

Ministério da Educação
Universidade Federal de Ouro Preto
Escola de Minas
Departamento de Engenharia de Produção, Administração e Economia

ALINE LAIS PEREIRA ASSUNÇÃO

**ANÁLISE DE MODELOS DE PREVISÃO DE
SÉRIES TEMPORAIS PARA OS BENEFÍCIOS
PREVIDENCIÁRIOS CONCEDIDOS PELO INSS
NO BRASIL**

Ouro Preto
2023

Aline Lais Pereira Assunção

**ANÁLISE DE MODELOS DE PREVISÃO DE SÉRIES
TEMPORAIS PARA OS BENEFÍCIOS PREVIDENCIÁRIOS
CONCEDIDOS PELO INSS NO BRASIL**

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia de Produção da Universidade Federal de Ouro Preto como parte dos requisitos para a obtenção do Grau de Engenheiro de Produção.

Universidade Federal de Ouro Preto

Orientador: Prof. Dr. Magno Silvério Campos

Ouro Preto
2023



FOLHA DE APROVAÇÃO

Aline Laís Pereira Assunção

Análise de Modelos de Previsão de Séries Temporais para os Benefícios Previdenciários Concedidos pelo INSS no Brasil

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia de Produção da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de Engenheira de Produção

Aprovada em 15 de dezembro de 2023.

Membros da banca

Prof.º Dr.º **Magno Silvério Campos** - Orientador - Universidade Federal de Ouro Preto

Me. **Renato Fernandes Ferreira** - Examinador Convidado - Universidade Federal de Ouro Preto

Prof. Me. **Cristiano Luís Turbino de França e Silva** - Examinador Convidado - Universidade Federal de Ouro Preto

Magno Silvério Campos, orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito na Biblioteca Digital de Trabalhos de Conclusão de Curso da UFOP em 15/12/2023.



Documento assinado eletronicamente por **Magno Silverio Campos, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 15/12/2023, às 12:08, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Renato Fernandes Ferreira, COORDENADOR(A) DE PROCESSOS E PROJETOS ORGANIZACIONAIS**, em 15/12/2023, às 12:22, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Cristiano Luis Turbino de Franca e Silva, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 17/12/2023, às 08:41, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **0642763** e o código CRC **955C7C34**.

Dedico esse trabalho aos meus pais, Clara e Genildes, e à minha irmã, Amanda, por sempre acreditarem em mim.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente à Deus, que me presenteia todos os dias com a energia da vida, que me dá forças e coragem para atingir os meus objetivos.

Aos meus pais que, desde cedo, me ensinaram o valor da educação para se entender o mundo e que me mostraram, com muita paciência e amor, que não há limites para a busca de um sonho, para se querer sempre mais da vida e ser feliz.

Ao meu orientador, Magno, pela dedicação, paciência, amizade, oportunidades e ensinamentos que serviram como pilares de sustentação para a conclusão deste trabalho. Aos professores do DEPRO que durante muito tempo me ensinaram e que me mostraram o quanto estudar é bom.

Aos meus amigos e colegas de curso, por todo suporte, amizade, conquistas, esclarecimento de dúvidas e trocas de experiências.

E por fim, às pessoas com quem convivi ao longo desses anos de curso em Ouro Preto, que me incentivaram e que certamente tiveram impacto na minha formação acadêmica.

*"Boa sorte é o que acontece quando a oportunidade encontra o planejamento."
Thomas Edison*

Resumo

Este estudo discute a importância das análises de previsões para os benefícios concedidos pelo Instituto Nacional do Seguro Social (INSS) no Brasil. O INSS desempenha um papel fundamental na seguridade social do país, oferecendo uma variedade de benefícios previdenciários. No entanto, a gestão eficiente do sistema previdenciário requer a capacidade de prever com precisão a demanda futura por esses benefícios, especialmente em um contexto de envelhecimento da população e incertezas econômicas. Este trabalho explora a aplicação de métodos de previsão de séries temporais para aprimorar a gestão dos benefícios do INSS. A pesquisa abrange um extenso período, de 1988 a 2022, e emprega métodos simples e avançados para análise de séries temporais. O enfoque principal reside na análise quantitativa, visando identificar padrões sazonais, tendências temporais e aprimorar a precisão das previsões. Além disso, visa contribuir para a compreensão do papel das análises de previsões na engenharia de produção em contextos previdenciários.

Palavras-chave: INSS. Análises de Previsões. Benefícios Previdenciários. Séries Temporais. Previsão de Demanda. Engenharia de Produção.

Abstract

This study discusses the importance of forecast analysis for the benefits granted by the National Social Security Institute (INSS) in Brazil. The INSS has a fundamental role in the country's social security system, offering a variety of social security benefits. However, efficient management of the social security system requires the ability to accurately forecast future demand for these benefits, especially in a context of an ageing population and economic uncertainty. This paper explores the application of time series forecasting methods to improve the management of INSS benefits. The research includes an extensive period, from 1988 to 2022, and employs both simple and advanced methods for analyzing time series. The main focus is on quantitative analysis, with the aim of identifying seasonal patterns, temporal trends and improving the accuracy of forecasts. It also aims to contribute to understanding the role of forecast analysis in production engineering in social security contexts.

Keywords: INSS. Forecast Analysis. Social Security Benefits. Time Series. Social Security Sustainability. Demand Forecasting. Production Engineering.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Processo de Previsão.	18
Figura 2 – Gráfico de Séries Temporais - Benefícios Concedidos pelo INSS x Me- ses/Ano	21
Figura 3 – Gráfico de Média Móvel Simples para Total	22
Figura 4 – Gráficos de Resíduo de Média Móvel para Total	23
Figura 5 – Gráfico de Suavização Exponencial para Total	24
Figura 6 – Gráfico de Resíduo de Suavização Exponencial para Total	25
Figura 7 – Planilha do Microsoft® Excel® para Cálculo do Método de Holt	26
Figura 8 – Aplicação do Suplemento Solver do Microsoft® Excel® na Planilha do Método de Holt	27
Figura 9 – Recorte de Planilha com os Valores Ótimos para α e γ	27
Figura 10 – Gráfico do Método de Holt para Total	28
Figura 11 – Método de Holt no Minitab®	28
Figura 12 – Planilha do Microsoft® Excel® para Cálculo do Método de Holt - Winter	29
Figura 13 – Aplicação do Suplemento Solver do Microsoft® Excel® na Planilha de Método de Holt - Winter	30
Figura 14 – Recorte de Planilha com os Valores Ótimos para α , β e γ	30
Figura 15 – Gráfico do Método de Holt - Winters (Método Aditivo)	31
Figura 16 – Gráfico de Resíduo de Holt - Winters para Total	32
Figura 17 – Gráfico de Análise de Tendência Quadrática para Total	33
Figura 18 – Gráfico de Resíduo de Tendência Quadrática para Total	34
Figura 19 – Planilha do Microsoft® Excel® para Cálculo dos Índices Sazonais para Holt - Winter Aditivo	35
Figura 20 – Gráfico de Índices Sazonais para Holt - Winter Aditivo para Total	36
Figura 21 – Planilha do Microsoft® Excel® para Cálculo dos Refinos dos Índices Sazonais para Holt - Winter Aditivo	37
Figura 22 – Aplicação do Suplemento Solver do Microsoft® Excel® na Planilha de Refinos de Índices Sazonais Holt - Winter Aditivo	37
Figura 23 – Recorte da Planilha com os valores ótimos para α , β e γ , para a média dos índices sazonais e para o EQM	38
Figura 24 – Gráfico dos Refinos dos Índices Sazonais para Total	38

Lista de tabelas

Tabela 1 – Série Histórica Anual da Quantidade de Benefícios Concedidos pelo INSS.	20
Tabela 2 – EQM - Erro Quadrático Médio	34
Tabela 3 – Compilado de Resultados	39
Tabela 4 – Previsões para os Próximos 12 Meses para Índes Sazonais para Holt -	
Winter	40

Sumário

Lista de ilustrações	7
Lista de tabelas	8
1 INTRODUÇÃO	10
2 REFERENCIAL TEÓRICO	12
2.1 INSS e Benefícios no Brasil	12
2.2 Previsões e Análises de Séries Temporais	13
2.2.1 Modelos de Séries Temporais	13
2.2.1.1 Médias Móveis Simples	14
2.2.1.2 Suavização Exponencial	14
2.2.1.3 Método de Holt	15
2.2.1.4 Método de Holt - Winter	15
2.2.1.5 Método de Regressão - Tendência Quadrática	16
2.2.1.6 Índice e Refino Sazonal	16
2.2.1.7 Acurácia	17
3 METODOLOGIA	18
4 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	20
4.1 Médias Móveis Simples	21
4.2 Suavização Exponencial	23
4.3 Método de Holt	26
4.4 Método de Holt - Winter	29
4.5 Método de Regressão - Tendência Quadrática	32
4.6 Índice e Refino Sazonal	34
4.7 Resultados	38
5 CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS	40
REFERÊNCIAS	41

1 Introdução

O Instituto Nacional do Seguro Social (INSS) desempenha um papel fundamental na sociedade brasileira ao conceder uma ampla gama de benefícios previdenciários a seus segurados. Esses benefícios abrangem desde aposentadorias até auxílios por incapacidade, pensões e outros auxílios financeiros destinados a assegurar o bem-estar econômico de seus beneficiários em momentos de necessidade. O INSS é um pilar do sistema de proteção social do Brasil, abrangendo milhões de brasileiros em diferentes estágios de suas vidas. (BRASIL, 2023)

A sustentabilidade do sistema previdenciário, entretanto, é um desafio constante perante as mudanças demográficas, econômicas e sociais (FILHO; RIBEIRO; LÁUA, 2023). Em um cenário de envelhecimento populacional e incertezas econômicas, a capacidade de prever com precisão as necessidades futuras e a demanda por benefícios é de extrema importância para a gestão eficiente do INSS e para certificar que o sistema se conserve e seja qualificado à atender às necessidades de seus segurados.

É nesse contexto que as análises de previsões de séries temporais desempenham um papel crucial. Segundo Sousa et al. (2021), as análises de séries temporais são utilizadas para acompanhamento de fenômenos da natureza, análise demográfica, em marketing, e em áreas relacionadas ao controle de qualidade e saúde. Estas envolvem a aplicação de métodos e técnicas estatísticas e matemáticas para estimar eventos futuros com base em dados e tendências observadas ao longo do tempo. Quando aplicadas aos benefícios concedidos pelo INSS ao longo dos anos, essas análises podem ajudar a prever a demanda futura por benefícios, o que é fundamental para o planejamento, alocação de recursos e políticas previdenciárias eficazes.

O objetivo principal deste estudo é identificar um modelo de previsão que melhor se adeque ao histórico de concessões da Previdência Social do Brasil, analisando a dinâmica dos benefícios previdenciários e como os modelos de previsão de séries temporais podem ser utilizados para a análise dos benefícios previdenciários concedidos pelo INSS no Brasil. Para tal, os objetivos específicos são:

- Coletar os dados referentes à série histórica de concessões dos benefícios previdenciários do INSS;
- Realizar o estudo estatístico dos dados com diferentes modelos de previsão;
- Comparar os resultados encontrados.

Passado o momento em que as questões previdenciárias brasileiras estavam no centro do debate nacional devido a proposta e efetivação da mais recente reforma debatida na Proposta de Emenda à Constituição, PEC, nº 6/2019, esta monografia oferece uma

oportunidade para avaliar como as análises de previsões podem aprimorar a tomada de decisões no âmbito do INSS, promovendo a sustentabilidade do sistema previdenciário e o bem-estar de seus beneficiários.

O presente trabalho está segmentado em cinco capítulos, onde o primeiro apresenta uma introdução sobre o que diz respeito ao conteúdo mencionado, a importância do tema, a motivação e os propósitos da pesquisa.

No segundo capítulo é apresentado a revisão bibliográfica das definições, dividida em: INSS e benefícios no Brasil, modelos de séries temporais, três modelos de previsão para séries temporais e medidas de precisão para modelos de séries temporais.

No terceiro capítulo é tratado das metodologias envolvidas no estudo, incluindo a definição da base de dados utilizada na pesquisa, além da descrição do tipo e quais são as limitações encontradas durante a apuração dos dados.

O quarto capítulo evidencia a base de dados manipulada, os modelos de previsão utilizados e os resultados obtidos.

Enfim, no último capítulo as considerações finais são expostas com os resultados do trabalho.

2 Referencial teórico

Neste capítulo são apresentados dados históricos e de funcionamento do INSS para contextualização geral e os tipos de benefícios concedidos aos seus segurados. Além disso são explicadas como são realizadas as análises de séries temporais, os principais modelos de previsões, e a importante relação entre a previsibilidade e o sistema previdenciário brasileiro com base em estudos anteriores.

2.1 INSS e Benefícios no Brasil

De acordo com [Brasil \(2022\)](#), desde o período imperial já existiam políticas com visão previdenciária. No entanto, foi apenas em 1923, com a aprovação da Lei Eloy Charles que o país começou a atuação do sistema previdenciário, composto inicialmente pelas Caixas de Aposentadorias e Pensões - CAPs das empresas ferroviárias. O objetivo era segurar os trabalhadores durante o período em que não estivessem trabalhando.

Com o passar dos anos, os sindicatos se organizaram e então surgiram os Institutos de Aposentadorias e Pensões - IAPs, onde cada categoria tinha o próprio instituto. Em 1960, foi criada a Lei Orgânica de Previdência Social - LOPS que tornou única a legislação dos IAPs, e em 1966 os IAPs foram unificados, surgindo o Instituto Nacional de Previdência Social - INPS. O conceito de Seguridade Social foi estabelecido com a Constituição de 1988.

