



UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO

Curso de Licenciatura em Matemática

Trabalho de Conclusão de Curso



UFOP
Universidade Federal
de Ouro Preto

Rhilary Marcos Amorim Nogueira

**ESTADO DO CONHECIMENTO DE PESQUISAS SOBRE FRAÇÕES A PARTIR DE
PERIÓDICOS QUALIS A1 A A4 (QUALIS CAPES 2017-2020) DA ÁREA DA
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

OURO PRETO – MG

2023

Rhilary Marcos Amorim Nogueira

**ESTADO DO CONHECIMENTO DE PESQUISAS SOBRE FRAÇÕES A PARTIR DE
PERIÓDICOS QUALIS A1 A A4 (QUALIS CAPES 2017-2020) DA ÁREA DA
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

Monografia apresentada à Banca Examinadora, como exigência parcial à obtenção do grau de licenciado em Matemática pela Universidade Federal de Ouro Preto, sob a orientação do Prof. Dr. Edmilson Minoru Torisu.

**OURO PRETO – MG
2023**

SISBIN - SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO

N778e Nogueira, Rhilary Marcos Amorim.

Estado do conhecimento de pesquisas sobre frações a partir de periódicos qualis A1 a A4 (qualis capes 2017-2020) da área da Educação Matemática. [manuscrito] / Rhilary Marcos Amorim Nogueira. - 2023. 57 f.: il.: color., gráf.. + Quadro.

Orientador: Prof. Dr. Edmilson Minoru Torisu.
Monografia (Licenciatura). Universidade Federal de Ouro Preto.
Instituto de Ciências Exatas e Biológicas. Graduação em Matemática .

1. Educação Matemática. 2. Estado do conhecimento. 3. Frações. I. Torisu, Edmilson Minoru. II. Universidade Federal de Ouro Preto. III. Título.

CDU 51:37

Bibliotecário(a) Responsável: Luciana De Oliveira - SIAPE: 1.937.800



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
REITORIA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS
COLEGIADO DO CURSO DE LICENCIATURA EM
MATEMÁTICA



FOLHA DE APROVAÇÃO

Rhilary Marcos Amorim Nogueira

Estado do Conhecimento de pesquisas sobre frações a partir de periódicos Qualis A1 a A4 (Qualis Capes 2017-2020) da área da Educação Matemática

Monografia apresentada ao Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de Licenciada em Matemática

Aprovada em 28 de agosto de 2023

Membros da banca

Dr. Edmilson Minoru Torisu - Orientador - Universidade Federal de Ouro Preto
Dra. Marli Regina dos Santos - (DEEMA) - Universidade Federal de Ouro Preto

Edmilson Minoru Torisu, orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito na Biblioteca Digital de Trabalhos de Conclusão de Curso da UFOP em 28/11/2023



Documento assinado eletronicamente por **Edmilson Minoru Torisu, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 28/11/2023, às 16:54, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **0585059** e o código CRC **5915DE51**.

Referência: Caso responda este documento, indicar expressamente o Processo nº 23109.011785/2023-38

SEI nº 0585059

R. Diogo de Vasconcelos, 122, - Bairro Pilar Ouro Preto/MG, CEP 35402-163
Telefone: (31)3559-1700 - www.ufop.br

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, preciso agradecer a Deus, meu querido Pai. Sem Ele, nada disso seria possível. Obrigada por me direcionar, por me sustentar, por me acolher e por me amar de forma tão grandiosa.

Ao meu marido, Robert, que nesses últimos cinco anos foi meu maior suporte, que me compreendeu e quem mais me incentivou nessa jornada.

À minha família, minha mãe Rozania, minha irmã Rhayane e meu padrasto Edmundo, por todo apoio, ajuda, incentivo e orações.

Aos meus amigos, que mesmo de longe não deixaram de estar sempre presentes.

Agradeço ao meu orientador, professor Dr. Edmilson Minoru Torisu, pela paciência, pelos ensinamentos, por acreditar em mim, por me ajudar a voltar a sonhar em ir mais longe e por aceitar a me conduzir nesse trabalho.

À professora Dra. Marli Regina dos Santos, por aceitar fazer parte de minha banca de defesa e pelas preciosas contribuições para a melhoria desse trabalho.

A todos os professores que fizeram parte dessa grande experiência e contribuíram de forma positiva para a minha formação profissional.

RESUMO

Dificuldades com o conteúdo de frações têm sido discutidas por pesquisadores e vivenciadas por professores em todo o mundo. No Brasil, muitas dissertações de mestrado, teses de doutorado, trabalhos de conclusão de curso e artigos têm explorado esse tema sob vários vieses. O principal objetivo desse trabalho é apresentar um estado do conhecimento dos estudos envolvendo frações, utilizando como dados somente artigos em periódicos qualis A1 a A4 (qualis capes 2017-2020). Para a seleção dos artigos, foi considerado o período de 2018 a 2022, idioma em português e as palavras-chave: “frações”, “fração”, “números racionais”, “números fracionários”, “fracionário” em seu título. Nessa busca, encontramos 46 artigos. Posteriormente, foram lidos os resumos (e em alguns casos, todo o artigo) para selecionar os que apresentavam propostas para o ensino e a aprendizagem de frações, obtendo-se um total de 20 artigos, que foram organizados em uma tabela com as seguintes informações: nome do periódico, ano de publicação, volume e número do periódico, título do artigo e endereço eletrônico. Após leituras cuidadosas, criamos categorias de análise que abrigaram os artigos que possuem interseção em algum aspecto. As categorias foram: significado das frações; Conhecimento dos professores acerca do conteúdo de frações; Encaminhamentos frente às dificuldades encontradas. Os resultados apontaram que o significado de fração como parte todo é largamente explorado, em comparação com outros significados como medida, número, quociente, por exemplo. A maior parte dos artigos analisados utilizou questionários ou a proposição de problemas envolvendo frações para obter diagnóstico dos participantes em torno dos conhecimentos sobre frações. Concluiu-se, também, que professores, algumas vezes, apresentam compreensões equivocadas acerca de alguns conceitos relacionados a frações. Essa pesquisa pode ser um material interessante para aqueles que pretendem explorar o tema de frações, em TCC, dissertações e teses.

Palavras-Chave: Estado do conhecimento; frações; Educação Matemática.

ABSTRACT

Difficulties with the content of fractions have been discussed by researchers and experienced by teachers around the world. In Brazil, many master's dissertations, doctoral theses, course conclusion works and articles have explored this topic from various angles. The main objective of this work is to present a state of knowledge of studies involving fractions, using as data only articles in periodicals qualified A1 to A4 (qualis capes 2017-2020). To select the articles, the period from 2018 to 2022 was considered, language in Portuguese and the keywords: “fractions”, “fraction”, “rational numbers”, “fractional numbers”, “fractional” in their title. In this search, we found 46 articles. Subsequently, the abstracts (and in some cases, the entire article) were read to select those that presented proposals for teaching and learning fractions, obtaining a total of 20 articles, which were organized in a table with the following information : name of the periodical, year of publication, volume and number of the periodical, title of the article and email address. After careful reading, we created analysis categories that housed articles that intersect in some aspect. The categories were: meaning of fractions; Teachers’ knowledge about the content of fractions; Referrals in the face of difficulties encountered. The results showed that the meaning of fraction as a whole part is widely explored, in comparison with other meanings such as measure, number, quotient, for example. Most of the articles analyzed used questionnaires or the proposition of problems involving fractions to obtain participants' diagnosis regarding their knowledge about fractions. It was also concluded that teachers sometimes have mistaken understandings about some concepts related to fractions. This research can be interesting material for those who intend to explore the topic of fractions, in TCC, dissertations and theses.

Keywords: State of knowledge; fractions; Mathematics Education.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	– Noções de fração	16
Figura 2	– Adição de fração	17
Figura 3	– Questão a	28
Figura 4	– Questão d	28
Figura 5	– Região do país em que a pesquisa empírica foi desenvolvida	43
Figura 6	– Rede de ensino	44
Figura 7	– Série escolar em que a proposta foi aplicada	44
Figura 8	– Resposta do participante LP1	47
Figura 9	– Resposta do participante LP2	48
Figura 10	– Resposta do futuro professor 1	48
Figura 11	– Questionário A	50

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Periódicos	23
------------------------------------	-----------

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	10
CAPÍTULO 1	12
FRAÇÕES: UM POUCO SOBRE SUA HISTÓRIA, E SEU ENSINO.....	12
1.1 Ensino de frações: antes e hoje.....	13
CAPÍTULO 2	21
METODOLOGIA.....	21
CAPÍTULO 3	23
OS ARTIGOS E ALGUMS CONSIDERAÇÕES SOBRE ELES.....	23
CAPÍTULO 4	43
DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS	43
Estatística descritiva	43
Organizando os artigos em categorias.....	45
1 – Significado das frações.....	45
2 – Conhecimento dos professores acerca do conteúdo de frações.....	46
3 – Encaminhamentos frente às dificuldades com frações	49
CONSIDERAÇÕES FINAIS	52
REFERÊNCIAS:	54

INTRODUÇÃO

Cursei todo o meu ensino básico em escolas públicas. Durante esse período, foi difícil criar vínculos com professores e colegas de turma, pois mudei de escola muitas vezes. No local onde nasci, diferente da região dos inconfidentes, é comum que ao mudar de bairro você mude todo o seu ciclo social (escola, igreja, locais de lazer). Por esse motivo, tive experiências com professores e escolas distintas, tanto na rede municipal quanto na estadual.

Na escola sempre tive facilidade e familiaridade com as disciplinas da área das exatas. Contudo, a Matemática era a minha disciplina preferida. No Ensino Fundamental, nas escolas que frequentei, as professoras sempre me elogiavam nas reuniões de pais, por me considerarem uma boa aluna. No ensino médio isso não foi muito diferente, exceto no terceiro ano, quando tive algumas dificuldades na disciplina. De modo geral, os estudantes tinham dificuldades para compreender conteúdos matemáticos. Naquele ano, eu mesma tinha dificuldade de compreender a partir das explicações do professor.

Essa experiência me alertou para o fato de que ser professor não é somente entrar na sala de aula e expor conteúdos. A forma como o professor explica, a sua didática, além da relação que ele estabelece com os estudantes e os vínculos permitidos pela estabilidade na turma são aspectos que podem impactar positivamente a trajetória escolar dos discentes. Nesta época, passei a aventar a possibilidade de ser professora. No ano de 2012, durante o meu segundo ano do ensino médio, conheci a UFOP na mostra de profissões e me apaixonei pela universidade. Eu tive certeza que queria estudar ali. Todavia, isso parecia um sonho muito distante pois era quase impossível que minha mãe pudesse me manter financeiramente tão longe de casa.

Algumas coincidências da vida me trouxeram para Mariana em 2016, e desde então, após iniciar um curso de Engenharia Civil e desistir, depois de muitas frustrações com empregos, decidi que era importante que eu trabalhasse com algo que realmente me realizaria. Voltei meu olhar novamente para a educação e escolhi a Matemática. Perseguindo esse sonho, em 2019 ingressei no curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Federal de Ouro Preto.

No segundo período do curso passei a dar aulas particulares para alunos do Ensino Fundamental e percebi que algumas crianças apresentavam muitas dificuldades para resolver situações envolvendo fração. Na segunda metade do curso, após o período de aulas remotas, durante um estágio em uma escola particular de Ouro Preto, foi preciso dedicar maior tempo

à revisão de conteúdos como potenciação, radiciação e, principalmente, fração com os alunos. Nesse estágio, percebi que em geral, os estudantes apresentavam dificuldades para resolver problemas que envolviam frações, embora conhecessem as regras básicas das quatro operações com fração.

Em outro estágio com alunos do primeiro ano do Ensino Médio de uma escola pública na cidade de Mariana, ao revisar conteúdos relacionados às frações como revisão para o ensino de função exponencial, observei que muitos discentes não sabiam como realizar as quatro operações básicas com frações. Isso me deixou muito intrigada, pois não era a primeira vez que isso acontecia. Surgiu, então, uma curiosidade de saber o porquê de os estudantes terem tantas dificuldades com frações, já que é um conteúdo que se estuda (aprende) ao longo de boa parte do ensino fundamental. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é o documento norteia os currículos e propostas pedagógicas de todas as redes de ensino do país. De acordo com a BNCC, o primeiro contato com fração deve se dar nos anos iniciais.

O objetivo desse trabalho é apresentar o que tem sido investigado sobre o tema frações, a partir de uma análise do que vem sendo publicado em periódicos qualis nos extratos A1 a A4 (qualis capes 2017-2020) no período de 2018 a 2022, sobre o tema.

O texto está assim dividido. Após a introdução, o capítulo 1 apresenta um breve histórico sobre o ensino de fração no Brasil. No capítulo 2, apresentamos a metodologia adotada no trabalho. No capítulo três apresentamos, de forma sucinta, todos os artigos selecionados para o presente estudo. Dedicamos o capítulo 4 à descrição e análise dos dados. Na sequência, tecemos algumas considerações e, por fim, apresentamos as referências utilizadas ao longo do texto.

CAPÍTULO 1

Nesse capítulo trataremos um breve histórico do ensino de frações no Brasil, baseado na leitura de dois livros considerados “manuais” para o professor de matemática.

FRAÇÕES: UM POUCO SOBRE SUA HISTÓRIA, E SEU ENSINO

No Brasil, a forma como é estruturada a organização dos currículos de todas as disciplinas é guiada por documentos oficiais, com destaque para a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), homologada em dezembro de 2017. Este documento que sutilmente norteia os currículos e propostas pedagógicas de todas as redes de ensino do país, é de caráter normativo e

[...] define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE) (BRASIL, 2018, p.9).

Os parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), anteriores a BNCC, são outro importante documento que contribui para a organização do ensino no Brasil. Anteriores à BNCC, os primeiros PCN foram publicados em 1990 (1ª a 4ª séries). Em 1997, publicaram-se os PCN de 5ª a 8ª séries e, em 1998, do Ensino Médio. Diferentemente da BNCC, os PCN não são normativos. São diretrizes, orientações, elaboradas pelo Governo Federal para orientar as equipes escolares na realização de seus trabalhos.

Entretanto, a despeito desses documentos, não devemos pensar que o professor, em sua lida diária, não tenha uma margem de manobra para suas ações (ou é guiado exclusivamente por elas). Ele tem autonomia para fazer escolhas, como aquelas relativas à metodologia que será utilizada para ensinar determinado conteúdo. Nessa direção, a Educação Matemática (EM), por meio de suas várias tendências para o ensino de Matemática, tem muito a contribuir. Esta contribuição se mostra ainda mais importante quando ela se torna um caminho para amenizar ou enfrentar as dificuldades de aprendizagem de alguns conteúdos matemáticos.

