizados os softwares Ansys e Excel.

3.5 Tabulação dos Dados

A tabulação dos dados será feita utilizando o software Ansys, no qual será realizada a modelagem e análise dos dados obtidos. Além disso, será utilizado o Scilab para elaboração de tabelas e gráficos, a partir dos resultados gerados pela simulação no Ansys. Também será utilizado o Word, para descrever e explicar os resultados e documentar todas as conclusões obtidas nas análises.

3.6 Considerações Finais

Neste capítulo foram abordados os tipos de pesquisas e definidos em quais este trabalho se enquadra, além de explicitar a metodologia que será utilizada ao longo do trabalho e os softwares que auxiliarão na coleta e tabulação dos dados.

No capítulo seguinte serão apresentados os resultados obtidos com as análises realizadas no Ansys e gráficos obtidos, assim será feita uma discussão acerca do que foi observado e feita as devidas conclusões.

4 RESULTADOS

4.1 Análise de tensão e corrente em relação a posição do PZT

Após as análises modais realizadas com a viga e com o PZT acoplado a ela, foram obtidos os valores de frequências naturais vistos na Tabela 7, sendo considerados os 12 primeiros modos de vibração. Verifica-se que a influência do piezoelétrico nas frequências naturais do sistema é bem pequena, visto que ocorre pouca variação nos valores entre as análises.

Tabela 7 – Comparação das frequências naturais

Frequências Naturais	Viga (Hz)	Viga+PZT (Hz)
1°	16,57	18,48
2°	103,42	105,75
3°	128,96	137,05
4°	156,65	158,12
5°	289,02	292,07
6°	397,55	403,02
7°	564,81	569,30
8°	696,24	703,37
9°	795,45	783,07
10°	928,92	934,86
11°	1014,74	1032,71
12°	1040,54	1059,11

Dessa forma, definiu-se a função da força (Equação 14) utilizada em todas as análises posteriores, utilizando uma frequência entre a 1ª e 2ª frequência natural.

$$F_y = 10 * \text{sen}(300 * t) \text{ N} \quad (14)$$

Os resultados obtidos com as primeiras análises variando a posição do PZT podem ser observados nos gráficos das figuras Figura 14 Figura 15 e Figura 16, no qual a partir do valor RMS calculado da tensão e corrente em relação a cada posição, obteve-se o valor RMS da potência, de acordo com a Tabela 8. Sendo assim, constatou-se que a posição com maior valor de potência percebida foi a posição 1, que refere-se ao caso do PZT estar instalado o mais próximo do engaste da viga.

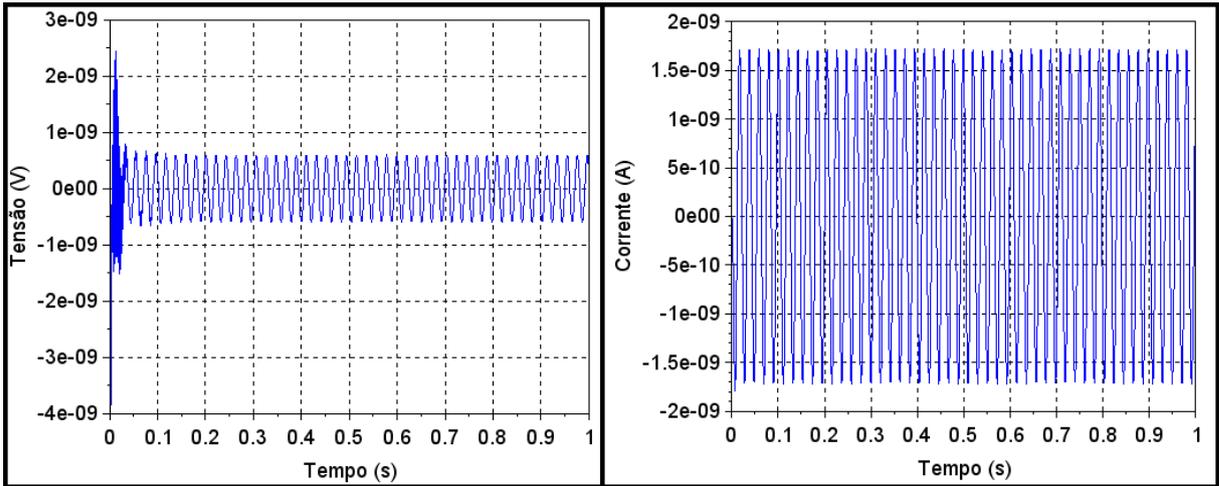


Figura 14 – Posição 1 (no engaste)

