UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO

INSTITUTO DE CIÊNCIAS SOCIAIS APLICADAS
DEPARTAMENTODE CIÊNCIAS ECONÔMICAS E GERENCIAIS

BRUNA GABRIELLE SANTOS GONÇALVES OLIVEIRA

ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DOS AGENTES PARA O MERCADO DO CINEMA COM INGRESSOS DE INTEIRA E MEIA-ENTRADA: UMA APLICAÇÃO DE TEORIA DOS JOGOS

MARIANA – MG
2017

Bruna Gabrielle Santos Gonçalves Oliveira

ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DOS AGENTES PARA O MERCADO DO CINEMA COM INGRESSOS DE INTEIRA E MEIA-ENTRADA: UMA APLICAÇÃO DE TEORIA DOS JOGOS

Monografia apresentada ao Curso de Ciências Econômicas da Universidade Federal de Ouro Preto como dos Requisitos para obtenção do Grau de Bacharel em Ciências Econômicas.

Orientador: Prof. Dr. Victor Maia Senna Delgado

Mariana

Setembro de 2017

O482a Oliveira, Bruna Gabrielle Santos Gonçalves
Análise do comportamento dos agentes para o mercado do cinema com ingressos de inteira e meia-entrada [recurso eletrônico] : uma aplicação de Teoria dos Jogos.-Mariana, MG, 2017.
1 CD-ROM; (4 3/4 pol.).

TCC (graduação em Economia) - Universidade Federal de Ouro Preto, Mariana, 2017

1. Preços - Teses. 2. MEM. 3. Cinema - Teses. 4. Monografia. 5. Teoria dos jogos - Teses. I.Delgado, Victor Maia Senna. II.Universidade Federal de Ouro Preto - Instituto de Ciências Sociais Aplicadas - Departamento de Ciências Econômicas. III. Título.

CDU: Ed. 2007 -- 338.5
: 15
: 1419117

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO – UFOP
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS E GERENCIAIS
COLEGIADO DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS

Bruna Gabrielle Santos Gonçalves Oliveira

Curso de Ciências Econômicas - UFOP

Análise do comportamento dos Agentes para o Mercado do Cinema com Ingressos de Inteira e Meia-Entrada: uma aplicação de Teoria dos Jogos

Trabalho apresentado ao Curso de Ciências Econômicas do Instituto de Ciências Sociais e Aplicadas (ICSA) da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito para a obtenção do grau de Bacharel em Ciências Econômicas, sob orientação do Prof. Dr. Victor Maia Senna Delgado.

Banca Examinadora:

Victor Delgado
Prof. Dr. Victor Maia Senna Delgado – Orientador

Prof. Dr. Martin Harry Vargas Barrenechea

Kamila Gabriela Jacob
Prof. Ma. Kamila Gabriela Jacob

Mariana, 05 de setembro de 2017

Rua do Catete, 166, Centro, Mariana -MG- Brasil. Telefax: (31)3557-3555 ramal:279 CEP 35420-000.

Aos meus pais e avós,

pelo apoio incondicional

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos que contribuíram de alguma forma para a realização deste trabalho. Aos meus irmãos. Aos amigos, em especial, aos da República Querubim e colegas da Economia pelas experiências compartilhadas. Ao orientador Prof. Victor Maia pela paciência e ensinamentos.

RESUMO

O presente trabalho abordou conceitos de Teoria dos Jogos, Economia da Cultura e a relevância do consumo de bens culturais para a sociedade. Foram definidos aspectos da lei da meia-entrada, tendo em vista as consequências desta lei para o cinema. Uma das distorções econômicas ocasionadas pela lei é o aumento da incerteza dos cinemas frente à demanda do consumidor, pois estes possuem incentivos para burlar a sua condição de discente. O caminho até os resultados consistiu na elaboração de um jogo no qual o cinema e consumidor são os jogadores e a matriz de *payoffs* representa suas preferências, analisamos também as ações e as probabilidades dos jogadores escolherem as ações disponíveis. O propósito do jogo foi modelar a interação estratégica entre consumidor e cinema para analisar os preços dos ingressos de meia-entrada e inteira. No decorrer do trabalho explicou-se o que é a teoria dos jogos, os principais elementos de um jogo, além dos métodos e soluções de um jogo. As simulações de resultados foram feitas no editor de planilhas do Excel, com isso foi possível simular diferentes contextos para o cinema e inferir que o comportamento racional do cinema é vender ingressos ao preço de inteira até o ponto em que a proporção de estudantes é 0,91, a partir desse ponto o cinema considera compensador vender ingressos ao preço de meia-entrada.

Palavras-chave: preços, meia-entrada, jogos.

ABSTRACT

The present work dealt with concepts of Game Theory and Economy of Culture and the relevance of the consumption of cultural goods to society. In this study we defined aspects of Brazilian Half-entry law, law that enforces half-prices for students, and focus on the consequences of this law for cinema. One of the economic distortions caused by the law is the increase of the uncertainty of the cinemas in front of consumer demand, since they have incentives to circumvent their student status. The way to the results consisted in the elaboration of a game in which the cinema and consumer are the players and the payoff matrix represents their preferences, we also analyze the actions and the probabilities of the players to choose the available actions. The purpose of the game was to model the strategic interaction between consumer and cinema to analyze the prices of half-entry and whole tickets. In the course of this work we explained what is game theory, the main elements of a game, and the methods and solutions of a game. The simulations of results were done in the Excel spreadsheet editor, with this it was possible to simulate different contexts for the cinema and to infer that the rational behavior of the cinema is to sell tickets at the whole price until the point where the proportion of students is 0,91, from that point the cinema considers compensatory to sell tickets to the half price entrance.

Key-words: prices, half-entry, games

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Após a implantação da lei da meia-entrada que incentiva a demanda de bens culturais no Brasil em 2013, os ofertantes desses bens são obrigados a vender os ingressos à metade do preço aos beneficiários. Nesta pesquisa buscou-se analisar o comportamento dos agentes tendo em vista os preços dos ingressos de inteira e meia-entrada dos cinemas. Dessa forma, considerando os preços de meia-entrada e inteira, qual a quantidade satisfatória da oferta de ingressos para o cinema?

Para analisar os preços e responder a essa questão, utilizou-se como método a Teoria dos Jogos. A teoria dos jogos é uma área de estudos que modela, através de métodos matemáticos, situações de conflito de interesses entre pessoas ou grupo de pessoas. Para isso os modelos consideram apenas fatores relevantes dentro de um determinado contexto, a fim de que as análises sejam mais precisas. Ao aplicar a Teoria neste estudo, considerou-se um dentre os vários modelos de jogos: Jogos com estratégias mistas.

No decorrer da história da Teoria dos Jogos, assunto que será abordado no quarto capítulo, as novas descobertas pelos teóricos adicionaram especificidades aos modelos já estabelecidos desde a origem da teoria, deste modo, existem diferentes métodos de solução de um jogo. Pode-se afirmar que o método mais conhecido de solução é o Equilíbrio de Nash, desenvolvido por John Forbes Nash Júnior (1928 - 2015).

Com a introdução da lei de meia-entrada, os cinema e consumidores passaram a interagir estrategicamente, os consumidores querem pagar metade do preço e os cinemas desejam vender o ingresso ao preço de inteira, no entanto, estes últimos não sabem a composição da demanda. Para compreender melhor tal interação, no capítulo 8, esse fenômeno econômico foi modelado através de um jogo com dois jogadores: o cinema e os consumidores. As preferencias e ações disponíveis destes são representadas na matriz de *payoff* do modelo de jogo adotado.

Através da análise do comportamento dos agentes com preços de ingressos de inteira e meia-entrada por meio da aplicação da Teoria dos Jogos, inferiram-se quais estratégias racionais o cinema pode adotar frente à variação da demanda dos consumidores, sobre a qual o cinema não tem conhecimento perfeito. Por isso, este trabalho permitiu uma maior compreensão da realidade de um mercado da economia brasileira, além de ressaltar a relevância da Teoria dos Jogos como ferramenta para explicar fenômenos econômicos.

Os resultados do trabalho decorrem do emprego do modelo de jogos com estratégias mistas, afinal, este jogo permite aos jogadores escolherem suas ações probabilisticamente. Ao solucionar o jogo, encontrou-se o equilíbrio de Nash em estratégias mistas. Utilizando o programa Excel, simularam-se diferentes jogos nos quais o cinema poderia estar inserido. Com isso foi possível fazer inferências sobre o comportamento racional do cinema em cada um deles, levando-se em conta as teorias das utilidades esperadas de Von Neumann (1903 – 1957).

Além desta introdução, esta monografia está dividida em oito partes,no segundo capítulo descreve-se sobre a lei da meia-entrada decretada em amplitude nacional no ano de 2013. Já no terceiro capítulo se expôs conceitos sobre economia da cultura e a importância desta na formação de capital humano através dos valores intangíveis dos bens culturais. O capital humano é um insumo necessário para o desenvolvimento de inovações tecnológicas dentro de um cenário de concorrência acirrada. Além desses pontos, no capítulo três discutiu-se a eficiência da lei da meia-entrada, afinal, a lei gerou consequências para economia como, por exemplo, a incerteza dos cinemas em relação à quantidade do público estudante e a tentativa desses de se esquivarem da imposição dos preços.

No capítulo 4 revisitamos o desenvolvimento da Teoria dos Jogos e no capítulo cinco definiu-se o que é a Teoria dos Jogos, os principais tipos de jogos e seus elementos essenciais, além disso, explicou-se a teoria da escolha racional. Os elementos principais dos jogos são como regras que devem ser seguidas, porém, cada tipo de jogo também possui variadas características. A teoria da escolha racional, por sua vez, é fundamental para o pensamento estratégico dos jogadores. Nos capítulos seis e sete demonstraram-se os jogos estratégicos e extensivos, bem como suas diferentes formas de resolução.

Nos capítulos 8 e 9, com os resultados do jogo consumidor x cinema proposto para solucionar o problema do cinema, conclui-se que a melhor estratégia para este é ofertar todos os ingressos com o preço de inteira até o limite no qual a população de estudantes seja 91%, após isso é melhor adotar a estratégia vender ao preço de meia-entrada. Também foi possível concluir outros comportamentos ao considerar situações hipotéticas.

2 UMA BREVE DESCRIÇÃO DA LEI DE MEIA-ENTRADA

A lei da meia-entrada nº 12.933 entrou em vigou dia 26 de dezembro de 2013 e tem como objetivo incentivar a demanda de bens culturais pela população com maior elasticidade preço-demanda (WINK JR, 2016). Sendo assim de acordo a publicação da lei, os beneficiários devem pagar metade do preço dos ingressos em eventos culturais. Os favorecidos são estudantes, pessoas com deficiência e seu acompanhante, além de jovens de 15 a 29 anos de idade de baixa renda.

A lei abrange diversos ofertantes de bens culturais, a saber: "salas de cinema, espetáculos musicais e circenses, eventos educativos, esportivos, de lazer e de entretenimento, cineclubes e teatros" independente destes serem realizados pelo setor público ou pelo setor privado, todos devem oferecer ingressos pela metade do preço (BRASIL, 2013).

De acordo com a Lei da meia-entrada, 12.933/13, no primeiro parágrafo do 2º artigo: "o público deve ter informações atualizadas sobre a quantidade total de ingressos e a parte destinada às meias-entradas de forma clara, sendo também obrigatório para as produtoras dos eventos indicarem quando os ingressos de meia-entrada esgotarem"; esta última condição está inclusa no 2º parágrafo do artigo.

A fiscalização da lei se dá através dos órgãos federais, estaduais e municipais. Em caso de fraude no que diz respeito à emissão da carteira estudantil pelas associações responsáveis, aplica-se uma multa ou suspensão temporária da permissão para emiti-las (BRASIL, 2013).

No Brasil, a lei de meia-entrada descrita acima tem o propósito de incentivar a demanda por bens e serviços culturais, afinal, estabelecer que os preços dos ingressos sejam metade da inteira para estudantes, configura uma política de fomento a demanda por esses bens. Tendo em vista que a parcela de estudantes brasileiros, segundo o Censo Escolar de 2011, citado por Wink Jr. et. al. (2016), corresponde a 30% da população, isto é, cerca de 57,7 milhões de estudantes e considerando os efeitos positivos do acesso a cultura no desenvolvimento de uma região, analisar o efeito da política de meia-entrada no Brasil torna-se relevante na esfera econômica. (WINK JR. et. al., 2016).