Um desses conteúdos que, historicamente, tem se mostrado de difícil compreensão para os estudantes é o de frações. Várias pesquisas em EM têm direcionado seu foco para essas dificuldades e, não raro, apresentado propostas para tentar resolvê-las (MONTEIRO; GROENWALD, 2014; FONSECA, SANTOS, 2019; ETCHEVERRIA, 2019). O foco nas

frações se dá pelas dificuldades dos estudantes, mas também porque este é um conhecimento importante para a vida das pessoas.

Em consulta à BNCC e aos PCN, observamos que, em ambos, as frações têm destaque, estando incluídas no conjunto dos números racionais e aparecendo em diversos momentos da formação escolar, não estando limitada a somente um período. Na BNCC, por exemplo, o primeiro contato com frações inicia-se no 4º ano do Ensino Fundamental, sendo que a habilidade aparece dentro da unidade temática números, da seguinte forma: “(EF04MA09) – Reconhecer as frações unitárias mais usuais ($1/2$, $1/3$, $1/4$, $1/5$, $1/10$ e $1/100$) como unidades de medida menores do que uma unidade, utilizando a reta numérica como recurso” (Brasil, 2018, p. 293). Ao longo deste mesmo documento, o ensino de frações surge também no período que vai do 5º ao 8º ano do Ensino Fundamental. A partir desse momento, os estudantes continuarão a utilizar o conceito e as operações com frações em conteúdos como potência de expoente racional, porcentagem, entre outros (BRASIL, 2018).

Podemos notar que o conteúdo de frações é exigido, de forma explícita ou implícita, ao longo de toda a vida acadêmica do estudante. Esse fato evidencia a importância do seu ensino, ao mesmo tempo que traz, como consequência, uma preocupação. Se saber frações é tão importante para os estudantes, mas ao mesmo tempo elas representam um conteúdo de difícil compreensão por parte deles, o seu ensino se torna um desafio para os professores. E isso é preocupante.

A celeuma em torno das frações é algo que provoca muitos interesses de pesquisa. Pensando nesta variedade de estudos, neste trabalho nosso objetivo é apresentar, a partir de um recorte temporal em periódicos da área da Educação, Educação Matemática, classificados nos extratos A1 a A4 da classificação capes 2017-2020, o que tem sido investigado sobre frações por pesquisadores do Brasil.

Antes, porém, na próxima seção, faremos um pequeno resgate do conteúdo de dois livros, que podem ser compreendidos como manuais para o ensino de frações, um de 1962 e, outro, de 1975 para confrontá-lo com a maneira como hoje é ensinado o conteúdo de frações.

1.1 Ensino de frações: antes e hoje

Os livros didáticos possuem uma grande relevância para o ensino de matemática no Brasil. A partir deles podemos analisar como era o ensino à época de sua publicação e quais metodologias eram utilizadas. De acordo com Valente (2008), a Educação Matemática está

diretamente ligada ao livro didático, de forma que a investigação desses livros acarretará na investigação da própria história da Educação Matemática

Pensando nisso, aventei a possibilidade realizar uma análise do ensino de frações em dois livros didáticos: “Matemática na escola primária”, de 1962 e “Ensino moderno da matemática”, de 1975. Antes de passar aos livros, vale ressaltar que, em 1985, foi criado o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), que passou a selecionar, adquirir e distribuir livros didáticos de forma gratuita a todos os estudantes matriculados na rede pública de ensino, sendo o formato desse livro muito próximos do que conhecemos nos dias atuais.

O livro “Matemática na escola primária”, elaborado pelo Ministério da Educação e Cultura (MEC) em 1962, assinado por Darcy Ribeiro, Ministro da Educação, tinha como objetivo auxiliar o desempenho dos professores na formação de cidadãos. Em sua introdução, o livro orienta o professor a adaptar as sugestões e ideias contidas para cada série escolar de acordo com a situação do seu Estado e das crianças que serão ensinadas. O livro também classifica as crianças em “menos dotadas” e “bem-dotadas”. Ele ainda dá instruções específicas ao que deve ser ensinado a cada uma delas.

Para as crianças menos dotadas, o livro “Matemática na escola primária” de Darcy Ribeiro, indica que o professor ensine-as a resolver problemas matemáticos envolvendo as quatro operações com números inteiros e decimais, utilizando situações do cotidiano. Além disso, que seja ensinado o sistema legal de pesos e medidas, sistema monetário, percentagem aplicada a juros e abatimentos. Já para as crianças bem-dotadas, na classificação utilizada pelo livro, a sugestão é que elas aprendam o mesmo que as menos dotadas adicionando noções de raiz quadrada, potenciação e geometria.

Vale ressaltar que este livro (manual) já defendia, em 1962, algo próximo do que a Constituição Federal de 1996 continuou defendendo: a adaptação dos conteúdos às realidades regionais e dos estudantes. O artigo 26 da LDBE - Lei nº 9.394 de 20 de Dezembro de 1996, determina o seguinte:

Art. 26. Os currículos da educação infantil, do ensino fundamental e do ensino médio devem ter base nacional comum, a ser complementada, em cada sistema de ensino e em cada estabelecimento escolar, por uma parte diversificada, exigida pelas características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e dos educandos (BRASIL, 1996).

Isso significa que as escolas podem/devem proporcionar, aos estudantes, experiências escolares diversificadas, com o objetivo de enriquecimento curricular por meio da contextualização do ensino. A nosso ver, esse caminho parece promissor, quando lutamos por

uma educação que respeita as diferenças. Por outro lado, e de modo paradoxal, o livro de 1962 separa crianças mais e menos dotadas, oferecendo a elas distintos percursos de ensino, em um movimento de exclusão claro. Nesse aspecto, houve mudanças significativas ao longo dos anos, reivindicadas por aqueles que lutam contra qualquer tipo de preconceito.

O conteúdo do livro é dividido em seis partes. A primeira é denominada parte geral, e as demais como primeiro, segundo, terceiro, quarto e quinto ano. A parte geral, como o próprio nome revela, contém instruções gerais para o ensino em qualquer grau do curso primário, entre as quais estão os objetivos gerais do ensino de matemática no curso primário, preceitos particularizados relativos ao método de ensino e até orientações de como o professor poderia aproveitar melhor o tempo em sala de aula. Nas partes relativas a cada ano escolar, há um tópico para os objetivos e uma análise completa de cada um deles; outro tópico denominado prática do ensino, no qual são apresentados os conteúdos, a divisão da matéria, os hábitos e disposições de espírito que convém formar, jogos, problemas e outras atividades sobre o conteúdo.

O ensino de frações inicia-se no primeiro ano, de forma introdutória. O livro orienta que o professor utilize a noção de metade e quarta parte por meio de frutas ou folhas de papel, sem utilizar a palavra fração:

[...] A criança muitas vezes divide ou parte objetos, o que pode ser um ponto de partida para as noções de todo inteiro e de pedaços. Tal noção e as de metade e quarta parte serão dadas do modo mais concreto possível, usando-se frutas, folhas de papel, doces, sabão, etc., e sem mencionar a palavra fração. Devem ser utilizados, particularmente, objetos com forma de esfera, cubo e cilindro. A laranja, a maçã, bolas ou cubo de sabão são especialmente indicados, pela facilidade de cortar em duas e quatro partes. (MEC, 1962, p. 54).

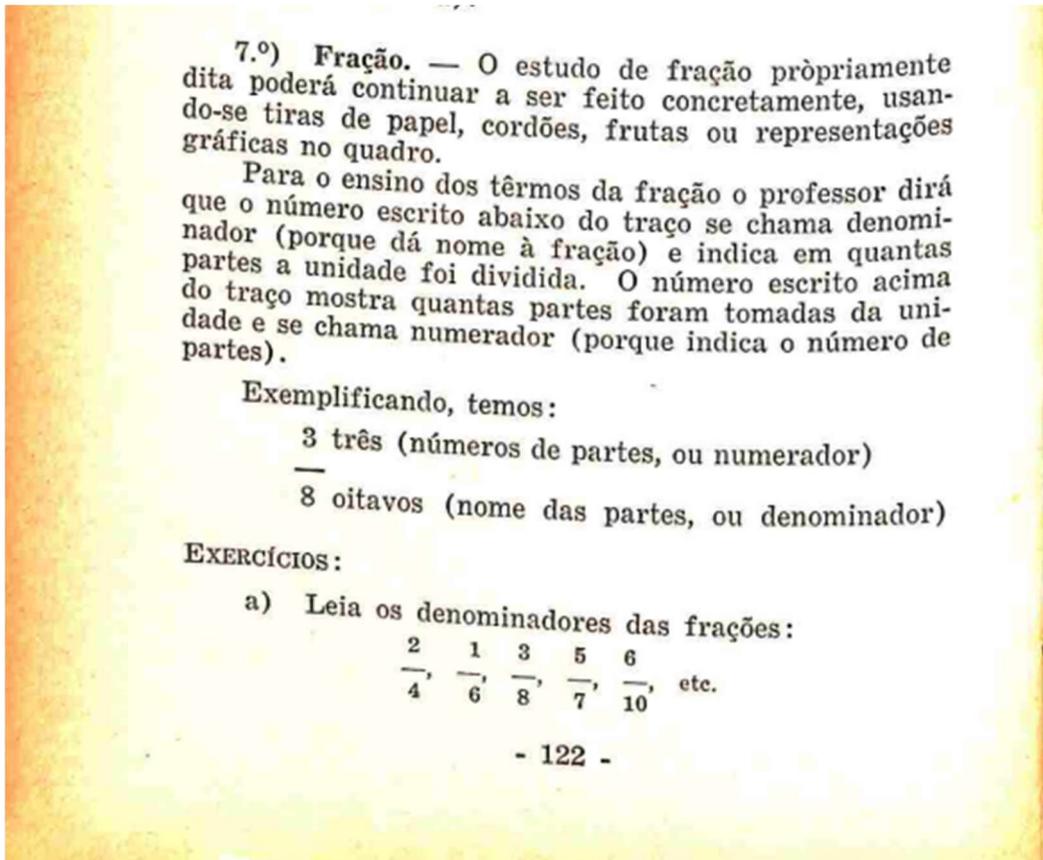
No segundo ano, o livro orienta reforçar as noções de metade e quarta parte aprendidas no ano anterior, e acrescentar o estudo de terços. Além disso define que no segundo ano, o estudo das frações será um acompanhamento da divisão, alegando que será melhor para o entendimento do aluno:

O estudo de fração, neste ano, será sempre feito acompanhando o de divisão, com o qual ficará intimamente correlacionado, tornando-se muito mais fácil e levando os alunos a formar perfeitamente o conceito de que fração é o resultado de divisão. (MEC, 1962, p. 87).

O livro defende que esse estudo deva ser continuado utilizando objetos e frutas até que o aluno tenha uma boa compreensão do assunto.

No terceiro ano ele divide o conteúdo de fração em duas partes. Na primeira, continua com a noção de fração, explorando os conceitos de numerador e de denominador, conforme a imagem abaixo:

Figura 1 - Noções de fração

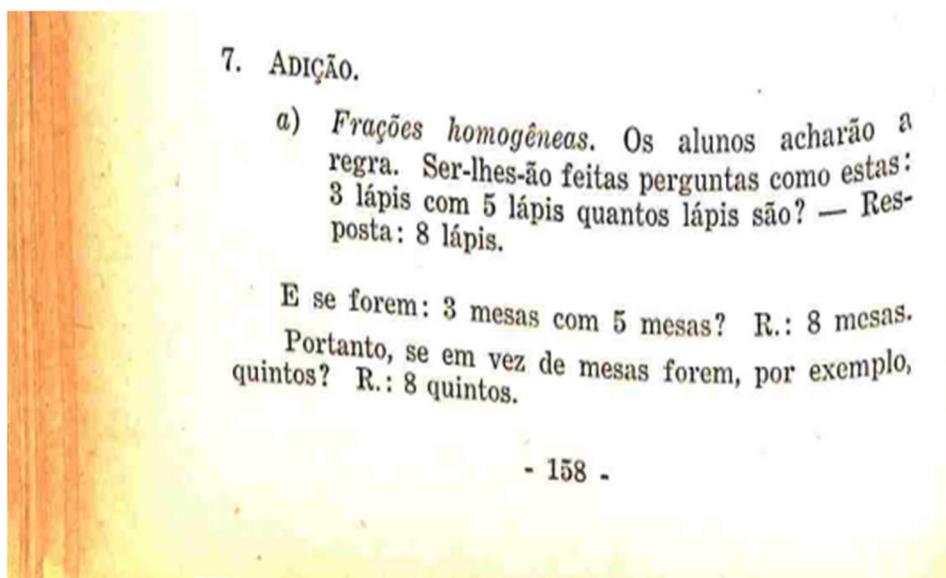


Fonte: Recorte do livro “Matemática na escola primária” p. 122.

Posteriormente, ensina a leitura das frações e frações equivalentes, incluindo, ao final, problemas a serem resolvidos. Na segunda parte desse mesmo ano escolar, o livro explora frações decimais, ainda utilizando objetos ou folha de papel, que podem ser divididas em 10 partes. Depois ensina os números decimais na sua representação escrita. Após apresentada a noção de décimos, o ensino passa para os centésimos, por meio dos mesmos processos.

No quarto ano, o livro ensina o conceito de frações próprias, impróprias e números mistos. Também ensina a simplificar as frações, o que denomina de extração de inteiros. Nesse mesmo ano iniciam-se as operações com frações. Partindo da adição, o livro apresenta o seguinte exemplo:

Figura 2: Adição de fração.



Fonte: Recorte do livro “Matemática na escola primária” p. 158.

Nele, primeiro é explicada a operação de adição de frações com denominadores iguais. Em seguida, adição com denominadores diferentes e, na sequência, a subtração de frações. A multiplicação e divisão de frações é apresentada na última parte do livro do quinto ano. Inicia-se com casos de multiplicação por um número inteiro. Posteriormente, passa-se à multiplicação de uma fração por outra fração. Continua com o ensino de multiplicação de uma fração por um número misto, até chegar no caso de uma multiplicação de um número misto por outro número misto.

Depois da multiplicação, inicia-se o estudo da divisão. Primeiro, divisão da fração por um inteiro. Depois, um inteiro por uma fração e uma fração por outra fração. Finaliza-se o livro com a conversão de frações decimais em ordinárias e de ordinárias em decimais, além de frações periódicas.

O segundo livro, “Ensino moderno da matemática”, das autoras Clélia Tavares Martins, Gliquéria Yaremtchuk e Henrieta Dyminski Arruda, datado de 1975, apesar de também ser um livro destinado ao professor de matemática, difere do anterior, por não apresentar os conteúdos a serem ensinados, de forma tão detalhada. Ele se detém mais nos objetivos de cada tópico a ser ensinado.

