



Universidade Federal de Ouro Preto
Licenciatura em Matemática



Monografia

**Desvelando impactos da pandemia de COVID-19
sobre a aprendizagem matemática de estudantes dos
anos finais do Ensino Fundamental por meio de uma
Avaliação Diagnóstica**

Adriana Diniz Barbosa

Ouro Preto

2022

Adriana Diniz Barbosa

**Desvelando impactos da pandemia de COVID-19
sobre a aprendizagem matemática de estudantes dos
anos finais do Ensino Fundamental por meio de uma
Avaliação Diagnóstica**

Trabalho de conclusão de curso exigido como um dos
requisitos para a obtenção de grau de Licenciada em
Matemática pela Universidade Federal de Ouro Preto.

Orientadora: Profa. Dra. Ana Cristina Ferreira

Coorientador: Prof. Dr. Airton Carrião Machado

Ouro Preto

2022

SISBIN - SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO

B238d Barbosa, Adriana Diniz.

Desvelando impactos da pandemia de COVID-19 sobre a aprendizagem matemática de estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental por meio de uma Avaliação Diagnóstica. [manuscrito] / Adriana Diniz Barbosa. - 2022.

112 f.: il.: color., gráf., tab..

Orientadora: Profa. Dra. Ana Cristina Ferreira.

Coorientador: Dr. Airton Carrião Machado.

Monografia (Licenciatura). Universidade Federal de Ouro Preto. Instituto de Ciências Exatas e Biológicas. Graduação em Matemática .

1. Educação Matemática. 2. Ensino Fundamental. 3. COVID-19 (Doença). I. Ferreira, Ana Cristina. II. Machado, Airton Carrião. III. Universidade Federal de Ouro Preto. IV. Título.

CDU 51:37

Bibliotecário(a) Responsável: Luciana De Oliveira - SIAPE: 1.937.800



FOLHA DE APROVAÇÃO

Adriana Diniz Barbosa

Desvelando impactos da pandemia de COVID-19 sobre a aprendizagem matemática de estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental por meio de uma avaliação diagnóstica

Monografia apresentada ao Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de Licenciada em Matemática

Aprovada em 31 de outubro de 2022

Membros da banca

Dr.^a Ana Cristina Ferreira - Orientadora - Universidade Federal de Ouro Preto
Dr. Airton Carrião Machado - Coorientador - Doutor em Educação
Dr. André Augusto Deodato - Universidade Federal de Ouro Preto

Ana Cristina Ferreira, orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito na Biblioteca Digital de Trabalhos de Conclusão de Curso da UFOP em 02/06/2023.



Documento assinado eletronicamente por **Ana Cristina Ferreira, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 02/06/2023, às 09:29, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **0420097** e o código CRC **FA90508C**.

AGRADECIMENTOS

Sempre à Deus, principalmente por conduzir minha vida, e iluminar minhas decisões. À minha família, em especial meu marido por acreditar em mim e apoiar em todas as situações e, pelo amor que sempre demonstra nos momentos mais difíceis. Ao meu amado filho, “coração de mãe”, por simplesmente existir. Aos meus pais, pelo amor incondicional, à minha irmã, querida, amiga, pelas orações e, aos meus irmãos, pela torcida. Às minhas amigas pelo carinho, apoio e orações. Ao querido colega e amigo Gabriel Mapa, parte essencial desse projeto, pelo apoio e presteza. Ao inestimável professor Airton Carrião, pela generosidade em compartilhar seu tempo e conhecimento. À querida orientadora Ana Cristina, pela paciência e sabedoria em cada detalhe. E a todos que contribuíram para meu crescimento pessoal e profissional nessa nova fase da minha vida.

RESUMO

A pandemia de COVID-19 impactou de forma sem precedentes todas as áreas da vida. O ensino e a aprendizagem de Matemática, particularmente nas escolas públicas brasileiras, foram profundamente afetados, ampliando a desigualdade social. Este trabalho se propôs a desvelar algumas das consequências do ensino remoto, desenvolvido durante a pandemia, para a aprendizagem matemática dos estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental de uma escola pública de um distrito de Ouro Preto (MG). Para isto, uma avaliação diagnóstica foi desenvolvida com base em informações disponibilizadas pela professora de Matemática e pela diretora da escola acerca dos temas abordados e dos recursos educacionais utilizados durante o ensino remoto. Esta avaliação foi aplicada às turmas de sétimo, oitavo e nono anos, analisando os instrumentos respondidos. As respostas dadas pelos estudantes foram analisadas quantitativa e qualitativamente. Os resultados evidenciam uma resposta positiva em relação às questões de aritmética, porém, verificou-se maior dificuldade nas áreas de: Grandezas e medidas, Probabilidade e estatística, Geometria e Álgebra. Este estudo sinaliza a necessidade de se desenvolver um trabalho específico de retomada das noções matemáticas mais significativas em cada uma das áreas mencionadas, de modo a promover uma mudança no cenário atual.

Palavras-chave: Educação Matemática; Avaliação Diagnóstica, anos finais do Ensino Fundamental.

ABSTRACT

The COVID-19 pandemic has unprecedentedly impacted all areas of life. Mathematics teaching and learning, particularly in Brazilian public schools, were profoundly affected, increasing social inequality. This work aimed to reveal some of the remote teaching consequences, developed during the pandemic, for the mathematical learning of students in the final years of Elementary School in a public school in a district of Ouro Preto (MG). For this, a diagnostic evaluation was developed based on information provided by the Mathematics teacher and the school director about the topics covered and the educational resources used during remote teaching. This evaluation was applied to the seventh, eighth and ninth grade classes, analyzing the answered instruments. The answers given by the students were analyzed quantitatively and qualitatively. The results show a positive answer in relation to arithmetic questions, however, there was greater difficulty in the areas: Quantities and measures, Probability and statistics, Geometry and Algebra. This study signals the need to develop a specific work to retake the most significant mathematical notions in each of the mentioned áreas, in order to promote a change in the current scenario.

Keywords: Mathematics Education; Diagnostic Assessment, final years of Elementary School.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	1
2. AVALIAÇÃO EM MATEMÁTICA.....	5
2.1. Avaliação Diagnóstica em Matemática.....	13
3. METODOLOGIA.....	20
3.1. Etapa I - Elaboração da Avaliação Diagnóstica.....	21
3.2. Etapa II - Aplicação da Avaliação.....	24
3.3. Etapa III - Construção das Avaliações Diagnósticas.....	29
4. ANÁLISE E RESULTADOS.....	43
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	101
6. REFERÊNCIAS.....	103
ANEXO I.....	106
ANEXO II.....	107
ANEXO III.....	108

1. INTRODUÇÃO

Os anos de 2020 e 2021 foram marcados, em todas as esferas da vida, pela pandemia de COVID-19. Vidas perdidas, corrida pela elaboração e depois produção de vacinas, economias em queda, desemprego, distanciamento social.

No âmbito das escolas brasileiras, especialmente as públicas, aprofundaram-se as desigualdades sociais, e as camadas economicamente mais vulneráveis se viram ainda mais excluídas das oportunidades de aprendizagem.

Segundo Santos (2021), as redes públicas de ensino encontram-se em momentos diferentes em relação à retomada das aulas presenciais no início do segundo semestre de 2021. Algumas escolas realizaram um retorno gradual, outras se prepararam para consolidar essa volta no mês de agosto, e outras ainda seguiram trabalhando remotamente por mais tempo. No entanto, todas elas convergiram em um ponto: as preocupações que envolvem a aprendizagem dos estudantes ao longo da pandemia. Naquele momento, o principal instrumento que as escolas colocaram em prática para mensurar esses conhecimentos foi a avaliação diagnóstica. O autor faz apontamentos citando algumas informações, como as levantadas por Romualdo Portela de Oliveira, diretor de pesquisa e avaliação do Centro de Estudos e Pesquisas em Educação, Cultura e Ação Comunitária (Cenpec):

Inicialmente, é preciso considerar que tipo de interação o estudante teve com a escola nesse período remoto e por quanto tempo. A partir daí as avaliações diagnósticas ajudam a identificar o que o aluno conseguiu aprender e a comparar com o que se supunha que deveria ter aprendido ao longo desse período de interrupção das atividades presenciais (SANTOS, 2021, p.2).

Segundo Romualdo, o professor obtém uma série de informações essenciais para construir um plano de trabalho que atenda às necessidades dos estudantes (SANTOS, 2021):

Trata-se de um tipo de avaliação que pode ser desenvolvido pelo próprio professor para a sua turma ou aplicada de maneira sistêmica pelas redes de ensino” [...] “É, literalmente, um diagnóstico: ela dá um feedback para os educadores, mostrando os tópicos que os estudantes apresentam maior dificuldade e auxiliando, assim, na priorização dos assuntos que devem ser tratados, de modo a garantir que eles consigam progredir (SANTOS, 2021, p.1).

Santos (2021) menciona ainda um levantamento realizado pela revista Nova Escola, na qual o periódico buscou ouvir duas professoras de escolas públicas que elaboraram avaliações diagnósticas com o auxílio do professor Romualdo. Conta a professora Priscila, que em abril de 2021, ainda em regime de ensino remoto, foram convocados todos os alunos da rede municipal de Rancharia (SP), para uma avaliação diagnóstica a ser realizada nas

escolas. Tudo foi aprovado por um comitê de volta às aulas composto por pais, professores e profissionais da saúde. Optaram por receber 35% de alunos por dia em cada escola, uma média de três crianças por sala a cada duas horas. Sendo que, um grupo comparecia das 7 às 9 horas, outro das 9 às 11 horas, e assim sucessivamente. A professora relembra que a logística foi complicada, visto que muitos alunos da zona rural precisavam ser transportados de volta para suas casas após as duas horas de avaliação. Em relação à elaboração das atividades, foram elencados juntamente com a equipe de supervisores e com os coordenadores das escolas, quais seriam as aprendizagens básicas que deveriam ter nessas avaliações diagnósticas. Partiram, então, das habilidades da BNCC e das expectativas de aprendizagem do estado de São Paulo. Tentaram, então, construir um equilíbrio: algo nem muito básico, e nem muito além do essencial. A partir de então, as atividades avaliativas foram criadas. O processo de tabulação foi iniciado logo após a realização da avaliação:

A tabela é enviada para os educadores preencherem conforme o desempenho da sala, a partir dos números que saíram da avaliação dos estudantes da sua turma. Em seguida, ele entrega para o coordenador pedagógico, que faz uma tabulação geral da escola. Por fim, eles mandam para a secretaria, que monta a tabulação geral do município (SANTOS, 2021, p.3).

A segunda professora, Jullie, ouvida pela revista, também defende as avaliações diagnósticas para favorecer a construção de planejamentos personalizados, no contexto de cada turma. Segundo ela:

Durante esse período, os estudantes desenvolveram aprendizagens diferentes. Então, o foco é identificar o que há de potencial, o que foi mais desenvolvido e os pontos que precisam ser melhorados. As avaliações diagnósticas funcionam como um instrumento para mapear essas habilidades. Por meio dos seus resultados, os professores podem fazer o replanejamento com base em evidências e não em inferências (SANTOS, 2021, p.4).

Para o diretor de pesquisa e avaliação do Cenpec, o momento é justamente de cautela e, um olhar a longo prazo que vai auxiliar os educadores nesse trabalho com a aprendizagem após os desafios trazidos pela pandemia. O especialista afirma ainda, que

A ideia embutida nas avaliações em larga escala é justamente obter uma série histórica para perceber os avanços e os desdobramentos em cada contexto, e que é preciso ter em mente que esse processo de readequação curricular pode levar um bom tempo e precisa ser feito com cuidado sempre dialogando com a situação concreta dos alunos (SANTOS, 2021, p.5).

Em tempos de pandemia, a avaliação diagnóstica, que já possuía um papel de destaque nos processos educativos, ganha maior relevância ao permitir aos docentes compreenderem as dificuldades apresentadas pelos estudantes, bem como criarem um plano

de ação que possibilite trabalhar as habilidades educacionais de maneira a preencher lacunas que foram fortalecidas durante esse período.

Se por um lado, o ensino remoto deixou diversas lacunas, por outro, abriu oportunidades. Como afirmam Ribeiro e Junior (2022) em seu trabalho, tem sido possível fazer leitura de atividades e traçar retornos por ser um número reduzido de devolutivas das propostas de atividades enviadas para o aluno. O foco no ensino remoto deixou de ser voltado para avaliação, nota, aprovação ou reprovação no ensino presencial, e passou a ser direcionado a responder questionamentos, tais como: Como chegar até o aluno? Como fazer ser entendido? O aluno não entendeu assim? Mudo a forma, mudo a elaboração, mudo a exposição, etc. Como está o emocional deste aluno? Como conversar com ele? Mudou totalmente a direção, então reflito: assim que deveria ser sempre?

Os achados destes estudos recentes são corroborados pelas vivências no âmbito das atividades curriculares do curso de Licenciatura em Matemática da UFOP. Licenciandos, como a autora deste Trabalho de Conclusão de Curso, observaram sérios problemas nas aulas de Matemática ao longo dos estágios curriculares. Durante os anos de 2020 e 2021, esta atividade curricular aconteceu remotamente três vezes. A maioria dos estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, se mostravam desanimados e infelizes e manifestavam grandes dificuldades em apreender os tópicos de Matemática em estudo.

Diante do exposto, e olhando para as dificuldades reais que alunos de diferentes vertentes encontram em sala de aula, é possível afirmar que os cenários “pós-pandemia” trazem resultados diversos, que por vezes, fogem da proposta elaborada pela instituição de ensino. Assim, evidencia-se a necessidade de avaliações no sentido de reduzir as formas de exclusão social e escolar que ocorreram no período da pandemia da COVID-19 no Brasil e no mundo.

Neste sentido, este trabalho de conclusão de curso, desenvolvido no âmbito da Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), se propôs a desvelar algumas das consequências do ensino remoto, desenvolvido durante a pandemia, para a aprendizagem matemática dos estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental de uma escola pública de um distrito de Ouro Preto (MG).

Compreender em que ponto se encontram os estudantes é essencial para tomar decisões mais bem informadas sobre a continuidade do trabalho com os mesmos.

Para isto, uma avaliação diagnóstica foi desenvolvida com base nas informações disponibilizadas pela professora de Matemática e pela diretora da escola acerca dos temas abordados e dos recursos educacionais utilizados durante o ensino remoto. A avaliação pautou-se também nas habilidades e competências propostas para cada ano pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) de Matemática¹.

Esta avaliação diagnóstica foi aplicada às turmas de sétimo, oitavo e nono anos.

Este trabalho de conclusão de curso está organizado da seguinte forma: inicia com uma discussão acerca da avaliação em geral e, particular, da avaliação diagnóstica em Matemática. Nos dois capítulos seguintes, a metodologia, a análise, e os resultados são apresentados. O texto se encerra com algumas considerações sobre o estudo.

¹ Para saber mais, acesse <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/#fundamental/matematica-no-ensino-fundamental-anos-finais-unidades-tematicas-objetos-de-conhecimento-e-habilidades>

2. AVALIAÇÃO EM MATEMÁTICA

Pavanello e Nogueira (2006) observaram que poucos educadores e educandos têm consciência de que a avaliação é um processo contínuo e natural aos seres humanos, de que esses se avaliam constantemente, nas mais diversas situações, diante da necessidade de tomar decisões, desde as mais simples até as mais complexas. Para as autoras, a rotina da avaliação feita no dia-a-dia, inicia-se pela verificação das informações sobre uma determinada situação, e então, mediante a análise dessas informações, é tomada uma decisão.

Nesse sentido, destacam que, na prática pedagógica de Matemática, a avaliação tem, tradicionalmente, se centrado nos conhecimentos específicos e na contagem de erros, sendo uma avaliação somativa, que não só seleciona os estudantes, mas os compara entre si e os destina a um determinado lugar numérico em função das notas obtidas.

Porém, mesmo quando se trata da avaliação informativa, é possível ir além da resposta final, superando, de certa forma, a lógica estrita e cega do “certo ou errado” (PAVANELLO e NOGUEIRA, 2006).

Ainda segundo as autoras, para que a avaliação em Matemática extrapole o lugar comum da classificação por notas, e surja como estratégia para a orientação da prática pedagógica, deve levar em conta os principais elementos envolvidos no processo de ensinar/aprender: o aluno, o professor e o saber. Além disso, deve possibilitar que tanto o professor como o aluno tenham um indicativo de como este último está se relacionando com o saber matemático. Nesta perspectiva, o aluno deve ser **sujeito no processo de avaliação** e não apenas o objeto a ser avaliado. Embora este procedimento seja visto por alguns como algo muito complicado, pode ser introduzido no cotidiano escolar sem grandes alterações da prática pedagógica do professor. Dentre as muitas possibilidades de alcançar tal objetivo, uma delas é **considerar os erros dos alunos**.

Ribeiro e Junior (2022), observaram a prática dos professores de Matemática e, os perceberam como simples sujeitos reprodutores de conhecimento e notas. Os autores foram além e identificaram que, em muitos momentos, eles próprios atuavam dessa maneira. Para eles, os Conselhos de Classe, visivelmente não cumpriam a sua função, pois eram discutidas apenas a questão das notas e a indisciplina dos alunos, mas, análises sobre a realidade do aluno, sobre como estava sendo seu aprendizado e o que fazer para mudar o fracasso escolar, em geral, não faziam parte da pauta. Portanto, a avaliação dentro do sistema tradicional não

constituía uma investigação que localizaria a posição do aluno cognitivamente. Os autores ainda afirmam que:

O que foi feito no passado (pré-pandemia), experimentado no presente (na pandemia) agora nos abre como perspectivas futuras (pós-pandemia) para criarmos ambientes de aprendizagem que continuem a enxergar o erro como conhecimento e os acertos como conhecimentos a serem aprimorados e aprofundados (RIBEIRO e JUNIOR, 2022, p.24).

Se analisados com cuidado e bem explorados, os erros passam a ter importância pedagógica, assumindo um papel construtivo em duas direções. Na direção do ensino, proporciona ao professor elementos concretos sob os quais orientar seus planejamentos e conduzir suas aulas. Na direção da aprendizagem, pode possibilitar ao aluno um instrumento para compreensão de si próprio, e, talvez, uma motivação para superar suas dificuldades, fato que corrobora as ideias de Esteban (2002). Para Vergani (1993) “interessar-se pelo aluno é interessar-se pelos seus erros”. Assim, segundo ele, os erros não podem ser apenas assinalados, mas devem ser objeto de um trabalho específico do professor com aluno.

Buriasco (2004) destaca que, mesmo em uma avaliação direcionada à resolução de exercícios, é possível ir além da resposta final ao considerar/analisar:

- o modo como o aluno interpretou a questão;
- as escolhas feitas por ele para resolvê-la;
- os conhecimentos matemáticos que utilizou;
- se utilizou ou não tópicos matemáticos estudados nas aulas, e
- sua capacidade de comunicar-se matematicamente, oralmente ou por escrito.

Pavanello e Nogueira (2006) ressaltam que uma matemática formativa, se refere essencialmente à estruturação do pensamento e à agilização do raciocínio, e está umbilicalmente ligada ao fazer matemática e, portanto, mais próxima dos processos utilizados pelo matemático profissional. Para as autoras, ensinar/aprender com essa finalidade poderia se caracterizar pelas seguintes atitudes:

- partir de situações-problema internas ou externas à matemática;
- analisar as situações;
- pesquisar acerca de conhecimentos que possam auxiliar na solução dos problemas;
- elaborar conjecturas, fazer afirmações sobre elas e testá-las;
- refinar as conjecturas;
- perseverar na busca de soluções, mesmo diante de dificuldades;

- sistematizar o conhecimento construído a partir da solução encontrada, generalizando, abstraindo e desvinculando-o de todas as condições particulares;
- submeter os resultados obtidos à comunidade, utilizando, para isso, uma linguagem adequada; e
- argumentar a favor ou contra os resultados.

A avaliação em Matemática, sob essa perspectiva, se preocupa fundamentalmente com o desenvolvimento de tais atitudes, e propõe que o professor se empenhe em observar atentamente seus alunos, enquanto realizam as tarefas propostas (PAVANELLO e NOGUEIRA; 2006).

Vergani (1993) elenca alguns indicadores que poderiam nortear a observação realizada pelo professor:

- o interesse com que o aluno se entrega às atividades matemáticas;
- a confiança que tem em suas possibilidades;
- sua perseverança, apesar das dificuldades encontradas;
- se formula hipóteses, sugere ideias, explora novas pistas de pesquisa;
- se avalia criteriosamente a adequação do processo que adotou ou a solução que encontrou;
- se reflete sobre a maneira de planificar uma atividade e de organizar o seu trabalho;
- se pede ajuda em caso de dúvida ou de falta de conhecimentos; e
- se comunica suas dificuldades e descobertas aos colegas, de maneira adequada.

Tais processos requerem uma prática pedagógica voltada para a construção de conhecimento e protagonismo do aluno em contraposição às práticas usualmente centradas na exposição e reprodução de conteúdos que privilegiem apenas a memorização e a passividade. Nesta direção, a resolução de problemas, as investigações matemáticas em sala de aula e o uso de jogos podem ser estratégias valiosas.

Pavanello e Nogueira (2006) destacam ainda que, mesmo quando se trata de avaliar em Matemática, uma área por vezes considerada árida e distante das questões sociais e políticas, os processos avaliativos não estão dissociados da subjetividade pessoal docente, uma vez que cada professor desenvolve formas de avaliação concordes com suas opiniões intelectuais, suas atitudes sociais, seus referenciais teórico-metodológicos. Assim, em toda a prática docente, inclusive na avaliação que se manifestam, mais claramente, as posições

sociais e políticas que assumimos, consciente ou inconscientemente, mais do que nas demais escolhas que fazemos referentes ao processo de ensino e aprendizagem.

Assim, é notório que o posicionamento sobre o que avaliar em matemática decorre de convicções teóricas a respeito da Matemática, da matemática escolar e do papel desse conhecimento na vida dos indivíduos. Enfim, mais do que estabelecer critérios, os sentimentos e convicções dos educadores a respeito *do que é avaliar* em Matemática, podem ser sintetizados na frase de Guignard (1988): “*avaliar é deixar-se surpreender*”.

Ferreira e Buriasco (2021) defendem a importância da escrita em Matemática e da análise da produção escrita como um recurso para o professor realizar uma avaliação como prática de investigação. Seu estudo se deu no âmbito do Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação (GEPEMA²), grupo que tem se dedicado ao estudo e à pesquisa de práticas de avaliação que envolvem o ensino e a aprendizagem de Matemática.

Segundo as autoras, deve-se considerar na avaliação, além do esforço dos alunos, suas condições socioeconômicas: como os recursos de que dispõem, contexto e cenário em que realizam suas atividades, entre outros. A avaliação pode ser usada como uma oportunidade para aprender. Do contrário, ela se tornará apenas um processo técnico, destituída das dimensões pedagógicas, sociopolíticas e, morais. Neste contexto, a avaliação como prática de investigação pode favorecer tomadas de decisão, bem como gerar oportunidades para intervenção e aprendizagem.

Tais ideias não são recentes. Borasi e Rose (1989) já destacavam benefícios da incorporação da escrita para a aprendizagem matemática, na qual discutiram sobre o valor educacional de envolver os alunos de matemática em uma forma específica de escrever para aprender - a manutenção de um diário ao longo de um curso de matemática. Seus estudos evidenciaram algumas conclusões sobre a escrita em aulas de matemática, tais como:

- efeito terapêutico sobre os componentes emocionais da aprendizagem da Matemática pelo fato de os estudantes se expressarem e refletirem a respeito de seus sentimentos, do curso, da disciplina e da escolaridade;
- proporcionou maior acessibilidade aos conteúdos matemáticos, porque ao ser necessário escrever sobre um determinado conteúdo, os alunos necessitavam de um

² O grupo está situado no Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Londrina (UEL) e desenvolve suas atividades no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da UEL. As principais atividades incluem investigação relacionadas à Educação Matemática Realística e à Avaliação da Aprendizagem Escolar bem como à formação de pesquisadores em níveis de Mestrado e Doutorado. Para saber mais, acesse: <http://www.uel.br/grupo-estudo/gepema/>

entendimento melhor e mais pessoal do assunto tratado, provocando, portanto, a investigação;

- apresentou um progresso na aprendizagem e na resolução de problemas por resultar de articulação e reflexão a respeito do processo de fazer matemática.

Para Ferreira e Buriasco (2021), as produções dos estudantes não necessitam ter um fim em si mesmas, mas podem favorecer a construção de um ambiente no qual o aluno tenha liberdade para se expressar de forma responsável, assumindo a autoria de suas resoluções, confiando em suas respostas, arriscando, argumentando, refletindo, expressando o que pensa para além do que acha que o professor deseja saber. Busca-se, portanto, o desenvolvimento de uma atitude autônoma de pensamento, valorizando a multiplicidade e originalidade das ações.

Existe, assim, uma dupla responsabilidade na avaliação como prática de investigação, tanto do docente, que deve proporcionar ao estudante os meios para que o mesmo possa pensar e organizar seus pensamentos antes de escrever, e entender suas dificuldades de forma mais natural, quanto do próprio discente, que poderá analisar sua própria produção e crescimento acadêmico.

Ferreira e Buriasco (2021) compreendem que nas aulas de Matemática a leitura e a escrita oportunizam a comunicação ao possibilitarem que os estudantes revelem suas dificuldades de compreensão. Mas, para elas, as tarefas matemáticas se resumem muitas vezes na leitura e interpretação de um enunciado de contexto matemático, ou, mesmo que envolva outras informações não matemáticas, sendo a resolução quase sempre orientada para uma produção “puramente” matemática, com números, símbolos, algoritmos. Com isso, a produção de texto em Matemática é quase suprimida, quando deveria ser estimulada por se tratar de uma ação que pode desenvolver a criatividade, bem como o espírito interpretativo e crítico.

Para Van Den Heuvel-Panhuizen (1996), não existe diferença entre as tarefas de sala de aula e a avaliação, não havendo ainda uma obrigatoriamente, ou mesmo, um momento específico para que a avaliação ocorra. Assim, mesmo que sejam utilizados instrumentos para a avaliação, a análise da produção escrita continua possibilitando acesso à informação servindo para, entre outros:

- detectar erros frequentes, recorrentes, dificuldades;
- simular formas de pensar, tipos de raciocínio;

- investigar causas de erros, obstáculos didáticos, obstáculos epistemológicos;
- investigar acertos casuais;
- obter argumentos para questionar e reorientar a prática;
- produzir e emitir feedback;
- dar suporte para a reelaboração do próprio instrumento de avaliação utilizado.

Dessa forma, as produções escritas aparecem como mais um meio de tarefa que possibilita uma reflexão por parte dos estudantes a respeito de suas atividades matemáticas.

Como afirmam Ferreira e Buriasco (2021):

A escrita pode ser utilizada, de um lado como um recurso para declarar conhecimento e, de outro como um meio de conhecimento. Na relação que se pode estabelecer entre esses dois lados, ela pode ser utilizada como uma oportunidade de cada sujeito analisar seu próprio processo de pensamento, os significados construídos, as formas de raciocínio matemático presentes nessa mesma escrita (FERREIRA e BURIASCO, 2021, p.10).

Nesta perspectiva, professor e aluno são responsáveis pela análise da produção escrita. Dessa forma, o professor deve propor tarefas nas quais os alunos também possam realizar a análise de suas produções escritas e a de seus pares, o que pode ajudá-los a aperfeiçoar suas próprias produções, e ainda, a perceberem os próprios erros.

Contudo, é importante salientar que a análise da produção escrita não abrange todos os processos. Portanto, sugere-se que ela seja acompanhada de outras ferramentas, como entrevistas, discussões e explorações coletivas, em sala de aula, de uma ou mais produções³.

Em suma, as autoras enfatizam que a *análise da produção escrita* pode estimular o professor a:

- propor ações que possibilitem inferir formas de os estudantes procederem na execução das estratégias adotadas/elaboradas;
- reconhecer dificuldades enfrentadas pelos alunos;
- inferir sobre as interpretações feitas;
- obter indícios do que os estudantes mostram saber;
- identificar relações que os estudantes estabelecem com as informações do enunciado;

³ A análise da produção escrita é uma prática que permeia praticamente todo o processo de avaliação de aprendizagem, desde a seleção/elaboração dos instrumentos de avaliação, das tarefas matemáticas que compõem as provas escritas, relatórios, trabalhos, incluindo uma previsão da produção que é desejada pelos discentes. Porém, ela demanda o envolvimento do estudante e, para tanto, tarefas que despertem seu interesse podem ser um diferencial para que a informação desejada seja provocada (FERREIRA e BURIASCO; 2022), pois, muitas vezes, produção escrita é a única forma de “diálogo” existente entre professores e estudantes.

- conhecer de que forma lidam com questões de matemática, sejam elas rotineiras ou não.

Assim, utilizar a avaliação como prática de investigação surge como uma oportunidade de constituir um referencial para uma avaliação escolar que oportunize a aprendizagem (FERREIRA e BURIASCO; 2021).

Um importante elo entre as avaliações tradicionais e outros tipos de avaliações, pode ser visto nos trabalhos de Carlos Cipriano Luckesi, um dos nomes de referência em avaliação da aprendizagem escolar, assunto no qual se especializou ao longo de mais de quatro décadas. Em 2006, ele foi entrevistado por Ferrari. Os parágrafos a seguir se baseiam nessa entrevista.

Para Luckesi, os educadores ainda insistem na aplicação de provas e exames (velhos métodos), pois não conseguiram abandonar a pedagogia tradicional, que responde a um modelo seletivo e excludente. Segundo ele, como o professor é muito examinado durante sua vida de estudante, ao se tornar profissional, por razões psicológicas, tende a repetir esse comportamento. Contudo, o ato de examinar é classificatório e seletivo, pois do ponto de vista político pedagógico, é uma tradição antidemocrática e autoritária, porque é centrada na pessoa do professor e no sistema de ensino, e não em quem aprende. Já a avaliação, ao contrário, é diagnóstica e inclusiva (FERRARI, 2006).

Ainda segundo Luckesi, não existe razão pedagógica para o recurso da reprovação, pois, além do próprio aluno, existem outros motivos que podem conduzir ao fracasso escolar, como as políticas públicas que investem pouco no professor e no ensino, com baixos salários e problemas de infraestrutura, e ele conclui: o recurso da reprovação não existe em sistemas escolares de países que efetivamente investem na qualidade da aprendizagem (FERRARI, 2006). Em sintonia com as ideias do professor Luckesi, Ferrari (2006) entende que não há avaliação se ela não trouxer um diagnóstico que contribua para melhorar a aprendizagem.

