UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS
CIÊNCIA ECONÔMICA

JOÃO LÚCIO MATOS RESENDE

ANÁLISE DAS DISTRIBUIÇÕES DE TIMES CAMPEÕES EM UM TORNEIO DO TIPO MATA-MATA SEGUNDO A FORÇA DOS TIMES.

Ouro Preto, MG
2018

ANÁLISE DAS DISTRIBUIÇÕES DE TIMES CAMPEÕES EM UM TORNEIO DO TIPO MATA-MATA SEGUNDO A FORÇA DOS TIMES.

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Ciências Econômicas da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de bacharel em Ciências Econômicas

Ouro Preto, MG

2018

R433a Resende, João Lúcio Matos.
Análise das distribuições de times campeões em um torneio do tipo mata-mata segundo a força dos times [manuscrito] / João Lúcio Matos Resende. - 2018.

44f.: il.: color; grafs; tabs.

Orientador: Prof. Dr. Victor Maia Senna Delgado.

Monografia (Graduação). Universidade Federal de Ouro Preto. Instituto de Ciências Sociais Aplicadas. Departamento de Ciências Econômicas e Gerenciais.

1. Algorítimos - Teses. 2. Teoria dos jogos - Teses. 3. Jogos cooperativos - Teses. 4. Simulação - Teses. I. Delgado, Victor Maia Senna. II. Universidade Federal de Ouro Preto. III. Titulo.

CDU: 519.83

Catalogação: ficha@sisbin.ufop.br

João Lucio Matos Resende

Curso de Ciências Econômicas - UFOP

Análise das Distribuições de times campeões em um torneio do tipo Mata-Mata segundo a Força dos times

Trabalho apresentado ao Curso de Ciências Econômicas do Instituto de Ciências Sociais e Aplicadas (ICSA) da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito para a obtenção do grau de Bacharel em Ciências Econômicas, sob orientação do Prof. Dr. Victor Maia Senna Delgado.

Banca Examinadora:

Victor Delgado

Prof. Dr. Victor Maia Senna Delgado

Prof. Dr. Martin Harry Vargas Barrenechea

Antônio Francisco Neto

Prof. Dr. Antônio Francisco Neto

Mariana, 17 de Julho de 2018

A minha família e amigos

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos de que de alguma forma me ajudaram em todos esses anos de graduação, seja em Viçosa ou em Ouro Preto. Citar cada um seria, no mínimo injusto.

"May the 'Força' be with you"
Obi Wan Kenobi (Adaptado)

RESUMO

Este trabalho teve como objetivo avaliar se o modelo atual de *playoffs* é vantajoso para todas as equipes que disputam ou se alguma equipe leva vantagem nesses campeonatos. O campeonato criado é um mata-mata com oito equipes e com forças pré-determinadas. É com base na Teoria dos jogos, mais especificamente, no campo da Teoria de jogos cooperativos que tal avaliação será feita. Para tanto foi criado um algoritmo de um mata-mata onde foram determinadas forças para as equipes e probabilidades de vitória em determinados tipos de confrontos. Os resultados mostram que, de acordo com o Modelo 2, os *playoffs* trazem vantagem desproporcionais para as equipes fortes e desvantagem, também desproporcionais, para as equipes fracas.

Palavras-chave: Algoritmos, Teoria dos Jogos, Jogos Cooperativos, *Playoffs*, Simulações

ABSTRACT

This manuscript has the objective of determine if the current model of playoffs is advantageous for all the teams that dispute it or if some team takes advantage in these championships. The championship created is a knockout format, with eight teams with predetermined forces. It is based on the Game Theory, more specifically, the analysis will be made in the field of cooperative games. For this, tournament playoffs algorithm was created, where forces and victory probabilities were determined for the teams with some types of confrontations. The results show that, according to Model 2, the current playoff model brings disproportionate advantage to the strong teams and harms the weak teams.

Keywords: Algorithm, Games Theory, Cooperative Games, Playoffs, Simulations

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE QUADROS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Em quase todos os esportes existe uma fase eliminatória, que é chamada de mata-mata, ou *playoffs*, na literatura estrangeira. [1] Tal fase pode ocorrer de muitas formas, mas sempre com um fator comum: a equipe perdedora sairá da competição e a vencedora continuará para uma nova fase, ou, caso essa seja a última partida, será declarada campeã.

Esse confronto muda um pouco entre as competições, porém, um dos modelos mais comuns é o que segue: os times são ranqueados apenas uma vez, antes do início do mata-mata, sendo que os confrontos das fases subsequentes já foram definidos de acordo com esse primeiro sorteio, por meio do chaveamento. Esse será a base dos modelos utilizados neste presente trabalho e melhor apresentado no capítulo 2.

Na Copa do Mundo, os times mais bem classificados no *ranking* da FIFA são considerados cabeça de chave, ou seja, são os primeiros a serem selecionados, e enfrentam times, teoricamente, mais fracos na fase de grupos, facilitando assim uma eventual classificação para a fase de mata-mata. Após a classificação, os times vão para a segunda fase, os que se classificaram em primeiro enfrentam os times que se classificaram em segundo de outro grupo já especificado.

Esse sistema, do ponto de vista esportivo, faz muito sentido, afinal, nada mais justo que um time com a melhor campanha ter uma vantagem comparativa direta contra a equipe de pior campanha, que é teoricamente inferior.

Existem algumas formas dos *playoffs* ocorrerem, podendo ser em jogo único, como, novamente, na segunda fase da Copa do Mundo de Futebol, em dois jogos, cada um deles tendo como mandante de campo um time diferente, que é o caso que ocorre na *Champions League*, na maioria das Taças nacionais, Copa do Brasil, FA CUP. Além do futebol, existem as fases finais de todas as ligas americanas em outros esportes coletivos. [2]

Outra fórmula que está se tornando mais comum é um sorteio após a primeira fase, tal como ocorre na Copa Libertadores da América, disputada pelos clubes de futebol da América do Sul. Nesse caso, as 16 equipes classificadas após a primeira chave são divididas em dois grupos. Os que se classificaram em primeiro lugar em um grupo e os que se classificaram em segundo em outro. Após isso, é feito um sorteio onde as equipes do primeiro grupo enfrentam sempre as equipes do segundo grupo. E os confrontos subsequentes são derivados desse chaveamento sorteado.

Essa situação se repete em quase todos os campeonatos que possuem uma fase eliminatória. Na Copa do Brasil, os times da primeira divisão do Campeonato Brasileiro

1 A forma de funcionamento desse sistema será melhor desenvolvida no capítulo 2.
2 Sempre que se falar das ligas americanas, esse trabalho estará citando a MLB, NFL, NBA e NHL ligas de Baseball, Futebol Americano, Basquete e Hóquei, respectivamente. Todas essas ligas terão uma seção especial no próximo capítulo.

enfrentam times até da série D do campeonato, sendo que as sete equipes mais fortes do Campeonato Brasileiro do ano anterior já estão com vaga garantida nas oitavas de final, esperando os resultados das demais equipes

As copas nacionais de futebol, como a copa do Brasil, são presentes na maioria dos países do mundo, sendo que a mais antiga é a *FA Cup*, abreviação para *The Football Association Challenge Cup*, nome oficial em Inglês. É um dos campeonatos de futebol mais antigos do planeta, que começou a ser disputado em 1871 e que na temporada 2017-2018 contou com a presença de 737 times no total. É um dos únicos campeonatos no mundo que comporta, em uma mesma competição, times de forças e orçamento tão diferentes.

Para se ter um número tão grande de equipes, o campeonato começa somente com as equipes semiprofissionais da última divisão do futebol Inglês, que jogam em partidas eliminatórias desde a primeira fase. Os vencedores enfrentam times da liga imediatamente superior e assim sucessivamente, até que os times da primeira divisão entrem na competição. O tamanho único e seu formato de disputa fazem com que seja um dos campeonatos de futebol mais tradicionais e mais queridos do Reino Unido, o site *Huffington Post* definiu a FA Cup da seguinte forma:

> "Os fãs de futebol no Reino Unido gostam de falar da magia da FA Cup, um torneio de jogos eliminatórios únicos que virtualmente permite qualquer equipe da nação, de times de bares, passando por time semiprofissionais, até os times dos bilionários, a cair na mesma chave. O recorde de times foi em 2011-2012 com 763. Então, existe uma forma de descrevê-la, é sobre sonhos e romance" (JUDE COLLIE, com adaptações).

Tal romance não é apenas teórico. Em um estudo feito, em 2005, pelo Dr. Alex Morton e pelo Dr. Henry Stott, publicado em 2005 por (FINKELSTEIN, 2005), os autores mostraram que a chance de uma equipe de uma divisão inferior derrotar uma da divisão superior, pelo menos uma vez, é de 99,85%. Por outro lado, um time de duas divisões inferiores derrotar uma equipe de duas divisões superiores, pelo menos uma vez, é de 48,8%. Quando se passa para três divisões, o valor cai para 39,28%. Apesar de esse ser um valor menor, ainda é um valor a se levar em consideração. Apesar de não se ter os dados para divisões mais discrepantes, 2017 foi o primeiro ano, desde 1989, que um time da quinta divisão ou inferior ganhou de uma equipe da primeira divisão.

Quando se olha os números dos campeões, a realidade é um pouco diferente. Das 137 edições, apenas 45 equipes diferentes foram campeãs. Ao se analisar as 10 maiores campeãs, 77, ou 56% das edições, foram ganhas por apenas 10 equipes diferentes. Esse valor mostra que, apesar do número gigante de equipes, apenas as equipes mais fortes, tendem a ganhar o torneio.

Outro exemplo de campeonatos no formato eliminatório são as ligas americanas, que contém os quatro principais campeonatos dos Estados Unidos, seja pela popularidade ou poder financeiro. São compostas pela NFL, a liga profissional de futebol americano, pela

NHL, a liga profissional de Hóquei no Gelo, pela MLB, a liga profissional de Beisebol e pela NBA que é a liga profissional de Basquete. Tais campeonatos são de grande ajuda para o estudo dos campeonatos mata-mata, uma vez que em todos eles existem a fase final composta de eliminatórias em tal modelo. Mesmo que entre os quatro esportes existam formas diferentes de se fazer a fase eliminatória, sendo em jogo único ou em uma série de jogos, em todas eles vigoram esse formato.

Na final de jogo único, as equipes se enfrentam, logicamente, em uma única partida e o vencedor passa para a fase seguinte. Em caso de empate, existe uma prorrogação pela qual será determinado o vencedor. O time com a melhor campanha tem a vantagem de jogar com o mando da partida, ou seja, para a sua torcida. Esse é o caso da NFL.

Outra característica da NFL é o *wild card*, para entende-lo antes é necessário o entendimento do funcionamento do campeonato. A NFL é composta por 32 times que são divididos em 2 grandes grupos. Cada um desses grupos com 16 times é dividido em 4 grupos contendo 4 equipes em cada um deles. Após jogada a primeira fase, se classificam o primeiro colocado de cada um dos sub-grupos e mais as duas melhores campanhas, com exceção dos primeiros colocados.

Como se classificaram 6 times, não é possível fazer um chaveamento de forma simétrica até o jogo final. Para se fazer um chaveamento, as duas equipes com melhor campanha na primeira fase não jogam na primeira rodada dos *playoffs*. Assim, as quatro equipes restantes de cada grupo jogam entre si, de forma que a equipe mais bem colocada joga contra a pior colocada do seu grupo, e as demais jogam entre si. Essa primeira rodada é chamada de *wild card.*

Os vencedores deste mata-mata jogam contra as duas equipes que descansaram na primeira rodada. Assim, na segunda rodada, as equipes restantes são novamente ranqueadas e jogam da mesma forma, o melhor ranqueado contra o pior, e os dois restantes entre si. Em todas as rodadas as equipes mais bem ranqueadas jogam em casa. Assim graças a essa rodada de descanso para as equipes mais fortes, a liga de futebol americano cria uma vantagem a mais para equipes que já possuem uma maior força.

Já nas outras ligas americanas, os *playoffs* são jogados de uma forma diferente, em uma série de jogos. O número de jogos pode variar de esporte para esporte, e da fase em que o mata-mata que está se jogando, mas normalmente é uma série de sete partidas. Com o time de melhor campanha jogando uma partida a mais em casa, o que, novamente, traz uma vantagem para tal equipe. A equipe que chegar a um número insuperável de vitorias, no caso da série de 7 jogos, são quatro vitórias, é declarada vencedora da série e passa para a fase seguinte.