O livro é dividido em nove capítulos, denominados de unidades. O ensino das frações aparece na sétima unidade, com o título de números fracionários. Como se trata de um livro para o 4º ano, a unidade tem início com alguns pré-requisitos que se espera que o aluno tenha para aprender frações, como noções de unidade fracionária, fração, relação de equivalência

entre frações e a representação de um número fracionário. Nas primeiras páginas que abrangem o conteúdo, as autoras sugerem revisar fração da unidade e a função dos termos da fração, utilizando dobraduras e pintura de figuras em cartolina.

A seguir, discutem-se propostas para o ensino de contagem de unidades fracionárias, reconhecimento da relação de equivalência entre número fracionário e número natural, representação dos números fracionários na reta numérica, estabelecimento de relações de ordem crescente e decrescente entre os números fracionários, estabelecimento de relação de equivalência entre número fracionário e número natural utilizando, como materiais, objetos e frutas com formas geométricas diferentes.

Na sequência, o livro inicia as operações com frações, partindo da adição e subtração com denominadores iguais e, depois, com denominadores diferentes. Por fim, mostra que cada ponto da reta representa um número racional. Esse livro não explora a multiplicação e a divisão com frações.

Os livros atuais, embora tenham inserido novas abordagens e algumas contextualizações, ainda não conseguem fazer com os estudantes de modo geral, aprendam fração com facilidade. Então, nada mudou? Acreditamos que houve mudanças que fizeram avançar o ensino de frações. Contudo, muitos estudantes ainda têm dificuldades para aprender este conteúdo. As consequências disso reverberam por todo o resto de suas vidas escolares. Para Drack (2002, p. 1), “são inúmeros os estudantes, em todos os níveis de escolaridade, que apresentam dificuldades com frações, acarretando graves entraves no prosseguimento de seus estudos sobre números, operações, álgebra ou funções”. Essa mesma autora defende que a aprendizagem de frações precisa ir além de mecanização de regras. Para isso, ela propõe a exploração de algumas noções, para que o estudante dê significado à aprendizagem de frações. São elas: o próprio conceito de fração, a relação de equivalência entre frações e o significado das quatro operações fundamentais no universo das frações.

Acreditamos que muitas das dificuldades enfrentadas pelos estudantes na aprendizagem de frações decorram da metodologia adotada pelo professor, majoritariamente procedimentais (GRAÇA; PONTE; GUERREIRO, 2022). Magina, Bezerra e Spinillo (2009, p. 415) acreditam que “algumas das causas das dificuldades das crianças com fração residem na complexidade inerente a esse conceito e na abordagem aplicada ao ensino desse conteúdo na escola”. Parece ser consenso, que um ensino de técnicas que se tornam mecanizadas não é boa opção a ser adotada para o ensino desse conteúdo. O melhor talvez seria recorrer à contextualização, a exemplo do que defende o livro de 1962 e o artigo 26 da LDBE, já

citados neste texto. Contudo, a depender da compreensão sobre o que vem a ser contextualização, isso pode ser problemático.

Caso o professor entenda que contextualizar significa simplesmente criar um enunciado em que dados fracionários aparecem, sem se preocupar que o estudante dê significado àquilo, o resultado pode ser desastroso. Lopes (2008) apresenta um exemplo disso, retirado do livro “Exercícios de Matemática”, de Cecil Thiré, de 1932. O enunciado é o seguinte:

Dois meninos treparam numa laranjeira e chuparam os $\frac{2}{3}$ das laranjas que havia. Na laranjeira ficaram os $\frac{4}{5}$ do que havia menos 14 laranjas. Quantas laranjas os meninos chuparam?

A situação, fictícia, pode ser resolvida, mas foge de algo que faça sentido para o estudante ou se aproxime do seu cotidiano. Este tipo de situação problema, que tem sido criticada nos últimos anos recebe alguns nomes. Para Peter Hilton, elas são as aplicações enganosas. Para Mme. Krygowska, são os problemas pseudopráticos. O pior de tudo isso é que, ainda hoje, é possível encontrarmos enunciados nos livros de Matemática semelhantes a esses (LOPES, 2008).

O ideal, para contextualizar, talvez seja apresentar as frações em contextos nos quais elas, necessariamente, são exigidas. Lopes (2008), em um esforço de pesquisa, fez um levantamento de situações e contextos em que isso ocorre. O autor supôs que encontraria muitas dessas situações, que envolvessem o universo da criança. Contudo, essa foi uma expectativa frustrada, pois “[...] a maioria das situações se referia a contextos do mundo dos adultos, pobres de significados para crianças e adolescentes” (LOPES, 2008, p. 5). Um dos exemplos clássicos que o autor apresentou, são as receitas, nas quais as frações aparecem: $\frac{1}{2}$ xícara, $\frac{2}{3}$ de copo, etc. Mesmo assim, ele chama a atenção para o fato de que, na prática, as coisas não são bem assim na cozinha.

Ainda em defesa da contextualização no ensino de frações, mais especificamente na abordagem às operações com números racionais, Lewis e Perry (2014 apud GRAÇA; PONTE; GUERREIRO, 2022) acreditam que ela deve possibilitar ao aluno o envolvimento em tarefas contextualizadas, que contribuam para a construção e compreensão dos algoritmos, e não somente à assimilação de regras operatórias. Isso pode ajudar no desenvolvimento do sentido de número racional.

Magina, Bezerra e Spinillo (2009) também criticam o ensino de frações baseado na ênfase ao simbolismo, na linguagem matemática, na aplicação mecânica de algoritmos (sobretudo na aritmética de frações) e no uso de representações

diagramáticas. Esses diagramas são amplamente utilizados para ilustrar as relações parte-todo e para explicar a notação (o denominador corresponde ao número de partes em que o todo foi dividido e o numerador ao número de partes pintadas no diagrama – exemplos: pizza dividida em fatias de mesmo tamanho, barra de chocolate dividida em partes iguais, etc) – e a linguagem fracionária (um terço, um quinto). De acordo com as autoras, “a ênfase recai sobre um dentre os diferentes significados que podem ser atribuídos à fração: as relações parte-todo” (MAGINA; BEZERRA; SPINILLO, 2009, p. 414).

Muitas são as possibilidades de pesquisa envolvendo o conteúdo de frações. Isso nos levou ao objetivo de pesquisar o que tem sido produzido, no Brasil, acerca do tema frações. Devido ao grande número de pesquisas, decidimos fazer um recorte dessas pesquisas, temporalmente e em locais específicos. No próximo capítulo, apresentaremos o caminho metodológico seguido por nós para alcançar nosso objetivo.

CAPÍTULO 2

METODOLOGIA

Neste estudo, reunimos um conjunto de artigos que versam sobre um ou mais aspectos do ensino e da aprendizagem de frações, com o objetivo de apresentar o que tem sido investigado sobre o tema por pesquisadores do Brasil. A nosso ver, sintetizar essas produções pode levar a reflexões acerca de avanços, lacunas e possíveis desdobramentos dos estudos. Dessa forma, acreditamos que podemos classificar nosso estudo como sendo do tipo Estado do Conhecimento (EC), pois está sintonia com o que considera Morosini e Fernandes (2014, p. 155) sobre este assunto. Para as autoras

[...] estado de conhecimento é identificação, registro, categorização que levem à reflexão e síntese sobre a produção científica de uma determinada área, em um determinado espaço de tempo, congregando periódicos, teses, dissertações e livros sobre uma temática específica.

Ainda que tenhamos consultado somente artigos em periódicos, acreditamos que nosso estudo ainda pode ser classificado como sendo EC.

Para a construção do *corpus* de análise, ou seja, o conjunto de artigos a ser analisado, procedemos da seguinte maneira. Pesquisamos em periódicos, considerando o período de 2018 a 2022, artigos em português que continham alguma das palavras-chave: “frações”, “fração”, “números racionais”, “números fracionários”, “fracionário”. Nessa busca, encontramos 46 artigos. Posteriormente, foram lidos os resumos (em alguns casos, todo o artigo) desses artigos para selecionar os que apresentavam propostas para o ensino e a aprendizagem de frações, sendo selecionado um total de 20 artigos. Na sequência, elaboramos uma tabela para organizá-los, com as seguintes informações: nome do periódico, ano de publicação, volume e número do periódico, título do artigo e endereço eletrônico do mesmo.

A partir das leituras e releituras dos artigos selecionados, criamos categorias de análise. Vale lembrar que essas categorias abrigaram artigos que possuem interseção em algum aspecto. Por exemplo, dar foco na abordagem das frações como parte todo, pode ser uma característica comum relevante e que merece ser destacada em uma categoria. Entretanto, outro aspecto de uma mesma pesquisa pode inseri-la em outra categoria. Por exemplo, uma pesquisa que sublinha a abordagem parte-todo pode ser voltada para estudantes ou para formação de professores. Em outras palavras, uma mesma pesquisa pode pertencer a distintas categorias, a depender do aspecto que estamos considerando. Ressaltamos que na construção das categorias há um caráter subjetivo, já que, a depender do

pesquisador, o olhar pode ser outro. Ao mesmo tempo que isso pode gerar diferentes categorias para um mesmo conjunto de dados, torna cada pesquisa que o utiliza, única.

A noção de categoria que norteou nossas escolhas tem relação com o que Gomes (2004, p. 70) discute sobre o tema. Para o autor, “a palavra categoria, em geral, se refere a um conceito que abrange elementos ou aspectos com características comuns ou que se relacionam entre si”.

Partindo da ideia de que um estudo pode estar em mais de uma categoria, optamos por apresentá-los, um a um, ainda que de forma sucinta, antes de separá-los por categoria. A apresentação está no próximo capítulo.

CAPÍTULO 3

OS ARTIGOS E ALGUNS CONSIDERAÇÕES SOBRE ELES

Neste capítulo, apresentaremos os 20 artigos selecionados para análise. No quadro abaixo, nome do periódico, ano de publicação, volume e número do periódico, título do artigo e endereço eletrônico do mesmo são apresentados. Na sequência, os mesmos artigos são detalhados.

Título: Periódicos

REVISTA: EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PESQUISA				
Ano	Volume	Número	Título	Link
2022	24	4	O uso de aplicativos no ensino de frações	https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/57564
2021	23	1	Quando As Frações Não São Apenas Partes de Um Todo...!	https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/51571
2020	22	2	Desenvolvimento do Pensamento Teórico de Professores dos Anos Iniciais sobre Frações	https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/48011
JORNAL INTERNACIONAL DE ESTUDOS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA				
Ano	Volume	Número	Título	Link
2020	13	1	Conhecimentos de Licenciandos em Matemática para o Ensino de Frações	https://ileem.pgskroton.com.br/article/view/7841
REMATEC. REVISTA DE MATEMÁTICA, ENSINO E CULTURA (UFRN)				
Ano	Volume	Número	Título	Link
2020	15	35	aprendizagens	https://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/94
2019	14	32	matemática, frações e eja: diminuindo distâncias	https://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/158
ENSINO DA MATEMÁTICA EM DEBATE				
Ano	Volume	Número	Título	Link
2021	8	1	Rotação das frações: o ensino híbrido na construção de aprendizagens significativas	https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/article/view/49852
2018	5	2	Relato de uma experiência com o ensino de frações na perspectiva do ensino exploratório	https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/article/view/38725
REVISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA 1676-8868 E 2526-9062				
Ano	Volume	Número	Título	Link
2022	19	1	números fracionários na educação básica: uma ressignificação na estratégia metodológica nos problemas com frações	https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/711
2021	18		Número Racional com o Significado de Fração: aspecto relacional, ordenação, equivalência e representações	https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/521
2021	18		Kit de frações no quadrado como recurso didático para o ensino de frações	https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/426
REVISTA SERGIPANA DE MATEMÁTICA E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA				
Ano	Volume	Número	Título	Link
2022	7	1	Senso Fracionário: Conhecimento informal e representação simbólica	https://seer.ufs.br/index.php/ReviSe/article/view/14971
2019	4	2	Reflexões acerca do desempenho e das dificuldades de estudantes da educação básica e superior nas operações com frações	https://seer.ufs.br/index.php/ReviSe/article/view/11840
2019	4	1	A superação do erro no estudo de frações: uma discussão quanto a contribuições de TIC'S e de materiais manipulativos	https://seer.ufs.br/index.php/ReviSe/article/view/9836
2019	4	1	Números racionais na forma fracionária: a influência de características formais	https://seer.ufs.br/index.php/ReviSe/article/view/10271
2019	4	1	Fração também é número?	https://seer.ufs.br/index.php/ReviSe/article/view/9882
2019	4	1	aprendizagem das frações	https://seer.ufs.br/index.php/ReviSe/article/view/9834
2019	4	1	Formação continuada: uma parceria para refletir sobre o ensino de fração	https://seer.ufs.br/index.php/ReviSe/article/view/10049
2019	4	1	de problemas	https://seer.ufs.br/index.php/ReviSe/article/view/9849
REVEMAT : REVISTA ELETRONICA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA				
Ano	Volume	Número	Título	Link
2018	13	1	Divisão entre frações: resolução e discussão de tarefas e de caso de ensino em um curso de Licenciatura em Matemática	https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1922.2018v13n1p202

Fonte: Autora

Título: O uso de aplicativos no ensino de frações: reflexões no âmbito da iniciação à docência.

Autores: Karen Luana Viana Braga; Michelly da Silva Fernandes;; Leonardo Carlos Rodrigues Pantoja; Valéria Risuenho Marques.

A escrita do artigo fez parte de um subprojeto com o nome de “Formação inicial de professores que ensinam matemática por meio de residência pedagógica em práticas de numeracia em escolas públicas de Belém-PA”. Como o próprio nome revela, o projeto está vinculado ao Programa Residência Pedagógica, da CAPES. O principal objetivo do texto foi analisar a proposição e implementação de uma sequência de atividades sobre frações, em quatro turmas de sexto ano do Ensino Fundamental (turmas A 6001, A 6002, B 6003 e B 6004), cada uma com 25 alunos, de uma escola de aplicação da UFPA. De cunho qualitativo, o estudo teve duração de 18 meses, com início em outubro de 2020 e término em março de 2022.

O período considerado foi marcado pelo ensino remoto, consequência do isolamento social imposto pela pandemia de Covid-19. A pesquisa foi realizada, de forma remota, em 4 etapas.

A primeira consistiu em estudos teóricos sobre frações, como definição, termos, representações, leitura, tipos, simplificação, cálculos, dentre outras coisas, para a construção do material didático. Os conteúdos foram organizados em um único documento para ser utilizado nas videoaulas e materiais disponibilizados aos alunos.

A segunda etapa foi utilizada para realizar um diagnóstico com as turmas para identificar, por meio de observação das aulas e por indicação do professor preceptor, as dificuldades apresentadas pelos estudantes na aprendizagem de fração.