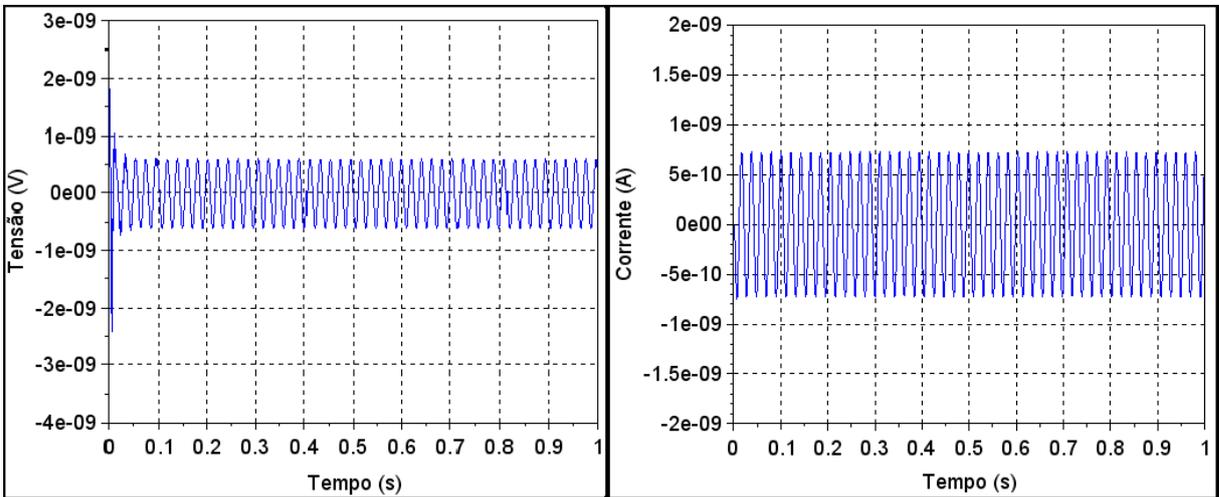


Figura 15 – Posição 2 (0,02 m do engaste)

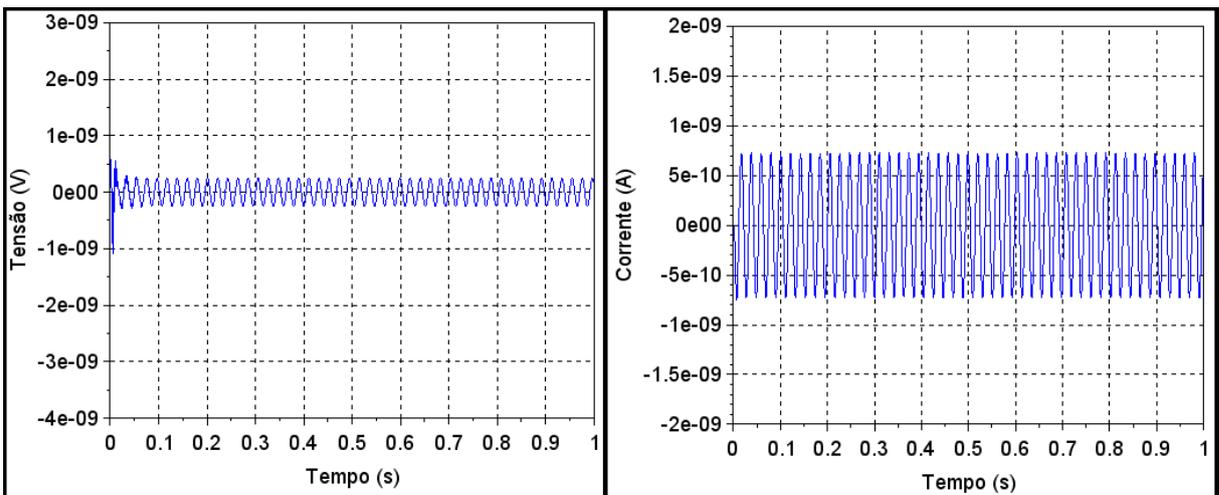


Figura 16 - Posição 3 (0,04 m do engaste)