Quando perguntado sobre que métodos deveriam ser usados para a "avaliação" de aprendizagem escolar, Luckesi explica:

A avaliação é constituída de instrumentos de diagnóstico, que levam a uma intervenção visando à melhoria da aprendizagem. Se ela for obtida, o estudante será sempre aprovado, por ter adquirido os conhecimentos e habilidades necessários. A avaliação é inclusiva porque o estudante vai ser ajudado a dar um passo à frente. Essa concepção político-pedagógica é para todos os alunos e por outro lado é um ato dialógico, que implica necessariamente uma negociação entre o professor e o estudante (FERRARI, 2006, p.2).

Luckesi, entende que para planejar a avaliação de um determinado período letivo, é preciso um planejamento didático consciente, que preveja a elaboração de instrumentos, e a sua correção quando necessário para a reorientação do curso do aprendizado. Além disso, é necessário distinguir o que é essencial no currículo, o que muitas vezes é distorcido, pois o livro didático é assumido como roteiro de aulas” (FERRARI, 2006).

Quando questionado sobre o uso de notas e conceitos, Luckesi é categórico: “o registro é necessário” (FERRARI, 2006, p.4), visto a quantidade de dados relativos a cada estudante. O problema, segundo ele, que ocorre historicamente, é que as notas ou conceitos passaram a ser a própria avaliação, o que é uma distorção. Se os registros tiverem por objetivo observar o processo de aprendizagem de cada aluno e sua consequente reorientação, eles subsidiam uma avaliação formativa. O que não ocorre, se esses registros representarem apenas classificações sucessivas do estudante.

Para Luckesi, a avaliação não precisa necessariamente ser feita por observação direta, mas pode-se utilizar instrumentos como teste, questionário, redação, monografia, participação em uma tarefa, diálogo, entre outros. Em classes numerosas, é interessante a produção de questionários de perguntas fechadas, trabalhando mais de perto os alunos quem não obtiveram um desempenho satisfatório (FERRARI, 2006).

Nessa linha de pensamento, Matos (2021) afirma:

A avaliação somativa, é uma avaliação tradicional que classifica os alunos por meio de notas, e não está articulada com uma metodologia que visa sanar as dúvidas daqueles que apresentam dificuldades. Dessa maneira, depois de ser atribuída uma determinada nota, os alunos são classificados de acordo com a pontuação que alcançaram, pois, são avaliados somente os conhecimentos revelados quando o teste foi aplicado. Se o aluno se confundiu ou possui outras habilidades, não são contabilizadas neste tipo de avaliação (MATOS, 2021, p.97).

Em contraposição à essa avaliação classificatória somativa, existe a proposta da avaliação formativa, que tem por objetivo ser mais significativa, constante, inclusiva e construtiva, visando uma avaliação mais justa e democrática, na qual todos os alunos são considerados iguais por direito, além de compreender que cada pessoa tem sua forma e ritmo de aprendizado, o que deve ser respeitado e levado em consideração nos processos de ensino e, conseqüentemente, nos processos de avaliação (MATOS, 2021).

Nesse modelo de avaliação, o professor avaliaria o aluno continuamente, investindo no **diagnóstico** da qualidade da aprendizagem do seu educando, observando-o em diferentes situações, estimulando-o a desenvolver estratégias necessárias para que ocorra a

aprendizagem. Esse acompanhamento resultaria em informações importantes que poderiam direcionar de forma significativa a ação pedagógica, aproximando de forma relevante professor e aluno (MATOS, 2021).

A avaliação vai muito além do que uma forma de aprovar ou reprovar, não pode ser uma tirania da prática educativa, ameaçando e submetendo a todos, é um recurso que deve ser utilizado para estimular os alunos a se dedicarem aos estudos, a aprendizagem e a atingirem a maestria na aprendizagem dos conteúdos. Mas, para isso, é importante tomar novos caminhos, vinculando o conceito epistemológico do ato de avaliar, que é subsidiar a busca do melhor resultado decorrente da ação do professor. Para ter ciência da realidade de aprendizagem do aluno é importante lembrar que a aprendizagem se dá no interior da pessoa, seja ela criança ou adulta, é preciso observar, instigar para que ela revele, seja por sua postura, condutas, gestos ou relatos, a partir de indagações ou solicitações de desempenhos (MATOS, 2021, p.99).

Diante do exposto, a avaliação diagnóstica aparece como uma ferramenta que fomenta uma prática mais inclusiva e direcionada à aprendizagem e não à classificação ou exclusão dos alunos.

2.1. Avaliação Diagnóstica em Matemática

Existem diferentes modalidades de avaliação, como a avaliação *formativa*, a avaliação *somativa*, a avaliação *mediadora*, a avaliação *desmistificada*, e a avaliação **prognóstica ou diagnóstica** (RIBEIRO e JUNIOR; 2022). Porém, a avaliação diagnóstica é o principal foco desse trabalho.

Martínez (2007), em seu artigo, faz uma análise etimológica do termo “diagnóstico” da seguinte maneira:

- **dia** é um prefixo que tem dois significados:

1: ao longo do tempo

2: através (por meio de) alguns recursos

- **gnose** significa saber ou conhecimento.

Diagnosticar em Educação é, portanto, a ação que permite conhecer, sistematizar e avaliar cientificamente, de maneira cumulativa e contínua, os fatos e as atividades educativas, tanto em seus aspectos formais quanto informais, utilizando recursos e procedimentos que possam facilitar a tomada de decisões de intervenção para a evolução do objeto/sujeito do estudo (MARTÍNEZ, 2007).

Para o NCTM (1995), a avaliação é o processo de reunir evidências sobre o conhecimento, capacidade de uso e disposição de um aluno em relação à matemática e de fazer inferências a partir dessas evidências para uma variedade de propósitos.

Giordane e Carvalho (2019) afirmam que a sondagem, ou **avaliação diagnóstica**, é um instrumento elaborado para conhecer o ponto inicial de uma turma de modo a coletar informações para trilhar o percurso mais adequado para alcançar os objetivos do ano letivo. Ainda descrevem que a perspectiva de uma **sondagem** é a de uma avaliação **formativa**. Perrenoud (1999), define esse tipo de avaliação como um conjunto de métodos que almeja obter informações para subsidiar intervenções que visem ao aperfeiçoamento do ensino, e uma consequente melhoria da aprendizagem.

É comum que a avaliação *prognóstica ou diagnóstica* aconteça, no início do ano letivo para que o professor possa entender um pouco das dificuldades de cada aluno. Nesse sentido esse tipo de avaliação tem o propósito de diagnosticar, visando um trabalho mais direcionado ao longo do ano (MONTEIRO, 2010, p.30).

Para Monteiro (2010, p.24), a avaliação diagnóstica tem dois destaques: “é um momento dialético de “*senso*” do estágio em que se está, e de sua distância em relação ao ponto a ser atingido” e “aponta a obrigatoriedade da tomada de decisão quanto à ação, quando ela está avaliando uma ação”.

Na **avaliação diagnóstica**, diferentemente da análise da **produção escrita** dos estudantes, ao interpretar as informações presentes nas produções desses, os professores podem também “identificar possíveis dificuldades, analisar os erros encontrados e obter indícios do que pode ter levado esses estudantes a errarem e, a partir de tais informações e de conversas com eles, planejar novas ações de modo que estas possam contribuir com a aprendizagem dos envolvidos”. Esse tipo de avaliação possui ainda menos informações a serem trabalhadas, visto que o tempo de aplicação da atividade é reduzido, e a mesma é realizada em uma única etapa (SANTOS, 2008, p.18).

Uma avaliação diagnóstica tem como função básica informar sobre o contexto em que o trabalho pedagógico irá realizar-se, e sobre os sujeitos que participarão desse trabalho. Essa avaliação ocorre em dois momentos distintos, sendo um antes e outro durante o processo de ensino. No primeiro momento, é importante verificar se o aluno possui determinadas habilidades básicas, que podem ser trabalhadas como pré-requisitos para a nova aprendizagem (compreensão em leitura, habilidades de cálculo, etc.); determinar quais

objetivos do curso em questão já foram dominados pelo aluno; classificar e agrupar alunos conforme suas características, e encaminhar os alunos utilizando estratégias e programas alternativos de ensino. Já no segundo momento, esse tipo de avaliação busca a identificação das causas não pedagógicas de constantes fracassos de aprendizagem (RIBEIRO e JUNIOR; 2022).

Diferentemente da produção escrita, na qual não existe um momento específico para ser realizada (FERREIRA e BURIASCO; 2021), a avaliação diagnóstica, deve ser aplicada ao final de cada ano letivo, para que seja possível aos professores planejarem ações para o ano seguinte que possam, de certa maneira, suprir as “deficiências” mostradas pelos resultados obtidos, não sendo, assim, interpretada como uma prática de investigação.

Já para Rabelo (2009), uma avaliação diagnóstica faz um prognóstico de um determinado aluno em relação a um novo conteúdo a ser abordado. Trata-se de identificar algumas características de um aluno, objetivando escolher algumas sequências de trabalho mais bem adaptadas a tais características. Tenta-se identificar um perfil dos sujeitos, antes de iniciar qualquer trabalho de ensino, sem o que, com certeza, estaria comprometido todo o trabalho futuro do professor. O diagnóstico é o momento de situar aptidões iniciais, necessidades, interesses de um indivíduo, de verificar pré-requisitos. É, antes de tudo, momento de detectar dificuldades dos alunos para que o professor possa melhor conceder estratégias de ação para solucioná-las.

Rabelo (2009) ainda afirma que durante a avaliação diagnóstica devemos “buscar conhecer, principalmente as aptidões, os interesses e, as capacidades e competências enquanto pré-requisitos para futuros trabalhos”. Dessa maneira, a avaliação passa a ter o papel diagnóstico e investigativo, **deixando de ser seletiva**. Ela passa a servir de leitura da realidade para nos levar a pesquisar e refletir sobre a ação que iremos tomar para intervir, efetivamente, no processo de aprendizagem.

Para Buriasco (2008), avaliar para informar apenas dados quantitativos (erros e acertos), não basta quando se almeja uma educação matemática escolar de qualidade.

A seguir, são apresentados alguns estudos que aplicam e analisam avaliações diagnósticas em Matemática.

Giordano e Carvalho (2019), apresentam o Instituto Federal Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo (IFSP), como uma escola que busca alternativas para melhorar o aprendizado dos alunos, e vem aplicando desde 2015 a avaliação diagnóstica como uma

prática que permite conhecer e compreender a trajetória e os níveis de conhecimentos que os alunos das turmas ingressantes do Ensino Médio apresentam.

A instituição está localizada na cidade de Cubatão, mas atende estudantes de todas as cidades da Baixada Santista, não sendo raro que alunos vindos de mais de 30 escolas diferentes dessa região, componham uma única sala de aula. Nessa escola, dos 160 alunos ingressantes a cada ano, apenas 100 se formam, em média, o que levou a escola a ser conhecida, durante muitos anos, pelo seu alto índice de repetência no Ensino Médio. Mas este quadro vem se alterando paulatinamente, sendo a diminuição da repetência e evasão um fato real.

⁴Para as autoras, uma das missões do IFSP é articular as ações de ensino, pesquisa e extensão visando desenvolver os arranjos produtivos locais das comunidades que abrigam seus *campi*. Elas esclarecem ainda que a avaliação diagnóstica contribuiu para estabelecer um vínculo com as turmas e desenvolver diversas ações para atender as necessidades específicas dos estudantes, tais como as sessões de monitoria de matemática, aulas temáticas e a formação de grupos e estudos extraclasse e o projeto +Mat, projetos voltados ao Ensino Médio (GIORDANO e CARVALHO, 2019, p.9).

Para a elaboração da sondagem ou avaliação diagnóstica, as autoras utilizaram como referencial teórico o conceito de avaliação formativa de Perrenoud, as contribuições de Luckesi e os conceitos da Teoria de Resposta ao Item, métrica utilizada em avaliações educacionais.

Giordano e Carvalho (2019) adotaram o conceito de avaliação formativa de Perrenoud, as contribuições de Luckesi e os conceitos da Teoria de Resposta ao Item como fundamentação teórica para a elaboração da sondagem ou avaliação diagnóstica. Também adotaram a Prova Brasil (BRASIL, 2008) como referência:

As avaliações de larga escala fazem parte do contexto escolar público desde o final da década de 1990. Elas são um instrumento utilizado para avaliar o desempenho de uma rede de ensino, de um município ou de uma escola. Os resultados de uma avaliação desse tipo embasam o delineamento de políticas públicas educacionais. Ela é composta de índices sobre a realidade escolar, dentre eles o índice de desempenho dos estudantes que é aferido por meio de provas. As provas são elaboradas fora da escola por secretarias ou ministério da educação, ou por fundações por eles contratadas. Por isso, são consideradas avaliações externas. Após a aplicação, periodicamente, cada escola recebe um boletim com seus resultados na intenção de analisar e planejar intervenções para que o processo de ensino/aprendizagem seja constantemente melhorado. Optamos por nos embasar

⁴ Avaliação externa, de larga escala censitária, organizada pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), aplicada a cada dois anos em todas as escolas de Educação Básica. Para saber mais, acesse: <http://portal.mec.gov.br/prova-brasil>

nas habilidades propostas na Prova Brasil, pois além de ser uma avaliação de larga escala consolidada, ela publica um relatório detalhado por unidade escolar e um geral para subsidiar o estudo dos resultados (GIORDANO e CARVALHO, 2019, p.4).

A sondagem foi construída sob a métrica da Teoria de Resposta ao Item (TRI), utilizada para estimar a competência do aluno e classificar seu nível de proficiência nas áreas do conhecimento, mas apenas como inspiração, uma vez que não foram utilizados os seus modelos matemáticos. Para elas, a competência dos alunos é o constructo a ser mensurado pela TRI, ou seja, como não é possível medi-la diretamente, ela é estimada por meio da observação do que a compõe: as habilidades. Desta forma, cada item proposto em uma prova estará associado a uma habilidade que será colocada em uma escala de proficiência, isto é, a ela será associada um número que representará a sua complexidade e a posicionará frente a outras habilidades. A avaliação visará a localizar o aluno nessa escala de modo a aferir sua competência e classificar seu nível de proficiência (GIORDANO e CARVALHO, 2019).

O conjunto de habilidades descritas na matriz de referência da Prova Brasil para o 9º ano, foi utilizado para a elaboração da sondagem. Esse conjunto de habilidades também apresenta uma classificação para os níveis de proficiência dos alunos, quais sejam: abaixo do básico, básico, adequado e avançado. A sondagem aplicada continha 36 questões, cada uma delas correspondendo a uma habilidade da Prova Brasil. As questões foram apresentadas aos alunos em ordem crescente de níveis de complexidade de modo a facilitar a interpretação dos resultados. Além das questões de Matemática, em 2019 foram acrescentadas questões sobre a trajetória e os hábitos de estudo dos alunos.

A aplicação da sondagem foi combinada com os professores das turmas ingressantes. Nos dias combinados, foi apresentado aos alunos o objetivo da avaliação e explica ainda que deveriam deixar em branco as questões que não soubessem responder. Cento e sessenta e três alunos (163) do Curso Técnico Integrado ao Ensino Médio de Eventos e Informática realizaram a sondagem em 2019 e tiveram para isso, cerca de 120 minutos.

Os dados foram tabulados utilizando o Excel®, e foram analisados o desempenho individual dos alunos e por turma, resultando no perfil dos ingressantes. Nessa fase, todas as respostas apresentadas pelos alunos foram digitadas, e utilizadas cores para indicar erros e acertos. Usou-se, ainda, asteriscos para indicar questões deixadas em branco.

A dinâmica de divulgação desses resultados envolveu a devolutiva aos alunos durante a aula e a apresentação a todos os professores das turmas em reuniões de área.

Importante destacar que os dados do questionário foram utilizados para subsidiar alguns projetos que ocorrem no campus que objetivam, além da retomada de conceitos básicos da Matemática, o desenvolvimento de hábitos de estudo dos alunos.

Além do número de acertos, foi possível inferir aproximadamente o nível de proficiência de cada aluno, o resultado geral da sala por item, o conjunto de habilidades desenvolvidas por grande parte dos alunos, bem como as que ainda precisam ser trabalhadas com toda a sala. Em suma, a sondagem permite que os professores planejem intervenções nas aulas regulares e em atividades paralelas ao curso.

Tomando a análise do desempenho da turma 1, elas encontraram uma média de acertos de 17,35 questões, um pouco menos que a metade das questões propostas. Elas, então, observaram que apenas as dez primeiras questões apresentavam desempenho satisfatório, superior a 65% de acerto. De modo intuitivo, elas estimaram a proficiência da turma próximo ao nível 300 da escala. Para o 9º ano do Ensino Fundamental, esse valor significa: proficiência básica. Elas concluíram que treze alunos acertaram no máximo um terço das questões e precisarão de um apoio extraclasse para poderem se desenvolver adequadamente, e que um trabalho com as habilidades referentes as questões 11 a 36 deverá ser desenvolvido para toda a turma pontualmente ou como parte da ementa. Análises semelhantes foram realizadas nas demais turmas. O conjunto de dados e seus resultados auxiliaram no planejamento e ações didáticas realizadas com as turmas, algumas das quais já foram citadas.

Outra ação derivada da sondagem, foi a formação de grupos de estudos focados, com encontros semanais, para trabalhar sobre as habilidades constatadas como insuficientes, uma opção para os alunos que apresentaram baixo rendimento na avaliação diagnóstica.

Por fim, as autoras esclarecem que a sondagem também identificou alunos com altas habilidades, e para eles existe a oferta do Projeto +Mat, que propõe encontros semanais, abertos a comunidade, visando a preparação para as Olimpíadas de Matemática e para os vestibulares mais concorridos.

Lima e Nasser (2020) analisaram as respostas de alunos da Escola SESC de Ensino Médio (ESEM) – RJ, adotando a metodologia da Análise de Conteúdo. Antes da pandemia, a ESEM já utilizava ambientes virtuais de aprendizagem, como o *Moodle*, *Teams* e o *Google Classroom*. Porém, a escola optou por construir o próprio conteúdo, utilizando a plataforma *Moodle*. Aulas gravadas e compartilhamento de material online, eram ferramentas existentes

para que os alunos pudessem estudar no melhor tempo para eles. Tudo indicava que os alunos teriam condições de continuar seus estudos mesmo afastados da escola, ficando o corpo docente com o desafio de avaliar a aprendizagem nesse modelo de ensino.

Dessa forma, o primeiro conteúdo abordado nesse modelo, na 2ª série do Ensino Médio, foi Função Exponencial. A ideia central era a construção de um modelo de avaliação que permitisse uma discussão mais ampla sobre função exponencial e sobre o papel social da Matemática. Após três semanas de debates, entre a equipe de Matemática da 2ª série, o modelo consolidado foi uma pesquisa, que tinha como objetivo promover uma maior reflexão e compreensão sobre a importância da aplicação da função exponencial na análise do comportamento da infecção pelo vírus. Outros conceitos matemáticos também fariam parte na fundamentação científica das medidas de prevenção que podem e devem ser tomadas pelos indivíduos, pela sociedade em geral e governantes, segundo a OMS - Organização Mundial da Saúde (LIMA e NASSER, 2020).

Embasadas nas ideias de Mendez (2002), Fernandes (2008) e Skovsmose (2000), buscaram com essa proposta evidenciar a Matéria dos estudantes. O instrumento de avaliação consistia em 3 etapas, e teve a duração de 7 dias: Orientação para o trabalho de pesquisa, Pesquisa e Conclusões.

A análise de dados seguiu a estrutura apresentada na Teoria da Análise de Conteúdo. A pré-análise foi desenvolvida a partir das leituras dos trabalhos de todos os alunos, com foco na Etapa 1.

As autoras encontraram que o ensino remoto emergencial, definido pela escola, com os alunos em suas próprias casas, mostrou -se bem desafiador tanto para os alunos, como para os professores. E ao elaborar uma proposta que utiliza o contexto em que estavam inseridos, permitiu aos alunos a aprendizagem dentro de um cenário para investigação, o que possibilitou uma outra mudança do paradigma, do uso exclusivo dos exercícios para o paradigma da análise e reflexão.

3. METODOLOGIA

Neste trabalho de conclusão de curso foi elaborada e aplicada uma avaliação diagnóstica, bem como, foi realizada a análise dos seus resultados. O *locus* do estudo foi uma escola municipal de um distrito de Ouro Preto (MG).

Inicialmente, em outubro de 2021, realizou-se um contato com a direção da escola e, contando com sua anuência, solicitou-se a ela e à professora de Matemática que informassem os conteúdos matemáticos estudados no período remoto e os recursos utilizados. Ambas foram extremamente solícitas e apoiaram todo o desenvolvimento do estudo.

Para avaliar é necessário que se tenha uma referência, um conjunto de conhecimentos e habilidades que os alunos precisam demonstrar ao final de cada ciclo. Na elaboração da avaliação foi utilizada como referência as habilidades que a escola havia trabalhado com as turmas no ano anterior que se encontravam dentro do currículo referência de Minas Gerais (CRMG, 2021), bem como a matriz de competências e habilidades da BNCC (2018).

A construção de um diagnóstico é um processo intencional e proativo de escolha, recolha, interpretação (comparando com critérios previamente estabelecidos) e restituição de informação relevante, com sugestões de intervenção, antecedido pela escolha dos procedimentos e os instrumentos adequados (MENINO, 2020).

Foram elaboradas, aplicadas e analisadas três avaliações diagnósticas contendo 10 questões cada, correspondendo, respectivamente aos conteúdos de 6º à 8º anos do Ensino Fundamental.

Devido a vários fatores, como o momento no ano acadêmico, no qual as avaliações ficaram prontas, a aplicação da avaliação diagnóstica só fora realizada mais próxima ao final do primeiro semestre letivo. Cada turma realizou uma avaliação diagnóstica com tópicos referentes ao período anterior, ou seja, a turma do sétimo ano recebeu uma avaliação com conteúdo matemático de sexto ano, a turma do oitavo ano trabalhou com uma avaliação com conteúdo matemático de sétimo ano e a turma do nono ano com conteúdo matemático do oitavo ano.

Fora dada aos alunos a opção de colocarem ou não seus respectivos nomes nas avaliações.

A seguir, são descritos com mais detalhes os procedimentos adotados nas três etapas que constituem o trabalho de campo:

- Etapa I - Elaboração da Avaliação Diagnóstica;
- Etapa II - Aplicação da avaliação, e
- Etapa III - Análises das respostas.

3.1. Etapa I - Elaboração da Avaliação Diagnóstica

A elaboração da avaliação diagnóstica foi coordenada pelo coorientador do presente estudo, professor Airton Carrião.

Esse trabalho nasceu em um projeto de extensão da UFOP com a participação de mais um estudante do curso de Licenciatura em Matemática. Cada aluno ficou encarregado de desenvolver dez questões para dois anos distintos dos anos finais do Ensino Fundamental (por ex. 6º e 7º, 8º e 9º). A autora deste TCC trabalhou nas questões que envolviam conteúdos dos sexto e sétimo anos, que foram aplicados às turmas de sétimo e oitavo anos.

Praticamente todo o processo de elaboração das questões ocorreu de maneira remota, desde as primeiras reuniões via *Google Meet*, passando pelas sugestões para a aplicação da prova, até o acompanhamento das análises realizadas após aplicação das mesmas.

A primeira fase desse processo foi definir as habilidades que deveriam ser trabalhadas. De início, tínhamos em mãos as habilidades relativas às escolas estaduais de Minas Gerais (CRMG, 2021), vide Figura 1 do Anexo I. Num segundo momento, recebemos da diretoria da escola, as habilidades efetivamente trabalhadas com os alunos nos anos de pandemia (2020 e 2021), dos cadernos de atividades encontrado no site: <https://estudeemcasa.educacao.mg.gov.br/pets>. No caderno de atividade foi adotado um código distinto do utilizado pela BNCC e isso demandou um cuidado extra para sua associação à base.

Para escolher as habilidades que seriam aplicadas, definiu-se a seguinte estratégia: as habilidades trabalhadas com maior frequência pela escola foram candidatas mais fortes a entrar nas avaliações, seguidas das demais, porém, dando especial atenção às habilidades consideradas de maior importância para o processo.

Após esse passo, as habilidades que se aproximavam de certa estratégia apresentada, eram marcadas com uma cor escolhida de acordo com as seguintes análises:

- Verde: habilidades listadas no PET e nos cadernos;
- Amarela: habilidades listadas no PET, mas não nos cadernos, e

- Vermelha: habilidades mais importantes no PET.

Em suma, foram selecionados em três diferentes níveis, as cores verde, amarela e vermelha. A cor verde, portanto, foi utilizada para marcar as habilidades que se repetiam mais vezes na ementa escolar (PET e cadernos), já a cor amarela para marcar as habilidades que apareciam um pouco menos (PET) e, a cor vermelha, marcava as habilidades que não apareciam na ementa dada pela escola, porém faziam parte da grade do Estado (PET) e, ainda, interpretadas como importantes a serem trabalhadas dentro da proposta em questão (Figura 2 – Anexo I).

A elaboração das questões foi trabalhada a cada encontro remoto seguindo algumas recomendações, como por exemplo, colocar as questões na ordem que aparecem na BNCC, porém, ao decorrer das idas e vindas, e definições de quais questões estariam aptas ou não para serem colocadas nas provas, essa ordem deixou de ser seguida na íntegra.

Para que se possa ter uma ideia do caminho seguido para elaboração das questões, a Figura 1 do Anexo II, apresenta uma das versões da primeira questão da avaliação diagnóstica com conteúdo do sexto ano (aplicada à turma do oitavo).

Ainda no Anexo II, a Figura 2 mostra um exemplo de três questões que foram excluídas como opção para a prova, pois são questões que poderiam confundir os alunos em relação à interpretação. Da mesma maneira, a Figura 3 mostra outra questão que foi excluída como opção para a prova. Nesse caso, a questão não atendia a habilidade escolhida para compor a prova.

Olhando para o Anexo III, as Figuras 1 e 2 são questões que passaram por uma readequação. A Figura 1 mostra o processo de adaptação de uma questão que consta na avaliação diagnóstica com conteúdo de sétimo ano. A questão foi reelaborada, a tabela mostrada à direita da imagem foi retirada, e o texto reescrito. Já a Figura 2 apresenta algumas fases de readequação da questão de maneira que o aluno pudesse compreender o que estava sendo solicitado.

As Figuras 3, 4 e 5 mostram imagens de questões que deixaram de ser uma opção para os alunos, visto que: os mesmos poderiam se confundir na interpretação de “saldo de gols”; por ser muito simplória na resolução; e por não corresponder exatamente à habilidade proposta, respectivamente.

Assim, foram desenvolvidas dez questões para cada turma, sendo que essas questões foram trabalhadas em diversos encontros remotos até que chegassem a um nível aceitável para aplicação.

Da interpretação das habilidades até o entendimento do nível de exigência que poderia ser explorado nesse tipo de avaliação, muitas reuniões foram necessárias, visando englobar um contexto de alunos que tiveram pouca estrutura durante as aulas virtuais para alcançar uma evolução acadêmica objetiva.

Cada questão passou por muitas versões, e várias foram descartadas, ou por não condizerem com as habilidades escolhidas, ou por não apresentarem um “nível” adequado aos estudantes que seriam analisados. Houve ainda um cuidado com a maneira de escrever os textos para que todos pudessem entender, levando em consideração que a escola está inserida em um distrito distante da cidade, com diversos obstáculos inerentes à região.

Para a elaboração das questões, foram utilizadas diferentes referências bibliográficas que possibilitaram o desenvolvimento de ideias mais direcionadas às respectivas habilidades. Essas referências foram escolhidas de maneira livre por cada discente.

O contato com a escola se deu de maneira direta com a diretora, que já havia possibilitado a participação pessoal na escola para um outro trabalho (de extensão) realizado. Uma imagem aérea da Escola onde foram aplicadas as avaliações diagnósticas é mostrada na Figura 1.

Figura 1 - Escola escolhida para participação no projeto.



Foto: Acervo da empresa PRIMUS DRONE LTDA (2022).

3.2. Etapa II - Aplicação da Avaliação

O planejamento da ida ao distrito e, conseqüentemente, da aplicação da avaliação diagnóstica foi tratado com duas semanas de antecedência. Em contato direto com a diretora da escola, foi combinada a ida em carro particular, isso porque a condução para a escola ainda estava sendo estudada pela prefeitura para levar a equipe da escola de Ouro Preto para o distrito.

Os professores das turmas ingressantes foram comunicados sobre a aplicação da avaliação diagnóstica. No dia agendado, foi apresentado aos alunos o objetivo da avaliação, solicitando a eles que registrassem todos os detalhes das resoluções e as dificuldades apresentadas. Ao todo, 36 alunos das três turmas da Escola do “Salto” (abreviatura comumente usada pelos moradores do distrito) realizaram a avaliação diagnóstica. Apenas um aluno de cada turma esteve ausente neste dia.

A avaliação diagnóstica foi iniciada no primeiro horário de aula do dia três de junho de dois mil e vinte dois e, cada uma durou uma hora, mais precisamente às 7:10, 8:15 e 9:55 para as turmas de nono ano, oitavo ano e, sétimo ano, respectivamente. O tempo estimado para cada avaliação foi de 50 minutos. A Figura 2 mostra uma foto de uma das turmas durante a aplicação da avaliação.

Figura 2 - Foto da aplicação da avaliação diagnóstica em uma das turmas da escola.



Foto: Acervo da autora (2022).

A fim de organizar melhor o tempo dentro de sala de aula durante a aplicação da avaliação diagnóstica, foi elaborado um guia piloto que facilitou o processo de observação, e possibilitou maior destreza nas anotações. Esse guia é mostrado na Figura 3.

Figura 3 - Imagem do guia piloto utilizado durante aplicação da avaliação diagnóstica para a turma de sétimo ano (ementa do 6º ano).

Avaliação Diagnóstica aplicada em 03/06/2022 sob responsabilidade de Adriana Diniz Barbosa – Tempo estimado: 50 minutos Escola Municipal Aleijadinho de Educação Infantil e Ensino Fundamental		
Início: 9:55		Término: 10:55
Ano: 7º	Observações	
Perguntas feitas pelos alunos durante a prova	<p>Essa questão aqui (ta complicada) eu não sei não.</p> <p>Essa eu nunca vi.</p> <p>Eu acho que eu vou deixar quase tudo sem fazer.</p>	
Questão(ões) mais demorada(s) para ser(em) resolvida(s): <u>10</u>		
Atitudes dos alunos durante a prova	<p>A turma é barulhenta e, parte dos alunos não conseguiram a concentração devido à bagunça na sala.</p>	
Houve a necessidade de estender o tempo de avaliação	<input checked="" type="checkbox"/> SIM <input type="checkbox"/> NÃO	Se SIM, em quantos minutos? <u>10</u> min
Números de alunos durante a avaliação: <u>10</u>		
Obs.: Fotografia da turma (do fundo para o quadro com alunos de costas)		

Fonte: Material da pesquisa elaborado pela autora.