O Instituto Nacional do Seguro Nacional - INSS, foi criado em 1990 em substituição do INPS. Cabe ao INSS "a operacionalização do reconhecimento dos direitos da clientela do Regime Geral de Previdência Social – RGPS" ([BRASIL, 2022](#)), e portanto, "é um instrumento fundamental de proteção aos trabalhadores, uma vez que estabelece algumas garantias" ([NULLE; MOREIRA, 2019](#)).

Conforme o Artigo 18 da Lei nº 8.213/1991:

O Regime Geral de Previdência Social compreende as seguintes prestações, devidas inclusive em razão de eventos decorrentes de acidente do trabalho, expressas em benefícios e serviços: I - quanto ao segurado: a) aposentadoria por invalidez; b) aposentadoria por idade; c) aposentadoria por tempo de contribuição; (Redação dada pela Lei Complementar nº 123, de 2006) d) aposentadoria especial; e) auxílio-doença; f) salário-família; g) salário-maternidade; h) auxílio-acidente; II - quanto ao dependente: a) pensão por morte; b) auxílio-reclusão; III - quanto ao segurado e dependente: a) pecúlios; (Revogada pela Lei nº 9.032, de 1995) b) serviço social; c) reabilitação profissional. ([BRASIL, 1991](#))

Desta forma, entende-se então que a previdência compreende as pessoas que contribuem com o INSS e podem usufruir dos benefícios que incluem o auxílio por incapacidade temporária, aposentadorias, entre outros ([WANDSCHEER, 2023](#)).

2.2 Previsões e Análises de Séries Temporais

Segundo [Montgomery, Jennings e Kulahci \(2015\)](#) uma previsão é uma predição de um acontecimento futuro, e uma série temporal é uma sequência cronológica, ou focada para o tempo, de observações de uma variável de interesse. Caso seja identificado em informações passadas uma variação sistemática pode-se construir um modelo de previsão para orientar sobre o que esperar no futuro.

2.2.1 Modelos de Séries Temporais

Para [Sousa et al. \(2021\)](#), o objetivo dos modelos de séries temporais é representar matematicamente de forma simples o processo que gerou as observações de uma série e tentar aproximá-las ao máximo da realidade dos dados.

São vários os modelos que possuem a capacidade de prever o futuro, mas no geral é dado pela seguinte fórmula contida na Equação [2.1](#):

$$\hat{y}_{t+1} = f(y_t, y_{t-1}, y_{t-2}\dots) + \varepsilon \quad (2.1)$$

onde,

- \hat{y}_{t+1} , representa o valor previsto no período $t + 1$;
- y_t , representa o valor real para a variável no período t ;
- y_{t-1} , representa o valor real para a variável no período $t - 1$, e assim por diante;
- ε representa o erro aleatório, condição essencial do cálculo.

Vale ressaltar a importância de analisar os erros de previsão. [Montgomery, Jennings e Kulahci \(2015\)](#) diz que a diferença entre a observação y_t e o valor obtido pelo ajuste de um modelo de série temporal aos dados, ou um valor ajustado \hat{y}_t definido anteriormente, é chamado de resíduo e é denotado pela Equação [2.2](#):

$$\varepsilon_t = y_t - \hat{y}_t \quad (2.2)$$

A razão para esta distinção entre erros de previsão e resíduos é o fato da maioria dos modelos se ajustarem melhor aos dados históricos do que às suas previsões.

As séries temporais podem ser modeladas de duas formas, a depender se os dados observados possuem a **sistemática** e a **aleatoriedade**. [Sousa et al. \(2021\)](#) define a estrutura sistemática da série como sendo o padrão comportamental dos dados, no qual pode-se entender as características funcionais da série e fazer previsões para valores futuros. Já a aleatoriedade da série representa a ocasionalidade dos dados, ou seja, a presença de ruídos nos dados, por exemplo.

Baseado na definição da estrutura sistemática, torna-se possível detectar as duas principais características que permeiam as séries temporais: a **tendência** e a **sazonalidade**. [Montgomery, Jennings e Kulahci \(2015\)](#) define a tendência como sendo um movimento evolutivo, para cima ou para baixo, do valor da variável, podendo ser de longo prazo ou mais curtas e dinâmicas. A sazonalidade é o componente do comportamento das séries cronológicas que se repete numa base regular, por exemplo, todos os meses ou anos, como num ciclo.

2.2.1.1 Médias Móveis Simples

O modelo de previsão de médias móveis é o mais fácil e simples de se entender, e por esse motivo, é um dos mais utilizados para realizar previsões ([MONTGOMERY; JENNINGS; KULAHCI, 2015](#)).

[Ragsdale \(2014\)](#) define como "simplesmente a média das k observações mais recentes na série", tal qual a Equação [2.3](#)

$$\hat{y}_{t+1} = \frac{y_{t-k+1} + y_{t-k+2} + \dots + y_{t-1} + y_t}{k} \quad (2.3)$$

Para [Morettin e Toloï \(2018\)](#) apesar da fácil aplicação, de poder ser utilizada com um número pequeno de observações e possuir flexibilidade para se determinar o valor de k , o modelo traz algumas desvantagens como não os pesos atribuídos às observações serem iguais, limitando o uso do modelo, ter a necessidade de armazenar pelo menos $k-1$ observações e ser difícil determinar o valor ideal de k .

2.2.1.2 Suavização Exponencial

Suavização exponencial ou ajuste exponencial simples é uma média ponderada de todos os valores anteriores na série temporal, onde a observação mais recente recebe o maior peso e a observação mais recente seguinte recebe o segundo maior peso, e ect [Ragsdale \(2014\)](#).

O método utiliza de uma constante, ou peso, que determina os valores das previsões. O valor dessa constante é determinado a partir de uma correlação entre os dados e as previsões.

O ajuste exponencial simples pode ser obtido da forma como mostrado na Equação [2.4](#):

$$\hat{y}_{t+1} = \hat{y}_t + \alpha(y_t - \hat{y}_t) \quad (2.4)$$

sendo α uma constante, tal que $0 \leq \alpha \leq 1$

Das vantagens desse método, [Morettin e Toloï \(2018\)](#) destacam o fácil entendimento, aplicação não custosa e a flexibilidade permitida pela variação da constante de suavização.

2.2.1.3 Método de Holt

Também conhecido como ajuste ou suavização exponencial dupla, [Ragsdale \(2014\)](#) define que este é um método eficaz para a previsão de séries temporais com tendências lineares. É bem similar à princípio com o método de suavização exponencial simples, mas [Morettin e Toloi \(2018\)](#) destaca que a diferença é que em vez de suavizar só o nível, uma nova constante suavizadora é utilizada para a tendência da série.

[Montgomery, Jennings e Kulahci \(2015\)](#) divide os dados em duas componentes nível, L_t , e tendência T_t . A função de previsão de Holt é descrita como na Equação [2.5](#):

$$\hat{Y}_{t+n} = L_t + nT_t \quad (2.5)$$

onde,

$$L_t = \alpha y_t + (1 - \alpha)(L_{t-1} + T_{t-1}) \quad (2.6)$$

$$T_t = \gamma(L_t - L_{t-1}) + (1 - \gamma)T_{t-1} \quad (2.7)$$

Os parâmetros de suavização α e γ podem assumir qualquer valor entre 0 e 1, $0 \leq \alpha, \gamma \leq 1$

Como vantagem, [Morettin e Toloi \(2018\)](#) cita as mesmas do método anterior: o fácil entendimento e a aplicação não custosa, e como desvantagem principal, a dificuldade em determinar os valores mais apropriados para α e γ .

2.2.1.4 Método de Holt - Winter

O método de Holt-Winter é uma técnica de previsão que pode-se aplicar às séries temporais que exibem tendência e sazonalidade ([RAGSDALE, 2014](#)). Esse método divide os dados da série temporal em três componentes: o nível, L_t , a tendência, T_t e a sazonalidade, S_t , como pode ser visto, em outros termos, na Equação [2.8](#):

$$\hat{y}_{t+n} = L_t + nT_t + S_{t+n-p} \quad (2.8)$$

com os componentes sendo calculados como

$$L_t = \alpha(y_t - S_{t-p}) + (1 - \alpha)(L_{t-1} + T_{t-1}) \quad (2.9)$$

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1} \quad (2.10)$$

$$S_t = \gamma(y_t - L_t) + (1 - \gamma)S_{t-p} \quad (2.11)$$

O método de Holt - Winter pode ser usado para obter previsões para n períodos de tempo no futuro, em que $n = 1, 2, 3$, e assim por diante, usando os fatores de ponderação α , β e γ , com $0 \leq \alpha, \beta, \gamma \leq 1$ e sabendo que p é o comprimento sazonal da amostra.

Morettin e Toloi (2018) destaca que entre as principais vantagens do uso desse método estão o fácil entendimento, a flexibilidade permitida pela variação de α , β e γ , e o fato de ser adequado para análises de séries com padrão de comportamento mais geral. Como desvantagem, destaca-se a inviabilidade em determinar propriedades estatísticas como média e variância, e construir um intervalo de confiança para as previsões.

2.2.1.5 Método de Regressão - Tendência Quadrática

A análise de regressão é um modelo de previsão que utiliza da análise da relação entre uma variável de resultado e uma ou mais variáveis preditivas para criar um modelo matemático que é capaz de prever observações futuras (MONTGOMERY; JENNINGS; KULAHCI, 2015).

Segundo Ragsdale (2014), a finalidade de uma análise de regressão é identificar a função que melhor explique o comportamento dos dados observados.

Montgomery, Peck e Vining (2012) diz que os polinômios são aplicados quando a resposta é curvilínea, e mesmo relações não lineares complexas podem ser adequadamente modeladas por polinômios em intervalos razoavelmente pequenos dos x 's. A equação polinomial que define o modelo de regressão com tendência quadrática é encontrada na Equação 2.12 abaixo.

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_1 + \hat{\beta}_2 x_2^2 + \varepsilon \quad (2.12)$$

onde,

β_0 é a média de y quando $x = 0$, se o intervalo dos dados incluir $x = 0$. Caso contrário, β_0 não tem interpretação física;

β_1 é a taxa de variação linear e

β_2 é a taxa de variação quadrática da série temporal.

2.2.1.6 Índice e Refino Sazonal

Os índices sazonais são uma forma de aumentar a precisão das previsões. Para calculá-los, tira-se a média em porcentagem das observações no mesmo período. Dessa forma, ao determinar os índices sazonais é possível perceber se eles estão abaixo ou acima da linha de tendência e tornar as previsões mais precisas multiplicando (ou somando) a porcentagem média de cada período a previsão obtida anteriormente.

Ragsdale (2014) diz que os índices sazonais são usados para ajustar as projeções de tendências de períodos futuros em séries que apresentam sazonalidade. Para ajustar as previsões em séries com efeitos sazonais multiplicativos, multiplica-se cada previsão pelo índice de sazonalidade adequado (em caso de efeitos sazonais aditivos, soma-se cada previsão ao índice de sazonalidade adequado).

Embora os índices sazonais sejam uma melhora no cálculo das previsões, é importante notar que esses fatores não são necessariamente ótimos (RAGSDALE, 2014). Para corrigir e aprimorar os resultados encontrados, pode-se utilizar os refinamentos sazonais. A técnica é bem similar aos índices sazonais, com a diferença de que nessa, os índices sazonais estão sujeitos à restrição de terem média igual a 1 para séries com tendência multiplicativa (ou igual a 0 para tendência aditiva).

2.2.1.7 Acurácia

Como visto acima, existem diferentes métodos disponíveis para modelar séries temporais. Por esse motivo, torna-se impossível determinar qual será o melhor modelo de previsão sem realizar várias técnicas de modelagem e analisá-las no conjunto de dados. Para facilitar o trabalho do pesquisador, existem as medidas de acurácia (ou da qualidade do ajuste) de técnicas de modelagem de séries temporais. São quatro as medidas de precisão comuns de serem utilizadas: desvio absoluto médio (DAM), erro percentual absoluto médio (EPAM), erro quadrático médio (EQM) e raiz do erro quadrático médio (REQM) (RAGSDALE, 2014).

$$DAM = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i| \quad (2.13)$$

$$EPAM = \frac{100}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right| \quad (2.14)$$

$$EQM = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (2.15)$$

$$REQM = \sqrt{EQM} \quad (2.16)$$

Embora essas medidas sejam frequentemente usadas para as modelagens, por ser um pouco mais fácil de calcular, neste trabalho foi utilizado o EQM.

3 Metodologia

A escolha do método e das técnicas a serem utilizadas em uma pesquisa podem variar de acordo com o objetivo, abordagem, equipe e até mesmo recursos financeiros do projeto. Definir o método de pesquisa é importante dado que este será o norteador do desenvolvimento da pesquisa em busca do objetivo geral. (MARTINS; MELLO; TURRIONI, 2013)

Esta monografia trata-se de uma pesquisa de natureza aplicada com caráter quantitativo e do tipo descritivo. Desta forma, o estudo objetiva gerar uma aplicação prática ao tentar solucionar um problema específico utilizando dados coletados no ambiente e analisando-os indutivamente e focando no significado da pesquisa. (VENANZI et al., 2016)

Segundo Montgomery, Jennings e Kulahci (2015) o processo de previsão é uma série de atividades conectadas que transformam uma ou mais entradas em uma ou mais saídas. As atividades realizadas para o resultado obtido nesse estudo seguem o fluxo contido na Figura 1.

Figura 1 – Processo de Previsão.



Fonte: Adaptado de Montgomery, Jennings e Kulahci, 2015.