Tabela 8 – Valores de potência obtidos

Posição	Potência RMS (μW)
Próxima ao engaste	6,01033E-13
0,02 m do engaste	2,28276E-13
0,04 m do engaste	9,42087E-14

4.2 Influência da resistência na potência gerada

Após a escolha da posição 1 para as análises seguintes e com a variação dos valores das resistências foi possível a obtenção dos gráficos de tensão e corrente variando no tempo. Desta forma os valores RMS dessas variáveis foram calculados para cada valor de resistência e, para obtenção da potência gerada multiplicou-se o valor RMS da tensão pelo RMS da corrente.

Por conseguinte, foram construídos os Gráfico 1, Gráfico 2, Gráfico 3 e Gráfico 4, sendo que em todos foi possível notar uma relação diretamente proporcional entre as variáveis. Além disso, no Gráfico 1 pode-se observar uma relação quase perfeitamente linear entre as variáveis.

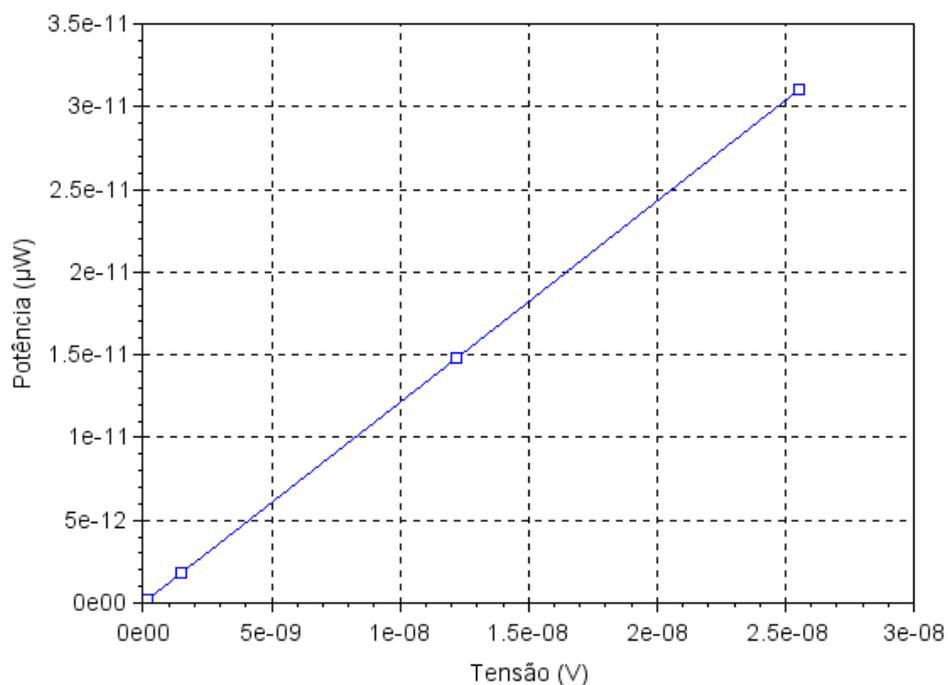


Gráfico 1 – Potência x Tensão

No Gráfico 2 é possível observar que a corrente elétrica é constante para todas as análises, ou seja, analisando juntamente com o Gráfico 1 pode-se concluir que na equação $V= Ri$, a corrente foi definida como uma constante pelo próprio software, se tornando um motivo para futuras investigações.

