



UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO – UFOP

ESCOLA DE MINAS

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA



RANGEL MOURA BARBOSA

**ESTUDO SOBRE A REDUÇÃO DA VIBRAÇÃO DE UMA VIGA POR
ATUADOR PIEZOELÉTRICO UTILIZANDO O MÉTODO DE ELEMENTOS
FINITOS**

OURO PRETO - MG

2018

RANGEL MOURA BARBOSA

rangelmb@yahoo.com.br

**ESTUDO SOBRE A REDUÇÃO DA VIBRAÇÃO DE UMA VIGA POR
ATUADOR PIEZOELÉTRICO UTILIZANDO O MÉTODO DE ELEMENTOS
FINITOS**

Monografia apresentada ao Curso de Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito para a obtenção do título de Engenheiro Mecânico.

Professor orientador: Prof. DSc. Gustavo Paulinelli Guimarães

OURO PRETO - MG

2018

B238e Barbosa, Rangel Moura.

Estudo sobre a redução da vibração de uma viga por atuador piezoelétrico utilizando o método de elementos finitos [manuscrito] / Rangel Moura Barbosa. - 2019.

62f.: il.: color; grafs; tabs.

Orientador: Prof. Dr. Gustavo Paulinelli Guimarães.

Monografia (Graduação). Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de Minas. Departamento de Engenharia Mecânica.

1. Elementos Finitos. 2. Atenuação de Vibração. 3. Atuador Piezoelétrico . 4. Controle Ativo. 5. Atuador Piezoelétrico. I. Guimarães, Gustavo Paulinelli. II. Universidade Federal de Ouro Preto. III. Título.

CDU: 621

Catálogo: ficha.sisbin@ufop.edu.br



UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

ATA DA DEFESA

Aos 05 dias do mês de Dezembro de 2018, às 08h 30min, na sala 25, localizada na Escola de Minas – Campus - UFOP, foi realizada a defesa de Monografia do aluno(a) **Rangel Moura Barbosa**, sendo a comissão examinadora constituída pelos professores: Prof. Dr. Gustavo Paulinelli Guimarães, Prof. Me. Marcelo Teodoro Assunção e Eng^a. Me. Lidianne de Paula Pinto Mapa. O candidato apresentou o trabalho intitulado: “**Estudo sobre a redução da vibração de uma viga por atuador piezoelétrico utilizando o Método de Elementos Finitos**”, sob orientação do Prof. Dr. Gustavo Paulinelli Guimarães. Após as observações dos avaliadores, em comum acordo os presentes consideram o(a) aluno(a)

Aprovado

Ouro Preto, 05 de Dezembro de 2018.

Prof. Dr. Gustavo Paulinelli Guimarães
Professor Orientador

Prof. Me. Marcelo Teodoro Assunção
Professor Avaliador

Eng^a. Me. Lidianne de Paula Pinto Mapa
Avaliador

Rangel Moura Barbosa
Aluno(a)

AGRADECIMENTO

A Deus, por todas as benções que me trouxeram até esse momento.

A minha família, por todo suporte e incentivo.

Aos professores da mecânica pelo aprendizado, em especial ao professor Gustavo Paulinelli pela orientação na realização desse trabalho.

A UFOP pelo suporte e ensino.

A República Tabajara e aos amigos de Ouro Preto, pela amizade e companheirismo.

“Quer saber o sentido da vida? Pra frente.”

Emicida

RESUMO

Atualmente é comum de serem encontradas pesquisas que tratam do controle de vibração em estruturas, e muitas dessas retratam a aplicação do controle ativo para o alcance da atenuação da vibração. O controle ativo ocorre pela imposição de uma ação na estrutura por meio de dispositivos atuadores, como os atuadores piezoelétricos, e essas estruturas adaptadas são as ditas estruturas inteligentes. Neste âmbito, o objetivo do presente trabalho foi realizar o controle em malha aberta em uma viga engastada-livre utilizando atuador PZT – 5H utilizando o Método de Elementos Finitos, buscando expor a efetividade desse controle de acordo com o número de componentes de frequência a serem tratadas. A influência do acoplamento do atuador à viga foi também analisada, por meio do cálculo dos valores das frequências naturais. Inicialmente, foi realizada a validação das características adotadas ao sistema pelo comparativo entre frequências naturais obtidas numericamente (Ansys) e as obtidas analiticamente. Com o acoplamento do PZT, foram verificadas as alterações das frequências naturais do sistema, que resultaram da modificação de rigidez. Posteriormente foram realizadas quatro análises dinâmicas separadamente na viga, sendo essas de aplicações de forças e atuações do PZT, independentemente. Ao final dessa etapa foi realizado o controle, onde foi verificada maior dificuldade em atenuar a vibração no caso em que há mais de uma componente de frequência a ser tratada.

Palavras-Chave: Atuador Piezoelétrico, Atenuação de Vibração, Estrutura Inteligente, Controle Ativo, Malha Aberta, Elementos Finitos.

ABSTRACT

Currently, it is common to find research that deals with the control of vibration in structures, and many of these demonstrate the application of the active control to reach the vibration attenuation. The active control occurs by imposing an action on the structure by means of actuating devices, such as piezoelectric actuators, and these adapted structures are called intelligent structures. In this context, the objective of the present work was to perform the open-loop control in a cantilever beam using PZT-5H actuator in the Finite Element Method, seeking to expose the effectiveness of this control according to the number of frequency components to be treated. The influence of the coupling of the actuator to the beam was also analyzed by calculating the values of the natural frequencies. Initially, the validation of the characteristics adopted for the system was performed by the comparison between natural frequencies obtained numerically (Ansys) and those obtained analytically. With the PZT coupling, the changes in the natural frequencies of the system were verified, which resulted from the modification of stiffness. Afterwards, four dynamic analyzes were carried out separately in the beam, being these applications of forces and actuations of the PZT, independently. At the end of this stage the control was performed, in which was verified more difficult to attenuate vibration in the case where there is more than one frequency component to be treated.

Keywords: Piezoelectric Actuator, Vibration Attenuation, Intelligent Structure, Active Control, Open Loop, Finite Elements.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Viga em balanço carregamento estático (a) carregamento dinâmico (b).....	4
Figura 2: Figura 2: Viga em flexão (a). Volume infinitesimal (b).	5
Figura 3: Modelo malha no software Ansys.....	8
Figura 4: Refino da malha	9
Figura 5: Viga uniforme sob deflexão transversal.....	10
Figura 6: Funções de forma da deformação de um elemento de viga	11
Figura 7: Material piezoelétrico, uma deformação por pressão induz diferença de potencial, e o campo elétrico deformação.....	14
Figura 8: Espectro de frequência	17
Figura 9: Diagrama malha fechada.....	18
Figura 10: Diagrama mala aberta	18
Figura 11: Montagem com controle ativo-passivo	20
Figura 12: Fluxograma de uma pesquisa.....	21
Figura 13: Fluxograma da metodologia.....	23
Figura 14: Viga fixa-livre com atuador piezoelétrico	24
Figura 15: Elemento Solid45	25
Figura 16: Elemento Solid73	25
Figura 17: Elemento Solid5	26
Figura 18: Malha da viga com o PZT	28
Figura 19: Aplicação da força na viga e condições de contorno	28

Figura 20: Modos de vibração da viga	31
Figura 21: Comparativo de frequências.....	32
Figura 22: Diferença percentual em relação ao analítico	33
Figura 23: Diferença percentual entre viga sem PZT e com PZT	34
Figura 24: Movimentação da viga provocado por uma força senoidal	35
Figura 25: Regime transiente sob ação de uma força.....	36
Figura 26: Regime permanente sob ação de uma força.....	36
Figura 27: FFT do regime transiente na aplicação de uma força de 50Hz.....	37
Figura 28: Movimentação da viga provocada por 2 forças senoidais de diferentes frequências	37
Figura 29: Regime transiente sob ação de duas forças	38
Figura 30: Regime permanente sob ação de duas forças.....	38
Figura 31: FFT do regime transiente na aplicação de duas forças (50Hz e 30Hz).....	39
Figura 32: Deslocamento na viga provocado por atuação do PZT – 50Hz.....	40
Figura 33: Deslocamento na viga provocado por atuação do PZT – 40Hz.....	40
Figura 34: Análise da relação de fase entre a força (50Hz) e PZT (50Hz)	41
Figura 35: Controle de força com uma componente de frequência.....	42
Figura 36: Controle de força com duas componentes de frequência.....	42
Figura 37: Comparativo entre deslocamentos com e sem atuação do PZT - 1 frequência.....	43
Figura 38: Comparativo entre deslocamentos com e sem atuação do PZT - 2 frequências	43

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Condições de contorno para a vibração transversal de uma viga.....	7
Tabela 2: Condições de contorno	10
Tabela 3: Dados da viga	24
Tabela 4: Dimensões e propriedades PZT – 5H.....	27
Tabela 5: Variáveis e indicadores.....	29
Tabela 6: Frequências naturais e diferenças percentuais.....	32
Tabela 7: Frequências naturais da viga com PZT e diferença percentual em relação a viga sem PZT	33

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	1
1.1 Formulação do problema	1
1.2 Justificativa	2
1.3 Objetivos	2
1.3.1 Geral	2
1.3.2 Específico	3
1.4 Estrutura do trabalho	3
2. REVISÃO BIBLIOGRAFICA	4
2.1 Dinâmica de estruturas	4
2.2 Modelo analítico de uma viga	5
2.3 Método de Elementos Finitos	8
2.3.1 Modelagem dinâmica	9
2.4 Materiais piezoelétricos	14
2.5 Modelagem de uma viga com atuador piezoelétrico	15
2.6 Expansão por série de Fourier	16
2.7 Sistemas de controle	17
2.8 Estruturas Inteligentes	19
3 METODOLOGIA	21
3.1 Tipos de pesquisa	21

3.2 Materiais e métodos	23
3.2.1 Modelagens	24
3.2.2 Elemento Piezoelétrico	26
3.3 Variáveis e indicadores	29
3.4 Instrumentos de coleta de dados	30
3.5 Tabulação de dados	30
3.6 Considerações Finais	30
4. RESULTADOS	31
4.1 Validação do modelo numérico	31
4.2 Análise da influência do PZT no sistema	33
4.3 Resposta do sistema a força senoidal e a atuação do PZT	34
4.4 Atenuação da amplitude de vibração	41
5. CONCLUSÃO	45
5.1 Conclusão	45
5.2 Recomendações	45
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	47

1. INTRODUÇÃO

1.1 Formulação do problema

Com o desenvolver das áreas de controle, eletrônica e similares, novos recursos estão sendo proporcionados para atender a diferentes questões da engenharia. A exemplo têm-se as estruturas inteligentes que, segundo Srinivasan e Mcfarland (2001), representam

a abertura do domínio da engenharia estrutural, para a implementação de uma correção ativa dessa estrutura, em resposta a alguma oscilação, por meio da utilização de sensores e atuadores, com um sistema de controle embutido nas características estruturais.

Para o dimensionamento do sistema de controle, e de outros parâmetros estruturais, é de importância as considerações quanto aos aspectos e forças que podem provocar a vibração nessa estrutura. Segundo RAO (2008), o sistema vibratório inclui um meio para armazenar energia potencial (elasticidade), um para armazenar energia cinética (massa) e outro para perda gradual de energia (amortecedor), e que a vibração envolve a transferência alternada de energia potencial para cinética e vice-versa.

Na atenuação das amplitudes de oscilação, podem ser utilizados materiais como a borracha, que atua como um controle de vibração passivo. No entanto, segundo Choi e Hong (2006), essas são montagens que apresentam fatores de amortecimento e rigidez que não são simultaneamente controláveis para atender a certos parâmetros, sendo utilizado nestes casos montagens com o controle ativo. Atualmente, são muito empregados como elementos ativos em estruturas inteligentes: atuadores eletromagnéticos, servos atuadores hidráulicos, ligas com memória de forma e atuadores piezoelétricos (ROGERS *et al.*, 2000).

Os atuadores piezoelétricos são dispositivos que fazem uso da deformação de um material piezoelétrico quando um campo elétrico é aplicado sobre este, sendo a resposta variável com as dimensões do atuador, a estrutura do dispositivo e as características da cerâmica (LIMA, 2013). Para obtenção de melhor resposta pelos atuadores piezoelétricos, é conveniente a aplicação do Método dos Elementos Finitos para seu dimensionamento. Isso possibilita a otimização da análise com o controle em malha e características aplicáveis ao modelo, e tem feito do Método dos Elementos Finitos a principal ferramenta computacional para análise dinâmica de estruturas (CRAIG e KURDILA, 2006). Pelo exposto, o trabalho é direcionado pela pergunta problema:

Como reduzir a vibração em uma estrutura com elemento piezoelétrico, utilizando o controle em malha aberta e o Método dos Elementos Finitos?

1.2 Justificativa

“A ênfase postada na segurança, confiabilidade e desempenho de estruturas, tem direcionado a necessidade por extensivas análises e testes para determinação da resposta ao carregamento dinâmico” (CRAIG e KURDILA, 2006, p.1). Podem ser observados como consequências do estímulo dinâmico a estrutura, danos como a geração de ruído e a falha por fadiga, que podem comprometer a sua segurança e funcionalidade.

É possível atingir a melhoria das estruturas pela redução das amplitudes de vibração, tratamento demonstrado por trabalhos publicados na última década por meio da aplicação do controle ativo (TRINDADE, 2009). Esse controle tem como função minimizar a resposta dos sistemas (que compõe a estrutura) a excitações externas.

Na aplicação do controle ativo, atuadores piezoelétricos são bastante utilizados. Tal uso se justifica pelas características de rápida resposta, estrutura compacta e boa geração de força (CHOI e HONG, 2006). A utilização do piezoelétrico PZT (Titanato-Zirconato de Chumbo) nesse âmbito é bem presente pelo fato de apresentar elevada rigidez, da ordem de 70GPa, sendo indicado na confecção de atuadores (LIMA, 1999).

A análise de atuadores piezoelétricos em uma estrutura requer aplicação de modelos matemáticos que descrevam o sistema, mas com exceção de geometrias simples, estes são modelos complexos e ponto de impasse a soluções analíticas. Deste modo, métodos numéricos são empregados à análise, sendo o Método dos Elementos Finitos (MEF) uma das melhores ferramentas dessa natureza (LIMA, 1999).

1.3 Objetivos

1.3.1 Geral

Reduzir a vibração de uma estrutura utilizando um atuador piezoelétrico (PZT), por meio do Método de Elementos Finitos no software Ansys.

1.3.2 Específico

- Realizar estudos utilizando o Método de Elementos Finitos para dinâmica de estrutura;
- Desenvolver modelos dinâmicos analíticos e numéricos;
- Compreender como modelar um atuador piezoelétrico acoplado a uma estrutura utilizando o Método dos Elementos Finitos;
- Aplicar um controle em malha aberta da vibração de uma estrutura utilizando o atuador piezoelétrico;
- Verificar a resposta do controle em malha aberta ao tratamento de mais de um componente de frequência.