Ao se analisar os dados dos campeões dos esportes americanos, o que se vê, apesar de algumas variações, é uma concentração de vitórias em torno de algumas equipes. Para uma melhor análise é importante ressaltar o número de equipes em cada uma das ligas. A NFL possui 32 equipes atualmente, já a MLB e a NBA possuem 30 equipes, enquanto a NHL possui 31 equipes em sua liga.

A análise da concentração dos campeões foi feita da seguinte forma. Ao se analisar os maiores campeões, quantos times seriam necessários para se chegar à metade de todos os títulos disputados.

A MLB é o campeonato mais longo a ser analisado, com 113 campeonatos. Ao se analisar seus dados, uma única equipe, o New York Yankes possui 27 títulos. Ao se juntar os cinco maiores campeões, chegou-se ao valor de 55,75% de títulos disputados, ou 63 títulos. Em outras palavras, 16,66% das equipes, possuem mais da metade dos títulos disputados.

A NHL também possui um supercampeão, o Montreal Canadiens com 24 títulos, dos 93 disputados. Quando se faz a análise da concentração, chega-se ao número que quatro equipes detêm 54 títulos, ou 58,06% dos títulos disputados. Nessa liga apenas 12,90% das equipes possuem quase 60% dos títulos disputados.

A NBA tem dois supercampeões, o Boston Celtics com 17 títulos e o Los Angeles Lakers, com 16 títulos. Somente essas duas equipes possuem 33 dos 72 títulos disputados, ou 45,8% dos campeonatos. Ao se adicionar uma única outra equipe, chega-se ao valor de 39 títulos, ou 54,11% dos títulos sendo ganhos por apenas 10% das equipes. Essa é a maior concentração de títulos nas quatro ligas.

Já a NFL tem a série mais curta, porém mais disputada. O maior campeão é o Pittsburger Steelers com 6 títulos. Das 32 equipes que disputam a liga, foi necessário pegar os seis maiores campeões para se chegar ao valor de 55,76% dos títulos disputados. Esse valor corresponde a 18,75% das equipes da liga. Porém existem dois fatores a se considerar. O primeiro é que, apesar de A NFL ter começado em 1920, só foi levado em conta nesse estudo a era do *Super Bowl*, que é a final do campeonato, uma vez que é a era moderna do esporte e a que mantém a mesma estrutura básica de confronto. Outro fator é que essa é a liga com a maior expansão nos últimos anos, com a adição de 3 equipes nos últimos 20 anos, e nenhuma delas sequer chegou à final. Logo, excluindo tais equipes, temos que das equipes "tradicionais", 20,75% concentram a maioria dos títulos da liga.

Esses dados levam a uma tendência, no mínimo, interessante. A liga com a menor concentração de títulos, também é única com os *playoffs* jogados em partida única. Em um estudo feito em 2013 (RYAN; HANSEN 2013), os autores mostram quais esportes possuem a maior porcentagem de sorte como variável responsável pelo resultado final, principalmente na pós-temporada, ou na fase eliminatória.

Esse trabalho leva em consideração alguns fatores que não são de importância para o presente trabalho, tais como o número de oportunidades para se pontuar, como os atletas são selecionados, entre outros, porém ele mostrou que a NBA possui o melhor alinhamento entre os vencedores e as melhores campanhas na temporada regular, ou seja, os campeões são os melhores times. A NFL possui um dos piores alinhamentos, uma vez que é um esporte com oportunidades não tão grandes de pontuação e, principalmente, a fase eliminatória em jogo único, além do fato que as equipes mais fortes terem uma semana de descanso.

Vale ressaltar ainda os dados de outros três campeonatos de futebol já citados anteriormente: a Copa do Mundo, a Copa Libertadores da América e a *Champions League*, que possuem formatos bem semelhantes. Uma fase de grupos inicial, com 32 equipes, sendo que essas equipes são divididas em 8 grupos com quatro equipes em cada. Os dois melhores de cada grupo se classificam para a fase mata-mata. Na Copa do Mundo, todas as partidas são de jogo único, já nas outras duas competições, as partidas são no formato de ida e volta, onde o time com o melhor placar agregado nas duas partidas se classifica.

Apesar do pequeno número de competições, a Copa do Mundcao é onde todos os grandes jogadores se enfrentam e talvez o maior campeonato de futebol do mundo. Ao longo dos anos o formato de disputa mudou, porém o mata-mata na fase final é algo que ocorre desde a primeira edição que é realizada e das vinte edições disputadas até hoje Brasil possui cinco títulos e Itália e Alemanha possuem quatro cada um, ou seja, de todas as seleções que já disputaram, três seleçõespossuem 65% dos títulos disputados.

Já na *Champions League*, que teve um total de 63 edições com 22 campeões diferentes, existe um supercampeão, o Real Madrid, que detêm 13 títulos do torneio. Fazendo uma análise semelhante das ligas americanas, vemos que 5 clubes detêm 35 títulos do torneio, ou 55,55% dos campeonatos disputados.

A Copa Libertadores não possui um supercampeão com tamanha disparidade tal qual a sua versão europeia, das 58 edições disputadas 25 equipes já se sagraram vitoriosas, porém apenas 7 equipes venceram 31 das edições, ou 53,45% dos torneios disputados.

Nesses três casos é difícil mensurar a concentração em relação ao número de participantes, uma vez que, ao contrário das ligas americanas que são disputadas pelos mesmos times todos os anos, esses torneios requerem uma classificação prévia para a disputa. Isso faz com que as equipes que disputam o torneio já tenham, em teoria, uma qualidade mais uniforme. Outro complicador ocorre por conta dessa necessidade de classificação, existe uma variação muito grande dos times que disputam esses torneios ao longo dos anos.

E ainda, ao contabilizar todas as edições dos torneios, nota-se um número limitado de edições, sendo o maior deles com pouco menos de 120 edições, apesar de alguns destes torneios terem mais de 100 anos de existência. Esse fato dificulta uma inferência estatística mais forte, porém é fato que existe uma tendência de concentração de títulos entre todos os torneios esportivos no mundo. Tal fenômeno seria causado por uma disparidade natural entre as equipes, ou a forma de disputa dessas competições favorece as equipes mais fortes se sagrarem campeãs? Afinal, temos um modelo justo de distribuição de *playoffs*, ou seja, os times estão tendo um número de vitórias próximos ao esperado ou o próprio modelo de disputas causa uma disparidade?

Como falado anteriormente, uma análise dos dados não seria o suficiente para se chegar a tal conclusão. Para isso foi criado um algoritmo no programa estatístico R, onde foi criado um campeonato do formato mata-mata contendo 8 equipes. Elas foram divididas de formas diferentes ao longo do trabalho. Os chamados campeonatos foram repetidos, em média, um milhão de vezes para cada um dos cenários diferentes. Já o cenário aleatório, foi repetido quase 17 milhões de vezes. Tal elevado número foi para se ter a garantia que cada uma das 40.320 formas de se organizar as equipes fossem repetidas um número mínimo de vezes.

O presente trabalho foi dividido em 4 capítulos, sendo que no primeiro será feita uma revisão de teoria dos jogos, algoritmos aplicados à teoria dos jogos e uma explicação do modelo de playoffs e sua utilização nesse trabalho. Após isso, será feita a apresentação do algoritmo utilizado e suas variações. No quarto capítulo, apresenta-se uma longa discussão sobre os resultados obtidos através do algoritmo, além de algumas sugestões de melhora no formato de *playoffs*.

2 TEORIA DOS JOGOS E ALGORITIMOS

A análise esportiva, feita por acadêmicos ou não, muitas vezes fica refém apenas dos dados, sem uma análise mais profunda das origens ou causas dos mesmos. Nesse contexto, uma análise mais cientifica pode ser de grande ajuda e a economia, mais especificamente a microeconomia, tem muito que contribuir para o aperfeiçoamento desta análise.

Dentro da microeconomia, uma das áreas que mais possa ser aplicada a análise dos esportes é a área de Teoria dos Jogos. O estudo de Jogos começou a ter maior desenvoltura nas mãos de John von Neumann, em meados dos anos 1920, e com a publicação de *Theory of games and economic behavior* de Neumann e Morgesntern (1944). Livro em que as bases da teoria matemática por trás da mesma foi melhor desenvolvida.

2.1 **TEORIA DOS JOGOS**

Foi com John. F. Nash Jr. que a Teoria dos Jogos se tornou uma teoria conhecida mesmo fora da economia. Inclusive representada na sétima arte, com o filme *A beautiful mind* [3] Em sua tese de doutorado, Nash introduziu a noção de equilíbrio:

> A ideia é que os agentes escolhem as melhores estratégias em resposta a estratégia adotada pelo outro, assim, o jogador não tem nenhum incentivo a mudar de estratégia. O sistema está em uma espécie de equilíbrio, com nenhuma força empurrando os jogadores para diferentes resultados. (EASLEY; KLEINBERG, 2010, p. 168, com adaptações).

Tal ideia foi posteriormente denominada de Equilibrio de Nash e rendeu a Nash o Nobel de economia em 1994.[4] Alguns modelos famosos de jogos que possuem equilíbrio de Nash, são os jogos de Bach ou Stravinsky, Caça ao cervo, e o mais famoso deles, o Dilema dos Prisioneiros.

O caso do Dilema dos Prisioneiros é o que segue: Dois homens são presos por um determinado crime, eles têm duas alternativas, cooperar com a polícia, o que será chamado de delatar. Já a outra opção é a de ficar calado, ou seja, não delatar. Para o caso de os dois delatarem, ambos ficaram presos por 5 anos. No caso de um delatar e o outro não, o que delatou será liberado, já o que se calou ficará preso por 10 anos. No caso de ambos se calarem, eles ficaram presos por 1 ano, por uma acusação menor.

Apesar do melhor cenário para ambos ser ficarem calados, o Equilíbrio de Nash é dado pelo cenário que ambos delatam, uma vez que é a única situação que, independente da

3 O filme, assim como o livro no qual se baseia, conta a história de vida de Nash, apesar de algumas caracterizações exageradas, mostra a importância e relevância de Nash, não só para a economia como para a matemática e ciências.
4 Prêmio concedido anualmente que reconhece pessoas ou instituições que tiveram descobertas ou contribuições importantes da área da economia.

escolha do outro jogador, o seu resultado será o melhor possível.

A aplicação da Teoria dos jogos vai muito além da economia, sua aplicação já se deu em vários outros campos, como: filosofia, biologia, ciências políticas, esportes entre outros. No âmbito da economia mais precisamente, foi fundamental para a criação das teorias mais modernas de oligopólio, que é caracterizado pela presença de um número limitado de firmas, sendo que esse número é sempre maior do que um.

A aplicação do equilíbrio pode ser estendida para outros aspectos além dos jogos citados. A criação de algoritmos é um deles, principalmente no que tange situações de *two-sided markets*, onde existem dois grupos distintos que podem se beneficiar com a interação entre eles.

No artigo proposto por SHAPLEY e GALE (1962) em uma extensão do teorema dos casamentos estáveis, que mostra como o modelo de admissão das Universidades nos Estados Unidos, pode ter também um pareamento similar ao de um casal.

No problema dos casais, os autores demonstram que dado um número *h* de homens e um número *m* de mulheres, sempre existe um conjunto de casamentos estáveis em que não é possível melhorar a situação de nenhum casal sem piorar a situação de algum outro.

De forma análoga, dado o critério de que *n* é o número de alunos candidatos a uma vaga nas universidades, *m* é o número de universidades com vagas. Para os alunos é pedido que ranqueiem as escolas pleiteadas em uma determinada ordem, sem empates, ou seja, um aluno deve sempre preferir uma escola a outra, e excluindo as escolas em que não deseja estudar. Já as universidades devem fazer o mesmo, ranquear os alunos em uma determinada ordem, excluindo os alunos que não desejam e nunca ter um empate na preferência entre dois diferentes alunos. Assim, temos dois tipos de situação, estável e não estável.