Após a identificação do problema a ser estudado, foi realizada uma extensa pesquisa documental, incluindo a coleta de dados a partir de fontes oficiais do INSS, como relatórios anuais, dados estatísticos e séries históricas de benefícios concedidos. Em seguida, os dados históricos dos benefícios concedidos pelo INSS foram analisados superficialmente para a identificação de tendências, sazonalidades e/ou padrões.

Os dados da série histórica dos benefícios concedidos pelo INSS foram coletados na base de dados da Previdência Social (MPS) (1988 - 2021), no site do Ministério da Previdência Social do Brasil no período entre 1988 a 2021 e os dados referentes ao ano de 2022 foram encontrados em outra base de dados também do MPS - Brasil (MPS) (2022).

Após a coleta, os dados foram transferidos para uma planilha no *software* Microsoft[®] Excel[®] onde foram realizados alguns cálculos matemáticos para o método de holt, holt -

winter, índice sazonal e refino sazonal.

Posteriormente os dados foram transferidos para o *software* Minitab[®] para a execução dos modelos de séries temporais de média móveis, ajuste exponencial simples, holt, holt-winter, regressão com tendência quadrática, índice sazonais e refino dos índices sazonais. O *software* em questão foi capaz de fornecer os resultados das previsões e os gráficos para análise das séries temporais e dos resíduos.

Após os modelos prontos, foi realizada a análise comparativa dos resultados encontrados a fim de apresentar a melhor alternativa para prever a quantidade de benefícios concedidos pelo INSS para o ano de 2023.

Para a realização do trabalho foi utilizado o Microsoft[®] Excel[®] 2016 MSO 64 Bits e o Minitab[®] 21.2 (64-bit) em um computador com Processador Intel[®] Core™ i5-1135G7, com 8GB de RAM e placa de vídeo Intel[®] Iris[®] Xe Graphics.

4 Apresentação e Discussão dos Resultados

Para que a decisão de qual o modelo de previsão de séries temporais melhor se adequa aos benefícios concedidos pelo INSS fosse tomada, foi necessário comparar o modelo de Médias Móveis Simples com o método de Holt - Winter e o Modelo de Regressão com Tendência Quadrática. Para tal, foram utilizados dados encontrados na plataforma INFO-LOGO - Anuário Estatístico da Previdência Social (AEPS), do Ministério da Previdência Social do Brasil no intervalo compreendido entre o ano de 1988 e 2022, totalizando um período de 35 anos.

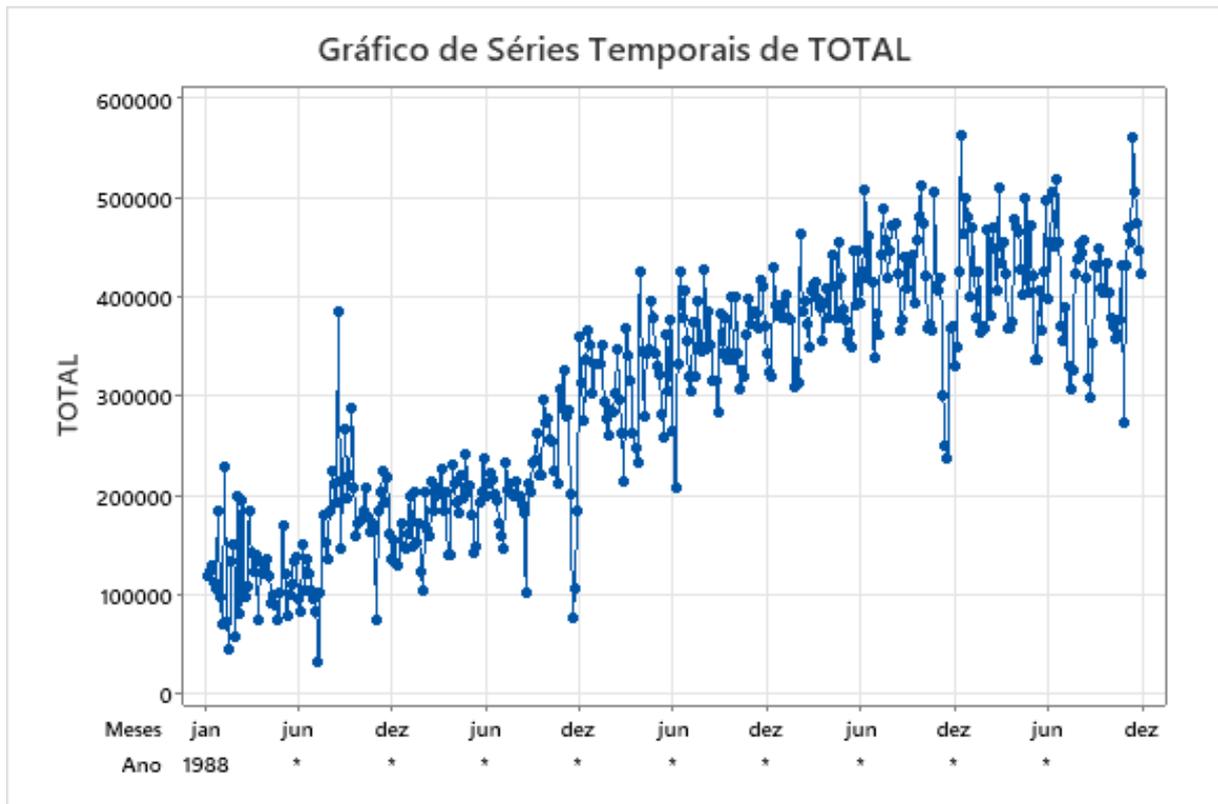
A Tabela 1 traz o compilado dos dados coletados, enquanto a Figura 2 traz o gráfico da série temporal gerada.

Tabela 1 – Série Histórica Anual da Quantidade de Benefícios Concedidos pelo INSS.

	Janeiro	Fevereiro	Março	Abril	Mai	Junho	Julho	Agosto	Setembro	Outubro	Novembro	Dezembro	Total
1988	119.706	123.428	130.242	113.962	106.071	184.988	97.997	71.281	228.362	73.857	44.832	133.251	1.427.977
1989	150.364	58.997	200.000	80.593	196.345	97.172	109.803	185.632	142.010	123.516	141.056	74.072	1.559.560
1990	134.369	121.346	125.801	136.027	120.013	92.401	100.988	89.943	75.171	102.332	170.840	121.462	1.390.693
1991	79.226	101.178	110.494	135.121	138.119	96.501	82.733	149.987	105.556	136.446	120.593	103.944	1.359.898
1992	96.000	82.779	33.565	103.429	181.033	152.358	137.175	185.410	225.357	211.395	193.126	385.503	1.987.130
1993	146.564	216.932	268.144	197.262	220.331	288.828	207.210	159.644	172.941	176.232	183.963	207.514	2.445.565
1994	178.507	163.504	172.091	166.135	75.949	184.871	203.616	225.825	193.611	219.196	162.372	135.476	2.081.153
1995	156.179	132.005	129.587	171.716	148.971	146.462	162.620	200.603	149.676	203.954	153.795	171.210	1.926.778
1996	122.784	104.504	203.042	165.811	160.228	213.969	184.016	200.271	207.819	227.645	185.815	203.971	2.179.875
1997	140.226	141.400	231.301	211.888	192.916	182.924	220.793	197.614	242.409	203.999	210.028	181.454	2.356.952
1998	143.602	149.000	192.908	203.905	237.966	198.860	211.329	222.934	216.691	201.472	195.425	172.725	2.346.817
1999	159.076	146.138	232.831	206.283	212.788	202.152	199.689	215.285	199.085	191.178	183.688	102.538	2.250.731
2000	211.305	204.798	233.941	236.518	262.986	219.903	221.230	297.854	272.991	276.839	256.985	253.799	2.949.149
2001	225.565	212.752	307.121	288.913	326.546	279.789	285.737	201.562	77.659	106.557	184.850	359.283	2.856.334
2002	312.735	274.711	338.030	365.771	352.072	303.810	331.837	331.998	333.190	351.344	294.170	277.896	3.867.564
2003	261.004	285.847	283.203	304.202	348.488	297.052	262.111	213.489	369.330	341.875	315.257	263.518	3.545.376
2004	248.030	233.876	424.702	345.092	280.930	344.186	348.177	395.445	378.749	343.153	330.023	321.166	3.993.529
2005	281.365	259.428	362.045	305.354	377.796	264.757	207.187	332.663	424.669	379.009	406.408	355.043	3.955.724
2006	319.465	304.392	376.058	319.769	395.118	351.046	345.516	427.055	348.131	385.515	350.830	315.921	4.238.816
2007	315.959	283.740	384.459	342.606	378.855	337.182	343.360	399.934	336.280	400.804	343.197	306.975	4.173.351
2008	326.902	320.337	362.232	398.559	373.243	384.678	384.130	369.412	417.260	410.310	371.019	343.762	4.461.844
2009	324.225	320.393	429.440	391.474	381.428	384.470	379.604	394.787	402.192	378.998	377.265	309.633	4.473.909
2010	334.679	313.125	462.812	384.709	396.566	372.060	350.495	407.032	414.055	416.028	398.962	389.597	4.640.120
2011	355.566	394.064	408.487	379.500	441.811	411.176	379.312	456.110	420.072	387.946	377.059	355.936	4.767.039
2012	364.599	348.864	447.171	391.013	446.124	393.386	425.157	507.838	419.044	461.560	414.236	338.689	4.957.681
2013	383.027	363.277	441.934	488.760	457.615	419.024	446.027	471.695	471.165	473.871	424.199	367.035	5.207.629
2014	377.155	440.939	408.337	434.681	442.238	394.120	456.746	480.295	511.348	474.305	421.465	369.401	5.211.030
2015	373.498	366.274	505.817	411.800	407.210	420.434	300.320	250.556	237.151	369.202	371.405	331.034	4.344.701
2016	349.198	426.512	563.948	462.993	500.239	480.846	400.827	469.094	425.272	378.580	425.052	363.903	5.246.464
2017	369.843	368.800	466.989	380.921	469.613	449.179	407.363	510.061	433.846	455.291	424.086	367.669	5.103.661
2018	367.893	375.000	478.129	470.659	465.572	428.746	403.207	499.630	404.210	472.132	422.075	336.524	5.123.777
2019	336.566	406.707	366.178	424.928	497.238	399.153	456.259	506.441	450.960	518.134	456.190	370.499	5.189.253
2020	355.917	390.220	331.338	307.228	326.403	424.322	439.364	452.300	443.718	457.141	419.535	317.363	4.664.849
2021	298.959	353.620	432.040	430.545	449.358	408.632	404.765	433.208	405.376	380.190	371.715	358.949	4.727.357
2022	361.557	377.502	432.700	273.474	431.333	469.560	454.845	559.935	506.531	474.841	447.388	422.965	5.212.631

Fonte: Dados da Pesquisa (2023).

Figura 2 – Gráfico de Séries Temporais - Benefícios Concedidos pelo INSS x Meses/Ano



Fonte: Dados da Pesquisa (2023).

4.1 Médias Móveis Simples

Para o modelo de médias móveis simples, os dados analisados, sendo 1 o total de benefícios concedidos pelo INSS em janeiro de 1988 e 420 o total de benefícios concedidos pelo INSS em dezembro de 2022, são modelados pela formulação matemática descrita na equação [2.3](#):

$$\hat{y}_{t+1} = \frac{y_t + y_{t-1} + \dots + y_{t-12+1}}{12} \quad (4.1)$$

Nesse caso, o valor de k foi escolhido como sendo igual a 12 pois a previsão será gerada para o próximo ano, ou seja, os próximos 12 meses.

Calculando o erro quadrado médio encontrado na equação [2.15](#), temos:

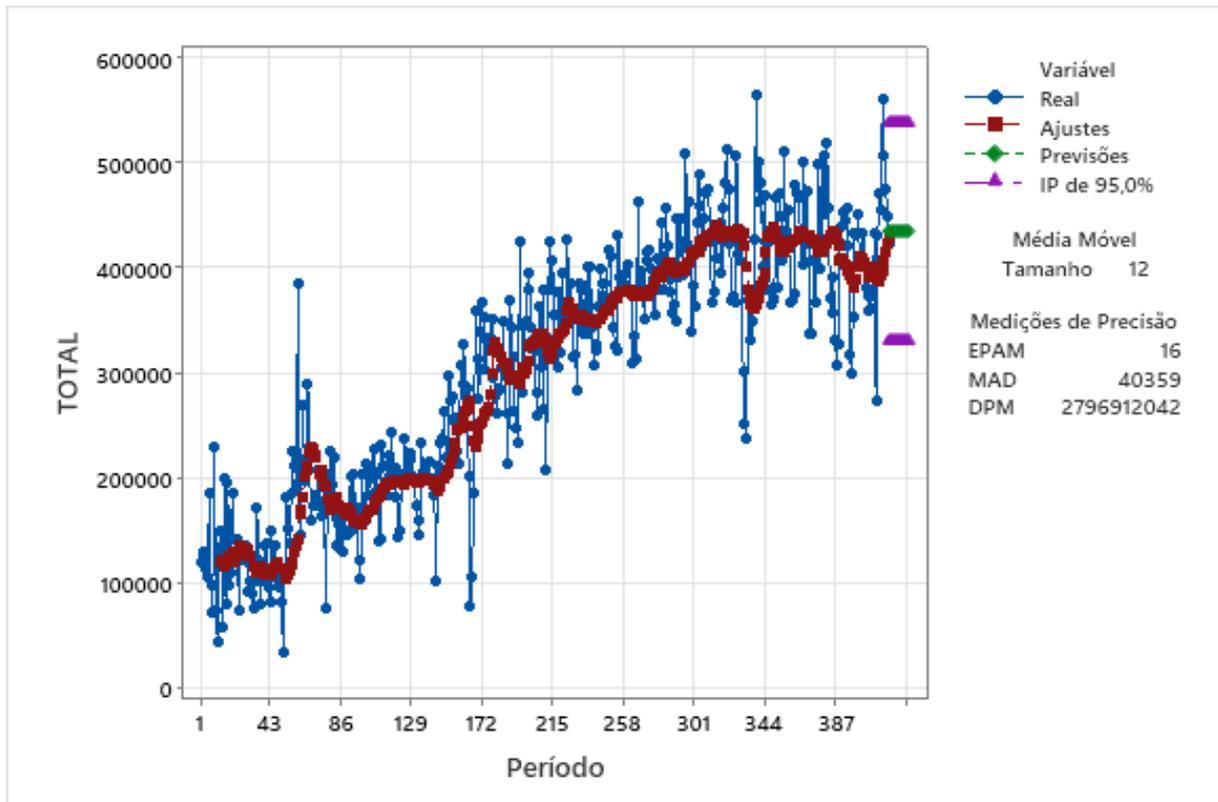
$$EQM = \frac{1}{420} \cdot \sum_{i=1}^{420} (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (4.2)$$

Sendo n igual a 420 por ser o número de dados observados.