1.4 Estrutura do trabalho

O trabalho é desenvolvido no decorrer de 5 capítulos, sendo apresentado no capítulo 1 a introdução com os aspectos gerais que guiam o trabalho, com a formulação do problema, justificativas e objetivos. O capítulo 2 contém a revisão bibliográfica, com o embasamento teórico de aspectos relacionados com o desenvolver do trabalho. No capítulo 3 está a metodologia, com a indicação dos passos adotados para seguimento do trabalho, realização da simulação, obtenção de dados e resultados. No capítulo 4 são apresentados os resultados, pela exposição dos valores obtidos com o resultado do MEF e o analítico. Por fim, o capítulo 5 apresenta a conclusão do trabalho e recomendações para trabalhos futuros.

2. REVISÃO BIBLIOGRAFICA

2.1 Dinâmica de estruturas

Carregamentos dinâmicos se diferem dos estáticos em estruturas por dois importantes aspectos: a variação da excitação no tempo, e a componente de aceleração. A aceleração em uma viga com carregamento dinâmico, é responsável por aumentar a distribuição da força de inercia no eixo longitudinal, que influi tanto na deflexão quanto na tensão interna (CRAIG e KURDILA, 2006), como demonstrado pela Figura 1.

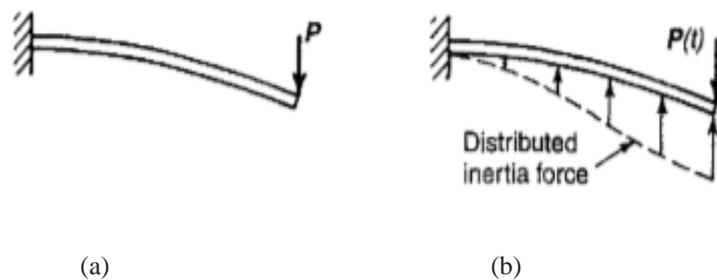


Figura 1: Viga em balanço carregamento estático (a) carregamento dinâmico (b)
Fonte: Craig e Kurdila (2006)

De acordo com Craig e Kurdila (2006, p.7), análise dinâmica consiste da definição do modelo analítico, da caracterização pelo modelo matemático e da resolução para obtenção da resposta dinâmica.

A definição analítica do modelo é variável de acordo com os graus de liberdade na estrutura. Os graus de liberdade representam o número de coordenadas independentes que determinam a posição de componentes do sistema. Assim, o modelo analítico pode ser realizado de modo contínuo, quando apresenta infinitos graus de liberdade, ou de modo discreto, com número finito de graus de liberdade (RAO, 2008). A escolha depende da finalidade da análise e da capacidade computacional disponível para resolução dos modelos matemáticos (CRAIG e KURDILA, 2006).

A obtenção do modelo matemático considera o estudo dinâmico com formulações da deformação de sólidos, tendo como resultado equações diferenciais que descrevem o comportamento de uma estrutura deformável.

Para resolução, os métodos de análise dinâmicos mais importantes são os de vibração livre e de vibração forçada, que possibilitam a especificação de condições iniciais e a resposta

da estrutura com a variação da carga no tempo (CRAIG e KURDILA, 2006). A vibração livre é caracterizada por ser um sistema sem a ação persistente de uma força externa, em que o sistema é colocado a vibrar por um conjunto de condições iniciais. Já a vibração forçada é o resultado da aplicação de uma força dinâmica externa no sistema (RAO, 2008).

2.2 Modelo analítico de uma viga

O modelo matemático para uma viga em flexão pode ser obtido com auxílio da Figura 2, que apresenta o diagrama de corpo livre de um elemento de viga. Estão representados na Figura, $M(x,t)$ o momento fletor, $V(x,t)$ a força cisalhante e $f(x,t)$ a força externa por unidade de comprimento da viga.

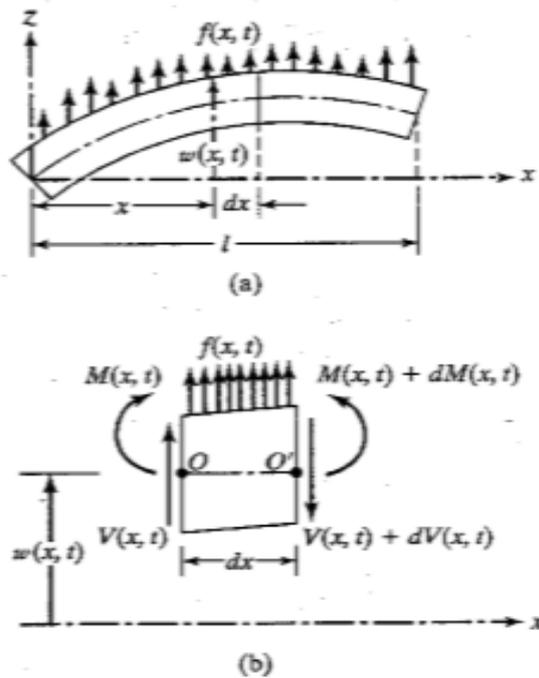


Figura 2: Figura 2: Viga em flexão (a). Volume infinitesimal (b).
Fonte: Rao (2008)

Pelo diagrama da Figura 2, é obtida a equação de movimento para a viga em flexão (2.1), como demonstrado em RAO (2008), onde ρ é a densidade e $A(x)$ a área da seção transversal da viga:

$$-\frac{\partial^2 M}{\partial x^2}(x,t) + f(x,t) = \rho A(x) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(x,t) \quad (2.1)$$

A equação estática para a viga em flexão, é obtida da relação entre momento fletor e deflexão, apresentada pela teoria Euler-Bernoulli como:

$$M(x, t) = EI(x) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(x, t) \quad (2.2)$$

Na qual E é o módulo de Young, I(x) o momento de inércia de área da seção em relação ao eixo y.

A partir do acoplamento da equação (2.1) com a equação estática da viga (2.2), é possível obter a equação do caso dinâmico, como apresentado em (RAO, 2008):

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4}(x, t) + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(x, t) = f(x, t) \quad (2.3)$$

Na equação (2.3), há uma derivada de segunda ordem em relação ao tempo e uma derivada de quarta ordem em relação a x, sendo necessárias duas condições iniciais e quatro condições de contorno para determinar uma única solução a $w(x, t)$. No desenvolvimento da equação (2.3) para situação de vibração livre, é utilizado o método de separação de variáveis:

$$w(x, t) = W(x)T(t) \quad (2.4)$$

Na qual W(x) é a função característica da viga e T(t) é expresso por:

$$T(t) = A \cos \omega t + B \sin \omega t \quad (2.5)$$

Sendo A e B constantes determinadas pelas condições iniciais, ω a frequência e t o tempo.

O termo W(x) na formulação da vibração livre é demonstrada por Rao (2008), como:

$$W(x) = C_1(\cos \beta_x + \cosh \beta_x) + C_2(\cos \beta_x - \cosh \beta_x) + C_3(\sin \beta_x + \sinh \beta_x) + C_4(\sin \beta_x - \sinh \beta_x) \quad (2.6)$$

Na qual C_1 , C_2 , C_3 e C_4 são determinadas pelas condições de contorno. As frequências naturais da viga são calculadas para cada modo e a variar de acordo com a viga analisada:

$$\omega_n = (\beta L)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A L^4}} \quad (2.7)$$

ω_n : Frequência natural do n-ésimo modo

β : Constante que depende da viga analisada

Para a condição de contorno da viga fixa-livre, objeto de estudo do trabalho, a solução é demonstrada por Rao (2008), conforme Tabela 1.

Tabela 1: Condições de contorno para a vibração transversal de uma viga

Condições de contorno da viga	Fixa-Livre
Equação característica	$\cos(\beta_n L) \cosh(\beta_n L) = -1$
Forma modal	$W_n(x) = C_n[\sin(\beta_n x) - \sinh(\beta_n x) - a_n(\cos(\beta_n x) - \cosh(\beta_n x))]$ $a_n = \frac{\sin(\beta_n L) + \sinh(\beta_n L)}{\cos(\beta_n L) + \cosh(\beta_n L)}$
Valor de $\beta_n L$	$\beta_1 L = 1,875104$ $\beta_2 L = 4,694091$ $\beta_3 L = 7,854757$ $\beta_4 L = 10,995541$

Fonte: Rao (2008)

2.3 Método de Elementos Finitos

Pelo relatado por Craig e Kurdila (2006, p.418),

O desenvolvimento do computador facilitou a avaliação de integrais, mas não ao ponto de corrigir inconvenientes em métodos que aproximam a resposta de um elemento contínuo a um estímulo dinâmico. Isso pelas complicações das equações serem altamente acopladas, o que requer mais tempo e memória do computador do que o necessário se as matrizes de coeficiente forem densamente povoadas, e pela pouca transição de um problema para o outro, o que gera novas funções para cada nova geometria.

O método de elementos finitos (FEM), contornou estas dificuldades e tornou-se importante artifício computacional para a análise da dinâmica estrutural.

O método de elementos finitos busca a análise de diferentes situações na engenharia, possibilitando a resolução de situações de caráter geral, a considerar geometrias e carregamentos, em alternativa as resoluções analíticas. Desenvolvimentos analíticos descrevem deslocamentos, deformações e tensões, mas devido à complexidade acabam por ser aplicáveis em geometrias mais simples (FILHO, 2005).

A análise em elementos finitos é baseada na divisão de um corpo contínuo em elementos menores (Figura 3), que são conectados entre si por pontos discretos denominados nós, sendo o conjunto de nós e elementos denominado malha. O comportamento do corpo contínuo é obtido por meio da resposta conjunta dos componentes da malha, sendo influenciável pelo formato e tamanho dos elementos na sub-divisão (FILHO, 2005).

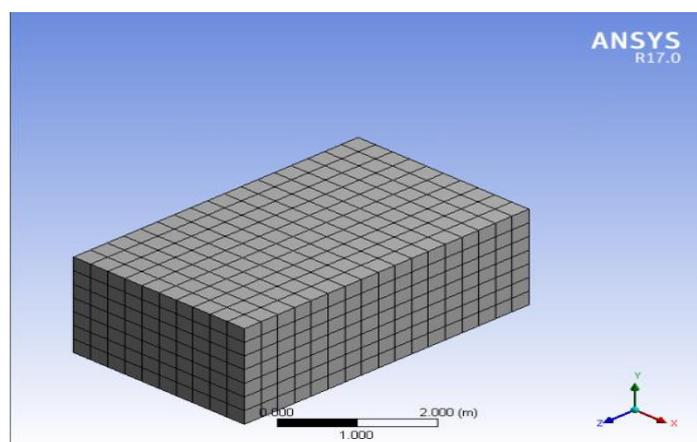


Figura 3: Modelo malha no software Ansys
Fonte: Ansys Help (2017)

A divisão da malha é aspecto importante a qualidade da análise, afeta a velocidade do cálculo e a precisão dos resultados. O controle desse parâmetro é realizado pela densidade da malha, que é aumentada a medida que mais elementos são inseridos no corpo contínuo, podendo ser refinada de acordo com o rigor da análise, como representado na Figura 4 (DENG *et al*, 2017).

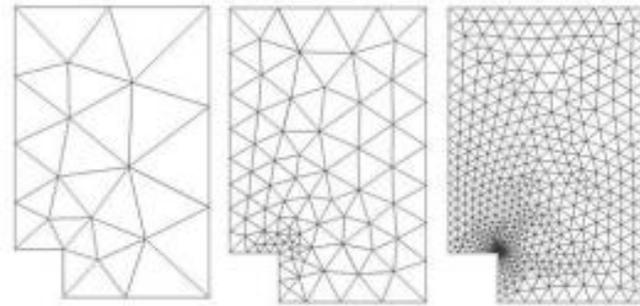


Figura 4: Refino da malha
Fonte: Kurowski (2016).

O formato do elemento da malha é variável com as propriedades que possui, sendo determinadas por relações matemáticas e que possibilitam que os elementos apresentem comportamento de contorno compatível com o elemento vizinho, de modo que não seja necessário a utilização de elementos extremamente pequenos no refinamento da malha (FILHO, 2005).

2.3.1 Modelagem dinâmica

O equacionamento dinâmico em elementos finitos é descrito por matrizes globais, sendo uma matriz de rigidez $[K]$, uma matriz de massa $[M]$, uma matriz de amortecimento $[C]$ e um vetor de força externa $\{P\}$. A matriz de rigidez contém as propriedades do material da estrutura, a matriz de massa descreve as forças inerciais e a matriz de amortecimento do elemento descreve a dissipação de energia (CRAIG e KURDILA, 2006).

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{P\} \quad (2.8)$$

As matrizes de massa e rigidez variam de acordo com o tipo de elemento. Para um elemento de viga de Euler-Bernoulli, as matrizes de massa e rigidez são desenvolvidas com condições similares as da viga da Figura 5.

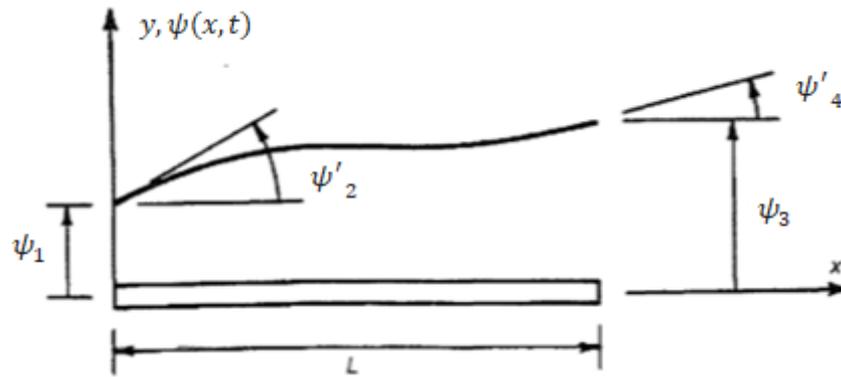


Figura 5: Viga uniforme sob deflexão transversal
Fonte: Craig (2006)

A viga possui quatro graus de liberdade, duas rotações (ψ'_2 e ψ'_4) e duas translações (ψ_1 e ψ_3), sendo a função de interpolação ($0 \leq x \leq L$) que soluciona os deslocamentos da viga apresentada por Craig e Kurdila (2006):

$$\psi(x) = c_1 + c_2 \frac{x}{L} + c_3 \left(\frac{x}{L}\right)^2 + c_4 \left(\frac{x}{L}\right)^3 \quad (2.9)$$

Onde $\psi(x)$ representa o deslocamento, L o comprimento da viga, e os termos de c_1 a c_4 são coeficientes, determinados pelas condições de contorno. As condições de contorno aplicadas nos deslocamentos nodais são apresentadas na Tabela 2.