3 A ECONOMIA DA CULTURA

É pertinente considerar a influencia do consumo de bens e serviços culturais na economia, isto é, abordar o conceito de Economia da Cultura, o qual foi desenvolvido recentemente. Segundo Valiati (2010) a Economia da Cultura e Criatividade é a pesquisa acerca da construção dos bens culturais e os valores intrínsecos a estes. Os valores podem ser tanto no âmbito material, também chamados de tangíveis como renda, emprego, capital físico, humano e natural e quanto no âmbito imaterial ou intangível, a saber, valores simbólicos e culturais. Dessa forma, o bem-estar econômico gerado pelo valor imaterial é devido às ideias, crenças e tradições de uma sociedade.

De acordo com Valiati (2010), dentro da definição de bens econômicos, os bens culturais e valores de criatividade distinguem-se dos demais. Por exemplo, uma das características que o distingue é que a demanda muitas vezes é concretizada antes do bem ser produzido.

Ainda segundo Valiati (2010), os resultados da economia da cultura podem ser mensurados através da ótica macroeconômica, incluindo variáveis como PIB da cultura, geração de emprego e renda, além disso, englobam valores simbólicos e culturais. Os bens culturais que são pagos para serem usufruídos, ou seja, bens privados, propagam-se na sociedade como bens públicos ou semi-públicos. Os bens culturais são bens públicos não rivais e seus benefícios são dissipados na sociedade.

Fazendo uma analogia aos demais seguimentos econômicos, observa-se que o setor cultural difere-se desses, pois, o fator trabalho, por exemplo, não é apenas um meio de produção e pode consistir no bem final. Outra característica desse setor é que os valores intangíveis dos bens agregam valor econômico. A tecnologia é um recurso necessário para alguns bens culturais, a exemplo do cinema, enquanto outros bens não são condicionados por tal, como o teatro de rua (VALIATI, 2010).

Conforme Valiati (2010), tomando como exemplo a produção de um filme, pode-se dizer que esta possui um determinado custo fixo e seu custo marginal é igual ou próximo de zero, afinal, ao criar a ideia e produzir um filme é necessário um dispêndio muito alto, no entanto, para reproduzir a obra os custos tornam-se muito baixos. Tais obras possuem retornos crescentes de escala à medida que a reprodução aumenta. Devido a isso os preços do produto são determinados através do custo médio para produzir o filme. Os custos iniciais do bem cultural estão inclusos na fase da produção, ou seja, na sua comercialização.

Os filmes reproduzidos nos cinemas Multiplex, em Shoppings Centers, por exemplo, possuem um alto grau de exclusão, porém, depois de repassados para a TV à cabo e em seguida para a TV aberta, a exclusão decai até o ponto em que os filmes são reproduzidos publicamente, fase em que não se elimina nenhum tipo de consumidor (VALIATI, 2010).

Além disso, os bens audiovisuais se comportam como bem não rivais, isto é, o consumo dele por algum indivíduo não decrescerá o consumo do mesmo por outra pessoa. O processo de veiculação dos bens audiovisuais citados acima contribui para que as externalidades positivas criadas por este ascenda com o aumento de pessoas beneficiadas. Considera-se que esses bens são indivisíveis na fase em que são reproduzidos no cinema (VALIATI, 2010).

Segundo Valiati (2010), conclui-se que os bens audiovisuais apesar de terem um caráter exclusivo na fase de comercialização, contribuem de forma relevante na geração de renda e emprego, e não menos importante, no aumento de bem-estar econômico através do valor cultural.

David Throsby, citado por Valiati (2010), argumentou sobre a importância da produção cultural na sociedade decorrente da criatividade humana; esta última é um fator de inovação necessário para agregar ao bem estar econômico, afinal há um transbordamento em direção ao desenvolvimento cultural, humano, econômico e social.

A cultura estimula o Capital Humano e, tendo em vista a necessidade de inovações devido à competitividade econômica acirrada, o capital humano é um insumo primordial para o desenvolvimento de uma região. Ademais, a cultura pode influenciar na produtividade dos trabalhadores, pois, esta oferece formas de relaxamento físico e mental (DINIZ, 2009).

Segundo Delgado (2010), seguindo uma racionalidade econômica os estabelecimentos ofertantes de bens culturais se atentam aos indivíduos detentores das maiores elasticidades-preço da demanda a fim de já concederem descontos, afinal, essa é uma maneira de maximizar o lucro dos estabelecimentos e também aumentar o bem-estar geral. Sabe-se que estudantes possuem uma elasticidade maior do que trabalhadores, por isso é conveniente que estes paguem menos pelo ingresso.

Já a politica publica da meia-entrada, visa promover o acesso à cultura pelos consumidores, estabelecendo que o desconto dado aos estudantes seja obrigatoriamente metade do preço que as demais parcelas da população arcam (WINK JR., 2016).

Conforme Delgado (2010) a implantação da lei de meia-entrada surtiu efeitos econômicos positivos no início, beneficiando tanto estudantes devido ao menor preço, como fornecedores, os quais puderam distinguir seu público de forma melhor. No entanto, após certo tempo a lei culminou em distorções econômicas, pois, os demandantes buscam fraudar a sua condição de discente enquanto os ofertantes procuram se esquivar da imposição forçada do preço de meia-entrada, o que demonstra a ineficácia da lei em trazer acesso à cultura. Esse cenário pode resultar em preços mais altos com a lei do que sem essa discriminação de preços.

Dito isso, ainda segundo Delgado (2010), a medida provocou queda no bem-estar dos consumidores bem como o surgimento de incertezas em relação à composição da demanda por parte dos estabelecimentos, ponto que iremos estudar em maiores detalhes neste trabalho.

4 O DESENVOLVIMENTO DA TEORIA DOS JOGOS

De acordo com Fiani (2006), muitos estudiosos foram pioneiros dentro da teoria dos jogos, um exemplo deles é o matemático francês Augustin Cournot (1801-1877), o qual pode ser considerado o primeiro a destacar características importantes para a solução de um jogo. O autor demonstrou o conhecido modelo de duopólio em que duas empresas escolhem qual quantidade produzir tendo em vista que seus produtos são homogêneos. No séc. XX, o modelo de Cournot foi considerado o inicio da análise de equilíbrio em jogos não cooperativos, além de contar com uma aplicação do modelo de John Nash (1950), por isso, existe hoje o conceito de equilíbrio de Cournot-Nash.

No entanto, apesar da notável contribuição de Cournot para análise moderna do Oligopólio, autores como Roger B. Myerson (1951) ponderam que o autor não pode ser considerado precursor da Teoria dos Jogos uma vez que não incluiu em seu trabalho a teoria geral das interações estratégias entre os agentes. (FIANI, 2006)

De acordo com Sartini et. al. (2004), a teoria dos jogos tem registros que vão desde o século XVIII,o mais antigo deles é uma correspondência entre Nicolas Bernoulli e James Waldegrave, em que o último estuda um jogo de cartas viabilizando a solução deste através de um equilíbrio em estratégias mistas.

Segundo Sartini et. al. (2004), em 1913, Ernst Zermelo (1871-1953) disseminou o primeiro teorema matemático da teoria dos jogos, com uma abordagem sobre o jogo do xadrez. Tal teorema afirma que cada etapa do xadrez tem uma estratégia em que o jogador pode vencer ou empatar, ou seja, um jogo estritamente determinado. De acordo com Fiani (2006), o trabalho de Zermelo foi relevante devido ao modelo usado pelo autor, o qual previa um método de solução que depois ficou conhecido como **indução reversa**.

Conforme Sartini et. al. (2004), Émile Borel (1871-1956) também foi um importante colaborador para a Teoria dos Jogos, este não só reconfigurou as soluções **minimax** como também escreveu quatro artigos com o tema jogos estratégicos. O autor acreditava que o estudo da guerra e economia poderia se dar de forma parecida. Além disso, Borel, segundo Fiani (2006), foi o primeiro a desenvolver noções sobre estratégia, chamada por ele de “método de jogo”.

Porém, quem deu um maior destaque para a área de teoria dos jogos foi o autor Jon Von Neumann em 1928, o matemático encontrou a solução dos jogos de soma zero com dois jogadores através das estratégias mistas. Já em 1937, introduziu o teorema do ponto fixo de Brouwer. Von Neumann dedicou-se a muitas áreas da ciência e junto com o economista Oscar Mongesrten, em 1944, escreveu o livro "The theory of games and economic behaviour" estreitando os laços entre teoria dos jogos, economia e matemática (SARTINI et al., 2004).

A obra de Neumann, de acordo com Fiani (2006), também se destacou por apresentar jogos em forma extensiva além de abordar a cooperação e formação de coalizões entre os jogadores. A limitação do trabalho de Neumann consiste no fato de somente considerar jogos de soma zero.

Conforme Sartini et. al. (2004), o estudioso John Forbes Nash Júnior teve relevância na teoria dos jogos ao abordar jogos não-cooperativos e teoria da barganha. Nos artigos "Equilibrium Points in n-Person Games", de 1950, e "Non-Cooperative Games", de 1951, John Nash demonstra o Equilíbrio de Nash e analisa os jogos cooperativos transformando-os em jogos não-cooperativos. Além desses trabalhos, ele também foi responsável por formular a teoria da barganha e solucionar o problema da barganha de Nash.

Segundo Fiani (2006), os autores John F. Nash, John Harsanyi e Reinhard Selten introduziram ferramentas relevantes para a análise de diversos modelos de interação estratégicas. John F. Nash Jr. abordou o equilíbrio nos modelos de jogos além dos de soma zero. A noção de equilíbrio nos jogos foi indispensável para o desenvolvimento da Teoria dos Jogos.

O autor John Harsanyi (1920-2000), segundo Fiani (2006), colaborou para a Teoria dos Jogos ao introduzir o conceito de informação assimétrica, construindo o modelo com informação incompleta para analisar tal situação. Já Reinhard Selten, matemático alemão, foi o criador do "equilíbrio perfeito em subjogos", um conceito de equilíbrio que deve ser ótimo em todos os níveis de interação estratégica. O equilíbrio perfeito em subjogos foi relevante para análise de ameaças e compromissos críveis.

De acordo com Sartini et. al. (2004), devido as colaborações para a Teoria dos Jogos; John Forbes Nash Jr (Universidade de Princeton), John Harsanyi (Universidade de Berkeley, California) e Reinhard Selten (Universidade de Bonn, Alemanha) foram contemplados com o Premio Nobel em 1994.

Conforme Fiani (2006), outro autor importante na construção da Teoria dos Jogos foi Thomas C. Schelling (1921-2016), o qual publicou o livro "The strategy of conflict", em 1960, em meio à guerra fria. A obra de Schelling apresentou muitas ideias relevantes para situações de cooperação ou conflito através do uso da Teoria dos Jogos. Além disso, introduziu o conceito de ponto focal.

5 A TEORIA DOS JOGOS E OS PRINCIPAIS TIPOS DE JOGOS

A teoria dos jogos é um instrumento de análise dos fenômenos nos quais se observa a interação de tomadores de decisões. A teoria considera situações onde os agentes tomadores de decisões possuem objetivos racionais com base nos seus conhecimentos e expectativas sobre o comportamento dos oponentes (OSBORNE E RUBINSTEIN, 1994).

De acordo com Osborne (2004), dentro da economia as situações de tomada de decisões são recorrentes, por exemplo, firmas competindo no mercado, candidatos políticos competindo por votos, licitantes competindo em um leilão, entre outros casos. Assim como alguns ramos da ciência utilizam modelos para explicar diversas observações e experiências, a teoria dos jogos também aplica esse método.

De acordo com Osborne (2004), a compreensão acerca dos modelos da teoria dos jogos é relevante nas áreas sociais, politicas e econômicas. Segundo Osborne e Rubinstein (1994), a teoria dos jogos utiliza a matemática como uma maneira de modelar suas ideias formalmente com a finalidade de tornar tais modelos pertinentes através da coerência das ideias e pressupostos. Conforme Osborne (2004), esses modelos preocupam em inserir apenas características relevantes acerca das situações observadas a fim de torná-los mais precisos.

Um jogo é a representação de uma interação estratégica, o qual inclui os interesses dos jogadores e as ações que esses podem escolher, no entanto, em um jogo não se pode afirmar qual ação o jogador efetivamente escolhe. A solução do jogo é uma reprodução sistemática das recompensas que podem se manifestar em um jogo (OSBORNE E RUBINSTEIN, 1994).

Dentro da teoria existem três tipos de jogos:

a) Jogos não cooperativos e cooperativos

O jogador é o principal componente dos modelos da Teoria dos Jogos, este pode ser empregado como um indivíduo ou um grupo de indivíduos tomadores de decisão. Dada essa diferença, os jogadores podem escolher entre ações tomadas individualmente e ações tomadas em conjunto; o que caracteriza jogos não cooperativos e cooperativos respectivamente (OSBORNE; RUBINSTEIN, 1994).

b) Jogos estratégicos e jogos extensivos

Os jogos estratégicos, também chamados de simultâneos, se baseiam no fato de que os jogadores escolhem uma única vez o seu plano de ação e as decisões de todos os jogadores são simultâneas. Já os jogos extensivos descrevem uma provável sequencia de acontecimentos, em que cada jogador escolhe seu plano de ação quando for a sua vez (OSBORNE; RUBINSTEIN, 1994).

c) Jogos com informação perfeita e imperfeita

Em jogos com informação perfeita, os participantes tem total informação sobre as jogadas dos outros participantes. O contrário acontece em jogos com informações imperfeitas. No entanto, esse modelo está em processo de desenvolvimento dentro da teoria dos jogos (OSBORNE; RUBINSTEIN, 1994).