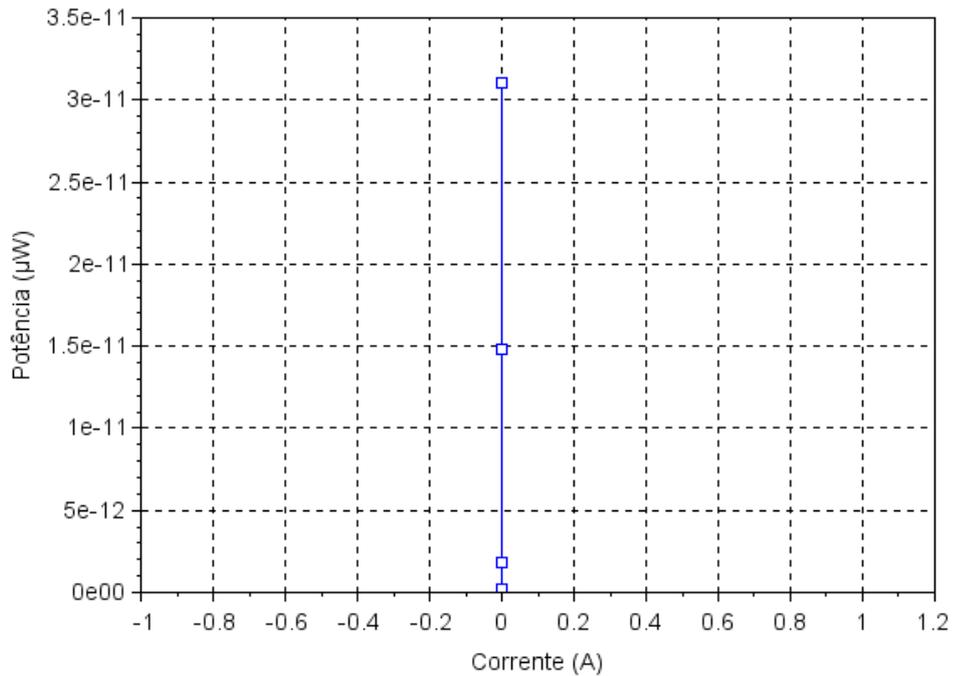


Gráfico 2 – Potência x Corrente

Em relação ao Gráfico 3 e Gráfico 4 pode-se afirmar que a tensão e potência possuem o mesmo comportamento em relação a variação da resistência, uma vez que as duas primeiras variáveis são diretamente proporcionais. Além disso, pode-se perceber uma diminuição da inclinação das curvas após a resistência de 10000 ohms, inferindo uma diminuição da influência no aumento da resistência para se obter uma maior potência ou tensão.