Tabela 2: Condições de contorno

$\psi_1(0) = 1$	$\psi'_1(0) = \psi_1(L) = \psi'_1(L) = 0$
$\psi'_2(0) = 1$	$\psi_2(0) = \psi_2(L) = \psi'_2(L) = 0$
$\psi_3(L) = 1$	$\psi_3(0) = \psi'_3(0) = \psi'_3(L) = 0$
$\psi'_4(L) = 1$	$\psi_4(0) = \psi'_4(0) = \psi_4(L) = 0$

Fonte: Craig e Kurdila (2006)

Para as condições de contorno estabelecidas, são obtidos os coeficientes de c_1 a c_4 , e esses compõem a matriz de função de formas $[\psi]$, ilustrada na Figura 6.

$$[\psi] = \left[1 - 3\left(\frac{x}{L}\right)^2 + 2\left(\frac{x}{L}\right)^3 \quad x - 2L\left(\frac{x}{L}\right)^2 + L\left(\frac{x}{L}\right)^3 \quad 3\left(\frac{x}{L}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{L}\right)^3 \quad -L\left(\frac{x}{L}\right)^2 + L\left(\frac{x}{L}\right)^3 \right] \quad (2.10)$$

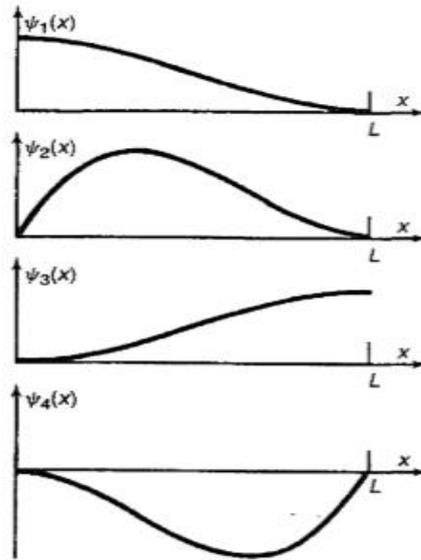


Figura 6: Funções de forma da deformação de um elemento de viga
Fonte: Craig e Kurdila (2006)

As funções para k_{ij} e m_{ij} , para uma viga Euler-Bernoulli, são apresentadas por Craig e Kurdila como:

$$k_{ij} = \int_0^L EI \psi''_i \psi''_j dx \quad (2.11)$$

$$m_{ij} = \int_0^L \rho A \psi_i \psi_j dx \quad (2.12)$$

Deste modo, a matriz de rigidez do elemento é obtida com o acoplamento da equação (2.11) com a matriz dos vetores de forma (2.10), e a matriz de massa do elemento a partir do acoplamento da equação (2.12) com a matriz dos vetores de forma (2.10).

$$\mathbf{k} = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ \text{symm.} & & 12 & -6L \\ & & & 4L^2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{m} = \frac{\rho AL}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22L & 54 & -13L \\ & 4L^2 & 13L & -3L^2 \\ \text{symm.} & & 156 & -22L \\ & & & 4L^2 \end{bmatrix}$$

As matrizes de massa $[m]$ e rigidez $[k]$ obtidas, desenvolvidas no método dos elementos finitos, são de coordenadas locais. As coordenadas locais são em referência ao elemento em análise, e são transformadas em coordenadas globais do sistema usando formulações de energia cinética, energia de deformação e trabalho virtual, que podem ser encontrados em Craig e Kurdila (2006). As transformações das matrizes para as coordenadas globais são apresentadas como:

$$[K] = [T^T][k][T] \quad (2.13)$$

$$[M] = [T^T][m][T] \quad (2.14)$$

No qual $[T]$ é a matriz de transformação, $[m]$ e $[k]$ matrizes locais de massa e rigidez, respectivamente, $[M]$ e $[K]$ matrizes globais de massa e rigidez respectivamente.

Para a solução dinâmica do sistema são determinadas as frequências e modos naturais pela solução do problema de autovalor (CRAIG e KURDILA, 2006). Assumindo uma vibração livre como a equação (2.15), e assumindo uma resposta harmônica (2.16), é obtida a estrutura da equação (2.17).

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = 0 \quad (2.15)$$

$$\{u(t)\} = \emptyset \cos(\omega t - \varphi) \quad (2.16)$$

$$-\omega^2[M]\{\emptyset\} \cos(\omega t - \varphi) + [K]\{\emptyset\} \cos(\omega t - \varphi) = \{0\} \quad (2.17)$$

Da equação (2.17) é originado o problema de autovalor, como em (2.18).

$$([K] - \lambda[M])\emptyset = 0 \quad (2.18)$$

$$\lambda = \omega^2 \quad (2.19)$$

A solução de (2.19) tem saída de n autovalores (λ_n), que correspondem a frequências naturais, cada qual associado a um autovetor (\emptyset_n), que correspondem aos modos de vibrações, sendo a estrutura analisada pela contribuição de cada um dos modos.

A obtenção dos modos gera a matriz de modos $[\Phi]$, que ao ser multiplicada pelas matrizes do sistema faz com que se tornem matrizes diagonais, desacopladas em n equações independentes.

$$[\Phi]^T [M] [\Phi] = [\tilde{M}] \quad (2.20)$$

$$[\Phi]^T [K] [\Phi] = [\tilde{K}] \quad (2.21)$$

As matrizes $[\tilde{M}]$ e $[\tilde{K}]$ são chamadas de matriz de massa generalizada e matriz de rigidez generalizada, respectivamente. No caso da aplicação de uma força a equação seria apresentada por (2.22), em que o problema é dividido em n equações, uma vez que as matrizes são diagonais, e a solução pode ser dada pela equação de Duhamel (2.23).

$$[\tilde{M}]\{\ddot{\eta}\} + [\tilde{C}]\{\dot{\eta}\} + [\tilde{K}]\{\eta\} = \{P\} \quad (2.22)$$

$$\eta(t) = e^{-\omega_i \zeta_i t} \left[\frac{1}{\omega_{di}} \{\dot{\eta}_i(0) + \omega_i \zeta_i \eta_i(0)\} \sin(\omega_{di} t) + \eta_i(0) \cos(\omega_{di} t) \right] + \dots + \quad (2.23)$$

$$\frac{1}{\omega_{di} \tilde{M}_i} \int_0^t e^{-\omega \zeta (t-\tau)} \tilde{P}_i(\tau) \sin(\omega_{di} (t-\tau)) d\tau$$

O termo $\{\eta\}$ um vetor de deslocamento generalizado, ω_{di} a frequência natural amortecida e η_i a resposta do deslocamento modal, que pode ser relacionado ao deslocamento do nó por (2.24).

$$\{q(t)\} = [\Phi] \{\eta(t)\} \quad (2.24)$$

A matriz de amortecimento não é obtida por meio do equacionamento de um elemento genérico, como as matrizes de massa e rigidez, sendo dependente também da frequência tratada. O procedimento usual para obtenção da matriz de amortecimento do sistema é a utilização de uma forma proporcional de amortecimento, chamada de amortecimento de Rayleigh, definida como:

$$[C] = a_0 [M] + a_1 [K] \quad (2.25)$$

Onde a_0 e a_1 são coeficientes obtidos experimentalmente. A matriz de amortecimento generalizada é apresentada em Craig e Kurdila (2006):

$$[\tilde{C}] = [\Phi]^T [C] [\Phi] \quad (2.26)$$

Pelo descrito por Mackerle (2003), em sensores piezoelétricos é aplicado o efeito direto, enquanto o efeito inverso é aplicado em atuadores piezoelétricos. O efeito direto traduz energia mecânica para energia elétrica, e o efeito inverso energia elétrica para energia mecânica. Na utilização desses dispositivos, é requerido cuidado com umidade e temperatura, que influem em sua precisão.

As características de baixo peso, tamanho reduzido são aspectos que tem aumentado a aplicação de atuadores piezoelétricos em muitas estruturas para a atenuação de vibrações (SEBA *et al.*, 2006). Os materiais piezoelétricos mais utilizados são os de Titanato Zircanato de Chumbo PZT (Lead Zirconate Titanate), por serem mais baratos e acessíveis no mercado, e o Fluoreto de Polivinilideno PVDF (polyvinylidene flouride), que é um polímero, mais flexível que o PZT, mas que requer elevada tensão a aplicação (LIMA, 2013).

2.5 Modelagem de uma viga com atuador piezoelétrico

A influência de um material piezoelétrico estar acoplado a uma estrutura base é interna, relacionada ao próprio fato de estar acoplado a estrutura, e externa, pela geração de força e momento (ROCHA, 2004). De acordo com Seba *et al.* (2006), pela introdução de variáveis de elementos finitos na divisão de sistemas em subsistemas, a equação de atuação que descreve a dinâmica do atuador piezoelétrico pode ser demonstrada como:

$$[M^p]\{\ddot{u}^p\} + [K^p]\{u^p\} = \{F^p(t)\} - [K^p_{u_v}]V(t) \quad (2.21)$$

Onde $V(t)$ é a tensão aplicada ao atuador, $[M^p]$ e $[K^p]$ matrizes de massa e rigidez do sistema, respectivamente, e a matriz $[K^p_{u_v}]$ é o acoplamento piezoelétrico. As variáveis u^p e \ddot{u}^p são descritas como o deslocamento nodal e a aceleração nodal, respectivamente. O vetor $F^p(t)$, representa a aplicação de uma força externa no sistema.

Por fim, a associação da equação de movimento correspondente ao atuador piezocerâmico e a estrutura da viga em um sistema global de coordenadas, com os graus de liberdade do PZT (tensão e deslocamento) e da viga (deslocamento), é representada pela equação que descreve o conjunto:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = [Z]V(t) \quad (2.22)$$

Onde as matrizes [M], [C] e [K] representam a massa, amortecimento e rigidez global do sistema, respectivamente. A matriz de controle é [Z], que associa a tensão aplicada ao PZT e a força nodal transmitida a estrutura da viga.

2.6 Expansão por série de Fourier

A expansão por série de Fourier possibilita transformar uma análise do domínio tempo para o domínio da frequência, sendo utilizada na identificação de componentes de frequência em um sistema vibratório, por exemplo. É aplicável a qualquer função periódica (harmônica ou não), sendo bem empregada nas análises dinâmicas de estruturas (RAO, 2008). A equação 2.23 apresenta a expansão por série de Fourier.

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos \omega t + b_n \sin \omega t) \quad (2.23)$$

A equação (2.23) descreve que qualquer função periódica no tempo pode ter sua resposta aproximada pela combinação de funções harmônicas, sendo o termo ω a frequência fundamental, a_0 , a_n e b_n coeficientes constantes determinados de acordo com as equações 2.24, 2.25 e 2.26 respectivamente.

$$a_0 = \frac{\omega}{\pi} \int_0^{2\pi/\omega} x(t) dt \quad (2.24)$$

$$a_n = \frac{\omega}{\pi} \int_0^{2\pi/\omega} x(t) \cos n\omega t dt \quad (2.25)$$

$$b_n = \frac{\omega}{\pi} \int_0^{2\pi/\omega} x(t) \sin n\omega t dt \quad (2.26)$$

As funções harmônicas $a_n \cos \omega t$ e $b_n \sin \omega t$, presentes na equação 2.23, são as denominadas harmônicas de ordem n e que podem ser representadas como linhas verticais em um diagrama de amplitude por frequência, gerando o denominado espectro de frequência (Figura 8). As linhas verticais são de amplitude a_n e b_n , ou então d_n (amplitude) e ϕ_n (fase), determinados pelas equações 2.27 e 2.28.

$$d_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad (2.27)$$

$$\phi_n = \tan^{-1}\left(\frac{b_n}{a_n}\right) \quad (2.28)$$

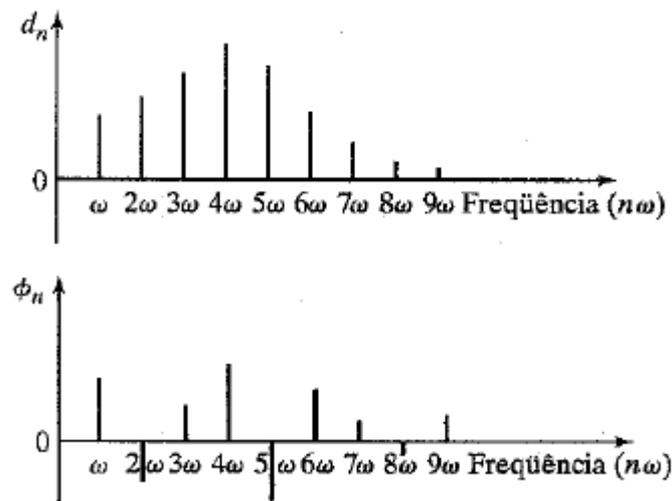


Figura 8: Espectro de frequência
Fonte: RAO (2008)

2.7 Sistemas de controle

Um sistema é uma combinação de componentes que atuam em conjunto para realizar determinado objetivo, representado por variável de entrada (controle), variável de saída (controlada) e uma relação entre elas (função de transferência). Um sistema de controle é uma interconexão dos componentes do sistema, que forma uma configuração que conduzirá a uma resposta determinada, e a análise do sistema é conduzida pela teoria dos sistemas lineares, que relaciona os componentes em relações de causa e efeito (DORF e BISHOP, 1998). Nos sistemas de controle podem ser citados: o controle de malha fechada e o controle de malha aberta.

A malha fechada é o sistema em que o sinal de saída tem influência direta na ação do controle, realimentando o controlador, que diante da defasagem de valor entre a entrada e a saída realimentada (sinal de erro atuante), busca reduzir a diferença a zero, gerando a saída desejada (OGATA, 2003). A Figura 9 apresenta um diagrama com a ideia base do sistema de controle de malha fechada.

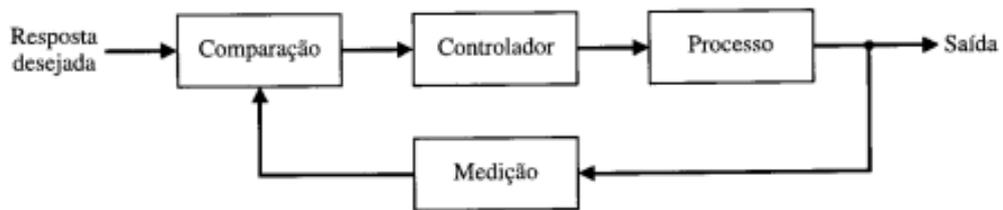


Figura 9: Diagrama malha fechada
Fonte: Dorf e Bishop (1998)

O sistema de malha fechada pode ser manual, em que uma pessoa realiza a função do controlador, realizando a leitura da saída para o controle do valor de entrada. No caso da substituição da pessoa na operação por um controlador automático, o sistema se torna automático, sendo esta característica mais adequada a situações complexas, por eliminarem a falha humana. Dentre os controles automáticos de malha fechada estão servomecanismos, aquecedores de água automáticos, refrigeradores residenciais (OGATA, 2003).

No sistema de malha aberta, o sinal de saída não tem influência na ação do controle, sem retroação, não há realimentação do controlador, fazendo com que cada entrada corresponda a uma ação fixa, dependendo a precisão do sistema de uma calibração. É utilizado em sistemas sem grande influência de distúrbios externos, com entradas e saídas conhecidas. São exemplos mecanismos que operam com base no tempo, como semáforos, máquinas de lavar que realizam as funções de acordo com o tempo (OGATA, 2003). Percebe-se na Figura 10 o diagrama com a representação de um sistema de controle de malha aberta, sem a realimentação do controlador pelo sinal de saída.