5.1 Conceitos que definem um jogo

Segundo Fiani (2006), a teoria dos jogos é uma área de estudo que utiliza métodos de representação e análise através de modelos pré-definidos, ou seja, um jogo é um modelo formal. Dentro de um jogo, os agentes interagem, isto é, a ação de cada agente influencia os outros jogadores. O agente por sua vez, pode ser definido como um indivíduo ou grupo de indivíduos tomadores de decisões.

Em teoria dos jogos o agente é um jogador. Para modelar situações devemos considerar que os jogadores são racionais, conceito que será melhor abordado em breve. Já a noção de comportamento estratégico leva em conta o fato de que as decisões de cada jogador influenciam os demais, da mesma forma que a decisão dos outros jogadores afeta a decisão desse jogador (FIANI, 2006).

Por esse contexto, pode-se afirmar que as decisões dos jogadores são decisões estratégicas, ou seja, que consideram além dos seus objetivos dentro das possibilidades de escolha, os objetivos dos oponentes. Tais decisões configuram um jogo estratégico, isto é, o objeto de estudo da teoria dos jogos (FIANI, 2006).

Segundo Rasmusen (2001), os principais componentes de um jogo são os jogadores, as ações, os *payoffs*, as informações, estratégias e equilíbrio. Tais elementos representam as regras do jogo, ou seja, os modelos de jogos devem incorporar esses termos para descrever uma situação. O objetivo dos jogadores é maximizar seus *payoffs* através de estratégias desenvolvidas de acordo com as informações que este obtém. Assim, associando as estratégias escolhidas por cada jogador, tem-se o equilíbrio do jogo. Ao encontrar o equilíbrio descobre-se o melhor *payoff* para cada jogador. Os componentes de um jogo são:

a) Jogadores

Os jogadores são agentes que tomam as decisões dentro do jogo. Através das suas ações estes objetivam maximizar sua utilidade ou *payoff*. Quando as decisões são tomadas por um pseudo-jogador de forma aleatória em determinado ponto do jogo com probabilidades específicas, o jogador é chamado de Natureza (RASMUSEN, 2001).

b) Ações

As ações ou movimentos do jogador *i* são as decisões que este toma, representadas pela notação $a_{i.}$ Já um conjunto de ações são as possíveis ações que o jogador pode adotar, denotada por $A_i=\{a_i\}$. Uma combinação de ações é dada por um conjunto $a=\{a_i\}$, em que $i = (1,...,n)$, representando de forma ordenada as ações de cada *n* jogador no jogo (RASMUSEN, 2001).

c) Payoffs

O payoff de um jogador i pode ser representado pela função $\pi_i(s_{1,...,}s_n)$, a qual exprime a utilidade do jogador *i* após definida as estratégias de todos os jogadores, isto é, quando o jogo termina. As remunerações também podem descrever a utilidade esperada do jogador *i* como uma função da estratégia escolhida por ele e pelos demais jogadores (RASMUSEN, 2001).

d) Informações

As informações são um conjunto de informações que os jogadores possuem com base no seu conhecimento das utilidades das diferentes variáveis em dado nível de jogo. Em seu conjunto de informações os jogadores consideram, além das utilidades, as ações já escolhidas anteriormente, por isso, essa lista de informações pode mudar no decorrer do jogo (RASMUSEN, 2001).

e) Estratégias

Os modelos da Teoria dos Jogos também incluem o conceito de estratégia, os quais são os planos de ações dos jogadores. A estratégia do jogador *i* é uma função das ações dos jogadores durante o jogo, considerando que estes possuem determinado conjunto de informações. As estratégias de um jogador *i*, por exemplo, podem ser representadas por $S_i = \{s_i\}$. Já uma combinação de estratégias de cada *n* jogadores do jogo, são ordenadas por meio de $S = (s_1, ..., s_n)$ (RASMUSEN, 2001).

f) Equilíbrio

O equilíbrio de um jogo é definido como uma combinação de estratégias em que os jogadores escolhem a melhor ação para eles, a fim de maximizar suas utilidades. O equilíbrio é denotado por $s^*(s_1^*,...,s_n^*)$, dado *n* jogadores no jogo. Alguns métodos usados para encontrar o conceito de equilíbrios são o Equilíbrio de Nash, Estratégias dominantes e Equilíbrio Perfeito em Subjogos (RASMUSEN, 2001).

5.2 A teoria da escolha racional

Conforme Osborne (2004), a teoria da escolha racional é um conceito importante nos modelos da teoria dos jogos. Uma explicação dessa teoria é a de que os agentes tomam a ação que melhor se adequam às suas preferências, dentre as ações acessíveis para estes. “A ação escolhida por um tomador de decisões é tão boa quanto, de acordo com suas preferencias, todas outras ações disponíveis” (OSBORNE, 2004 p.6).

Na escolha racional, não há deduções qualitativas para as preferências dos tomadores de decisões, ou seja, não se sabe o quanto o jogador prefere a ação A a B, apenas se o jogador prefere a ação A a B. A racionalidade dos tomadores de decisões consiste na escolha das ações em meio a várias ações disponíveis, não se baseia necessariamente nos gostos individuais de cada agente (OSBORNE, 2004).

Dois importantes elementos dentro da teoria das escolhas racionais, de acordo com Osborne (2004), são o conjunto de ações que os tomadores de decisões dispõem no jogo e também as preferências de cada jogador. Os jogadores lidam com o conjunto A de ações, devendo escolher uma única ação em um dado contexto. Isto é, dentre as ações disponíveis escolhem a opção que lhes melhor convém.

Já as preferências dos jogadores são de conhecimento de cada um deles ou completas, quer dizer, eles julgam quais das duas opções de um par de ações preferem ou se são indiferentes entre elas. As preferências devem ser consistentes, também denominadas transitivas, ou seja, supondo as ações A, B e C, se o jogador prefere a ação A a B e B a C, então prefere A a C (OSBORNE, 2004).

Uma das formas de representar uma preferência é empregando a função de utilidade. Tal função é associada a um número, sendo que os maiores números implicam em uma preferência maior do que as funções representadas por números menores. Assim, uma função de *payoff* U indica a preferencia do jogador em relação à ação “a” em A e “b” em A, se:

$$U(a) > U(b)$$

Essa representação só é verdadeira se o jogador preferir a ação “a” a “b”. No ramo da economia, a função de *payoff* também é chamada de função de utilidade.

Além disso, sabe-se que as preferências informam se o jogador prefere a ação A a ação B, no entanto, não é possível afirmar o quanto o jogador prefere essa ação. Por isso, a função de utilidade também nos informa apenas no sentido ordinal as preferências dos jogadores. Por exemplo, se U(a)=0, U(b)=1, U(c)=2, a única informação que se tem sobre as utilidades é:

$$U(c) > U(b) > U(a)$$

Segundo Osborne (2004) nenhuma teoria atualmente refuta a teoria da escolha racional, no entanto, deve-se atentar ao fato de que esta possui alguns limites.

6 JOGOS ESTRATÉGICOS

Segundo Osborne (2004), a interação entre os tomadores de decisões compõe um dos modelos de teoria dos jogos: os jogos estratégicos. Essa interação faz com que as ações de um jogador sejam influenciadas pelas ações dos outros jogadores e vice-versa. Nesse jogo há um perfil de ações, ou seja, uma lista com as ações possíveis para todos os jogadores, e cada jogador escolhe a de sua preferência, com base nas escolhas racionais. Portanto, estes são os principais elementos de um jogo estratégico.

O tempo não está incluso nesse modelo, por isso, os jogadores só agem uma vez, todos agem ao mesmo tempo e não há informações sobre as ações do oponente. Sendo assim, esse modelo também é chamado de jogo simultâneo.

Conforme Osborne (2004), o modelo o qual tem o pressuposto de que os jogadores agem simultaneamente, não insere a possibilidade dos jogadores terem incentivos a mudar suas ações se o jogo não ocorrer como planejado. Um exemplo de jogo estratégico simultâneo é o Dilema dos Prisioneiros.

6.1 O Dilema dos Prisioneiros

O jogo do Dilema dos Prisioneiros é composto por dois jogadores suspeitos de um crime, porém não existem provas para incriminá-los. Uma forma de obter essas informações é incentivando os suspeitos a delatarem um ao outro, isto é, a não-cooperação. Sendo assim, devem-se considerar as seguintes condições: quando os dois suspeitos delatarem, irão passar três anos na prisão; se apenas um deles delatar, este terá liberdade e outro pegará a pena máxima de 4 anos. Porém se nenhum delata, ambos estarão livres (OSBORNE, 2004).

Como exemplificado por Osborne (2004), tem-se dois jogadores, para cada jogador um conjunto de ações (Quieto, Delatar). Dessa forma, a ordem de preferencia da maior utilidade para a menor utilidade do jogador 1 será (Delatar, Quieto); (Quieto, Quieto); (Delatar, Delatar); (Quieto, Delatar). Ou também:

U_1(Delatar,Quieto) > U_2(Quieto,Quieto) > U_3(Delatar,Delatar) > U_4(Quieto, Delatar)

Atribuindo valores para essas funções. Tem-se para o jogador 1: U_1(D,Q)=5, U_1(Q,Q)=3,U_1(D,D)=0,U_1(Q,D)=-1.Para o jogador 2: U_2(Q,D)=5,U_2(Q,Q)=3,U_2(D,D)=0, U_2(Q,D)=-1. Sendo assim, o jogo estratégico é representado em uma matriz de *payoffs*:

Tabela 1 – Jogo dilema dos prisioneiros

		Jogador 2	
		Quieto	Delatar
Jogador 1	Quieto	3,3	-1,5
	Delatar	5,-1	0,0

Fonte: Adaptado de Osborne, 2004, p.15

Os *payoffs* representados pelas linhas referem-se ao jogador 1, os *payoffs* representados pelas colunas são do jogador 2. O equilíbrio de Nash para o Dilema dos Prisioneiros consiste na ação (Delatar, Delatar) ou no *payoff* (0,0). Apesar de o *payoff* da ação (Quieto, Quieto) consistir-se de um *payoff* maior, a escolha racional dos jogadores será os dois delatarem, pois, consideram que o oponente irá trapacear. O objetivo da análise do Dilema dos Prisioneiros não é estudar o comportamento dos criminosos particularmente, mas sim modelar uma circunstância que abrange diversas situações (OSBORNE, 2004).

6.2 Equilíbrio de Nash

De acordo com Osborne (2004), assim como explicitado na teoria das escolhas racionais, atribui-se que os jogadores de um jogo escolhem a melhor ação disponível. Por isso, deve-se considerar também que esta ação está vinculada a ação dos demais jogadores, dessa forma, ao selecionar sua ação o jogador pressupõe quais ações os outros irão escolher, construindo uma crença sobre essas. Assim, tem-se que:

> “O jogador *i* escolhe uma ação a_i dentre um perfil de ação A, a_i’ é uma ação do jogador *i*, então, (a_i’,a_{-i}) é um perfil de ação em que cada jogador *j*, exceto *i*, escolhe sua ação dentre o conjunto de ação A, enquanto o jogador *i* escolhe a_i’. Dado isso,

> (a_i', a_{-i}) é o perfil de ação em que todos os jogadores que não *i* aderem à escolha a, enquanto *i* desvia para a_i'. Um jogo com três jogadores, por exemplo, em que (a_2', a_{-2}) é um perfil de ação em que os jogadores 1 e 3 aderem à ação a (jogador 1 escolhe a ação a_1 e jogador 3 a ação a_3), já o jogador 2 desvia para a_2'". (OSBORNE, 2004 p.22).

Tal crença está fundada na premissa de que os jogadores tem conhecimento de uma forma geral e não específica sobre a conduta dos demais jogadores, devido a uma experiência passada jogando o jogo. O equilíbrio de Nash é "Um perfil de ações a* com a propriedade de que nenhum jogador *i* pode melhorar escolhendo uma ação que não seja a_i*, dado que todos os outros jogadores *j* aderem a a_j*" (OSBORNE, 2004 p.20).

Segundo Osborne (2004), um equilíbrio de Nash é considerado um estado estável, ou seja, os jogadores não têm incentivos para preferir qualquer outra ação que não seja a*. Outra característica do Equilíbrio de Nash é que as crenças dos jogadores são sincronizadas.