Na terceira etapa, foram realizadas pesquisas sobre alguns jogos, aplicativos e plataformas que pudessem auxiliar no ensino de frações. Após a escolha dos aplicativos a serem utilizados, foi elaborado um *folder* contendo orientações sobre como baixar o aplicativo, as regras do uso e fotos para explicar como jogar.

Na quarta e última etapa, foi desenvolvida uma sequência de atividades para explorar representações e leitura de frações, da seguinte forma: preparou-se uma aula remota que abordava o conteúdo para, na sequência, ser proposto o Quiz, produzido no *Wordwall*, uma plataforma projetada para criação de atividades personalizadas sobre frações. Por fim, disponibilizou-se aos estudantes um material de apoio, feito no *power point* para que eles tivessem acesso ao conteúdo ensinado, além de exercícios relacionados a ele.

Com a pesquisa, os autores concluíram que o uso desses aplicativos permitiram a compreensão de aspectos do conteúdo de frações de forma lúdica, e que a prática pode ser incorporada, tanto no ensino remoto quanto no presencial, para mobilizar aprendizagens com significado.

Título: Quando as Frações não São Apenas Partes de um Todo...!

Autores: Sofia Graça; João Pedro da Ponte; António Guerreiro.

O objetivo do estudo apresentado no artigo foi analisar os conhecimentos de alunos do 5º ano, relativos aos significados das frações, antes e depois de uma experiência de ensino, realizada em uma escola pública no Algarve, Portugal. Houve a participação de 4, dos 20 alunos da turma, que constitui um Território Educativo de Intervenção Prioritária.

O estudo, de caráter qualitativo e interpretativo, utilizou dois testes para a recolha de dados. O teste inicial foi construído com base na revisão de literatura sobre o tema e nas orientações curriculares em vigor, com a intenção de identificar os conhecimentos prévios dos alunos sobre os significados das frações. O teste final teve como objetivo verificar as aprendizagens dos alunos, que resultaram dessa experiência, e compará-los com o desempenho do teste inicial.

A experiência de ensino foi composta de 15 tarefas, que consistiam na resolução de problemas com foco nos diferentes significados das frações. Cada significado foi abordado separadamente. A construção dessas tarefas teve como base os dados do primeiro ciclo de experimentação, os testes, além das orientações curriculares e as ideias de vários autores que estudam este tema. Cada tarefa foi apresentada aos alunos, que a resolveram individualmente. Após a resolução, houve um momento de discussão coletiva, na qual os estudantes puderam explicitar as estratégias adotadas em suas resoluções.

Para melhor compreensão do raciocínio dos alunos na resolução das questões, foram realizadas entrevistas individuais com cada um deles, gravadas em áudio e, posteriormente, transcritas e analisadas. A análise dos dados dos dois testes e das entrevistas possibilitou constatar que, após a experiência de ensino, os participantes demonstraram alguma flexibilidade com todos os significados de frações, embora o significado de medida ainda se constitua como um desafio para um dos alunos participantes.

Título: Ensino dos números racionais a partir de materiais manipuláveis e objetos de aprendizagens.

Autores: José Ronaldo Melo; Elisabeth Machado Bastos.

Este estudo teve como objetivo investigar em qual perspectiva se desenvolve o ensino dos números fracionários em uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental. Para a produção dos dados foram aplicados dois questionários, denominados A e B. Esses questionários foram, posteriormente, transformados em mapas conceituais. Além disso, foram desenvolvidas sete atividades com os alunos.

O questionário A foi aplicado no primeiro encontro realizado com os alunos e teve como objetivo desvendar conceitos prévios que eles tinham a respeito dos números fracionários. Nesse primeiro encontro, foram fornecidas informações verbais e impressas sobre o que é um mapa conceitual e um exemplo de como construir o mapeamento de uma questão, por meio do software *cmptools*. Os participantes mapearam a resolução do questionário com ajuda das informações fornecidas.

No segundo encontro foram aplicadas as sete atividades, cada uma com o foco em um ou mais conceitos, relacionados aos números fracionários. Na primeira atividade, foram distribuídos papéis sulfite para dobradura, a fim de que os estudantes pudessem identificar frações equivalentes. Na segunda atividade, os participantes receberam retângulos de mesmo tamanho, com partes coloridas, e foram desafiados a representar frações a partir da observação das partes destacadas com cores mais fortes, e relacionar com suas equivalentes.

Na terceira, distribuíram seis impressões quadrangulares com divisões iguais, possíveis para representar frações de $\frac{1}{2}$ até $\frac{1}{7}$ de forma geométrica, com o intuito de investigar a habilidade em identificar os termos das frações, relacionando a parte colorida com o numerador e a divisão com o denominador. A quarta atividade tinha como objetivo verificar as habilidades em operar com adição de frações, por meio dos esquemas geométricos, utilizando os quadrados fracionários da atividade anterior.

Na quinta atividade utilizou-se o *GeoGebra* para explorar a formação de conceitos de geometria plana e de frações discretas. Para a sexta atividade utilizou-se um material digital, com características similares às do material utilizado na segunda atividade, agora construído com o apoio do *GeoGebra*. O objetivo foi investigar as habilidades de reconhecer frações equivalentes por meio das áreas subdivididas.

Na sétima atividade, também usando o *GeoGebra*, o objetivo era investigar a soma de frações, geometricamente. Após as atividades, o questionário B foi aplicado para recolher informações acerca dos avanços dos estudantes em termos de aprendizagem. Da mesma forma como feito para o questionário A, para o B, foi construído um mapa conceitual.

Com os mapas A e B elaborados, foi possível realizar uma comparação entre eles e verificar, que por meio do material utilizado e das atividades realizadas, houve formação de conceitos sobre fração, além de avanço no entendimento do conceito de equivalência de frações.

Título: Matemática, frações e EJA: diminuindo distâncias

Autores: José Erildo Lopes Júnior

Este trabalho teve como objetivo sistematizar alguns conceitos da matemática, por meio da resolução de problemas envolvendo frações junto a estudantes da Educação de Jovens e Adultos (EJA). Participaram da pesquisa quatro estudantes, dois de cada uma das duas turmas, com 45 alunos cada uma, de uma escola municipal localizada na cidade de Itabirito-MG.

Foi realizada, com os alunos, uma atividade contendo duas questões, cujo objetivo foi analisar, em cada uma, as relações dos sujeitos com a matemática. Na elaboração das questões, buscou-se conectar a matemática escolar e a matemática do sujeito, em temáticas do mundo do trabalho como: décimo terceiro, dengue, despesas no mês, entre outros, com vistas a provocar momentos de questionamentos que os levassem a discutir suas ideias, hipóteses, noções, práticas e saberes matemáticos.

A primeira questão explorou o conhecimento da conversão de medidas com frações, no contexto de um dia de trabalho, perguntando por exemplo quantas horas eles trabalhavam no dia e que parte do dia isso representa. Na segunda questão foram abordadas frações como parte de um todo utilizando o salário de um profissional.

Dessa forma, o estudo permitiu perceber que durante o processo de execução e desenvolvimento das atividades, alguns alunos tiveram dificuldades em expor seus conhecimentos e participar da dinâmica com o grupo, o que pode ter causado insegurança. Assim, ficou claro que exercícios que exploram a espontaneidade e a exposição do ponto de vista caminham a passos lentos.

Título: Relato de uma experiência com o ensino de frações na perspectiva do ensino exploratório.

Autores: Ingrid Ponvequi Oliveira; Julio Cezar Rodrigues de Oliveira; Alessio Gava.

O artigo tem por objetivo relatar uma experiência de atividade na perspectiva do Ensino Exploratório voltada ao ensino de frações, realizada em uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental, da Escola Estadual do Campo Leonardo Becher, localizada no município de Lunardelli-PR. A turma era composta por 14 estudantes, com idades entre 11 e 13 anos. Entende-se por Ensino Exploratório a prática onde o discente aprende explorando a matemática em atividades e tarefas. Neste tipo de ensino, o discente é o protagonista de sua aprendizagem, amparado em alguns momentos pelo professor, que tem o papel de mediador da aprendizagem.

O desenvolvimento da proposta, que ocorreu na sala de aula, foi guiado por uma atividade que recebeu o nome de “tarefa das pizzas”. Essa atividade era composta por oito

questões cujo objetivo era levar o estudante à compreensão do conceito de fração, considerando a representação parte-todo e a adição de frações com denominadores iguais. Essas questões tinham uma indagação principal, qual seja, “como os alunos atingiram determinadas respostas e quais conhecimentos matemáticos foram utilizados para isso?”.

O tempo estipulado para a atividade teve que ser aumentado, pois os alunos apresentaram dificuldades para desenvolver a proposta. A “tarefa das pizzas” tinha o seguinte enunciado: Gabriela resolveu dar uma festa e comprou três pizzas. Cada pizza tem 12 pedaços.

Ela convidou para a festa seis de seus amigos: Leandro, Victor, Isadora, Rafael, Diogo e Ana. Durante a festa, Leandro comeu 5 fatias, Victor comeu 4 fatias, Isadora comeu 3 fatias, Rafael comeu 6 fatias, Diogo comeu 2 fatias, Ana comeu 4 fatias e Gabriela comeu 1 fatia.

A partir desse enunciado os alunos deveriam resolver as oito questões propostas que exploravam a fração como parte-todo, bem como a simplificação de fração, adição e comparação de fração. Das oito questões, duas (a e d – ver figura 3 e figura 4) foram escolhidas para terem suas respostas analisadas.

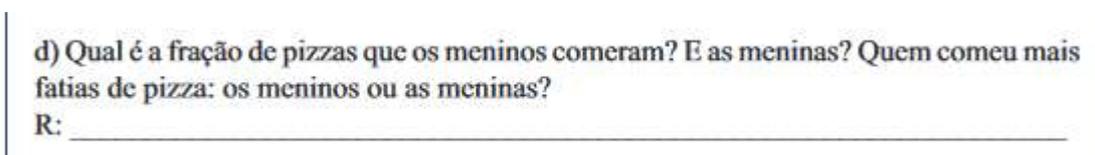
Figura 3 – Questão a



Fonte: Oliveira; Oliveira; Gava (2018)

Constatou-se que, na primeira (a), alguns alunos apresentaram dificuldades por não terem lido o enunciado com a devida atenção. Apesar disso, apenas um dos alunos não conseguiu chegar à resposta correta.

Figura 4 – Questão d



Fonte: Oliveira; Oliveira; Gava (2018)

Cinco alunos deixaram de responder à segunda questão (d). Outros cinco apresentaram resoluções parcialmente corretas, pois não consideraram todos os elementos que o enunciado solicitou. Somente quatro alunos responderam corretamente a esta questão.

A despeito das dificuldades, percebeu-se que essa perspectiva de ensino despertou o interesse e a participação dos alunos, proporcionando momentos em que eles puderam realizar uma discussão matemática sob a coordenação do professor, característica que distingue o Ensino Exploratório do ensino diretivo.

Título: Rotação das frações: o ensino híbrido na construção de aprendizagens significativas

Autores: Clarissa Coragem Ballejo e Rafael Winícius da Silva Bueno

Essa pesquisa, de cunho qualitativo, utiliza as Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) para implementar uma proposta alternativa para o ensino de frações com cinco turmas de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, cada uma com 32 alunos. A prática foi realizada em uma escola da rede particular de Porto Alegre, capital do Rio Grande do Sul, ao longo de uma aula de 50 minutos, para cada turma.

Com o intuito de promover uma abordagem diferenciada, foi proposta uma atividade denominada “Rotação das frações”. A palavra rotação se refere a um dos quatro modelos de ensino híbrido que tem como objetivo propiciar o aprendizado por meio de uma combinação entre o ensino presencial e o realizado com o uso das TDIC. No caso das rotações por estações, o modelo escolhido consiste no revezamento dos estudantes em estações de trabalho dentro da sala de aula, guiados por um roteiro elaborado pelo professor.

Para a realização dessa atividade, a aula de 50 minutos foi dividida da seguinte forma: os primeiros 10 minutos foram utilizados para explicação da proposta. Os 30 minutos seguintes foram destinados à realização da “Rotação das frações”. Cada turma foi dividida em três grupos que trocavam de lugar a cada dez minutos, sob orientação da professora. Cada grupo deveria passar, obrigatoriamente, pelas três estações de trabalho. Vale destacar que uma estação não era pré-requisito para a outra.

Na primeira estação, os estudantes registraram, em cartazes disponibilizados pela docente, seus conhecimentos prévios sobre frações, o que permitiu interação em grupo, mas também que a professora observasse o que eles tinham de conhecimento sobre o assunto. Assim, poderia desenvolver melhor seu planejamento para as próximas aulas.

No final da sala foi reservado um local com notebooks, com acesso à internet, para a segunda estação. Nela, cada aluno foi orientado a acessar o *blog* da disciplina, mantido pela

docente, e escolher um, entre dezesseis jogos digitais disponíveis sobre frações. O jogo favorito pelos alunos consistia em responder a questões de identificação de frações em representações com pizzas para, posteriormente, entregá-las, de moto, nos domicílios dos clientes.

Na última estação, alunos escolhidos anteriormente foram preparados para fazer uma breve aula expositiva sobre frações equivalentes para o seu grupo. Os alunos escolhidos receberam o material com uma semana de antecedência e puderam se preparar com o auxílio da professora, antes de ministrar a aula. Os últimos 10 minutos foram reservados para uma reflexão sobre a atividade. Os educandos puderam expressar suas opiniões sobre o que gostaram e o que não gostaram nela. Ao final, constatou-se que o ensino híbrido proporciona mais flexibilidade para que professor e alunos possam desfrutar de uma interação de melhor qualidade, buscando construir novas ideias.

Título: Desenvolvimento do pensamento teórico de professores dos anos iniciais sobre frações

Autores: Lidiane C. Zeferino; Vanessa D. Moretti

O artigo analisa o desenvolvimento de aspectos do pensamento teórico do professor sobre frações, em particular mediação de grandezas contínuas e a equivalência de frações. A realização dessa pesquisa teve como referência metodológica o experimento didático que consiste em um método de investigação que possibilita estudar a natureza do desenvolvimento psíquico dos sujeitos, o ensino e sua educação.

O experimento didático foi realizado por meio de um curso de extensão voltado à formação continuada de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental da rede municipal de Guarulhos, todos com licenciatura em pedagogia. O grupo era formado por 20 professores, sendo: cinco professores que lecionam nos 1º anos, dois professores nos 2º anos, quatro professores nos 4º anos, cinco professores nos 5º anos, três professores que atuavam na educação infantil e a professora coordenadora da unidade escolar.