Esse guia foi uma opção pessoal que possibilitou realizar anotações de maneira rápida e objetiva em cada turma durante a aplicação das avaliações diagnósticas. De acordo com a Figura 3, as perguntas/afirmações de alguns alunos do sétimo ano foram:

- Essa questão aqui, tá complicada, eu não sei não!
- Essa eu nunca vi!
- Eu acho que eu vou deixar quase tudo sem fazer!

A figura mencionada também evidencia um comportamento agitado por parte dos alunos do sétimo ano durante a avaliação diagnóstica. Diante da situação, a professora responsável pela turma naquele horário, se encaminhou para a sala ajudando na gestão da turma. Essa avaliação foi aplicada após o recreio, e isso pode ter propiciado uma agitação nos alunos.

Os alunos dessa turma chamavam constantemente aos seus lugares para tirar alguma dúvida, mostrando dificuldade com o conteúdo de maneira geral. Muitas vezes não entendiam o que estava sendo pedido no exercício. Não foi tranquilo atender a todos os alunos e realizar a observação ao mesmo tempo, porém, o envolvimento dos alunos ajudou nessa questão.

Já de acordo com a Figura 4, as perguntas/afirmações de alguns estudantes do oitavo ano foram:

- Eu só sei o básico!
- Essa “1” é de múltipla escolha?
- Eu esqueci as tabuadas!
- Posso desenhar? (Pergunta um aluno que termina a avaliação diagnóstica antecipadamente)

Figura 4 - Imagem do guia piloto utilizado durante aplicação da avaliação diagnóstica para a turma de oitavo ano (ementa do 7º ano).

Avaliação Diagnóstica aplicada em 03/06/2022 sob responsabilidade de Adriana Diniz Barbosa – Tempo estimado: 50 minutos Escola Municipal Aleijadinho de Educação Infantil e Ensino Fundamental		
Início: 8:15		Término: 9:15
Ano: 8º	Observações	
Perguntas feitas pelos alunos durante a prova	<p>Eu não sei o léxico. Essa 1 é de múltipla escolha? Eu esqueci as alternativas! Um aluno que acabou antes, pergunta, posso desambiguar?</p>	
Questão(ões) mais demorada(s) para ser(em) resolvida(s): 4		
Atitudes dos alunos durante a prova	<p>Eles conversam, cada hora sobre um assunto. Mesmo após distribuir a prova, continuam copiar a matéria passada no quadro. Essa do campo de futebol. Eu tinha que fazer prova do 6º.</p>	
Houve a necessidade de estender o tempo de avaliação	<input checked="" type="checkbox"/> SIM <input type="checkbox"/> NÃO	Se SIM, em quantos minutos? 10 min
Números de alunos durante a avaliação: 12 11 (de 12)		
Obs.: Fotografia da turma (do fundo para o quadro com alunos de costas)		

Fonte: Material da pesquisa elaborado pela autora.

Nessa turma, os alunos conversavam sobre assuntos diferentes a cada momento e, mesmo após a distribuição da avaliação diagnóstica, continuavam a copiar a matéria passada no quadro. Dois alunos ainda comentaram: “Essa do campo de futebol” e, “Eu tinha que fazer avaliação diagnóstica do sexto”.

No nono ano (Figura 5), por sua vez, os alunos fizeram perguntas como?

- É para fazer atrás da folha?
- A fórmula do quadrado é base vezes altura dividido por dois?

É notório o interesse da turma em relação à atividade proposta.

Figura 5 - Imagem do guia piloto utilizado durante aplicação da avaliação diagnóstica para a turma de nono ano (ementa do 8º ano).

Avaliação Diagnóstica aplicada em 03/06/2022 sob responsabilidade de Adriana Diniz Barbosa – Tempo estimado: 50 minutos Escola Municipal Aleijadinho de Educação Infantil e Ensino Fundamental		
Início: 7:10		Término: 8:10
Ano: 9º	Observações	
Perguntas feitas pelos alunos durante a prova	É para fazer além da folha? A fórmula do quadrado é $base \times altura$? 2	
Questão(ões) mais demorada(s) para ser(em) resolvida(s): _____		
Atitudes dos alunos durante a prova	Os alunos se concentram na atividade e um deles pede para fechar a porta por causa do barulho. Pergunte aos alunos se há alguma questão que eles (têm) estão com mais dificuldade, mas todos ficam calados.	
Houve a necessidade de estender o tempo de avaliação	<input checked="" type="checkbox"/> SIM <input type="checkbox"/> NÃO	Se SIM, em quantos minutos? 10 min
Números de alunos durante a avaliação: 15 (de 16)		
Obs.: Fotografia da turma (do fundo para o quadro com alunos de costas)		

Fonte: Material da pesquisa elaborado pela autora.

Nesse caso, a turma aparentava estar relaxada/calma e os alunos se concentraram para responder a avaliação. Um dos alunos solicitou que a porta fosse fechada por causa do barulho. Foi a primeira turma a receber a avaliação.

Após alguns minutos os alunos foram questionados sobre prováveis dificuldades a respeito de alguma das questões da avaliação, mas, todos permaneceram calados.

3.3. Etapa III – Construção das Avaliações Diagnósticas

As avaliações diagnósticas aplicadas foram marcadas com letras do alfabeto a fim de possibilitar o cruzamento de dados de alunos em caso de necessidade. Elas são mostradas a seguir, nos Quadros 1, 2 e 3. Na coluna “Habilidades”, a cor verde representa as habilidades que estavam presentes no PET e nos “cadernos” e que já estavam cotadas para entrar na avaliação. Já as cores, vermelha (Habilidades importantes do PET) e amarela (Habilidades presentes apenas no PET), representam as habilidades que deveria entrar na avaliação, e que talvez entraria na avaliação, respectivamente. Essas habilidades também constam da BNCC para as séries trabalhadas.

Quadro 1 - Avaliação diagnóstica aplicada à turma do 7º ano (ementa do 6º ano).

Avaliação diagnóstica – conteúdo 6º ANO (aplicada à turma do 7º ano)	
Habilidades	Questões
(EF06MA03A) Resolver problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.	<p>1) Uma pessoa foi à feira com uma nota de R\$100,00, pagou R\$8,00 em um quilo de feijão, comprou duas dúzias de bananas, sendo que a dúzia da banana custava R\$9,00. Na volta para casa, ela entrou em um mercado e pegou 1 kg de açúcar mascavo, gastando R\$17,00. Quando chegou em casa ela contou o dinheiro que recebeu de troco. Qual foi o total de troco recebido?</p> <p>feijão: 8,00 banana: 1 dúzia = 9,00 → 2x 9,00 = 18,00 açúcar mascavo: 17,00 logo a pessoa gastou: 8,00 + 18,00 + 17,00 = 43,00 reais como ela tinha 100 reais em dinheiro, fazemos a conta: 100,00 - 43,00 = 57,00 Assim, a pessoa recebeu 57 reais de troco.</p>
(EF06MA11A) Resolver problemas com números racionais positivos na representação decimal, envolvendo as quatro operações fundamentais e a	<p>2) Maria produz verduras que vende aos vizinhos, na terça ela recebeu R\$55,20 pelas vendas. Em seguida foi ao mercadinho e comprou três litros de suco que custavam R\$4,35 cada, e ainda passou na padaria, onde gastou R\$26,25. Qual a quantia sobrou para Maria ao voltar para casa?</p>

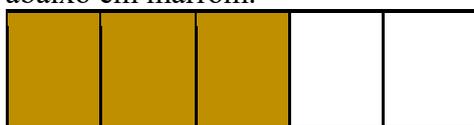
potenciação, por meio de estratégias diversas, utilizando estimativas e arredondamentos para verificar a razoabilidade de respostas, com e sem uso de calculadora.

$$55,20 - 3 \cdot 4,35 = 55,20 - 13,05 = 42,15 \rightarrow 42,15 - 26,25 = \text{R}\$15,90$$

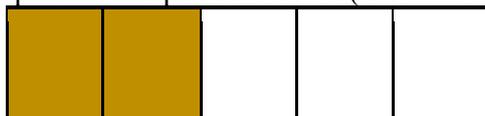
(EF06MA09A)

Elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora.

3) João ganhou uma barra de chocolate que já vem dividida em partes iguais. Ele comeu uma quantidade da barra de chocolate que está mostrada na figura abaixo em marrom.



Pedro também ganhou uma barra igual, mas comeu menos que João. Observe na figura abaixo, a quantidade que ele comeu (em marrom).



- Represente a quantidade de “pedaços” da barra que cada um comeu na forma de fração.
- Represente na forma de fração o resultado da soma de pedaços que os dois comeram juntos?
 - $\frac{3}{5}$ e $\frac{2}{5}$
 - $\frac{3}{5} + \frac{2}{5} = \frac{5}{5} = 1$ inteiro, ou seja, os dois comeram juntos o mesmo que uma barra de chocolate.

(EF06MA10A)

Resolver problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.

4) Pedro comprou 3 barras de chocolate divididas em 5 pedaços do mesmo tamanho cada uma. Depois do almoço ele comeu $\frac{3}{5}$ da barra. No dia seguinte ele comeu mais 5 pedaços, e duas horas depois ele comeu mais $\frac{2}{5}$ pedaços. Quanto sobrou de chocolate?

Somando os pedaços comidos: $\frac{3}{5} + \frac{5}{5} + \frac{2}{5} = \frac{10}{5} = 2$ barras de chocolate. Então, sobrou uma barra ($3-2=1$).

(EF05MA22)

Apresentar todos os possíveis resultados de um experimento aleatório, estimando se esses resultados

5) Mila lançou um dado de seis faces como esse da figura.



Agora responda:

são igualmente prováveis ou não. Resolver problemas que envolvam as operações com números racionais.

a) Quais são os possíveis resultados ao se jogar esse dado uma única vez?

Podem aparecer os números 1, ou o 2, ou o 3, ou o 4, ou o 5, ou o 6.

b) A chance de aparecer o número 1 é maior ou menor que a chance de aparecer o número 4?

A chance de aparecer o número 1 é igual à chance de aparecer o número 4.

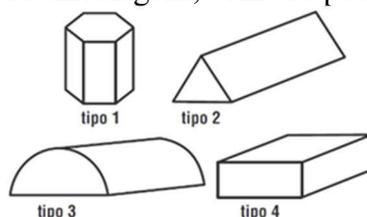
c) Considerando um evento como pouco provável, certeza, provável ou impossível, qual desses seria a chance de sair um 7?

A chance de sair um 7 seria impossível, pois o dado possui apenas os números inteiros de 1 a 6.

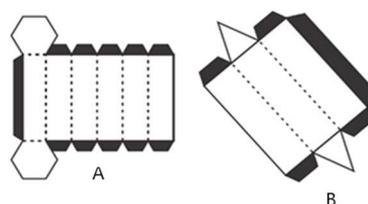
(EF05MA16)

Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.

6) Uma loja de presentes se utiliza de diferentes tipos de embalagens, como se pode ver na figura abaixo.



A vendedora Kátia monta a embalagem de acordo com a escolha do cliente. Para atender um cliente ela pegou as duas embalagens desmontadas cuja planificação está abaixo:



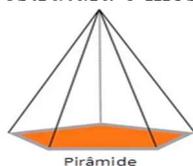
A qual embalagem cada planificação se refere? Por exemplo: a planificação A é tipo 2 e a planificação B = tipo 4.

planificação 1 é tipo 1 e planificação 2 é tipo 2

(EF06MA17)

Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e

7) João quer construir uma cabana indígena cuja estrutura é mostrada na imagem abaixo.



a) Imagine que ele deseje pintar cada face lateral de uma cor diferente. Quantas cores serão necessárias para pintar todas as faces laterais?

5 cores

desenvolver a percepção espacial.

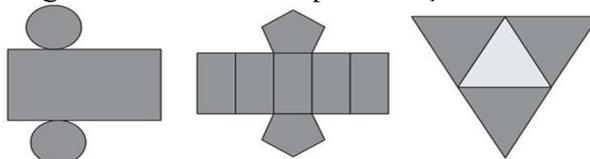
(EF05MA16)

Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.

b) Para fazer a estrutura da cabana ele precisa cortar **peças de madeira** para compor as arestas (tanto da parte lateral, quanto da parte da base). Quantas peças de madeira ele precisará cortar para construir a cabana?

10 peças de madeira.

8) Maria deseja inovar em sua loja de embalagens e decidiu vender caixas com diferentes formatos. Nas imagens abaixo estão as planificações dessas caixas.



a) Quais são os nomes dos sólidos geométricos que Maria irá montar a partir dessas planificações?

Cilindro, prisma e pirâmide.

b) Quantos vértices tem cada um deles?

O primeiro não tem vértices, o segundo tem 10 e o terceiro tem 4 vértices.

(EF06MA24A)

Resolver problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.

9) Considerando um campo de futebol de tamanho oficial, igual aos usados em campeonatos no Brasil e vistos pela TV, responda às seguintes perguntas:

a) Qual unidade de medida (centímetro, milímetro, metro, decímetro) você acredita ser a mais adequada para medir o perímetro desse campo de futebol?

metro

b) No campeonato brasileiro da série A o campo tem formato retangular, e que seu comprimento é de 105 metros e sua largura de 68 metros, calcule a área desse campo de futebol.

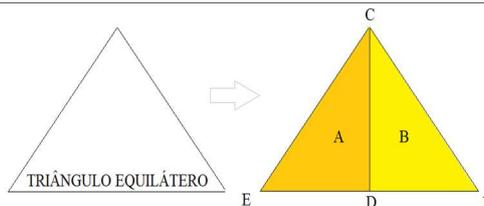
Área = $105 \times 68 = 7140 \text{ m}^2$ (metros quadrados)

(EF06MA19)

Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas

10) Observando as figuras abaixo responda. Se você dividir o triângulo equilátero (que possui todos os lados iguais) da maneira mostrada na figura, onde a reta CD é perpendicular à reta EF, quais são os triângulos A e B formados?

dos lados e dos ângulos.



Os triângulos formados são triângulos retângulos, pois possuem um de seus ângulos (D) igual a 90 graus.

Quadro 2 - Avaliação diagnóstica aplicada à turma do 8º ano (ementa do 7º ano).

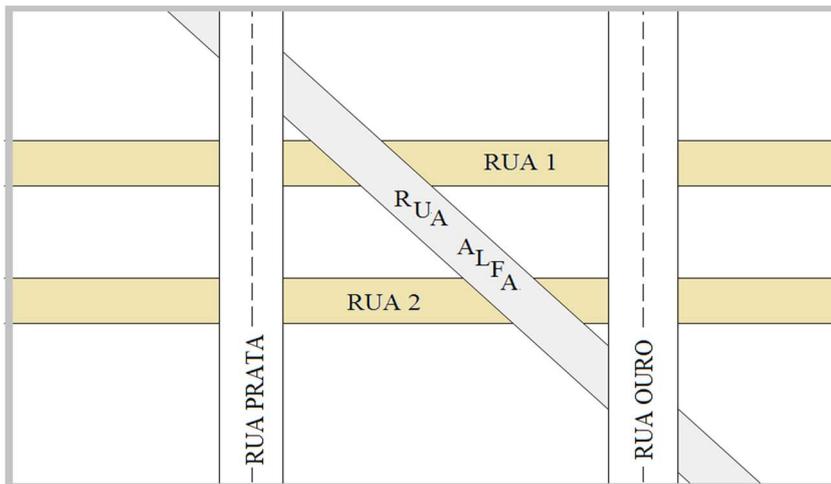
Prova – conteúdo 7º ANO (aplicada à turma do 8º ano)	
Habilidades	Questões
<p>(EF06MA05): Classificar números naturais em primos e compostos, estabelecer relações entre números, expressas pelos termos “é múltiplo de”, “é divisor de”, “é fator de”, e estabelecer por meio de investigações, critérios de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 100 e 1000.</p>	<p>1) Das sequências abaixo, identifique qual é a de primos, a de pares, a de ímpares, a de múltiplos do número 5, e a dos divisores de 75.</p> <p>Sequência 1) 1, 3, 5, 7, 11 Sequência 2) 15, 25, 50, 125, 240 Sequência 3) 2, 3, 5, 7, 11 Sequência 4) 2, 8, 14, 20, 32 Sequência 5) 1, 3, 5, 15, 25, 75</p> <p>Sequência 1 → ímpares Sequência 2 → múltiplos de 5 Sequência 3 → primos Sequência 4 → pares Sequência 5 → divisores de 75 e ímpares</p>
<p>(EF07MA38MG) Resolver problemas que envolvam o cálculo de porcentagem.</p>	<p>2) Joana ficou sabendo que uma loja estava fazendo uma grande promoção de calças, e resolveu ir à loja para aproveitar e comprar uma. Quando ela chegou à loja, soube que o valor das calças era de 100 reais (sem desconto), e a vendedora explicou que a promoção era a seguinte:</p> <p>Na compra de uma calça qualquer, o cliente teria um desconto de 5% Na compra de duas calças ou mais do mesmo modelo, o cliente teria um desconto de 20% Quanto ela pagaria se comprasse duas calças de um modelo e uma de outro?</p> <p>1 calça: 5% de 100 → $100 - 5 = 95$ reais 2 calças de 100 reais: 20% de 200 → $200 - 40 = 160$ reais</p>

Portanto, ela pagaria R\$255,00.

(EF07MA55MG)

Utilizar termos ângulo, retas paralelas, transversais e perpendiculares para descrever situações do mundo físico ou objetos.

3) Considerando o conceito de retas paralelas, transversais e perpendiculares, observe o mapa abaixo e responda as questões.



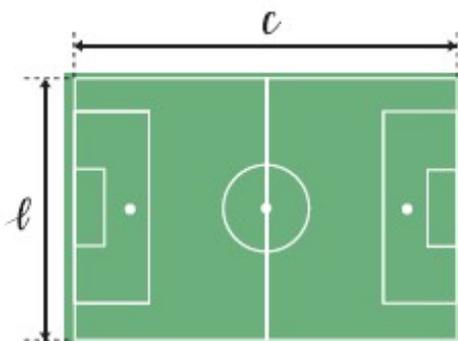
Como você descreveria a posição da:

- Rua Prata em relação à rua 1?
Perpendicular
- Rua Alfa em relação às ruas Ouro e Prata?
Transversal
- Rua 1 em relação à rua 2?
Paralela

(EF07MA13)

Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.

4) Um clube pretende construir um campo de futebol de **comprimento** expresso por c , e sua **largura** expressa por l , conforme a figura:



De acordo com as medidas da FIFA, seu comprimento varia de 100 a 110 metros e sua largura de 64 a 75 metros. O clube decidiu que o comprimento do campo seria de 100 metros, porém, ainda não decidiu a largura. Para calcular a área desse campo utilizaram a expressão: $A = 100 \cdot l$, com $65 \leq l \leq 75$, onde A é a área.

Calcule a área desse campo se a largura for:

- 65 metros; **6500 metros quadrados**
- 70 metros; **7000 metros quadrados**
- 75 metros. **7500 metros quadrados**

(EF07MA18A)

Resolver problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.

(EF07MA51MG)

Resolver uma equação do primeiro grau.

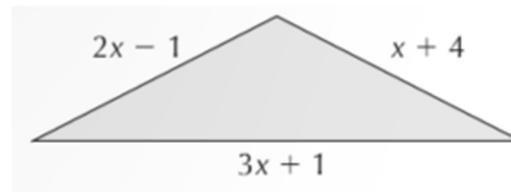
(EF06MA24A)

Resolver problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.

(EF07MA04A)

Resolver problemas que envolvam operações com números inteiros.

5) O triângulo da figura a seguir tem perímetro de 22 cm. Qual a medida do menor lado? Explique como você pensou para resolver.



A soma dos lados do triângulo nos dá o perímetro:

$$2x - 1 + x + 4 + 3x + 1 = 22 \text{ cm} \rightarrow 2x + x + 3x + 4 + 1 - 1 = 22 \rightarrow 6x = 22 - 4 \rightarrow 6x = 18 \rightarrow x = 3$$

Assim, substituindo o valor 3 em cada 'x' de cada um dos três lados do triângulo, temos:

$$\text{(Lado } 2x - 1) \rightarrow 2.(3) - 1 = 5 \text{ cm}$$

$$\text{(Lado } 3x + 1) \rightarrow 3.(3) + 1 = 10 \text{ cm}$$

$$\text{(Lado } x + 4) \rightarrow 3 + 4 = 7 \text{ cm}$$

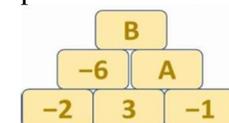
Logo, o menor lado do triângulo acima mede **5 cm**.

6) Observe na figura a seguir:



O número que fica em cima é o produto dos dois números que estão nos retângulos de baixo.

Vamos agora construir uma torre mais alta, mas valendo a mesma regra: cada número é o produto dos dois que estão nos retângulos que ficam abaixo dele.



Sendo assim os valores de A e B são, respectivamente,

A = -3 e **B = 18**. Explique como você pensou para resolver.

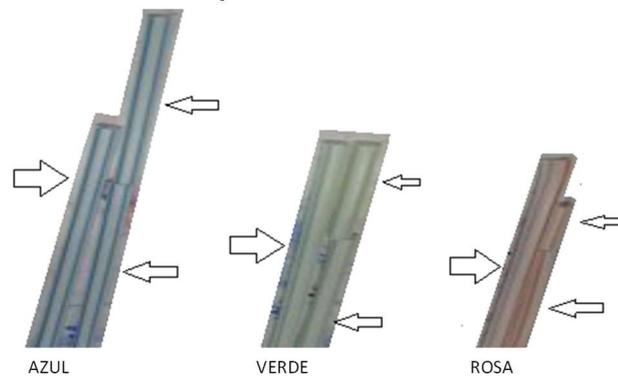
(EF07MA24)

Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180° .

7) Utilizando canudinhos de plástico, Maria tentou construir três triângulos. Observe a imagem abaixo. Apenas uma delas formou um triângulo.



Agora observe o **tamanho** de cada canudinho de acordo com sua cor (azul, verde e rosa). Na imagem se comparou o lado maior com os dois menores juntos.



De acordo com a comparação mostrada anteriormente, você saberia explicar por que **apenas** os três **canudinhos azuis** formaram um triângulo?

Porque o maior lado do triângulo deve ser menor que a soma dos outros dois lados (menores), e isso não acontece nos outros canudinhos (verde e vermelho).

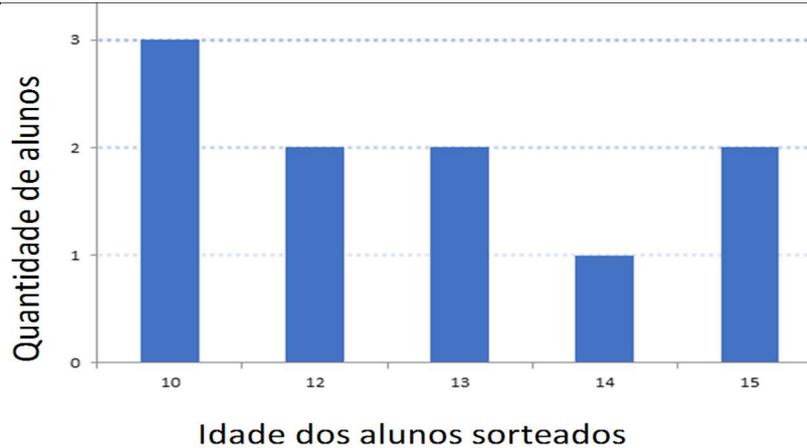
(EF07MA35)

Compreender, em contextos significativos, o significado de média estatística como indicador da tendência de uma pesquisa, calcular seu valor e relacioná-lo, intuitivamente, com a amplitude do conjunto de dados.

8) Em uma escola, houve um sorteio de dez ingressos para assistir a um filme no cinema. Os resultados do sorteio foram registrados no gráfico a seguir, indicando a quantidade de aluno por idade. Sabendo do resultado do sorteio, qual é a média das idades dos alunos sorteados?

(EF05MA24)

Interpretar dados estatísticos apresentados em textos, tabelas e gráficos (colunas ou linhas), referentes a outras áreas do conhecimento ou a outros contextos, como saúde e trânsito, e produzir textos com o objetivo de sintetizar conclusões.



3 alunos de 10 anos + **2 alunos** de 12 anos + **2 alunos** de 13 anos + **1 aluno** de 14 anos + **2 alunos** de 15 anos →

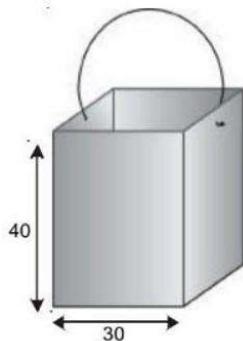
$$3(10) + 2(12) + 2(13) + 1(14) + 2(15) = 30 + 24 + 26 + 14 + 30 = 124$$

Como são 10 ingressos sorteados, 10 alunos ganharão os ingressos, então, dividindo 124 por 10 e obtenho **12,4 anos** como a média das idades dos alunos que foram sorteados.

(EF07MA30A)

Resolver problemas de cálculo de medida do volume de blocos retangulares, envolvendo as unidades usuais (metro cúbico, decímetro cúbico e centímetro cúbico).

9) Na casa de Manoel há uma caixa d'água vazia. Manoel vai encher a caixa trazendo água de um rio próximo, em uma lata cuja base é um quadrado de lado 30 cm e cuja altura é 40 cm, como na figura.



Sabendo que 1 litro é igual a 1 decímetro cúbico, determine, quantas vezes, no mínimo, Manoel precisará ir ao rio até encher completamente a caixa d'água?

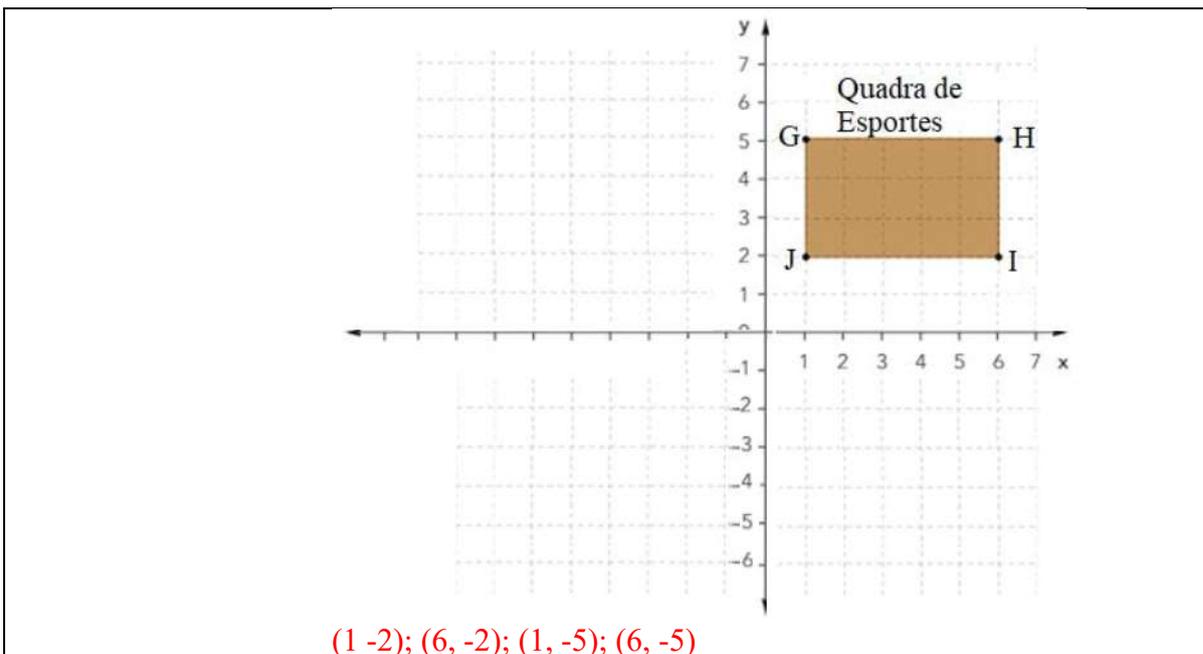
$$30 \times 30 \times 40 = 36000 \text{ cm}^3 \rightarrow 36 \text{ Litros (capacidade da lata)}$$

Dividindo 2000 por 36 obtemos 55,56, o que significa que ele terá que ir ao rio pelo menos 56 vezes.

(EF07MA20)

Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem.

10) A figura a seguir ilustra, em um plano cartesiano, o esboço de um projeto para a construção de um clube. Já foi projetada uma quadra de esporte que pode ser vista no primeiro quadrante. O projetista quer que a próxima quadra seja no quarto quadrante. Dê a ele as coordenadas dos vértices dessa outra quadra.



Quadro 3 - Avaliação diagnóstica aplicada à turma do 9º ano (ementa do 8º ano).

Prova – conteúdo 8º ANO (aplicada à turma do 9º ano)	
Habilidades	Questões
<p>(EF07MA04A) Resolver problemas que envolvam operações com números inteiros.</p>	<p>1) Luiz comprou alguns chicletes e dividiu com seus amigos. No entanto, sua colega Marta roubou 3 desses chicletes, e quando ia pegar o 4º, Luiz a percebeu e pegou no flagra. Após o desentendimento e entendendo que estava errada, Marta decidiu comprar outros chicletes para devolver para Luiz. No dia seguinte ela comprou 2 pacotes de 20 chicletes, após devolver 3 para Luiz, ela deu 5 para uma amiga e ainda mais 7 para Luiz. Com quantos ela ficou?</p> <p style="color: red;">$\text{Saldo} = 2 \times 20 - [(3 + 7) (\text{Luiz}) + 5 (\text{Amiga})] =$ $40 - (10 + 5) = 40 - 15 = 25 \text{ chicletes}$</p>
<p>(EF08MA08A) Resolver problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e</p>	<p>2) Clara foi numa loja de chocolates e viu o seguinte anúncio: “<i>Nessa Páscoa, aproveite nossos kits promocionais com um 10conto especial</i>”</p> <p>KIT BOM É BOM: 7 bombons + 2 barrinhas de chocolate = R\$ 25,00 KIT nota 10: 2 bombons + 2 barrinhas de chocolate = R\$ 10,00 Sabendo que o valor fora da promoção dos bombons e barras, são respectivamente: R\$ 3,50 e R\$ 3,00. Vale a pena aproveitar a “promoção” ou melhor esperar?</p>

interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso

$$7x + 2y = 25$$

$$2x + 2y = 10$$

Subtraindo as equações:

$$5x = 15 \quad x = 3$$

Substituindo x na segunda expressão:

$$2 \cdot 3 + 2y = 10 \quad 2y = 10 - 6 \quad Y = 4 / 2 = 2$$

Portando a promoção vale a pena

(EF07MA18A)

Resolver problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.