Segundo Osborne (2004), se um jogador *i* não tem uma ação a_i em que ele opta por $(a_i, a_{-i}*)$ a a*, ou se a ação a* for tão boa quanto o perfil de ações $(a_i, a_{-i}*)$. Dado que o jogador *j* escolher a_j *, então, considera-se que o perfil de ações com a_i é um Equilíbrio de Nash, a_i*.

$$U_i(a^*) \geq U_i(a_i, a_{-i}^*)$$

No entanto, essa definição do equilíbrio de Nash, conforme Osborne (2004), não significa afirmar que em jogos estratégicos sempre existirão equilíbrios de Nash ou ao menos um equilíbrio em estratégias puras. O equilíbrio, assim como já citado, se dá através da racionalidade dos jogadores, e essa se baseia também na experiência do tomador de decisão. Por isso, além de usufruir da própria racionalidade, os jogadores procuram entender qual ação o seu oponente irá escolher, ou seja, os jogadores também tentam entender a racionalidade do rival (OSBORNE, 2004).

No jogo estratégico do Dilema dos Prisioneiros, ao analisar os *payoffs*, tem-se que o equilíbrio de Nash é (Delatar, Delatar) como já citado, pois, caso o jogador 2 escolha Delatar, a melhor opção para o jogador 1 também é escolhê-la, se não, este fica com um *payoff* (-1) ao invés de (0). Caso o jogador 1 escolhe a ação Delatar, também é melhor para o jogador 2 escolhê-la uma vez que se ele escolher Quieto, ao invés de um *payoff* (0) o jogador 2 fica com (-1). A mesma análise se aplica às demais ações no jogo (OSBORNE, 2004).

Um equilíbrio de Nash também é considerado uma estratégia em que os jogadores não cooperam ou não há possibilidade de conluio, isso se deve ao fato de que cada jogador visa a melhor ação para si, sem se atentar ao bem-estar geral (GOMES, 2017).

Já os autores Bierman e Fernandez (2010) caracterizam o equilíbrio de Nash como “a melhor resposta à crença de que os outros jogadores adotarão suas estratégias de equilíbrio de Nash”.

6.3 Estratégias dominantes e dominadas

De acordo com Gomes (2017), uma estratégia é dominante se essa for a melhor escolha para o jogador, independente da escolha dos outros jogadores. Os equilíbrios dominantes, por sua vez, referem-se a quando a interação estratégica entre os jogadores resulta na melhor ação possível para ambos, ou seja, numa estratégia dominante. Pode-se afirmar que todo equilíbrio dominante é um equilíbrio de Nash, porém o contrário não é verdadeiro.

O equilíbrio de Nash estrito é uma ação escolhida pelo jogador *i*, a qual é melhor do que todas as outras ações disponíveis, considerando as ações dos outros jogadores. Ou seja, uma ação a* é um equilíbrio de Nash estrito se $U_i(a^*) > U_i(a_i,a_{-i}^*)$ em que $a_i \neq a_i^*$. Já em equilíbrios não estritos, os jogadores tem a mesma satisfação ao escolherem uma ação a* ou uma ação (a_i,a_{-i}^*), dada a ação dos outros jogadores (OSBORNE, 2004).

As estratégias dos jogadores possuem conceitos de estritas (dominantes), como já mencionado acima. Ou também podem ser fracamente dominantes, podendo ser escolhidas indiferentemente entre essas ou outras estratégias, como acontece nos equilíbrios não estritos. (GOMES, 2017)

De acordo com Bierman (2010), dada duas estratégias S_1 e $S_{2,}$ se a escolha da estratégia 1 proporcionar um *payoff* estritamente mais alto do que a estratégia $S_{2,}$ conclui-se que a estratégia S_1 domina estritamente $S_{2,}$ e correspondente a isso, a estratégia S_2 é estritamente dominada por $S_{1.}$ Uma estratégia dominante dentro do jogo quer dizer que essa domina todas as outras estratégias desse jogador.

Segundo Bierman (2010), a estratégia S_1 domina fracamente a estratégia S_2 para um jogador se escolher S_1 não for o menor *payoff* para o jogador, no entanto, essa estratégia deve ser pelo menos em um caso o maior *payoff* que o jogador pode obter. Dado isso, pode-se afirmar que a estratégia S_2 é fracamente dominada por S_1.

6.4 Equilíbrio de estratégia dominante iterada

De acordo com Bierman (2010), um equilíbrio de estratégias dominantes iteradas é alcançado quando se elimina todas as estratégias dominadas dos jogadores no jogo. Pode-se afirmar que para um jogador *i*, uma estratégia é considerada estritamente dominante se:

> "Uma estratégia é estritamente dominante iterada para o jogador *i* se e somente se representa a única estratégia em S_i onde S_i é a interseção da seguinte sequencia de conjuntos aninhados de estratégias: (1) S_i^1 consiste em todas as estratégias do jogador *i* que não são estritamente dominadas; (2) para n > 1, S_i^n consiste em estratégias em que S_i^{n-1} que não são estritamente dominadas quando restringimos os outros $j \neq i$ jogadores às estratégias em S_j^{n-1}. O perfil de estratégias $(S_1, S_1, ..., S_n)$ é um equilíbrio de estratégia estritamente dominante iterada se, para qualquer jogador *i*, S_i é uma estratégia estritamente dominante iterada". (BIERMAN, 2010 p.13)

Segundo Bierman (2010), com dominância estrita a ordem com que as estratégias são eliminadas não influencia no resultado, no entanto, com dominância fraca isso não é verdadeiro. Por essa razão não existe dominância fraca iterada.

Segundo Rasmusen (2001), um equilíbrio em estratégias dominantes representa uma combinação das estratégias dominantes de cada jogador. No entanto, a maioria dos jogos não conta com um equilíbrio em estratégias dominantes, sendo necessários outros métodos para encontrar um equilíbrio, por exemplo, o equilíbrio de Nash.

Rasmusen (2001) define o equilíbrio em estratégias dominantes iteradas o processo de eliminação das estratégias fracamente dominadas do conjunto de estratégias de cada jogador, eliminando-as até que reste uma estratégia para cada jogador, as estratégias dominantes. Vale ressaltar que o autor considera estratégias fracamente dominadas aquelas em que:

$$\pi(s_i'', s_{-i}) \geq \pi(s_i', s_{-i}) \text{ para todo } s_{-i} \text{ e}$$

$$\pi(s_i'', s_{-i}) > \pi(s_i', s_{-i}) \text{ para alguma ação } s_{-i}$$

Ou seja, a remuneração de uma estratégia S_i'' do jogador é tão boa quanto uma estratégia S_i' dada as demais estratégias possíveis para ele. No entanto essa estratégia deve proporcionar em algum caso um *payoff* maior do que a estratégia S_i'.

Um exemplo desse tipo de equilíbrio é o jogo de Perfuração de Poços de Petróleo, segundo Bierman (2010). Considerando que nesse jogo cada empresa, Empresa 1 e Empresa 2 pode optar por duas ações; perfurar um poço estreito ou perfurar um poço largo. Portanto, suas estratégias são (Estreito, Largo). As preferencias dos jogadores estão demonstradas na matriz de *payoff*:

Tabela 2- Jogo da perfuração de poços de petróleo

		Empresa 2	
		Estreito	Largo
Empresa 1	Estreito	17,17	-1,20
	Largo	20,-1	2,2

Fonte: Adaptado de Bierman e Fernandez (2010), p.8

De acordo com essa matriz de *payoff*, não importa qual a ação a Empresa 1 escolher, a Empresa 2 sempre escolherá a ação (Largo), pois, a remuneração da ação Largo será sempre maior que a ação Estreito. Por isso, pode-se afirmar que a estratégia Largo domina estritamente a estratégia Estreito. A Empresa 1 também possui uma estratégia dominante pois, para qualquer ação da Empresa 2, a ação Largo domina estritamente a ação Estreito. O equilíbrio de estratégia estritamente dominante iterada consiste na combinação das melhores ações para os dois jogadores através da eliminação das estratégias dominadas, que será (Largo, Largo).

6.5 Jogos estratégicos com estratégias mistas

Como já visto anteriormente, o equilíbrio de Nash é um estado estável em que os jogadores escolhem suas ações e não tem incentivos para mudá-las. Os jogadores no equilíbrio de Nash escolhem a mesma ação sempre que jogar o jogo (OSBORNE, 2004).

No entanto, ao considerar os diversos tipos de jogos, é conveniente admitir que as escolhas dos jogadores variem desde que estas sejam fixas, isto é, cada jogador defina sua ação probabilisticamente tendo em vista uma distribuição de probabilidades. Denotando tal modelo, cada jogador *i* escolhe uma ação “a” com uma probabilidade “p”. Esses conceitos são modelados pelo Equilíbrio de Estratégias Mistas (OSBORNE, 2004).

Nos jogos com estratégias mistas introduz-se o conceito de preferência de Von Neumann. Estas equivalem ao quanto o valor esperado de uma loteria p supera o valor esperado de outra loteria q, em que o jogador *i* possui três possíveis *payoffs* a,b e c; a loteria p resulta em “a” com probabilidade $p_{a,}$ “b” com probabilidade p_b e “c” com probabilidade p_c, os resultados para a loteria q são análogos. Considerando as utilidades $U_i(a)$, $U_i(b)$, $U_i(c)$; o jogador *i* preferirá a loteria p a q se $p_a u_i(a) + p_b u_i(b) + p_c u_i(c) > q_a u_i(a) + q_b u_i(b) + q_c u_i(c)$. As loterias, por sua vez, podem ser explicadas como uma distribuição de probabilidade sobre as preferências dos jogadores representadas pelos *payoffs* das ações determinísticas (OSBORNE, 2004).

De acordo com Osborne (2004), os jogos estratégicos com preferências de Von Neumman são modelados quase da mesma forma que jogos de estratégias puras. Afinal, os elementos principais ainda são os jogadores, as ações e as preferências, no entanto, estas últimas revelam uma seleção entre as loterias e são expressas pelo valor esperado tendo em vista os *payoffs* de cada jogador.

6.6 Equilíbrio de Nash em Estratégias Mistas

Segundo Osborne (2004), o equilíbrio de Nash em estratégias mistas possui a mesma configuração do Equilíbrio de Nash já visto, porém, com estratégias mistas os jogadores podem escolher uma distribuição de probabilidades para as ações do seu perfil de ações, ao invés de simplesmente escolher uma determinada ação.

A fim de denotar o equilíbrio em estratégias mistas, denotaremos como α a probabilidade do jogador *i* escolher a ação $a_{i.}$ Para exemplificar, supõe-se que no jogo Matching Pennies, representado a seguir, o jogador *i* atribui a probabilidade ½ para cada estratégia: $\alpha_1(\text{cara}) = ½$, $\alpha_1(\text{coroa}) = ½$, $\alpha_1(\text{cara}) + \alpha_1(\text{coroa}) = 1$. Uma estratégia mista também pode aceitar que o jogador escolha uma ação a_i com probabilidade 1, ou seja, $\alpha_1 = 1$, o que é o mesmo do jogador escolher a ação a_i com absoluta certeza. Essa estratégia é chamada de estratégia pura (OSBORNE, 2010).

De acordo com Osborne (2004), um equilíbrio em estratégias mistas acontece se o jogador *i* ao escolher as probabilidades com que escolherá cada ação do perfil de ações, ou seja, o perfil α*, não tem uma melhor opção para escolher do que esta. Para ser uma estratégia mista com preferencia de Von Neumann que compõe um equilíbrio em estratégias mistas, o *payoff* esperado do jogador *i* resultante da escolha de estratégias mistas α_{i*} é pelo menos tão bom quanto o *payoff* esperado do jogador i escolher $(\alpha_i, \alpha_{-i}{}^*)$. Ou seja:

$$U_i(\alpha^*) \geq U_i(\alpha_i, \alpha_{-i}{}^*), \text{ para toda estratégia mista } \alpha_i \text{ do jogador i.}$$

Dentro do conceito de equilíbrio de Nash, os jogadores escolhem sua função de melhor resposta aos demais jogadores. Em um equilíbrio de Nash em estratégias mistas, $B_i(\alpha_{-i})$ do jogador *i* são as melhores estratégias em resposta aos demais jogadores ao escolherem as estratégias α_{-i}. Ou seja, α^* deve estar inclusa na função $B_i(\alpha_{-i})$ para todo jogador *i* (OSBORNE, 2004).

Um exemplo de Equilibrio em estratégias mistas dado por Osborne (2004) é o jogo Matching Pennies.