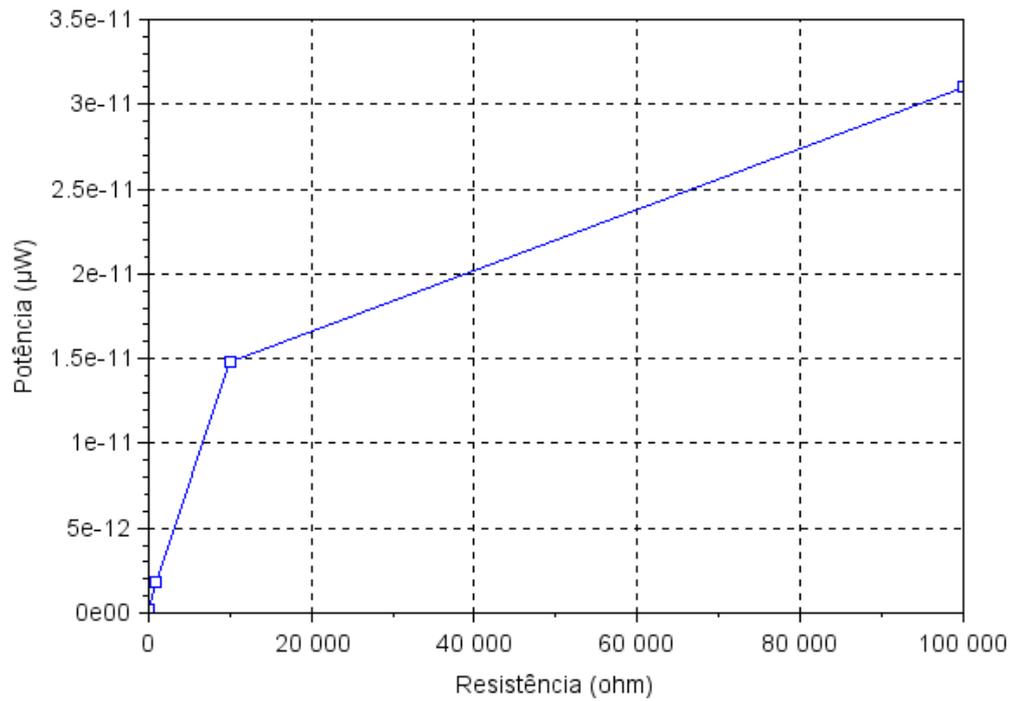


Gráfico 3 – Potência x Resistência

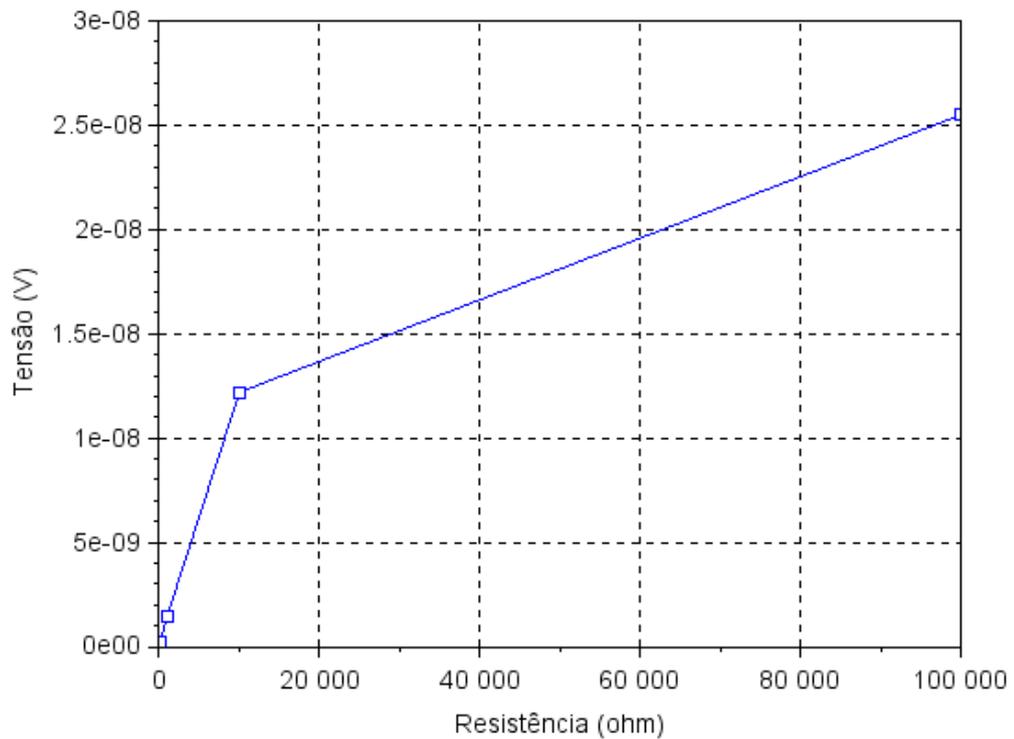


Gráfico 4 – Tensão x Resistência

Utilizando novamente as 3 posições para a análise de valores altos de resistência no sistema, a fim de obter uma maior eficiência do PZT, obteve-se o Gráfico 5, no qual a linha contínua refere-se à posição 3, a linha contínua com pontos refere-se à posição 2 e a linha

pontilhada refere-se à posição 1. Assim sendo, para todas as posições percebe-se uma estabilização no crescimento da potência específica gerada após a resistência de 200 kohms.