Aplicando no Minitab[®] os dados, obtém-se o gráfico representado na Figura [3](#) onde observa-se que série temporal de média móvel não é precisa quanto ao ajuste modelado.

Isso porque ela não acompanha os picos e vales da série real. Os motivos para tal imprecisão é a presença de tendência e indícios de uma certa sazonalidade, que o modelo de média móvel não inclui em seus cálculos.

Figura 3 – Gráfico de Média Móvel Simples para Total



Fonte: Dados da Pesquisa (2023).

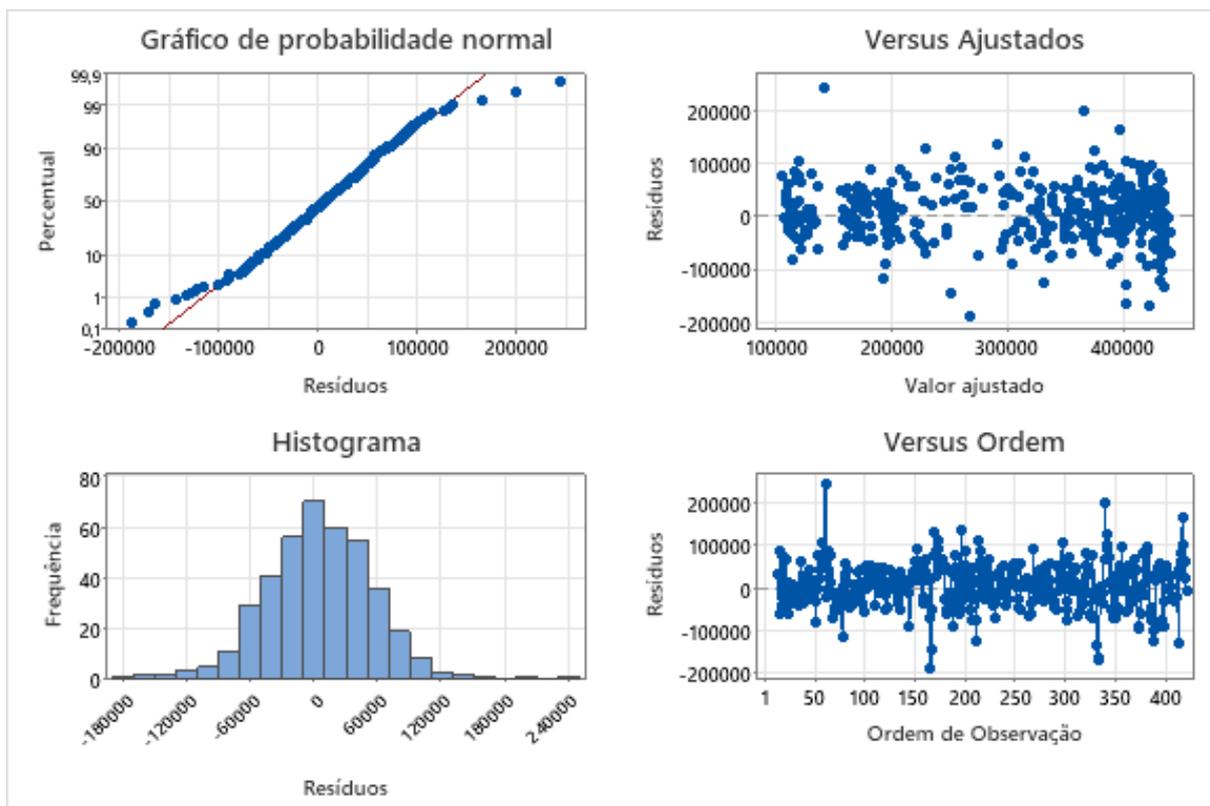
Da Figura 3 também tem-se o valor do EQM, representado no *software* pela sigla DPM, que é igual à aproximadamente $2,79e^9$.

Para analisar os gráficos de resíduo da Figura 4, é necessário seguir a premissa de que

$$\epsilon \sim NID(0, \sigma^2) \quad (4.3)$$

onde lê-se: *epsilon (ou resíduos) segue uma distribuição normal e independente, com média igual à zero e variância desconhecida igual à sigma ao quadrado.*

Figura 4 – Gráficos de Resíduo de Média Móvel para Total



Fonte: Dados da Pesquisa (2023).

A partir daí, conclui-se que:

- Analisando o gráfico de probabilidade normal, pode-se observar que os dados estão distribuídos em uma reta de progressão linear, o que comprova a normalidade dos dados residuais;
- Segundo o gráfico de resíduo versus ajustado, pode-se perceber que os dados residuais possuem aleatoriedade em torno do zero;
- Observando o gráfico histograma, nota-se que visualmente existe uma tendência dos dados residuais seguirem a distribuição normal;
- E por fim, com o gráfico de resíduo versus ordem, a independência dos resíduos é comprovada com os dados aleatoriamente distribuídos, com picos e vales em torno de 0.

4.2 Suavização Exponencial

Executando o método de suavização exponencial, os dados analisados, sendo 1 o total de benefícios concedidos pelo INSS em janeiro de 1988 e 420 o total de benefícios conce-

dados pelo INSS em dezembro de 2022, têm-se a partir da equação 2.4 as previsões para os períodos seguintes.

$$\hat{y}_{420+1} = \hat{y}_{420} + \alpha(y_{420} - \hat{y}_{420}) \tag{4.4}$$

$$\hat{y}_{421+1} = \hat{y}_{421} + \alpha(y_{421} - \hat{y}_{421}) \tag{4.5}$$

.

.

.

$$\hat{y}_{431+1} = \hat{y}_{431} + \alpha(y_{431} - \hat{y}_{431}) \tag{4.6}$$

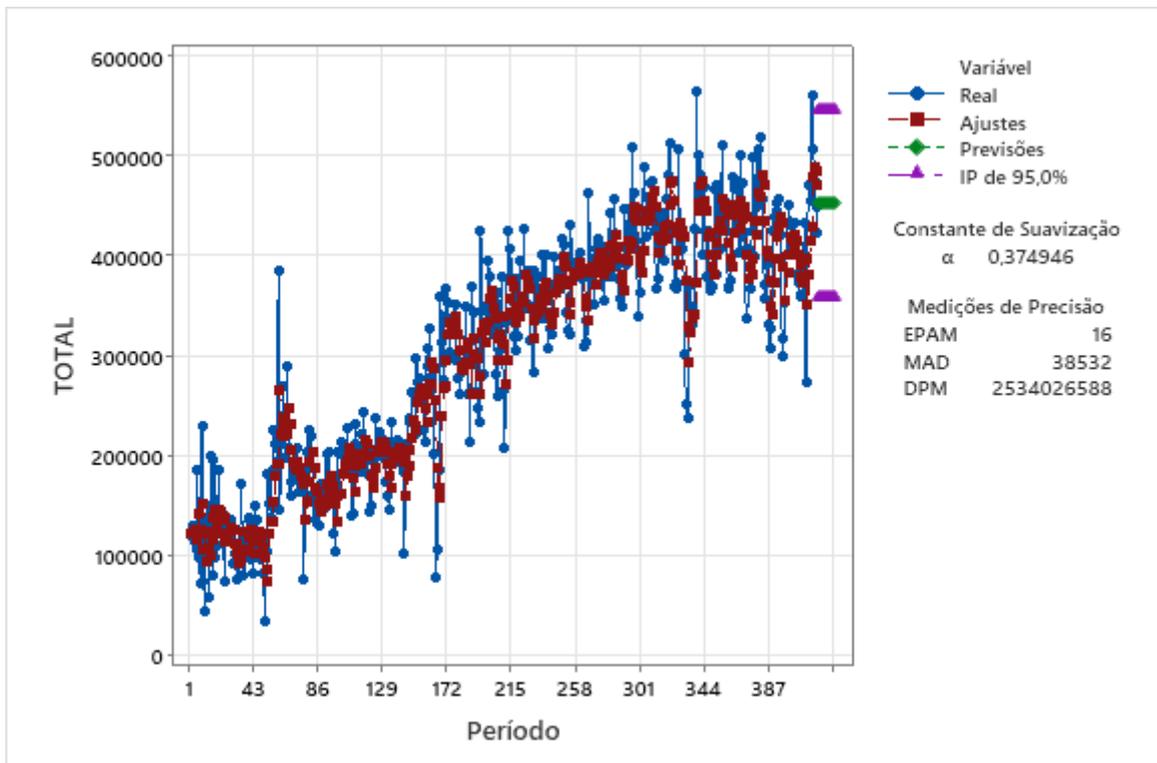
Calculando o erro quadrado médio encontrado na equação

$$EQM = \frac{1}{420} \cdot \sum_{i=1}^{420} (y_i - \hat{y}_i)^2 \tag{4.7}$$

Sujeito a $0 \leq \alpha \leq 1$ e sendo n igual a 420 por ser o número de dados observados.

Aplicando os dados ao Minitab[®], obtém-se o gráfico da Figura 5. Neste gráfico, observa-se que a previsão se ajusta melhor à série temporal do que o modelo anterior, mas ainda não acompanha de forma ideal os picos e vales dos dados.

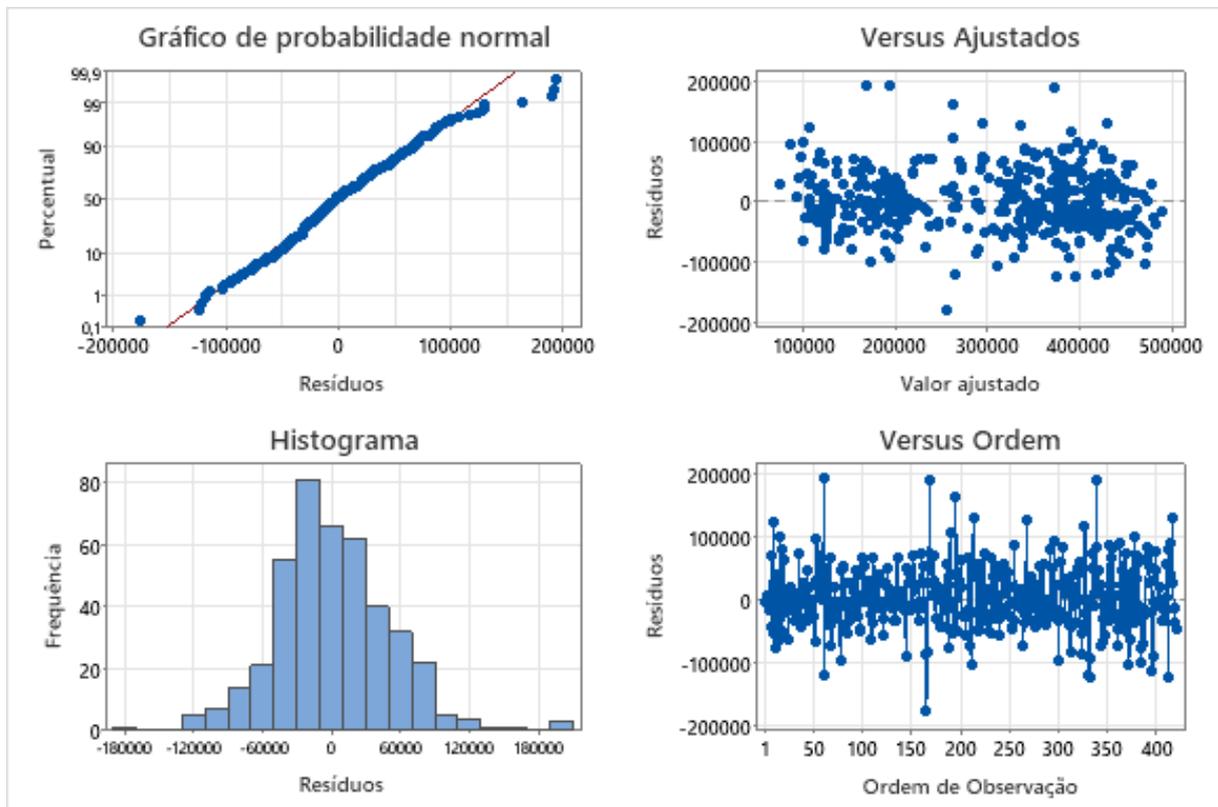
Figura 5 – Gráfico de Suavização Exponencial para Total



Fonte: Dados da Pesquisa (2023).

Da Figura 5, também tem-se o valor do EQM, que é igual à aproximadamente $2,53e^9$, valor este menor que o encontrado no modelo anterior.

Figura 6 – Gráfico de Resíduo de Suavização Exponencial para Total



Fonte: Dados da Pesquisa (2023).