Na definição do autor, uma situação instável é quando: "Uma candidatura para uma vaga nas universidades é declarada instável quando dois candidatos α e β são destinados para as universidades A e B, respectivamente, embora β prefira A à B e A prefira β àα." (SHAPLEY; GALE, 1962, p. 3).

Já uma situação estável é chamada de ótima quando todos aos alunos estão tão bem quanto qualquer outra situação estável, ou seja, quando a mudança de escolha não traz uma melhora para o candidato sem a piora dos demais.

Após estabelecer que, caso uma escola não esteja disposta a aceitar o aluno, o mesmo não pode nem se candidatar mais uma vez para a escola que já o rejeitou, ocorre o seguinte procedimento: primeiramente todos os estudantes se candidatam para a escola de sua primeira escolha. Após a candidatura, cada escola seleciona todos os alunos de acordo com a respectiva lista e dentro do número de vagas. Cada escola ranqueia os alunos e seleciona a quantidade que preenche as vagas e os coloca em uma lista de espera, caso o número de candidatos seja maior que o número de vagas, as vagas remanescentes ficam para a segunda rodada, e descarta-se o restante. Os alunos rejeitados na primeira rodada, na segunda rodada aplicam para as segundas opções. As escolas que receberam novas ofertas avaliam se os alunos são mais bem classificados do que os ranqueou anteriormente e fica só com os melhores. Os alunos aprovados na segunda rodada são colocados em um novo *ranking*. Os excedentes são dispensados novamente e devem realizar o mesmo procedimento.

O processo termina quando cada aluno estiver ou em uma lista de espera ou rejeitado por todas as universidades que ele pode aplicar. Nesse momento as escolas admitem todos os alunos em sua lista de espera. É interessante notar que nesse artigo, temos algo muito similar com o conceito do Gato de Schrödinger, ou seja, nenhum aluno está aprovado ou reprovado até a última rodada de pareamento.[5] Pode-se ressaltar que na situação em que o número de vagas é maior que a quantidade de alunos (m > n), o algoritimo só para quando tiver alocado todos os alunos. Mais precisamente m nesse caso é o número total de vagas em todas as universidades somadas. Outro ponto importante de se destacar é que as listas, tanto dos alunos quanto das universidades precisam ser completas, ranquear todas as opções, caso contrário, pode haver incentivos para a censura da lista por parte dos participantes. Sobre isso ver os resultados de Gale & Sotomayor (1985) e Dubins & Freeman (1981).

Já no artigo de SHAPLEYe SCARF (1974), os autores buscam mostrar o equilíbrio de um ciclo de mercado onde cada agente que o compõe prefere um bem a outro, formando-se um modelo de trocas puras, ou seja, não existe a presença de transações monetárias de nenhuma forma. Em um modelo inicial esse bem é indivisível e cada membro somente pode possuir um bem. O trabalho busca de outro artigo de Scarf (1967) definições como a de core[6] que, para o autor, é uma generalização da curva de contrato de uma Caixa de Edgeworth[7].

> Sugere-se um vetor de nível de utilidades para os jogadores que atuam coletivamente, e uma coalizão arbitrária é examinada para se descobrir se existem vetores com níveis de utilidades maiores que o mesmo para todos os agentes. Se existir um vetor com melhor utilidade original, ele é um bloqueador de coalizão. Um vetor é chamado de *core* quando não há um vetor que seja bloqueado por outra coalizão (S. SCARF, 1967,p.1, com adaptações).

Com esse modelo, caso o jogo seja balanceado, os autores mostraram que sempre existe um *core* de mercado não vazio, ou seja, todos os agentes que compõem o mercado têm

5 "Qualquer um pode mesmo montar casos bem ridículos. Um gato é trancado dentro de uma câmara de aço, juntamente com o dispositivo seguinte (que devemos preservar da interferência direta do gato): num tubo contador Geiger há uma pequena porção de substância radioativa, tão pequena que talvez, no decurso de uma hora, um dos seus átomos decaia, mas também, com igual probabilidade, talvez nenhum se decaia; se isso acontecer, o tubo contador liberta uma descarga e através de um relé solta um martelo que estilhaça um pequeno frasco com ácido cianídrico. Se deixarmos todo este sistema isolado durante uma hora, então diremos que o gato ainda vive, se nenhum átomo decaiu durante esse tempo. A função-Ψ do sistema como um todo iria expressar isto contendo em si mesma o gato vivo e o gato morto simultaneamente ou dispostos em partes iguais." Erwin Schrödinger (1935)

6 Não existe um consenso na tradução do termo. Uma tradução mais livre indica para núcleo, porém o termo centro também seria adequado. Logo o autor escolheu não traduzir tal palavra, e mantê-la no seu formato original em inglês.

.

um conjunto de pareamentos, que ocorre entre um agente e um bem, e onde nenhum outro conjunto de pareamentos é melhor do que o primeiro. Esse conjunto de pareamentos é o *core* do mercado.

Em uma evolução no pensamento de GALE e SHAPLEY (1962) veio o trabalho de ROTH (1982), onde o autor busca determinar se existe ou não o incentivo dos agentes de revelarem honestamente a preferência de pareamento e com qual tipo de pareamento será gerado um pareamento estável.

Para tal, o autor busca o trabalho de GALE e SHAPLEY (1962), de Dubins e Freeman (1981), de Gale e Sotomayor (1985) como base. Os mesmos argumentos para a estabilidade dos pareamentos são utilizados, porém com a ideia que nenhum jogador terá um resultado tão bom quanto o de revelar sua real preferência. Ou seja, caso o jogador decida, por qualquer motivo, não revelar sua real preferência ele nunca terá um resultado tão bom quanto, quando a sua real preferência é revelada. Resultado válido para o lado que está propondo o algoritmo. Para o caso contrário, aquele do lado do mercado que recebe as propostas é provado que, a não ser no caso em que o *core* é único, há sempre uma opção de manipulação pelo lado que recebe as ofertas.

Estes estudos trabalham com o conceito de que os indivíduos querem o melhor para o grupo e para isso existem coalizões onde se busca o melhor para os membros da coalizão. Quando se pensa em esporte, a ideia de coalizão se manifesta para uma mesma equipe, mas em relação aos adversários não há jogo de ganha-ganha. Quando se analisa apenas o confronto contra um adversário, uma equipe deve pensar somente na sua vitória, não importando o que é melhor para o adversário. Afinal nada para a equipe, ou o torcedor, é mais importante do que a vitória em um campeonato.

Tal interpretação cai quando se pensa fora do campeonato, ou da união dos times em uma liga. Afinal, o interesse da liga não é um determinado time ser campeão, mas sim de que todos possuam interesse em continuar participando da mesma. O objetivo principal da liga é torna-la mais forte para ter maior audiência ou maior rentabilidade.

Assim a maneira de se analisar o problema muda completamente. O que antes era um jogo não cooperativo se torna um jogo cooperativo. Um jogo cooperativo é dado por uma definição formal que seguiremos de BRANDERBURGER (1974):

> Sendo N = {1,2,3...,n} um conjunto finito de n jogadores, e *i* o indexador dos jogadores, variando de 1 à n, ou seja, o valor dos diferentes números. A função característica denotada por *v* que associa a todos os subconjuntos S de N um número denotado *v*(S). O número *v*(S) é dado como o valor criado quando os membros do subconjunto S interagem. Em suma, um jogo cooperativo é um par (N, *v*), quando N é um conjunto finito e *v* é uma função que mapeia os

7.A caixa de Edgeworth é um modelo para trocas entre dois indivíduos com preferências estritamente convexas e o conjunto de pontos em que as curvas de indiferença de ambos os indivíduos são tangentes é a chamada curva de contrato, VARIAN (2015).

(subconjuntos de N para determinados números. Brandernburger (1974, p.2 com adaptações)

Uma forma informal estabelece que um jogo cooperativo ocorre quando a presença de um agente em um determinado grupo traz de utilidade maior para cada agente participante. Ou seja, é preciso analisar qual a vantagem que um jogador possui ao estar presente em um determinado grupo, outro ponto é que a análise se dá não em relação ao agente em si, mas no que o grupo, como um todo, pode conseguir como resultado e a repartição desse resultado entre os participantes.

Logo, o interesse não é necessariamente no resultado que é o melhor para a coalizão e na união das equipes que leva aos agentes a formarem um grupo, mas sim no que tais agentes participantes de uma coalizão podem ganhar com a formação de uma liga, ou com a manutenção da mesma, não há o agente altruísta, que atua para a maximização da utilidade do grupo em detrimento do próprio, quando a utilidade de estar sozinho é maior do que a de participar de uma equipe o agente larga a coalizão.

Uma formalização do valor que uma determinada coalizão traz a mais para as equipes é conceito de *Shapley Value,* tal conceito pode ser resumido da seguinte forma: A junção dos jogadores a uma determinada coalizão trás para todos um certo ganho por tal coalizão. Além disso jogadores diferentes, provavelmente trazem valores diferentes para tal cooperação, seja pelo valor que eles possuem previamente, ou por terem poderes de barganha em relação a tal coalizão. Tal barganha pode ser, por exemplo, um jogador sabe que se ele resolver sair da coalizão, a mesma acabará, fica a questão: qual seria a distribuição justa entre os times desse ganho extra, ou qual valor cada um pode razoavelmente esperar?

Ao trazer tal situação para o cenário do trabalho, o conceito fica um pouco mais claro. As equipes de maneira isoladas, tem forças determinadas e diferentes, seja pelo poder financeiro ou pelo número de torcedores. Essa força pode ser resumida por um valor financeiro, de maneira simplificada a receita. Ao se juntar a uma liga, essas equipes levam os torcedores, ou seja, as pessoas que trazem tal renda para a mesma. Porém ao se juntar a liga, a própria formação da mesma traz mais espectadores, uma vez que a liga em si é um espetáculo a ser assistido. Esse valor adicional a ser dividido entre as equipes é o *Shapley Value.*

Se esse valor for mais próximo de uma divisão igualitária a liga tende a ser mais equilibrada no longo prazo, uma vez que todas as equipes irão ter o mesmo poder financeiro para montarem times competitivos. Por outro lado, se tal valor foi divido apenas pela força antiga dos times, essa liga tende a ser menos balanceada a longo prazo.

Nos esportes americanos, esse equilíbrio é levado ainda mais em conta. Ao início de cada temporada os times que ficaram nas piores colocações são compensados, tendo as primeiras escolhas no *Draft.* [8] Além disso, todos os lucros da liga são divididos de forma igualitária e a presença de um limite de gastos de cada equipe também favorece para o equilíbrio da liga.

Na *Premiere League*, primeira divisão do campeonato de futebol inglês, a divisão de cotas de televisão também busca o equilíbrio da liga, sendo a maior parte dividida de forma igualitária entre os vinte clubes. O restante é dividido de acordo com a colocação no campeonato e o número de jogos transmitidos. Na temporada 2016/2017 a diferença entre o clube com maior receita e o de menor receita foi de menos de £ 60.000.000 ou 39% a menos, Globo Esporte (2017). Já no Brasileirão, primeira divisão do campeonato brasileiro de futebol, a diferença entre o clube com maior receita para o de menor receita, em 2016, foi de R$ 150.000.000 ou 88% a menos Trivela (2016). Com tamanha diferença, é natural se esperar uma discrepância muito grande na qualidade das equipes que disputam a competição.

Existe um problema na comparação desses campeonatos, ambos os campeonatos nacionais citados De futebol e no formato de pontos corridos. [11] Para o presente estudo, usaremos os formatos de *playoffs*. As diferenças apresentadas durante esse artigo, principalmente em quantidade de títulos e renda, são para ilustrar a diferença da qualidade das equipes, e a falta de equilíbrio trazida pela diferença financeira. Já no caso das ligas americanas, todas elas têm um formato de *playoffs* em algum momento, o que facilita a comparação.

8 Processo de seleção de jogadores para a liga profissional do respectivo esporte. Normalmente de jogadores ainda não profissionais.

9 Primeira divisão do campeonato inglês de futebol

10 Primeira divisão do campeonato brasileiro defutebol

11Sistema onde o time que somar o maior número de pontos em disputas dois a dois ao final do campeonato se sagra campeão.