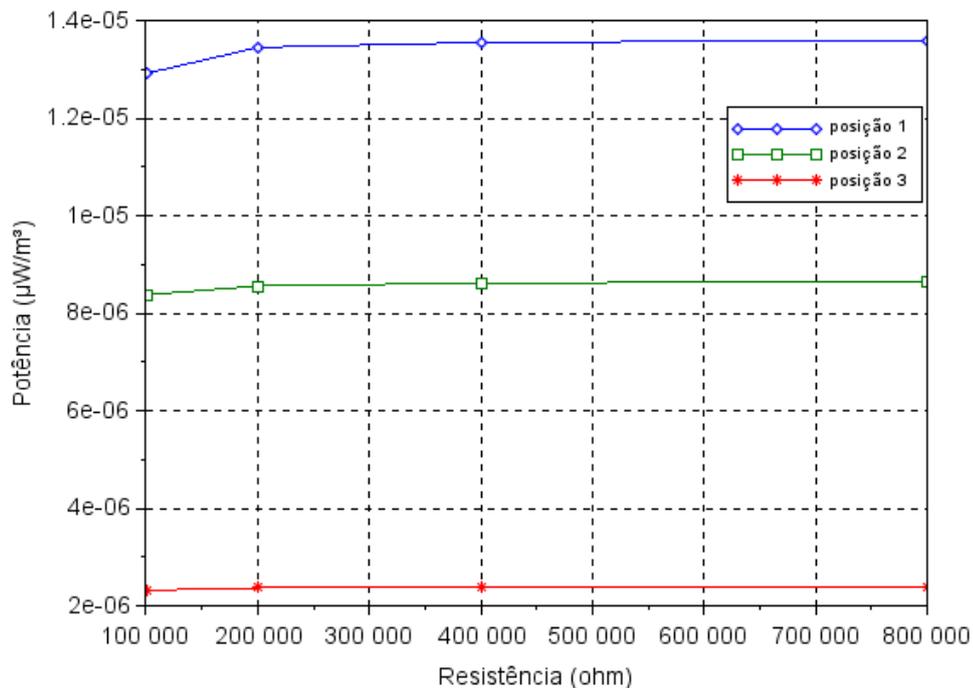


Gráfico 5 – Variação da potência em função da posição do PZT

Sendo que, a potência específica pode ser definida pela relação entre a potência, dada em μW , dividida pelo volume do PZT, dado em m^3 .

4.3 Análise da potência utilizando o *range* total de resistência do PZT

Os resultados da última análise realizada, utilizando os valores de resistência variando de 0,1 a 800000 ohms para a posição 1, podem ser observados no gráfico 6. Nele pode-se observar mais claramente que a potência específica gerada pelo PZT tem um crescimento significativo até a resistência de 200 kohms.

Desta forma, pode-se comprovar o comportamento obtido por Galinna (2013), sendo que esta curva define os melhores valores de resistência que deve-se utilizar para que a geração de energia seja a mais eficiente possível.