A partir daí, conclui-se que:

- Examinando o gráfico de probabilidade normal, pode-se observar que os dados estão distribuídos em uma reta de progressão linear, o que comprova a normalidade dos dados residuais;
- Verificando o gráfico de resíduo versus ajustado, pode-se perceber que os dados residuais possuem aleatoriedade em torno do zero;
- Segundo o gráfico histograma, nota-se que visualmente existe uma tendência dos dados residuais seguirem a distribuição normal;
- Por último, com o gráfico de resíduo versus ordem, a independência dos resíduos é comprovada com os dados aleatoriamente distribuídos, com picos e vales em torno de 0.

4.3 Método de Holt

Implementando o método de Holt, ou suavização exponencial dupla, os dados analisados, sendo 1 o total de benefícios concedidos pelo INSS em janeiro de 1988 e 420 o total de benefícios concedidos pelo INSS em dezembro de 2022, têm-se a partir da equação 2.5 as previsões para os períodos seguintes.

$$\hat{y}_{420+1} = L_{420} + (1)T_{420} \tag{4.8}$$

$$\hat{y}_{421+1} = L_{421} + (1)T_{421} \tag{4.9}$$

.

.

.

$$\hat{y}_{431+1} = L_{431} + (1)T_{431} \tag{4.10}$$

Os testes com esse modelo de previsão foram feitos usando o *softwares* Excel[®] e o Minitab[®].

Primeiramente, usando o Excel[®], os dados foram compilados em uma planilha onde as fórmulas do método de holt estavam inseridas, como mostra a Figura 7.

Figura 7 – Planilha do Microsoft[®] Excel[®] para Cálculo do Método de Holt

$$L_t = \alpha Y_t + (1 - \alpha)(L_{t-1} + T_{t-1})$$

$$T_t = \gamma(L_t - L_{t-1}) + (1 - \gamma)T_{t-1}$$

$$\hat{Y}_t$$

$$\hat{Y}_t$$

$$(Y_t - \hat{Y}_t)^2$$

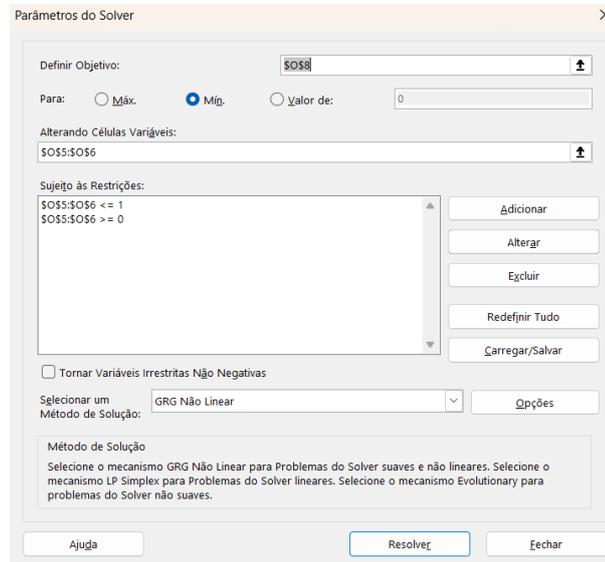
Ano	Mês	Período (t)	Total	Nível Estimado	Tendência	Previsão	Diferença
1988	1	1	119706	R\$ 119.706,00	0	*	*
	2	2	123428	R\$ 121.097,03	0,00	R\$ 119.706,00	13853284,00
	3	3	130242	R\$ 124.514,80	0,00	R\$ 121.097,03	83630464,01
	4	4	113962	R\$ 120.570,88	0,00	R\$ 124.514,80	111361561,69
	5	5	106071	R\$ 115.151,81	0,00	R\$ 120.570,88	210246511,28
	6	6	184988	R\$ 141.251,83	0,00	R\$ 115.151,81	4877093432,96
	7	7	97997	R\$ 125.086,12	0,00	R\$ 141.251,83	1870980501,14
	8	8	71281	R\$ 104.977,42	0,00	R\$ 125.086,12	2894990426,81
	9	9	228362	R\$ 151.090,19	0,00	R\$ 104.977,42	15223754707,65
	10	10	73857	R\$ 122.225,67	0,00	R\$ 151.090,19	5964965806,92
	11	11	44832	R\$ 93.301,18	0,00	R\$ 122.225,67	5989780564,58
	12	12	133251	R\$ 108.231,71	0,00	R\$ 93.301,18	1595988350,79
1989	1	13	150364	R\$ 123.977,89	0,00	R\$ 108.231,71	1775130188,85
	2	14	58997	R\$ 99.692,45	0,00	R\$ 123.977,89	4222516645,69
	3	15	200000	R\$ 137.180,60	0,00	R\$ 99.692,45	10061604208,64
	4	16	80593	R\$ 116.032,00	0,00	R\$ 137.180,60	3202156132,02
	5	17	196345	R\$ 146.047,54	0,00	R\$ 116.032,00	6450178188,37
	6	18	97172	R\$ 127.781,19	0,00	R\$ 146.047,54	2388818496,50
	7	19	109803	R\$ 121.062,16	0,00	R\$ 127.781,19	323215137,09
	8	20	185632	R\$ 145.193,98	0,00	R\$ 121.062,16	4169264086,04
	9	21	142010	R\$ 144.004,02	0,00	R\$ 145.193,98	10137722,84
	10	22	123516	R\$ 136.346,99	0,00	R\$ 144.004,02	419759130,41
	11	23	141056	R\$ 138.106,90	0,00	R\$ 136.346,99	22174747,53
	12	24	74072	R\$ 114.175,01	0,00	R\$ 138.106,90	4100468389,39
1990	1	25	134369	R\$ 121.722,15	0,00	R\$ 114.175,01	407797404,74
	2	26	121346	R\$ 121.581,57	0,00	R\$ 121.722,15	141487,70
	3	27	125801	R\$ 123.158,51	0,00	R\$ 121.581,57	17803591,60

α	0,37
γ	0,00
EOM	
	2,54E+09
Soma	1064303242083,01
n	419

Fonte: Dados da Pesquisa (2023).

Em seguida, usando o suplemento *Solver*, na Figura 8, foi possível determinar os valores ótimos para as constantes de suavização α e γ , conforme a Figura 9.

Figura 8 – Aplicação do Suplemento *Solver* do Microsoft® Excel® na Planilha do Método de Holt



Fonte: Dados da Pesquisa (2023).

Figura 9 – Recorte de Planilha com os Valores Ótimos para α e γ

α	0,37
γ	0,00
EQM	2,54E+09

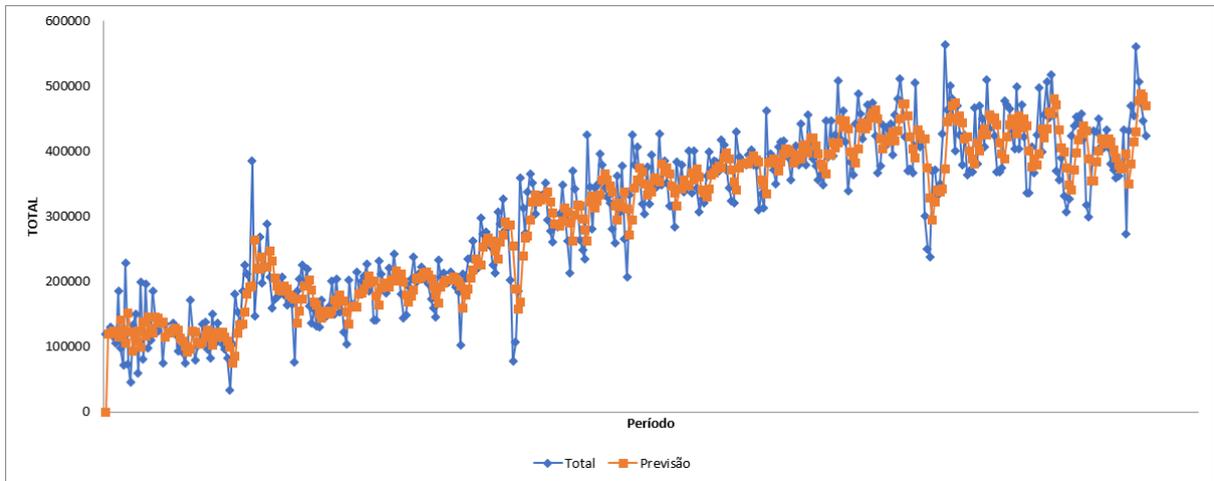
Fonte: Dados da Pesquisa (2023).

A partir da utilização do *Solver*, foi possível encontrar o valor de $EQM = 2,54e^9$. Salienta-se que para encontrar esse valor, foi utilizado na planilha para a apuração da primeira observação possível:

$$L_1 = y_1 \tag{4.11}$$

$$T_1 = 0 \tag{4.12}$$

Figura 10 – Gráfico do Método de Holt para Total

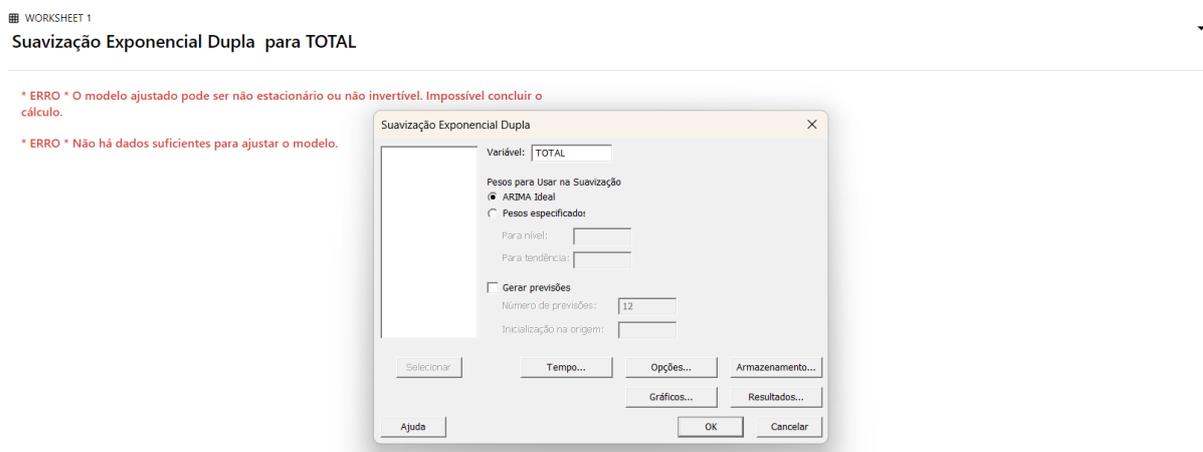


Fonte: Dados da Pesquisa (2023).

A Figura 10, traz o gráfico do método de holt, e percebe-se que há pouca diferença no ajuste deste para o modelo anterior, suavização exponencial. Isso se justifica pelo fato dos dados não se ajustarem bem, o modelo não reconheceu o fator da tendência na série temporal e portanto, o EQM encontrado ($EQM = 2,54e^9$) foi bem similar ao encontrado no método anterior ($EQM = 2,53e^9$).

Após o uso do Excel[®], os dados foram aplicados no Minitab[®]. No *software*, os valores para suavização α e γ foram selecionados como ARIMA Ideal, que a melhor forma de encontra-los no Minitab[®]. Porém, o *software* não foi capaz de ajustar os dados ao modelo de suavização exponencial dupla, como pode ser visto na Figura 11.

Figura 11 – Método de Holt no Minitab[®]



Fonte: Dados da Pesquisa (2023).

4.4 Método de Holt - Winter

Executando o método de Holt - Winter, os dados analisados, sendo 1 o total de benefícios concedidos pelo INSS em janeiro de 1988 e 420 o total de benefícios concedidos pelo INSS em dezembro de 2022, têm-se a partir da equação 2.8 as previsões para os períodos seguintes.

$$\hat{y}_{420+1} = L_t + (1)T_t + S_{420+1-12} \tag{4.13}$$

$$\hat{y}_{420+2} = L_t + (2)T_t + S_{420+2-12} \tag{4.14}$$

⋮
⋮
⋮

$$\hat{y}_{420+12} = L_t + (12)T_t + S_{420+12-12} \tag{4.15}$$

Neste modelo foram feitos testes usando os *softwares* Excel[®] e o Minitab[®].

Primeiramente, a planilha configurada com as fórmulas de Holt-Winter foi aplicada, como visto na Figura 12 e a ferramenta *Solver* foi utilizada, de modo a descobrir os valores ótimos de α , β e γ que minimizam o erro quadrado médio, seguindo os parâmetros mostrados na Figura 13.