2.2 CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO E ALGORÍTIMO

Toda a computação moderna depende do modelo binário sistematizado por George Boole no ano de 1854. Porém, foi com Alan Turing e John von Neumman que a ciência da computação começou a ser expandida. Turing criou, nos anos 1930, a primeira formalização de algoritmo, que foi a base para a tese de Church-Turin. A tese propõe que qualquer função natural pode ser computável, desde que por uma Máquina de Turing. A máquina de Turing pode ser traduzida em um programa de computador e vice e versa. Tal tese leva em conta 4 requisitos básicos:

1. O algoritmo é um conjunto de instruções simples, porém precisas, descritas com um número finito de símbolos.
2. Tal algoritmo sempre vai produzir um resultado em um número finito de etapas.
3. Em teoria, um algoritmo pode ser executado por um ser humano.
4. A execução de tal algoritmo não requer inteligência acima do necessário para seguir as instruções do mesmo.

Já Von Neumann foi responsável pela arquitetura de computadores que leva o seu nome. Esta arquitetura é a base de toda a computação até hoje e leva em conta três unidades que todo computador deve possuir (pelo menos uma):

1. Unidade lógica aritmética, ou ALU.
2. Memória
3. Unidade de processamento de instruções, ou IPU.

A linguagem de programação utiliza as três unidades citadas acima para efetuar suas funções. Tal linguagem pode ser definida como um conjunto de regras e parâmetros para a criação de um programa computacional. O impacto da criação de linguagens de programação e seus respectivos programas podem ser vistos em todas as áreas do conhecimento, dentre elas a análise de dados e a criação de algoritmos cada dia mais sofisticados.

No campo da criação de algoritmos existem várias linguagens de programação, dentre elas o Java, Python, C Sharp. A linguagem escolhida para a criação dos *playoffs* foi a linguagem R, por unir as duas características acima descritas, além de ser um programa gratuito e de relativa facilidade de aprendizado.

Para a confecção do algoritmo de *playoffs* foram utilizadas algumas etapas que serão melhor explicadas a seguir.

2.3 O ALGORÍTIMO

Para uma simplificação do caso, consideraremos 8 equipes divididas em 2 grupos. Equipes fortes e equipes fracas, os times de A até D são os considerados fortes e os times de E a H são considerados fracos. O algoritmo de playoff deve fornecer sempre um único time campeão e pode ser descrito pelos seguintes passos:

1. Os times são ordenados de acordo com suas respectivas forças, em ordem crescente de força.
2. Após tal ordenamento são determinadas as *strings* citadas anteriormente, que nada mais são do que a ordem dos confrontos, chamado de arranjo.
3. O arranjo é utilizado para formar a ordem inicial de confrontos dos times dois a dois. Por exemplo, o arranjo 'HGCEABDF' pode ser um dos sorteados.
4. Os quatro primeiros times da *string* ficam na Chave A dos *playoffs.* Já os quatro últimos no lado B, sendo que os times da Chave A e da Chave B só se enfrentam na última partida.
5. Ocorrem os confrontos dos times. Cada confronto possui apenas um 'vencedor' que é obtido de um sorteio que considera a razão de forças entre os times. O time de maior força tem maior probabilidade de ser escolhido como vencedor. Do arranjo do exemplo anterior, H confronta-se com G, C confronta-se com E, e assim por diante. Suponha que 'HCAE' sejam os vencedores.
6. Os vencedores da etapa anterior se enfrentam em ordem pré-estabelecida e um novo confronto com apenas um 'vencedor' se realiza. No exemplo anterior, H confronta-se com C, e A confronta-se com E. Digamos que 'CA' sejam os vencedores.
7. Os vencedores da etapa anterior se enfrentam e dela obtém-se o 'campeão', que é o vencedor final. No exemplo, A confronta-se com C e, digamos, que A sagra-se campeão.

Com exatamente 8 times, esse algoritmo terá sempre os quatro passos descritos acima, sendo que o primeiro passo é a determinação de como se dará a ordem dos confrontos. Logicamente é possível se expandir esse algoritmo facilmente para qualquer expoente de 2, sendo então necessário acrescentar mais um passo para cada expoente. Dessa forma, para o caso de 2^n times participantes de um *playoff*, o algoritmo teria (n + 1) passos.

De acordo com as forças descritas no Quadro 1 abaixo, tem-se a primeira rodada de confrontos. Pelo motivo citado acima, caso pudessem escolher a ordem dos confrontos cada equipe irá propor enfrentar a sequência de equipes mais fraca possível. Por exemplo, o arranjo inicial mais interessante para o time A é um do tipo 'AHGFEDCB', que fornece a ela probabilidade maior de ser campeã.

O objetivo deste trabalho, portanto, será o de comparar como diferentes arranjos para o passo 1 do algoritmo influenciam os resultados obtidos por cada time e verificar como isso decide a participação de cada time em um campeonato de mata-mata. Uma motivação inicial para isso se dá pela verificação de que tais arranjos iniciais na maioria dos campeonatos não são dados por um sorteio completamente aleatório. De maneira que pode haver um favorecimento que se pretende verificar pelo modelo.

Quadro 1 - As equipes e suas forças

EQUIPES	FORÇAS
TIME_A	9
TIME_B	8
TIME_C	7
TIME_D	6
TIME_E	4
TIME_F	3
TIME_G	2
TIME_H	1

Fonte: Elaboração do autor (2018).

Desenvolvimentos futuros deste trabalho podem considerar qual a maneira mais "justa" de se compor o sorteio inicial e demais maneiras de como tais sorteios iniciais são compostos. Dois ordenamentos interessantes podem ser obtidos da situação em que si permite aos times escolher a ordem de enfrentamento de acordo com uma regra (algoritmo). Uma delas pode ser a seguinte: dividem-se os times nos grupos fortes e fracos e propõe o algoritmo Gale-Shapley para os pareamentos iniciais. A outra pode se dar pelo algoritmo de Top Trading Cycles, que é o proposto por Shapley e Scarf (1974).

No Gale-Shapley, os times A, B, C e D vão todos propor se confrontar com o time H (o mais fraco). O time H, por sua vez, escolherá enfrentar D primeiro, se formando o par DH. Os times restantes rejeitados, A, B e C propõem se confrontar com G e G escolherá C. Sobram agora apenas A e B que propõem, ambos, se confrontarem com F, que escolherá B. Ao final A propõe se confrontar com E, que não recebeu propostas ainda. Esse arranjo está apresentado no Quadro 2 e foi chamado de arranjo Gale-Shapley. Esse *matching* é o mesmo que seria obtido caso os times mais fracos propusessem primeiro.

Outro arranjo possível é deixar os times escolherem quem querem enfrentar primeiro de acordo com o um algoritmo de *Top Trading Cycles* (Shapley-Scarf). Nesse caso todos os times, com exceção de H, escolheriam se confrontar com H que, por sua vez, escolhe enfrentar G que é a segunda mais fraca. Segundo esse algoritmo um arranjo para o início seria 'HGFEDCBA'. É um arranjo que maximiza as chances para o time mais fraco, como veremos depois nas análises mais simplificadas.

O que nesse trabalho será chamado de arranjo tradicional é quando a equipe com melhor campanha ou mais forte, joga com a equipe de pior campanha, de forma análoga, será tida como a mais fraca. A diferença nos arranjos fica clara, uma vez que as equipes fortes, no modelo tradicional, sempre enfrentam as mais fracas. Já nos dois outros arranjos, existe um maior equilíbrio de força nos confrontos.

Quadro 2 - Pareamentos estáveis vs Pareamentos reais

Arranjo Gale-Shapley	Arranjo Shapley-Scarf	Arranjo Tradicional
TIME_A (9) vs TIME_E (4)	TIME_A (9) vs TIME_B (8)	TIME_A (9) vs TIME_H (1)
TIME_B (8) vs TIME_F (3)	TIME_C (7) vs TIME_D (6)	TIME_B (8) vs TIME_G (2)
TIME_C (7) vs TIME_G (2)	TIME_E (4) vs TIME_F (3)	TIME_C (7) vs TIME_F (3)
TIME_D (6) vs TIME_H (1)	TIME_G (2) vs TIME_H (1)	TIME_D (6) vs TIME_E (4)

Fonte: Elaboração do autor (2018).

No primeiro caso, a chance de vitória das equipes fortes é sempre inferior do que no segundo caso. O que mostra que ao fazer o pareamento similar ao de SHAPLEY e SCARF (1974) temos que as chances de vitória das equipes fracas serão maiores. Porém, nesse cenário, as equipes fortes terão as suas vantagens realmente representadas? Ou seja, dada a diferença de força das equipes, as equipes tenderam a ganhar os campeonatos de forma condizente com suas respectivas forças? Caso isso não ocorra, seria do interesse das equipes prejudicadas pelo modelo se comprometerem com tal competição?

Os dados para o presente projeto foram todos criados no software estatístico R, através de um algoritmo criado pelo autor e descrito no início desta seção. Para este algoritmo simulamos situações com oito equipes. Cada equipe possui uma característica individual denominada "Força". A força é dada por um número em uma escala de um até dez e determina a qualidade do time ou seu posicionamento em uma hipotética fase inicial, sendo que quanto melhor colocada a equipe, maior será sua força. Esse instrumento foi utilizado para simular a diferença de qualidades entre equipes. Tal instrumento é fundamental, uma vez que é a única forma de diferenciação entre as equipes, e também considerando que no presente trabalho, diferenças como mando de campo, torcida e outros fatores externos não foram considerados (pode-se imaginá-los como fazendo parte apenas do componente aleatório).

Tabela 1 - Descrição das equipes e forças

EQUIPES	FORÇAS
TIME_A	a
TIME_B	b
TIME_C	c
TIME_D	d
TIME_E	e
TIME_F	f
TIME_G	g
TIME_H	h

Fonte: Autor

É através da variável "Força" que vem como citado anteriormente o arranjo dos confrontos, e ainda a determinação da probabilidade de vitória de uma equipe em relação a outra. Para se determinar a vitória de uma equipe, foi necessária a criação de uma função probabilidade. Tal função deveria ser dependente da força de cada equipe, uma vez que a variação da força do adversário faz com que a probabilidade de vitória da equipe varie.

$$P(\alpha) = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \text{ para } \alpha > 0 \text{ e } \beta > 0 \qquad (1)$$

Para se determinar a vitória de uma equipe, foi necessária a criação de uma função probabilidade. Tal função deveria ser dependente da força de cada equipe, uma vez que a variação da força do adversário faz com que a probabilidade de vitória da equipe varie.

A Formula 1 mostra que a probabilidade de vitória de uma equipe de força alfa em relação a equipe de força beta é igual à força da equipe alfa sobre a soma de forças das duas equipes. Assim o software sempre vai ter uma força relativa, ou seja, a probabilidade de vitória da equipe vai sempre depender da sua própria força e da força do adversário.

Com o valor dessa probabilidade condicional, o algoritmo sorteia o time vencedor do confronto e passa para a próxima fase. O time não sorteado, ou perdedor, é retirado da competição. Esse processo acontece em 3 rodadas subsequentes. Nesse ponto, existe apenas um time restante, que é considerado o campeão.

Após a criação da função probabilidade, pode-se ter o vitorioso de cada confronto. Entretanto, é necessária a criação de um sistema em que exista um agrupamento das equipes em determinada ordem, formando o chaveamento dos *playoffs*. Esse agrupamento é feito da seguinte forma:

Realizaremos dois procedimentos, o primeiro deles é um sorteio completamente aleatório, onde todas as equipes são retiradas e divididas em dois grupos, denominados "Chave A" e "Chave B". Após isso, obtidos os arranjos por sorteio, o primeiro time da "Chave A" joga contra o segundo da mesma chave, o terceiro joga contra o quarto. Os vencedores se enfrentam na fase seguinte, e o vencedor dessa fase vai para a final. Na "Chave

B" o processo é o mesmo, sendo que o vencedor dessa fase enfrenta o vencedor da outra chave, assim tendo a equipe campeã.

No sistema criado não existe diferenciação de ordem, ou seja, a posição de cada equipe no chaveamento só determina o confronto e não garante a equipe nenhuma vantagem no confronto, ou seja, o confronto "Time_A" vs. "Time_B" é o mesmo que "Time_B" vs. "Time_A".