Para a realização da pesquisa foram apresentadas aos professores situações desencadeadoras de aprendizagens, desenvolvidas com a orientação metodológica das Atividades Orientadoras de Ensino. As duas atividades foram estruturadas em histórias virtuais que trazem personagens inseridos na busca de resolução de alguma situação-problema. A primeira recebeu o nome de “No Egito Antigo”, que contava uma história sobre as divisões de terra trazendo, ao final, perguntas sobre como realizar a distribuição de terras em uma época em que não havia instrumentos de medida.

Para isso, foram disponibilizados aos professores materiais diversos como: rolo de barbante, fita decorativa, papel pardo, cartolinas, que permitissem a cada grupo procurasse representar a divisão das terras, sem utilizar instrumentos de medição. A segunda atividade, cujo nome era “As famílias egípcias e o Pagamento de Impostos”, também se apoiava em uma história, dessa vez sobre o pagamento de impostos e questionava se o valor cobrado era justo. Nessa atividade, os professores trabalharam em duplas, para encontrar a solução, que depois foi discutida com o grupo.

No fim da pesquisa, foi possível perceber que na AOE “No Egito Antigo”, os professores tinham compreensão dos elementos essenciais do conceito de fração, como a criação de subunidade e a comparação de grandezas. Já a AOE “ As famílias egípcias e o pagamento de impostos”, revelou que os professores são capazes de superar o uso de regras e algoritmos compreendidos de forma empírica, quando colocados diante da necessidade de compreensão do conceito.

Título: Conhecimentos de Licenciandos em Matemática para o Ensino de Frações

Autores: Teresa Cristina Etcheverria ; Marta Élid Amorim

Este artigo tem como objetivo analisar conhecimentos relacionados ao conteúdo de frações e ao seu ensino, com base nos dados coletados por meio de um questionário aplicado a estudantes do Ensino Fundamental, e a estagiários de um curso de Licenciatura em Matemática. A aplicação e análise desses questionários também serviram como etapa complementar do projeto de pesquisa, intitulado “Aritmética no Ensino Fundamental”, desenvolvido no ano de 2017 como parte das atividades do Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática - GEPEMAT, da Universidade Federal de Sergipe - UFS.

Para isso, foram utilizados os dados do questionário aplicado em abril e maio de 2017 pelo GEPEMAT. Ele era composto por cinco situações problema sobre diferentes conceitos de fração. A aplicação foi feita a 565 alunos do 5º ao 9º ano do Ensino Fundamental de quatro escolas públicas municipais de três cidades do interior do estado de Sergipe. Para os licenciandos, a aplicação foi feita a 33 deles em julho de 2017. Todos estavam matriculados nas disciplinas de Estágio Supervisionado I e III.

Apesar de possuir as mesmas questões, o questionário dos estagiários solicitava que explicassem estratégias para ensinar e resolver cada uma daquelas questões. Na questão 1 foi abordado o significado de fração como parte-todo; na questão 2, como número; na questão 3, como operador multiplicativo. Na questão 4, o significado abordado foi de quociente e, na questão 5, como medida.

Ao analisar os resultados dos questionários, foi possível perceber que os estudantes do ensino fundamental apresentaram menor desempenho na questão que envolveu o significado de medida do que na questão que abordou o significado de quociente. Já os licenciandos souberam responder sobre todos os significados abordados, no entanto, ao apresentarem suas estratégias de ensino recorreram ao significado de fração como parte-todo, o que evidenciou limitações relacionadas ao conhecimento pedagógico do conteúdo de frações.

Título: Os aspectos fundamentais no processo de ensino e aprendizagem dos conceitos de números fracionários na educação básica: uma resignificação na estratégia metodológica nos problemas com frações

Autores: Edel Alexandre Silva Pontes

Este trabalho, de caráter quantitativo e experimental, teve como objetivo apresentar uma proposta para o ensino e aprendizagem de frações, por meio da resignificação por investigação dos conceitos de números fracionários. A pesquisa foi aplicada em uma turma de 25 alunos com idades entre 9 e 11 anos, que cursavam o 5º ano do ensino fundamental de uma escola pública municipal na cidade de Rio Largo.

A resignificação por investigação é feita através de uma abordagem por significados chamados: a priori, quebrar a fração e, a posteriori. Cada um é um passo a ser seguido na resolução da questão. No significado a priori os alunos irão dividir a estrutura a/b em b partes, por meio de um retângulo. Em quebrar a fração, o aluno deverá retirar $a-b$ partes do retângulo construído anteriormente. A posteriori, é o que sobrou, ou seja, $a-b$ partes.

Em um primeiro momento, os alunos tiveram uma aula explicativa com duração de, aproximadamente, uma hora sobre a proposta metodológica para resolução dos problemas, que seriam propostos posteriormente. O intuito dessa aula era que o aluno pudesse ter a liberdade de construir suas próprias soluções.

Depois disso, foram distribuídos aos alunos uma bateria de problemas contendo três questões que envolvem frações. Durante a aplicação, notou-se uma forte mobilização dos alunos para solucionarem e enfrentarem a experiência de maneira divertida. Por fim, concluiu-se que a resignificação Matemática dessa atividade determinou implicações positivas que foram manifestadas pelo bom desempenho dos alunos nas questões recomendadas. Além disso, houve maior interação na relação professor e alunos, permitindo uma melhor prática pedagógica.

Título: Divisão entre frações: Resolução e Discussão de tarefas e de caso de ensino em um curso de licenciatura em matemática

Autores: Angélica Fontoura Garcia Silva; Vanessa Cristina de Carvalho; Tânia Maria Mendonça Campos

Este artigo tem como objetivo identificar conhecimentos profissionais dos futuros professores sobre os significados da divisão entre frações. Para isso, foram aplicadas duas tarefas e um caso de ensino com uma turma de 11 estudantes de Licenciatura em Matemática de uma Universidade particular paulista. Todos frequentaram escolas públicas, três deles foram alunos do programa Educação de Jovens e Adultos (EJA). Além disso, três dos onze participantes atuavam como professores do Ensino Fundamental da rede pública.

As tarefas aplicadas tinham foco nas categorias da divisão como medida e da divisão como partilha equitativa. Na primeira tarefa, os futuros professores precisavam representar metades, quartos, sextos e duodécimos de uma figura formada pela composição de dois hexágonos regulares adjacentes, tomada como a unidade conforme a imagem abaixo:

Essa atividade tinha como objetivo identificar os conhecimentos dos licenciandos a respeito da representação de diferentes frações de uma figura. Embora não tenha sido solicitado no enunciado, esperava-se que eles representassem as frações da unidade das seguintes formas: como metade, repartindo a figura em dois hexágonos; como quartos, repartindo a figura em trapézio; como duodécimos, repartindo a figura em triângulos equiláteros.

Na segunda tarefa, foi solicitado que os participantes resolvessem aritmeticamente uma situação problematizada. Utilizando a figura da tarefa anterior, considerando que cada duodécimo era formado por um triângulo equilátero e cada quarto fosse formado por um trapézio, eles tinham que determinar quantos trapézios caberiam em 11 triângulos, além de representar os cálculos aritmeticamente.

Por último, na terceira tarefa, denominada de Caso de Ensino, foi solicitada a análise de uma resposta fictícia de um aluno a uma situação apresentada por um professor de matemática, também fictício. O objetivo dessa atividade era que o participante identificasse que o principal erro do aluno tinha relação com a mudança da unidade. Ao analisar os resultados das tarefas aplicadas, foi possível perceber que os participantes representam corretamente tanto as frações por meio da partição em figuras indicadas como a expressão da situação problematizada. No entanto, falta-lhes conhecimento para lidar com questões que exigiam a identificação da unidade de referência.

Título: Números racionais na forma fracionária: a influência de características formais

Autores: Paulo César Freire; Rosana Nogueira de Lima

Neste estudo, o objetivo foi analisar as características formais presentes no trabalho com duas questões com foco em frações, uma envolvendo o subconstruto parte-todo e a outra envolvendo o subconstruto medida, de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública estadual de São Paulo. Para isso, foi elaborado e aplicado um questionário aos participantes, antes e depois de aprenderem números racionais na forma fracionária. O objetivo era avaliar mudanças de raciocínio antes e depois desse estudo. Esse instrumento era composto por 13 questões sobre o assunto, baseado no quadro teórico dos Três Mundos da Matemática: Conceitual Corporificado; Operacional Simbólico e Formal Axiomático. A aplicação aos 41 alunos de duas turmas de 6º ano ocorreu em duas etapas. A primeira foi realizada no início do ano letivo e a segunda, foi feita com os mesmos 41 alunos após o ensino desse conteúdo.

Para uma análise mais completa, foram escolhidos seis dentre todos os alunos para participarem de entrevistas conduzidas pelo autor do artigo e um observador. Além disso, foram entrevistados os dois professores das duas turmas para entender como o conteúdo foi ministrado. Das 13 questões contidas no questionário, foram selecionadas duas para a análise de dados: a questão 9, que envolvia o subconstruto medida e solicitava a localização de dois racionais na forma fracionária na reta numérica, e a questão 13, que envolvia o subconstruto parte-todo, a qual solicita um número que represente uma parte destacada de uma figura que não foi dividida em partes de mesma área.

Ambas foram escolhidas porque, aparentemente, alunos e professores têm mais facilidade para compreender fração como parte-todo e maior dificuldade em compreendê-la como medida. Ao analisar os dados obtidos, foi possível constatar que na primeira coleta, nenhum aluno acertou a questão 9 e, na segunda coleta, apenas três acertaram parcialmente. Já a questão 13, nenhum aluno a acertou na primeira coleta, e quatro acertaram na segunda coleta. Por fim, observou-se que as dificuldades que esses alunos apresentaram na questão 9, parecem relacionadas à falta de entendimento de características do mundo formal presentes no subconstruto medida, e na questão 13 evidenciamos que o acerto foi exclusivamente a partir do uso de características formais. Ficou entendido, então, que trabalho com características formais é a chave para o melhor desenvolvimento do ensino e da aprendizagem de números racionais.

Título: Kit de frações no quadriculado como recurso didático para o ensino de frações

Autores: Gesiel Alisson Martinho e Diogo Alves de Faria Reis

Esta pesquisa, de caráter qualitativo, teve como objetivo analisar concepções sobre o ensino de frações, a utilização de materiais manipuláveis para o ensino de frações e apresentar a tarefa “Manipulação do kit de frações no quadriculado”. Para isso, foi desenvolvida uma atividade com alunos do 7º ano do Ensino Fundamental II de uma escola estadual de Belo Horizonte.

O kit de frações no quadriculado é um material de autoria da Professora Marli Esteves Guimarães, fundadora da MMP Materiais Pedagógicos, que contém 72 peças em EVA: 1 placa quadriculada (6x4) com 24 quadradinhos, 2 peças (3x4) e 2 peças (2x6), 3 peças (2x4), 4 peças (3x2) e 4 peças (1x6), 6 peças (2x2) e 6 peças (1x4), 8 peças (1x3), 12 peças (1x2), 24 peças (1x1), além de 24 peças (1x1) e cada conjunto possui cores diferentes.

Para a realização da atividade, os alunos foram divididos em duplas para que pudessem discutir, entre si, as possibilidades de manipulação do material. Cada dupla recebeu, além do kit, uma folha com questões para serem resolvidas. No primeiro momento foi permitido que os participantes explorassem e conhecessem o material sem supervisão. Eles separaram as peças iguais e contaram quantas peças havia em cada grupo. Em seguida, fizeram as questões propostas na folha recebida utilizando o kit de frações no quadriculado. O intuito dessa atividade era de introduzir a ideia de comparação e equivalência de frações. Vale ressaltar que a resolução de cada questão foi orientada pelo pesquisador. Por fim, os autores acreditam que utilizar o kit de frações no quadriculado para o ensino e a aprendizagem proporcionou, aos estudantes, uma compreensão melhor sobre o assunto abordado com base na visualização do conceito e algumas aplicações que, muitas vezes, os estudantes só veem na teoria.

Título: Número Racional com o significado de fração: aspecto relacional, ordenação, equivalência e representações

Autores: Raquel Gomes de Oliveira

Esta pesquisa qualitativa tem como objetivo analisar o processo de ensino e de aprendizagem do número racional, com o significado de frações, bem como suas ordenações e equivalências. Para isso, foi desenvolvida uma pesquisa com 28 alunos de uma turma do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública paulista, para analisar a compreensão dos mesmos sobre o número racional.

Na primeira fase da pesquisa foi aplicada uma avaliação diagnóstica com 11 questões sobre o número racional e seus diferentes significados e representações. Dos 28 participantes,

dez tiveram uma frequência de acertos entre 80% e 100%. Desses dez, oito fizeram uma entrevista individual com o intuito de elucidar seus raciocínios ao resolver questões com o número racional. Na segunda fase, participaram da continuidade, alunos que na 1ª fase tiveram 55% e 100% de desempenho insatisfatório.

Nessa segunda fase, foi desenvolvido um trabalho pedagógico com atividades sistematizadas pelo ciclo de reflexão, que consiste em observar, refletir, agir, avaliar, modificar e replanejar novas ações, procurando explicitar o caráter relacional do número racional, a partir da relação parte-todo, relações de ordem e equivalência. Para isso, foi elaborado um Guia de Atividades Didáticas com discos de frações formados por um disco inteiro (peça branca), suas metades (peças roxas), terços (peças verde-claras), quartos (peças cinzas), quintos (peças laranjas), sextos (peças marrons), sétimos (peças amarelas), oitavos (peças verde-escuras), nonos (peças azuis) e décimos (peças vermelhas), papel quadriculado, lápis e borracha, com objetivo de que os participantes relacionassem o disco com objetos do dia-a-dia como 1 pizza, 1 bolo, etc.

Na sequência os alunos responderam questões que visavam ao entendimento do aspecto relacional de uma parte com o todo. Depois das atividades executadas, a autora chegou à conclusão que para os alunos participantes da segunda fase, foi possível construir o significado de relação parte-todo por meio do material utilizado e das questões desenvolvidas.

Título: Senso Fracionário: conhecimento informal e representação simbólica

Autores: Suelen Sasse Stein; Janaina Poffo Possamani

Essa pesquisa, de natureza qualitativa, teve como objetivo avaliar o conhecimento sobre frações e o desenvolvimento do senso fracionário de 41 alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de duas escolas públicas de Rio do Sul e Braço do Trombudo, em Santa Catarina. A pesquisa foi realizada em junho de 2020, durante a pandemia de Covid-19. Por esse motivo, as atividades foram feitas utilizando a plataforma *Google Classroom*.

Para a realização da coleta de dados, foi aplicado um pequeno questionário para avaliar o entendimento dos estudantes sobre frações. Ao final do estudo, os pesquisadores pretendiam responder à pergunta da pesquisa que é “Os estudantes, do 6º ano que já estudaram frações nos anos anteriores de escolarização, têm qual compreensão do conceito de fração?”