Tabela 3- Jogo matching pennies

			Jogador 2	
			Cara	Coroa
			q	(1-q)
Jogador 1	Cara	p	1,-1	-1,1
	Coroa	(1-p)	-1,1	1,-1

Fonte: OSBORNE, 2004, p.111

Segundo Osborne (2004), denotando α_1 por p, a estratégia mista do jogador 1 escolher a ação cara; e $\alpha_2 = q$ a estratégia mista do jogador 2 escolher cara. Tem-se que o valor esperado do jogador 1 ao escolher a ação cara, de acordo com a estratégia mista do jogador 2 é:

$$UE_{\text{jogador 1}} = 1.q - 1(1-q) = 2q - 1$$

Se o jogador 1 escolhe a ação coroa:

$$UE_{\text{jogador 1}} = -1q+1(1-q) = 1 - 2q$$

Ao igualar essas duas funções, encontra-se o ponto em que função de *payoff* esperada para estratégia cara é pelo menos tão boa quanto à função de *payoff* da estratégia coroa, ou seja, $U_1(\text{Cara}, q) = U_1(\text{Coroa}, q)$; o ponto em que $q = 1/2$. Porém se $q > 1/2$, é melhor que o jogador 1 escolha a estratégia $p = 1$ e se $q < 1/2$, então, é melhor que o jogador 1 escolha a estratégia $p = 0$.

$$B_1(p) = \begin{array}{l} 1 \text{ se } q > 1/2 \\ 0 \leq p \leq 1 \text{ se } q = 1/2 \\ 1 \text{ se } q > 1/2 \end{array}$$

A função melhor resposta para o jogador 2 é análoga.

6.7 Jogos Bayesianos

Segundo Bierman e Fernandez (2010), a informação é um componente importante da economia, uma vez que esta é fundamental para as decisões do uso de terra, capital e tecnologia, com reflexos no bem estar econômico e social. Os economistas, no entanto, não possuem formas de saber qual o nível de informação em uma economia assim como sabem a quantidade de mão de obra ou recursos físicos.

As informações podem ser caracterizadas como indivisíveis, consumíveis por vários indivíduos ao mesmo tempo, e influenciadoras do comportamento daqueles que as tem. Tendo em vista essas considerações, a Teoria dos Jogos surgiu como um instrumento relevante no que tange aos modelos de informações e o que representam dentro da economia (BIERMAN E FERNANDEZ, 2010).

Os jogos bayesianos descrevem jogos estratégicos em que os jogadores não possuem informações perfeitas sobre qualquer um dos componentes importantes para a tomada de decisão dentro do jogo. Tais jogos se diferem daqueles estudados até então, em que os jogadores com informações disponíveis formulavam uma crença correta sobre seus oponentes (OSBORNE, 2004).

Segundo Bierman (2010), o trabalho do autor John Harsanyi (1920-2000) em relação às informações consiste em transformar as informações incompletas dos jogadores em informações imperfeitas. Para isso o autor modelou os jogos com informações imperfeitas de forma que: a natureza jogue em primeiro lugar escolhendo o tipo de cada jogador, estes últimos iniciem conhecendo o seu tipo, porém sem conhecimentos sobre os tipos dos rivais.

Uma peculiaridade que surge entre os jogadores é devido ao fato destes deduzirem a mesma decisão probabilística da natureza. O processo de transformação origina um novo jogo chamado de Jogo Bayesiano, e assim como os outros jogos sua solução é um equilíbrio, denominado Equilíbrio de Nash Bayesiano.

Um exemplo de jogo de informação imperfeita citado por Bierman e Fernandez (2010) é o Jogo de Intimidação a Entrada. Esse jogo possui dois jogadores: a empresa Incumbente e a empresa Entrante. A empresa Incumbente pode expandir sua capacidade de produção ou não expandir, porém, deve levar em conta os custos para realizar sua ação, os quais podem ser altos ou baixos. Já a empresa Entrante deve decidir apenas se entra no mercado ou não entra.

Tabela 4- Jogo de intimidação à Entrada

Custos baixos

		Incumbente	
		Expandir	Não expandir
Entrante	Entrar	(-1, 2)	(1, 1)
	Ficar fora	(0, 4)	(0, 3)

Custos altos

		Incumbente	
		Expandir	Não expandir
Entrante	Entrar	(-1, -1)	(1, 1)
	Ficar fora	(0, 0)	(0, 3)

Fonte: BIERMAN, 2010, p. 251

As recompensas da Incumbente variam de acordo com seu tipo, isto é, se seus custos são baixos ou altos e também dependem da ação da Entrante. A Incumbente tem informação sobre seu tipo, já a Entrante não sabe exatamente em qual jogo está inserida. O tipo da entrante, pelo contrário, é de conhecimento comum. De acordo com os *payoffs* do jogo, observa-se que a empresa Incumbente tem estratégias dominantes para cada tipo; se for baixo custo a estratégia dominante será expandir; se for alto custo a estratégia dominante é não expandir. Para a empresa Entrante, só é lucrativo escolher a estratégia Entrar se a Incumbente escolher Não Expandir. (BIERMAN,2010)

Como já explicado, a natureza se movimenta em primeiro lugar definindo o tipo da Incumbente. Por isso, supõe-se que crença dos jogadores em relação à escolha da natureza é da empresa Incumbente ser de alto custo com probabilidade 1/3.

No novo jogo a estratégia da Incumbente é (Expandir, Não Expandir), a primeira ação equivale ao tipo baixo custo e a segunda ação é se o seu tipo for alto custo. Tendo em vista a matriz de *payoffs*, se a Incumbente escolher sua estratégia ótima (Expandir, Não Expandir) e a Entrante escolher Entrar, então a recompensa da Entrante será:

$$UE_{\text{entrante}} = 2/3(-1) + 1/3(1) = -1/3$$

Já a recompensa da Entrante de Ficar Fora é 0. A empresa Entrante apesar de deduzir as estratégias ótimas da Incumbente, não possui informações sobre qual jogo está jogando, só poderá saber após a Incumbente realizar seu primeiro movimento. Considerando que Entrante maximiza a utilidade esperada e as recompensas na matriz de *payoff* são suas utilidades de Von Neumann-Monsgertern dos resultados, então a ação *ficar fora* é a que mais se adequa para a estretégia ótima da Incumbente. Concluindo, o Equilibrio de Nash para o Jogo da Intimidação com informação imperfeita é (Ficar fora, Expandir, Não expandir). (BIERMAN E FERNADEZ, 2010)

Tabela 5- Jogo de intimidação com as utilidades de Von Neumann

		Incumbente			
		(Expandir, Expandir)	(Expandir, Não expandir)	(Não expandir, expandir)	(Não expandir, não expandir)
Entrante	Entrar	((-1), (2, -1))	((-1/3),(2, 1))	((1/3), (1, -1))	((1), (1, 1))
	Ficar fora	((0),(4, 0))	((0), (4, 3))	((0), (3, 0))	((0), (3, 3))

Fonte: BIERMAN, 2010

De acordo com Bierman e Fernandez (2010), os elementos principais de um jogo bayesiano estático com informação imperfeita são os jogadores, os movimentos possíveis ou o perfil de movimentos dos jogadores, além disso, os jogos bayesianos incluem os tipos disponíveis para cada jogador ou o perfil de tipos. Os jogadores são informados sobre o seu próprio tipo, no entanto, podem não saber qual o tipo do oponente.

Sendo assim, segundo Bierman (2010), os jogadores constroem uma expectativa sobre o tipo do oponente: a notação $P[t_{1,\dots,}t_n]$ diz respeito a probabilidade dos jogadores terem o perfil de tipos $[t_{1,\dots,}t_n]$. Considerando um perfil de movimentos $[m_{1,\dots}m_n]$ e o perfil de tipos tem-se as recompensas para o jogador *i*, U_i {$m_{1,}$ ..., $m_{n,}$ $t_{1,\dots,}$ t_n]. Por isso, a recompensa de cada jogador está atrelada aos próprios tipos e também ao dos demais jogadores, esta é calculada através de uma probabilidade condicional dos tipos, como será mostrado a frente. Um exemplo de utilidade da Entrante, dada a matriz de *payoffs*, é:

$U_{entrante}$ = (entrar, expandir, normal, alto custo) = -1

Ainda conforme Bierman e Fernandez (2010), uma estratégia S_i (t_i) dos jogos Baysianos é um movimento em função do tipo do jogador. Dado que os tipos de jogadores são escolhidos probabilisticamente então um perfil de estratégias é uma loteria que contém os resultados das possíveis escolhas dos jogadores. Sabe-se que os jogadores maximizam sua utilidade esperada, e sua decisão se fundamenta na utilidade esperada condicional.

Para calcular a probabilidade condicional dos tipos considera-se um jogador *i*, dado que todos os outros jogadores possuem o perfil de tipos t_{-i}, a probabilidade dos demais jogadores ser do tipo t_{-i} quando o jogador *i* é do tipo t_i, pode ser calculada através da fórmula.

$$P[t_{-i}|t_i] = \frac{P[t_1, ..., t_{i-1}, t_i, t_{i+1}, ..., t_n]}{P_i[t_i]}$$

$P_i[t_i] = \sum P[t_1, ..., t_{i-1}, t_i, t_{i+1}, ..., t_n]$ é a probabilidade marginal do tipo do jogador *i*.

Quando os jogadores são estocasticamente independentes, isto é, se os jogadores não possuem nenhuma informação sobre o tipo do oponente, então $P[t_{-i}|t_i] = P[t_1, ..., t_{i-1}, t_{i+1}, ..., t_n] = \sum P[t_1, ..., t_{i-1}, t_i, t_{i+1}, ..., t_n]$ (BIERMAN E FERNANDEZ, 2010).

Se um jogador *i*, do tipo t_i escolhe o perfil de ações $S = \{S_1(t_1), ..., S_n(t_n)\}$, a utilidade esperada condicional pode ser representada pela fórmula abaixo, em que o somatório consiste em todos os tipos prováveis para os demais jogadores :

$$UE_i(S,t_i) = \sum U_i(S_1(t_1), ..., S_i(t_i), ..., S_n(t_n), t_{1,...,} t_{i,...,} t_n) \cdot P[t_{-i}|t_i]$$

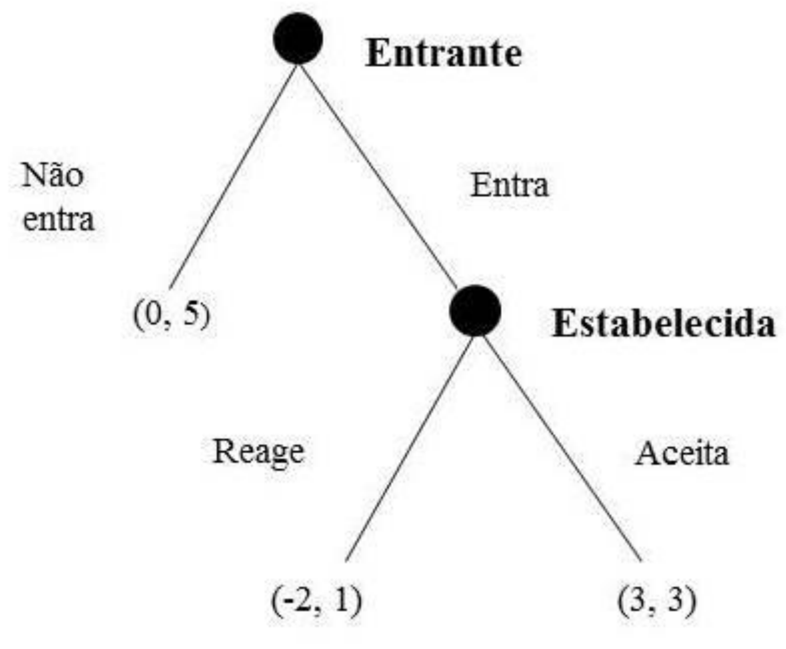
Considerando tais definições, em conformidade com Bierman e Fernandez (2010), pode-se afirmar que o Equilibrio de Nash Bayesiano dos jogos Bayesianos é quando um jogador *i*, do tipo t_i, com o perfil de estratégias $S^* = \{S_1^*(t_1), ..., S_n^*(t_n)\}$ e levando em conta uma estratégia, por exemplo, $S_i(t_i)$, possui utilidade esperada condicional $UE_i(S^*, t_i)$ que é pelo menos tão boa quanto $UE_i(S_1^*(t_1), ..., S_i(t_i), ..., S_n^*(t_n))$:

$$UE_i(S^*, t_i) \geq UE_i(S_1^*(t_1), ..., S_i(t_i), ..., S_n^*(t_n))$$

7 JOGOS EXTENSIVOS

De acordo com Gomes (2017), o modelo de jogo visto até então é estático, ou seja, os jogadores tomam as decisões simultaneamente. No entanto, também existem os jogos na forma extensiva, em que os jogadores tomam decisões em sequencia. A representação desse tipo de jogo se dá através de uma árvore de jogo. Um exemplo de jogos extensivos é o caso de uma empresa que deseja entrar em uma determinada indústria, por isso, suas ações são: (Entra, Não entra). Nesse mercado já existe uma empresa estabelecida, suas ações após a ação da entrante, serão: (Reagir, Aceitar). Como se percebe as ações não são simultâneas e sim sequenciais. A árvore do jogo terá a seguinte configuração:

Figura 1 – Jogo da empresa Entrante



Fonte: GOMES, 2017

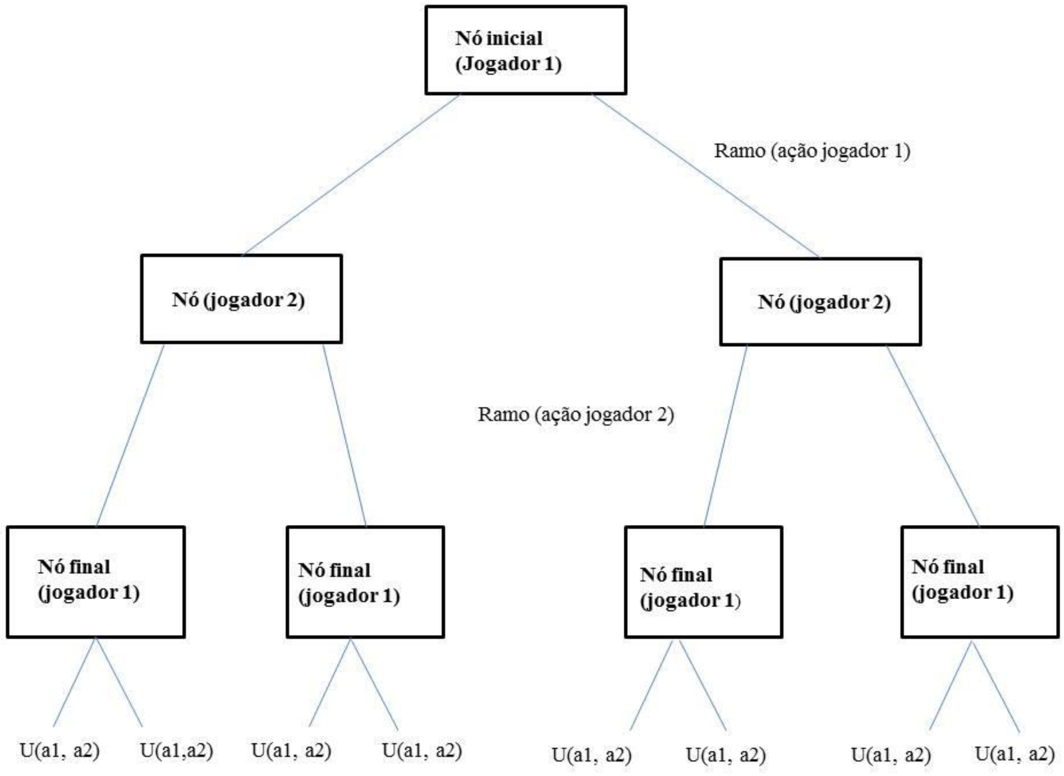
As remunerações de cada jogador estão representadas nos seguimentos da sequencia de decisão. Quando a entrante prefere 'Não Entrar', então, o *payoff* será (0,5), indicando a remuneração do primeiro a decidir no jogo e do segundo jogador; o jogo acaba com essa ação.

Se a entrante decide (Entrar), então há duas possibilidades de remuneração, (-2,1) e (3,3), indicando os *payoffs* caso a empresa estabelecida Reaja e caso Aceite (GOMES, 2017).

Segundo Rasmusen (2001), a principal diferença entre um jogo estratégico e um jogo na forma extensiva está no fato de que ao escolher as ações em sequencia e não simultaneamente, os jogadores podem aprender sobre as estratégias dos seus oponentes antes de tomar sua decisão. Na forma extensiva existem algumas definições ao representar o jogo pelo diagrama da árvore:

a) Um nó é um nível no jogo em que o jogador ou natureza faz uma decisão diante das ações disponíveis.
b) Um nó sucessor ao nó X é um nível do jogo em que o X já decorreu.
c) Um nó predecessor ao nó X é um nível do jogo em que X não se verificou ainda
d) Um nó inicial é o momento do jogo em que não há nós predecessores
e) Um nó final é uma fase do jogo em que todos os nós já se desenrolaram
f) Um ramo representa a ação de um jogador dentre as possíveis ações em um específico nó.
g) O caminho é a sequencia dos nós e ramos que decorrem no jogo.

Figura 2- Representação do caminho no jogo extensivo



Fonte: Elaboração própria

Na forma extensiva, o jogo é descrito de forma a englobar tais características: uma representação de nós e ramos sem que ocorram movimentos circulares do nó inicial ao nó final; é preciso apontar qual jogador irá jogar em cada nó; indicar as probabilidades das escolhas caso haja ramos determinados pela Natureza; o conjunto de informações em que cada nó de jogadores está inserido; as remunerações dos jogadores no nó final (RASMUSEN, 1994).

Segundo Bierman et. al. (2010), as estratégias na forma extensiva consistem em um plano especifico de jogo para o jogador, ou seja, nelas há o movimento a realizar em cada etapa do jogo. Não se deve confundir estratégias com movimentos.

Segundo Osborne (2004), uma estratégia para um jogador *i* é uma função que representa os movimentos do jogador *i* depois de uma historia *h*: A(*h*), ou seja, um conjunto de ações depois de *h*.

No jogo da empresa entrante, por exemplo, as ações para a empresa estabelecida após caso a entrante escolha ‘Entrar’ são (Lutar, Aceitar) e caso escolha ‘Não entrar’, então, o jogo termina. Sendo assim, a estratégia da empresa estabelecida é (Lutar, Aceitar).

De acordo com Osborne (2004), um jogo extensivo inclui quatro elementos: jogadores, suas preferencias, a função de cada jogador (*payoffs*) e as historias terminais. Assim como no jogo estratégico, no jogo extensivo deve-se caracterizar o conjunto de jogadores e suas preferencias, no entanto, a diferença está no fato de que na forma extensiva é preciso ordenar a sequencia em que cada jogador irá tomar sua decisão.

Segundo Osborne (2004), uma história terminal é cada sequencia de ação disponível para os jogadores, ou seja, um conjunto de sequencias. O conjunto de ações disponíveis não é dado claramente no jogo extensivo, deve-se encontrá-lo através das funções de cada jogador (*payoffs*) e das histórias terminais. Além disso, nem todos os conjuntos de sequencia são um conjunto de histórias terminais; algumas sequências são uma subhistória de uma historia terminal, pois, o jogo não termina nestas sequencias.

7.1 O método de indução reversa

Segundo Gomes (2017), nos casos de jogos extensivos, para alcançar o equilíbrio utiliza-se a técnica de *backward induction* ou indução reversa. Esse método consiste na análise do jogo do fim para o início, dessa forma, através do raciocínio lógico chega-se ao resultado do jogo.

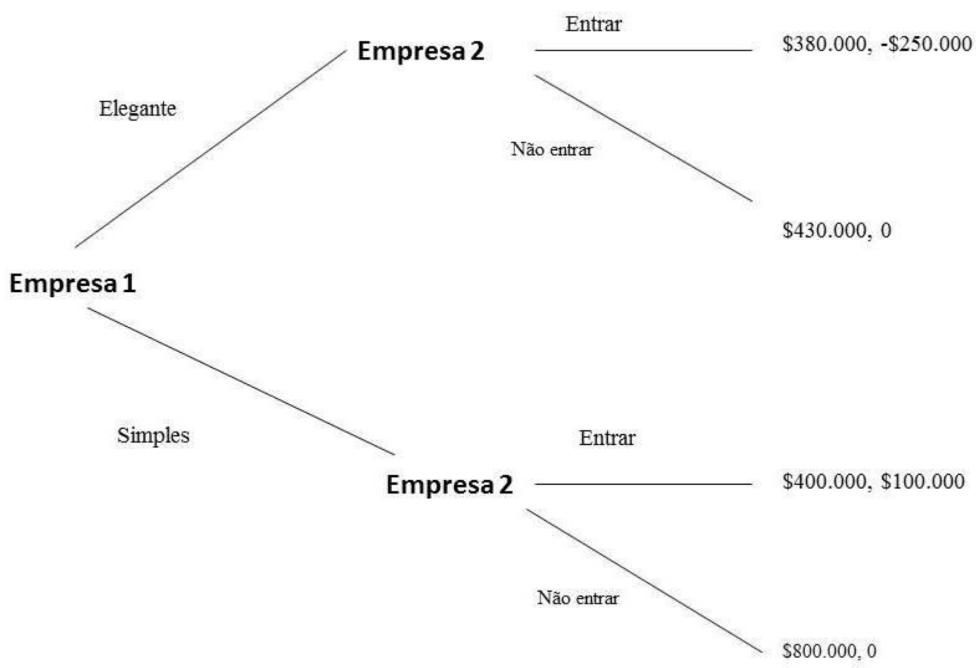
No jogo da empresa entrante como já citado, por exemplo, se o jogador 1 resolver ‘Entrar’ então o jogador 2 poderá ‘Reagir’ ou ‘Aceitar’, como os *payoffs* para essas ações são respectivamente (1) e (3), a empresa estabelecida irá adotar a ação ‘Aceitar’. Considerando que esse jogo tem informação perfeita, o jogador 1 terá conhecimento da ação do jogador 2, então, escolherá a opção ‘Entrar’ no mercado. Dado a escolha das estratégias, chega-se a solução de equilíbrio, a qual é um *payoff* (3) para ambos jogadores: (3,3). Uma importante observação em relação aos jogos extensivos é que estes se tornam cada vez mais complexos a medida que os jogadores vão respondendo as ações do outro sequencialmente (GOMES, 2017).

Segundo Bierman et. al. (2010), o método de indução reversa é uma solução encontrada para filtrar os vários equilíbrios de Nash possíveis da forma extensiva. Para isso, é preciso traçar o caminho dos nós terminais até o seu nó predecessor, os quais podem ser classificados como básicos, triviais ou complexos. Os nós básicos são aqueles em que cada ramo leva a um nó terminal e um trivial é que tem apenas um ramo. Ao encontrar um nó trivial deve-se subir a árvore até um nó básico. Quando achado o nó básico, deve-se escolher qual a opção que maximiza a utilidade do jogador nesse nó, isto é, o ramo que leva a um *payoff* ótimo. Os ramos que não são maximizam os *payoffs* devem ser descartados, originando um nó trivial. O processo deve se repetir até chegar ao nó inicial. A partir daí, selecionando as escolhas de máximos *payoffs* realizadas no jogo, se chega às estratégias ótimas.

Ainda de acordo com Bierman et. al. (2010), em um jogo com informação perfeita, "o perfil de estratégia selecionado pelo processo de indução reversa é sempre um equilíbrio de Nash". (p.120)

Tomando como exemplo um do jogo da empresa de Software, Bierman e Fernandez (2010): uma empresa de software "Empresa 1" tem de decidir se deseja adotar uma companha de marketing simples ou elegante no ano 1, tendo em vista que existe uma empresa entrante, "Empresa 2", que pode causar um excesso de oferta no ano 2 e um decréscimo nos lucros. Sendo assim, as estratégias para "Empresa 1" são (Simples, Elegante) e as estratégias da "Empresa 2" são (Entrar, Não entrar). A "Empresa 1" é a primeira a se movimentar no jogo, se ela adota a ação 'Simples' e a "Empresa 2" entra em seguida então o *payoff* de ambas será ($400.000, $100.000); se a "Empresa 2" não entrar então a remuneração será ($800.000, $0). Porém se a "Empresa 1" decide fazer uma campanha 'Elegante', a "Empresa 2" pode em seguida 'entrar' no mercado ou 'ficar fora', o que consiste nos *payoffs* ($380.000, -$250.000) e ($430.000, $0) respectivamente. Na forma extensiva:

Figura 3- Representação jogo do Software



Fonte: BIERMAN, 2010, p.114

Para encontrar a solução desse jogo, utiliza-se o método de indução reversa. Sendo assim: partindo do nó final, quando a "Empresa 1" escolher elegante, então a "Empresa 2" poderá escolher 'Não Entrar' e ficar com remuneração ($0) ou 'Entrar' e ficar com (-$250.000), por isso o movimento maximizador será 'Não entrar'.

Quando a "Empresa 1" adota a estratégia 'Simples', a "Empresa 2" poderá 'Não Entrar' no mercado totalizando um *payoff* ($0) ou 'Entrar' no mercado com *payoff* ($100.000), por isso, o movimento ótimo para "Empresa 2" será 'Entrar'.