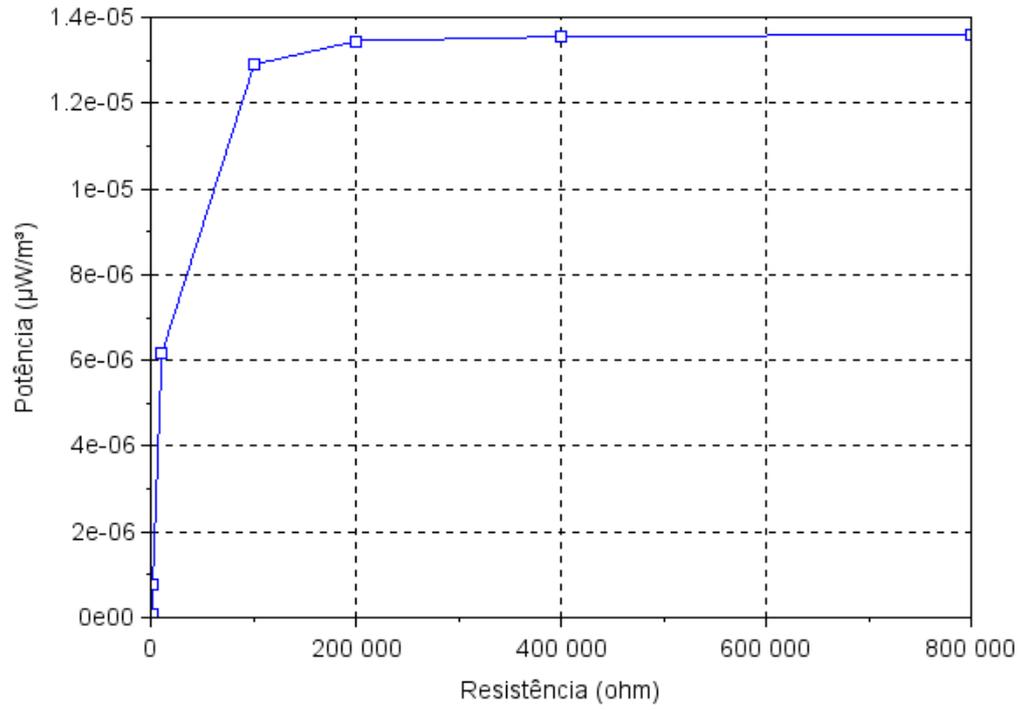


Gráfico 6 – Potência específica x Resistência

5 CONCLUSÃO

Neste trabalho foi estudada a influência do piezoelétrico nas frequências naturais e modos de vibração do sistema, e foi observada uma variação média de 2% nos valores das frequências naturais, ou seja, a influência não é considerável. Com isto, foi possível definir a função da força utilizada nesse estudo entre a 1ª e 2ª frequência natural do sistema, para analisar a influência de mais de um modo de vibração.

O sistema foi modelado com o elemento piezoelétrico acoplado mecanicamente à viga e conectado eletricamente a uma resistência. O modelo em Elementos Finitos se mostrou coerente com a literatura, tendo como resultados baixos valores de potência específica: $2 \times 10^{-5} \mu\text{W}$. Mesmo sendo um primeiro estudo sobre a utilização do MEF em recuperação de energia com vibração.

Observou-se que a alteração da posição do PZT ao longo do comprimento da viga causa uma diminuição da tensão gerada à medida em que se afasta do engaste. Do estudo da variação da resistência, conclui-se que o aumento da resistência acarretou um aumento na potência gerada até aproximadamente 200 kohms.

A partir daí, a potência gerada estabilizou-se em valores constantes, mesmo com o aumento da resistência. Esse fato ocorreu para todas as posições do PZT analisadas, comprovando-se um resultado esperado, de acordo com Galinna (2013), que apresenta uma estabilização dos valores próximos a resistência de 200 kohms.

5.1 Trabalhos Futuros

Com o objetivo de aprimorar e validar os resultados obtidos neste trabalho, alguns pontos de melhoria foram identificados, sendo possível, assim, sugerir como propostas de futuros trabalhos:

- A avaliação da influência da frequência utilizada na função da força com a intenção de observar o comportamento da geração de potência para valores próximos das frequências naturais do sistema;
- A investigação do comportamento da corrente em que se obteve valores constantes com a variação da resistência;

- A validação do modelo teórico obtido pelas simulações, por meio de experimentos realizados em laboratório.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

ANSYS® Academic Research, Release 17.2, **Help System, Modal Structural Analysis**, ANSYS, Inc. 2017.

ATHOS Electronics. **Instrumentos de Medição – True RMS e RMS**, 2015. Disponível em: <<https://athoselectronics.com/true-rms/>>. Acesso em: 15 set. 2018.

AZEVEDO, A.F.M. **Método dos Elementos Finitos**. 1. ed. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2003.

BEEBY, S. P., TUDOR M. J., et al. **Energy harvesting vibration sources for microsystems applications**. Measurement Science and Technology 17(12): R175-R195, (2006).

BONJORNO, J. R.; RAMOS, M. C. **Física Fundamental** – Volume único. São Paulo, Ed. FTD, 1999.

BRAIDAL, S.; NAIFAR, S.; VIEHWEGER, C.; KANOUN, O. (2017). **Electromagnetic Vibration Energy Harvesting for Railway Applications**. International Conference on Engineering Vibration. Vol. 148, 2018.

CAVALCANTE, L. A. M. A. F. **Curso de Dinâmica de Estruturas** – Engenharia de Fortificação e Construção – IME.

COTTONE, F; CURIE, M. **Introduction to Vibration Energy Harvesting**. NiPS Energy Harvesting Summer School, 2011.

DING, J.; CHALLA, V.; PRASAD, M.; FISHER, F. **Vibration Energy Harvesting and Its Application for Nano- and Microrobotics**. Selected Topics in Micro/Nano-robotics for Biomedical Applications. 59-83. 10.1007/978-1-4419-8411-1_5, 2013.