Para isso, foi solicitado aos alunos que respondessem três perguntas, por meio de um formulário eletrônico, que só permitia a passagem para a questão seguinte caso o aluno

tivesse respondido a questão anterior. Na primeira, o enunciado dizia que duas pizzas de mesmo tamanho foram cortadas em 6 e 8 pedaços, respectivamente, e solicitou que comparasse os dois pedaços para verificar qual era maior. Na segunda pergunta questionou-se porque $\frac{1}{6}$ era maior que $\frac{1}{8}$.

Nessas duas primeiras questões a maioria dos estudantes responderam corretamente, no entanto ainda houve alguns que tiveram dificuldades na representação simbólica. Por exemplo, uma resposta da segunda pergunta foi “ $\frac{1}{6}$ por que o número 8 no final é maior que 6 então $\frac{1}{8}$ pra mim é o maior”. Na terceira pergunta o enunciado questiona: como o significado de 2 e 3 combinados, podem dar origem a $\frac{2}{3}$? Os resultados mostraram que 30 dos participantes não entenderam o significados da simbologia, ou não entenderam a pergunta.

Após a análise das respostas coletadas, foi possível perceber que os participantes têm fragilidades conceituais no entendimento de fração como parte-todo quando a questão utiliza simbologia matemática, por isso, é importante que se dedique um maior tempo para a compreensão de partição e parte-todo.

Título: Reflexões acerca do desempenho e das dificuldades de estudantes da educação básica e superior nas operações com frações

Autores: Teresa Cristina Etcheverria, Viviane de Jesus Lisboa Aquino; Jackeline dos Santos Oliveira; Caroline de Carvalho Lisboa

Essa pesquisa qualitativa, teve como objetivo discutir o desempenho e as dificuldades dos estudantes da educação básica e graduandos do curso de licenciatura em matemática na resolução das quatro operações fundamentais com frações. Para isso, foi aplicado um questionário que continha cinco atividades, sendo três exercícios e dois problemas envolvendo as quatro operações. A pesquisa foi realizada com turmas do 7º e 9º ano do Ensino Fundamental e do 1º e 3º ano do Ensino Médio de uma escola estadual do município de Itabaiana no Sergipe.

Vale ressaltar que a escolha da turma do 7º ano se justifica porque, no 6º ano, os alunos ainda estão aprendendo frações. Também participaram da pesquisa alunos de Cálculo I e II, graduandos de um curso de Licenciatura em matemática, num total de 358 estudantes participantes da pesquisa. Os questionários foram aplicados em junho de 2018 no horário de aula da disciplina de Matemática ou cálculo, em cada turma.

Das cinco questões, foi escolhida a questão 01 para analisar o desempenho dos estudantes na resolução. Essa questão solicita a resolução das operações de adição, subtração,

multiplicação e divisão de frações com denominadores iguais e diferentes, e tem como intuito identificar se os participantes sabem as regras básicas para operar com frações.

Após a coleta dos dados, os resultados obtidos mostram que no geral o desempenho dos estudantes foi insatisfatório, apesar de evidenciar crescimento conforme o nível de escolaridade. Ao analisar os erros cometidos foi possível perceber que os alunos aplicam regras memorizadas sem refletir sobre a validade ou não daquele conhecimento para a operação que irão realizar.

Título: A superação do erro no estudo de frações: uma discussão quanto às contribuições das TIC e de materiais manipuláveis

Autores: Tatiéle Carla Costella Simoni; Nilce Fátima Scheffer

A pesquisa, de caráter qualitativo, foi realizada com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental participantes do reforço escolar, no turno inverso ao ensino regular, de uma escola. O estudo foi norteado pela seguinte pergunta: “O que os erros dos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental podem revelar quanto ao estudo de frações e as contribuições das Tecnologias da Informação e Comunicação e dos Materiais Manipulativos para a superação desses erros?”.

Para isso, a pesquisa foi dividida em duas etapas. Na primeira, foi aplicada uma avaliação diagnóstica com o intuito de identificar os erros em questões que envolviam frações. Em seguida, foi realizada uma entrevista com cada estudante para uma discussão a respeito das questões erradas.

Com base nas dificuldades encontradas a partir de respostas erradas na avaliação diagnóstica e na entrevista, planejaram-se as oficinas com materiais manipuláveis, softwares e jogos digitais. Nessas oficinas, foram utilizadas bolinhas de gude, varetas, bolinhas de plástico coloridas, letras do alfabeto, notas de dinheiro, discos em MDF e tiras de papel como materiais manipulativos. Também foram realizadas atividades com os softwares *JFractionLab* e *KBruch*, além de um jogo da memória digital.

Ao final de cada oficina, os estudantes resolviam uma atividade matemática que contemplava as dificuldades reveladas pelas atividades diagnósticas, para o acompanhamento da aprendizagem dos mesmos.

Após a análise dos resultados obtidos pela avaliação e pelas oficinas, acredita-se que a elaboração de propostas baseadas a partir da correção escrita das atividades e também do olhar voltado ao processo de resolução utilizado pelo estudante, proporcionou ao estudante

refletir sobre os caminhos usados nas resoluções e ao professor a compreender a forma de pensar dos alunos.

Título: Formação de futuros pedagogos: conhecimentos sobre o ensino de frações via resolução de problemas

Autores: Marcelo Carlos de Proença; Érika Janine Maia; Wilian Barbosa Travassos; Giovana Rodrigues Castilho.

Este artigo, de natureza qualitativa, teve como objetivo analisar os conhecimentos sobre o ensino de frações, via resolução de problemas, com 24 licenciandos do sétimo período do curso de pedagogia de uma universidade pública do interior do estado do Paraná, no ano de 2018.

Para essa pesquisa os autores basearam-se em etapas de resolução de problemas, propostas por Brito (2006), sendo elas: representação, planejamento, execução e monitoramento. A representação equivale à compreensão do problema a partir dos dados fornecidos no enunciado. O planejamento é composto pelos caminhos possíveis de seguir para a resolução do problema. Na execução irá tratar das estratégias matemáticas utilizadas na resolução. O monitoramento, por fim, irá verificar a coerência entre a resposta e o que foi solicitado.

Para ter condições de coletar dados para a pesquisa, os licenciandos em pedagogia tiveram aulas sobre o conteúdo de frações, ministradas pelos autores. No total foram 24 horas-aula, nas quais foram realizadas atividades sobre o conceito de frações, discussão teórica sobre o processo de resolução de problemas e sobre o ensino de Matemática via resolução de problemas.

Após essas aulas foi aplicada uma avaliação com questões e atividades a respeito da resolução de problemas e de sua condução no ensino. Dentre as questões propostas, foi escolhida uma delas para ser tratada nessa pesquisa. A questão solicitava ao participante a escolha de uma opção de tema, feita entre: conceito de fração; equivalência de frações; adição de frações; subtração de frações; multiplicação de frações; divisão de frações, sobre o qual se deveria apresentar um exemplo de como deveria ser conduzido em sala de aula, abordando o ensino via resolução de problemas.

Na análise dos resultados, constatou-se que a maioria dos licenciandos escolheu o tema conceito de fração. Três participantes apresentaram dificuldades na realização das estratégias, sendo que um deles revelou não saber realizar a soma de frações, ao tentar somar

$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{8}$. Contudo, foi possível perceber que as aulas ministradas ajudou-lhes a desenvolver conhecimentos para abordar o ensino de frações via resolução de problemas.

Título: Formação continuada: uma parceria para refletir sobre o ensino de fração

Autores: Raquel Factori Canova; Maria das Graças Bezerra Barreto, Maria Elisabette Brisola Brito Prado e Tânia Maria Mendonça Campos

O trabalho, de caráter qualitativo, tem como objetivo apresentar os saberes evidenciados na formação continuada de um grupo de professores que ensinam matemática para os anos iniciais, sobre o conteúdo de fração. O grupo foi formado por 23 professores da rede pública municipal de ensino da cidade de São Paulo, que participavam de um curso de formação continuada.

O curso de formação foi realizado em oito encontros, que aconteceram quinzenalmente, totalizando 30 horas. Com o intuito de diagnosticar os conhecimentos sobre frações e posteriormente analisar o que passou a ser mais valorizado, foi solicitado aos professores, no primeiro e no último encontro, que elaborassem seis atividades envolvendo o conceito de fração que eles consideravam importante tratar na sala de aula.

Na primeira atividade elaborada, 46,4% das questões contemplaram o conceito como parte-todo. Das 138 questões, apenas duas trataram as frações como operador. Além disso, 26,1% das questões tinham o enunciado incompleto, ou seja, faltavam informações ou dados que permitissem a resolução ou não abordavam o conceito de fração.

Depois dos oito encontros realizados, nos quais as frações e suas diferentes interpretações foram abordadas, os professores elaboraram, em pequenos grupos, questões explorando o conceito de fração, como ocorreu no primeiro encontro. Na segunda elaboração, percebeu-se que o conceito de parte-todo ainda demonstrava uma forte tendência, no entanto, houve mudanças em relação à escolha de figuras ou objetos e maior cuidado da divisão das figuras em partes iguais. Acredita-se que o curso de formação influenciou os professores a terem maior cuidado nas escolhas e elaboração das questões sobre frações.

Título: Fração também é número?

Autores: Lana Thais Santos Silva e Viviane de Jesus Lisboa Aquino

Este trabalho possui natureza qualitativa e tem como objetivo apresentar uma discussão sobre o ensino de fração mediante seu significado enquanto número. Para isso, foram utilizados os dados coletados no projeto de pesquisa Aritmética no Ensino Fundamental, realizado com 565 alunos do 5º ao 9º ano de quatro escolas públicas do estado

de Sergipe, no qual foi aplicado um questionário com cinco questões sobre os diferentes significados de frações, quais sejam: como número, parte-todo, medida, quociente, e operador multiplicativo.

Utilizando os dados dessa pesquisa, foi realizada uma análise buscando estudar e investigar os erros cometidos pelos sujeitos. Os erros foram classificados em quatro tipos. O erro do tipo 1, o mais cometido, mostrou que os participantes têm dificuldades para entender que as frações possuem relações diferentes dos números naturais.

No erro do tipo 2, foram identificadas dificuldades com os números decimais. No erro do tipo 3, devido à falta de registro na resolução, não foi possível avaliar as possíveis dificuldades. Por fim, o erro do tipo 4, no qual os alunos cometeram somaram o numerador com o denominador, pode ter ocorrido pela falta de clareza do que representa uma fração.

Após as análises realizadas, percebeu-se que há uma defasagem no conceito de fração como número, e que explorar elementos pedagógicos que remetem ao posicionamento na reta numérica são fundamentais para construir essa ideia.

Título: Objetos de aprendizagem no ensino de matemática: Uma possibilidade no ensino e aprendizagem das frações

Autores: Carla Martins da Silva; Eliana Maria Mallmann Teixeira; Thaísa Jacintho Muller

Esse artigo, com abordagem qualitativa, tem como objetivo apresentar uma proposta de atividade sobre frações via objeto de aprendizagem (OA). Para isso, realizou-se uma atividade com 24 alunos do 7º ano do ensino fundamental, com idades entre 12 e 14 anos, da rede privada de ensino da cidade de Porto Alegre.

Entende-se como objeto de aprendizagem (OA) qualquer recurso digital que possa ser reutilizado para o suporte ao ensino, podendo ter qualquer formato e ser criado em qualquer mídia. Essa pesquisa utilizou o objeto denominado de “Batalha do milhão” desenvolvido pelo Mestrando em Educação em Ciências e Matemática da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Bruno Mendes Basso.

A “batalha do milhão” é uma espécie de batalha naval em que cada jogador escolhe um alvo que pode ser uma bomba ou uma pergunta. Caso seja uma bomba, perde-se 1 ponto. Caso seja uma pergunta, ganha-se 3 pontos, se ela for respondida corretamente. Dividiu-se a turma em dois grupos e todos os integrantes puderam participar escolhendo um alvo. Cada grupo poderia escolher até três auxílios por grupo para a resolução da pergunta, poderia ser a ajuda do professor, dos colegas do grupo ou repassar a pergunta para o outro grupo.

Após a realização do jogo, foi aplicado um questionário cujo objetivo era avaliar as contribuições do jogo para o aprendizado do assunto. Desse questionário, foram escolhidas duas perguntas para tratar nesse artigo. A primeira delas procurava saber se, durante o jogo, houve alguma questão cujo assunto era desconhecido e que, após a atividade, passou a ser dominado. 54% dos participantes responderam sim. Desses, 27,08% relataram não ter conhecimento do tema número misto e outros 26,92% indicaram fração imprópria.

A segunda pergunta procurava saber se quando o grupo errava e era repassado para o outro grupo analisar qual foi o erro cometido, contribuiu de alguma forma para o aprendizado dos 24 participantes, 20 responderam que sim. Em relação à opinião dos alunos sobre a contribuição do jogo para a aprendizagem de fração, um deles disse que ficou mais fácil e divertido para aprender, e que o fato de todos quererem vencer contribuiu para que todos se esforçassem mais. Com isso, os autores acreditam que o objeto de aprendizagem aplicado foi uma boa alternativa para estudar frações, pois reteve a atenção e despertou o interesse dos estudantes. Além disso, foi uma ferramenta que reforçou o conteúdo de frações impróprias e número misto.

CAPÍTULO 4

DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Nesse capítulo, traremos a análise dos dados divididos em duas partes: primeiro, a estatística descritiva de dados numéricos relevantes. Na segunda parte, apresentaremos os artigos organizados em categorias.

Estatística descritiva

Nesta primeira parte do capítulo 4, apresentaremos alguns gráficos com os resultados obtidos a partir das informações e leitura dos artigos selecionados.

Quanto a região do país em que a pesquisa empírica foi desenvolvida, teve a maior quantidade de pesquisas a região Sudeste sendo 7 pesquisas, como mostra o gráfico abaixo. Outras 5 foram desenvolvidas na região Sul, 4 no Nordeste e apenas uma no Norte. Já na região Centro-Oeste não tivemos nenhum dos artigos selecionados. Outras três pesquisas não informaram a localidade do desenvolvimento da proposta.