3) Yuri havia comprado 3 pacotes de 20 balas com sua mesada e de cara pegou 3 de um pacote de sabor maçã verde, 2 do pacote de sabor morango e 5 do pacote sabor uva. Quando foi guardá-las ele deixou o pacote cair no chão, ao pegar o pacote percebeu que haviam 12 balas em cada um dos pacotes e as demais ficaram espalhadas. Quantas balas estavam espalhadas?

Maçã:

$$20 = 3 + 12 + x \quad x = 20 - 15 \quad x = 5$$

Morango:

$$20 = 2 + 12 + y \quad y = 20 - 14 \quad y = 6$$

Uva:

$$20 = 5 + 12 + z \quad z = 20 - 17 \quad z = 3$$

$$\text{TOTAL} = x + y + z = 5 + 6 + 3 = 14 \text{ balas}$$

(EF06MA19)

Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos Ângulos.

4) Uma torre de telefonia é sustentada por cabos de aço e tais cabos formam um triângulo retângulo com chão, sendo o cabo a hipotenusa. Chamando a altura do poste h , o comprimento dos cabos fixados no chão de d e sabendo que o ângulo que o cabo faz com o chão é de 45° .

A) Qual a medida do ângulo entre o cabo e a torre?

B) Quanto aos lados, que tipo de triângulo é esse?

C) Pretendendo-se colocar cabos que liguem a base da torre à metade dos cabos fixados no chão. Qual deverá ser o comprimento desses novos cabos

$$180^\circ = 90^\circ + 45^\circ + x \quad x = 180^\circ - 135^\circ \quad x = 45^\circ$$

Como 2 ângulos são iguais e um diferente, esse triângulo é isósceles. E como o seguimento que liga o ponto médio da hipotenusa à base do poste, coincide com a bissetriz de 90° , esse novo cabo valerá metade da hipotenusa, ou seja, $d/2$.

(EF07MA12A)

Resolver problemas que envolvam as operações com números racionais.

5) Infelizmente, a avó de João veio a falecer. No testamento ela deixou 50% de sua herança para os 4 filhos dela dividirem. Da outra metade, 60% ficaram para os 3 netos; 20% ficaram para os 2 sobrinhos; e o resto ficou para caridade.

Quem ficou com a maior parte?

Os filhos

$$50\% / 4 = 12,5\% \text{ cada}$$

(EF07MA10)

Comparar e ordenar números racionais em diferentes contextos e associá-los a pontos da reta Numérica.

Quem ficou com a menor parte?

Os sobrinhos

$$20\% \text{ de } 50\% = 10\%$$

$$10\% / 2 = 5\% \text{ cada}$$

Quanto da herança ficou com João?

$$60\% \text{ de } 50\% = 30\%$$

$$30\% / 3 = 10\% \text{ cada}$$

(EF07MA17A)

Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.

6) Uma vaca produz uma média de 5 litros de leite por dia. Para produzir um queijo de aproximadamente 1kg, são necessários, no mínimo, 10 litros de leite.

Um produtor local de queijo, tem uma encomenda de 12 kg de queijo. Quantos dias serão necessários para entregar a encomenda sendo que ele tem 2 vacas?

Para 12kg de queijo, serão necessários 120 litros de leite

Com 2 vacas, produziremos 10 litros de leite por dia

$$10 \text{ litros } \underline{\quad\quad} 1 \text{ dia}$$

$$120 \text{ litros } \underline{\quad} x \text{ dias}$$

$$x = 120 / 10 = 12 \text{ dias}$$

(EF07MA04A),

Resolver problemas que envolvam operações com números inteiros.

7) Flávia é gerente de um banco e fica responsável por atender e fazer ofertas de empréstimos e negociação de dívidas a seus clientes. Em uma lista de 5 de seus clientes, há uma lista do saldo da conta de cada um deles. Os que tem o sinal de menos antes do valor, indicam que o saldo é negativo, ou seja, devem ao banco.

Cliente	Saldo em R\$
1	750,00
2	- 1000,00
3	20 000,00
4	- 50,00
5	- 200,00

Para melhor orientar seus clientes a pagarem suas dívidas e com isso não acumular juros, ou investirem seu dinheiro guardado; ela deve olhar caso a caso dando prioridade a aqueles que mais devem para só depois olhar aqueles que tem maior saldo. Sendo assim, responda:

A) Quais clientes estão devendo o Banco?

Clientes 2,4 e 5

B) Se cada um dos devedores depositasse 50 reais por semana, em quanto tempo pagariam suas respectivas dívidas?

Cliente 2: 20 semanas

Cliente 4: 1 semana

Cliente 5: 4 semanas

C) Quais Clientes não estão devendo o Banco?

Clientes 1 e 3

D) Se cada um dos clientes com crédito fizessem uma poupança de 300 reais por mês, quanto seria o saldo deles após 1 ano?

Cliente 1: $750 + 3600 = 4350$ reais

Cliente 3: $20000 + 3600 = 23600$ reais

(EF07MA48MG)

Identificar grandezas inversamente proporcionais.

(EF07MA47MG)

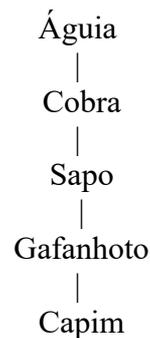
Identificar grandezas diretamente proporcionais.

8) A natureza é de fato algo muito fascinante, sendo que florestas é um espaço de ecossistemas repletos de vidas, nas mais diversas formas e tamanhos.

Nas relações entre seres vivos, existem as chamadas cadeias alimentares, onde predadores se alimentam de seres vivos vulneráveis (até mesmo outros predadores).

Apesar de ser algo aparentemente cruel, essas relações são essenciais para manter o equilíbrio entre populações de animais locais. Por isso, o ser humano deve ter muito cuidado ao interferir com as espécies desse sistema.

Temos a seguir o exemplo de uma cadeia alimentar simplificada, onde quem está mais acima é predador de quem está logo abaixo:



Nesses sistemas, quando aumentamos a população de uma espécie a que está logo abaixo tende a diminuir. E se diminuirmos uma quantidade, quem está logo abaixo aumenta.

Exemplo: menos sapos > mais gafanhotos > menos capim.

Com base nisso responda:

a) Se aumentarmos a quantidade de sapos, o que acontecerá com a população de capim? Essas populações são diretamente ou inversamente proporcionais?

O capim aumentará, e as populações são diretamente proporcionais.

b) Se diminuirmos a quantidade de cobras, o que acontecerá com a população de sapos? Essas populações são diretamente ou inversamente proporcionais?

A população de sapos aumentará, e as populações são inversamente proporcionais.

(EF08MA03A)

Resolver problemas de contagem cuja

9) Ana está com sua mãe numa lanchonete, e há ali 3 tipos de salgados: coxinha, pastel e quibe. De bebidas, há 5 opções: água, achocolatado, refrigerante, suco e chá gelado. Sabendo que a mãe

resolução envolva a aplicação do princípio multiplicativo.

de Ana só comprará uma bebida e um salgado para sua filha, quantos diferentes pares de suco com salgado Ana terá à disposição para escolher?

3 salgados

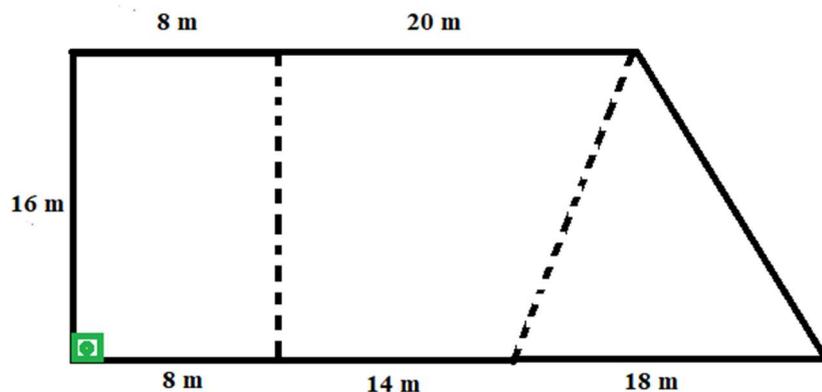
5 bebidas

Portanto o total é dado por $3 \times 5 = 15$ possibilidades

(EF08MA19A)

Resolver problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos

10) João estava há meses procurando um terreno para construir sua casa, até que viu um anúncio dizendo: “Lote na avenida x de 272 m^2 por y reais”. Achando interessante a oferta, visitou o local e viu que haviam 3 lotes separados por cercas. Para saber qual era o anunciado, ele mediu, com aproximações, as laterais dos lotes, obtendo os resultados na imagem abaixo. Qual lote corresponde a área do anúncio?



Área do Retângulo = $16 \times 8 = 128 \text{ m}^2$

Área do Trapézio = $[(20 + 14) \times 16] / 2 = 34 \times 8 = 272 \text{ m}^2$

Área do Triângulo = $(18 \times 16) / 2 = 18 \times 8 = 144 \text{ m}^2$

Portanto, é o lote do meio.

4. ANÁLISE E RESULTADOS

Nesse capítulo são apresentadas as análises de cada uma das 30 questões das três avaliações diagnósticas elaboradas e aplicadas às três turmas de sétimo, oitavo e nono anos da Escola Municipal Aleijadinho de Educação Infantil e Ensino Fundamental, em Santo Antônio do Salto, distrito de Ouro Preto. As análises das respostas foram realizadas com o apoio do coorientador do TCC.

Considerando as habilidades determinadas para cada exercício, foram realizadas as observações/interpretações de acordo com as resoluções dos alunos.

Importante salientar que, as respostas que não foram explicadas pelos alunos, e/ou não foram deixadas as respectivas contas para análise, foram chamadas de “respostas diretas”, para facilitar as análises em questão.

As tabelas (4, 5, 6) abaixo, mostram o número de acertos, apenas a nível de avaliação diagnóstica, não levando em conta o desenvolvimento, ou seja, é apresentada apenas uma análise quantitativa das turmas de sétimo, oitavo e nono anos, respectivamente.

A avaliação diagnóstica aplicada à turma do 7º ano durou uma hora, e compareceram 10 alunos de um total de 11. Na Tabela 1 são mostrados os resultados quantitativos das correções realizadas. Opções de questões cuja letra (c) inexistente, são mostradas com “--”.

Tabela 1 - Resultado das avaliações diagnósticas aplicadas à turma do sétimo ano em termos de correção versus número de alunos que acertaram, erraram ou deixaram em branco.

Turma do 7º ano						
Correção das questões X Número de alunos	Totalmente Correta	Parcialmente Correta			Toda Errada	Em Branco
		a	b	c		
Questões						
1	3	--			7	0
2	3	--			7	0
3	2	5	0	--	0	0
4	2	--			7	1
5	0	2	0	4	0	1
6	5	--			2	2
7	1	0	0	--	3	1
8	0	0	0	--	0	3
9	0	5	0	--	1	3
10	0	--			2	8

Importante salientar que na Tabela 1 as opções computadas em “Parcialmente Corretas” não incluem as parciais de alunos que acertaram toda a questão, apenas os que tenham errado pelo menos uma das opções.

Após analisar as questões quantitativamente, uma análise mais direcionada é feita, de maneira a buscar um entendimento mais real para as respostas de cada discente envolvido. As análises apresentam observações e interpretações de **cunho pessoal** do autor desse trabalho, abarcadas pelas leituras realizadas ao longo do curso de matemática, bem como, pelas colaborações dos professores envolvidos direta e indiretamente. Assim, são levantadas algumas respostas de alunos para cada uma das 30 questões respondidas pelas três turmas. Essas questões foram escolhidas levando em conta a variação no tipo de pensamento que resultou em diferentes respostas. As respectivas análises qualitativas são apresentadas a seguir: i) *Turma do 7º ano*; ii) *Turma do 8º ano e*, iii) *Turma do 9º ano*.

i) Turma do 7º ano

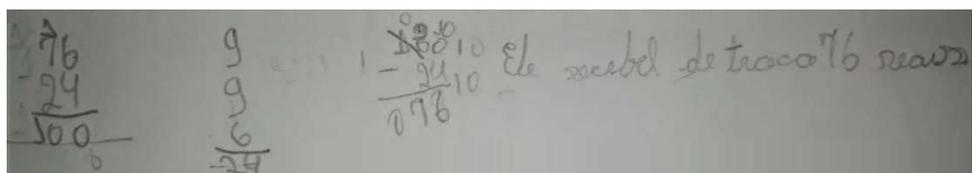
Questão 1 - Habilidade (EF06MA03A): Resolver problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.

1) Uma pessoa foi à feira com uma nota de R\$100,00, pagou R\$8,00 em um quilo de feijão, comprou duas dúzias de bananas, sendo que a dúzia da banana custava R\$9,00. Na volta para casa, ela entrou em um mercado e pegou 1 kg de açúcar mascavo, gastando R\$17,00. Quando chegou em casa ela contou o dinheiro que recebeu de troco. Qual foi o total de troco recebido?

R: feijão: 8,00; banana: 1 dúzia = 9,00 → 2x 9,00 = 18,00; açúcar mascavo: 17,00
 Como a pessoa gastou: 8,00 + 18,00 + 17,00 = 43,00 reais, e tinha 100 reais em dinheiro, realizamos o seguinte cálculo: 100,00 - 43,00 = 57,00. Assim, a pessoa recebeu **57 reais de troco**.

Como pode ser observado na imagem da Figura 6, o aluno **A** somou 9+9+6, obtendo 24. Então, ele subtraiu 24 de 100, resultando em 76. E, por fim, ele conferiu a conta somando 76 com 24, obtendo, então, 100.

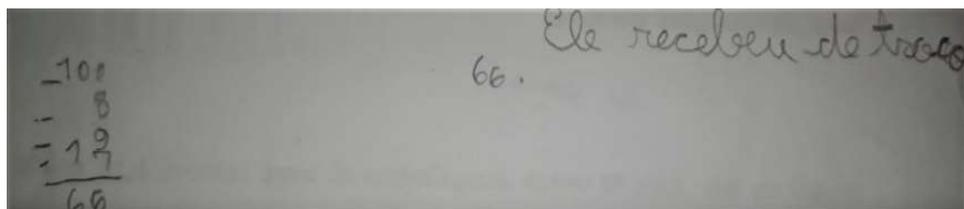
Figura 6 - Questão 1 (Aluno **A** - 7º ano).



Fonte: Material da pesquisa.

Aparentemente, houve um problema de interpretação do enunciado do problema, pois, o aluno realiza as operações corretamente, mas se perde nos valores que deveriam ser subtraídos. É possível observar que ele subtrai os valores de cada dúzia, mas também o faz como o algoritmo 6, algo que, não fez sentido de acordo com enunciado.

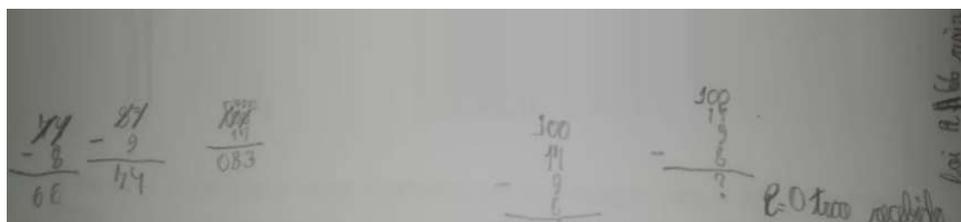
Figura 7 - Questão 1 (Aluno B - 7º ano).



Fonte: Material da pesquisa.

Já o aluno B (Figura 7), simplesmente subtraiu os valores na ordem em que apareceram, o que pode mostrar a não interpretação do aluno, que deveria ter dobrado o valor da dúzia de banana, já que a atividade solicitava duas dúzias ao invés de uma, mas o aluno atentou apenas aos preços dos produtos.

Figura 8 - Questão 1 (Aluno E - 7º ano).



Fonte: Material da pesquisa.

Na Figura 8 é possível observar que o aluno E subtraiu diretamente todos os valores. Em termos de conta, sua resposta está correta, porém, também não multiplicou o valor de duas dúzias de bananas (12) pelo valor referente à uma dúzia (R\$9,00). Esse aluno, assim como o anterior, trabalhou apenas os valores em dinheiro.

Assim, os três alunos mencionados anteriormente fazem as operações corretamente, apresentando problema na habilidade de interpretar os enunciados, importante para se resolver problemas.

Os demais alunos deixaram respostas sem cálculo, são elas: 59 de troco; O total de troco recebido é 67; o total de troco é R\$ 67,00; R- O dinheiro recebido foi R\$57,00 reais;

57 reais; R = O total do troco recebido; R\$57,00; e 66. Portanto, essa questão na qual a maioria dos alunos (7) errou, não foi possível identificar a maior parte dos erros que ocorreram, visto que os mesmos não deixaram os registros na folha. Aparentemente, fizeram de cabeça.

Questão 2 - Habilidade (EF06MA11A): Resolver problemas com números racionais positivos na representação decimal, envolvendo as quatro operações fundamentais e a potenciação, por meio de estratégias diversas, utilizando estimativas e arredondamentos para verificar a razoabilidade de respostas, com e sem uso de calculadora. Aproximação de números para múltiplos de potências de 10.

2) Maria produz verduras que vende aos vizinhos, na terça ela recebeu R\$55,20 pelas vendas. Em seguida foi ao mercadinho e comprou três litros de suco que custavam R\$4,35 cada, e ainda passou na padaria, onde gastou R\$26,25. Qual a quantia sobrou para Maria ao voltar para casa?

R: $55,20 - 3 \cdot 4,35 = 55,20 - 13,05 = 42,15 \rightarrow 42,15 - 26,25 = \mathbf{R\$15,90}$

Nessa questão, quase todos erraram (7 alunos), o aluno E (Figura 9) subtraiu diretamente todos os valores do total recebido (R\$55,20) sem se atentar ao fato de ter que multiplicar primeiro por 3 o valor de R\$4,35, que é o valor de cada litro de suco. É possível interpretar que faltou atenção ao ler o exercício, mas também pode ser uma dificuldade de interpretação por parte do aluno, um problema na compreensão do enunciado, utilizando somente os valores de dinheiro, assim como mostrado nos exemplos do exercício anterior.

Figura 9 - Questão 2 (Aluno E - 7º ano).

Fonte: Material da pesquisa

Apenas os alunos C, D e J, acertaram a resposta, sendo que os dois primeiros colocaram apenas a resposta, sem demonstrar os cálculos, Figuras 10, 11 e 12, respectivamente.

Figura 10 - Questão 2 (Aluno J - 7º ano).

Fonte: Material da pesquisa

No caso do aluno **B**, todos os valores foram registrados corretamente, porém, se equivocou ao realizar a subtração, o que o conduziu a uma resposta incorreta.

Figura 11 - Questão 2 (Aluno **B** - 7º ano).

Handwritten student work for subtraction. On the left, a vertical subtraction is shown: $55,20$ minus $73,05$ equals $18,15$. On the right, the text "Ele voltou com 25,80" is written.

Fonte: Material da pesquisa

O problema nessa resposta (Figura 11) é em operar o algoritmo, veja que o aluno troca o algarismo 2 das dezenas por 10, esquecendo que quando realizou uma troca (emprestou uma dezena), sobrou 1. Dessa maneira, ele não identificou que a subtração passou a ser de 1 menos 2, e que portanto, ele deveria pegar emprestado novamente, ficando 11 menos 2.

Outro aluno (H), fez um cálculo contrário, somando todos os valores dados. Esse caso também pode ser visto como erro de interpretação da questão, sendo, porém bem mais grave que o anterior. Nesse caso, o aluno não fez diferença entre somar e subtrair, além de levar em conta somente os valores em reais. Outro fator, que pode ser observado é o erro de conta na primeira soma. A Figura 12 apresenta a resolução.

Figura 12 - Questão 2 (Aluno **H** - 7º ano).

Handwritten student work for addition. A vertical addition is shown: $55,20$ plus $26,15$ equals $84,80$.

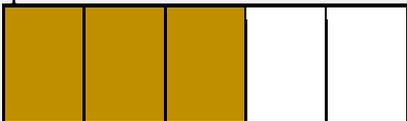
Fonte: Material da pesquisa

Os outros alunos colocaram respostas diferentes (corretas ou incorretas), mas sem apresentar os cálculos, não sendo possível identificar como raciocinaram. As respostas

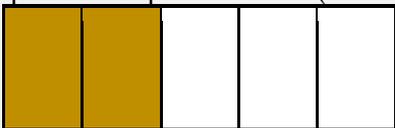
foram: 24 reais; 15,90 Reais; Sobrou para Maria R\$15,90; sobrou para Maria R\$26,00; 29; Sobrou a quantia de 24,50 para Maria voltar para casa.

Questão 3 - Habilidade (EF06MA09B): Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora.

3) João ganhou uma barra de chocolate que já vem dividida em partes iguais. Ele comeu uma quantidade da barra de chocolate que está mostrada na figura abaixo em marrom.



Pedro também ganhou uma barra igual, mas comeu menos que João. Observe na figura abaixo, a quantidade que ele comeu (em marrom).



a) Represente a quantidade de “pedaços” da barra que cada um comeu na forma de fração.

R: $\frac{3}{5}$ e $\frac{2}{5}$

b) Represente na forma de fração o resultado da soma de pedaços que os dois comeram juntos?

R: $\frac{3}{5} + \frac{2}{5} = \frac{5}{5} = 1$ inteiro, ou seja, os dois comeram juntos o mesmo que uma barra de chocolate.

Apenas dois alunos (C e I) acertaram 100% essa questão, mostrando respostas diretas, sendo que além desses dois o aluno G certou a letra *b* respondendo $\frac{5}{5}$, mas deixou em branco a letra *a*.

Dos que acertaram a letra *a* com respostas diretas, mostraram na letra *b* as seguintes respostas:

- Alunos E, F, J: $\frac{5}{10}$;

É possível que esses alunos tenham somado os numeradores da fração e os denominadores ($\frac{3}{5}$ e $\frac{2}{5} \rightarrow 3+2$ e $5+5$).

- Aluno H: $\frac{3}{2}$.

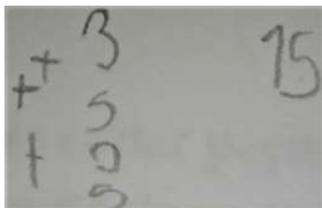
Aparentemente esse aluno eliminou o algarismo “5” das duas frações ($\frac{3}{5}$ e $\frac{2}{5}$), como se ele multiplicasse a primeira fração pelo inverso da segunda, ou seja, dividindo a primeira fração pela segunda.

O aluno A deixou em branco a letra *b*, respondendo de forma direta a letra *a*.

Já o aluno D, **errou** a letra *a* respondendo $\frac{3}{0}$ para a fração de $\frac{3}{5}$. Nesse caso, como a resposta foi direta e nada foi acrescentado na folha de avaliação diagnóstica, não foi possível entender qual foi o pensamento do aluno.

Por fim, o aluno B apresentou uma soma de todos os algarismos da fração: $3+5+2+5$ totalizando 15, como pode ser observado na Figura 13. Esse tipo de erro sugere que aluno não domina o conceito de fração, bem como, não domina a habilidade de representar nem de operar com elas.

Figura 13 - Questão 3 (Aluno B - 7º ano).



Fonte: Material da pesquisa

Esse pensamento mostra que não houve entendimento em relação ao cálculo da fração de uma quantidade, podendo, portanto, não ter havido o entendimento do conceito de fração.

Questão 4 - Habilidade (EF06MA10A): Resolver problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.

4) Pedro comprou 3 barras de chocolate divididas em 5 pedaços do mesmo tamanho cada uma. Depois do almoço ele comeu $\frac{3}{5}$ da barra. No dia seguinte ele comeu mais 5 pedaços, e duas horas depois ele comeu mais $\frac{2}{5}$ da barra. Quanto sobrou de chocolate?

R: Somando os pedaços comidos: $\frac{3}{5} + \frac{5}{5} + \frac{2}{5} = \frac{10}{5} = 2$ barras de chocolate. Então, sobrou uma barra ($3-2=1$).

Essa questão, o aluno B deixou em branco.

Apenas 2 alunos acertaram essa questão respondendo que “sobrou 5 pedaços” (Aluno A), e “ $\frac{5}{5}$ ” (Aluno C).

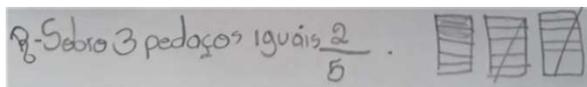
Das respostas incorretas **diretas** temos:

- Aluno D: sobraram 3 pedaços iguais;
- Aluno E: $\frac{1}{5}$ barras;
- Aluno F: $\frac{1}{5}$;
- Aluno G: Sobrou 1 pedaço;
- Aluno H: $\frac{3}{5}$ e,
- Aluno I: Não entendi.

As respostas diretas, como já explicado dificultam uma análise mais precisa da intenção do aluno, ou de sua compreensão em relação ao contexto do exercício.

Um aluno (J) apresentou alguma explicação também não correta do exercício 4 (Figuras 14).

Figura 14 - Questão 4 (Aluno J - 7º ano).



Fonte: Material da pesquisa.

Essa explicação é de difícil interpretação pois o aluno corta duas barras completas, deixando apenas a barra de $\frac{2}{5}$ que foi a resposta dada. Assim, não foi possível, sem uma explicação plausível da questão, concluir qual seria o possível pensamento do estudante. É possível que ele tenha se confundido com a própria notação.

Questão 5 - Habilidade (EF05MA22): Apresentar todos os possíveis resultados de um experimento aleatório, estimando se esses resultados são igualmente prováveis ou não.

5) Mila lançou um dado de seis faces como esse da figura.



Agora responda:

a) Quais são os possíveis resultados ao se jogar esse dado uma única vez?

R: Pode aparecer qualquer um dos seis números: 1, ou o 2, ou o 3, ou o 4, ou o 5, ou o 6.

b) A chance de aparecer o número 1 é maior ou menor que a chance de aparecer o número 4?

R: A chance de aparecer o número 1 é igual à chance de aparecer o número 4.

c) Considerando um evento como **pouco provável**, **certeza**, **provável** ou **impossível**, qual desses seria a chance de sair um 7?

R: A chance de sair um 7 seria provável, pois seria 1 chance em 6.

Nessa questão, nenhum aluno acertou todas as opções. Uma das causas desse resultado pode estar relacionada à maneira como a questão foi exposta. Na letra *b*, por exemplo, as opções dadas podem ter induzido à uma resposta errônea quando dá opções de maior ou menor, mas a resposta é “igual”. Portanto, seria interessante rever isso.

Os alunos A e F foram os únicos que acertaram a letra *a* da questão 5, com as seguintes respostas: **1 a 6** e, pode sair **4 2 1 3 5 6**, respectivamente.

De acordo com a letra *a*, as respostas incorretas **diretas** foram:

- Alunos C, D, I, J: 6;

- Aluno E: 5 e 6;

- Aluno G: Os possíveis resultados serão 4 ou 3 e,

- Aluno H: 5.

As respostas diretas, mais uma vez não corroboram com a análise em questão. Mas como a maioria errou, é possível que os alunos não compreenderam ou não interpretaram o havia sido solicitado. Se eles explicassem o porquê de terem respondidos determinados algoritmos, ajudaria a entender o tipo de “erro” ao qual estaríamos lidando.

O aluno B não resolveu a questão 5 (a, b, c), deixando escrito: “Nunca vi”. Essa afirmação pode ser interpretada como a não compreensão da matéria de probabilidade, ou por não terem estudado esse tipo objeto.

A letra *b*, especificamente, o aluno F deixou em branco.

Já de acordo com a letra *b*, as respostas incorretas **diretas** foram:

- Alunos A e H: sim;
- Aluno C: maior;
- Alunos D, I, J: menor;
- Aluno E: Não maior e pouco provável e,
- Aluno G: Não.

É possível que os alunos que responderam “sim” ou “não” tenham compreendido o enunciado, já os que disseram “maior” ou “menor” podem ter sido induzidos ao erro pela pergunta, mas também mostraram, provavelmente, não dominar o conceito.

Analisando essas respostas, é possível perceber que a turma do sétimo ano não entendeu o conceito de probabilidade, não conseguindo apresentar todos os possíveis resultados de um experimento aleatório.

Quanto ao evento impossível (letra c), muitos não perceberam a não existência do número 7 no dado. Colocaram que era provável (Aluno G), pouco provável (Aluno I) sair o 7. Podendo levar a entender que não compreenderam o que seria o significado de **pouco provável, certeza, provável** ou **impossível**. Já o aluno A escreveu: sim, porque ele é possível sair 6. Essa resposta mostra que faltou compreensão a respeito do assunto, sendo provável que eles não tenham tido contato com a matéria ou, que não tenham compreendido o enunciado da atividade.

O aluno C respondeu “não”. Essa resposta, apesar de não atender o que foi perguntado, pode estar correta do ponto de vista do aluno, isso porque, a última parte da pergunta (... desses seria a chance de sair um 7?), pode ter sido interpretada por ele como:

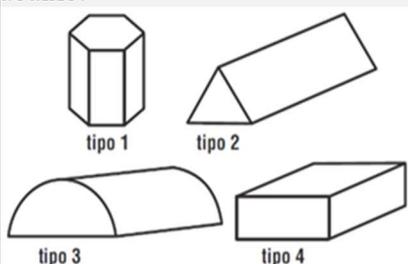
“existe a chance de sair o 7?”. Assim, ele respondeu que **não** (não existe a chance de sair um 7), sendo essa a intenção, mostraria que ele interpretou mal o enunciado.

Apenas os alunos D, E H, J escolheram a resposta correta nessa opção.

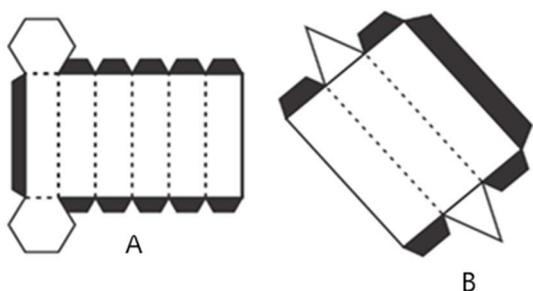
Ainda em relação à letra c, os alunos B e F deixaram em branco.

Questão 6 - Habilidade (EF05MA16): Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.

6) Uma loja de presentes se utiliza de diferentes tipos de embalagens, como se pode ver na figura abaixo.



A vendedora Kátia monta a embalagem de acordo com a escolha do cliente. Para atender um cliente ela pegou as duas embalagens desmontadas cuja planificação está abaixo.



A qual embalagem cada planificação se refere?

Por exemplo: a planificação A é tipo 2 e a planificação B = tipo 4.