EIRAS, J.A. **Apostila de Materiais piezoelétrico. Grupo de Cerâmicas Ferroelétricas**, Departamento de Física. São Carlos: Universidade Federal de São Carlos, 2004. 34p.

GALLINA M., BENASCIUTTI D. **Finite element analysis of optimized piezoelectric bimorphs for vibrational “energy harvesting**. Internacional CAE Conference, 2013.

GARCIA, R.; COMBETTE, P.; POULIN, Y.; FOUCARAN, A.; PODLECKI, J.; HASSEN, B.H.; GRILLI, M.A.; HESS, O.; BRIANT, F. **Piezoelectric energy harvesting: application to data center monitoring**. Sensor Review, Vol. 35 Issue: 4, pp.401-408, <<https://doi.org/10.1108/SR-02-2015-0026>, 2015>.

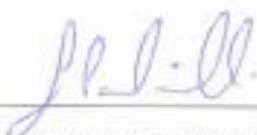
- GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. **Métodos de pesquisa**. Plageder, 2009.
- GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. São Paulo: Atlas, 1999.
- HALLIDAY D.; RESNICK R.; WALKER J. **Fundamentos de Física: Eletromagnetismo**. Volume 3. 8ª ed, 2009.
- H. F, LIEW & Hassan, S.I.s & Abd Rahim, Rosemizi & AbdulMalek, MohamedFareq. **A STUDY OF VIBRATION ENERGY HARVESTER**, (2015).
- HUTTON, D. V. **Fundamentals of Finite Element Analysis**. Higher Education; 1ed.
- LAKATOS, E.M.; MARCONI, M. A. **Fundamentos de Metodologia Científica**. 5. ed. São Paulo: Atlas. 2003. 310 p.
- LIMA JR, J. J. **Modelagem de Sensores e Atuadores Piezelétricos com Aplicações em Controle Ativo de Estrutura**. Tese de Doutorado, Depto. De Mecânica Computacional, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 243p. 1999.
- MARQUES, D. E. T. **Projeto e Análise de Viabilidade de Coletores Piezoelétricos de Energia em Ferrovias**. 2013. 46 f. Trabalho de Conclusão de Curso, USP – Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 2013.
- Martha, L. F. **Soluções Fundamentais – UFSM**. Disponível em: <http://coral.ufsm.br/decc/ECC1002/Downloads/_Cap_4_Solucoes_fundamentais.pdf>. Acesso em 12 de junho de 2018.
- MOTTER, D.; LAVARDA, J.V.; DIAS, F.A. **Vibration Energy Harvesting Using Piezoelectric Transducer and Non-Controlled Rectifiers Circuits**. *Special Issue*, São Paulo, 2012.
- OLYMPPIO, R. B. **Modelagem e Validação Experimental de um Gerador Piezoelétrico de Energia em Miniatura**. 2014. 78 f. Trabalho de Conclusão de Curso, USP – Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 2014.
- RAJU, M.; GRAZIER, M. **Energy Harvesting**. Texas Instruments, Dallas, abril 2010.
- RAJU, M.; GRAZIER, M. **ULP meets energy harvesting: A game-changing combination for design engineers**. Texans Instruments, 2010.
- RAO, Singireseu. **Vibrações Mecânicas**. Tradução de Arlete Simille Marques. 2008.

SILVA, R. H. V. **Análise Dinâmica de uma Viga com Material Piezoelétrico Aplicando o Método de Elementos Finitos**. 2017. 51 f. Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2017.

VINENTE, K. S. **Fundamentos de Eletricidade** – Centro de Educação Tecnológica do Amazonas: 2011, 130p.

ANEXO

Certifico que o aluno Amauri Coelho Ferraz, autor do trabalho de conclusão de curso intitulado "Desenvolvimento de um Modelo Eletromecânico pelo Método de Elementos Finitos para Estudo sobre Recuperação de Energia por Vibração", efetuou as correções sugeridas pela banca examinadora e que estou de acordo com a versão final do trabalho.



DSc. Gustavo Paulinelli Guimarães

Orientador

Ouro Preto, 19 de dezembro de 2018.