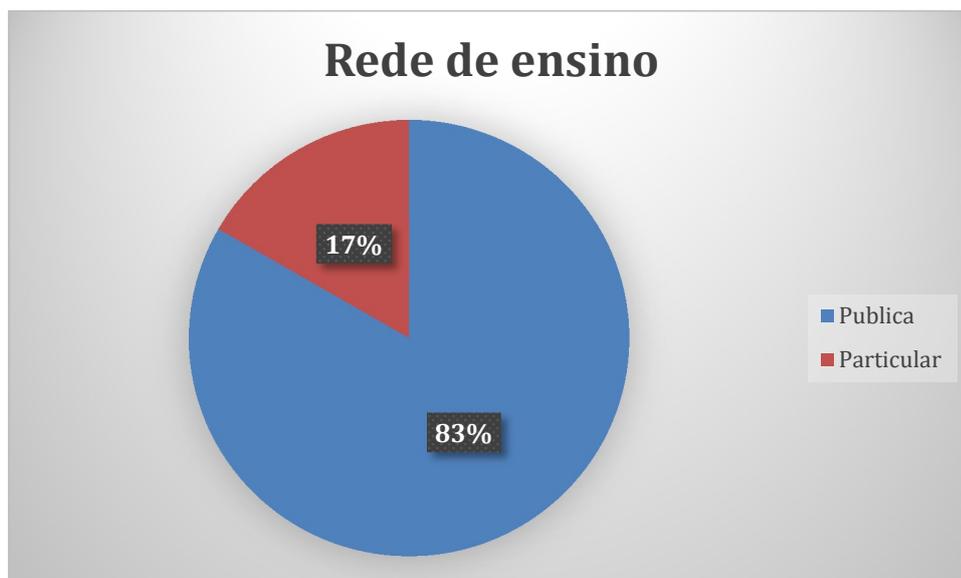
Figura 5 - Região do país em que a pesquisa empírica foi desenvolvida



Fonte: autora

Dos 20 artigos, 15 tiveram suas propostas aplicadas na rede pública de ensino e 3 na rede particular. Outros dois não informaram essa modalidade.

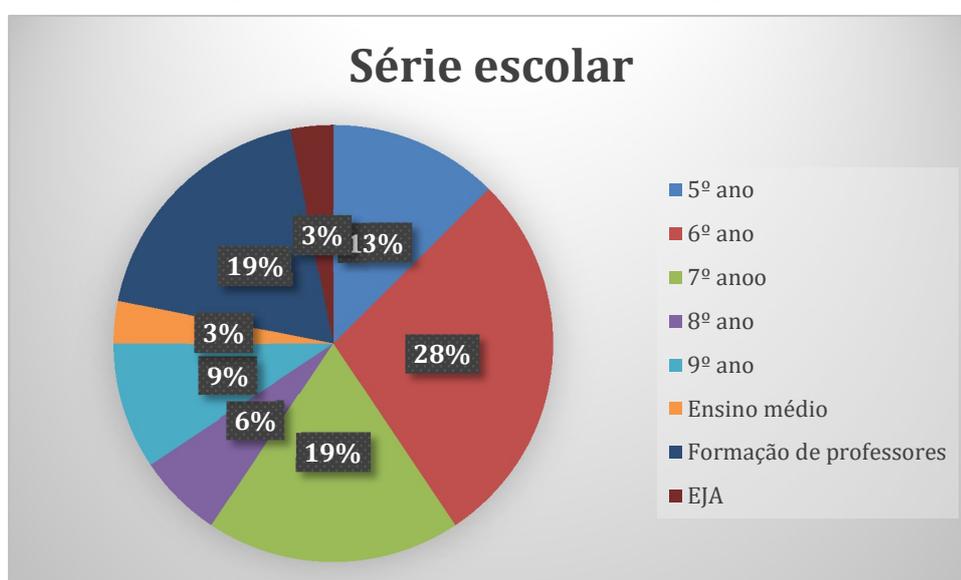
Figura 6 – Rede de ensino



Fonte: autora

Durante a leitura dos artigos identificamos que 28% das propostas foram aplicadas no 6º ano do ensino fundamental, seguido de 19% no sétimo ano e também 19% para a formação de professores e apenas uma foi para a Educação de Jovens e Adultos (EJA).

Figura 7 – Ano escolar ou modalidade contemplada



Fonte: autora

Dentre as pesquisas voltadas para a formação de professores, metade discutiu propostas voltadas para a formação inicial de professores, ou seja, com alunos da graduação. A outra metade teve foco na formação continuada sendo para professores já atuantes.

Organizando os artigos em categorias

Nesta parte, os artigos serão organizados em categorias criadas a partir de aspectos que as aproximam, como informado na metodologia.

1 – Significado das frações

De acordo com Nunes (2003 apud CAMPOS; MAGINA; NUNES, 2006), o conceito de fração será melhor compreendido se for explorado a partir de cinco significados: número, parte-todo, medida, quociente e operador multiplicativo. Entretanto, de acordo com Magina, Bezerra e Spinillo (2009), o mais comum é que a ênfase recaia sobre o significado parte-todo de fração. A partir disso, de outras observações e leituras, nossa hipótese inicial era que, no conjunto dos dados, encontraríamos, majoritariamente, estudos explorando somente o significado parte-todo.

Após a leitura dos vinte artigos selecionados, encontramos sete pesquisas que exploraram somente o significado parte todo da ideia de fração, portanto, não foi a maioria. Na pesquisa de Braga et al. (2022, p. 184), por exemplo, os autores escreveram

[...] pudemos compreender que a ideia de fração ou de um número fracionário significa considerar que um objeto tem suas partes, ou seja, apreender que o todo objeto pode ser dividido em partes iguais.

Esta citação parece nos encaminhar para uma compreensão de fração como parte-todo. O estudo de Melo e Bastos (2020) utiliza materiais manipuláveis, como dobradura, papel colorido, etc, para explorar ideias acerca de frações. Pelo tipo de atividade, nota-se um forte apelo à ideia de parte-todo. O uso de papel dividido em parte iguais (MELO; BASTOS, 2009), a divisão de pizza em parte iguais, explorado em Oliveira, Oliveira e Gava (2018), placas de EVA, utilizadas no estudo de Martinho e Reis (2021), contribuem para a compreensão de fração como parte-todo, mas não é suficiente para a compreensão de outros significados. Magina, Bezerra e Spinillo (2009) denominam essas representações de diagramáticas e criticam seu uso excessivo. Isso não significa que compreender a fração como parte-todo não seja relevante, mas, sim, que os outros significados também devem ser explorados.

Além dos sete trabalhos que exploraram o significado de fração como parte todo, do quais citamos alguns, outros estudos exploraram outros significados.

Os estudos de Oliveira (2021), Etcheverria e Amorim (2020), Silva e Aquino (2019) exploram a fração significando parte todo, medida, quociente e operador multiplicativo. O

estudo de Zeferino e Moretti (2020), por exemplo, exploram somente o conceito de fração como medida. Há casos de estudos que exploram dois ou três significados de fração.

Algumas críticas feitas até aqui, acerca do protagonismo do significado parte-todo na ação do professor em sala de aula, não pretendem subestimar as pesquisas que fazem isso. Pelo contrário, elas são muito importantes para o avanço da área e podem servir como material de apoio à prática dos professores em sala de aula. A nossa intenção é trazer à discussão a necessidade de abordagem de todos os significados, de modo a permitir que o estudante possa compreender o conceito de fração de modo amplo. Para isso, deveríamos enviar nossa discussão para outros aspectos como, por exemplo, a formação de professores. E por quê? Porque é o professor aquele que, ao longo de sua formação, precisa se preparar para, em sua prática, explorar todos os significados de fração.

No conjunto de dados desse trabalho, encontramos estudos que problematizaram formas como os professores compreendem aspectos do conteúdo de frações. A próxima categoria tratará desse assunto.

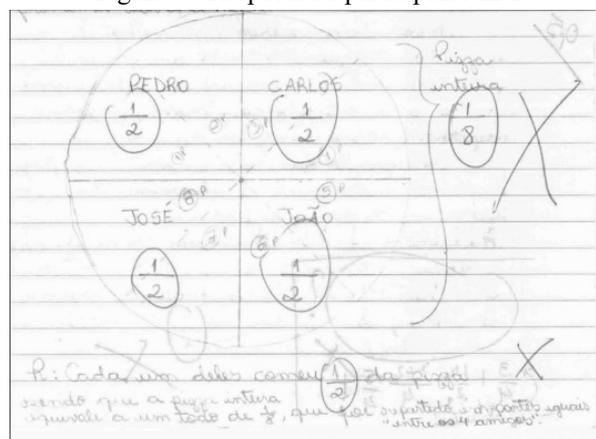
2 – Conhecimento dos professores acerca do conteúdo de frações.

Em seis, dos vinte artigos selecionados, os participantes foram professores/futuros professores que ensinam Matemática, oriundos de cursos de licenciatura em Matemática ou Pedagogia. Em algumas propostas solicitava-se a eles que resolvessem questões de Matemática que exploram frações (ZEFERINO; MORETTI, 2020; ETCHEVERRIA; AMORIM, 2020; ETCHEVERRIA et al., 2019; SILVA; CARVALHO; CAMPOS, 2018). Em outras, solicitou-se aos professores que elaborassem questões relativas ao conteúdo de frações e as resolvessem (CANOVA et al., 2019; PROENÇA et al., 2019). Podemos perceber que, a despeito do tipo de proposta, em todas elas, procura-se avaliar os conhecimentos dos professores sobre o assunto. Esta discussão é importante porque, um parco conhecimento de frações por parte do professor pode ter impactos negativos para os estudantes. Nessa direção, Quartieri, Giongo e Rehfeldt (2020, p. 1) consideram que:

Os alunos da Educação Básica ainda demonstram dificuldades quando o assunto envolve os números racionais, tanto em relação ao significado quanto às operações. Tais dificuldades podem estar relacionadas à forma de ensino do conteúdo que, muitas vezes, depende do conhecimento que os professores possuem. Nesse sentido, é fundamental investigar o conhecimento docente, visando à diminuição de possíveis problemas de aprendizagem desse conteúdo.

Dessa maneira, percebemos que analisar o conhecimento do professor/futuro professor sobre o conteúdo é importante para identificar possíveis lacunas que podem ser preenchidas. Alguns artigos mostraram que alguns dos participantes ainda não compreendem o conteúdo de frações com clareza. Na pesquisa de Proença et al. (2019), por exemplo, que envolveu estudantes de um curso de Pedagogia, a proposta era explorar temas relacionados a frações como: o conceito de fração, equivalência de fração, adição, subtração, multiplicação e divisão de frações. Durante a pesquisa, foi solicitado aos participantes que elaborassem e resolvessem um exemplo de como abordariam em sala de aula um dos temas escolhidos. Um dos licenciandos escolheu o tema conceito de fração e apresentou o desenho, a seguir, para mostrar como dividiria uma pizza em partes iguais para quatro amigos.

Figura 8 - Resposta do participante LP1



Fonte: Proença et al. (2019)

A figura nos mostra que o participante atribuiu o valor de $\frac{1}{2}$ para cada pedaço de pizza, sendo que o correto seria $\frac{1}{4}$. Além disso, ele conclui que a parte inteira da pizza corresponde a $\frac{1}{8}$, o que é contraditório, já que $\frac{1}{8}$ é menor que $\frac{1}{2}$ ao qual o participante disse representar um pedaço da pizza. Ainda é possível observar que o participante efetua erroneamente a soma de quatro frações de $\frac{1}{2}$. Ele mantém o numerador e soma todos os denominadores, ao contrário da operação correta que, nesse caso, seria a soma dos numeradores mantendo o denominador, já que os denominadores de todas elas são iguais.

Ainda na pesquisa de Proença et al., outro participante dá pistas que nos levam a crer que ele não conhece as regras básicas de soma de fração quando, ao realizar a soma de duas frações com denominadores iguais, ele soma os numeradores e os denominadores como mostra a imagem abaixo.

Figura 9 – Resposta do participante LP2

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{8} // \\ \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \end{array} \right.$$

Pizza grande Pizza pequena.

Fonte: Proença et al. (2019)

Por outro lado, na pesquisa de Silva, Carvalho e Campos (2018), que tinha foco no significado de fração como medida, os participantes deveriam resolver aritmeticamente uma situação problematizada. Um dos licenciandos em matemática mostra domínio das regras de divisão com frações quando realiza a operação $\frac{11}{12} \div \frac{1}{4} = \frac{11}{3}$, multiplicando o numerador da primeira fração pelo denominador da segunda e divide isso pela multiplicação do denominador da primeira fração pelo numerador da segunda, ou seja, isso é o mesmo que conservar a primeira fração e multiplicar pelo inverso da segunda, como comumente se ensina na escola. Além disso, a pesquisa retrata que ele mostrou indícios da sua compreensão quando diz que essa expressão indicava “Quanto $\frac{1}{4}$ cabe em $\frac{11}{12}$ ”.

Figura 10 – Resposta do futuro professor 1

Futuro Professor I

Expressão aritmética:

$$\frac{11}{12} : \frac{1}{4}$$

Cálculos:

$$\frac{11}{12} \times \frac{1}{4} = \frac{11 \cdot 1}{12 \cdot 4} = \frac{11}{48}$$

Fonte: Silva, Carvalho e Campos (2018)

Os exemplos acima nos revelam deficiências na formação dos professores de Matemática e que ensinam Matemática quando o assunto é fração. Tais deficiências não ocorrem para todos, mas é preocupante porque pode impactar, de forma negativa, o ensino e aprendizagem deste conteúdo. Portanto, parece haver a

[...] necessidade de aprofundamento, em cursos de formação de professores, dos conceitos subjacentes às frações, de modo que em situação de ensino os professores possam ser capazes de perceber os equívocos cometidos pelos alunos, de analisá-los e de sugerir encaminhamentos que os ajudem a superar possíveis dificuldades (SILVA; PIETROPAOLO; PINHEIRO, 2016, p. 138).

Uma possibilidade para, senão extinguir esse tipo de deficiência, amenizá-la, é oferecer, ao longo da formação inicial e continuada, disciplinas/cursos que explorem de forma contundente este assunto.

3 – Encaminhamentos frente às dificuldades com frações

Dos 20 artigos pesquisados, 17 buscaram de alguma forma obter um diagnóstico dos participantes, por meio de questionários ou resolução de problemas. Na pesquisa de Melo e Bastos (2020, p. 4) por exemplo, um questionário “[...] foi aplicado no primeiro encontro com os participantes, na perspectiva de descobrir os conceitos prévios que os sujeitos tinham sobre os números fracionários”, ou seja, o objetivo da resolução dessas questões é identificar o que eles sabem ou não sobre frações e talvez onde tem sido as maiores dificuldades.

Em alguns dos artigos identificamos que foram utilizadas questões para que os sujeitos respondessem. No entanto, nos casos de respostas incorretas, não houve nenhuma ação que pudesse mostrar aos participantes os erros e refletir sobre eles (JUNIOR, 2019; OLIVEIRA; OLIVEIRA; GAVA, 2018; ETCHEVERRIA; AMORIM, 2020; PONTES, 2022; SILVA; CARVALHO; CAMPOS, 2018; MARTINHO; REIS, 2021; STEIN; POSSAMAI, 2022; ETCHEVERRIA et al., 2019; SILVA; AQUINO, 2019).