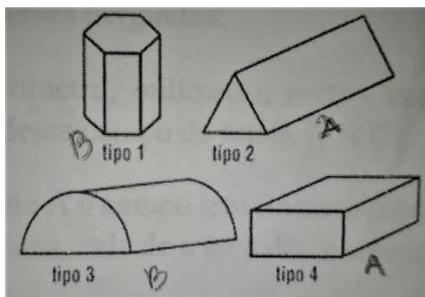
R: planificação 1 é tipo 1 e planificação 2 é tipo 2

Essa foi a questão em que cinco alunos acertaram totalmente (D, E, F, I, J) usando respostas diretas, sem comentar a questão. Um aluno (B) que errou, mas fez a questão, colocou tipo 4 para “letra A” (primeira planificação), acertando o tipo da segunda planificação. Assim, existe a possibilidade de que ele não tenha identificado a imagem em 3D, visto que na “letra B” ele acertou o tipo.

Dois alunos deixaram a questão em branco (A e G), sendo que o aluno G escreveu: Não entendi, na avaliação diagnóstica.

Da mesma forma, um aluno (C) que respondeu “sim” para a pergunta, e outro (Aluno H) que marcou duas letras A e duas letras B nas figuras espaciais apresentadas (Figura 15).

Figura 15 - Questão 6 (Aluno H - 7º ano).

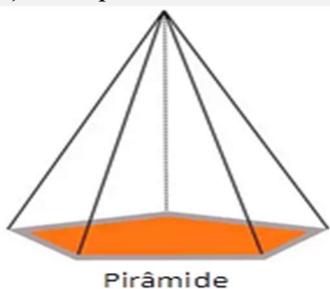


Fonte: Material da pesquisa

Nesse caso, o aluno não deve dominar a habilidade de associar a figura à sua planificação, visto que ele tentou fazer a associação, mas também, pode não ter entendido o enunciado.

Questão 7 - Habilidade (EF06MA17): Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial.

7) João quer construir uma cabana indígena como na imagem abaixo.



- a) Imagine que ele deseje pintar cada face lateral de uma cor diferente. Quantas cores serão necessárias para pintar todas as faces laterais? **R: 5 cores**
- b) Para fazer a estrutura da cabana ele precisa cortar **peças de madeira** para compor as arestas (tanto da parte lateral, quanto da parte da base). Quantas peças de madeira ele precisará cortar para construir a cabana? **R: 10 peças de madeira.**

Cinco alunos acertaram parcialmente a questão (B, F, G, H, J) usando respostas diretas (letra *a*). A maioria errou a letra *b*, apenas um acertou essa. Logo, apenas o Aluno G acertou totalmente a questão, respondendo: Serão necessários pintar 5 faces laterais (letra *a*) e, Ele precisará de 10 peças de madeira para fazer a cabana.

Os demais, apresentaram as seguintes respostas diretas para a letra *a* do problema:

- Aluno A, C, E: 6;

Como três alunos responderam 6 cores, é possível que eles tenham contado a base da pirâmide como uma das faces laterais, não sabendo diferenciar os conceitos.

- Aluno D: 4;

- Aluno I: 7;

Um 4 como resposta pode indicar que o aluno D não identificou que existem duas faces laterais na parte do fundo da pirâmide, sendo uma das inúmeras maneiras de justificar essa resposta, visto que isso não está claro.

Já as respostas dadas na letra *b* podem indicar que eles não identificaram o que seriam as arestas da pirâmide, ou talvez não tenham associado a palavra aresta ao que ela representa.

As respostas diretas foram:

- Aluno B, C, H, J: 6 pedaços de madeira;

- Aluno D: Ele precisará de 7;

- Aluno E, I: 5 peças de madeira; nesse caso, os alunos podem ter olhado somente as laterais que são mais visíveis.

O Aluno F escreveu: não sei, que foi considerada em branco.

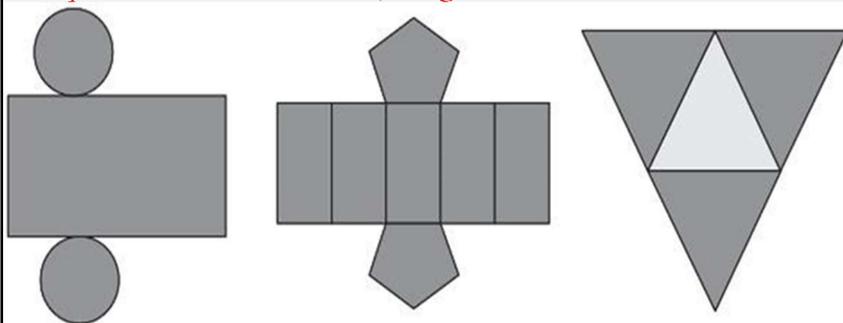
Questão 8 - Habilidade (EF05MA16): Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.

8) Maria deseja inovar em sua loja de embalagens e decidiu vender caixas com diferentes formatos. Nas imagens abaixo estão as planificações dessas caixas.

a) Quais são os nomes dos sólidos geométricos que Maria irá montar a partir dessas planificações? **R: Cilindro, prisma e pirâmide.**

b) Quantos vértices têm cada um deles?

R: O primeiro não tem vértices, o segundo tem 10 e o terceiro tem 4 vértices.



- Analisando a letra *a*:

Nessa questão, todos os alunos que responderam (7), acertaram parcialmente as respostas. Havia respostas de figuras que não apareciam na imagem, como o cubo e o cone,

o círculo, o quadrado o retângulo e o triângulo, indicando que aparentemente “chutaram” os nomes, ou mesmo interpretaram de maneira errônea as figuras espaciais como a “junção” de várias figuras planas.

Algumas respostas que remetem à não compreensão da geometria espacial apresentada na letra *a*, foram:

- Aluno **A**: quadrado, triângulo, cubo e,
- Aluno **G**: círculo, quadrado, retângulo, triângulo.

Em relação ao cilindro foram observadas algumas das respostas também erradas:

- Aluno **D**: Não me lembro;
- Aluno **H**: Cubo, e
- Aluno **J**: Cubo chutei.

Já o aluno **E**, respondeu “o resto eu esqueci”, após ter acertado o nome pirâmide de uma das figuras espaciais apresentadas.

Em relação ao prisma os seguintes erros foram observados:

- Aluno **D**: cubo;
- Aluno **H**: nunca vi;
- Aluno **J**: Não lembro e,
- Aluno **A**: triângulo.

Quatro alunos acertaram o nome “pirâmide” (**D**, **E**, **H** e **J**).

O aluno **F** colocou um ponto de interrogação após a pergunta da letra *a*.

- Analisando a letra *b*:

Em relação a letra *b*, três alunos acertaram que não havia vértice algum na primeira imagem (Alunos: **D**, **E**, **J**). Já na segunda, os alunos **A** e **E** acertaram a quantidade de vértices e, apenas um acertou na terceira (Aluno **F**). Essa questão pareceu confusa para eles, pois a maioria identificou algum vértice no cilindro, aparentando não visualizarem o fechamento tridimensional da figura geométrica. É possível que o conceito de vértice não esteja tão claro para a maioria.

Nunca vi, não sei, não estou lembrada, por isso não fiz, também foram respostas da questão 8, dos alunos **B**, **C**, **I**, respectivamente. Novamente, parece que os alunos não possuem a habilidade de associar figuras espaciais a sua planificação.

Questão 9 - Habilidade (EF06MA24A): Resolver problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.

9) Considerando um campo de futebol de tamanho oficial, igual aos usados em campeonatos no Brasil e vistos pela TV, responda às seguintes perguntas:
a) Qual unidade de medida (centímetro, milímetro, metro, decímetro) você acredita ser a mais adequada para medir o perímetro desse campo de futebol? **R: metro**
b) No campeonato brasileiro da série A o campo tem formato retangular, e que seu comprimento é de 105 metros e sua largura de 68 metros, calcule a área desse campo de futebol. **R: Área = $105 \times 68 = 7140 \text{ m}^2$ (metros quadrados).**

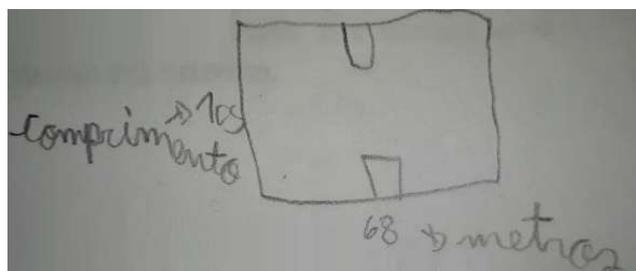
Três alunos deixaram a questão nove em branco (A, F e I), sendo que o último deixou escrito “não consigo fazer”.

Em relação à letra a, foi observado que o aluno G respondeu: O centímetro. Outro (Aluno H) respondeu: 40. Uma resposta comum à maioria (B, C, D, E, J) foi correta: metro.

Na letra b dois alunos responderam: “Não consegui” (Aluno G) e, “Não consigo fazer” (Aluno I). Já o aluno C respondeu: metros, demonstrando que não entendeu a pergunta, ou não compreende o conceito de área. O aluno D afirmou: De comprimento é 13 e de largura também, sendo uma resposta de difícil interpretação. O aluno J, por sua vez, respondeu: 210 de comprimento, 136 de largura (somou o comprimento e a largura duas vezes), mostrando assim que ele confundiu área com perímetro.

Houve um aluno (B) que desenhou o campo de maneira correta, mas não respondeu a questão (Figura 16).

Figura 16 - Questão 9 (Aluno B - 7º ano).



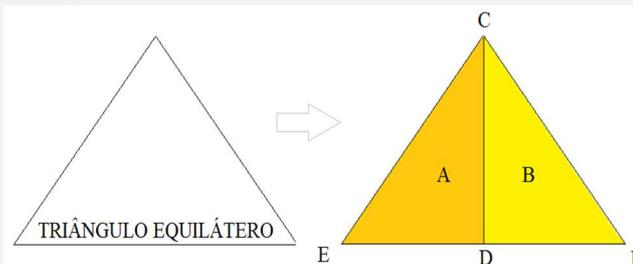
Fonte: Material da pesquisa

Outros dois alunos (E e H) somaram o comprimento e a largura, em detrimento de multiplicar, o que leva a acreditar que eles não entenderam o conceito de área. Deixaram a soma: $105 + 68$ resultando em 173.

Portanto, nenhum aluno acertou a letra *b* dessa questão, mostrando que o conceito de área não está claro para eles.

Questão 10 - Habilidade (EF06MA19): Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos.

10) Observando as figuras abaixo, responda. Se você dividir o triângulo equilátero (que possui todos os lados iguais) da maneira mostrada na figura, onde a reta CD é perpendicular à reta EF, quais são os triângulos A e B formados?



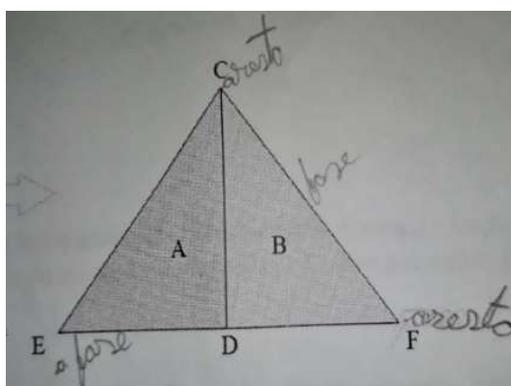
R: Os triângulos formados são triângulos retângulos, pois possuem um de seus ângulos (D) igual a 90 graus.

Nenhum dos alunos acertou essa questão, e 8 alunos a deixaram em branco, sendo que alguns desses escreveram as seguintes afirmações:

- Aluno B: Nunca vi;
- Aluno E: Essa eu ainda não aprendi;
- Alunos D e J: Não lembro;
- Aluno C e F: Não sei e,
- Alunos G e I: Não entendi.

O aluno A escreveu faces e arestas no triângulo, mas de maneira errônea, como pode ser observado na Figura 17.

Figura 17 - Questão 10 (Aluno A - 7º ano).



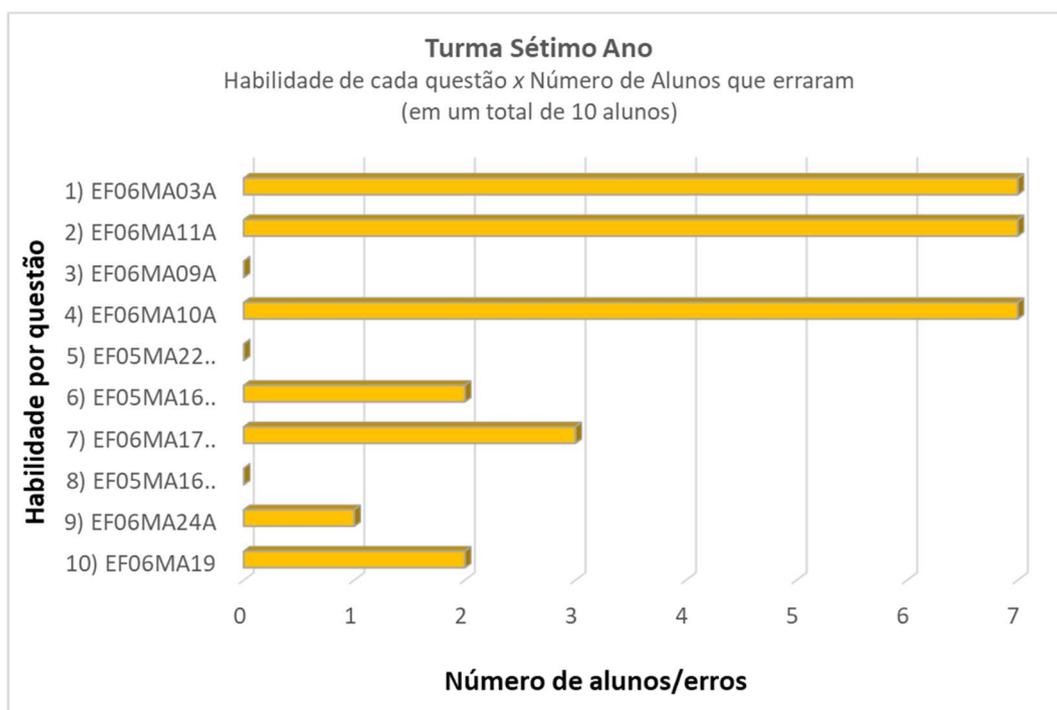
Fonte: Material da pesquisa

Já o aluno H respondeu simplesmente “triângulo”, o que pode demonstrar que também não tinha conhecimento sobre o que estava sendo solicitado (tipos de triângulos).

De acordo com as respostas dos alunos, ficou claro que eles ainda não absorveram que existem tipos de triângulos, e que os mesmos estão relacionados aos ângulos, medidas de lados, e que cada um apresenta uma característica específica.

O Gráfico 3.1, mostra como os alunos se saíram em relação à habilidade relativa à cada questão da avaliação diagnóstica.

Gráfico 1 - Habilidade *versus* Quantidade de alunos que erraram totalmente a questão (7º ano).



EF06MA:

1) 03A; 2) 11A; 3) 09A; 4) 10A → Números

7) 17 e 10) 19 → Geometria

9) 24A → Grandezas e medidas

EF05MA:

5) 22; (6 e 8) 16 → Geometria

De acordo com o Gráfico 1, o maior índice de “erro” está relacionado à Números, no campo da Aritmética, seguido da Geometria. Porém, também é possível observar que em duas questões de Geometria e uma de Números, nenhum aluno errou completamente as

resoluções. Isso leva a um entendimento particular para o tipo de questão, e a habilidade específica relacionada.

ii) Turma do 8º ano

A avaliação diagnóstica aplicada à turma do 8º ano durou uma hora, e compareceram 11 alunos de um total de 12. Na Tabela 2 são mostrados os resultados quantitativos das correções, e na sequência uma análise qualitativa das resoluções apresentadas.

Tabela 2 - Resultado das avaliações diagnósticas aplicadas à turma do oitavo ano em termos de correção versus número de alunos que acertaram, erraram ou deixaram em branco.

Turma do 8º ano						
Correção das questões X Número de alunos Questões	Totalmente Correta	Parcialmente Correta			Toda Errada	Em Branco
		a	b	c		
1	4	--			7	0
2	0	--			8	3
3	3	1	2	1	4	0
4	0	0	0	0	9	2
5	0	0	0	0	11	0
6	0	--			7	4
7	0	--			11	0
8	0	--			11	0
9	0	--			11	0
10	0	--			9	9

Questão 1 - Habilidade (EF06MA05): Classificar números naturais em primos e compostos, estabelecer relações entre números, expressas pelos termos “é múltiplo de”, “é divisor de”, “é fator de”, e estabelecer, por meio de investigações, critérios de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 100 e 1000.

1) Das sequências abaixo, identifiquem qual é a de primos, a de pares, a de ímpares, a de múltiplos do número 5, e a dos divisores de 75.

Sequência 1) 1, 3, 5, 7, 11 **R: ímpares**
 Sequência 2) 15, 25, 50, 125, 240 **R: múltiplos de 5**
 Sequência 3) 2, 3, 5, 7, 11 **R: primos**
 Sequência 4) 2, 8, 14, 20, 32 **R: pares**
 Sequência 5) 1, 3, 5, 15, 25, 75 **R: divisores de 75**

Na primeira questão, apenas quatro alunos acertaram todas as sequências (Alunos B, C, I e J).

O aluno H deixou em branco apenas a sequência que deveria ser identificada como primos, as demais ele escreveu corretamente.

Já o aluno A errou toda a sequência. Ele respondeu: “Pares, Ímpares, Múltiplos, Divisores e Primos”, para as sequências de 1 a 5, respectivamente.

O aluno D, por sua vez, acertou as sequências 2 e 4. Na sequência 1 ele pode ter confundido o algarismo “1” como sendo um número primo e, na sequência 5 ele identificou os números ímpares, mas talvez não soubesse identificar quais seriam os divisores de 75, o que talvez ajude a identificar o erro. Isso corrobora a resposta da sequência 3, que deveria ser de números primos, mas ele descreve como divisor de 75, mostrando não saber o que isso significa, pelo menos nessa questão.

O aluno E errou as sequências 2 e 3. Nesse caso, a interpretação ficou mais complicada, visto que ele colocou duas sequências como pares (uma delas correta), levando a entender que não tem compreensão sobre o significado do que seriam números pares, pois a sequência 3 apresenta apenas um número par. Outra opção seria que ele não prestou atenção à pergunta, ou a todos os números da sequência. Na sequência 2, que ele identifica como “primos”, não existe primo algum, portanto, o aluno não está inteirado sobre o assunto, não identificando o conceito correto.

O aluno F deixou respostas bastantes curiosas. Ele acertou duas sequências (2 e 5), mas errou sequências que seriam consideradas mais “fáceis”, como a par e a ímpar, por exemplo, errando também a sequência dos primos. As respostas incorretas dele foram:

Sequência 1) 1, 3, 5, 7, 11 **R:** Números primos

Sequência 3) 2, 3, 5, 7, 11 **R:** Números pares

Sequência 4) 2, 8, 14, 20, 32 **R:** Números ímpares

Esse caso também é um caso difícil de interpretação, ficando a pergunta?

- Será que a questão foi resolvida de maneira consciente?

As respostas do aluno G mostram que não compreendeu o enunciado da questão, respondendo apenas Ímpares, Pares e Primos, acertando apenas as sequências 1 e 3, de números pares. Suas respostas incorretas foram:

Sequência 2) 15, 25, 50, 125, 240 **R:** Primos

Sequência 4) 2, 8, 14, 20, 32 **R:** Ímpares

Sequência 5) 1, 3, 5, 15, 25, 75 **R:** Pares

Já o aluno K errou as seqüências 2 e 5. Um erro que não pode ser considerado comum, uma confusão entre múltiplo e divisor. Como quase todos os números estão associados ao algarismo 5, isso pode ter contribuído para essa confusão. Ele, portanto, demonstra não conhecer, ou não suficientemente, os conceitos de múltiplos e divisores, o que já seria esperado nessa etapa.

Questão 2 - Habilidade (EF07MA38MG): Resolver problemas que envolvam o cálculo de porcentagem.

2) Joana ficou sabendo que uma loja estava fazendo uma grande promoção de calças, e resolveu ir à loja para aproveitar e comprar uma, e quando lá chegou, soube que o valor das calças era de 100 reais (sem desconto), e a vendedora explicou que a promoção era a seguinte:
Na compra de **uma** calça qualquer, o cliente teria um desconto de 5%
Na compra de **duas** calças ou mais do mesmo modelo, o cliente teria um desconto de 20%
Quanto ela pagaria se comprasse duas calças de um mesmo modelo e uma de outro?

R:

1 calça: 5% de 100 → $100 - 5 = 95$ reais

2 calças: 20% de 200 → $200 - 40 = 160$ reais

Portanto, ela pagaria **R\$255,00**.

As respostas foram bastante diferenciadas na Questão 2, mas nenhum aluno conseguiu responder de maneira correta a questão. Os alunos não dominam a habilidade. A seguir são apresentadas as respostas de todos os alunos.

O aluno A, por exemplo, respondeu: “Se ela compra 2 do mesmo modelo 80,00 reais e vai pagar 98,00 reais em uma calça. Ela pagará 178,00 nas 3 calças”. Essa resposta leva a entender que o aluno subtraiu 20 reais de 100,00 para duas calças, e sem um motivo aparente calculou que pagaria 98 reais por uma única calça, fazendo, assim, a soma de tudo. Dessa maneira, ele não compreendeu a questão da porcentagem, tampouco que deveria somar os valores das duas calças para posteriormente calcular o desconto.

O aluno B deixou na avaliação diagnóstica a conta mostrada na Figura 18. É notório que ele subtraiu de 100 reais os descontos oferecidos, chegando ao valor de 75%, não sabendo, porém, usar de fato a porcentagem.

Figura 18 - Questão 2 (Aluno B - 8º ano).

The image shows a handwritten calculation on a piece of paper. At the top, there is a crossed-out '100' and a '20' written below it. A horizontal line is drawn under the '20', and '80' is written below the line. To the right of this, '75%' is written. Below the '80', there is a '5' written, and another horizontal line is drawn under it. Below this second line, '075' is written.

Fonte: Material da pesquisa

Já o aluno C respondeu: “Nas duas calças do mesmo ela pagará R\$180,00”, mostrando somente a subtração entre os valores mostrados no exercício ($200 - 20 = 180$), mais uma vez não usando a porcentagem no exercício, apenas o valor do algarismo, mas dessa vez, o aluno usou o valor dobrado das calças. Na segunda parte, ele escreveu: “E no outro ela pagará R\$95,00”. A resposta apesar de correta pode ter sido calculada da mesma maneira que a primeira parte, subtraindo 5 de 100. Essa questão leva ao entendimento de que os docentes são desafiados, muitas vezes, a pensarem em questões que os ajudem a medir a “conhecimento” de cada aluno.

O aluno D respondeu: “Teria que pagar 180 reais”, mostrando ter o mesmo raciocínio do aluno C para a primeira parte do exercício, deixando a segunda sem fazer.

O aluno E respondeu: “R125”. Nesse caso é possível que ele tenha subtraído o valor do resultado da soma $20 + 5$ ($20\%+5\%$) de 100 (valor da calça sem desconto), mostrando também não dominar a habilidade em questão.

O aluno F respondeu: “Ela pagaria 25 reais”. Esse é um caso mais problemático que demonstra ausência de entendimento e de domínio da habilidade, visto que o aluno apenas somou os valores dos descontos.

O aluno G respondeu: “Ela pagaria 85 reais”. Nesse caso, levantar uma hipótese a respeito de como o aluno pensou, poderia ser ousado.

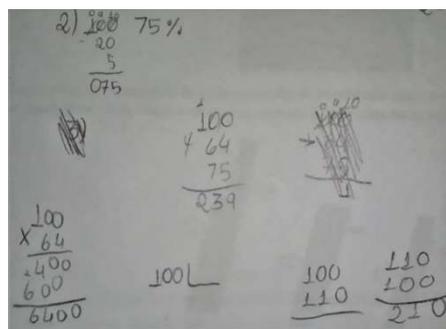
O aluno H respondeu: “Ela pagara 80 reais se comprasse duas calças de um mesmo modelo e 95 reais compram uma outra calça”. Essa análise remete as respostas de alunos anteriores, tais como, a primeira parte do aluno A e a segunda parte do aluno C, provavelmente tiveram a mesma linha de raciocínio.

O aluno I respondeu: “Ela pagaria R\$50,00 duas calças do mesmo modelo”, deixando na avaliação a seguinte conta: $20/100$.

Esse discente (Aluno I) pode ter dividido 100 por 20, errado a conta e encontrado 50, mas não se pode afirmar que esse foi seu pensamento legítimo.

O aluno J fez vários cálculos, todos bastante confusos, e o resultado foi encontrado da mesma maneira que o aluno B, chegando também ao valor de 75% (Figura 19).

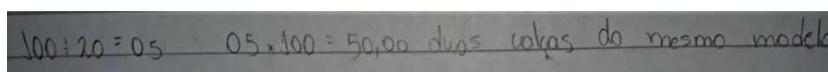
Figura 19 - Questão 2 (Aluno J - 8º ano).



Fonte: Material da pesquisa

Por fim, o aluno K também não usou a porcentagem, dividindo 100 por 20 e encontrando 5. Mas, seguindo a resolução dele, é possível notar que ele encontra 0,5, pois ao multiplicar esse valor por 100, o resultado é 50,00 para duas calças do mesmo modelo (Figura 20).

Figura 20 - Questão 2 (Aluno K - 8º ano).



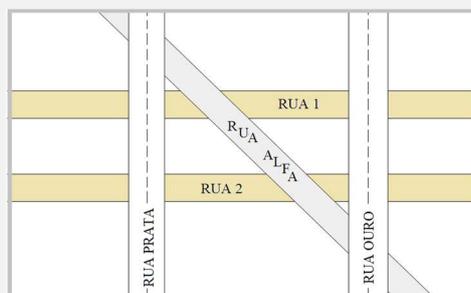
Fonte: Material da pesquisa

Dessa maneira, o aluno K demonstrou não ter conhecimento de porcentagem.

No geral, essa questão mostra que a habilidade exigida foi de desconhecimento da turma, e que, talvez a escola pudesse cogitar desenvolver um projeto (educação financeira?) para incluir as famílias e os alunos e para produzir entendimentos sobre porcentagem.

Questão 3 - Habilidade (EF07MA55MG): Utilizar termos ângulo, retas paralelas, transversais e perpendiculares para descrever situações do mundo físico ou objetos.

3) Considerando o conceito de retas paralelas, transversais e perpendiculares, observe o mapa abaixo e responda as questões.



Como você descreveria a posição da:

- | | |
|--|-------------------------|
| a) rua Prata em relação à rua 1 ? | R: perpendicular |
| b) rua Alfa em relação às ruas Ouro e Prata ? | R: transversal |
| c) rua 1 em relação à rua 2 ? | R: paralela |

Os alunos B, C e J acertaram todas as opções. Já com o aluno A, ocorreu exatamente o oposto. Suas respostas foram:

Opção a: rua **Prata** em relação à rua **1**? **Respondeu:** paralela

Opção b: rua **Alfa** em relação às ruas **Ouro** e **Prata**? **Respondeu:** perpendicular

Opção c: rua **1** em relação à rua **2**? **Respondeu:** transversal

As respostas dadas por esse aluno (A) mostram que o aluno não compreendeu o conceito de retas paralelas, transversais e perpendiculares para descrever situações do mundo físico ou objetos, pois ele respondeu de maneira errônea todas as opções.

Já o aluno D, a opção em que a resposta deveria ser paralela ele escreve plana, na opção que deveria ser perpendicular ele escreve paralela. E ainda, na última opção, cuja resposta deveria ser paralela ele respondeu transversal. De maneira curiosa a primeira resposta dada, “plana”, está fora das opções da atividade, mas como as retas são planas na figura, mostra na verdade que ele colocou palavras que conhecia, mesmo sem saber muito bem os conceitos.

O aluno F também apresentou uma resposta que não é uma opção do exercício, novamente demonstrando total desconhecimento sobre o assunto, assim como o aluno D. A resposta dada “não existente” no exercício foi: “retas”, na letra *c*. Em relação às respostas das letras *a* e *b*, ouve uma troca (ele escreveu transversal na “a” e perpendicular na “b”), assim como o aluno K o fez. Já na letra *c*, diferentemente do aluno F, ele escreveu a opção que faltava, acertando a resposta (paralela).

Já os alunos H e I responderam de maneira incorreta trocando as ruas (paralela com a perpendicular), opção a com a opção c, mas, acertando a resposta da opção b.

Na mesma direção, o aluno G, acertou uma das letras (letra a), porém também trocou as demais opções (“b” e “c”).

Por fim, a resposta do aluno E surpreendeu descrevendo o que estava vendo, usando uma fala comum do cotidiano, sem usar os termos corretos, assim ela não era a esperada, mas mostra um certo conhecimento de geometria, pois, o mesmo escreveu:

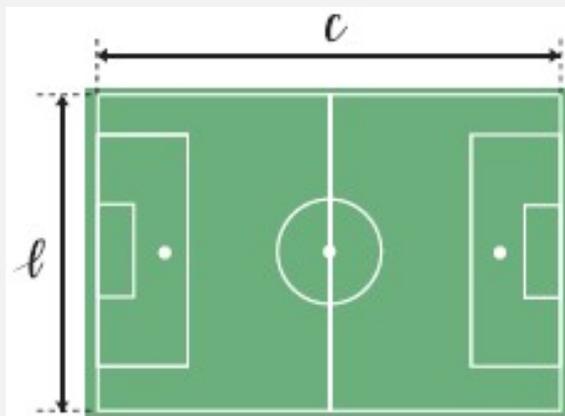
a) Rua prata pra cima rua 1 pro lado.

- b) Rua alfa pra baixo rua prata pra cima Rua ouro pra cima.
 c) rua 1 mais pra frente rua um pouco pra trás.

De acordo com as respostas, deixaram a impressão que os alunos compreenderam o que se pedia, mas não dominando bem os conceitos apenas usaram uma estratégia de colocar as palavras dadas nos lugares de forma aleatória, podendo inclusive ter ocorrido isso com os que acertaram.

Questão 4 - Habilidade (EF07MA13): Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.

4) Um clube decide construir um campo de futebol de **comprimento** expresso por c e **largura** expressa por l , conforme a figura:



De acordo com as medidas da FIFA, seu comprimento varia de 100 a 110 metros, e sua largura de 64 a 75 metros. O clube decidiu que o comprimento do campo seria de 100 metros, porém ainda não decidiu a largura. Para calcular a área desse campo utilizaram a expressão:

$$A = 100 \cdot l, \text{ com } 65 \leq l \leq 75, \text{ onde } A \text{ é a área.}$$

Calcule a área desse campo se a largura for:

- a) 65 metros; **R: A = 6500 metros quadrados**
 b) 70 metros; **R: A = 7000 metros quadrados**
 c) 75 metros. **R: A = 7500 metros quadrados**

Essa questão pareceu bastante confusa para os alunos que a interpretaram como múltipla escolha. Os alunos A, B, E, G, I e J, marcaram a letra c como a “alternativa” correta. Da mesma maneira, os alunos D, F e H, marcaram a opção b, como correta. E, os alunos C e K, deixaram as respostas em branco, sendo que um deles, o aluno C, escreveu: Não sei fazer essa questão.