De forma sistêmica todo o processo de simulação dos torneios acontecerá da seguinte forma:

1. Inicialmente são definidas as forças das equipes, tais forças irão variar de acordo com o modelo a ser simulado.
2. Um sorteio direcionado irá acontecer, para organizar as equipes para as respectivas chaves e posições dentro de cada chave. Isso resultará em uma *string* do tipo 'ACEFBGHD'
3. Obtido uma string inicial, irá ocorrer a primeira rodada, onde cada time enfrentará um adversário designado por meio da ordem.
4. Passada primeira rodada, as quatro equipes restantes irão se enfrentar, de acordo com o chaveamento original.
5. Os dois vencedores da segunda rodada se enfrentaram, na última partida, definindo assim o campeão.
6. Após o campeão ser determinado, todo o processo é repetido a partir do item 3, até se completar o número de repetições desejadas.
7. Após se alcançar o número de repetições desejadas, é necessária a definição de um novo arranjo inicial e todo o processo se reinicia.

O modelo apresentado na figura 1 é o modelo em que todo o mata- mata será baseado e ajuda a ilustrar o funcionamento do algoritmo e das simulações. Sempre se mantendo as posições citadas, sendo que a diferença de cada um dos modelos a serem analisados será dada apenas com a mudança das posições de cada equipe.

Figura 1 - Modelo 3

Fonte: O autor (2018)

Para a análise, o primeiro grande problema foi determinar quais confrontos que aparentavam ser diferentes, mas representavam o mesmo confronto. Uma vez que para o modelo não existe diferença pratica entre uma equipe estar na "Chave 1" ou "Chave 2", nem seu posicionamento absoluto dentro da chave, ou seja, somente a posição que determina o confronto é levada em consideração.

Caso não existisse tal diferenciação dos confrontos, ou seja, a ordem de cada confronto implicasse que tal confronto fosse diferente, seria uma combinação sem reposição simples. Que pela estatística sabe-se que é 8! ou 40320 arranjos de confrontos diferentes.

Para obter-se o número de confrontos diferentes possíveis, utilizou-se a formula de combinação. A formula geral de combinação é dada por:

$$C = \frac{n!}{s!(n-s)!} \quad (2)$$

Logo, ao considerar a combinação através dos pares de confrontos e travando o primeiro confronto como constante, tem-se uma combinação com o valor de *n* igual a 6 e o valor de *s* igual a 2, assim sendo

$$C = \frac{6!}{2!4!} \quad (3)$$
$$C = 15$$

Ou seja, o valor de combinações diferentes dado que o primeiro confronto já está definido é igual a 15. Por uma questão de simplificação de contas, agora irá se travar apenas o primeiro time, variando assim os pares do primeiro confronto. Como temos sete equipes além da primeira que já está definida, obtemos o valor de sete pares. Tal valor deve ser multiplicado pelo número de confrontos *C* definido anteriormente. Com isso, dado o primeiro time sendo constante, obtêm-se o valor de 105 confrontos únicos (15×7). Porém, ainda falta a permutação dos pares de confrontos.

Como se tem que o número de pares em um mata-mata com oito equipes é igual a 4, e tem-se que cada chave possui dois pares de times. Temos, novamente, uma combinação, porém, com o valor de *n* igual a 4 e o valor de *s* igual a 2. Assim:

$$C = \frac{4!}{2!2!} \quad (4)$$
$$C = 6$$

Assim tem-se que temos 6 formas distintas de se organizar os pares de times nos confrontos, logo, multiplicamos o valor de confrontos únicos encontrado em (3), 130, pelo valor encontrado em (4), obtendo assim o valor de confrontos únicos, 630. Esse número ainda é muito elevado para simulações com muitas repetições para cada combinação.

Assim, tal simulação e representação de todos os confrontos diferentes traria um problema logístico gigantesco. Resolveu-se então criar pareamentos em situações de fronteira, cujos os times possuam forças nas situações mais extremas possíveis. Isso foi feito para se ter uma tendência do que aconteceria nas outras centenas de pareamentos possíveis. Para isso foram criados dois modelos diferentes, e cada um deles com duas distribuições de forças diferentes e com variações de cenários. Tais modelos são apresentados na seção a seguir.

2.4 OS MODELOS

Para o presente trabalho, foram criados alguns cenários básicos para a simulação de uma pequena competição no formato mata- mata, com oito times. Existe também, em todos os modelos, um pareamento aleatório, que vai conter todos os pareamentos possíveis. Esse modelo aleatório é importante para determinar qual a porcentagem de vitória esperada de cada equipe no longo prazo, ou seja, para se obter um modelo comparativo.

No primeiro caso, o Modelo 1, tem-se os times divididos em dois patamares de forças muito distintos, sendo quatro equipes muito fortes, com força de valor 9 e quatro equipes muito fracas, com a força no valor de 1.

Tabela 2 - Modelo 1, com forças extremas

Chave	Equipes	Cenário 1	Cenário 2	Cenário 3	Cenário 4
Chave A	TIME_A	1	9	9	9
	TIME_B	1	1	9	9
	TIME_C	1	9	1	1
	TIME_D	1	1	1	9
Chave B	TIME_E	9	9	9	9
	TIME_F	9	1	9	1
	TIME_G	9	9	1	1
	TIME_H	9	1	1	1

Fonte: O autor (2018)

Com essas respectivas forças, as equipes foram divididas em quatro formas diferentes. No primeiro cenário, todas as equipes fortes ficam isoladas em um lado da chave, assim como todas as equipes fracas também. No segundo, tem-se as equipes distribuídas uniformemente entre as chaves, sendo que a equipe forte sempre enfrenta a equipe fraca na primeira fase. No terceiro, as equipes também são uniformemente distribuídas, porém na primeira rodada a equipe forte enfrenta outra equipe forte, já a equipe fraca enfrenta outra equipe fraca. E no último cenário, são colocadas três equipes fortes e uma fraca em um lado da chave e três equipes fracas e um forte no outro lado da chave.

Noutra simulação, criou-se o mesmo cenário do chaveamento anterior, porém, com uma diferença de forças não tão extremas, ou o mais próximas possível a uma igualdade de forças entre as equipes fortes e fracas. Assim, os valores das forças ficaram em 4,99 e 5,01

Quadro 3 - Modelo 1, com forças bem semelhantes

Chave	Equipes	Cenário1	Cenário 2	Cenário 3	Cenário 4
Chave_A	TIME_A	4,99	5,01	5,01	5,01
Chave_A	TIME_B	4,99	4,99	5,01	5,01
Chave_A	TIME_C	4,99	5,01	4,99	4,99
Chave_A	TIME_D	4,99	4,99	4,99	5,01
Chave_B	TIME_E	5,01	5,01	5,01	5,01
Chave_B	TIME_F	5,01	4,99	5,01	4,99
Chave_B	TIME_G	5,01	5,01	4,99	4,99
Chave_B	TIME_H	5,01	4,99	4,99	4,99

Fonte: O autor, 2018

respectivamente. Ainda foi criada uma repetição do Modelo um com forças variando de 4 para as equipes fracas até 5, para as equipes fortes.

Nesse modelo 1, tanto o Pareamento Tradicional, quanto o Arranjo de Galey -Shapley são iguais, uma vez que só temos duas forças diferentes, ambos representados pelo Cenário 2. Já o Arranjo de Shaplay-Scarf é representado pelo Cenário 1.

No segundo modelo, "Modelo 2", criou-se patamares de forças, 1, 4, 6 e 9. Primeiramente, no primeiro cenário, colocaram-se de forma igual os times fortes e fracos, de forma que os confrontos entre os dois acontecessem o mais cedo possível. Noutro cenário colocou-se o time mais forte para enfrentar o time mais fraco, o segundo mais forte com o segundo mais forte e assim sucessivamente.

Nesse modelo existe uma grande variação, uma vez que há dois novos patamares de forças, os medianos fortes e os medianos fracos. Assim, a distribuição muda de maneira considerável. Com a adição dessas novas categorias criou-se a simulação com os mesmos dois sub-modelos, forças extremas e forças bem semelhantes.

No primeiro caso, as forças foram dadas de maneira mais extrema, tendo as equipes fortes, medianamente fortes, as equipes medianamente fracas e as fracas. Já as equipes medianas distribuídas de uma forma próxima entre elas, porém com uma diferença considerável para as duas outras. Os cenários diferentes podem ser conferidos no quadro 4.

Quadro 4 - Modelo 2, com 4 patamares e força extrema

Chave	Equipes	Cenário 1	Cenário 2	Cenário 3	Cenário 4	Cenário 5
Chave A	TIME_A	1	1	1	1	1
	TIME_B	1	4	6	9	1
	TIME_C	4	1	1	1	9
	TIME_D	4	4	6	9	9
Chave B	TIME_E	6	6	4	4	4
	TIME_F	6	9	9	6	4
	TIME_G	9	6	4	4	6
	TIME_H	9	9	9	6	6

Fonte: O autor (2018)

Na primeira parte, com forças extremas, cinco cenários diferentes foram criados. No primeiro as equipes foram pareadas com equipes cujas forças são iguais em ordem crescente. Já no segundo, as equipes fracas enfrentavam as do segundo patamar de força, já as do terceiro patamar de força enfrentavam as mais fortes. O terceiro é uma alternativa ao segundo, sendo que as equipe medianas fracas trocaram suas respectivas posições com as medianas fortes. Já no quarto caso tem a situação extrema de um lado da chave, onde as equipes fortes enfrentavam as equipes fracas e as medianas fracas enfrentavam as medianas fortes. O último cenário se diferencia do anterior na primeira fase, uma vez que as equipes fracas se enfrentam os fortes se enfrentam, sendo que o confronto entre fortes e fracas acontece na fase seguinte. O mesmo ocorre no outro lado da chave, onde as equipes medianas fracas se enfrentam assim como as medianas fortes, sendo o confronto entre as equipes com essa força acontece apenas na fase seguinte.

Já o segundo cenário foi criado seguindo a mesma tendência do primeiro modelo, comas forças não extremas, com a maior igualdade possível. Assim as quatro categorias de força foram restabelecidas para novos patamares. Assim as equipes fortes tiveram força igual a 5,02. Já para as equipes medianas fortes foi dada a força de 5,01. Para a equipe mediana fraca foi dada a força de 4,99, e para a equipe denominada fraca, foi dada a força de 4,98.

No modelo 2, o Pareamento Tradicional é representado pelo Cenário 4, enquanto o Arranjo de Galey -Shapley é representado pelo Cenário 3. Já o Arranjo de Shaplay-Scarf é representado pelo Cenário 1

Outra situação criada foi a de evolução de forças para o Modelo 1. Tal modelo foi criado para a verificação da existência de um valor de fronteira, ou seja, existe um valor no qual o número de vitórias cresce mais que proporcionalmente ao aumento de força. Para tal as forças das equipes fracas variaram entre 4 e 4,99, já das equipes fortes, variaram

Quadro 5 - Modelo 2, com forças em 4 patamares

Chave	Equipes	Cenário 1	Cenário 2	Cenário 3	Cenário 4	Cenário 5
Chave A	TIME_A	4,98	4,98	4,98	4,98	4,98
	TIME_B	4,98	4,99	5,01	5,02	4,98
	TIME_C	4,99	4,98	4,98	4,98	5,02
	TIME_D	4,99	4,99	5,01	5,02	5,02
Chave B	TIME_E	5,01	5,01	4,99	4,99	4,99
	TIME_F	5,01	5,02	5,02	5,01	4,99
	TIME_G	5,02	5,01	4,99	4,99	5,01
	TIME_H	5,02	5,02	5,02	5,01	5,01

Fonte: O autor (2018)

entre 6 e 5,01, sendo que os valores variaram sempre em escala decimal, e o somatório das duas forças sempre foi igual a 10.

Cada cenário de cada modelo, foi repetido pelo *software* por 1.000.000 de vezes, sendo assim, tal simulação se aproxima muito da esperança de vitória, dada a probabilidade p(n) determinada no capítulo anterior. Já que o modelo aleatório foi repetido 16777216, tal número foi escolhido para garantir a repetição dos 40320 cenários possíveis de pareamento.

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Após a definição de quais serão os modelos apresentados, foi feita a simulação no programa R, que determinou a porcentagem de vitórias de cada equipe em cada um dos cenários descritos no capítulo anterior. A forma de apresentação vai seguir sempre a mesma fórmula. Primeiramente será apresentada uma tabela, com as porcentagens de cada um dos cenários do modelo. Após isso, será mostrado um gráfico, onde são apresentadas todas as porcentagens de vitórias dos times com forças iguais juntas, para uma melhor visualização dos dados.