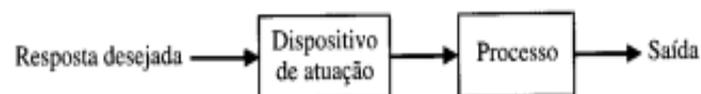


Figura 10: Diagrama mala aberta
Fonte: Dorf e Bishop (1998)

2.8 Estruturas Inteligentes

As estruturas da engenharia atualmente, têm como parâmetros de desenvolvimento peso reduzido, aumento de precisão, confiabilidade, baixo ruído e conforto. Esses são requisitos que tem impulsionado a aplicação das nominadas estruturas inteligentes (BALAMURUGAN e NARAYANAN, 2008).

As estruturas inteligentes apresentam a capacidade de responder a condições de acordo com o exposto pelo ambiente, que pode apresentar variação de temperatura, pressão, campo elétrico e tensão, por exemplo, por meio das funcionalidades de sensoriamento, atuação e processamento (MACKERLE, 2003). A determinação da resposta apresentada pela estrutura inteligente é direcionada a dois modos de controle, o passivo e o ativo.

O controle passivo objetiva a resposta da estrutura de acordo com mudanças de configurações físicas, pela alteração de rigidez, massa e amortecimento, implicando em variação de frequências naturais. O método é eficaz a faixa de frequências mais elevadas, sendo aplicadas montagens com elastômeros, montagens hidráulicas (CHOI e HONG, 2006).

O controle ativo é baseado na aplicação de uma força externa ao sistema, sendo a resposta da estrutura dependente das configurações da montagem e amplitude da força. Esse controle é aplicado por atuadores eletromagnéticos, sensores/atuadores piezoelétricos, fibra ótica, ligas com efeito de memória de forma (CHOI e HONG 2006).

No meio industrial em alguns casos as montagens puramente ativas não são robustas o suficiente, mas apresentam a vantagem de alta performance a faixas de frequências estreitas. As soluções de controle passivo apresentam fatores de amortecimento e rigidez que não são simultaneamente controláveis para atender a certos parâmetros, com baixa performance em baixas frequências. Com o objetivo de melhorar o desempenho de amortecimento passivo ou reduzir o peso necessário, montagens combinadas vêm sendo pesquisadas, com materiais visco elásticos e piezoelétricos (TRINDADE, 2009). A Figura 11 apresenta a montagem com elementos para o controle ativo (piezoceramico) e para o controle passivo (material viscoelastico), que propiciam melhorias ao sistema de controle.

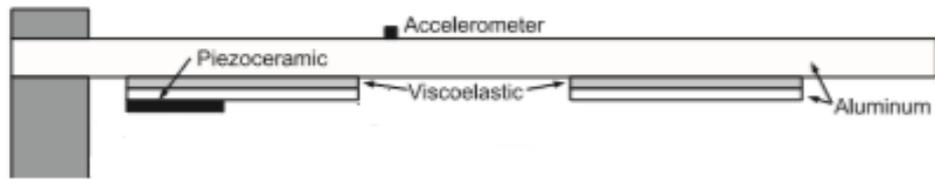


Figura 11: Montagem com controle ativo-passivo
Fonte: Adaptado de Trindade (2009)

Nos capítulos posteriores será desenvolvido o restante dos objetivos propostos com a aplicação dos conceitos e ferramentas presentes no capítulo 2, que apresentou o embasamento teórico utilizado no trabalho.

3 METODOLOGIA

3.1 Tipos de pesquisa

Segundo Gil (2002, p.17), a pesquisa é um processo racional e sistemático, com a finalidade de responder aos problemas propostos. É desenvolvida com utilização de métodos, técnicas e procedimentos científicos, desde a formulação do problema até a apresentação dos resultados. Segundo Alyrio (2009), a pesquisa é um procedimento formal com método de pensamento reflexivo, que requer tratamento científico e se constitui no caminho para conhecer a realidade ou para descobrir verdades parciais.

A pesquisa é guiada conforme os objetivos do projeto. A Figura 12 exemplifica possíveis etapas, demonstradas por Gil (2002).



Figura 12: Fluxograma de uma pesquisa
Fonte: Gil (2002)

A classificação da pesquisa pode ser realizada quanto aos tipos de abordagem, objetivos e procedimentos.

Na abordagem, a pesquisa pode ser quantitativa ou qualitativa. De acordo com Silva *apud* Gil (1991), a pesquisa quantitativa busca quantificar informações por meio de recursos matemáticos, para que possam ser classificadas e analisadas. A pesquisa qualitativa é descritiva, não requer recursos matemáticos e o ambiente é a fonte direta para coleta de dados, sendo o pesquisador instrumento chave. Os dados tendem a ser analisados pelos pesquisadores de modo indutivo.

Quanto aos objetivos, as pesquisas são separadas em Explicativas, Descritiva e Exploratória.

A pesquisa exploratória segundo Silva (2004), busca explicitar o problema com a busca de experiências práticas e exemplos que estimulem a compreensão. Como dito por Alyrio (2009), permite o estudo de diferentes aspectos com pesquisas bibliográficas e estudos de caso.

A pesquisa descritiva segundo Gil (2002), busca descrever características de um fenômeno ou população, ou ainda, estabelecer relações entre variáveis. Silva (2004) a descreve como forma de levantamento, com a utilização de questionários e observação sistemática a coleta de dados.

Pesquisa explicativa, objetiva identificar fatores que determinam ou contribuem para ocorrência de fenômenos, buscando explicar a razão. Em geral assume as formas de Pesquisa Experimental e Pesquisa Ex-post-facto.

Quanto ao procedimento são destacadas as classificações de pesquisa bibliográfica e pesquisa documental.

A pesquisa bibliográfica é elaborada a partir de materiais já publicados, sendo estes livros, artigos, teses, materiais disponíveis na internet. De acordo com Gil (2002, p.45),

A pesquisa documental assemelha-se muito à pesquisa bibliográfica. A diferença essencial entre ambas está na natureza das fontes. Enquanto a pesquisa bibliográfica se utiliza fundamentalmente das contribuições dos diversos autores sobre determinado assunto, a pesquisa documental vale-se de materiais que não receberam ainda um tratamento analítico, ou que ainda podem ser reelaborados de acordo com os objetos da pesquisa.

As fontes de pesquisa são então ditas primárias, utilizadas em pesquisa documental como regulamentos, ofícios, boletins. E as secundárias, utilizadas em pesquisas bibliográficas.

O presente trabalho é classificado como pesquisa explicativa, pois explicita fatores que influem nas características dinâmicas de uma estrutura e também explicita aspectos que influem no controle desta estrutura por um atuador piezoelétrico. É também dita pesquisa bibliográfica, sendo fundada em livros, teses, dissertações e artigos.

3.2 Materiais e métodos

Lakatos e Marconi (2003) define método como “conjunto das atividades sistemáticas e racionais que, com maior segurança e economia, permitem alcançar o objetivo – conhecimentos válidos e verdadeiros -, traçando o caminho a ser seguido, detectando erros e auxiliando as decisões do cientista”.

O fluxograma da Figura 13, apresenta o método aplicado no trabalho:

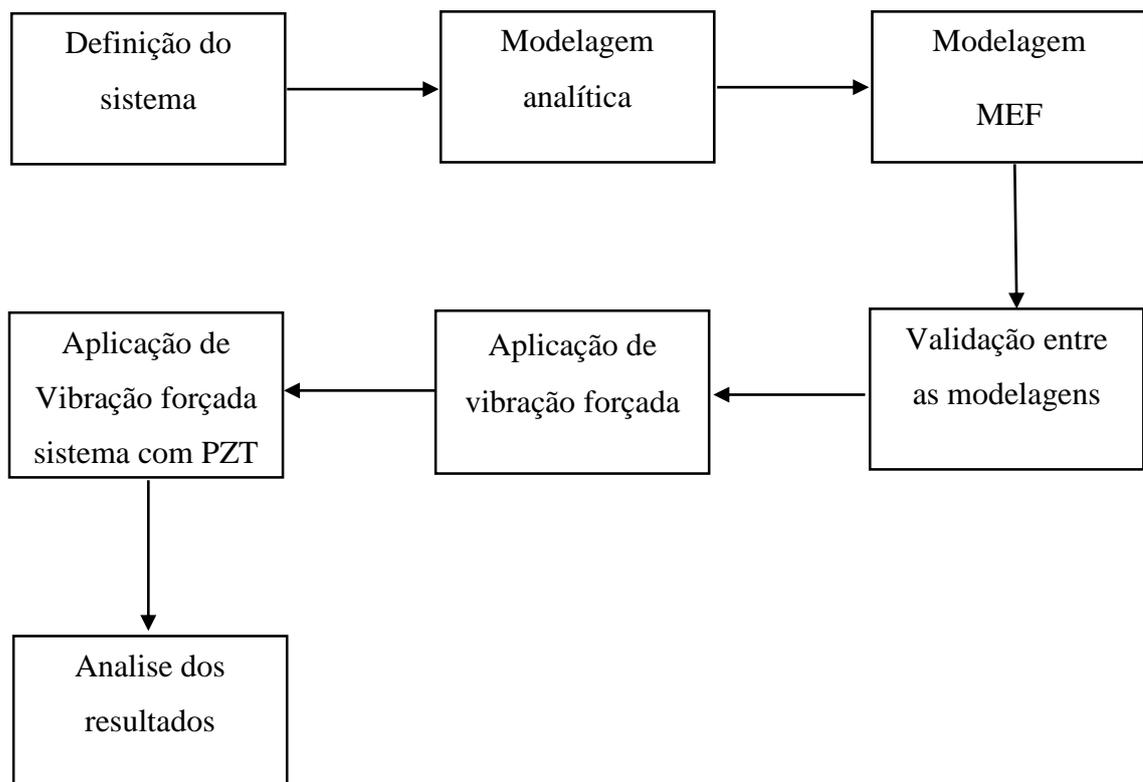


Figura 13: Fluxograma da metodologia
Fonte: Pesquisa direta

A etapa de definição do sistema foi realizada com a adoção da viga do tipo fixa-livre com dimensões similares as utilizadas no trabalho de Marqui (2007), de acordo com a Tabela 3.

Tabela 3: Dados da viga

Parâmetro	Valor
Módulo de Young	70 GPa
Coefficiente de Poisson	0,3
Densidade	2710 kg/m ³
Comprimento	0,4 m
Largura	0,02 m
Espessura	0,003 m

Fonte: Pesquisa direta

3.2.1 Modelagens

A modelagem analítica consistiu na determinação das 4 primeiras frequências naturais de flexão da viga por meio do equacionamento demonstrado no capítulo 2. A modelagem da estrutura em elementos finitos partiu pelo desenho da estrutura engastada-livre no software, similarmente a Figura 14, e obtidas as frequências por meio da análise modal.

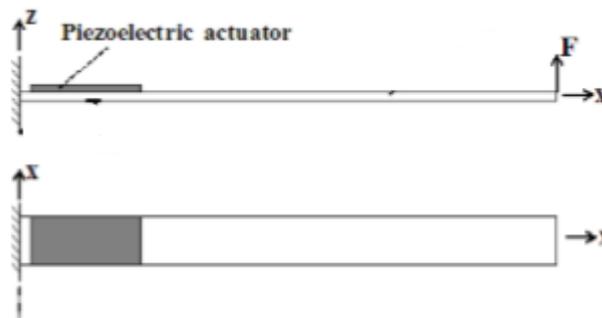


Figura 14: Viga fixa-livre com atuador piezoelétrico
Fonte: Adaptado de Karagülle (2004)

Ansys foi o software utilizado, e os resultados de sua análise são dependentes do emprego adequado do tipo de elemento da malha e também do número de elementos em que a estrutura é discretizada. Os elementos utilizados para compor a viga foram o SOLID45 e o SOLID73, em conformidade ao desenvolvido por Marqui (2007) e Rocha (2004).

O SOLID45 é utilizado em estruturas sólidas tridimensionais, sendo definido por 8 nós e apresentando 3 graus de liberdade em cada nó, que são translações nas direções nodais x , y e z (ANSYS HELP, 2017). O elemento infinitesimal é representado na Figura 15, na qual é possível observar que assume forma geométrica prismática ou mesmo tetragonal, embora esta última não seja recomendada.

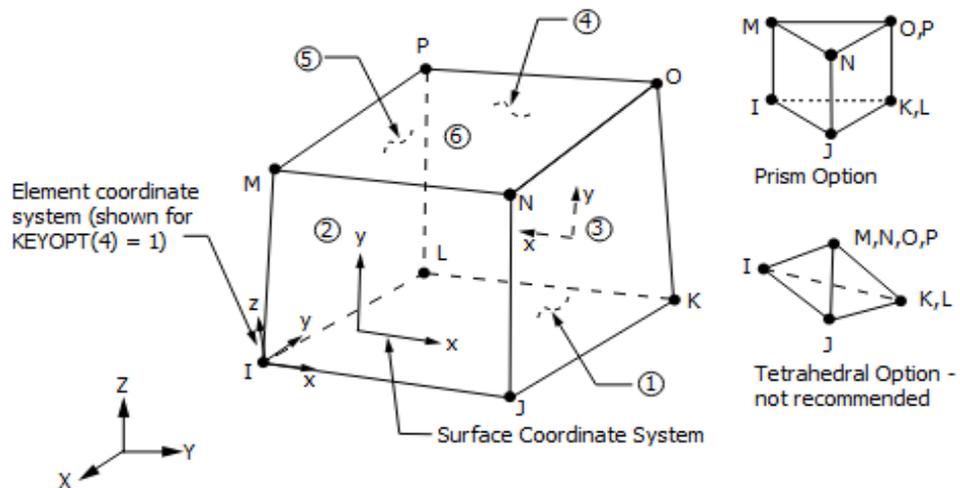


Figura 15: Elemento Solid45
Fonte: Ansys help (2017)

O SOLID73 também é utilizado na modelagem de estruturas sólidas tridimensionais, definido por 8 nós com 6 graus de liberdade em cada nó, sendo estes translações e rotações nas direções nodais x , y e z (ANSYS HELP, 2017). A Figura 16 apresenta o elemento infinitesimal com as formas geométricas que pode assumir.

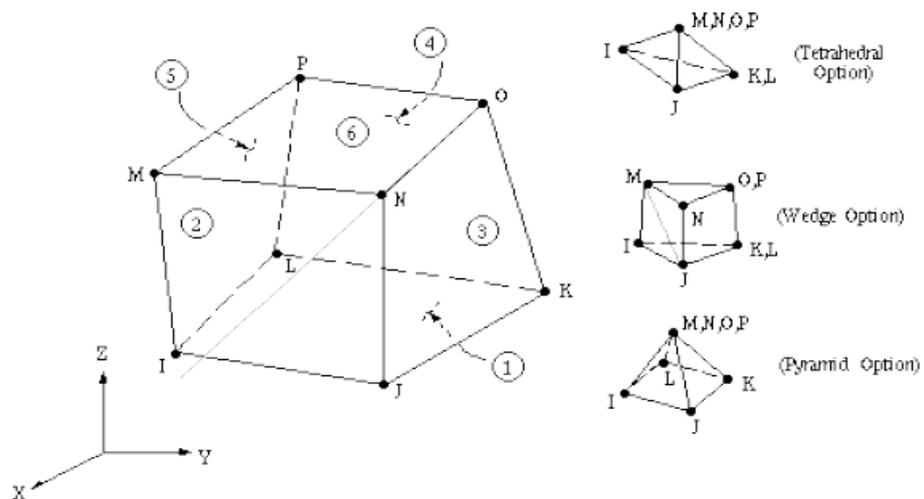


Figura 16: Elemento Solid73
Fonte: Ansys help (2017)

A divisão dos elementos foi realizada na ferramenta *smartsizing*, com tamanho igual a 0,001 para a análise modal e nas análises transientes foram discretizados com o tamanho do elemento de 0,005.