Logo, nenhum aluno acertou quaisquer das opções. Aparentemente não mostra o não conhecimento do cálculo de área, mas sim que eles não entenderam as instruções dadas, pois não erraram o cálculo, e sim a interpretação da atividade.

Questão 5 –

Habilidade (EF07MA18A): Resolver problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.

Habilidade (EF07MA51MG): Resolver uma equação do primeiro grau.

Habilidade (EF06MA24A): Resolver problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento

5) O triângulo da figura a seguir tem perímetro de 22 cm. Qual a medida do menor lado? Explique como você pensou para resolver.



R: A soma dos lados do triângulo nos dá o perímetro:

$$2x - 1 + x + 4 + 3x + 1 = 22 \text{ cm} \rightarrow 2x + x + 3x + 4 + 1 - 1 = 22 \rightarrow 6x = 22 - 4 \rightarrow 6x = 18 \rightarrow x = 3.$$

Assim, substituindo o valor 3 em cada 'x' de cada um dos três lados do triângulo, temos:

(Lado $2x - 1$) $\rightarrow 2(3) - 1 = 5 \text{ cm}$

(Lado $3x + 1$) $\rightarrow 3(3) + 1 = 10 \text{ cm}$

(Lado $x + 4$) $\rightarrow 3 + 4 = 7 \text{ cm}$

Logo, o menor lado do triângulo acima mede **5 cm**.

Nessa questão, 7 alunos (B, E, F, G, H, I e J) afirmaram com respostas diretas: $2x - 1$, mas alguns desses, escreveram que não sabiam explicar (B, J, H), e ainda, um outro aluno (G) escreveu uma frase bastante intrigante que pode explicar o pensamento dos demais: “o esquerdo pois a parte é menor e o número” (Figura 21). Esse tipo de interpretação pode ter sido usada pela maioria dos alunos, ou seja, o algarismo 2 pode ter sido comparado com 3 e o 4, sendo portanto o menor deles. Também pode ter ocorrido que, ao observarem o desenho, tiveram a impressão que o lado era o menor, denotando a importância da imagem na formação do entendimento do estudante. O aluno G, por exemplo, diz que a parte é menor.

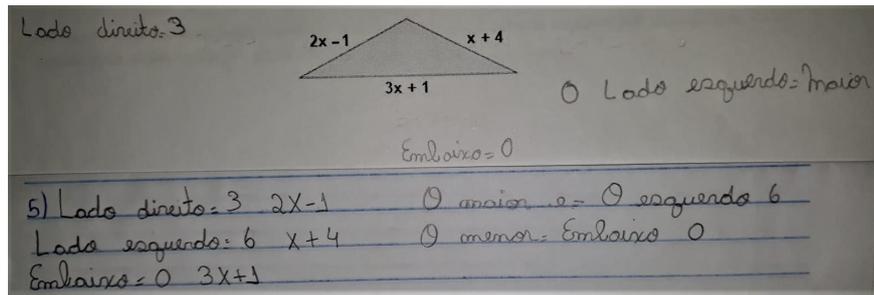
Figura 21 - Questão 5 (Aluno G - 8º ano).

o esquerdo pois a parte é menor e o número

Fonte: Material da pesquisa

Outro aluno (A), que também respondeu de maneira nada comum, encontrou o valor “0” para a base do triângulo, como pode ser observado na Figura 22.

Figura 22 - Questão 5 (Aluno A - 8º ano).

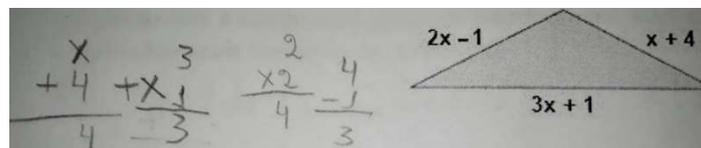


Fonte: Material da pesquisa.

A ideia de encontrar um valor nulo para um dos lados do triângulo, permite uma análise de abrangência de conhecimento, na qual o estudante não conseguiu compreender que esse seria um valor impossível para o lado de uma figura geométrica, mostrando a possível necessidade de trabalhar outras maneiras de visualização das inúmeras aplicações da matemática. Nos outros dois lados ele pode ter usado o $x = 2$, mas não é possível ter esse direcionamento, pois para isso, teríamos que saber como ele obteve o 0 no $3x + 1$, e para chegar a essa resposta, o valor deveria ser $x = -1/3$.

O aluno D, por sua vez, faz uma conta que parece somar o “ $x+4$ ” substituindo x por 0. Posteriormente, na expressão “ $3x+1$ ” ele multiplica 3 por 1 encontrando o valor 3, agora substituindo x por 1. Finalmente, ele multiplica 2 por 2 (na expressão $2x-1$), subtraindo 1 do resultado, levando a entender que ele foi substituindo o valor de “ x ” por 0, 1 e 2. Essa análise ficou comprometida pois o mesmo não explicou por que escolheu esses valores de x (0, 1 e 2) para cada uma das expressões naquela ordem específica. A Figura 23 mostra uma imagem da resolução desse aluno.

Figura 23 - Questão 5 (Aluno D - 8º ano).

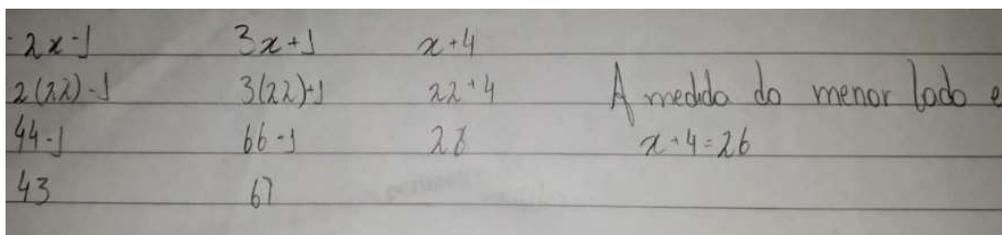


Fonte: Material da pesquisa.

Em suma, o aluno D simplesmente não soube resolver a questão, e substituiu o “ x ” como se fosse uma variável a ser substituída em cada expressão. É possível que ele não saiba o que é perímetro, ou mesmo, não tenha entendido o que estava sendo proposto.

Por fim, o aluno K substituiu os valores de x em cada expressão por 22, encontrando para a expressão $2x-1$, o valor **43**, para $3x+1$, o valor **67** e, para a expressão $x-4$, o valor **26** (Figura 24). Então, ele encontrou a seguinte resposta: “A medida do menor lado é $x + 4 = 26$ ”. É possível que esse aluno não saiba o conceito de perímetro de triângulo, interpretando erroneamente a questão. Outra linha de raciocínio é que esse problema não era direto como eles estão acostumados a resolver no livro didático, eles precisavam entender que tinha que montar uma expressão e determinar o valor de x antes. Esse aluno tentou usar uma forma direta, e o único valor que tinha no enunciado e que ele poderia usar para o valor de x era o 22, assim, é possível que esse tenha sido um problema mais de compreensão do enunciado, a não saber de fato o que é perímetro.

Figura 24 - Questão 5 (Aluno K - 8º ano).

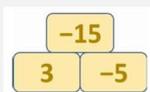


Fonte: Material da pesquisa.

Nessa questão, portanto, nenhum aluno encontrou a medida do lado menor do triângulo.

Questão 6 - Habilidade (EF07MA04A): Resolver problemas que envolvam operações com números inteiros.

6) Observe a figura a seguir:



O número que fica em cima é o produto dos dois números que estão nos retângulos de baixo. Vamos agora construir uma torre mais alta, mas valendo a mesma regra: cada número é o produto dos dois que estão nos retângulos que ficam abaixo dele.



Sendo assim os valores de A e B são, respectivamente, e (Explique como pensou para resolver). **R: A = -3 e B = 18**

Quatro pessoas deixaram essa questão em branco (A, I, J, K), sendo que os alunos A e I deixaram escrito, respectivamente, na questão: “Não soube fazer” e “Não entendi”.

Todos os demais alunos deram respostas diferentes, mas todos de maneira errônea, foram elas:

Aluno B: $\rightarrow A = + 6, B = - 3;$

Aluno C: $\rightarrow A = 4, B = 5;$

Aluno D: $\rightarrow A = 4, B = 2;$

Aluno E: $\rightarrow A = - 7, B = - 1;$

Aluno F: $\rightarrow A = - 15, B = - 5;$

Aluno G: $\rightarrow A = - 4, B = - 8$ e,

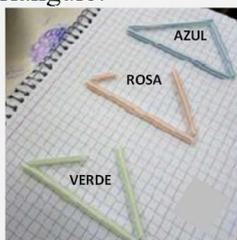
Aluno H: $\rightarrow A = 12, B = 3.$

O aluno D deixou uma explicação de como chegou ao resultado $A = 4$, e $B = 2$, escrevendo a seguinte explicação: “Fazendo a conta $6 - 2 = 4$ e $3 - 1 = 2$ ”. Essa resposta mostra que a regra que foi dada não foi compreendida, visto que eles tentaram resolver somando dois números que estavam próximos ao solicitado.

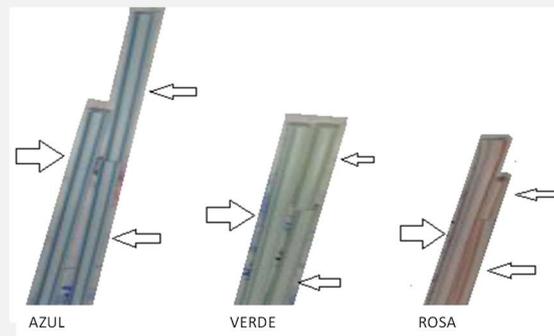
Da mesma forma, o aluno G deixou escrito: “fiz a soma dos produtos”, encontrando $A = - 4$, e $B = - 8$, como explicação de sua resposta. Na verdade, o que ele fez foi somar 3 com o 1 mantendo o sinal negativo do 1, não atendendo ao fato do algarismo 3 ser positivo, e também somar - 6 com - 2. Mais uma vez, não houve compreensão de como as regras envolvidas funcionavam. Os alunos tiveram, aparentemente, uma dificuldade anterior às operações, com os inteiros negativos. Essa também foi uma questão que nenhum aluno acertou.

Questão 7 - Habilidade (EF07MA24): Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180° .

7) Utilizando canudinhos de plástico, Maria tentou construir três triângulos. Observe a imagem abaixo. Apenas uma delas formou um triângulo.



Agora observe o **tamanho** de cada canudinho de acordo com sua cor (azul, verde e rosa). Na imagem se comparou o lado maior com os dois menores juntos.



De acordo com a comparação mostrada anteriormente, você saberia explicar por que **apenas** os três **canudinhos azuis** formaram um triângulo?

R: Porque o maior lado do triângulo deve ser menor que a soma dos outros dois lados (menores), e isso não acontece nos outros canudinhos (verde e vermelho).

Nessa questão as respostas apresentadas pelos alunos foram:

Aluno A: → o verde tem formato de triângulo. Não sei explicar;

Aluno B: → os menores forma a base dos lado e o grande a parte de baixo;

Aluno C: → Porque dois dos canudinhos são iguais (msm tamanho) e o outro é maior, assim pode criar o triângulo;

Aluno D: → Por ter 2 de tamanhos iguais e 1 de tamanhos diferentes;

Aluno E: → Porque os canudinhos azuis são maiores e formaria um triângulo maior e melhor;

Aluno F: → Sim, porque o canudos eram grandes e deu para fazer o triângulo;

Aluno G: → Por causa dos tamanhos dos lados dos canudinhos;

Aluno H: → Porque os canudinhos azuis são mais grandes do que o verde e o rosa;

Aluno I: → Porque o triângulo é formado por dois lados de ângulos iguais e um de tamanho diferente (ou ângulo diferente).

Aluno J: → os menores formaram os lados e o grande a parte de baixo, e

Aluno K: → Pelo tamanho dos canudos.

Os alunos B e J dão respostas praticamente iguais, mas erradas, deixando dúvidas se foram realmente respostas individuais.

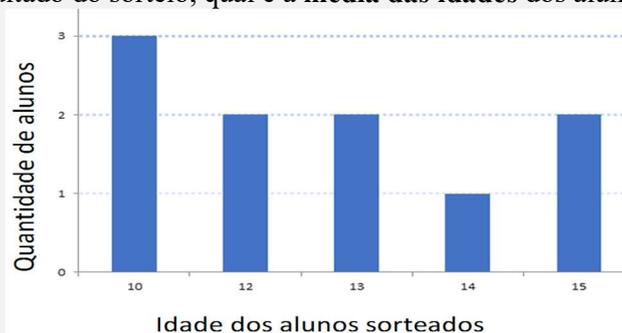
De todas as respostas dadas a que poderia estar no caminho de encontrar a resposta certa, é a do aluno G que afirma que o tamanho dos lados influencia na formação do triângulo.

Assim, a impressão resultante foi a de que muitos não conhecem a condição de existência de um triângulo quanto à medida dos lados, e usaram a intuição olhando os

triângulos e interpretando que aqueles que não fecharam, se tivessem os lados maiores, fechariam, o que é verdade, mas não era a resposta esperada.

Questão 8 - Habilidade (EF07MA35): Compreender, em contextos significativos, o significado de média estatística como indicador da tendência de uma pesquisa, calcular seu valor e relacioná-lo, intuitivamente, com a amplitude do conjunto de dados. (EF05MA24) Interpretar dados estatísticos apresentados em textos, tabelas e gráficos (colunas ou linhas), referentes a outras áreas do conhecimento ou a outros contextos, como saúde e trânsito, e produzir textos com o objetivo de sintetizar conclusões.

8) Em uma escola, houve um sorteio de dez ingressos para assistir a um filme no cinema. Os resultados do sorteio foram registrados no gráfico a seguir, indicando a quantidade de aluno por idade. Sabendo do resultado do sorteio, qual é a **média das idades** dos alunos sorteados?



R: 3 alunos de 10 anos + 2 alunos de 12 anos + 2 alunos de 13 anos + 1 aluno de 14 anos + 2 alunos de 15 anos $\rightarrow 3(10) + 2(12) + 2(13) + 1(14) + 2(15) = 30 + 24 + 26 + 14 + 30 = 124$ [alunos x anos].

Como são 10 ingressos sorteados, 10 alunos ganharão os ingressos, então divido 124 por 10 e obtenho **12,4 anos** como a média das idades dos alunos que foram sorteados.

O aluno A, respondeu nessa questão, de acordo com o gráfico, mas colocando valor que não existia no gráfico. Ele pode ter lido o 3 como 8, colocou a leitura de 14 como sendo de 13. Esse aluno mostra que sabe parcialmente ler o gráfico, mas não compreendeu o que foi pedido, ou não conhece o conceito de média, ainda errando outros, e em nenhum dos casos ele calculou a média (Figura 25).

Figura 25 - Questão 8 (Aluno A - 8º ano).

8) Alunos de 10 anos = 8 alunos
Alunos de 12 anos = 2 alunos
Alunos de 13 anos = 1 aluno
Alunos de 15 anos = 2 alunos.

Fonte: Material da pesquisa.

Já o aluno B respondeu: “A idade dele e 12 o médio”. Provavelmente esse aluno não sabe fazer a conta da média e também, não entendeu o enunciado do exercício, visto que se referiu à idade “dele” (de um único aluno).

O aluno C escreveu: “A média das idades são 10, 12, 13, 14, 15”. Mais uma vez, é notório o não conhecimento do cálculo da média das idades. Esses valores também foram respondidos de maneira errônea pelos alunos: D, E, F, e H.

O aluno G, por sua vez, escreveu a seguinte frase: “E de 14 a 10”. Com essa resposta a interpretação ficou mais complicada, porém indica, novamente, que o aluno não tem conhecimento do assunto.

O aluno I escreveu: “A média e de 12, 13 e 15 anos”. Nesse caso, é provável que ele tenha comparado esses gráficos escolhendo os valores que mais se repetiram, pois para cada uma dessas idades haviam 2 alunos sorteados. Mais uma vez, o conceito de média não foi trabalhado. Mas nada pode ser afirmado devido a falta de justificativa.

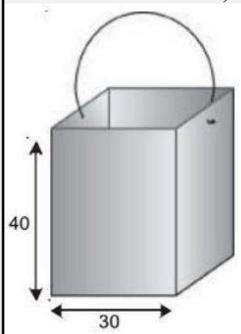
O aluno J respondeu simplesmente: “12”. É possível que ele tenha entendido o que deveria ser feito, mas não soube realizar os cálculos. Porque foi o único que realmente se aproximou do resultado. Mas como ele deixou apenas uma resposta direta, não tem como afirmar se mesmo dessa maneira que ele pensou.

O aluno K respondeu “em media entre 10 e 12 anos”. Essa resposta, como na maioria dos demais casos, não possibilita interpretar como o aluno pensou.

Portanto, nenhum aluno resolveu corretamente a questão, deixando claro que os alunos não dominam as habilidades envolvidas.

Questão 9 - Habilidade (EF07MA30A): Resolver problemas de cálculo de medida do volume de blocos retangulares, envolvendo as unidades usuais (metro cúbico, decímetro cúbico e centímetro cúbico).

9) Na casa de Manoel há uma caixa d’água vazia com capacidade de 2000 litros. Manoel vai encher a caixa trazendo água de um rio próximo, em uma lata cuja base é um quadrado de lado 30 cm e cuja altura mede 40 cm, como na figura.



Sabendo que 1 litro é igual a 1 decímetro cúbico, determine, quantas vezes, no mínimo, Manoel precisará ir ao rio até encher completamente a caixa d'água?

R: $30 \times 30 \times 40 = 36000 \text{ cm}^3 \rightarrow 36 \text{ Litros (capacidade da lata)}$

Dividindo 2000 por 36 obtemos 55,56, o que significa que ele terá que ir ao rio 56 veze

Com uma resposta direta, o aluno A escreveu: “110” vezes. De acordo com essa resposta é possível que ele tenha realizado a seguinte soma: $40 + 40 + 30$, totalizando 110.

Os alunos listados abaixo, responderam sem demonstração de cálculo, dificultando a interpretação:

Aluno B \rightarrow Eu esperiencia quantos de 1 sentímetros a baixo;

Aluno C \rightarrow Manoel terá que ir ao rio 15 vezes;

Aluno D \rightarrow 25 vezes no mínimo;

Aluno E \rightarrow 45 vezes;

Aluno F \rightarrow 10 vezes;

Aluno G \rightarrow Ele terá que ir no rio 70 para encher completamente a caixa de água;

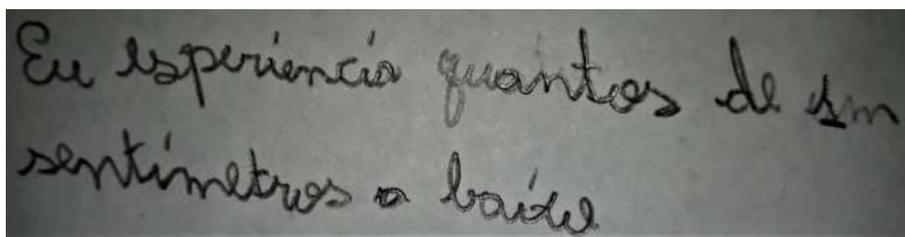
Aluno H \rightarrow 20 vezes no mínimo;

Aluno I \rightarrow Manuel precisará ir ao rio no mínimo 166 vezes, e

Aluno J \rightarrow “Eu esqueci quantos era 1 decímetro cubico”, e Precisara ir ao rio até encher 4 vezes.

O aluno B deixou uma resposta de difícil interpretação, assim como os demais. A Figura 26 mostra a imagem dessa resposta.

Figura 26 - Questão 9 (Aluno B - 8º ano).

A photograph of a handwritten response in black ink on a light-colored background. The text is written in a cursive, somewhat messy script. It reads: "Eu esperiencia quantos de 1m sentímetros a baixo". The word "sentímetros" is misspelled as "sentímetros".

Fonte: Material da pesquisa.

O Aluno K foi o único que demonstrou os cálculos realizados. Porém, ele calculou (de maneira errônea) a área da caixa e não o volume (Figura 27).

Figura 4.27 - Questão 9 (Aluno K - 8º ano).

Sabendo que 1 litro é igual a 1 decímetro cúbico, determine, quantas vezes, no mínimo, precisará ir ao rio até encher completamente a caixa d'água?

Ele irá precisar ir 66 vezes.

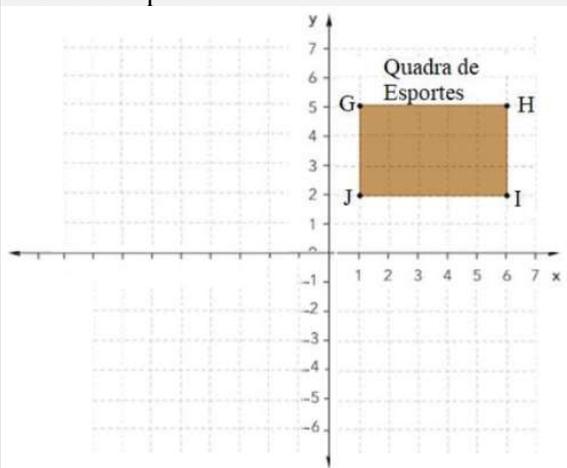
Fonte: Material da pesquisa.

Em suma, os alunos não dominam as habilidades envolvidas, não sabem calcular o volume, assim, é possível que tenham chutado os valores. O aluno K foi o que chegou mais perto do resultado, pois percebeu que precisava calcular e dividir o 2000 pelo valor encontrado, mas como não deve ter conhecimento sobre volume, usou a área, conceito esse que deve conhecer.

É possível ainda que os estudantes não tenham entendido que deveriam calcular o volume, e que não entenderam a relação de litro e decímetro cúbico.

Questão 10 - Habilidade (EF07MA20): Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem.

10) A figura a seguir ilustra, em um plano cartesiano, o esboço de um projeto para a construção de um clube. Já foi projetada uma quadra de esporte que pode ser vista no primeiro quadrante. O projetista quer que a próxima quadra seja no quarto quadrante. Dê a ele as coordenadas dos vértices dessa outra quadra.



R: (1, -2); (6, -2); (1, -5); (6, -5)

A maioria dos alunos deixaram em branco essa questão (A, C, D, E, F, G, H, I e K), sendo que alguns deixaram os seguintes comentários:

Aluno C → Não sei essa também;

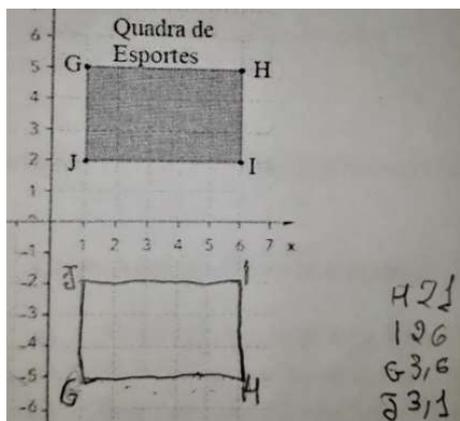
Aluno F → Não consegui fazer, não sabia onde desenhar o quadrinho e esse trem de Y, e

Aluno I → Não consegui fazer as coordenadas dos vértices.

No geral, as respostas apontam para a falta de conhecimento dos estudantes a respeito do assunto trabalhado, pois nove alunos (supracitados) deixaram a questão sem resolver.

Os alunos B e J deixaram as respostas com os devidos desenhos no quadrante em questão, Figuras 28 e 29, respectivamente.

Figura 28 - Questão 10 (Aluno B - 8º ano).

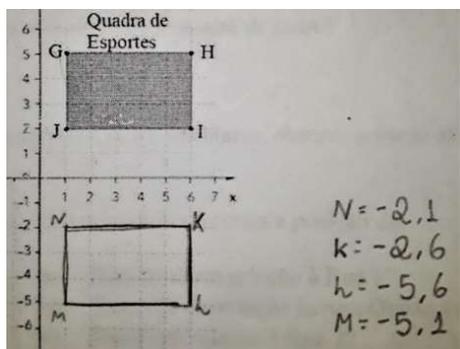


Fonte: Material da pesquisa.

O aluno B tentou encontrar as coordenadas, mas não entendeu as posições de cada ponto, não sabendo identificar as devidas coordenadas.

Por outro lado, o aluno J trocou as coordenadas X e Y. Desconsiderando que a coordenada X deveria vir antes da Y (X, Y), a resposta estaria correta de acordo com o desenho da quadra feito por ele, e suas respectivas coordenadas.

Figura 29 - Questão 10 (Aluno J - 8º ano).



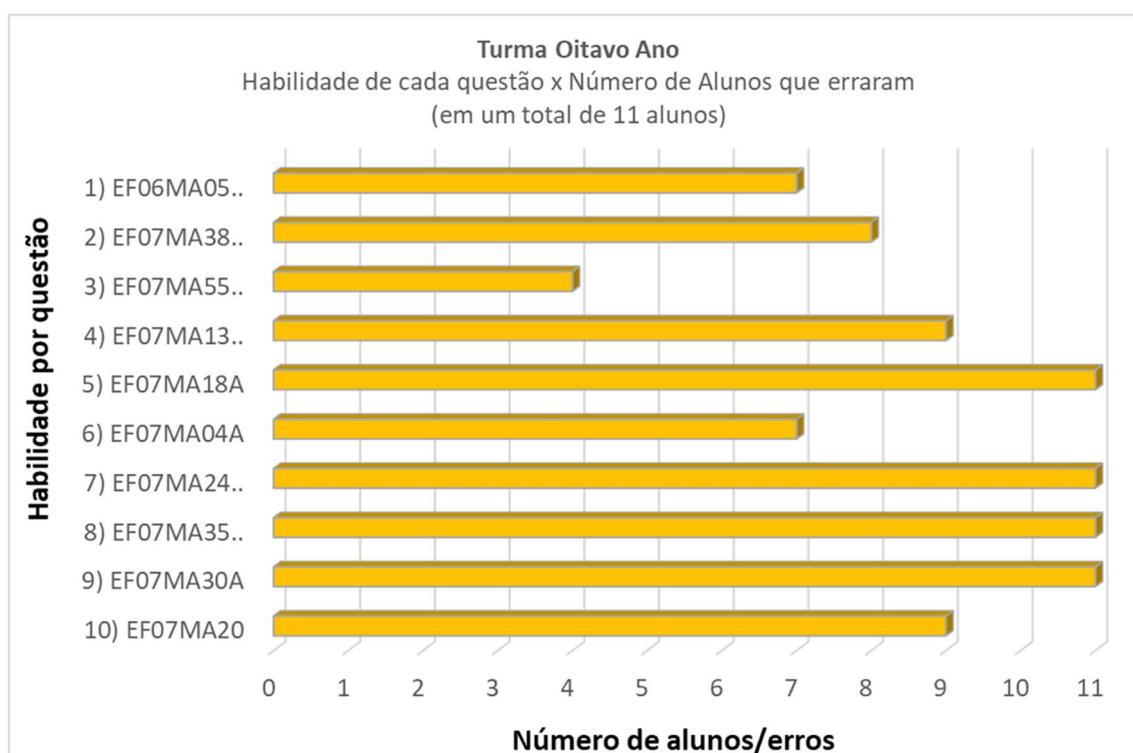
Fonte: Material da pesquisa

Os alunos B e J demonstram dominar parcialmente a habilidade, porém não dominam a representação das coordenadas cartesianas.

Assim, é possível afirmar que a maioria da turma não soube reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem, evidenciando que o período da pandemia deixou lacunas na questão da aprendizagem, devendo haver um estudo minucioso que possa contribuir com as escolas, para que essa defasagem não impacte no futuro desses estudantes.

O Gráfico 2, mostra como os alunos se saíram em relação a habilidade relativa à cada questão da avaliação diagnóstica.

Gráfico 2 - Habilidade *versus* Quantidade de alunos que erraram totalmente a questão (8º ano).



EF06MA:

1) 05 → Números

EF07MA:

2) 38MG e 6) 04A → Números

4) 13 e 5) 18A → Álgebra;

3) 55MG; 7) 24 e 10) 20 → Geometria

9) 30A → Grandezas e medidas

8) 35 → Probabilidade e Estatística

A turma do oitavo ano mostrou dificuldade na maioria das habilidades, sendo as que mais se destacaram: Álgebra, Geometria, Probabilidade e Estatística e Grandezas e medidas. O menor índice de erros ficou no campo dos Números.

iii) Turma do 9º ano

A avaliação diagnóstica aplicada à turma do 9º ano durou uma hora, e compareceram 15 alunos de um total de 16. Na Tabela 3 são mostrados os resultados quantitativos das correções.

Tabela 3. Resultado das avaliações diagnósticas aplicadas à turma do nono ano em termos de correção versus número de alunos que acertaram, erraram ou deixaram em branco.

Turma do 9º ano							
Correção das questões X Número de alunos Questões	Totalmente Correta	Parcialmente Correta				Toda Errada	Em Branco
		a	b	c	D		
1	10	--				0	1
2	9	--				6	0
3	4	--				10	1
4	0	2	0	0	--	1	12
5	0	2	9	1	--	4	1
6	8	--				7	0
7	3	11	7	6	3	0	0
8	1	4	3	--	--	8	1
9	4	--				8	3
10	3	--				4	8

Questão 1 - Habilidade (EF07MA04A): Resolver problemas que envolvam operações com números inteiros.

1) Luiz comprou alguns chicletes e dividiu com seus amigos. No entanto, sua colega Marta roubou 3 desses chicletes, e quando ia pegar o 4º, Luiz a percebeu e pegou no flagra. Após o desentendimento e entendendo que estava errada, Marta decidiu comprar outros chicletes para devolver para Luiz. No dia seguinte ela comprou 2 pacotes de 20 chicletes, após devolver 3 para Luiz, ela deu 5 para uma amiga e ainda mais 7 para Luiz. Com quantos ela ficou?

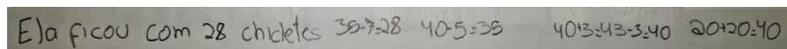
R: Saldo = $2 \times 20 - [(3 + 7) \text{ (Luiz)} + 5 \text{ (Amiga)}] = 40 - (10 + 5) = 40 - 15 = 25$ chicletes

Essa foi uma questão que a maioria dos alunos fez corretamente, apenas um deixou em branco (I), e os alunos A, C, E e H não alcançaram êxito. As Figuras a seguir (X, Y, Z, W) mostram os cálculos dos alunos A, C, e H.

O aluno E respondeu de maneira direta: “Ela ficou com quatro chicletes”.

A Figura 30, mostra como o aluno A resolveu a questão.