Tabela 3 - Resultados Modelo 1, com forças extremas

Equipes	Cenário 1	Cenário 2	Cenário 3	Cenário 4
Time_A	2,51 %	0,16%	24,28 %	15,54%
Time_B	2,48 %	24,83%	24,29 %	15,54%
Time_C	2,49 %	0,15%	0,68 %	0,17%
Time_D	2,51 %	24,83%	0,69 %	25,98%
Time_E	22,50 %	0,15%	24,34 %	40,75%
Time_F	22,51 %	24,89%	24,28 %	0,5%
Time_G	22,56 %	0,16%	0,70 %	0,74%
Time_H	22,50 %	24,78%	0,70 %	0,73%

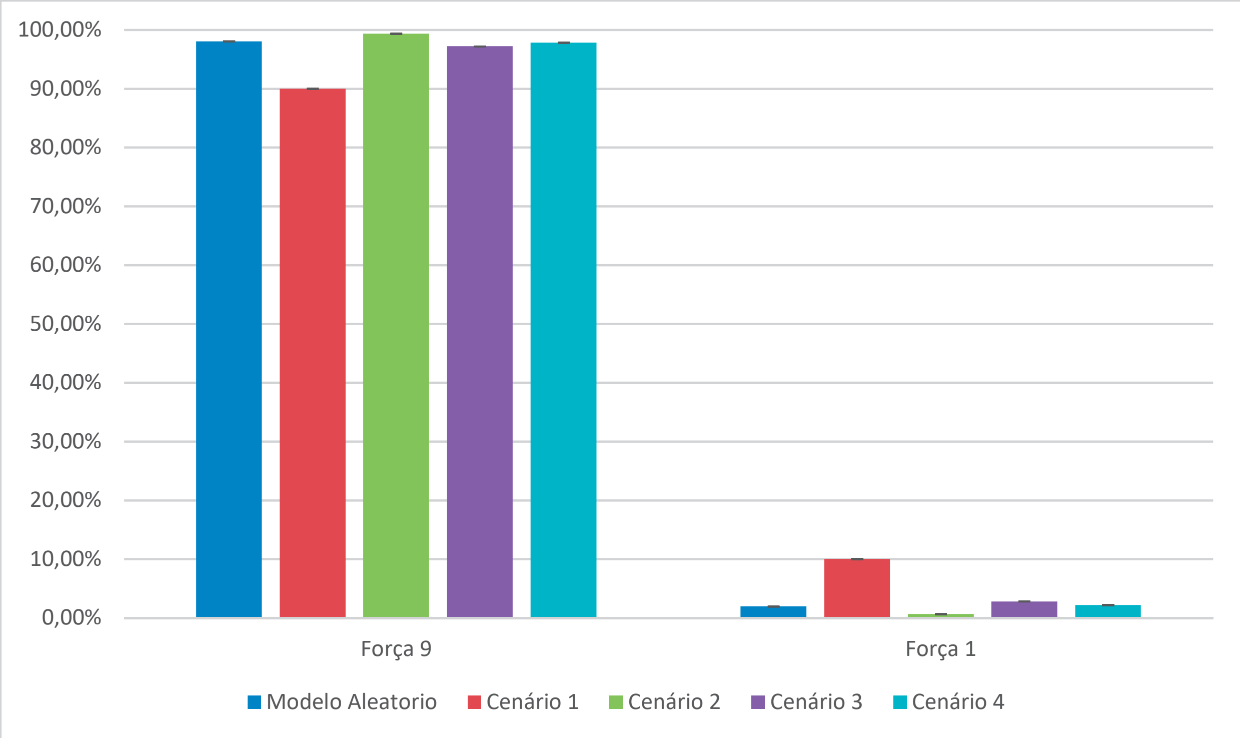
Fonte: O autor (2018)

Como pode ser visto na Tabela 3, quando se tem um modelo, cujas forças são extremas, os times com maior força são sempre muito favoritos. Tal fator chega ao extremo quando um time forte tem pela sua frente apenas times fracos, com exceção da partida final. Nesse cenário, essa equipe em particular, representado pelo "Time_E" do cenário 4, tem, sozinho, 40,75% de índice de vitória. Já o somatório de vitórias de todas as equipes fortes chega a 97,83%.

Já o cenário que mais favorece as equipes fracas é o apresentado no cenário 1, onde ele enfrenta somente equipes fracas em seu caminho até a final, garantindo assim a presença de uma equipe fraca nas finais. O índice de vitórias dessas equipes, nesse cenário é de, aproximadamente, 10%. Tal cenário é importante para determinar o que ocorreria caso os times fortes e fracos tivessem o confronto só na final, assim, maximizando a chance das equipes fracas. O que traria uma vantagem para os times de pior campanha, algo que não é o comum a ser praticado nas grandes competições esportivas.

O cenário 2 é o que maximiza as chances das equipes fortes. Nesse cenário as equipes fortes se sagram vencedoras em, aproximadamente 99,35%, ou seja, as equipes fracas quase não obtêm nenhuma chance de vitória, uma vez que na maioria das vezes em seu caminho haverá uma equipe forte. No cenário 3, onde os confrontos na penúltima fase sempre serão entre uma equipe forte e fraca, o índice de vitória das equipes fracas é de apenas 2,73%, cenário muito semelhante ao cenário 4.

Figura 2 - Modelo 1, com forças extremas



Fonte: O autor (2018)

Graficamente, a visualização vista na Figura 2, mostra que em praticamente todos as situações os valores encontrados nos cenários 2, 3 e 4 são os valores que mais se aproximam do valor do cenário aleatório. Sendo o cenário 2, o que mais acontece nos campeonatos, temos que os valores achados por ele são bem próximos dos previstos pela simulação aleatória.

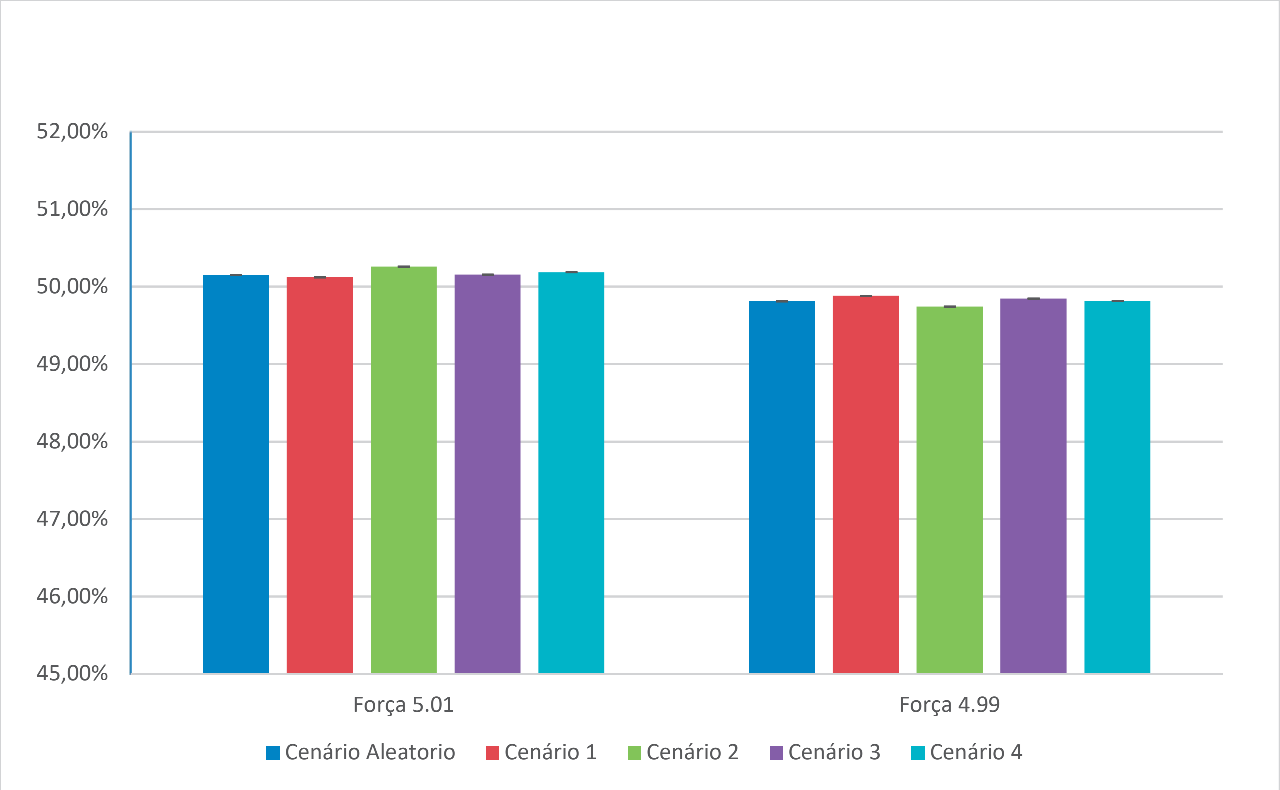
Tabela 4 - Modelo 1, com forças semelhantes

Time	Cenário 1	Cenário 2	Cenário 3	Cenário 4
Time_A	12,47%	12,56%	12,51%	12,54%
Time_B	12,50%	12,44%	12,55%	12,51%
Time_C	12,42%	12,57%	12,44%	12,44%
Time_D	12,46%	12,43%	12,49%	12,56%
Time_E	12,50%	12,57%	12,51%	12,55%
Time_F	12,55%	12,38%	12,56%	12,44%
Time_G	12,57%	12,54%	12,47%	12,48%
Time_H	12,48%	12,47%	12,41%	12,43%

Fonte: O autor (2018)

Já no Modelo 1, com as forças parecidas o resultado foi completamente diferente, como se pode ver na Tabela 4. Como fica percebido, a distribuição de vitórias fica muito próxima a 12,5%, que seria a divisão mais igualitária possível para um campeonato de 8 equipes. Fica claro assim, que em um campeonato muito próximo ao equilíbrio das equipes, um sorteio seria quase desnecessário, uma vez que todas as equipes têm chances similares de serem campeãs.

Figura 3 - Modelo 1, com forças semelhantes



Fonte: O autor (2018)

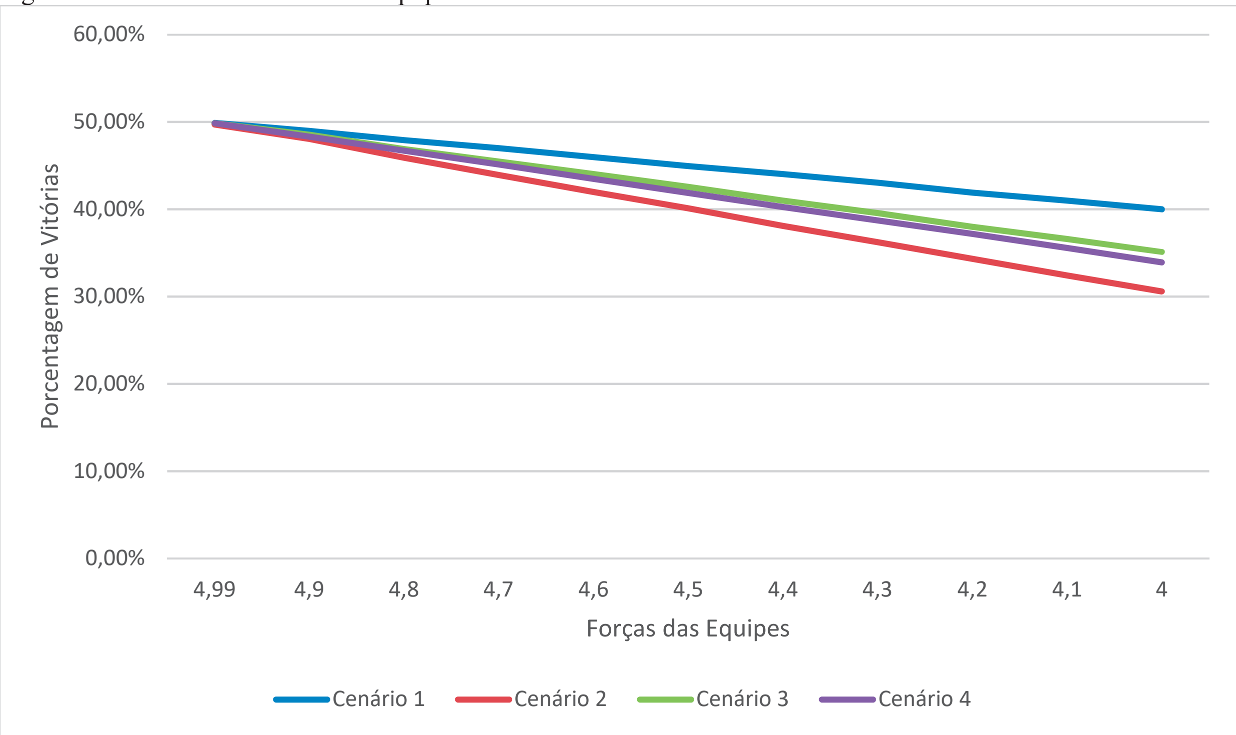
O gráfico da Figura 3 mostra bem essa realidade. Ao se comparar os quatro cenários com o cenário aleatório temos que todos estão muito próximos de uma distribuição igualitária de vitórias de 12,5%, ou seja, com uma maior homogeneidade das equipes, os sorteios ou pareamentos vão perdendo a importância.