Os dados da discretização devem ser determinados em relação ao comprimento e a espessura do modelo, de modo a garantir que a geometria dos elementos não interfira nos resultados (MARQUI, 2007).

3.2.2 Elemento Piezoelétrico

Para utilização do efeito piezoelétrico nas análises o SOLID5 foi empregado. Este elemento é utilizado em modelagens tridimensionais com características magnéticas, térmicas, piezoelétricas e estruturais, com acoplamento entre esses campos. Possui 8 nós com 6 graus de liberdade em cada um dos nós, e apresenta forma geométrica conforme apresentado no elemento infinitesimal da Figura 17.

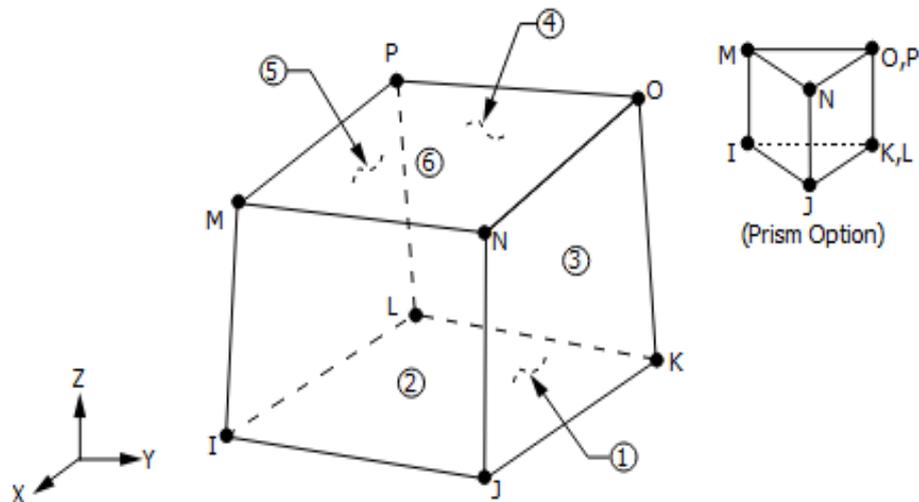


Figura 17: Elemento Solid5
Fonte: Ansys help (2017)

O atuador piezoelétrico aplicado ao trabalho é um PZT – 5H, o qual possui as propriedades indicadas na Tabela 4, que também mostra as dimensões utilizadas para o elemento piezoelétrico na forma do SOLID5.

Tabela 4: Dimensões e propriedades PZT – 5H

<i>PZT – 5H</i>			
Dados	Símbolo	Valor	Unidade
Comprimento		0,08	<i>m</i>
Largura		0,02	
Espessura		0,0005	
Constantes de elasticidade	s11	16,5	$10^{-12}m^2/N$
	s12=s21	-4,78	
	s13=s31=s23=s32	-8,75	
	s22=s33	20,7	
	s44=s55	43,5	
	s66	42,6	
Constantes piezelétricas	d31	-274	$10^{-12}m/V$
	d33	593	
	d15	741	
Permissividade Dielétrica	e11/e0	3130	
	e22/e0	3130	
	e33/e0	3400	
Densidade	P	7500	<i>Kg/m³</i>

Fonte: Adaptado Ertuk e Inman (2011, anexo E)

O comparativo foi realizado entre frequências naturais do sistema obtidas analiticamente e numericamente. Posteriormente vibração forçada foi imprimida ao sistema, e em seguida a atuação do elemento PZT, conforme fluxograma (Figura 13). A malha da viga com o elemento PZT é observada na Figura 18 e a posição das forças aplicadas, bem como das condições de contorno no engaste, constam na Figura 19.

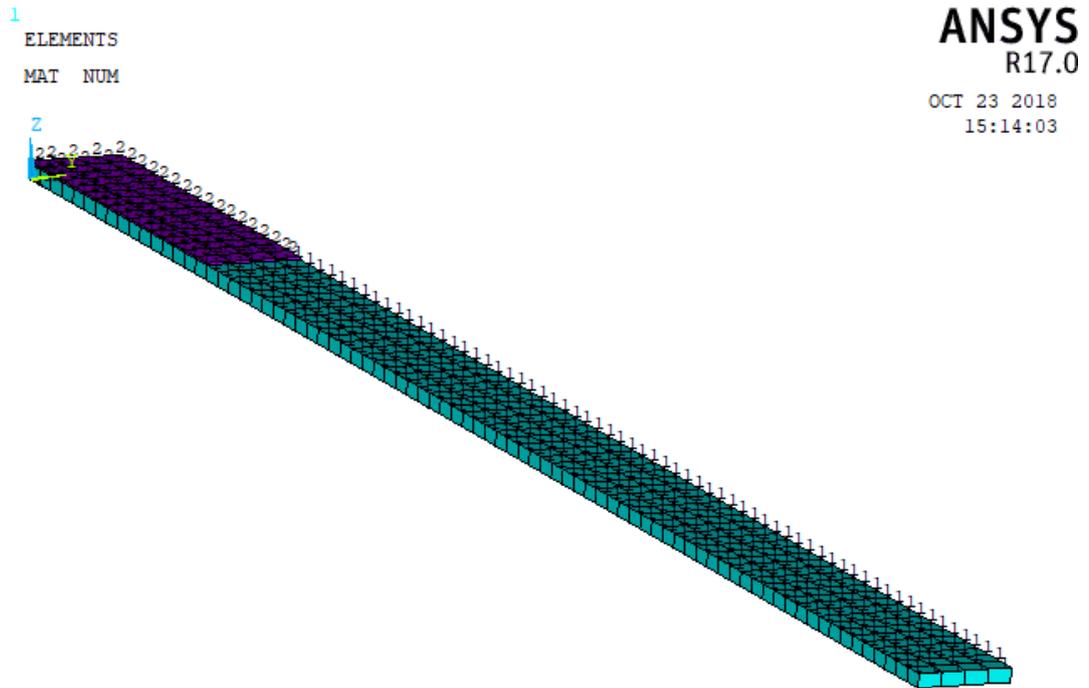


Figura 18: Malha da viga com o PZT
Fonte: Pesquisa direta

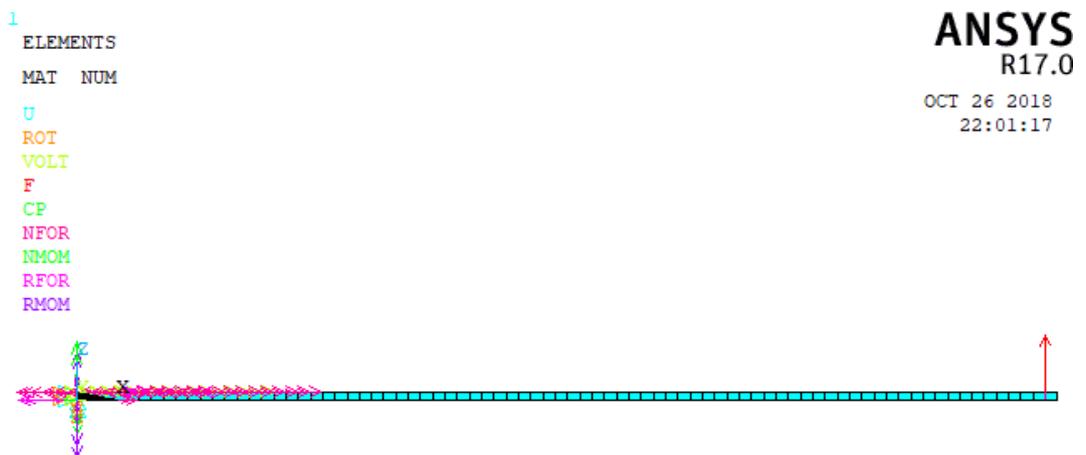


Figura 19: Aplicação da força na viga e condições de contorno
Fonte: Pesquisa direta

A escolha do elemento piezoelétrico acoplado próximo a região do engaste, se deve ao fato de ser uma região propícia ao controle dos primeiros modos de vibração de uma viga engastada, de acordo com Marqui *apud* Bueno (2005), favorecendo a atenuação da amplitude de vibração, objetivo do presente trabalho.

3.3 Variáveis e indicadores

Segundo Lakatos e Marconi (2003), variável é uma classificação ou medida que varia, um conceito operacional passível de mensuração. Esse conceito operacional pode ser um processo, fenômeno, problema etc.

As variáveis a serem mensuradas no trabalho são definidas de acordo com os objetivos apresentados em capítulo anterior. Para as variáveis são definidos também indicadores que caracterizam os problemas, conforme apresentado na Tabela 5.

Tabela 5: Variáveis e indicadores

Variáveis	Indicadores
Viga	<ul style="list-style-type: none"> • Geometria • Dimensões • Condições de contorno • Propriedades mecânicas
Modelagem	<ul style="list-style-type: none"> • Parâmetros da simulação • Entradas
Atuador Piezoelétrico	<ul style="list-style-type: none"> • Propriedades piezoelétricas • Entrada em tensão • Dimensões

Fonte: Pesquisa direta

3.4 Instrumentos de coleta de dados

Diferentes procedimentos para realização da coleta de dados são apresentados por Lakatos e Marconi (2003), sendo estes: Coleta documental, observação, entrevista, questionário, formulário, medidas de opinião e de atitudes, técnicas mercadológicas, testes, sociometria, análise de conteúdo e história de vida.

A escolha dos procedimentos aplicados a pesquisa varia com as circunstâncias ou tipo de investigação, sendo os mais aplicáveis ao trabalho a coleta documental, observação e testes. Para auxílio a coleta de dados foram utilizados os softwares Ansys (17.0), Excel, Word e Scilab (5.5.2).

3.5 Tabulação de dados

Para tabulação foram utilizados os softwares Ansys, Word e Excel. O software Word foi utilizado para exposição dos indicadores de entrada das análises e para exposição dos valores obtidos como resposta. O software Excel foi utilizado no desenvolvimento da análise analítica e na criação de gráficos dos dados da análise transiente. O software Ansys no acompanhamento direto dos resultados das simulações.

3.6 Considerações Finais

Foi apresentado neste capítulo o direcionamento do trabalho, pela exposição dos métodos aplicados, as definições dos tipos de pesquisa e as variáveis presentes no trabalho. Deste modo foi exposta a área de abrangência da pesquisa e o seguimento de sua realização.

Nos capítulos posteriores serão apresentados os resultados do método analítico e da simulação, e após a discussão dos resultados finais.

4. RESULTADOS

4.1 Validação do modelo numérico

A validação das características adotadas na análise foi feita por meio da comparação dos valores das quatro primeiras frequências naturais de flexão, sendo essas obtidas analiticamente e também pela análise numérica. Os quatro primeiros modos de flexão obtidos numericamente podem ser vistos na Figura 20.

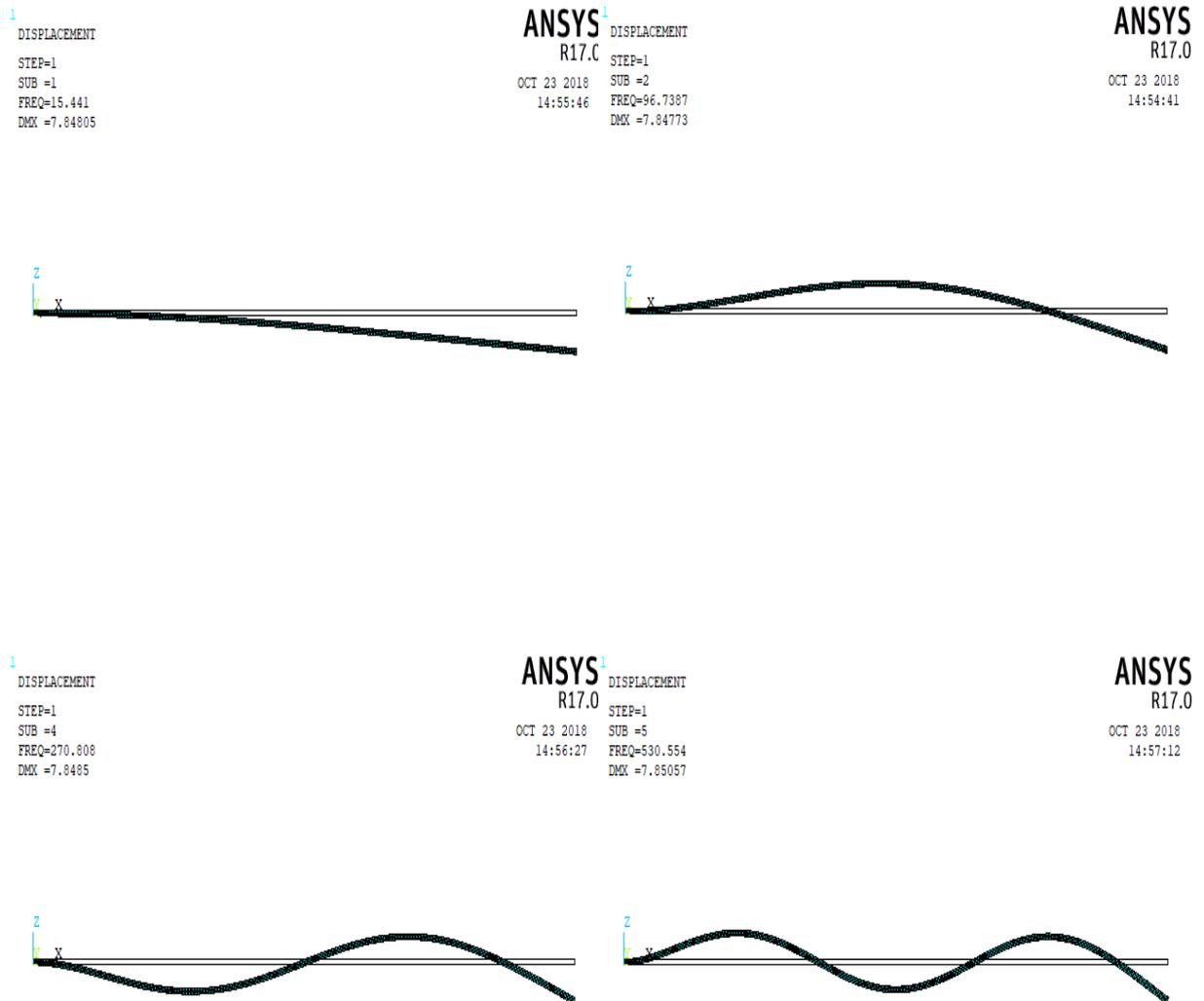


Figura 20: Modos de vibração da viga
Fonte: Pesquisa direta

O resultado de cada um dos métodos (analítico e numérico) é expresso na Tabela 6, junto a diferença percentual entre eles.