Figura 30 - Questão 1 (Aluno A - 9º ano).



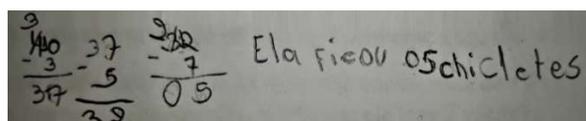
Ela ficou com 28 chicletes $35-7=28$ $40-5=35$ $40-3=37$ $37-9=28$ $20+20=40$

Fonte: Material da pesquisa.

Como pode ser observado na Figura 4.25, o aluno A primeiro somou os 3 que Marta tinha roubado no dia anterior. Essa é uma interpretação possível, pois no enunciado nada é mencionado sobre os 3 chicletes que Marta tinha, somente dá a entender por ser no outro dia. Assim, o resultado ficou com excedente de 3, as demais contas estão corretas.

A Figura 31 mostra a resolução do aluno C.

Figura 31 - Questão 1 (Aluno C - 9º ano).



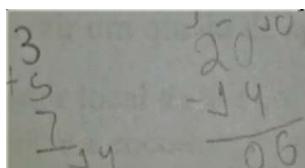
$\begin{array}{r} 9 \\ 40 \\ -3 \\ \hline 37 \\ -5 \\ \hline 32 \end{array}$ $\begin{array}{r} 37 \\ -7 \\ \hline 30 \end{array}$ Ela ficou com 05 chicletes.

Fonte: Material da pesquisa.

Nesse caso, o aluno C errou a última subtração, se esquecendo de “descer” com o algarismo “2” da dezena. Porém, seu raciocínio está corretíssimo.

E a Figura 32 apresenta a imagem da resolução do aluno H.

Figura 32 - Questão 1 (Aluno H - 9º ano).



$\begin{array}{r} 3 \\ +5 \\ +2 \\ \hline 10 \end{array}$ $\begin{array}{r} 20 \\ -14 \\ \hline 06 \end{array}$

Fonte: Material da pesquisa.

Esse aluno (H) fez uma soma errada e subtraiu apenas um pacote de chicletes (com 20 chicletes) ao invés de dois, do resultado da soma.

Os erros desses alunos, são considerados erros comuns, seja por falta de atenção, seja por falha na interpretação do exercício, mas, em contrapartida, a maioria dos alunos mostraram dominar a habilidade envolvida.

Questão 2 - Habilidade (EF08MA08A): Resolver problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso.

2) Clara foi numa loja de chocolates e viu o seguinte anúncio: “Nessa Páscoa, aproveite nossos kits promocionais com um 10conto especial”

KIT BOM É BOM: 7 bombons + 2 barrinhas de chocolate = R\$ 25,00

KIT nota 10: 2 bombons + 2 barrinhas de chocolate = R\$ 10,00

Sabendo que o valor fora da promoção dos bombons e barras, são respectivamente: R\$ 3,50 e R\$ 3,00. Vale a pena aproveitar a “promoção” ou melhor esperar?

R: $7x + 2y = 25$

$2x + 2y = 10$

Subtraindo as equações:

$5x = 15 \rightarrow x = 3$

Substituindo x na segunda expressão:

$2 \cdot 3 + 2y = 10 \rightarrow 2y = 10 - 6 \rightarrow y = 4 / 2 = 2$

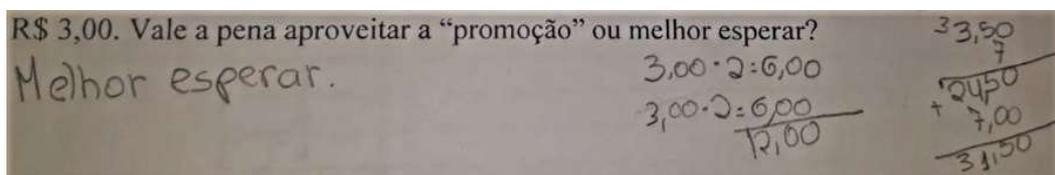
Portando a promoção vale a pena.

Essa questão demandou uma análise ainda mais detalhada devido às inúmeras maneiras resolvidas pelos alunos.

Com respostas diretas, mas incorretas, os alunos J e O escreveram, respectivamente:

“Aí é uma opinião individual então se fosse por mim eu iria esperar”, e “os dois são uma boa opção”. São respostas que, aparentemente, demonstram terem usado o senso comum para responder, não associando o que foi pedido com o conceito demandado na resolução. Seis alunos erraram essa questão. A seguir são mostradas as imagens de quatro respostas com os devidos cálculos (Figuras 33, 34, 35 e 36 dos alunos A, E, G e L, respectivamente). Os demais nove alunos (B, C, D, F, H, I, K, M e N) alunos acertaram a questão.

Figura 33 - Questão 2 (Aluno A - 9º ano).



Fonte: Material da pesquisa.

É notório na imagem mostrada (Figura A) que o aluno não conseguiu compreender como deveria realizar os cálculos.

Já o aluno E (Figura 34), realizou algumas operações que aparentemente não têm relação com os valores do problema, impossibilitando uma análise real.

Figura 34 - Questão 2 (Aluno E - 9º ano).

$$\begin{array}{r} 28 \\ - 3 \\ \hline 25 \end{array} \quad \begin{array}{r} 17 \\ - 5 \\ \hline 12 \end{array} \quad \begin{array}{r} 11 \\ - 4 \\ \hline 7 \end{array}$$

Fonte: Material da pesquisa.

A resposta do aluno E mostrada na Figura E parece não representar a questão 2.

O aluno G, como no caso do aluno A, calculou o valor do kit com o preço normal (Figura 35), porém não fez a soma para comparar com as promoções, o que o levaria a obter outra resposta, ou seja, tanto ele, quanto os outros, poderiam usar outros critérios que não apenas o financeiro para tomar essa decisão.

Figura 35 - Questão 2 (Aluno G - 9º ano).

Vale a pena aproveitar a "promoção" ou melhor esperar? Acho melhor esperar passar a "promoção!"

$$\begin{array}{r} \times 3,50 \\ 7 \\ \hline 24,50 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 3,00 \\ 2 \\ \hline 6,00 \end{array}$$

Fonte: Material da pesquisa.

Da mesma maneira que os alunos A e G, o aluno L (Figura 36) também fez multiplicações diretas, uma outra forma de fazer, que também poderia ser correta.

Figura 36 - Questão 2 (Aluno L - 9º ano).

Sabendo que o valor total da promoção dos bombons e barras, são respectivamente R\$ 3,50 e R\$ 3,00. Vale a pena aproveitar a "promoção" ou melhor esperar? É melhor não comprar pois terá apenas R\$5,00 de desconto.

$$\begin{array}{r} 3,50 \\ \times 7 \\ \hline 24,50 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3,00 \\ \times 2 \\ \hline 6,00 \end{array} \quad \begin{array}{r} 24,50 \\ + 6,00 \\ \hline 30,50 \end{array}$$

Fonte: Material da pesquisa.

Nesse caso (aluno L - Figura 36), a resolução está correta, porém ele errou ao calcular o tamanho do desconto (que foi de 5,50), e ainda a interpretação, pois, considerou que o desconto era muito pequeno e não compensaria.

Questão 3 - Habilidade (EF07MA18A): Resolver problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.

3) Yuri havia comprado 3 pacotes de 20 balas com sua mesada e de cara pegou 3 de um pacote de sabor maçã verde, 2 do pacote de sabor morango e 5 do pacote sabor uva. Quando foi guardá-las ele deixou o pacote cair no chão, ao pegar o pacote percebeu que haviam 12 balas em cada um dos pacotes e as demais ficaram espalhadas. Quantas balas estavam espalhadas?

R: Maçã:

$$20 = 3 + 12 + x \quad x = 20 - 15 \quad x = 5$$

Morango:

$$20 = 2 + 12 + y \quad y = 20 - 14 \quad y = 6$$

Uva:

$$20 = 5 + 12 + z \quad z = 20 - 17 \quad z = 3$$

TOTAL = $x + y + z = 5 + 6 + 3 = 14$ balas espalhadas.

Ou: comprou 3 pacotes x 20 balas = **60** balas; pegou $3+2+5=10$ balas; $12 \times 3 = 36$ balas sobraram ao todo dentro dos pacotes $\rightarrow 60 - 10 = 50 \rightarrow 50 - 36 = 14$ balas espalhadas.

Os alunos C, F, G e L responderam corretamente o exercício proposto. Já o aluno O deixou em branco.

Dos alunos que apresentaram resultados coincidentes, quatro responderam 38 (A, E, K e M), e dois (D e H) responderam 34.

O aluno B respondeu de maneira direta: 8 balas estavam espalhadas.

As imagens das de todas as respostas incorretas que apresentavam os devidos cálculos são mostradas nas Figuras 37 a 45.

Figura 37 - Questão 3 (Aluno A - 9º ano).

Fonte: Material da pesquisa.

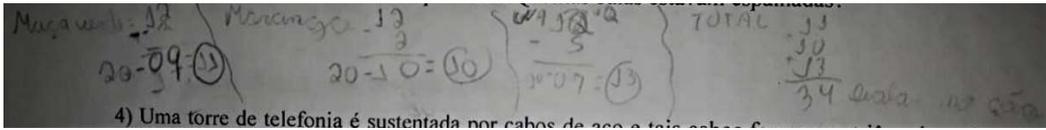
Figura 38 - Questão 3 (Aluno D - 9º ano).

Fonte: Material da pesquisa.

Figura 39 - Questão 3 (Aluno E - 9º ano).

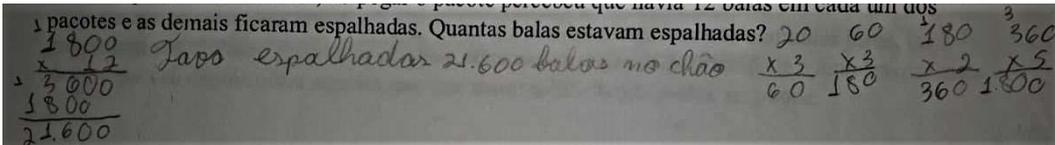
Fonte: Material da pesquisa.

Figura 40 - Questão 3 (Aluno H - 9º ano).



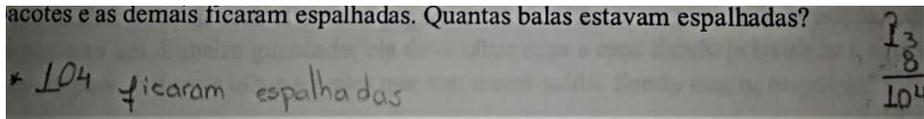
Fonte: Material da pesquisa.

Figura 41 - Questão 3 (Aluno I - 9º ano).



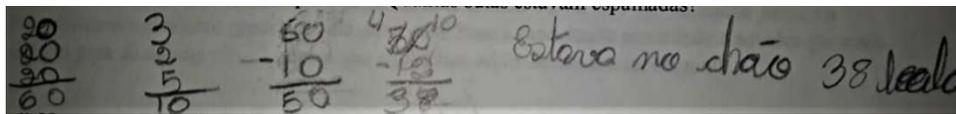
Fonte: Material da pesquisa.

Figura 42 - Questão 3 (Aluno J - 9º ano).



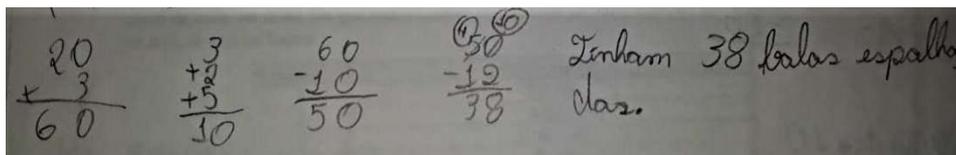
Fonte: Material da pesquisa.

Figura 43 - Questão 3 (Aluno K - 9º ano).



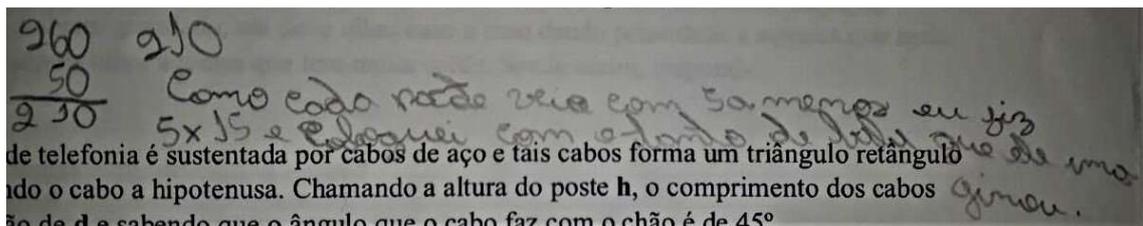
Fonte: Material da pesquisa.

Figura 44 - Questão 3 (Aluno M - 9º ano).



Fonte: Material da pesquisa.

Figura 45 - Questão 3 (Aluno N - 9º ano)..



Fonte: Material da pesquisa.

Das respostas que apresentaram resultado 38, o erro foi que eles tiraram somente o 12 do que tinha de bala e não 3×12 , mas, o enunciado apresenta um certo problema: mencionar num momento um pacote que cai, e depois voltar a mencionar 3 pacotes. Esse erro, portanto, é mais de interpretação do enunciado, havendo a necessidade de rever o texto que se apresentou um pouco confuso.

Questão 4 -

Habilidade (EF06MA19): Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos.

Habilidade (EF08MA34MG): Identificar segmento, ponto médio de um segmento, triângulo e seus elementos, polígonos e seus elementos.

4) Uma torre de telefonia é sustentada por cabos de aço e tais cabos formam um triângulo retângulo com chão, sendo o cabo a hipotenusa. Chamando a altura do poste h , o comprimento dos cabos fixados no chão de d e sabendo que o ângulo que o cabo faz com o chão é de 45° .

A) Qual a medida do ângulo entre o cabo e a torre?

R: $180^\circ = 90^\circ + 45^\circ + x$ $x = 180^\circ - 135^\circ$ $x = 45^\circ$

B) Quanto aos lados, que tipo de triângulo é esse?

R: Como 2 ângulos são iguais e um diferente, esse triângulo é Isósceles.

C) Pretendendo-se colocar cabos que liguem a base da torre à metade dos cabos fixados no chão. Qual deverá ser o comprimento desses novos cabos.

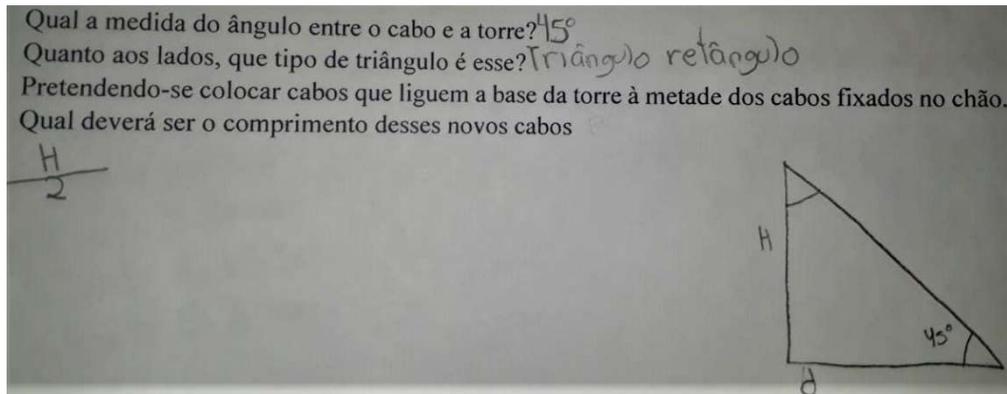
R: como o seguimento que liga o ponto médio da hipotenusa à base do poste, coincide com a bissetriz de 90° , esse novo cabo valerá metade da hipotenusa, ou seja, $d/2$.

Uma questão que apresentou um grau de dificuldade maior de acordo com as respostas, deixadas por uma minoria. A maioria (12 alunos), na verdade, deixou em branco (B, C, D, E, F, G, H, K, L, M, N e O).

Apenas três alunos (A, I e J) responderam essa questão. E desses três, nenhum acertou completamente todas as opções apresentadas.

Como pode ser observado na Figura 46, o aluno A acerta a primeira opção (Letra a), mas erra as duas restantes. Pela resposta da letra b é possível perceber que ele não sabe identificar o tipo do triângulo “quanto aos seus lados”, caracterizando-o quanto ao ângulo reto. Na última opção, ele não soube determinar (nesse exercício em particular) o que seria a hipotenusa no triângulo, e dessa forma, respondeu usando a altura e não a hipotenusa, como deveria ter sido feito.

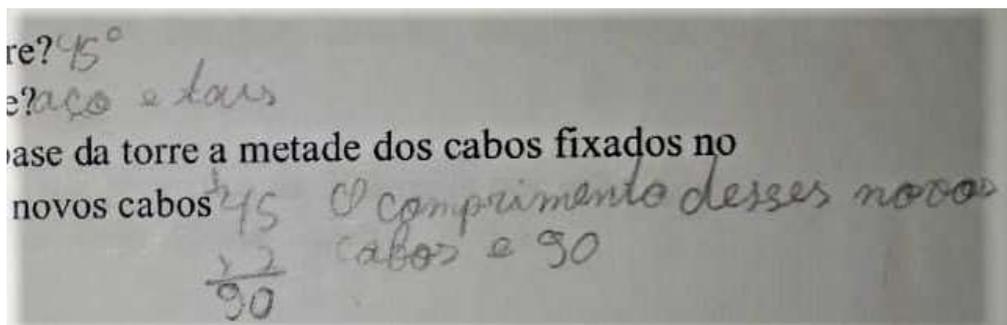
Figura 46 - Questão 4 (Aluno A - 9º ano).



Fonte: Material da pesquisa.

O aluno I (Figura 47) também acerta a primeira opção, mas assim como o aluno A, esse também se confunde ao interpretar a segunda opção. Na terceira opção, ele multiplica o ângulo por dois, misturando ângulo com comprimento (segmento).

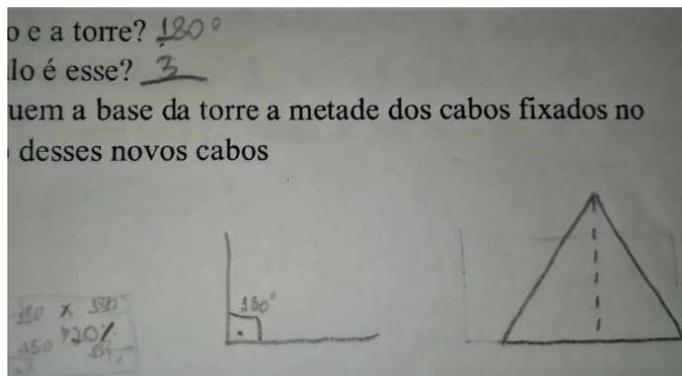
Figura 47 - Questão 4 (Aluno I - 9º ano).



Fonte: Material da pesquisa.

Já o aluno J (Figura 48), faz um desenho curioso na primeira opção (que lembra um retângulo) com quatro ângulos de 180° , escrevendo esse ângulo em cada extremidade. Indicados como se fossem ângulos retos. É um erro conceitual. Já na segunda, ele responde “3”, que pode ser devido aos três lados existentes no triângulo, novamente não compreendendo o que seria “quanto aos lados”, deixando a última aparentemente sem resposta.

Figura 48 - Questão 4 (Aluno J - 9º ano).



Fonte: Material da pesquisa.

Questão 5 -

Habilidade (EF07MA12A): Resolver problemas que envolvam as operações com números racionais.

Habilidade (EF07MA10): Comparar e ordenar números racionais em diferentes contextos e associá-los a pontos da reta Numérica.

5) Infelizmente, a avó de João veio a falecer. No testamento ela deixou 50% de sua herança para os 4 filhos dela dividirem. Da outra metade, 60% ficaram para os 3 netos; 20% ficaram para os 2 sobrinhos; e o resto ficou para caridade.

a) Quem ficou com a maior parte?

R: Os filhos $\rightarrow 50\% / 4 = 12,5\%$ cada

b) Quem ficou com a menor parte?

R: Os sobrinhos $\rightarrow 20\%$ de $50\% = 10\% \rightarrow 10\% / 2 = 5\%$ cada

c) Quanto da herança ficou com João?

R: 60% de $50\% = 30\% \rightarrow 30\% / 3 = 10\%$ cada

Essa questão, apenas o aluno L deixou em branco. Quatro alunos erraram totalmente a questão (C, D, G e N). As respostas dadas por esses alunos, é listada a seguir, porém, os mesmos não escreveram como chegaram a essas conclusões, dificultando a análise.

A seguir, considere (C) como correta para os que corretamente responderam uma determinada letra, e (E) como errada, ou seja, incorreta, para os que erraram a resposta a determinada opção.

- Aluno C:

(a) os três netos (E)

(b) os quatro filhos (E)

(c) --

- Aluno D:

(a) para as três netas (E)

(b) caridade (E)

(c) 20% (E)

- Aluno G:

(a) os netos (E)

(b) os filhos (E)

(c) 20% (E)

- Aluno N:

(a) os netos por conta da porcentagem é alta e os números de neto é baixa (E)

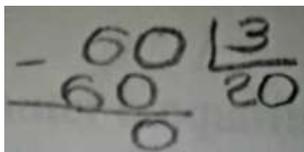
(b) caridade (E)

(c) 20% da herança (E)

Curiosamente, três alunos responderam 20% da herança na letra c, mas apenas um (Aluno G) deixou o cálculo utilizado para chegar a esse valor, que pode ser visto na Figura 49. Provavelmente eles não compreenderam que o cálculo deveria ser 60% de 50%.

Com esse cálculo, a letra A de todos estaria correta, eles apenas usaram o valor de 60% dado. A letra b é mais curiosa, pois eles não usaram esse raciocínio para os sobrinhos. Mais estranho, foi a resposta “caridade”, pois por essa lógica ela seria 20%, assim maior que a de cada filho e igual a de cada neto.

Figura 49 - Questão 5 (Aluno G - 9º ano).



A handwritten calculation on a piece of paper. It shows a division problem: 60 divided by 3 equals 20. The numbers are written in black ink. The 60 is on the top line, the 3 is on the right side, and the 20 is on the bottom line. There is a horizontal line under the 60 and a vertical line to the right of the 3.

Fonte: Material da pesquisa.

Vários alunos acertaram parcialmente a questão, mas nenhum integralmente. Na listagem a seguir, considere (C) como correta para os que corretamente responderam uma determinada letra, e (E) como errada, ou seja, incorreta, para os que erraram a resposta a determinada opção.

- Aluno A:

(a) 4 filhos (C)

(b) 2 sobrinhos (C)

(c) 20% (E)

Apenas na última opção, o aluno A (Figura 50) respondeu erroneamente. Isso porque ele simplesmente dividiu os 60 % pelo número de netos, não entendendo que 50% do total já não fazia parte dessa porcentagem. Uma conta que muitos erraram.

Figura 50 -Questão 5 (Aluno A - 9º ano).

Fonte: Material da pesquisa.

Assim como nos casos supracitados (Alunos D, G e N), o aluno A não compreendeu que o cálculo deveria ser 60% de 50%, encontrando, portanto, 20%, apenas dividindo 60 por 3.

- Aluno B:

- (a) os netos (E)
- (b) os sobrinhos (C)
- (c) --

- Aluno E:

- (a) 3 netos (E)
- (b) 2 sobrinhos (C)
- (c) 10% (C)

- Aluno F:

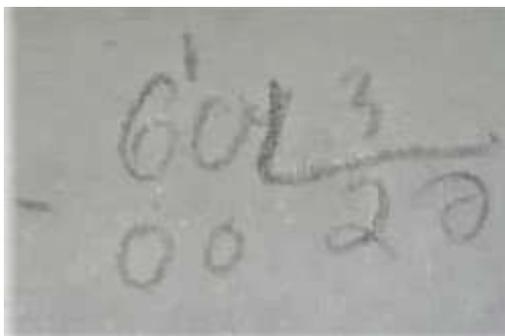
- (a) os netos (E)
- (b) os sobrinhos (C)
- (c) 12,5 (E)

- Aluno H:

- (a) netos (E)
- (b) sobrinhos (C)
- (c) 20% (E)

De acordo com Figura 51, o aluno H também calculou erroneamente a porcentagem de cada neto.

Figura 51 - Questão 5 (Aluno H - 9º ano).



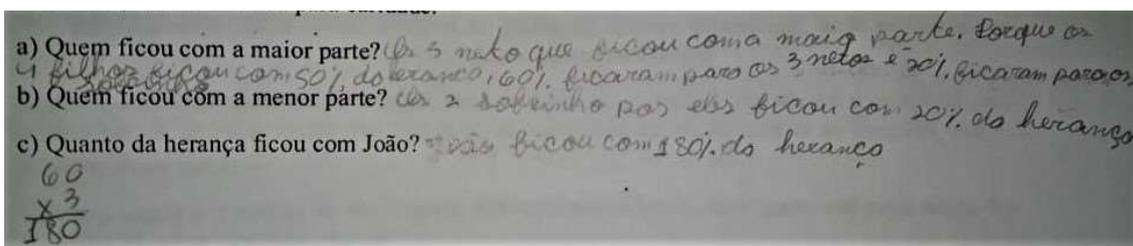
Fonte: Material da pesquisa.

Novamente, assim como os alunos A, D, G, M e N, o aluno H não compreendeu que o cálculo deveria ser 60% de 50%, encontrando, portanto, 20%.

- Aluno I:

- (a) os 3 netos (E)
- (b) os 2 sobrinhos (C)
- (c) 180% (E)

Figura 52 - Questão 5 (Aluno I - 9º ano).



Fonte: Material da pesquisa.

O aluno I (Figura 52), na verdade, considerou o valor dado, sem considerar que inicialmente se tirou 50% para os filhos, além disso, não considerou que seria dividido pelas pessoas. No item C ao invés de dividir ele multiplicou.

- Aluno J:

- (a) os netos (E)
- (b) os sobrinhos (C)
- (c) 12,5% (E)

O aluno J (Figura 53) multiplicou 12,5 por 4 encontrando o valor esperado.

Figura 53 - Questão 5 (Aluno J - 9º ano).

$$\begin{array}{r} 12,5 \\ \times 4 \\ \hline 50,0\% \end{array}$$

Fonte: Material da pesquisa.

- Aluno K:

- (a) seus netos (E)
- (b) sobrinhos (C)
- (c) --

O aluno K (Figura 54), por sua vez, somou a porcentagem com um número de pessoas, mostrando não diferenciar as grandezas.

Figura 54 - Questão 5 (Aluno K - 9º ano).

$$\begin{array}{r} 50 \\ + 4 \\ \hline 54 \end{array} \quad \begin{array}{r} 60 \\ + 3 \\ \hline 63 \end{array} \quad \begin{array}{r} 20 \\ + 2 \\ \hline 22 \end{array}$$

Fonte: Material da pesquisa.

Os cálculos do aluno M são mostrados na Figura 55.

- Aluno M:

- (a) A caridade (E)
- (b) Os filhos (E)
- (c) 20% da herança (E)

Figura 55 - Questão 5 (Aluno M - 9º ano).

$$\begin{array}{r} 50 \\ - 4 \\ \hline 46 \end{array} \quad \begin{array}{r} 60 \\ - 3 \\ \hline 57 \end{array} \quad \begin{array}{r} 20 \\ - 2 \\ \hline 18 \end{array} \quad \begin{array}{r} 100 \\ - 20 \\ \hline 80 \\ - 10 \\ \hline 70 \end{array} \quad \begin{array}{r} 100 \\ - 70 \\ \hline 30 \end{array}$$

Quem ficou com mais por a caridade

Fonte: Material da pesquisa.

O aluno M por sua vez parece não entender suas próprias contas, pois ele chega a valores corretos, mas sua resposta parece não estar relacionada a esses valores, ou mesmo, ele pode ter se confundido no momento em que redigia a resposta.

- Aluno O:

(a) os filhos (C)

(b) os sobrinhos (C)

(c) 30% (E)

Em suma, os alunos A e O acertaram a opção (a). Os alunos A, B, E, F, H, I, J, K e O acertaram a opção (b). Já a opção (c), apenas o aluno E acertou, demonstrando que eles dominam parcialmente a habilidade e que tiveram dificuldade de interpretar o enunciado dado, principalmente não levando em consideração que a divisão da herança foi feita em duas etapas. Aliás, todas as questões que não eram diretas tiveram pouquíssimos acertos.

Questão 6 - Habilidade (EF07MA17A): Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.

6) Uma vaca produz uma média de 5 litros de leite por dia. Para produzir um queijo de aproximadamente 1kg, são necessários, no mínimo, 10 litros de leite. Um produtor local de queijo, tem uma encomenda de 12 kg de queijo. Quantos dias serão necessários para entregar a encomenda sendo que ele tem 2 vacas?

R: Para 12kg de queijo, serão necessários 120 litros de leite

Com 2 vacas, produziremos 10 litros de leite por dia

10 litros _____ 1 dia

120 litros _____ x dias → $x = 120 / 10 = 12 \text{ dias}$

Oito alunos (A, C, D, F, K, L, N e M) acertaram a resposta dessa questão, porém, as respostas foram diretas, sem quaisquer explicações. Com respostas diretas, os seguintes alunos responderem de maneira incorreta:

- Alunos B: “2 dias serão necessários para entregar a encomenda”;

- Alunos E: “Serão necessários 120 dias para entregar 12 kg de queijo”. Nesse caso, é possível que ele tenha errado os cálculos pois de 12 passou para 120, ou ainda, pode ter somente calculado a quantidade de leite necessária esquecendo de dividir pela produção.

- Alunos G: “1 vaca = 5 litros

2 vacas = 10 litros

R = Seria necessário 2 dias”;

- Alunos H: “2 dias, pois a vaca produz 5 litros por dia e tem 2 vai da 10 precisa de mais 2”;

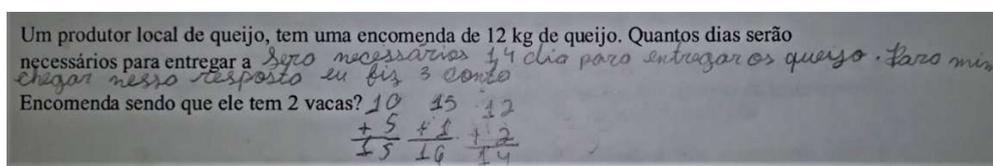
Os alunos G e H calcularam corretamente a quantidade de leite por dia, mas aparentemente não consideraram os 12 queijos.

- Alunos J: “3 dias”;

- Alunos O: “1 mês no mínimo por que ele vai ter 2 vacas”.

Por último, e não menos importante, o aluno I que deixou as contas realizadas para chegar à resposta (Figura 56), mas, assim como os alunos citados anteriormente, também não acertou a questão.