Em vista disso, considera-se que os movimentos maximizadores da "Empresa 2" são 'Não entrar', 'Entrar'. De acordo com o método de indução reversa, eliminam-se os movimentos não ótimos da árvore.

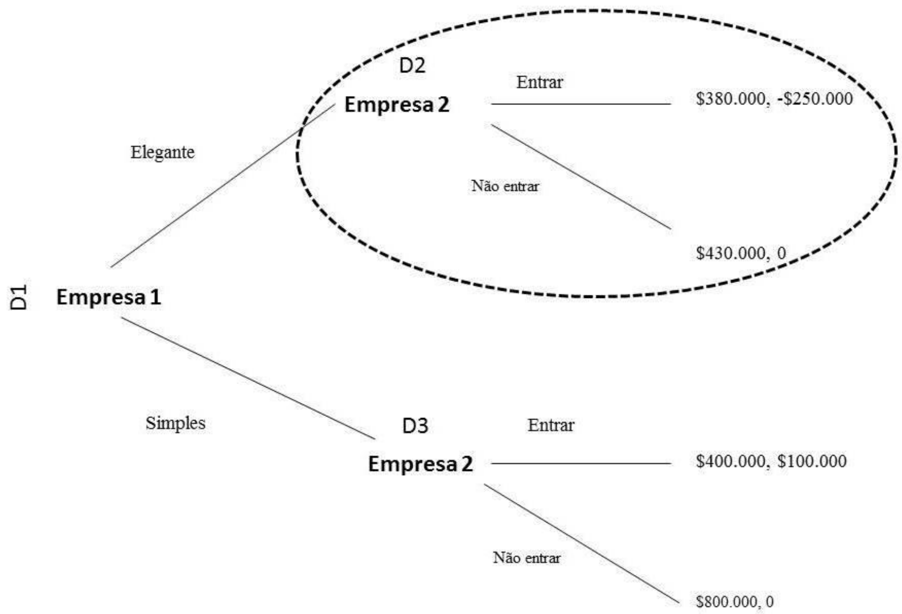
Com esse diagrama, pode-se afirmar que a estratégia maximizadora para a "Empresa 1" será 'Elegante', em que obtém um payoff de ($430.000). Devido ao método de indução é reversa é possível que a "Empresa 1" evite um prejuízo de $30.000 ao olhar o jogo por inteiro. Portanto, a estratégia ótima nesse jogo é {'Elegante', ('Não entrar', 'Entrar')}. (BIERMAN E FERNANDEZ, 2010)

7.2 Equilibrio de Nash Perfeito em Subjogos

O conceito de equilíbrio de Nash considera que as estratégias são escolhidas uma única vez em todo o jogo, para o jogo sequencial essa opção não é a mais adequada. Por isso, para encontrar um estado estável nos jogos extensivos, um novo método é introduzido. O método considera que cada estratégia do jogador é ótima, dado as estratégias dos demais jogadores, tanto no início do jogo como em cada historia (OSBORNE, 2004).

De acordo com Osbone (2004), um importante conceito para encontrar a solução dos jogos sequenciais é a definição de subjogos. Um subjogo após uma historia *h*, é um momento do jogo em que *h* já se efetuou. Dado um jogo extensivo X, com uma função dos jogadores p, considerando as historias não terminais em X, o subjogo X(*h*) depois da historia *h* é a continuação do jogo extensivo.

Figura 4- Representação de subjogos



Fonte: BIERMAN, 2010, P.123

De acordo com o exemplo do Jogo de Sofware, Bierman e Fernandez (2010): um dos subjogos está representado dentro da linha pontilhada na figura acima. Nesse jogo há dois subjogos próprios, partindo do nó D2 e do nó D3. O equilíbrio perfeito em subjogos com informação perfeita tem a mesma solução que o método de indução reversa. Isto é, o ENPS nesse caso também consiste nas estratégias {Elegante, (Não entrar, Entrar)}.

Conforme Osborne (2004), em relação ao equilíbrio, pode-se afirmar que o conceito de um estado estável é alcançado quando os jogadores maximizam sua função em cada subjogo, e não apenas no jogo inteiro. Segundo Osborne (2004) "um equilíbrio perfeito em subjogos é um perfil de estratégias s* com a propriedade que em nenhum subjogo um jogador *i* pode fazer melhor ao escolher a estratégia diferente de s_i*, dado que os outros jogadores *j* aderem a ação s_j*" (p.165).

Analisando as funções de *payoff*, o equilíbrio perfeito em subjogos é alcançado quando um jogador *i* ao escolher uma estratégia r_i, dado uma história *h*, e considerando a historia terminal $O_h(s^*)$ originada pela estratégia s*, seja pelo menos tão boa quanto a historia terminal $O_h(r_i, s_{-i}^*)$ originada pela estratégia (r_i, s_{-i}^*) do jogador *i* enquanto o jogador *j* escolhe s_j*. Isto é:

$$U_i(O_h(s^*)) \geq U_i(O_h(r_i, s_{-i}^*))$$

Vale ressaltar que um Equilíbrio Perfeito em Subjogos é consequentemente um Equilibrio de Nash. No entanto, o contrário não é verdadeiro (OSBORNE, 2004).

8 O JOGO DO CINEMA X CONSUMIDOR E RESULTADOS

A teoria dos jogos é uma ferramenta relevante para estudar os processos de decisões entre agentes econômicos, os quais interagem estrategicamente entre si. A compreensão dessas interações dentro da teoria dos jogos se dá através da formulação de um jogo, o qual deve englobar as hipóteses e modelos da teoria mais adequados à circunstância (FIANI, 2006).

Até agora, abordou-se diferentes modelos de jogos além de exemplificar cada um deles. O objetivo deste trabalho é analisar a oferta de ingressos ao preço de meia-entrada e ao preço de inteira pelos cinemas. Para representar a interação estratégica entre consumidor e cinema foi elaborado um jogo, o qual possui dois jogadores, para cada jogador duas ações e suas preferencias são representadas através da matriz de *payoff* que se segue:

Tabela 6- Jogo consumidor e cinema

		Consumidores	
		Declaram-se estudante	Declaram-se não estudante
Cinema	Meia-entrada	(5, 5)	(0, -1)
	Inteira	(4, -1)	(10, 0)

Fonte: Elaboração própria

O jogo estratégico simultâneo acima possui dois jogadores: cinema e consumidores, o cinema dispõe das ações vender ingressos ao preço de meia-entrada ou inteira, e o consumidor pode se declarar estudante ou não estudante. As preferências são indicadas na matriz de *payoff*, para o cinema os *payoffs* também representam os preços dos ingressos. É notável que o cinema adquire o maior *payoff* quando vende ao preço de inteira e os consumidores quando se declaram não estudantes, já os consumidores ficam mais satisfeitos quando pagam o preço de meia-entrada, mas não são estudantes.

Este jogo possui dois Equilíbrios de Nash em estratégias puras: (Meia-Entrada, Estudante) e (Inteira, Não Estudante). Além disso, com o conceito de estratégias mistas dentro da teoria dos jogos, os jogadores podem atribuir probabilidades a suas ações e assim escolher a loteria que maximiza a sua utilidade de Von Neumann dada a ação do oponente, encontrando o Equilíbrio de Nash em estratégias mistas.

Além de assumir que os estudantes devem pagar metade do preço de um ingresso para o cinema, a lei da meia-entrada causou algumas distorções econômicas, como a incerteza dos cinemas quanto à composição da sua demanda; dado o fato de que os consumidores tentam burlar a identidade estudantil. Dessa forma, no jogo abaixo o cinema define suas ações conforme uma distribuição de probabilidades e os consumidores também, no entanto consideraremos que o cinema não possui informações sobre a ação dos consumidores.

Tabela 7- Jogo estratégias mistas: consumidor e cinema

			Consumidores		
			Declaram-se estudantes	Declaram-se não estudantes	Utilidade cinema
			Q	(1-q)	
Cinema	Meia-entrada	(1-p)	5, 5	0, -1	5q-5pq+0(1-p)(1-q)
	Inteira	(p)	4,-1	10, 0	4pq+10p(1-q)

Fonte: Elaboração própria

Considere este jogo em que o cinema adota uma estratégia mista “p” e o consumidor adere à estratégia mista “q”, como já abordado anteriormente a estratégia “p” é a probabilidade de o cinema vender ingressos ao preço de inteira, já a variável “q” representa se o consumidor é do tipo estudante ou não estudante. Se o jogador cinema escolhe a ação p = 0, a qual consiste na ação vender ao preço meia-entrada, a sua Utilidade de Von Newmann pode ser representado por:

$$UE_{\text{cinema}}\,(\text{Meia-entrada}) = 5\cdot q+0\cdot(1-q)$$

Porém, se o cinema vender ingressos inteira p = 1, sua utilidade de Von Newmann é representada por:

$$UE_{\text{cinema}}\,(\text{Inteira}) = 4\cdot q+10\cdot(1-q)$$

Igualando as duas funções de utilidade, tem-se o ponto em que vender ao preço de inteira é pelo menos tão bom quanto ofertar meia-entrada, ou seja, o Equilíbrio de Nash em estratégias mistas:

$$5q + 0\,(1- q) = 4q + 10\,(1- q)$$

$$q = 10/11$$

$$q = 0{,}91$$

A função melhor resposta para o cinema (B_{cinema}), isto é, “p” dado as possíveis escolhas de loterias “q” é:

$$B_{cinema} = \begin{cases} 0 \text{ se } q > 0{,}91 \\ 0 \leq p \leq 1 \text{ se } q = 0{,}91 \\ 1 \text{ se } q < 0{,}91 \end{cases}$$

Sendo assim, o cinema, como um agente racional, busca maximizar a sua utilidade de Von Newmann adotando o método de estratégias mistas posto neste trabalho, o que resulta na solução de Equilíbrio de Nash em estratégias mistas representada acima.[1] A função melhor resposta do cinema assume que este é indiferente em vender ingressos ao preço de meia-entrada ou inteira quando a proporção de estudantes é 91%. Abaixo de 91% o cinema adota a estratégia pura vender ingressos ao preço de inteira e acima desse valor adotaria estratégia pura ofertar ingressos de meia-entrada.

A fim de compreender melhor o conceito de que o cinema é indiferente quando q = 0,91 é preciso considerar a expressão da utilidade esperada do cinema originada a partir dos seus *payoffs*, tendo as loterias que o cinema ou consumidor podem escolher, respectivamente, “p” ou “q”:

$$UE_{cinema} = 5(1-p)q+0(1-p)(1-q)+4pq+10p(1-q)$$

Simplificando:

$$UE_{cinema} = -11pq + 10p + 5q$$

[1] O Equilíbrio de estratégias mistas completo é descrito pelas probabilidades do cinema e do consumidor. Fazendo os cálculos análogos para o caso do consumidor temos que a probabilidade p que deixa o consumidor indiferente é p = 1/7, ou 14,3%.

Colocando o “p”, variável pertencente ao cinema em evidência, tem-se:

$$UE_{cinema} = p(-11q + 10) + 5q$$

Substituindo q= 0,91, ou q = (10/11), na condição de equilíbrio da equação tem-se que:

$$UE_{cinema} = 4,54$$

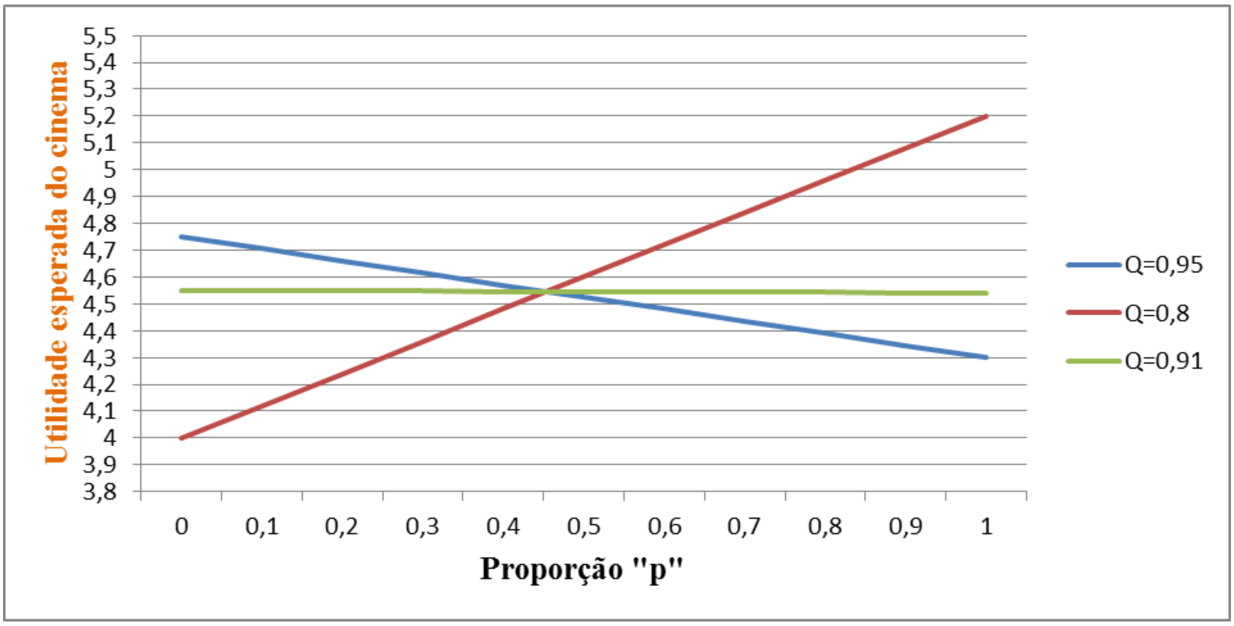
Repare que o termo entre parêntesis se cancela, por esse motivo, para qualquer valor que “p” assumir quando q = 0,91, a utilidade esperada do cinema será a mesma.