Nos artigos de Silva, Teixeira e Muller (2019) e Proença et al. (2019) houve primeiro uma explicação do conteúdo e, posteriormente, os participantes receberam as questões para serem resolvidas. O objetivo desta ação foi avaliar se a explicação havia tido sucesso. Já nas pesquisas de Graça, Ponte e Guerreiro (2021), Melo, Bastos (2020), Freire, Lima (2019), Oliveira (2021), Simoni, Scheffer (2019), Canova et.al. (2019), após o diagnóstico propuseram uma forma de intervenção na tentativa de sanar ou recuperar os conhecimentos que ainda não eram claros.

Na pesquisa de Melo e Bastos (2020), foi aplicado um questionário inicial denominado de A, para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, contendo perguntas como mostra a imagem a seguir.

Figura 11: Questionário A

Questionário A:

1. Um terreno terá $\frac{2}{15}$ de sua área ocupada por um jardim, $\frac{6}{15}$ por uma praça e $\frac{7}{15}$ por um estacionamento¹.

a) Que fração corresponde à área do terreno destinada: à praça e o jardim? à praça e o estacionamento? ao jardim e ao estacionamento?

Fonte: Melo e Bastos (2020)

Posteriormente, foi realizada uma série de atividades contendo dobraduras com papel sulfite, utilização do software GeoGebra, entre outras. Após a realização dessas atividades foi entregue aos alunos um novo questionário B. Dessa forma foi possível comparar as respostas dos questionários A e B e constatar que houve avanço no entendimento do conceito de equivalência de frações.

No trabalho de Canova et.al. (2019) a abordagem foi um pouco diferente da relatada anteriormente. Nela, quem elaborou as perguntas foram os participantes. Foi solicitado aos sujeitos da pesquisa que elaborassem seis atividades no primeiro e no último encontro, com o intuito de diagnosticar os conhecimentos sobre frações e, posteriormente, analisar o que passou a ser mais valorizado. Ao compararem ambas as atividades realizadas, os autores acreditam que o curso de formação influenciou os professores a terem maior cuidado nas escolhas e elaboração das questões sobre frações.

Esses exemplos salientam que talvez não baste identificar as deficiências encontradas, mas como é importante intervir com propostas de ensino e aprendizagem para um aprimoramento do conhecimento de frações. Isso não significa que estejamos negando a importância das pesquisas que detectam erros. Estamos chamando a atenção para o fato de que a detecção do erro pode gerar oportunidades de explorá-los, com vistas à sua correção. O erro não deve ser associado ao fracasso e punição. Deve ser compreendido como algo que faz parte da construção do conhecimento.

Na vida diária, o professor atento detecta os erros dos seus alunos, não somente nas provas. Dessa forma, de acordo com Esteban (2002), se o professor pode compreender o erro também pode propor ações para corrigi-lo. O erro não deve ser associado a fracasso e punição. Caso isso ocorra, pode ter sérias consequências psicológicas para o estudante. Além disso

A partir do erro na prática escolar, desenvolve-se e reforça-se no educando uma compreensão culposa da vida, pois, além de heterocastigado, muitas vezes ele sofre ainda a autopunição. Ao ser reiteradamente lembrado da culpa, o educando não apenas sofre os castigos impostos de fora, mas também aprende mecanismos de autopunição, por supostos erros que atribui a si mesmo. Nem sempre a escola é a responsável por todo o processo culposos que cada um de nós carrega, mas ela

reforça (e muito) esse processo. Quando um jovem não vai bem numa aprendizagem e diz: "Poxa, isso só acontece comigo!", que é que está expressando senão um juízo culposo e autopunitivo? (LUCKESI, 1998, p. 135).

O que precisa ser feito é uma conscientização dos estudantes de que errar não significa ser incapaz. Fração é um conteúdo no qual, recorrentemente, os alunos cometem erros. Defendemos que o professor possa, além de detectar o erro, aja na direção de ajudar o estudante a vencê-lo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve por objetivo apresentar o estado do conhecimento acerca das investigações relacionadas a frações em Educação Matemática. Para isso, foram realizadas leituras de artigos em periódicos qualificados nos estratos A1 a A4 do qualis CAPES 2017-2020, considerando o período de 2018 a 2022. Foram selecionados 20 artigos.

Uma primeira análise após a leitura dos artigos selecionados, ficou explícito que as dificuldades relacionadas às frações não são exclusivas dos estudantes da educação básica. Alguns trabalhos evidenciaram que esse assunto ainda é complexo para professores e futuros professores de Matemática e/ou Pedagogia. Algumas pesquisas revelaram alguns dos participantes, que eram professores ou futuros professores de matemática/que ensinam matemática, ainda não tinham domínio do assunto. Isso é preocupante, pois pode impactar de forma negativa o ensino/aprendizagem deste conteúdo.

Ainda, diferente do que imaginávamos inicialmente, o significado de fração como parte todo não foi exclusividade da maioria dos estudos. Foram encontradas pesquisas que abordaram o significado de fração como medida, quociente e operador multiplicativo. Em alguns casos foram explorados mais de um significado em um mesmo artigo, e isso é necessário para permitir que o aluno possa entender a fração de forma ampla. Nos estudos que exploraram mais de um significado de fração, entretanto, o significado parte-todo sempre apareceu.

Ademais, observou-se que dos artigos que tinham o objetivo de investigar os conhecimentos dos participantes sobre frações, em seis, de um total de 17, foi realizado algum tipo de intervenção para tentar sanar as dificuldades diagnosticadas. Os resultados revelaram que as intervenções se mostraram eficientes para sanar ou amenizar essas dificuldades. Parece ser relevante a importância de intervir com propostas para melhorar o ensino e aprendizagem de frações, uma vez que, identificadas as dificuldades, o professor tem chances de trabalhar essas deficiências.

Ao compararmos os resultados desse estudo com os livros de Matemática na escola primária de 1962 e Ensino Moderno da Matemática de 1975 apresentados no início desta pesquisa, é possível perceber traços das metodologias e estratégias para o ensino de frações usados naquela época e que ainda estão presentes nos dias atuais. No primeiro livro, por exemplo, é indicado o ensino de frações utilizando material manipulável, que também encontramos nos artigos de (MELO; BASTOS, 2019; MARTINHO; REIS, 2021;

OLIVEIRA, 2021; SIMONI, SCHEFFER, 2019). Outra observação é que nos livros o significado parte-todo é bastante explorado e, como vimos, esse significado foi explorado em vários estudos analisados. Em alguns casos ele foi o único significado explorado.

Acreditamos que esta pesquisa pode ser um material interessante para aqueles que pretendem explorar o tema de frações, em TCC, dissertações e teses. Em alguma medida, ela abrevia o trabalho de revisão de literatura relativa às pesquisas com fração. Como desdobramento desse estudo, outros poderão surgir, explorando um período de tempo maior, em outros periódicos ou mesmo outras mídias, como livros, trabalhos em eventos da área da Educação Matemática.

REFERÊNCIAS:

- Ballejo, C. C. Rotação das frações: o ensino híbrido na construção de aprendizagens significativas. **Ensino Da Matemática Em Debate**, v. 8, n. 1, p. 100–115, 2021.
- BRAGA, K. L. et al. O uso de aplicativos no ensino de frações. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 24, n. 4, p. 167-201, 2022.
- BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**, LDB. 9394/1996.
- _____. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.
- _____. Ministério da Educação, (1997). **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental**. Brasília, MEC/SEF.
- _____. Ministério da Educação. **Conheça a história da educação brasileira**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/pet/33771-institucional/83591-conheca-a-evolucao-da-educacao-brasileira>>. Acesso em: 08 jan. 2023.
- _____. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. **Diário Oficial da União**: seção 1, Brasília, DF, p. 27833. 1996. Disponível em : <https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/19394.htm>
- CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, S.; NUNES, T. O professor polivalente e a fração: conceitos e estratégias de ensino. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 8, n. 1, p. 125-136, 2006.
- CANOVA, R. F.; BARRETO, M. das G. B.; PRADO, M. E. B. B.; CAMPOS, T. M. M.. Formação continuada: uma parceria para refletir sobre o ensino de fração. **Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática**, v. 4, n. 1, p. 110–122, 2019.
- DRUCK, I. de F. **Frações: uma análise de dificuldades conceituais**. São Paulo: IME-USP.
- ETCHEVERRIA, T. C. et al. Reflexões acerca do desempenho e das dificuldades de estudantes da educação básica e superior nas operações com frações **Revista Sergipana De Matemática E Educação Matemática**, v. 4, n. 2, p. 71–88, 2019.
- ETCHEVERRIA, T. C., & AMORIM, M. Élid. Conhecimentos de Licenciandos em Matemática para o Ensino de Frações. **Jornal Internacional De Estudos Em Educação Matemática**, v. 13, n. 1, p. 46–52, 2020.
- FONSECA, S. S. da.; SANTOS, R. dos. Dificuldades dos alunos do 7º ano do Ensino Fundamental em Aprender Fração. **Revista Insignare Scientia**, v. 2, n. 1, p. 50-66, 2019.
- FREIRE, P. C.; LIMA, R. N. de. Números racionais na forma fracionária: a influência de características formais. **Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática**, v. 4, n. 1, p. 37–51, 2019.

SILVA, A. F. da.; PIETROPAOLO, R. C. .; PINHEIRO, M. G. de C. Conhecimento matemático para o ensino das frações: um estudo desenvolvido com professores dos anos iniciais . **Boletim GEPEM**, n. 69, p. 118 –140, 2016.

GOMES, R. A análise de dados em pesquisa qualitativa. In: MINAYO, Maria Cecília de Souza (Org). **Pesquisa Social**. 23.ed. Rio de Janeiro: Vozes, 2004.

GRAÇA, S. I.; PONTE, J. P.; GUERREIRO, A. Operações com números racionais: que (in)compreensões revelam os alunos? **Revista Eletrônica de Educação Matemática - REVEMAT**, Florianópolis, v. 17, p. 01-22, 2022.

JÚNIOR, J. E. L. matemática, frações e eja: diminuindo distâncias. **REMATEC**, v. 14, n. 32, p. 148–162, 2019.

LOPES, A. J. O que nossos alunos podem estar deixando de aprender sobre frações, quando tentamos lhes ensinar frações. **Bolema**, v. 21, n. 31, p. 1-22, 2008.

LUCKESI, C. C. Prática escolar: do erro como fonte de castigo ao erro como fonte de virtude. São Paulo: FDE, 1998.

MAGINA, S.; BEZERRA, F. B.; SPINILLO, A. Como desenvolver a compreensão da criança sobre fração? Uma experiência de ensino. **Revista Brasileira. Est. pedag.**, Brasília, v. 90, n. 225, p. 411-432, 2009.

MARTINHO, G. A.; REIS, D. A. de F. Kit de frações no quadriculado como recurso didático para o ensino de frações . **Revista de Educação Matemática**, v. 18, p. 1-22, 2021.

MARTINS, C.; YAREMTCHUK, G.; ARRUDA, H. **Ensino Moderno da Matemática: Núcleo de estudos e difusão do ensino da matemática, livro do mestre**. São Paulo: Editora do Brasil S.A.,1975.

MELO, J. R.; BASTOS, E. M. Ensino dos números racionais a partir de materiais manipuláveis e objetos de aprendizagens. **REMATEC**, v. 15, n. 35, p. 46–62, 2020.

MONTEIRO, A. B.; GROENWALD, C. L. Dificuldades na Aprendizagem de Frações: Reflexões a partir de uma Experiência Utilizando Testes Adaptativos. **Alexandria**, v. 7, n. 2, p. 103-135, 2014.

MOROSINI, M. C.; FERNANDES, C. M. B. Estado do Conhecimento: conceitos, finalidades e interlocuções. **Educação Por Escrito**, Porto Alegre, v. 5, n. 2, p. 154-164, jul.-dez. 2014.

OLIVEIRA, I. P., GAVA, A., & OLIVEIRA, J. C. R. DE. Relato de uma experiência com o ensino de frações na perspectiva do ensino exploratório. **Ensino Da Matemática Em Debate**, v. 5, n. 2, 201–214, 2018.

OLIVEIRA, R. G. de. Número Racional com o Significado de Fração: aspecto relacional, ordenação, equivalência e representações. **Revista de Educação Matemática**, v. 18, p. 1-19, 2021.

PONTES, E. A. S. Os aspectos fundamentais no processo de ensino e aprendizagem dos conceitos de números fracionários na educação básica: uma ressignificação na estratégia metodológica nos problemas com frações. **Revista de Educação Matemática**, v. 19, n. 01, p. 1-15, 2022.

PROENÇA, M. C. de. et al. Formação de Futuros Pedagogos: conhecimentos sobre o ensino de frações via resolução de problemas. **Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática**, v. 4, n. 1, p. 155–171, 2019.

QUARTIERI, M. T.; GIONGO, I. M.; REHFELDT, M. J. H. Problematizando o ensino de frações com um grupo de professores do ensino fundamental. **Revista Linhas**, Florianópolis, v. 21, n. 45, p. 381 - 403, 2020.

RIBEIRO, Darcy. Biblioteca da Professora Brasileira. In: **Matemática na Escola Primária**. Ministério da Educação e Cultura (MEC). Rio de Janeiro: MEC, 1962.

STEIN, S. S.; POSSAMAI, J. P. Senso fracionário: conhecimento informal e representação simbólica. **Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática**, v. 7, n. 1, p. 24–38, 2022.

SILVA, T. L. S.; AQUINO, V. de J. L. Fração também é número?. **Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática**, v. 4, n. 1, p. 68–81, 2019.

SILVA, A. F. G. Divisão Entre Frações: Resolução E Discussão De Tarefas E De Caso De Ensino Em Um Curso De Licenciatura Em Matemática. **REVEMAT**, 3, n.1, p.202-218, 2018.

SILVA, C. M. da.; TEIXEIRA, E. M. M.; MÜLLER, T. J. Objetos de Aprendizagem no Ensino de Matemática: uma possibilidade no ensino e aprendizagem das frações. **Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática**, v. 4, n. 1, p. 82–96, 2019.

SIMONI, T. C. C.; SCHEFFER, N. F. A superação do erro no estudo de frações: uma discussão quanto a contribuições de tic's e de materiais manipulativos. **Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática**, v. 4, n. 1, p. 20–36, 2019.

VALENTE. W. R. Livro didático e educação matemática: uma história inseparável. **Zetetiké**, v. 16, n. 30, p. p. 139-162, 2008.

ZEFERINO, L.; MORETTI, V. Desenvolvimento do pensamento teórico de professores dos anos iniciais sobre frações. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 22, n. 2, p. 425-451, 2020.