Tabela 6: Frequências naturais e diferenças percentuais

MODO	Cálculo Analítico		ANSYS – SOLID 45		ANSYS – SOLID 73		
	Engastada - Livre	F (Hz)	F (Hz)	Erro %	F (Hz)	Erro %	
1°	β_{1L}	1,875104	15,3938	15,445	0,333	15,444	0,326
2°	β_{2L}	4,694091	96,4713	96,763	0,302	96,759	0,298
3°	β_{3L}	7,854757	270,1224	270,890	0,284	270,870	0,277
4°	β_{4L}	10,995541	529,3323	530,760	0,270	530,680	0,255

Fonte: Pesquisa direta

A Tabela 6 pode ser visualizada graficamente na Figura 21, que demonstra a pequena diferença entre as frequências obtidas, e na Figura 22, que demonstra o menor erro para o SOLID73.

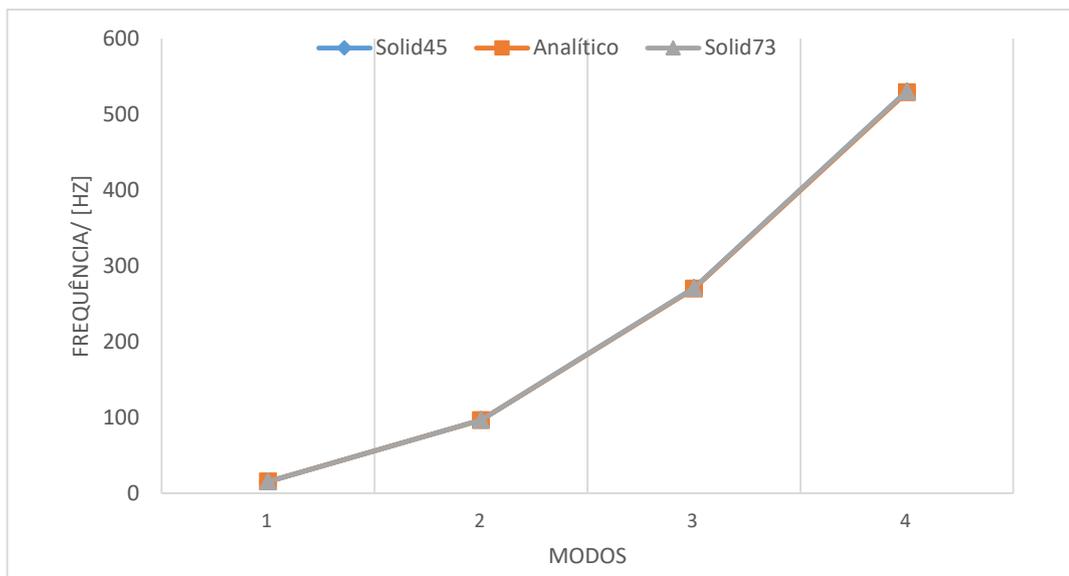


Figura 21: Comparativo de frequências

Fonte: Pesquisa direta

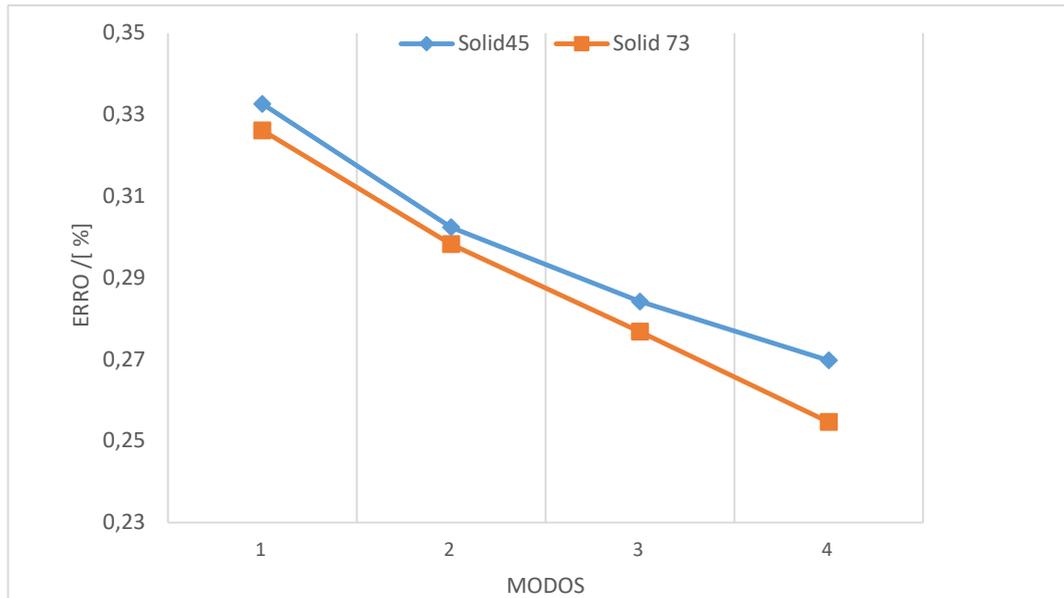


Figura 22: Diferença percentual em relação ao analítico
Fonte: Pesquisa direta

É observada a diferença percentual máxima de 0,333% entre o método numérico e o analítico, o que possibilita validar com segurança a modelagem numérica proposta. É verificada também menor diferença percentual pela utilização do elemento SOLID73, o que pode ser atribuído ao maior número de graus de liberdade que possui, sendo o elemento optado para o procedimento das análises dinâmicas no presente trabalho.

4.2 Análise da influência do PZT no sistema

O acoplamento do PZT a viga acarreta em modificação das características do sistema, o que é determinante ao modo como esse sistema passará a responder a um estímulo. Assim, outra análise modal foi realizada nessa seção do trabalho para aferição dos novos valores de frequências naturais gerados pelo acoplamento do PZT, os valores obtidos são apresentados na Tabela 7. Junto está a comparação realizada com a viga sem o atuador, que é apresentada também graficamente pela Figura 23.

Tabela 7: Frequências naturais da viga com PZT e diferença percentual em relação a viga sem PZT

MODO	Cálculo Analítico (Viga)		PZT + Viga (SOLID 73)		
	Engastada – Livre	F (Hz)	F (Hz)	Diferença %	
1°	β_{1L}	1,875104	15,3938	17,413	13,117
2°	β_{2L}	4,694091	96,4713	103,077	6,847
3°	β_{3L}	7,854757	270,1224	278,249	3,008
4°	β_{4L}	10,995541	529,3323	535,581	1,180

Fonte: Pesquisa direta

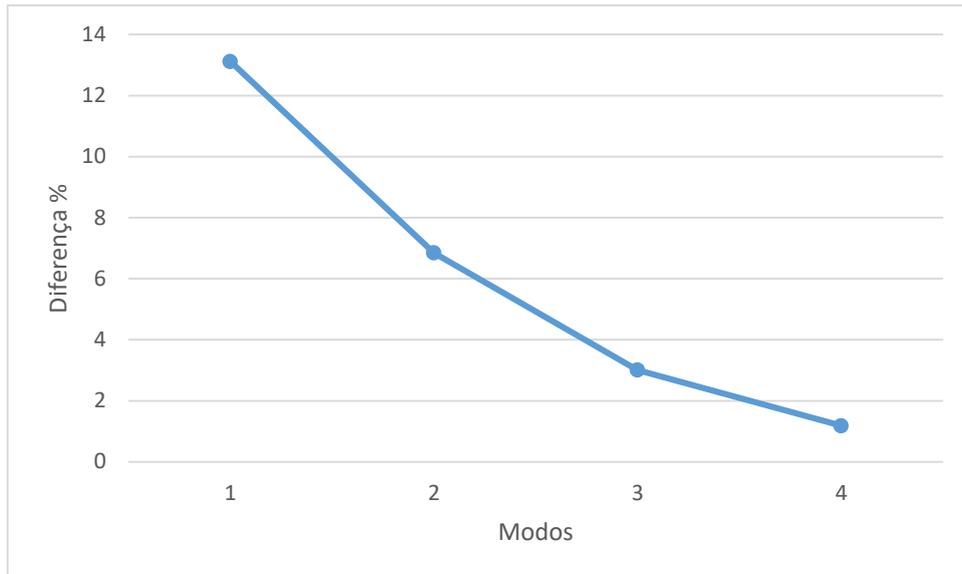


Figura 23: Diferença percentual entre viga sem PZT e com PZT
 Fonte: Pesquisa direta

É possível observar que o acoplamento do PZT a estrutura provoca o aumento das frequências naturais de flexão, mas que pela passagem crescente pelos modos a diferença percentual em relação a viga sem a presença do PZT é reduzida. Desta forma, é possível concluir pela análise dos quatro primeiros modos de flexão que o acoplamento do PZT aumenta a rigidez do sistema total, elevando os valores das frequências naturais, com maior influência nos modos de ordem mais baixa.

4.3 Resposta do sistema a força senoidal e a atuação do PZT

Os gráficos desenvolvidos nessa seção apresentam o eixo das ordenadas em metros e o eixo das abscissas em segundos, e são em referência a resposta do nó imediatamente anterior ao nó de atuação da força, sendo este último apresentado no capítulo 3.

No primeiro caso, a vibração da viga é provocada pela aplicação de uma força de 0,6 N de amplitude máxima e frequência de 50Hz ($0,6 \sin(2\pi 50t)$). A resposta do sistema (sem a aplicação do controle) pode ser observada na Figura 24.

1
POST26
UZ_2

ANSYS
R17.0

OCT 26 2018
18:38:57

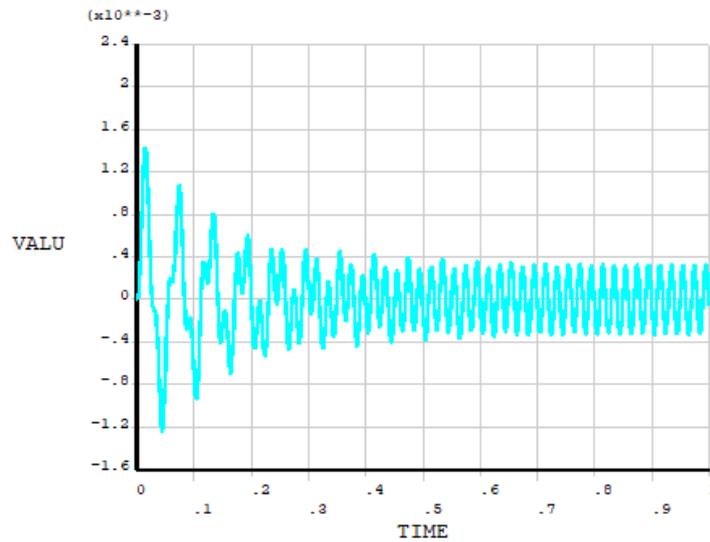


Figura 24: Movimentação da viga provocado por uma força senoidal
Fonte: Pesquisa direta

Os regimes transiente e permanente do movimento são melhor visualizados nas Figuras 25 e 26, respectivamente. A oscilação observada na Figura 25 é provocada pela influência da primeira frequência natural, como pode ser comprovado pelo resultado da transformada de Fourier conforme Figura 27. Após determinado tempo, a oscilação entra em regime permanente, conforme observado na Figura 26.

1
POST26
U2_2

ANSYS
R17.0

OCT 26 2018
18:40:11

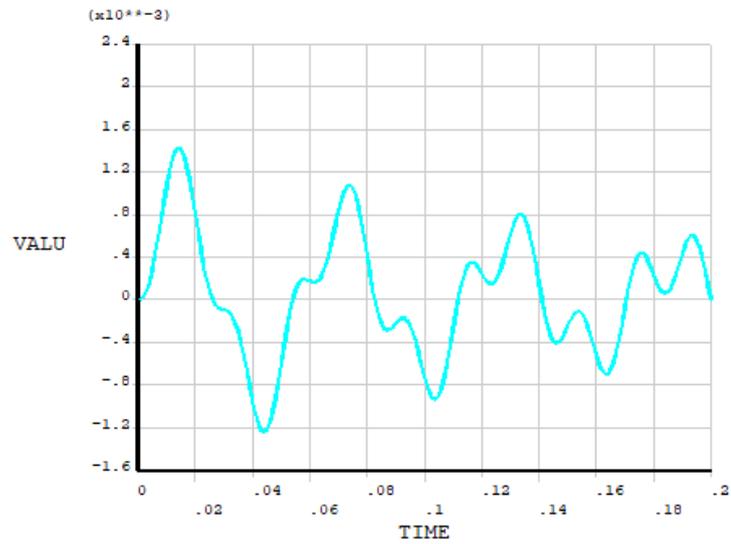


Figura 25: Regime transiente sob ação de uma força
Fonte: Pesquisa direta

1
POST26
U2_2

ANSYS
R17.0

OCT 26 2018
18:41:37

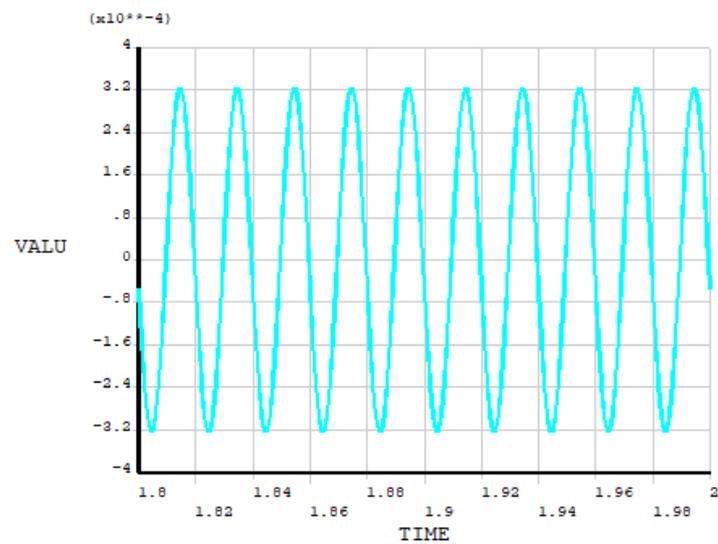


Figura 26: Regime permanente sob ação de uma força
Fonte: Pesquisa direta

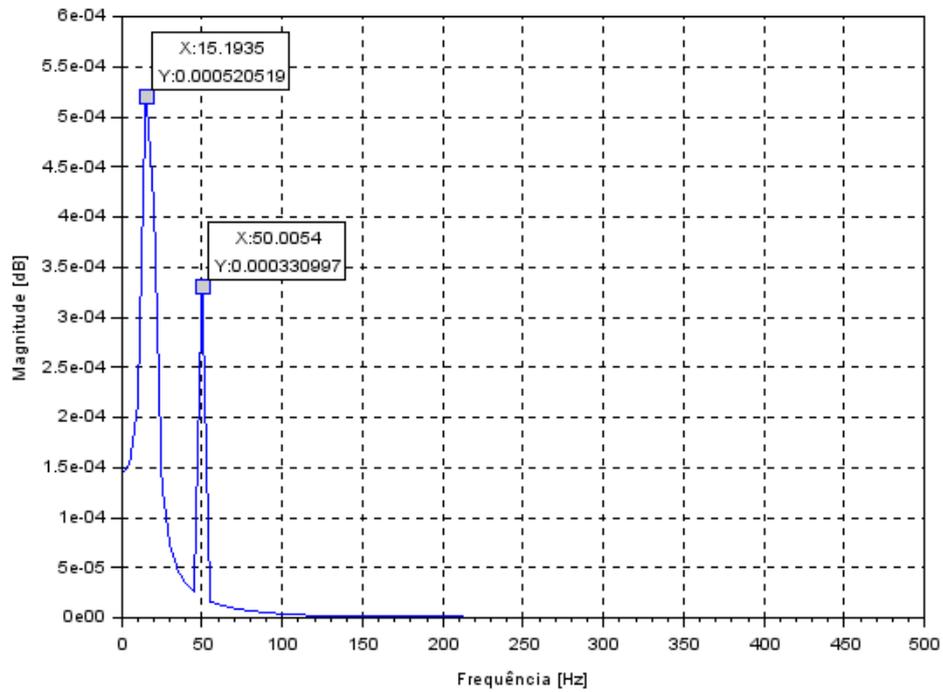


Figura 27: FFT do regime transiente na aplicação de uma força de 50Hz
Fonte: Pesquisa direta

Para o segundo caso, duas forças de 0,6 N, sendo uma com frequência de 30 Hz ($0,6 \sin(2\pi 30t)$) e a outra com frequência de 50 Hz ($0,6 \sin(2\pi 50t)$) são aplicadas simultaneamente na viga. A resposta do sistema pode ser observada na Figura 28.