Foi feita uma nova simulação do Modelo 1, dessa vez com as forças variando entre 4 e 4.99, para as equipes fracas, e entre 5,01 e 6 para as equipes fortes. Os valores variavam em uma escala de 0.1 até o valor de 4.9, onde o aumento foi de 0.09 (essa diferença no valor se dá para que não se tenha uma distribuição de forças totalmente homogênea). Esse modelo é necessário para se mostrar a evolução de vantagens de cada um dos cenários. Tal simulação pode ser vista na Imagem 2.

O melhor cenário para as equipes fracas, como é visto na Figura 4, continua sendo o primeiro, já o pior cenário é o segundo. Como pode se ver a diferença de vitória chega a 10% percentuais, entre os dois modelos, quando a força das equipes fracas é de 4 e das equipes fortes é de 6. Tal diferença vem caindo, até chegar a praticamente 0, quando as equipes fortes e fracas têm forças quase que equivalentes.

Essa convergência de resultados quando existe também a convergência de forças, reforça o pensamento de que quanto mais discrepante é a força das equipes mais importante é se prestar atenção no chaveamento, uma vez que, somente mudando o chaveamento existe uma discrepância muito grande no percentil de vitória das equipes.

Figura 4 - Somatório de vitória das equipes fracas



Fonte: O autor (2018)

Já os cenários 3 e 4, que tem a distribuição de 2 equipes fortes e 2 fracas por chave, tem resultados muito semelhantes ao longo da evolução das forças. Além disso, a diferença cai de forma muito menos agressiva do que nos outros dois cenários. Tal situação deve ser levada em conta, uma vez que mostra que a distribuição dos times, dentro desses dois cenários é quase que indiferente.

Vale ressaltar também, que o percentual de vitória nesses dois cenários, principalmente no terceiro, coincide com a porcentagem média de vitórias entre os cenários 1 e 2. Tal fator ressalta o fato que, um desses dois cenários é o mais justo para as situações representadas no Modelo 1, onde temos dois grupos de times com forças distintas, porém homogênea dentro do seu patamar.

Conforme visto na Tabela 5, no Modelo com forças extremas, o melhor cenário para as equipes muito fracas é, novamente o Cenário 1, onde elas enfrentam o segundo grupo mais fraco de equipes. Nesse cenário as equipes fracas têm juntas um pouco mais de 2% de vitórias, já com as equipes médias acontece algo interessante.

A equipe com média fraca ganha um pouco mais do que a média forte, uma diferença de, aproximadamente, 1,5% na soma de vitória dessas equipes. Tal fator pode ser explicado pela proporção de força entre as equipes fracas e médias fracas serem mais discrepantes do que das médias fortes com os fortes. Tal fato se repete no cenário 2, onde a equipe média fraca tem um valor de vitórias bem superior ao da equipe média fraco, com uma diferença de 8% na soma das vitórias dessas equipes.

Tabela 5 - Modelo 2, com forças extremas

Time	Cenário 1	Cenário 2	Cenário 3	Cenário 4	Cenário 5
Time_A	1,16%	0,58%	0,34%	0,23%	0,82%
Time_B	1,17%	15,23%	20,96%	30,85%	0,82%
Time_C	13,79%	0,60%	0,33%	0,22%	28,64%
Time_D	13,76%	15,21%	20,99%	30,64%	28,69%
Time_E	13,00%	11,01%	4,80%	5,60%	7,17%
Time_F	13,06%	23,15%	4,78%	13,36%	7,17%
Time_G	22,05%	11,06%	23,88%	5,70%	13,36%
Time_H	21,98%	23,12%	23,89%	13,38%	13,33%

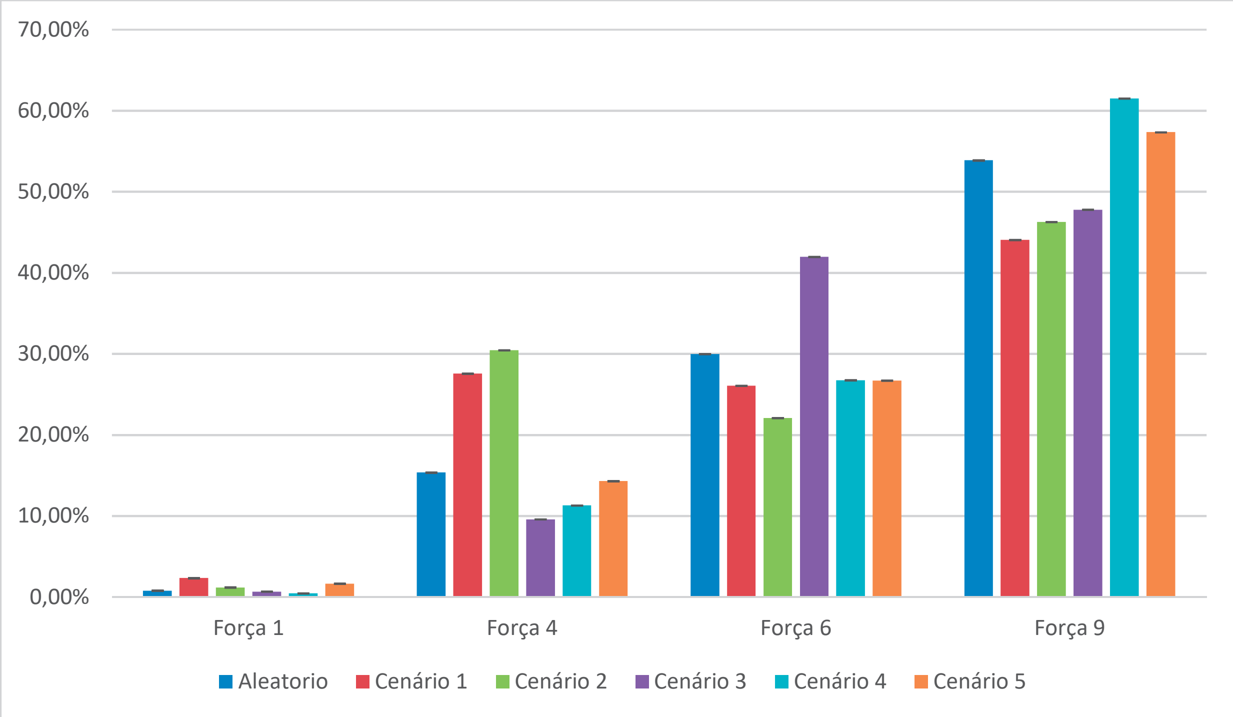
Fonte: O autor (2018)

Já o cenário 3 é o que maximiza as chances das equipes médias fortes, chegando bem próximos ao valor das equipes fortes. É nesse cenário também que ocorre a segunda pior situação para as equipes fortes, algo a se esperar, uma vez que elas estão enfrentando a segunda força do campeonato, as equipes de forças mediana forte.

O cenário 4 e 5 são os que maximiza a quantidade de vitórias das equipes fortes, sendo que no primeiro é o que tal equipe tem a maior vantagem. A diferença é grande para as equipes fracas, uma vez que no segundo cenário elas ganham 4 vezes mais. Já as equipes da segunda força, qualquer um dos modelos é virtualmente indiferente. Com isso, percebe-se que as vitórias que a segunda equipe mais fraca ganha no cenário 5 em relação ao 4, vem das equipes fortes.

Como pode ser visto na Figura 5, nesse modelo existe uma variação gigantesca no percentil de vitória das equipes em cada um dos cenários. Para a equipe mediana fraca, o percentil de vitória triplica do cenário 3 para o 2. Já para as equipes fracas o valor chega a quadruplicar. A variação vai diminuindo quanto maior é a força das equipes, porém são consideráveis.

Figura 5 - Modelo 2, com forças extremas



Fonte: O autor (2018)

Para os quatro times mais fracos o cenário 2 dá uma porcentagem de vitória superior ao valor do cenário aleatório. O cenário que mais se aproxima do valor aleatório, para as equipes fracas é o cenário 5. Já para as 4 equipes fortes o cenário 2 dá um percentual de vitórias inferior ao valor do cenário aleatório, já o que mais se aproxima do valor aleatório é também o cenário 5, porém em uma proporção menor do que para as equipes fracas.

Já para o cenário 4, o pareamento tradicional, os resultados não foram próximos ao do cenário aleatório, sendo que para as quatro equipes fortes, ocorreu um número maior de vitórias em relação ao cenário aleatório. Já para as 4 equipes mais fracas a situação se inverteu, as equipes tiveram uma menor quantidade de vitórias. Isso mostra que o atual modelo de *playoffs* não é o ideal para o cenário aqui representado.

Conforme já falado anteriormente é que o cenário 3 tem porcentagens bem próximas para as equipes de força 6 e 9. Já o quarto e quinto cenário são os mais extremos para as equipes fortes. Enquanto isso o cenário 2 é o melhor para as equipes médias fracas e o terceiro é o melhor para as equipes médias fortes.

Conforme visto na Tabela 6, no Modelo com forças semelhantes, o melhor cenário para as equipes fracas é o Cenário 3, onde elas enfrentam o segundo grupo mais fraco de equipes. Porém nesse caso a diferença de vitórias para o cenário 1 é muito pequena, quase que insignificante. Assim como a diferença para as equipes fracas e médias fracas também.

Esse fato se repete em todos os cenários, a diferença entre as 4 equipes fracas é sempre muito pequena. Isso se deve ao fato que a proporção de forças nesse caso tende a 1, fazendo com que, virtualmente as forças sejam iguais.