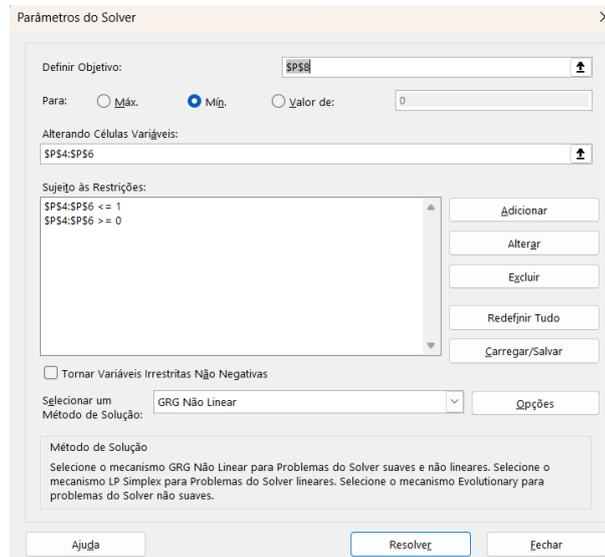
Figura 12 – Planilha do Microsoft[®] Excel[®] para Cálculo do Método de Holt - Winter

$L_t = \alpha(y_t - S_{t-p}) + (1 - \alpha)(L_{t-1} + T_{t-1})$ $T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1}$ $S_t = \gamma(y_t - L_t) + (1 - \gamma)S_{t-p}$				y_t	\hat{y}_t	$(y_t - \hat{y}_t)^2$		
Ano	Meses	Período	TOTAL	Nível Esperado	Tendência	Fator Sazonal	Previsão	Diferença
1988	jan	1	119706	*	*	707,92	*	*
	fev	2	123428	*	*	4429,92	*	*
	mar	3	130242	*	*	11243,92	*	*
	abr	4	113962	*	*	-5036,08	*	*
	mai	5	106071	*	*	-12927,08	*	*
	jun	6	184988	*	*	65989,92	*	*
	jul	7	97997	*	*	-21001,08	*	*
	ago	8	71281	*	*	-47717,08	*	*
	set	9	228362	*	*	109363,92	*	*
	out	10	73857	*	*	-45141,08	*	*
	nov	11	44832	*	*	-74166,08	*	*
	dez	12	133251	R\$ 118.998,08	0,00	14252,92	*	*
1989	jan	13	150364	R\$ 128.950,96	0,50	6095,43	R\$ 119.706,00	939912964,00
	fev	14	58997	R\$ 104.803,16	-0,71	-8641,61	R\$ 133.381,38	5533035356,50
	mar	15	200000	R\$ 132.057,34	0,65	25997,04	R\$ 116.046,36	7048212999,41
	abr	16	80593	R\$ 116.985,21	-0,10	-13195,01	R\$ 127.021,90	2155643138,94
	mai	17	196345	R\$ 146.945,35	1,40	3290,46	R\$ 104.058,02	8516885779,37
	jun	18	97172	R\$ 109.364,66	-0,48	45646,66	R\$ 212.936,66	13401456868,73
	jul	19	109803	R\$ 116.324,47	-0,13	-17233,46	R\$ 88.363,09	459669608,25
	ago	20	185632	R\$ 154.315,50	1,76	-27152,39	R\$ 68.607,26	13694790539,18
	set	21	142010	R\$ 114.817,67	-0,21	87982,71	R\$ 263.681,18	14803876876,07
	out	22	123516	R\$ 132.296,07	0,66	-35679,88	R\$ 69.676,38	2898704536,85
	nov	23	141056	R\$ 159.217,80	2,01	-59593,66	R\$ 58.130,65	6876612962,50
	dez	24	74072	R\$ 126.950,14	0,40	-3214,72	R\$ 173.472,72	9880504006,05
1990	jan	25	134369	R\$ 127.380,05	0,42	6327,93	R\$ 133.045,97	1750405,40
	fev	26	121346	R\$ 128.226,86	0,46	-8183,46	R\$ 118.738,86	6797172,99
	mar	27	125801	R\$ 118.999,90	0,00	21002,22	R\$ 154.224,36	807887455,74

α	0,325
β	0,000
γ	0,260
MSD	2,42E+09
p	12

Fonte: Dados da Pesquisa (2023).

Figura 13 – Aplicação do Suplemento *Solver* do Microsoft® Excel® na Planilha de Método de Holt - Winter



Fonte: Dados da Pesquisa (2023).

A partir da utilização do suplemento *Solver*, foi possível determinar os valores ótimos para os componentes de suavização α , β e γ , como mostra o recorte na Figura 14.

Figura 14 – Recorte de Planilha com os Valores Ótimos para α , β e γ

α	0,324642138
β	4,99434E-05
γ	0,26020198
EQM	2,42E+09

Fonte: Dados da Pesquisa (2023).

Ao aplicar os dados na planilha, também foi possível chegar a um valor de EQM = $2,42e^9$. Vale destacar que foi utilizado na planilha para o cálculo da primeira observação possível:

$$L_{1*} = y_{1*} - S_{1*} \tag{4.16}$$

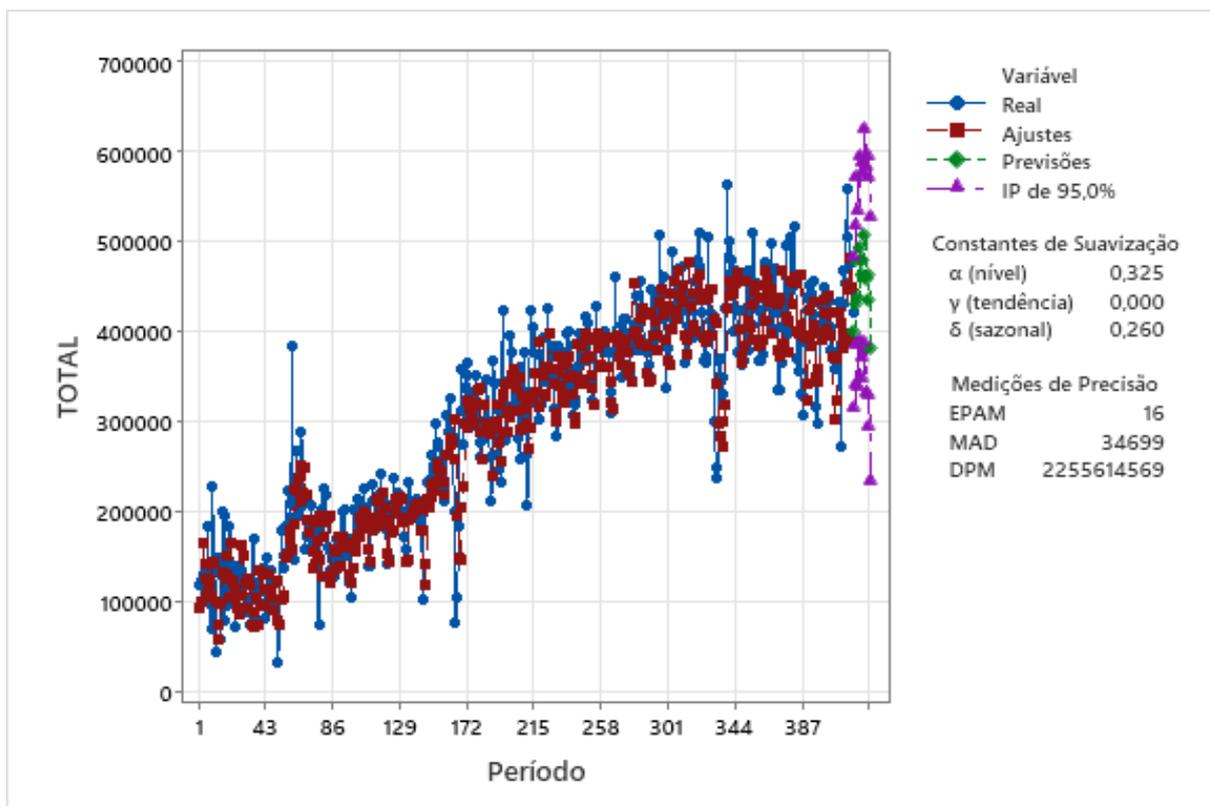
$$T_{1*} = 0 \tag{4.17}$$

Após a determinação dos valores ótimos de α , β e γ pelo *Solver*, os dados foram operados no Minitab® para gerar as previsões do modelo de Holt - Winter. Aplicando

as observações, obtém-se o gráfico apresentado na Figura 15. Pelos dados apresentados, percebe-se que o valor do EQM é de $2,26e^9$.

A diferença entre o EQM do modelo gerado no Microsoft[®] Excel[®] e no Minitab[®] se dá pela maneira diferente de inicialização utilizada pelo *software* estatístico.

Figura 15 – Gráfico do Método de Holt - Winters (Método Aditivo)



Fonte: Dados da Pesquisa (2023).

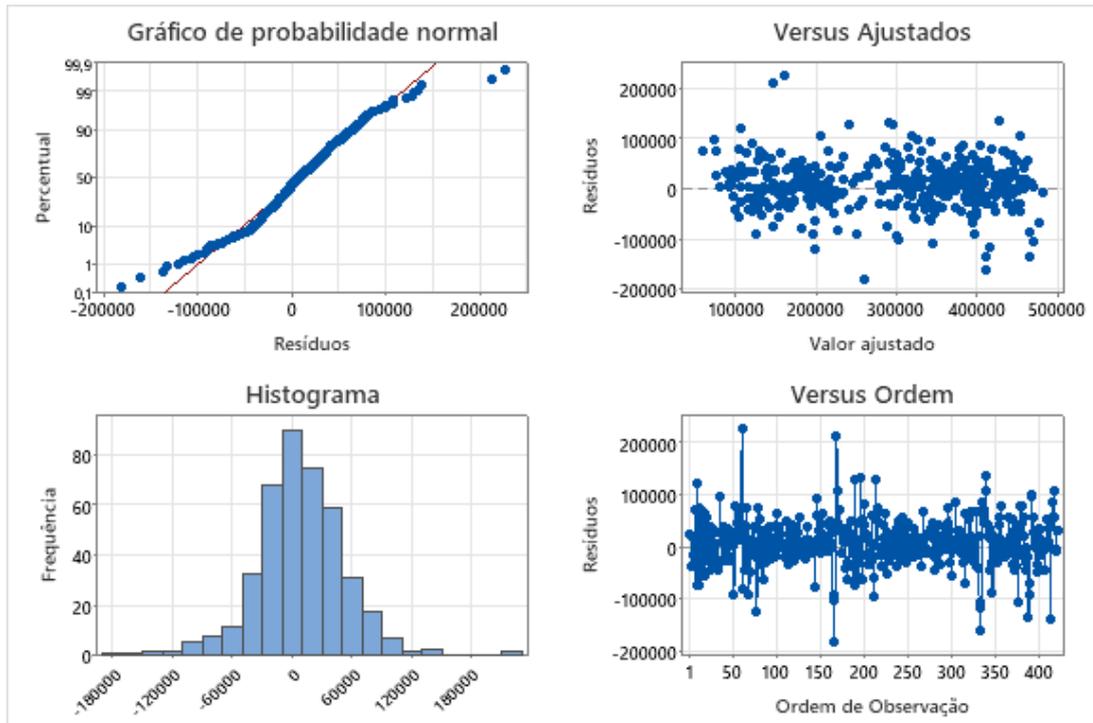
Ao analisar os resultados da Figura 15, percebe-se que os dados estão melhores ajustados à curva real em comparação com o método apresentado anteriormente de médias móveis simples. Mesmo assim, destaca-se que ainda ocorrem desvios, isto é, alguns dos picos e vales não são acompanhados pela curva ajustada.

Analisando os gráficos de resíduo, que pode ser conferido na Figura 16, infere-se que:

- Segundo o gráfico de probabilidade normal, pode-se observar que os dados estão distribuídos em uma reta de progressão linear, o que comprova a normalidade dos dados residuais;
- Analisando o gráfico de resíduo versus ajustado, pode-se perceber que os dados residuais possuem aleatoriedade em torno do zero;
- Observando o gráfico histograma, nota-se que visualmente existe uma tendência dos dados residuais seguirem a distribuição normal;

- E por fim, com o gráfico de resíduo versus ordem, a independência dos resíduos é comprovada com os dados aleatoriamente distribuídos, com picos e vales em torno de 0.

Figura 16 – Gráfico de Resíduo de Holt - Winters para Total



Fonte: Dados da Pesquisa (2023).

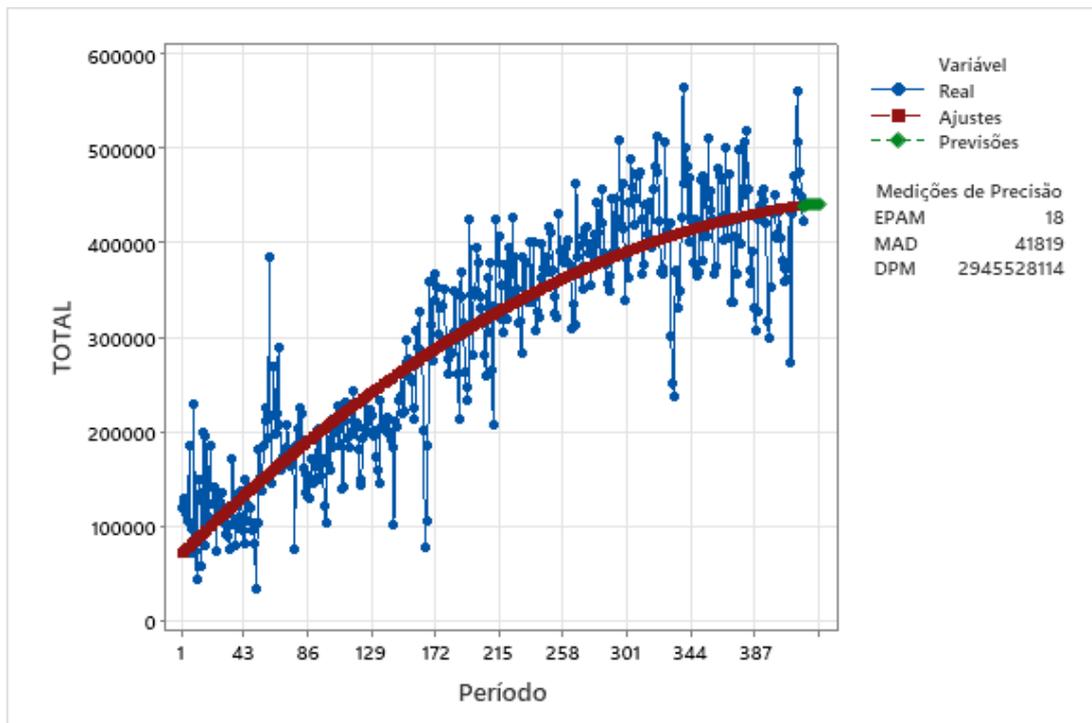
4.5 Método de Regressão - Tendência Quadrática

Para o método de regressão de tendência quadrática, os dados analisados, sendo 1 o total de benefícios concedidos pelo INSS em janeiro de 1988 e 420 o total de benefícios concedidos pelo INSS em dezembro de 2022, foram aplicados ao Minitab[®] para que o *software* apresentasse a melhor solução para as variáveis β_0 , β_1 e β_2 , seguindo a expressão apresentada na equação 2.12. Foi então encontrada a seguinte equação:

$$y_t = 69550 + 1533,2t - 1,555t^2 \quad (4.18)$$

O Minitab[®] também gerou o gráfico de análise de tendência, na Figura 17, onde observa-se que a série temporal não é tão precisa quanto ao ajuste modelado.