Para simular situações possíveis para o jogo do cinema acima, vamos considerar as proporções de q como sendo dadas pela natureza e não mais decididas pelos consumidores. Sendo assim a probabilidade q dos consumidores não altera caso o cinema esteja jogando uma estratégia pura (p = 0 ou p = 1). Nesta etapa utilizou-se o programa Excel e atribuiu-se diferentes valores para “q” e verificou-se qual a melhor resposta em termos de “p”, em seguida calculou-se as várias utilidades esperadas de Von Newmann para este jogador.[2]

Supôs-se que o cinema presume estar em um jogo no qual a proporção de estudantes esteja oscilando entre q = 0,8 e q = 0,95; já a proporção de ingressos ao preço de meia-entrada “p” varia entre $0 \leq p \leq 1$ para cada proporção. Considerando a mesma função de utilidade já descrita calcula-se a utilidade esperada do cinema para cada proporção de estudantes quando varia-se o “p”. Graficamente, tem-se esses resultados representados na figura 5 abaixo.

[2] Repare que para essa parte recaímos apenas em conceitos de teoria da decisão diante da incerteza da composição dos consumidores. Mais à frente relacionaremos isso com um jogo Bayesiano que possivelmente retrata bem a realidade para os cinemas.

Figura 5 – Utilidade espera do cinema para “q” entre 0,8 e 0,95



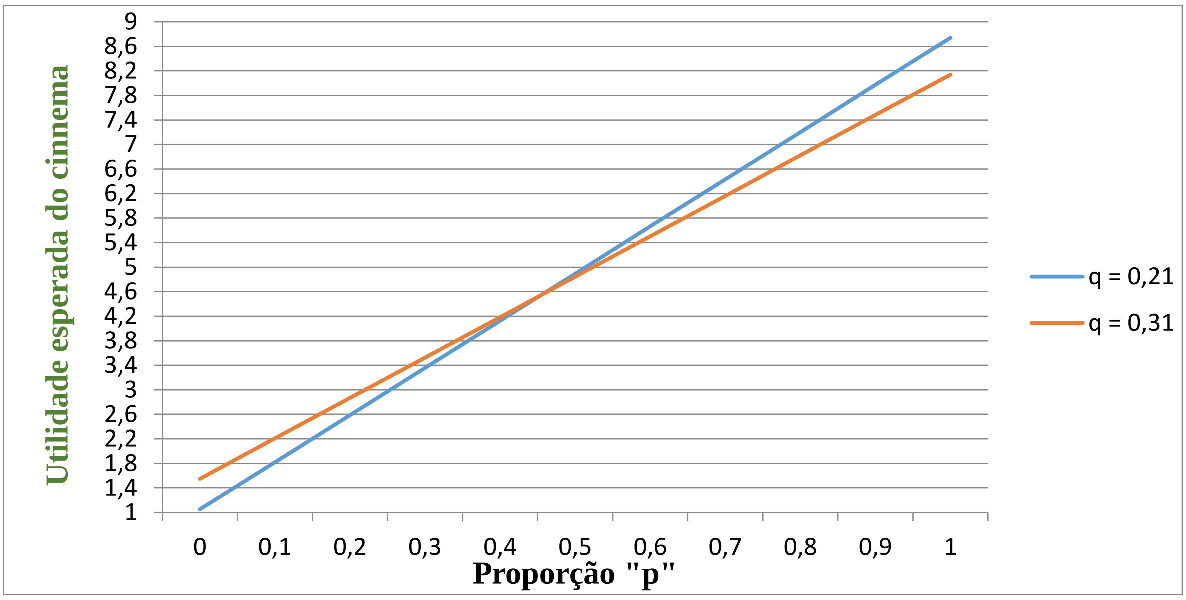
Fonte: Elaboração própria

Se q = 0,8, a medida ‘p’ aumenta a utilidade também aumenta atingindo o valor máximo igual a 5,2. Observa-se que quando q = 0,95, a medida que ‘p’ aumenta, a utilidade diminui alcançando um mínimo de 4,3, e um máximo de 4,753 quando p = 0. O ponto em que as duas funções se cruzam é quando a Utilidade Esperada é igual a 4,54 e ‘p’ é 0,45.

Quando o cinema adota essa estratégia mista, caso a composição dos consumidores oscile entre 0,8 e 0,95, ao colocar p = 0,45, o cinema não terá surpresas na sua utilidade esperada, pois ela será a mesma independente do valor de q. Essa é a estratégia que minimiza os riscos para o cinema. No gráfico da figura 5 também está representada a função de utilidade quando q = 0,91, a qual é uma constante, como já visto.

Porém se o cinema acredita que “q” está oscilando entre q = 0,2 e q = 0,3, é possível observar que a utilidade torna-se muito maior quando aumenta o ‘p’, chegando a valor máximo de 8,74 quando p = 1, por isso, o comportamento mais racional que o ofertante pode ter é escolher a estratégia vender sempre ao preço de inteira. Graficamente, tem-se a figura 6 abaixo representando essa situação.

Figura 6- Utilidade cinema se “q” está entre 0,2 e 0,3



Fonte: Elaboração própria

Podemos considerar que o cinema está diante de um jogo Baysiano no qual ele não sabe qual é o tipo do consumidor. Suponha agora que existam dois tipos de estudantes θ_1 = ‘Estudante’ e θ_2 = ‘Não Estudante’ e que cada um desses estudantes tenha como estratégia dominante declarar a verdade, ou seja, declarar o seu verdadeiro tipo.

Tabela 8 - Jogo Bayesiano com dois tipos de consumidores

<table>
<tr><td colspan="4">θ_1 = ‘Estudante’</td><td colspan="4">θ_2 = ‘Não Estudante’</td></tr>
<tr><td colspan="4">Consumidor</td><td colspan="4">Consumidor</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Cinema</td><td></td><td>Declara-se Estudante</td><td>Declara-se não estudante</td><td rowspan="3">Cinema</td><td></td><td>Declara-se estudante</td><td>Declara-se não estudante</td></tr>
<tr><td>Meia</td><td>(5, 5)</td><td>(0,-1)</td><td>Meia</td><td>(5, -1)</td><td>(0,0)</td></tr>
<tr><td>Inteira</td><td>(4, 5)</td><td>(10,0)</td><td>Inteira</td><td>(4, -1)</td><td>(10,0)</td></tr>
</table>

Fonte: Elaboração própria

Reduzir o jogo acima para sua forma Bayesiana nos traria a informações sobre o equilíbrio de Nash diante das incertezas que elaboramos nas simulações acima. Qual sejam, diante de uma probabilidade 0,91 dos consumidores serem do tipo estudante, a utilidade esperada do cinema será de 4,54, tanto caso ele opte por vender ingressos de inteira quanto no caso ele opte apenas por vender meia-entrada.

9 CONCLUSÕES

O presente trabalho buscou abordar modelos e conceitos de teoria dos jogos e aplicá-los em uma situação real, a qual descreve a interação estratégica entre espectadores e cinemas após a implantação da lei de meia-entrada. Foi levantado sinteticamente o tema economia da cultura, com ênfase no setor audiovisual, além de uma breve discussão sobre a eficiência da lei da meia-entrada no que tange ao incentivo a demanda por bens culturais.

Um jogo foi proposto para analisar o comportamento do cinema ao ofertar ingressos ao preço de meia-entrada, tendo em vista que este não possui informações sobre a composição da demanda. Este jogo descreve a circunstância na qual, após a implantação da lei, o consumidor invariavelmente quer pagar o preço de meia-entrada, fato que incentiva a burla de identidade. E o cinema, por sua vez, tem maior lucro se vender ao preço de inteira, ou seja, para o público não estudantes.

Dado o propósito do trabalho, foi conveniente analisar o equilíbrio de estratégias mistas, o qual permite incluir probabilidades para encontrar a solução. Observou-se nos resultados encontrados que quando o cinema presume estar em um jogo onde o tipo do consumidor é $q < 0,91$, para maximizar sua função utilidade ele irá ofertar todos seus ingressos a preço de inteira. Já se o cinema espera que o tipo de espectador seja $q > 0,91$, sua ação será vender ingressos ao preço de meia-entrada. Se $q = 0,91$ então não importa qual ação o cinema escolha, ele terá a mesma utilidade.

Dada a hipótese de que "q" oscila entre 0,8 e 0,95 notou-se que a estratégia racional para o cinema será adotar $p = 0,45$, isto é, vender 45% dos ingressos ao preço de meia entrada e 55% do ingressos ao preço de inteira, nesse ponto a utilidade converge para o equilíbrio em estratégias mistas do cinema (4,54). No entanto, se o cinema supõe estar em um jogo onde "q" oscila entre 0,2 e 0,3, é melhor adotar a estratégia vender os ingressos a preços de inteiras, de acordo com a utilidade encontrada. Nota-se que com os payoffs do jogo proposto, é preciso uma proporção muito alta de estudantes para que o cinema julgue compensador trocar sua estratégia de sempre colocar disponíveis para a venda ingressos de inteira.

Limitadas às condições do jogo apresentadas neste trabalho, concluiu-se que através deste foi possível fazer inferências do comportamento racional do cinema em diversas situações, o que consiste em analisar qual a oferta de ingressos ao preço de inteiras e ao preço de meia-entrada o cinema deve considerar para obter uma maior utilidade. Além de demonstrar como a teoria dos jogos é um instrumento relevante para modelar contextos econômicos, o trabalho permite uma melhor compreensão da realidade brasileira.

O jogo proposto, no entanto, possui algumas limitações: os *payoffs* dos jogadores não correspondem aos ganhos na realidade, pois, se supôs somente os custos de impressão dos ingressos e devem existir outras variáveis microeconômicas que impactam na remuneração do cinema, como por exemplo, aluguel, salários dos trabalhadores, contas etc. Vale salientar que este trabalho não se preocupou com o comportamento racional do consumidor dado a lei de meia-entrada, podendo ser um assunto para posteriores estudos.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Lei nº 12.933, 26 de dezembro de 2013. Decreto da lei de meia-entrada. **Planalto** Disponível em: < http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2011-2014/2013/lei/l12933.htm>. Acesso em 10 agosto/2017.

BIERMAN,S.H; FERNANDEZ F.L. **Teoria dos Jogos**. Pierson. 2010

DELGADO, V. M. **Efeitos Econômicos da lei de meia-entrada**: consequências da meia-entrada para estudante e não estudantes, uma análise de discriminação de preços de monopólio. Fundação João Pinheiro. Belo Horizonte. Dez/2010.

DINIZ, S. C. **Análise do consumo de bens e serviços artístico-culturais no Brasil metropolitano**. Dissertação de Mestrado, UFMG, Maio, 2009.

FIANI,R. **Teoria dos Jogos**. Editora Campus. 2006

GOMES, Orlando. **Teoria dos jogos: algumas noções elementares.** Disponível em <http://repositorio.ipl.pt/bitstream/10400.21/2040/1/TJ.pdf>. Acesso em 14 de julho de 2017.

OSBORNE, M.J. **An introduction to the game theory**. New York. Oxford University Press. 2004

OSBORNE, M.J; RUBINSTEIN,A. **A course in game theory**. Massachussetts Institute of Technoly. 1994

RASMUSEN, E. **Game and information, an introduction to game theory**. Basil Blackwell, 2001.

SARTINI, B.A; GARBUGIO, G; BORTOLOSSI, H.J. **Uma introdução a Teoria dos Jogos**. In: II Bienal da SBM. Universidade Federal da Bahia. 2014

WINK JR, M.V. et al. **Os efeitos da criação da lei da meia entrada sobre o consumo de bens e serviços culturais no Brasil**. Revista USP , São Paulo, v.46, 2016..

VALIATI, L. **Economia da cultura e cinema**. Iniciativa cultural. 2010