1
POST26
UZ_2

ANSYS
R17.0
OCT 26 2018
19:02:55

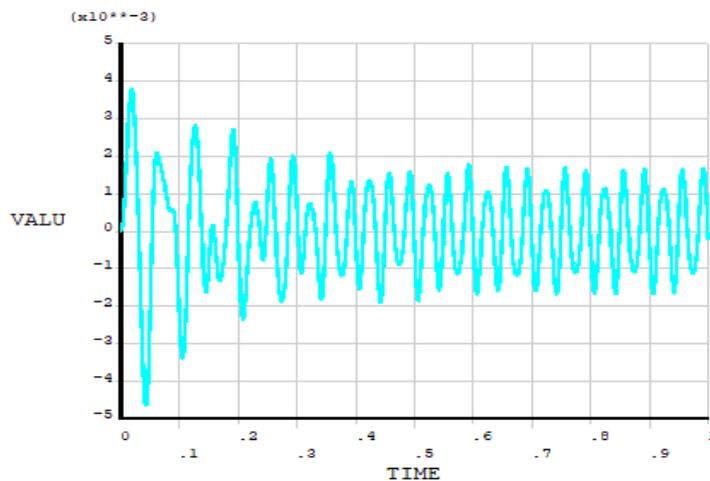


Figura 28: Movimentação da viga provocada por 2 forças senoidais de diferentes frequências
Fonte: Pesquisa direta

Os regimes transiente e permanente do movimento são melhor visualizados nas Figuras 29 e 30, e a influência da primeira frequência natural (em 15 Hz) do sistema no regime transiente pode ser verificada pela respectiva transformada de Fourier na Figura 31.

1
POST26
U2_2

ANSYS
R17.0

OCT 26 2018
19:02:21

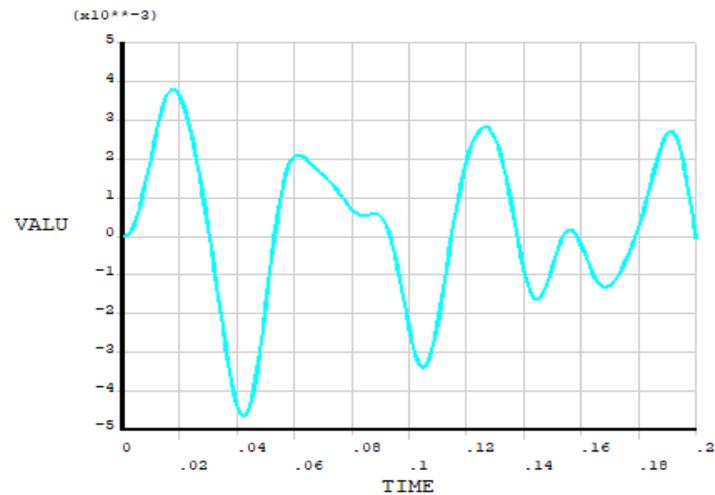


Figura 29: Regime transiente sob ação de duas forças
Fonte: Pesquisa direta

1
POST26
U2_2

ANSYS
R17.0

OCT 26 2018
19:03:33

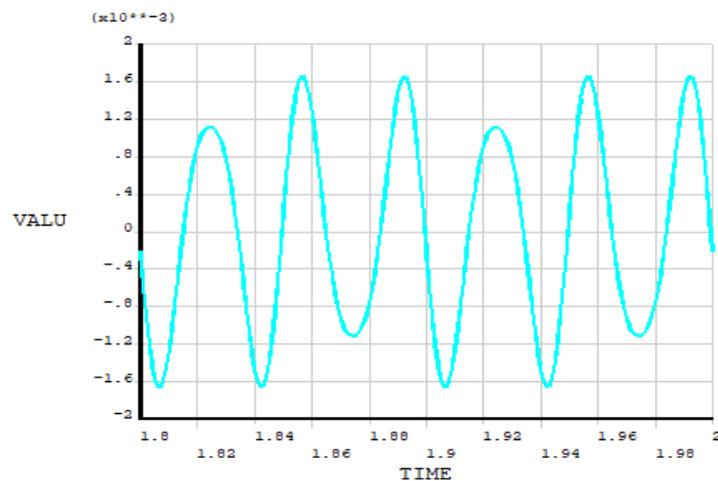


Figura 30: Regime permanente sob ação de duas forças
Fonte: Pesquisa direta

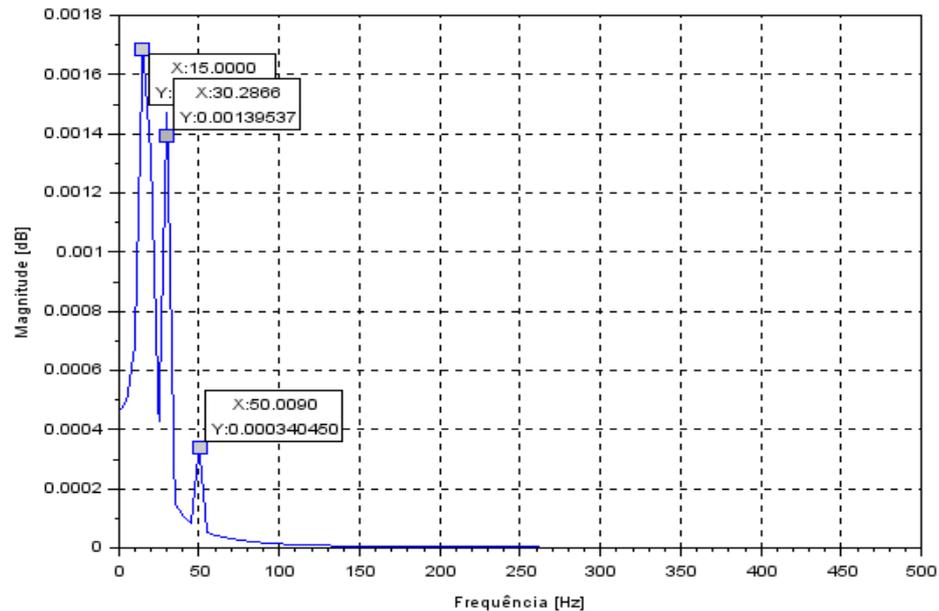


Figura 31: FFT do regime transiente na aplicação de duas forças (50Hz e 30Hz)
 Fonte: Pesquisa direta

Nas Figuras 27 e 31 é possível observar certa diferença no valor da primeira frequência natural obtida pela FFT e a obtida na análise modal. Isso pode ser explicado pela diferença entre a malha utilizada na análise modal e a utilizada na análise de vibração forçada (que gera os valores para o cálculo da FFT), além da definição em frequência aplicada na FFT (intervalo entre os pontos discreto), que acaba por desconsiderar alguns valores de frequência dentre os intervalos.

As respostas apresentadas nas Figuras 32 e 33 referem-se à vibração da extremidade livre da viga quando apenas tensão alternada é aplicada ao PZT. O sistema respondeu conforme o gráfico da Figura 32, quando aplicada uma tensão elétrica de 250V de pico com frequência de 50Hz no PZT. A Figura 33 apresenta a resposta do sistema para o caso da tensão de 250V e frequência de 40Hz aplicada ao PZT.

1
POST26
UZ_2

ANSYS
R17.0
OCT 26 2018
19:23:19

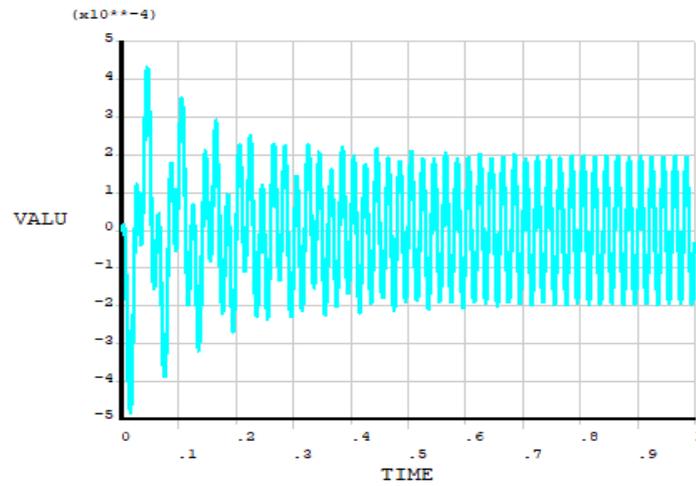


Figura 32: Deslocamento na viga provocado por atuação do PZT – 50Hz
Fonte: Pesquisa direta

1
POST26
UZ_2

ANSYS
R17.0
OCT 26 2018
19:38:11

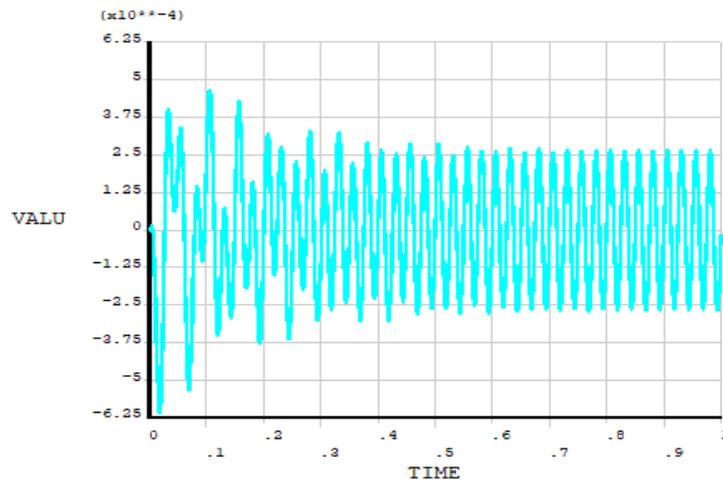


Figura 33: Deslocamento na viga provocado por atuação do PZT – 40Hz
Fonte: Pesquisa direta

As respostas do sistema devidas somente às forças externas (Figuras 24 e 28) e as respostas do sistema devidas apenas à atuação do PZT (Figuras 32 e 33) caracterizaram o sistema para o controle em malha aberta da próxima seção (4.4). Foi possível relacionar as

respostas do sistema à força senoidal e à tensão no PZT (uma de cada vez) por um ângulo de fase adequado para o controle do primeiro caso (força com 1 componente de frequência), no valor de $0,2\pi$ radianos de fase para o PZT. A relação foi extraída da observação da Figura 34.

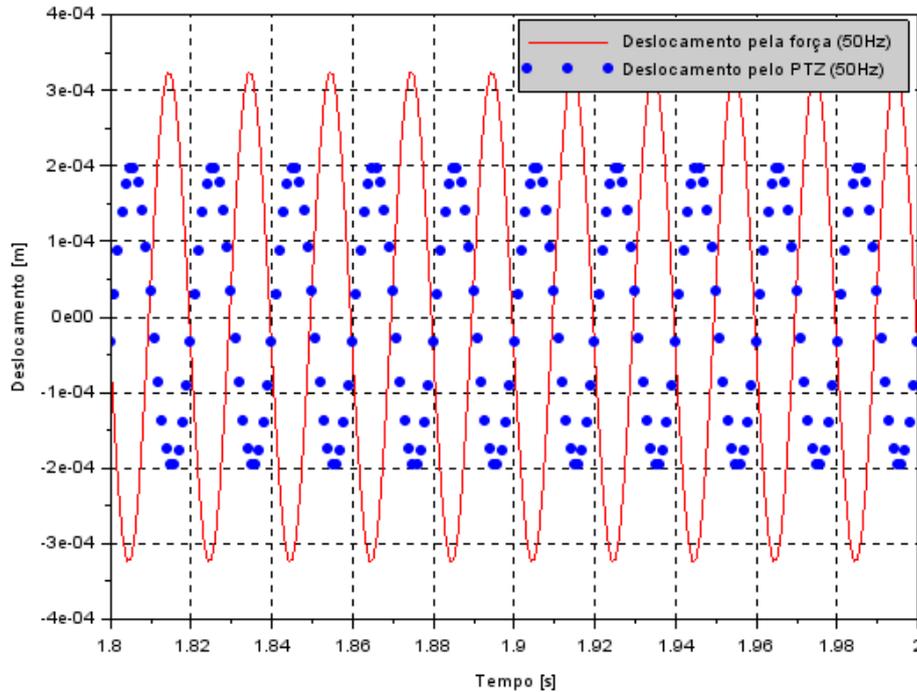


Figura 34: Análise da relação de fase entre a força (50Hz) e PZT (50Hz)
Fonte: Pesquisa Direta

Para o segundo caso (2 forças com diferentes frequências) não foi assumido nenhuma fase para o controle, sendo inferido que o ângulo de fase mais adequado a este poderia ser extraído em um sistema de malha fechada. Ambas observações foram realizadas para o regime permanente.

4.4 Atenuação da amplitude de vibração

A vibração causada pela força externa de 50Hz e 0,6N, foi reduzida com a atuação do PZT a 250V e frequência de 50Hz, a resposta do sistema controlado é observada na Figura 35.