Figura 17 – Gráfico de Análise de Tendência Quadrática para Total



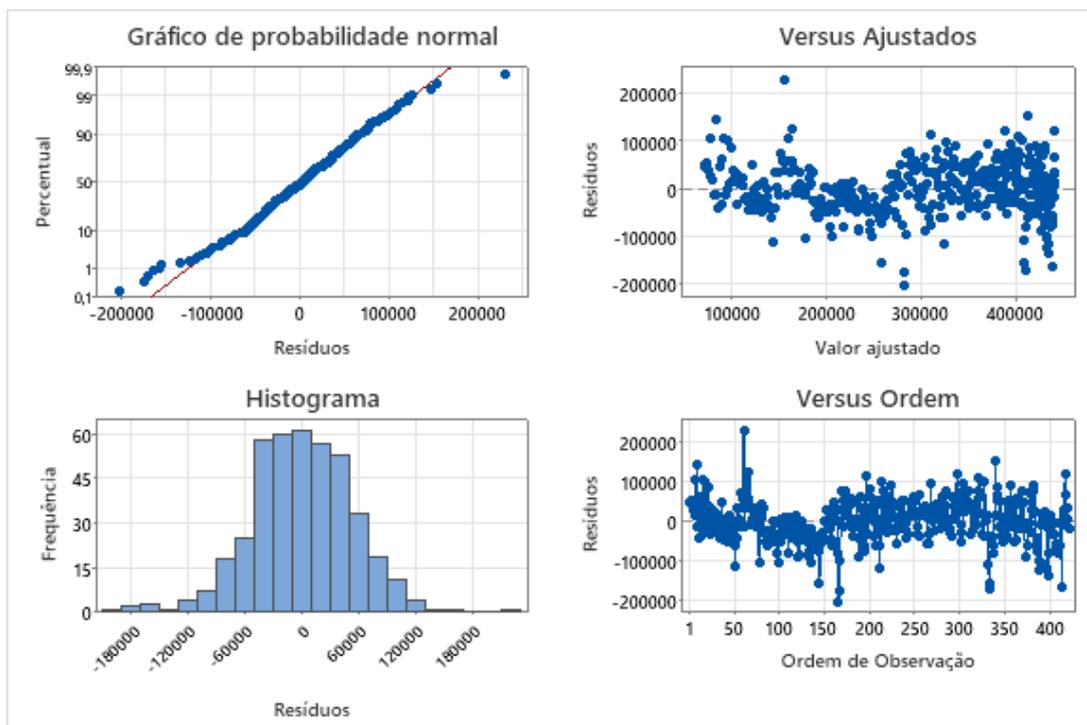
Fonte: Dados da Pesquisa (2023).

Observa-se que para esse modelo de previsão, têm-se o $EQM = 2,95e^9$.

Analisando o gráfico de resíduo gerado, Figura 18, observa-se que:

- Segundo o gráfico de probabilidade normal, pode-se observar que os dados estão distribuídos em uma reta de progressão linear, o que comprova a normalidade dos dados residuais;
- Analisando o gráfico de resíduo versus ajustado, pode-se perceber que os dados residuais possuem aleatoriedade em torno do zero;
- Observando o gráfico histograma, nota-se que visualmente existe uma tendência dos dados residuais seguirem a distribuição normal;
- E por fim, com o gráfico de resíduo versus ordem, a independência dos resíduos é comprovada com os dados aleatoriamente distribuídos, com picos e vales em torno de 0.

Figura 18 – Gráfico de Resíduo de Tendência Quadrática para Total



Fonte: Dados da Pesquisa (2023).

4.6 Índice e Refino Sazonal

Observando os resultados obtidos com os métodos testados anteriormente, foi construída a Tabela 2 com os erros quadráticos médios a fim de determinar qual apresentaria o melhor resultado ao aplicar as técnicas de índices sazonais e refino dos índices sazonais.

Tabela 2 – EQM - Erro Quadrático Médio

	EQM
Médias Móveis Simples	2,79e ⁹
Suavização Exponencial	2,53e ⁹
Holt	2,54e ⁹
Holt - Winter	2,25e ⁹
Regressão por Tendência Quadrática	2,95e ⁹

Fonte: Dados da Pesquisa (2023).

Após análise, percebeu-se a oportunidade de aprimorar os resultados do método de Holt - Winter aplicando a técnica de índices sazonais no *software* Microsoft[®] Excel[®]. Para tal, os dados da planilha de holt - winter foram usados e a planilha configurada para fornecer os índices sazonais. O primeiro passo para montar a planilha foi determinar qual é a tendência da série, multiplicativa ou aditiva. Após, é calculado a diferença entre o

total de benefícios concedidos pelo INSS e as previsões encontradas pelo método de holt - winter.

Os índices sazonais são calculados a partir da média da soma de cada observação na mesma posição em períodos diferentes. Depois de calculados, os valores das previsões encontradas no método de holt - winter são somadas ao índice sazonal de acordo com os períodos em comum entre as previsões.

Como o método de holt - winter necessita do uso do suplemento *Solver*, ele foi implementado a fim de descobrir os valores de α , β e γ e o valor do EQM. Parte da planilha pode ser observada na Figura 19, e o valor do $EQM = 1,92e^9$.

Figura 19 – Planilha do Microsoft® Excel® para Cálculo dos Índices Sazonais para Holt - Winter Aditivo

$$L_t = \alpha(y_t - S_{t-p}) + (1 - \alpha)(L_{t-1} + T_{t-1})$$

$$S_t = \gamma(y_t - L_t) + (1 - \gamma)S_{t-p}$$

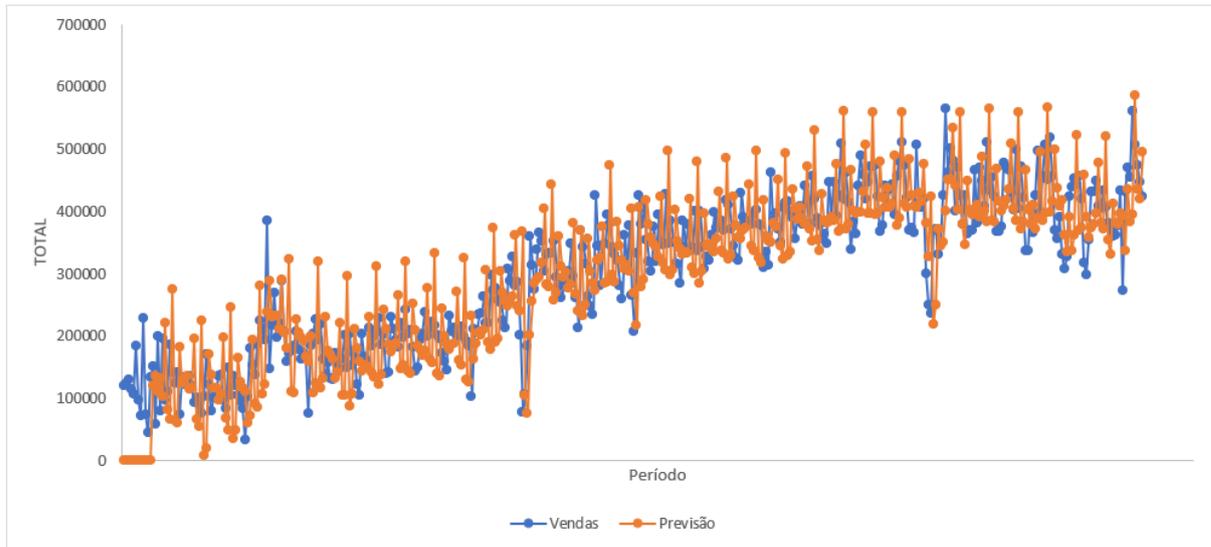
$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1}$$

Ano	Trimestre	t	Vendas	Nível Esperado	Tendência	Fator Sazonal	Previsão	TOTAL - PREVISÃO	α	β	γ	EQM	p	Soma	n	Mês	Índice Sazonal	Previsão Corrigida	Diferença
1988	1	1	119706	*	*	707,916667	*	*	0,424	0,000	0,010	1,92E+09	12	784023734596,83	408	1	-37873,04544	*	*
	2	2	123428	*	*	4429,91667	*	*								2	-23545,04526	*	*
	3	3	130242	*	*	11243,9167	*	*								3	35602,28889	*	*
	4	4	113962	*	*	-5036,08333	*	*								4	13696,10704	*	*
	5	5	106071	*	*	-12927,0833	*	*								5	37093,61246	*	*
	6	6	184988	*	*	65989,9167	*	*								6	-65190,55704	*	*
	7	7	97997	*	*	-21001,0833	*	*								7	32227,10547	*	*
	8	8	71281	*	*	-47717,0833	*	*								8	75565,76643	*	*
	9	9	228362	*	*	109363,917	*	*								9	-112306,2818	*	*
	10	10	73857	*	*	-45141,0833	*	*								10	78317,42473	*	*
	11	11	44832	*	*	-74166,0833	*	*								11	58457,11992	*	*
	12	12	133251	*	*	14252,9167	*	*								12	-68152,89043	*	*
1989	1	13	150364	118998,0833	0	14252,9167	*	*								1	-37873,04544	*	*
	2	14	58997	131990,5996	0	887,697458	R\$ 119.706,00	30658,00								2	-23545,04526	81832,95	4696504188,73
	3	15	200000	99179,38257	0	3975,89941	R\$ 136.420,52	-77423,52								3	35602,28889	112875,47	2902889632,51
	4	16	80593	137140,9827	0	11769,2011	R\$ 110.423,30	89576,70								4	13696,10704	146025,59	2913237136,97
	5	17	196345	115310,8181	0	-5338,15294	R\$ 132.104,90	-51511,90								5	37093,61246	145801,01	4252084102,96
	6	18	97172	155130,5474	0	-12376,0875	R\$ 102.383,73	93961,27								6	-65190,55704	139477,35	3233929936,59
	7	19	109803	102602,5798	0	65263,0737	R\$ 221.120,46	-123948,46								7	32227,10547	155929,91	3452491642,04
	8	20	185632	114554,0604	0	-20835,7076	R\$ 81.601,50	28201,50								8	75565,76643	113828,60	16205471,32
	9	21	142010	164898,0575	0	-47020,4605	R\$ 66.836,98	118795,02								9	-112306,2818	142402,74	1868768615,68
	10	22	123516	108851,1556	0	108588,381	R\$ 274.261,97	-132251,97								10	78317,42473	161955,69	397830642,41
	11	23	141056	134196,2363	0	-44790,3769	R\$ 63.710,07	59805,93								11	58457,11992	142027,50	342675519,68
	12	24	74072	168534,0807	0	-73690,9417	R\$ 60.030,15	81025,85								12	-68152,89043	118487,27	509347441,48
1990	1	25	134369	122461,8853	0	13615,4038	R\$ 182.787,00	-108715,00								1	58457,11992	114634,11	1645284516,24
				127131,7906	0	952,31614	R\$ 123.349,58	11019,42								2	-68152,89043	85476,54	2390472908,96

Fonte: Dados da Pesquisa (2023).

O gráfico da previsão pode ser visto na Figura 20, e mesmo com o erro sendo o menor encontrado até o momento, a previsão não acompanha os dados reais nos picos e vales.

Figura 20 – Gráfico de Índices Sazonais para Holt - Winter Aditivo para Total

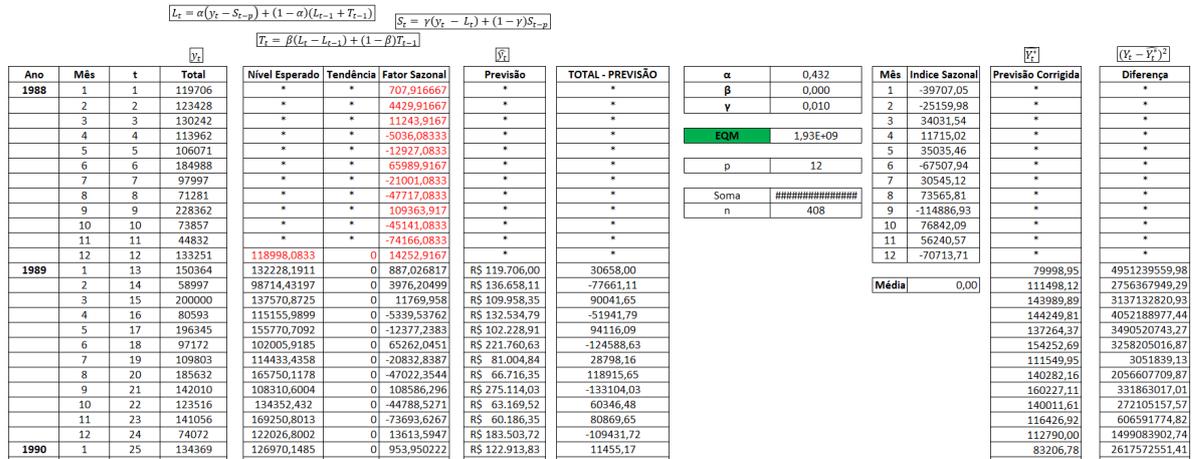


Fonte: Dados da Pesquisa (2023).