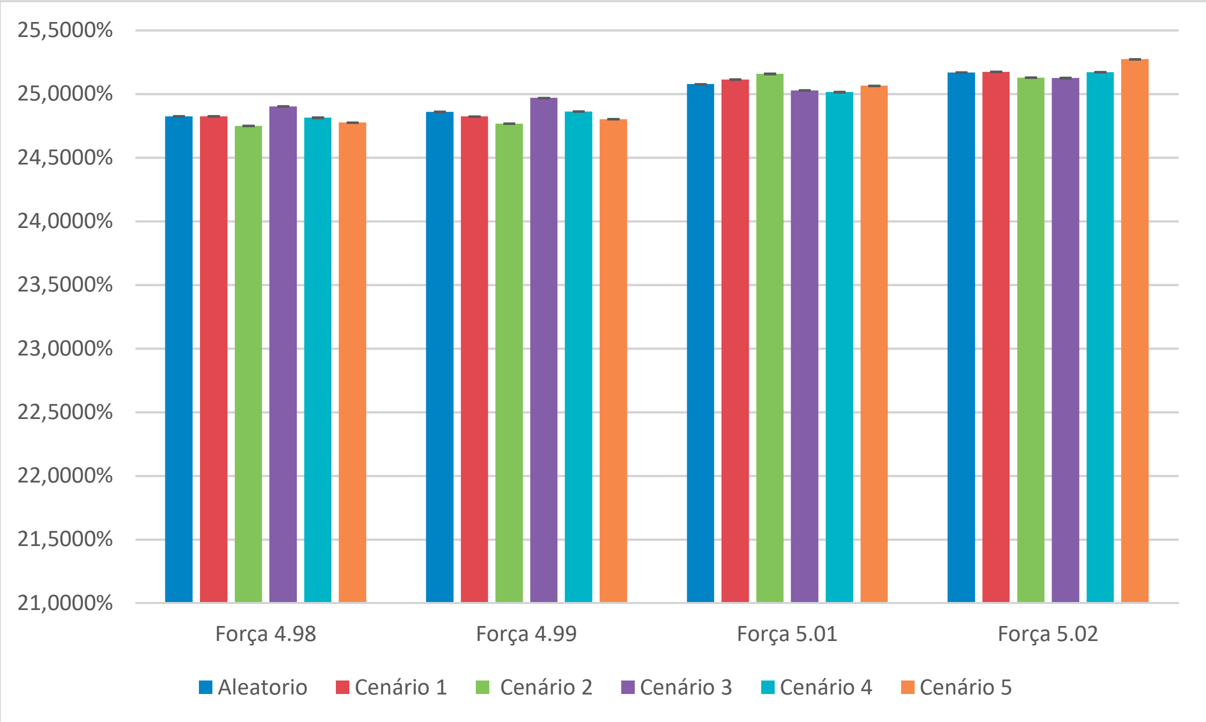
Tabela 6 - Modelo 2, com forças semelhantes

Time	Cenário 1	Cenário 2	Cenário 3	Cenário 4	Cenário 5
Time_A	12,42%	12,38%	12,31%	12,45%	12,41%
Time_B	12,40%	12,45%	12,45%	12,52%	12,58%
Time_C	12,46%	12,38%	12,60%	12,45%	12,40%
Time_D	12,47%	12,51%	12,45%	12,42%	12,59%
Time_E	12,54%	12,53%	12,52%	12,51%	12,46%
Time_F	12,54%	12,58%	12,44%	12,56%	12,54%
Time_G	12,59%	12,55%	12,63%	12,52%	12,46%
Time_H	12,58%	12,63%	12,52%	12,57%	12,54%

Fonte: O autor (2018)

Já o Modelo que mais das chances para as equipes fortes é o cenário 5. O cenário 4 e 1 também é muito vantajoso para tais equipes. O cenário mais favorável para as equipes médio fortes é o cenário 2, seguido pelo cenário 1. A diferença de vitórias entre os dois tipos de equipes fortes é muito pequena. A variação de vitórias vista nesse Modelo 2, com forças semelhantes é muito pequena, pelo mesmo motivo do Modelo 1, com forças semelhantes. A

Figura 6 - Modelo 2, com forças semelhantes



Fonte: O autor (2018)

variação nas forças é muito pequena, o que leva a um equilíbrio na quantidade de vitórias.

Graficamente o que se vê na Figura 6 é que os cenários que mais ajudam as equipes fracas é o cenário3. Já o cenário que mais se aproxima do cenário aleatório para todas as equipes é o cenário 1, porém mesmo nesses cenários as 4 equipes mais fracas não ganham tanto quanto no cenário aleatório. Já as equipes mais fortes são sempre ajudadas, como exceção dos cenários 3 e 4.

4 CONCLUSÃO

O presente trabalho buscou investigar a justiça da atual modelo mata-mata com o propósito de descobrir se ele é interessante para todos os clubes participantes de um torneio. Para tal investigação, foram feitas simulações dos dados no programa estatístico R. Essa escolha ocorreu uma vez que as séries de dados reais dos times nos esportes, apesar de antigas, são pequenas e com elas não é possível se obter conclusões estatísticas.

A divisão do trabalho buscou trazer uma explicação dos modelos de *playoffs* além de um breve histórico de algumas competições relevantes. Tal histórico é importante para se ter uma noção da distribuição da realidade versus a distribuição obtidas das simulações.

Já a análise sobre se é interessante as equipes se manterem em um campeonato, de acordo com suas respectivas forças e número de vitórias é feita com base na Teoria dos Jogos, especificamente na área de jogos cooperativos.

Vale ressaltar que a análise de alinhamento com a realidade é feita com a comparação dos resultados em relação ao cenário aleatório.

Os resultados dos dois modelos gerais criados são divergentes. No primeiro modelo obteve-se que o comumente observado nas competições modelo de *playoffs* é o mais justo, tanto para as equipes fortes quanto para as equipes fracas. Tal resultado é quase surpreendente, uma vez que esse é o modelo que na teoria, traz maior vantagem para as equipes fortes e maior desvantagem para as equipes fracas.

Outro fator observado no primeiro modelo é a inexistência de um valor de fronteira para um aumento de vitória acima da proporção. Tanto para as equipes fortes, quanto para as equipes fracas. Isso mostra que, para todos os cenários estudados, a quantidade de vitorias cresce linearmente de acordo com a sua probabilidade de vitória, ou sua força cresce.

Porém, vale ressaltar que esse modelo é um modelo muito extremo, afastado da realidade. Sua presença nesse trabalho é justificada para se observar uma situação muito extrema.

Já o segundo cenário é um mais próximo da realidade, com equipes separadas em patamares diferentes de forças. O resultado desse modelo mostra que, no pareamento tradicional, as quatro equipes mais fortes ganham os campeonatos em um valor acima do valor aleatório. Por consequência as equipes fracas ganham os campeonatos em um valor abaixo do aleatório. Isso se repete para quando as forças são mais próximas, até de maneira mais forte do que no modelo de forças extremas.

Esse resultado leva a crença de que, do ponto de vista puramente esportivo, não é interessante para as equipes fracas continuarem em um campeonato com o formato atual de mata-mata, uma vez que os ganhos esperados por elas em outros campeonatos são superiores ao que eles obtêm nesse modelo. Já para as equipes fortes é interessante manter tal formato, uma vez que esse modelo as favorece e nele elas ganham mais do que o esperado pela sua força.

Porém tal analise de manutenção ou não de uma equipe em um torneio não deve ser apenas esportiva, uma vez que existe uma quantidade muito grande de dinheiro envolvida, como visto na Introdução deste trabalho. Não é coincidência que a liga mais equilibrada seja a NFL, uma vez que é a que mais busca o equilíbrio entre seus times.

Esse fato se reflete no valor da liga. Apesar de a NFL ser a liga americana com o menor número de jogos durante a temporada, todos os seus 32 times estão entre os 50 times mais valiosos do mundo de acordo com a Forbes (BADENHAUSEN, DATA).

Uma solução para melhorar o atual modelo de mata-mata seria o cenário 1 do modelo 2, onde as equipes fortes ficam todas em um lado e as fracas ficam todas do outro lado. Esse é o modelo que mais se aproxima de um cenário de justiça em relação ao cenário aleatório.

Para trabalhos futuros, uma análise maior dos dados pode ser feita, para se mostrar a tendência de vitórias de equipes a partir de determinadas fases. Outro diferencial seria uma criação de forças evolutivas, ou seja, uma equipe fraca que elimina uma equipe forte ganha uma porcentagem de força, como se fosse um ganho de moral. Além disso, a criação de jogos em casa ou fora de casa, poderiam aproximar mais os modelos da realidade.

REFERÊNCIAS

BADENHAUSEN , Kurt. **Full List: The World's 50 Most Valuable Sports Teams 2017**. Disponível em: <https://www.forbes.com/forbes/welcome/?toURL=https://www.forbes.com/sites/kurtbadenhausen/2017/07/12/full-list-the-worlds-50-most-valuable-sports-teams-2017/&refURL=https://www.google.com.br/&referrer=https://www.google.com.br/>. Acesso em: 27 jun. 2018.

BRANDERNBURGER, Adam . **Cooperative Game Theory**: Characteristic Functions, Allocations, Marginal Contribution. Journal of Economic Theory, f. 324-326, 1974 Tese () - . Disponível em: <http://www.uib.cat/depart/deeweb/pdi/lbm/arxius_decisions_and_games/cooperative_game_theory-brandenburger.pdf>. Acesso em: 9 mai. 2018.

DROEHLICH, SARA. **NOTES ON COOPERATIVE GAME THEORY AND THE CORE**. 20 p. Disponível em: <http://www.math.mcgill.ca/vetta/CS764.dir/Core.pdf>. Acesso em: 8 mai. 2018.

DUBINS, Lester E.; FREEDMAN, David A. Machiavelli and the Gale-Shapley algorithm. The American Mathematical Monthly, v. 88, n. 7, p. 485-494, 1981.

EASLEY, Davir; KLEINBERG, Jon. **Networks, Crowds, and Markets:**: Reasoning about a Highly Connected World. Cambridge University Press, 2010.

FINKELSTEIN, Daniel . **Giant-killing not a tall order in FA Cup**. Disponível em: <https://web.archive.org/web/20060105024420/http://www.timesonline.co.uk:80/article/0,,7973-1430225,00.html>. Acesso em: 18 mai. 2018.

GALE, David; SOTOMAYOR, Marilda. Ms. Machiavelli and the stable matching problem. The American Mathematical Monthly, v. 92, n. 4, p. 261-268, 1985.

JUDE COLLIE, Ashley. **Soccer's Oldest Knockout Tournament, the English FA Cup, Offers up Blood, Thunder, the Imps and Romance this Weekend**. Disponível em: <https://www.huffingtonpost.com/entry/soccers-oldest-knockout-tournament-the-english-fa_us_58c2c448e4b0c3276fb783e6>. Acesso em: 18 jun. 2018.

NEEUMANN, John Von; MORGESNTERN, Oskar. **Theory of Games and Economic Behavior**, v. 1. 1944. 625 p.

PREMIER League anuncia distribuição de quase R$ 10 bilhões em cotas de TV. **Globo Esporte**. 2017. Disponível em: <https://globoesporte.globo.com/futebol/futebol-internacional/futebol-ingles/noticia/premier-league-anuncia-distribuicao-de-quase-r-10-bilhoes-em-cotas-de-tv.ghtml>. Acesso em: 15 mai. 2018.

ROTH, ALVIN. **THE ECONOMICS OF MATHINGS**: STABILITY AND INCENTIVES. MATHEMATICS OF OPERATIONS RESEARCH, v. 7, 1982 Tese () - University of Illinois.

S. SCARF, Herbet. **The Core of an N Person Game**. Econometrica, v. 35, p. 50-69, 1967 Tese () - . Disponível em: <http://www.jstor.org/stable/1909383?seq=1#page_scan_tab_contents>. Acesso em: 9 mai. 2018.

SAIBA quanto seu time receberá de dinheiro das cotas de TV do Brasileirão 2016. Trivela, 2016. Disponível em: <http://trivela.uol.com.br/saiba-quanto-seu-time-recebera-de-dinheiro-das-cotas-de-tv-do-brasileirao-2016/#17>. Acesso em: 15 mai. 2018.

SHAPLEY, L.S; GALE, D. **COLLEGE ADMISSIONS AND THE STABILITY OF MARRIAGE**. The American Mathematical Monthly, v. 9, p. 9-15, 1962 Tese () - Brown University . Disponível em: <www.jstor.org/stable/2312726?origin=JSTOR-pdf&seq=1#page_scan_tab_contents>. Acesso em: 1 mai. 2018.

SHAPLEY, Lloyd; SCARF, Herbert. **ON CORES AND INDIVIBILITY**. Journal of Mathematical Economics, f. 14, p. 23-37, 1974 Tese () - .

VARIAN, Hal. Microeconomia. Elsevier Brasil, 2015.

SCHRÖDINGER, Erwin. **DIW GEGENWÄRTIGE: SITUATION IN DER QUANTERNMECHANIK.** Naturwissenshaften, n 23 p.810

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO – UFOP
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS– DEECO – ICSA
COLEGIADO DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS

Certifico que o aluno (a)João Lúcio Matos Resende, autor(a) do trabalho de conclusão de curso intitulado "**Análise das Distribuições de times campeões em um torneio do tipo Mata-Mata segundo a Força dos times**", efetuou as correções sugeridas pela banca examinadora e que estou de acordo com a versão final do trabalho.

Delgado

Victor Maia Senna Delgado
(Nome do Orientador (a))
Orientador (a)

Mariana, 17 de Julho de 2018.