1
POST26
UZ_2

ANSYS
R17.0

OCT 26 2018
21:01:16

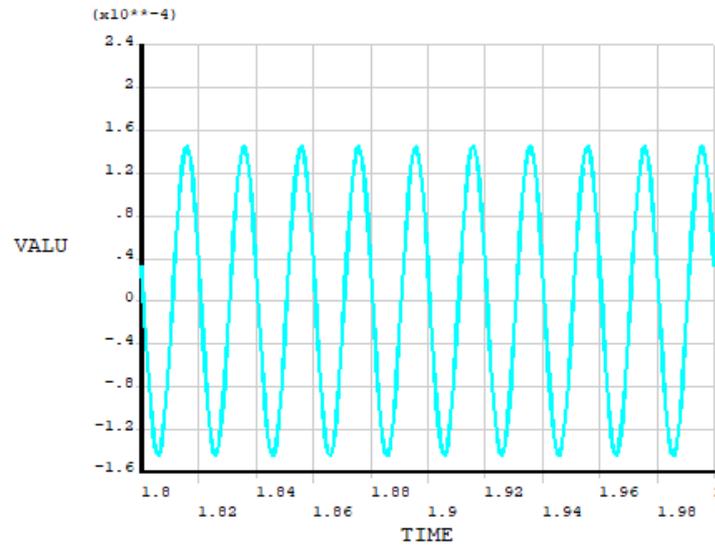


Figura 35: Controle de força com uma componente de frequência
Fonte: Pesquisa direta

A atuação no segundo caso, no qual a vibração é provocada por forças senoidais de duas frequências diferentes, é realizada pelo PZT a 250V e 40 Hz de frequência. A resposta é apresentada na Figura 36.

1
POST26
UZ_2

ANSYS
R17.0

OCT 26 2018
21:51:03

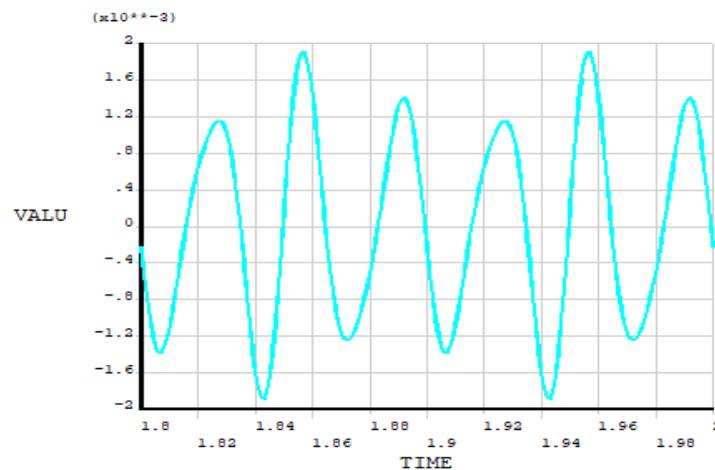


Figura 36: Controle de força com duas componentes de frequência
Fonte: Pesquisa direta

As atenuações das vibrações podem ser melhor observadas nas Figuras 37 e 38, pelo comparativo com (Figuras 35 e 36) e sem (Figuras 26 e 30) a atuação do PZT.

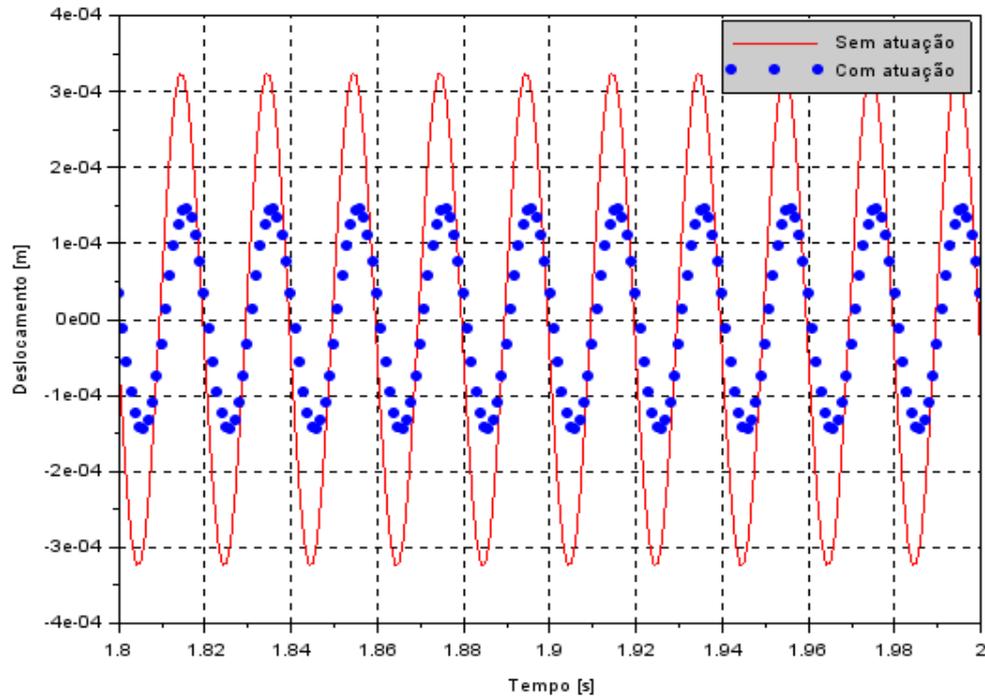


Figura 37: Comparativo entre deslocamentos com e sem atuação do PZT - 1 frequência
Fonte: Pesquisa direta

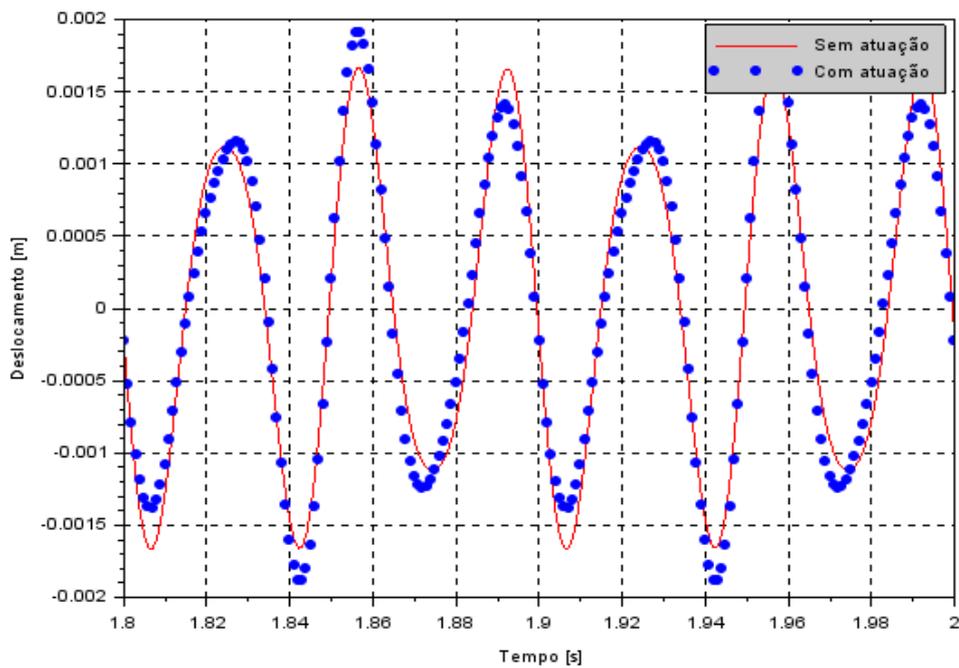


Figura 38: Comparativo entre deslocamentos com e sem atuação do PZT - 2 frequências
Fonte: Pesquisa direta

Pode ser observado na Figura 37 menor amplitude de vibração pela atuação do PZT, sendo efetivo o controle imposto. Em contrapartida, na figura 38 pode ser observada a redução da amplitude em alguns pontos, mas com aumento de amplitude em outros sendo a atuação do PZT nesse caso não tão efetiva quanto a evidenciada no primeiro caso.

5. CONCLUSÃO

5.1 Conclusão

Os objetivos do trabalho foram alcançados, bem como foi possível pontuar aspectos tanto da parte do controle como da parte de características do sistema.

Quanto aos aspectos do sistema é possível destacar as frequências características, que foram modificadas pela presença do PZT-5H na viga. Isso ocorreu pela mudança da rigidez equivalente do sistema, de modo que essas frequências naturais fossem também alteradas, variando entre 13,117% a 1,180% para as quatro primeiras frequências naturais de flexão, sendo observada maior influência sobre as frequências de menor ordem.

É importante também citar a influência dos aspectos que dizem respeito ao tipo e ao tamanho do elemento aplicado a análise no Ansys. Na análise modal, os elementos foram refinados até o momento em que as respostas foram condizentes com os obtidos na parte analítica, e na análise transiente os elementos foram refinados próximo ao limite da capacidade computacional disponível. Em ambas as análises, os resultados obtidos foram melhores com a malha mais refinada em comparação a aplicação de uma malha mais grosseira.

Na parte da vibração é possível pontuar o início do movimento em regime transiente nas análises, o que ocorreu pela influência do primeiro modo no movimento, por ter sido a frequência característica mais próxima das forças aplicadas à viga.

No controle em malha aberta, a atenuação da vibração pode ser alcançada de modo efetivo se for conhecida a força de entrada no sistema, e esta possua uma única componente de frequência. Este tratamento é bem realizado pela adoção de frequência e ângulo de fase adequados para a ação do atuador. Para o tratamento de duas frequências, fica evidenciado o começo de um impasse no controle em malha aberta, que decorre da dificuldade de atender mais frequências ao mesmo tempo, o que possivelmente seria melhor alcançado pelo controle em malha fechada, ou aplicação de mais um atuador ao sistema.

5.2 Recomendações

Com a conclusão das atividades do trabalho alguns aspectos de melhoria para trabalhos futuros podem ser pontuados, de modo a direcionar a validação e precisão dos resultados. Podem ser citados:

- De acordo com a capacidade computacional, controle da malha no software de elementos finitos e a utilização de elementos que possibilitem a análise com mais considerações as propriedades dos materiais do sistema;
- Desenvolvimento prático da análise para comparação com os resultados obtidos;
- A utilização de dois atuadores em conjunto para realizar o controle;
- Investigação do resultado do controle com outros posicionamentos do atuador na viga.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALYRIO, R. D. **Métodos e técnicas de pesquisa em administração**. 1ª ed. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2009, 281p.

BALAMURUGAN, V.; NARAYANAN, S. A piezolaminated composite degenerated shell finite element for active control of structures with distributed piezosensors and actuators. *Smart materials and Structures*, v. 17, n. 3, p. 035031, 2008.

CALLISTER, William D. Jr. **Ciência e engenharia de materiais: uma introdução**. 5ª ed. Rio de Janeiro: LTC, 2000.

CHENG, C. H. et al. Analysis and experiment for the deflection of a shear-mode PZT actuator. *Smart materials and structures*, v. 16, n. 1, p. 230-236, 2007.

CHOI, S.; HONG, S. Active vibration control of a flexible structure using an inertial type piezoelectric mount. *Smart Materials and Structures*, v.16, n.1, p.25-35

CRAIG, R. R.; KURDILA, A. J. **Fundamentals of structural dynamics**. 2ª ed. New Jersey: John Wiley & Sons. Inc., 2006

DENG, B.; GUO Y.; ZHANG A.; TANG S. Finite element analysis of thrust angle contact ball slewing bearing. *Materials science and engineering*, v.274, n.1, 2017.

DORF, C. R.; BISHOP, H. R. **Sistemas de controle modernos**. 8ªed. Rio de Janeiro: LTC editora, 1998.

ERTURK, A.; INMAN, D. J. **Piezoelectric energy harvesting**. 1ªed. United Kingdom: John Wiley & Sons Ltd., 2011

FARIA, Albert Willian. Finite element modeling of composite plates incorporating piezoelectric sensors and actuators: implementation and numerical assessment. 2006. 106 f. Dissertação (Mestrado em Engenharias) - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2006.

FILHO, A. A. **Elementos Finitos: A base da tecnologia CAE /Análise Dinâmica**. 1ª. ed. São Paulo: Érica, 2005.

GIL, Antônio Carlos. Como elaborar projetos de pesquisa. 4 ed. São Paulo: Atlas, 2002

KARAGÜLLE, H.; MALGACA, L.; ÖKTEM, H. F. Analysis of active vibration control in smart structures by ANSYS. *Smart Materials and Structures*, v. 13, n. 4, p. 661-667, 2004.

KUROWSKI, Paul; **Engineering Analysis with SolidWorks**. Prentice Hall, 2016

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. D. A. **Metodologia Científica**. 5ª. ed. São Paulo: Atlas S.A, 2003.

LIMA JR, J. J. de (1999), Modelagem de Sensores e Atuadores Piezoelétricos com Aplicações em Controle Ativo de Estrutura, Tese de Doutorado, Depto. De Mecânica Computacional, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 243p.

LIMA, W. B. (2013), Transdutores de deformação à base de sensores piezoelétricos, Tese mestrado, Universidade Federal Fluminense, 118p.

MACKERLE, J. Smart materials and structures – a finite elemento approach – na addendum: a bibliography. *Smart Materials and Structures*, v. 11, n. 5, 2003.

MARQUI, C. R. 2007. Modelagem de Estruturas Piezoelétricas para Aplicação em Localização de Falhas. Dissertação de Mestrado (Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira.

OGATA, K. – **Engenharia de Controle Moderno**. Prentice Hall Brasil, 4ª. Ed., 2003.

RAO, S. **Vibrações Mecânicas**. 4ª. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.

ROCHA, T. L. (2004), Modelagem de Estruturas Inteligentes, Tese de Mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual Paulista – Campus de Ilha Solteira, p139.

ROGERS, C. A.; GIURGIUTIU V.; LEUNG, C. K. Y. (2000) ; “Smart Materials for Civil Engineering Applications” ASCE, pp. 1-40.

SEBA, B.; NI, J.; LOHMANN, B. Vibration using a piezoelectric shunt circuit based on finite element method analysis. *Smart materials and structures*, v. 15, n. 2, p.509-517, 2006.

SILVA, C. R. O. Metodologia do trabalho científico. Fortaleza: Centro Federal e Educação Tecnológica do Ceará, 2004.

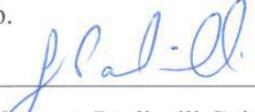
SRINIVASAN, A. V.; MCFARLAND, D. M. **Smart Structures: analysis and design**. 1^a.ed. Cambridge University Press, 2000.

TRINDADE, M, A; Experimental analysis of active-passive vibration control using viscoelastic materials and extension and shear piezoelectric actuators. Journal of vibration and control, 2010.

VAN VLACK, L. H., **Princípio de Ciência e Tecnologia dos Materiais**, 4^a. ed. Rio de Janeiro, Campus, 1984.

UNIVERSIDADE DE SANTA CATARINA. Fundamentos de controle clássico. Florianópolis. 210 p. Disponível em: <<http://www.labspot.ufsc.br/~aguinald/ensino/eel7063/control.pdf>. > Acesso em 20 maio 2018.

Certifico que o aluno Rangel Moura Barbosa, autor do trabalho de conclusão de curso intitulado **"ESTUDO SOBRE A REDUÇÃO DA VIBRAÇÃO DE UMA VIGA POR ATUADOR PIEZOELÉTRICO UTILIZANDO O MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS"**, efetuou as correções sugeridas pela banca examinadora e que estou de acordo com a versão final do trabalho.



Gustavo Paulinelli Guimarães

Orientador

Ouro Preto, 12 de DEZEMBRO de 2018.