Com o intuito de aprimorar os resultados alcançados, os refinamentos dos índices sazonais foram aplicados. De forma semelhante à implementação da planilha de índices sazonais, a diferença é uma nova regra que restringe a média dos índices sazonais para modelos aditivos a ser igual a 0. Por isso, o suplemento *Solver* precisa ser utilizado, como mostra a Figura 22, alterando além das constantes α , β e γ , os índices sazonais a fim de obedecer a restrição mencionada e encontrar o EQM.

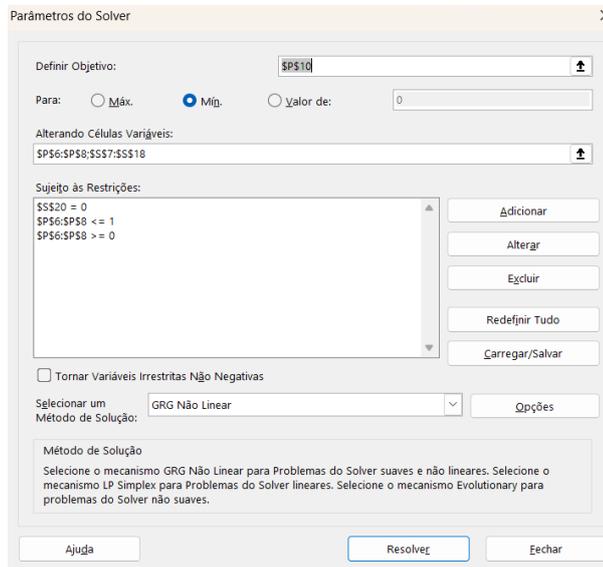
A planilha utilizada pode ser vista na Figura 21 e os parâmetros utilizados no *Solver*, na Figura 22.

Figura 21 – Planilha do Microsoft[®] Excel[®] para Cálculo dos Refinos dos Índices Sazonais para Holt - Winter Aditivo



Fonte: Dados da Pesquisa (2023).

Figura 22 – Aplicação do Suplemento Solver do Microsoft[®] Excel[®] na Planilha de Refinos de Índices Sazonais Holt - Winter Aditivo



Fonte: Dados da Pesquisa (2023).

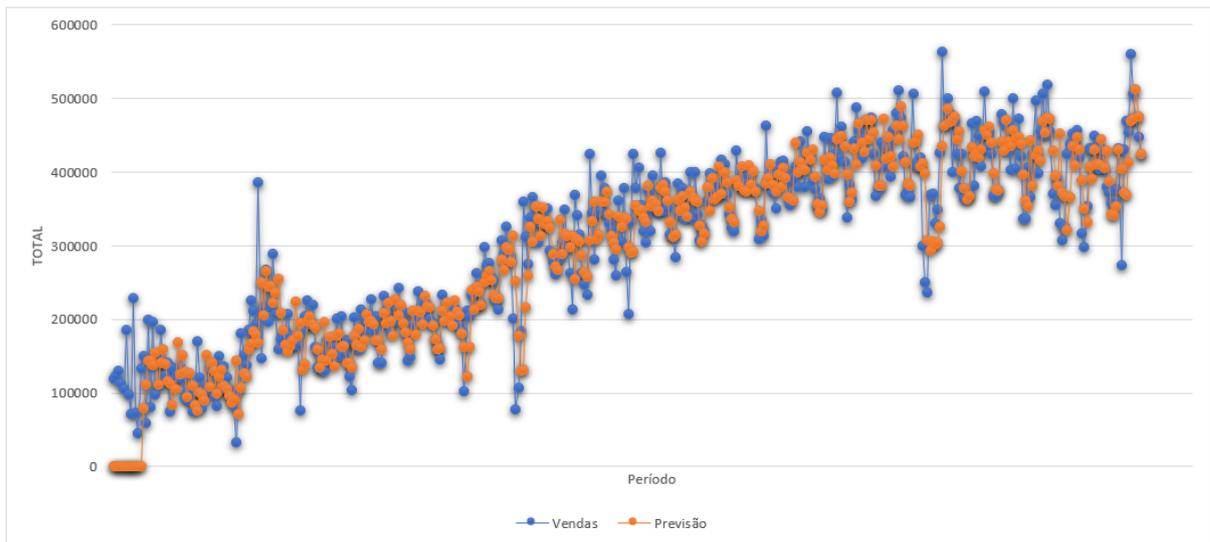
Os valores ótimos encontrados podem ser percebidos na Figura 23, onde o $EQM = 1,93e^9$. Percebe-se que não houve uma melhora entre os erros dos índices sazonais e dos refinamentos de índices sazonais, uma vez que o erro no último foi maior que o do primeiro. O gráfico do método em questão pode ser verificado na Figura 24.

Figura 23 – Recorte da Planilha com os valores ótimos para α , β e γ , para a média dos índices sazonais e para o EQM

α	0,432	Mês	Índice Sazonal
β	0,000	1	-39707,05
γ	0,010	2	-25159,98
EQM	1,93E+09	3	34031,54
p	12	4	11715,02
Soma	785610502386,26	5	35035,46
n	408	6	-67507,94
		7	30545,12
		8	73565,81
		9	-114886,93
		10	76842,09
		11	56240,57
		12	-70713,71
		Média	0,00

Fonte: Dados da Pesquisa (2023).

Figura 24 – Gráfico dos Refinos dos Índices Sazonais para Total



Fonte: Dados da Pesquisa (2023).

4.7 Resultados

Após a análise da série temporal pelos métodos de médias móveis simples, suavização exponencial, holt, holt-winters aditivo, índices sazonais para holt - winter, refino dos índices sazonais para holt - winter e regressão por tendência quadrática, a Tabela 3 foi construída compilando os resultados das previsões geradas para os próximos 12 meses e o erro quadrático médio de cada modelo testado.

Tabela 3 – Compilado de Resultados

	Janeiro	Fevereiro	Março	Abril	Maiο	Junho	Julho	Agosto	Setembro	Outubro	Novembro	Dezembro	EQM
Médias Móveis Simples	434.386	434.386	434.386	434.386	434.386	434.386	434.386	434.386	434.386	434.386	434.386	434.386	2,79e ⁻⁹
Suavização Exponencial	452.381	452.381	452.381	452.381	452.381	452.381	452.381	452.381	452.381	452.381	452.381	452.381	2,53e ⁻⁹
Holt	452.427	452.427	452.427	452.427	452.427	452.427	452.427	452.427	452.427	452.427	452.427	452.427	2,54e ⁻⁹
Holt - Winter	401.282	430.989	480.533	438.874	495.805	481.637	463.387	508.648	460.289	463.807	435.323	382.841	2,25e ⁻⁹
Regressão por Tendência Quadrática	439.450	439.673	439.892	440.109	440.322	440.532	440.739	440.943	441.144	441.341	441.536	441.727	2,95e ⁻⁹
Índices Sazonais para Holt - Winter	418.531	439.438	517.192	474.638	494.810	451.049	480.899	506.162	437.914	512.039	459.194	395.759	1,92e ⁻⁹
Refino dos Índices Sazonais para Holt - Winter	416.538	437.696	515.460	472.430	492.492	448.497	479.035	503.885	435.080	510.388	456.670	392.917	1,93e ⁻⁹

Fonte: Dados da Pesquisa (2023).

5 Conclusões e considerações finais

Este trabalho acadêmico tem por objetivo principal conceber e confrontar os modelos de previsão de séries temporais de médias móveis, suavização exponencial, holt, holt-winter, índices sazonais, refino dos índices sazonais e regressão por tendência quadrática, a fim de escolher aquele que melhor ajusta a série de benefícios concedidos pelo Instituto Nacional do Seguro Social.

Na qualidade de futura engenheira de produção, acredito que a capacidade de prever situações futuras com assertividade traz uma série de benefícios que impactam diretamente a eficiência, a tomada de decisões e o desempenho geral dos processos produtivos, tanto na gestão privada quanto na pública.

O estudo da previsão dos benefícios a serem concedidos pela Previdência Social se torna útil pois através dos dados produzidos é possível definir, por exemplo, as premissas atuariais para a disposição dos benefícios que irão ser concedidos.

Analisando os resultados e interpretações geradas, seguindo a medida de acurácia proposta, EQM, e as análises gráficas, o modelo de Índices Sazonais para Holt-Winter foi o que obteve o melhor desempenho. A Tabela 4, foi construída com as previsões para os próximos 12 meses utilizando o modelo.

Tabela 4 – Previsões para os Próximos 12 Meses para Índes Sazonais para Holt - Winter

	Janeiro	Fevereiro	Março	Abril	Maió	Junho	Julho	Agosto	Setembro	Outubro	Novembro	Dezembro
Índices Sazonais para Holt - Winter	418.531	439.438	517.192	474.638	494.810	451.049	480.899	506.162	437.914	512.039	459.194	395.759

Fonte: Dados da Pesquisa (2023).

Quando se compara os resultados obtidos para o erro quadrático médio dos modelos testados, observa-se que apesar do modelo de Índices Sazonais para Holt - Winter ser o que erra menos, apresentando o menor EQM igual à 1.921.626.800, o erro ainda é expressivo. Isso porque a série temporal analisada possui particularidades não identificadas pelos modelos testados, e que não puderam ser reconhecidas pelo autor.

Por fim, o objetivo final desse trabalho de conclusão de curso foi alcançado, conseguindo determinar qual dos modelos analisados melhor representa os dados reais. No entanto, salienta-se a importância de buscar entender as especificidades da série temporal dos benefícios concedidos pelo INSS de forma buscar prever com precisão o futuro previdenciário brasileiro.

Referências

- BRASIL. Lei nº 8.213 de 24 de julho de 1991. dispõe sobre os planos de benefícios da previdência social e dá outras providências. *Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil*, Brasília, DF, 1991. Disponível em: <https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l8213cons.htm>. Acesso em: 20 out. 2023.
- BRASIL. *Ministério da Previdência Social: Inss - breve histórico*. 2022. Disponível em: <<https://www.gov.br/inss/pt-br/aceso-a-informacao/institucional/breve-historico>>. Acesso em: 20 out. 2023.
- BRASIL. *Ministério da Previdência Social: Instituto nacional do seguro social*. 2023. Disponível em: <<https://www.gov.br/inss/pt-br/aceso-a-informacao/institucional/institucional>>. Acesso em: 20 out. 2023.
- FILHO, G. F. M.; RIBEIRO, J. de O. X.; LÁUA, C. A. C. A tributação 4.0 e a sustentabilidade do sistema previdenciário brasileiro. *Revista Videre*, v. 14, n. 31, p. 198–215, 2023. Disponível em: <<https://ojs.ufgd.edu.br/index.php/videre/article/view/15557>>.
- MARTINS, R. A.; MELLO, C. H. P.; TURRIONI, J. B. *Guia para elaboração de monografia e TCC em engenharia de produção*. São Paulo: Atlas, 2013. ISBN 9788522486397. Disponível em: <<https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788522486397/>>.
- MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL. *INFOLOGO: AEPS: Base de dados históricos da previdência social*. 1988 – 2021. Disponível em: <<http://www3.dataprev.gov.br/infologo/inicio.htm>>. Acesso em: 20 out. 2023.
- MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL. *BEPS - Boletim Estatístico da Previdência Social: Setembro 2023*. 2022. Disponível em: <https://www.gov.br/previdencia/pt-br/assuntos/previdencia-social/arquivos/beps092023_final.pdf>. Acesso em: 20 out. 2023.
- MONTGOMERY, D. C.; JENNINGS, C. L.; KULAHCI, M. *INTRODUCTION TO TIME SERIES ANALYSIS AND FORECASTING*. 2. ed. New Jersey: Wiley, 2015. ISBN 9780471653974.
- MONTGOMERY, D. C.; PECK, E. A.; VINING, G. G. *INTRODUCTION TO LINEAR REGRESSION ANALYSIS*. 5. ed. New Jersey: Wiley, 2012. ISBN 9780470542811.
- MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. C. *Análise de Séries Temporais*. São Paulo: Blucher, 2018. ISBN 9788521213529. Disponível em: <<https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788521213529/>>.
- NULLE, A. L.; MOREIRA, C. S. A previdência social: reforma ou há alternativas? *Economia e Sociedade*, v. 28, n. 3, p. 791–819, 2019. ISSN 0104-0618. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/1982-3533.2019v28n3art08>>. Acesso em: 20 out. 2023.
- RAGSDALE, C. *Modelagem de planilha e análise de decisão: uma introdução prática a business analytics - tradução da 7ª edição norte-americana*. Cengage Learning Brasil, 2014. ISBN 9788522121359. Disponível em: <<https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788522121359/>>.

SOUSA, A. R. dos S. et al. *Análise de Séries Temporais*. 1. ed. Porto Alegre: SAGAH, 2021. ISBN 9786556902876. Disponível em: [<https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9786556902876/>](https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9786556902876/).

VENANZI, D. et al. *Introdução à engenharia de produção: conceitos e casos práticos*. Rio de Janeiro: LTC, 2016.

WANDSCHEER, G. B. R. *Previdência Social Brasileira: Explicação da História e mudanças ao longo dos anos*. 41 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado Interdisciplinar em Ciência e Tecnologia) — Universidade Federal do Pampa, Iatqui, 2023. Disponível em: <https://repositorio.unipampa.edu.br/jspui/handle/riu/8571>. Acesso em: 24 out. 2023.