Figura 56 - Fotografia da resolução da questão 6 (Aluno I - 9º ano).



Fonte: Material da pesquisa.

É possível perceber, pela Figura 56, que o aluno I mistura as grandezas (litros e quilograma) e, se confunde ao realizar os cálculos.

Questão 7 - Habilidade (EF07MA04A): Resolver problemas que envolvam operações com números inteiros.

7) Flávia é gerente de um banco e fica responsável por atender e fazer ofertas de empréstimos e negociação de dívidas a seus clientes. Em uma lista de 5 de seus clientes, há uma lista do saldo da conta de cada um deles. Os que tem o sinal de menos antes do valor, indicam que o saldo é negativo, ou seja, devem ao banco.

Cliente	Saldo em R\$
1	750,00
2	- 1000,00
3	20 000,00
4	- 50,00
5	- 200,00

Para melhor orientar seus clientes a pagarem suas dívidas e com isso não acumular juros, ou investirem seu dinheiro guardado; ela deve olhar caso a caso dando prioridade a aqueles que mais devem para só depois olhar aqueles que tem maior saldo. Sendo assim, responda:

A) Quais clientes estão devendo o Banco?

R: Clientes 2,4 e 5

B) Se cada um dos devedores depositasse 50 reais por semana, em quanto tempo pagariam suas respectivas dívidas?

R: Cliente 2: 20 semanas

Cliente 4: 1 semana

Cliente 5: 4 semanas

C) Quais Clientes não estão devendo o Banco?

R: Clientes 1 e 3

D) Se cada um dos clientes com crédito fizessem uma poupança de 300 reais por mês, quanto seria o saldo deles após 1 ano?

R: Cliente 1: $750 + 3600 = 4350$ reais

Cliente 3: $20000 + 3600 = 23600$ reais

Na **opção a**, o aluno I não respondeu à pergunta. Os alunos K e M responderam clientes 1, 4 e 5, talvez não compreendendo o que seria o saldo negativo citado na questão. E ainda, continuando com as respostas incorretas, o aluno N respondeu: o cliente 2. É possível que esse último aluno tenha interpretado o cliente que devia mais ao banco.

Os demais onze alunos responderam corretamente (A, B, C, D, E, F, G, H, J, L e O).

Na **opção b**, sete alunos (A, B, F, H, J, L e O) resolveram corretamente a opção. Já os três alunos, E, K e M, deixaram a questão sem resolver. Os demais (C, D, G, I e N) fizeram de maneira incorreta, são elas:

- Aluno C: “cliente 2 em 18 semanas”. Essa resposta foi dissonante, após o aluno ter acertado o tempo para os outros clientes. É possível que ele tenha apenas se confundido nos cálculos;

- Alunos D: “Em trinta dias”. Essa resolução não permitiu desenvolver uma análise mais aprofundada, pois não deixou cálculo algum;

- Aluno G: “20 semanas”. Nesse caso, é possível que o aluno tenha trabalhado apenas o cliente com maior dívida, podendo ele ter entendido que deveria ter calculado um único tempo suficiente para que todos pagassem as dívidas, ou seja, calculando o tempo para o maior devedor, os demais estariam dentro desse intervalo de tempo;

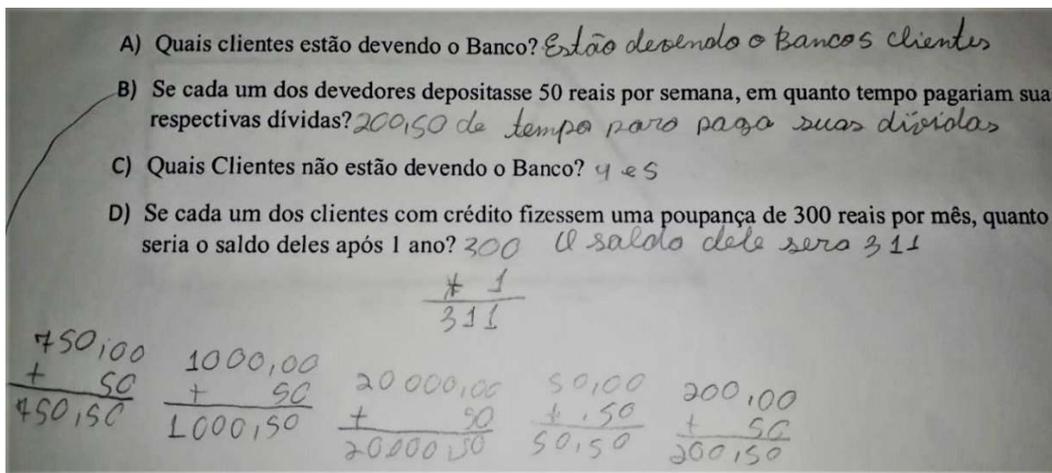
- Aluno I: “200,50 de tempo para pagar suas dívidas”. De acordo com essa resposta, é possível perceber que o aluno não compreendeu que deveria estar calculando o tempo em semanas e, ainda, somou o valor “50” como se tratasse de centavos, ao invés de reais nos saldos de cada cliente (Figura 57).

- Aluno N: “Cliente 2 demoraria 500 semanas para pagar”. Da mesma maneira que o aluno C, este também errou apenas o cálculo referente ao cliente 2, acertando os demais.

Na **opção c**, os seis alunos A, B, C, E, F, G, H, J, K, L e M responderam corretamente. Já os alunos N e O deixaram a opção em branco. De maneira direta, os alunos D e I responderam, respectivamente: “Cliente 1” e “4 e 5”. Nesse caso, é provável que tenha

havido falta de atenção de ambos. O aluno D citou apenas um cliente (resposta correta), pois pode não ter visto o outro (mas no quadro geral/qualitativo, não foi considerada como correta devido estar incompleta). Já o aluno I, provavelmente não interpretou corretamente a opção.

Figura 57 - Questão 7 (Aluno I - 9º ano).



Fonte: Material da pesquisa.

Por fim, a **opção d**, os alunos C, D, G, M e N deixaram em branco. Apenas três alunos responderam corretamente essa opção (A, F e L).

Já os alunos que erraram, responderam:

- Aluno I: “O saldo dele será 311”. É possível observar pela Figura anterior que ele soma 300 e 1 e encontra 311, misturando de maneira confusa o valor mensal com o ano, duas grandezas diferentes, além de errar a soma;

- Aluno O: “3600 reais”. Esse aluno calculou apenas o valor da multiplicação do valor por mês vezes 12 meses, se esquecendo de somar com o saldo já existente, uma falha de interpretação, julgando finalizada a questão. Novamente, eles fazem somente o cálculo direto, possivelmente, sem pensar nas etapas. Da mesma maneira responderam os alunos B, H e J.

Os Aluno E e K, por sua vez, responderam apresentando os cálculos, mesmo que de maneira errônea (Figuras 58 e 59, respectivamente).

Figura 58 - Questão 7 (Aluno E - 9º ano).

D) Se cada um dos clientes com crédito fizessem uma poupança de 300 reais por mês, quanto seria o saldo deles após 1 ano?

0 do cliente numero 1 do dia
9,350

o do 3 cliente do dia
~~690,000,00~~

$$\begin{array}{r} 300 \\ \times 12 \\ \hline 600 \\ 300 \\ \hline 3,600 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3,600 \\ + 450 \\ \hline 4,050 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ \times 12 \\ \hline 240 \\ 20 \\ \hline 240,000,000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 240 \\ \times 300 \\ \hline 640,000,000 \end{array}$$

Fonte: Material da pesquisa.

O aluno E inicia seu raciocínio de maneira correta, porém ele se perde ao calcular o saldo de outro cliente, encontrando um valor muitas vezes maior que deveria.

Figura 59 - Questão 7 (Aluno K - 9º ano).

$$\begin{array}{r} 10 \\ 750,00 \\ - 300,00 \\ \hline 650,00 \end{array}$$

Fonte: Material da pesquisa.

O aluno K, de maneira curiosa, subtraiu 300 de 750 e encontrou 650. Um erro gerado por não saber realizar subtração envolvendo números inteiros negativos, e ainda, por não saber talvez o que a palavra “crédito” significa. Claramente ele errou na subtração, pegando um 10 "emprestado" para o 3 da centena (errando na troca entre centenas e dezenas.), mostrando que tem dificuldade na operação

Questão 8 –

Habilidade (EF07MA48MG): Identificar grandezas inversamente proporcionais.

Habilidade (EF07MA47MG): Identificar grandezas diretamente proporcionais.

8) A natureza é de fato algo muito fascinante, sendo que florestas é um espaço de ecossistemas repletos de vidas, nas mais diversas formas e tamanhos. Nas relações entre seres vivos, existem as chamadas cadeias alimentares, onde predadores se alimentam de seres vivos vulneráveis (até mesmo outros predadores).

Apesar de ser algo aparentemente cruel, essas relações são essenciais para manter o equilíbrio entre populações de animais locais. Por isso, o ser humano deve ter muito cuidado ao interferir com as espécies desse sistema.

Temos a seguir o exemplo de uma cadeia alimentar simplificada, onde quem está mais acima é predador de quem está logo abaixo:



Nesses sistemas, quando aumentamos a população de uma espécie a que está logo abaixo tende a diminuir. E se diminuirmos uma quantidade, quem está logo abaixo aumenta.

Exemplo: menos sapos > mais gafanhotos > menos capim.

Com base nisso responda:

a) Se aumentarmos a quantidade de sapos, o que acontecerá com a população de capim? Essas populações são diretamente ou inversamente proporcionais?

R: O capim aumentará, e as populações são diretamente proporcionais.

b) Se diminuirmos a quantidade de cobras, o que acontecerá com a população de sapos? Essas populações são diretamente ou inversamente proporcionais?

R: A população de sapos aumentará, e as populações são inversamente proporcionais.

Nessa questão, apenas o aluno M deixou em branco, tanto a letra *a* quanto a letra *b*, mas o aluno N também deixou em branco uma das opções da questão, a letra *b*.

Em relação à **letra a**, quatro alunos (G, J, L e N) responderam corretamente. Já os alunos A, B, C, D, E, F, H, I, K e O deram as seguintes respostas:

Aluno A → O capim irá diminuir, inversamente proporcionais;

Aluno B → Inversamente;

Aluno C → Vai acabar, diretamente;

Aluno D → Sim;

Aluno E → Não acontece nada pois as duas são inversamente proporcionais;

Aluno F → Diretamente proporcional pois sapo não come capim;

Aluno H → Inversamente pois sapos não comem capim;

Aluno I → O capim acaba, diretamente;

Aluno k → Inversamente, e

Aluno O → A população de capim vai diminuir bastante com + sapos – gafanhotos, inversamente. Esse aluno, apesar de errar afirmando que eram inversamente, acertou a justificativa da primeira parte, mas errou a resposta.

De acordo com as respostas incorretas, citadas anteriormente, é notório que a maioria dos alunos não soube identificar grandezas diretamente e inversamente proporcionais. E, ainda, eles não perceberam o encadeamento lógico, a exceção do aluno O, os demais, possivelmente não estabeleceram a relação sapo-gafanhoto-capim

Já em relação à **letra b**, três alunos (A, C e G) responderam corretamente. E, os alunos B, D, E, F, H, I, J, K, L, M, N e O deram as seguintes respostas:

Aluno B → Diretamente;

Aluno D → Não;

Aluno E → A quantidade de cobras será diminuída pois cobras comem sapos, então será inversamente;

Aluno F → Inversamente proporcional pois cobra come sapo (incompleta);

Os alunos E e F acertaram a relação entre as grandezas, mas citaram a população de sapos, errando na justificativa.

Aluno H → Diretamente, pois cobras se alimentam de sapos;

Aluno I → Vai acabar com o sapo, diretamente;

Aluno J → O ciclo dos sapos aumentará e não diminuirá por causa da quantidade de cobras (deixa dúvidas quanto ao raciocínio);

Aluno K → Diretamente;

Aluno L → A população de sapos aumentará. São diretamente, e

Aluno O → A população de sapos vai aumentar são diretamente.

Os alunos L e O acertaram a análise do que vai acontecer, mas erraram o nome da grandeza;

Assim como na primeira opção, é possível perceber que a maioria dos alunos não sabia como identificar as grandezas diretamente e inversamente proporcionais, e o mais crítico, eles não conseguiram estabelecer a relação entre as populações.

Questão 9 - Habilidade (EF08MA03A): Resolver problemas de contagem cuja resolução envolva a aplicação do princípio multiplicativo.

9) Ana está com sua mãe numa lanchonete, e há ali 3 tipos de salgados: coxinha, pastel e quibe. De bebidas, há 5 opções: água, achocolatado, refrigerante, suco, e chá gelado. Sabendo que a mãe de Ana só comprará uma bebida e um salgado para sua filha, quantos diferentes pares de suco com salgado Ana terá à disposição para escolher?

R: 3 salgados e 5 bebidas

Portanto o total é dado por $3 \times 5 = 15$ possibilidades.

Quatro alunos acertaram a resposta (A, F, G e I). Os alunos (D, K e M) deixaram a questão em branco. Os alunos B e N deram respostas diretas sem demonstração de cálculos, são elas: “Ana terá à disposição para escolher 7 pares de suco com salgado” e, “só as opções do suco”, respectivamente. Quanto aos demais, dos que responderam três pares (C, E, H, J, L e O), responderam de maneira direta os alunos C, E, H e J, respectivamente:

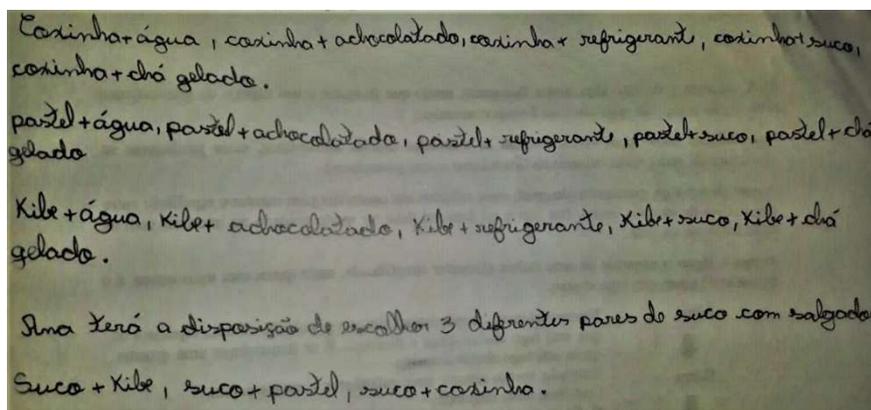
- 3 pares de salgado;
- Ela terá três pares de suco com salgado para escolher;
- 3 tipos pois há três tipos de salgados, e
- 3 pares.

De acordo com essas respostas, fica claro que os alunos não conhecem o princípio multiplicativo, eles apenas pegaram o menor valor e responderam para uma das opções (suco ou salgado), resultando em apenas 3. Esse tipo de princípio também pode ser trabalhado criando situações problema envolvendo organização de ‘fantasias’ e mesmo trazendo exemplos cotidianos (a depender do grupo social), como um lanche em um lugar mais frequentado por eles.

Já os alunos L e O, deixaram as devidas explicações que podem ser vistas nas Figuras X e Y, respectivamente.

De acordo com a resolução mostrada na Figura 60, fica bem claro que o aluno L não conhece o princípio multiplicativo, pois, apesar de descrever todos os casos, busca uma solução cotidiana. Aparentemente, ele pensou em três pares de salgado e bebida, como sendo 3 formas. Outra análise plausível, seria que ele entendeu que deveria escolher 3 pares de todos os pares formados. O aluno O (Figura 61) a seguir tem o mesmo raciocínio.

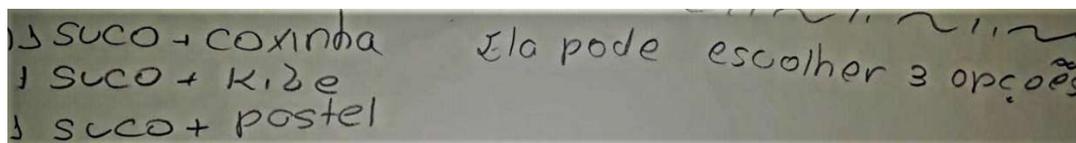
Figura 60 - Questão 9 (Aluno L - 9º ano).



Fonte: Material da pesquisa

Assim, o aluno L desenvolve corretamente as opções, mas aparentemente não interpreta corretamente a questão.

Figura 61 - Questão 9 (Aluno O - 9º ano).



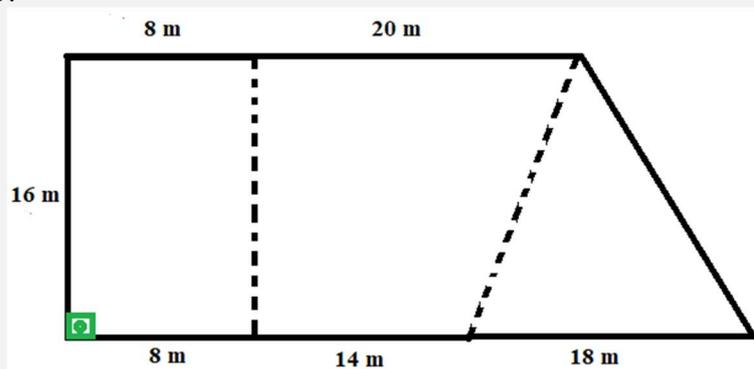
Fonte: Material da pesquisa.

Como citado anteriormente, o aluno O também entendeu que deveria escolher 3 pares, possivelmente por causa do maior número de pares formados pela comida, que seriam 3 (3 tipos de salgados). Faltou entendimento do princípio multiplicativo.

Assim, nesse tipo de problema seria interessante começar com situações que eles consigam fazer caso a caso e, depois, propor situações que demandem estratégias de registro.

Questão 10 - Habilidade (EF08MA19A): Resolver problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos.

10) João estava há meses procurando um terreno para construir sua casa, até que viu um anúncio dizendo: “Lote na avenida x de 272 m² por y reais”. Achando interessante a oferta, visitou o local e viu que haviam 3 lotes separados por cercas. Para saber qual era o anunciado, ele mediu, com aproximações, as laterais dos lotes, obtendo os resultados na imagem abaixo. Qual lote corresponde a área do anúncio?



R: Área do Retângulo = $16 \times 8 = 128\text{m}^2$
 Área do Trapézio = $[(20 + 14) \times 16] / 2 = 34 \times 8 = 272\text{m}^2$
 Área do Triângulo = $(18 \times 16) / 2 = 18 \times 8 = 144\text{m}^2$
 Portanto, é o lote do meio.

Essa última questão, a maior parte dos alunos (oito) deixou em branco (A, B, C, D, F, G, H, K, N e O). Os alunos E, L e M acertaram a resposta principal, mas desses, o aluno

L deixou uma explicação, que não deixa claro como pode ter pensado (Figura 4.59) e, o aluno E de maneira direta respondeu: “o segundo lote”, a resposta está correta, porém ele não escreveu explicação alguma, podendo ter escolhido de modo aleatório.

Os cálculos do aluno I (Figura 62) são de difícil interpretação, de acordo com a resposta dada por ele (18 m), e a soma apresentada de 3 e 272. Portanto, uma análise mais criteriosa ficou bastante comprometida.

Figura 62. Questão 10 (Aluno I - 9º ano).

A área do anúncio é 18m
272
+ 3

118

Fonte: Material da pesquisa

Da mesma maneira, o aluno J, indicando a área 1 (retângulo) como a resposta correta e, deixando uma multiplicação que não corresponde à essa opção (Figura 63). Aparentemente, ele soma os dois lados de 8 e multiplica pela altura 16, e obtém 96 ao invés de 256.

Figura 63 - Questão 10 (Aluno J - 9º ano).

* A área J, cujo a área mede 272 m²
16
x 16

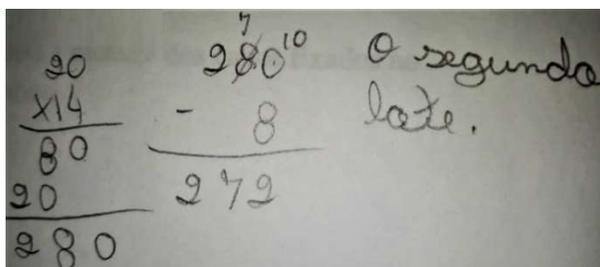
256

Fonte: Material da pesquisa

Já aluno L, acerta o lote, mas seus cálculos não correspondem à uma correta resolução, visto que, a princípio, ele calcula a área do trapézio como se fosse de um retângulo

(Figura 64), mas pode ser também que ele multiplicou os lados paralelos e depois subtraiu um 8 que é a medida da continuação do lote a esquerda, deixando muito confuso.

Figura 64 - Questão 10 (Aluno L - 9º ano).

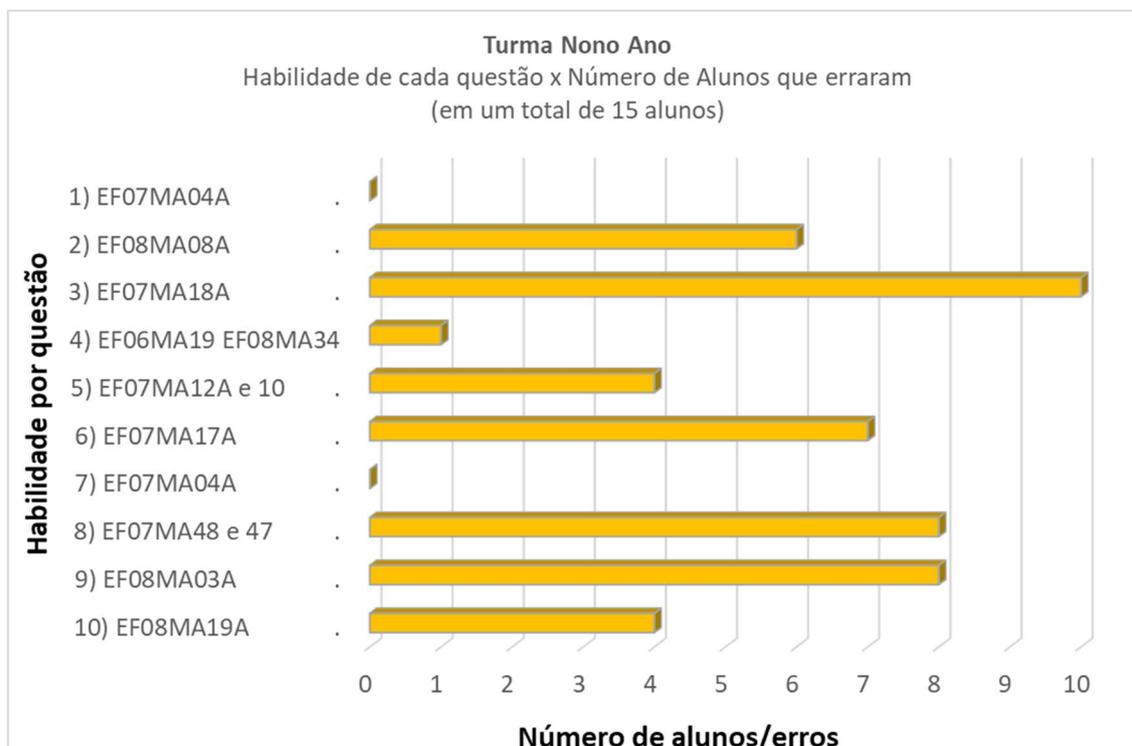


Fonte: Material da pesquisa

Assim, o único que acertou o exercício com as devidas explicações corretas foi o aluno M. Para isso, ele calcula as áreas do retângulo e do triângulo, eliminando essas duas opções e, encontrando a opção correta: “O lote em forma de trapézio”.

O Gráfico 3, mostra como os alunos se saíram em relação a habilidade relativa à cada questão da avaliação diagnóstica.

Gráfico 3 - Habilidade *versus* Quantidade de alunos que erraram totalmente a questão (9º ano).



EF07MA:

- 1) 04A; 5) 12A (EF07MA10); 7) 04A → Números
- 3) 18A; 6) 17A → Álgebra;
- 8) 48MG e 47MG → Grandezas e medidas

EF08MA:

- 2) 08A → Álgebra;
- 4) 34MG (EF06MA19) → Geometria
- 9) 03A → Números
- 10) 19A → Grandezas e medidas

No nono ano, o maior índice de erros observado foi no campo da Álgebra, seguido de Grandezas e Medidas, e Números, e Por Fim, Geometria, sendo que o menor índice de erros foi no campo de números, com duas questões sem erros em sua completude.

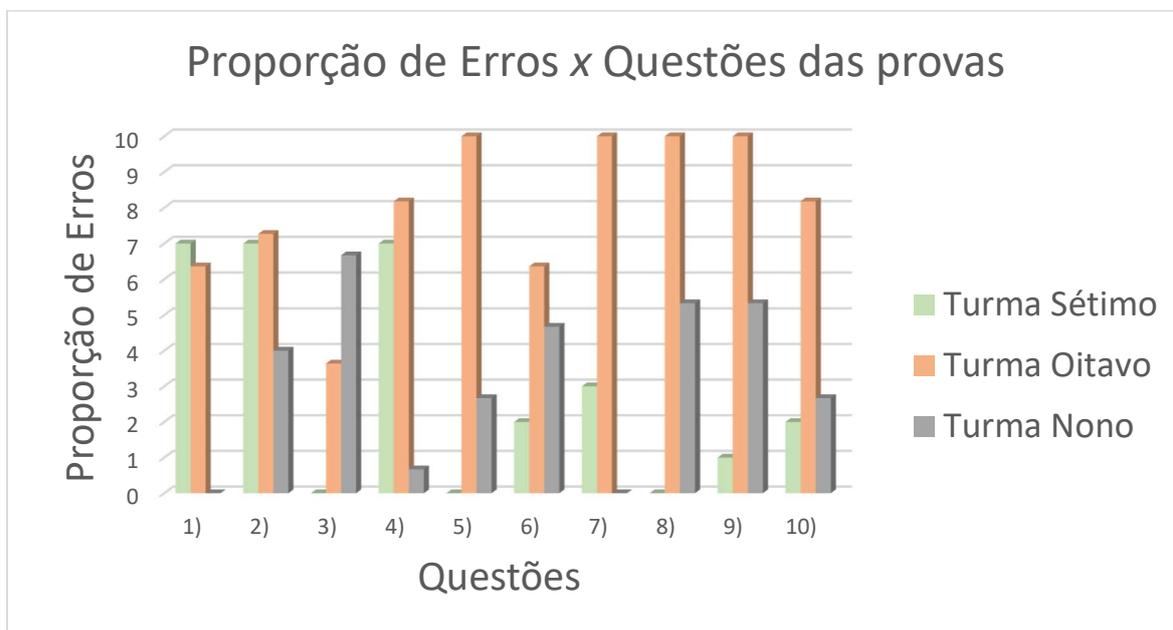
A análise de cada questão se deu levando em conta a bagagem dos alunos, bem como, as habilidades necessárias adquiridas principalmente durante o Ensino Remoto Emergencial (ERE) para resolver as questões apresentadas.

Assim, os dados coletados foram estudados de maneira que se pudesse interpretar as dificuldades reais dos estudantes.

Buscando sintetizar e comparar os resultados obtidos, foi elaborado um gráfico composto pela análise das três turmas segundo o comportamento dos alunos em relação aos erros computados.

Observando o Gráfico 4, é possível comparar, em termos quantitativos, o índice de erro de cada turma. O gráfico citado, mostra quantitativamente um comparativo das questões erradas em sua totalidade, não diferenciando as parciais corretas. Analisando a imagem, é possível concluir que a turma do oitavo ano atingiu um patamar de erros superior às outras duas. Já a turma do sétimo ano, foi a que obteve menor índice de erros por questão, em relação às demais, sendo também a que obteve o maior índice de erros iguais a zero. Para montar esse gráfico foi feita uma proporcionalidade de todas as turmas em relação à quantidade de 10 alunos (sétimo ano) que fizeram a prova, visto que na turma do oitavo compareceram 11 alunos, e na turma do nono, foram 15.

Gráfico 4 - Proporção de erros versus questões das turmas de sétimo, oitavo e nono anos.



Já em relação às habilidades e competências, o menor índice de erros que aparece ao mesmo tempo nas três turmas é no campo **Números**.

O maior número de erros, por sua vez, que aparece ao mesmo tempo nas três turmas, se encontra nos campos da: **geometria**, e **grandezas e medidas**, sendo que a **álgebra** aparece nas turmas de oitavo e nono anos, pois não foi elaborada questão nesse campo para a turma do sétimo.

A turma do oitavo também apresentou dificuldade em Probabilidade e Estatística, questão com campo elaborado apenas para essa turma, visto que não fora inserido nas bases curriculares pesquisadas e na aplicação dos cadernos da escola para os demais anos.

Diante disso, torna-se importante a utilização de diferentes ferramentas que possam agregar metodologias que busquem mudar esses índices, fruto de um período de pandemia que deixou várias brechas na educação de uma maneira geral.

Em suma, surgem inúmeros aspectos a ser aprofundados para trabalhos futuros, tais como: reformulação e contextualização das avaliações em alguns casos. Aplicação da avaliação diagnóstica no início do período letivo, colaboração com inúmeros grupos de pesquisa de maneira a enriquecer o trabalho, bem como, a troca de experiências em relação às respostas obtidas.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Partindo do “erro” como objeto de estudo e interpretação, é possível afirmar que seu levantamento e análise pode levar o sujeito ativo pedagógico, no caso o professor, a refletir sobre suas ações, pensar em novas atitudes, auxiliar na construção de propostas de ensino, como uma ferramenta de identificação de problemas do currículo e dos métodos aplicados, permitindo assim, que novas estratégias para uma retomada dos conteúdos seja elaborada.

A análise do erro na matemática traz oportunidades para discussões da prática pedagógica, de maneira a acrescentar novas formas de exploração da disciplina, se configurando como recurso didático, podendo revelar diferentes estratégias e mecanismos de pensamentos. Sua abordagem serve como referência para ações de apoio ao processo cognitivo que implicam na formação do discente.

Nesse sentido, esse trabalho faz uma resenha das respostas relacionadas a diferentes **habilidades** de cada questão, apresentando, como uma forma de análise, a taxa de erros cometidos, bem como apontando para as habilidades que melhor representaram as competências dos alunos.

A dificuldade inerente à preparação dessas avaliações permite que sejam feitas algumas observações que podem contribuir para futuros trabalhos como esse:

- Elaborar questões que não deixem brechas para interpretações errôneas ou duplas;
- Ordenar as questões de acordo com a BNCC de maneira que os pensamentos sejam construídos ao longo da avaliação;
- Não colocar mais de uma opção por letra dentro de cada questão, pois dificulta na montagem de tabelas;
- Estudar a possibilidade de desenvolver questões que se completem de maneira que o aluno consiga compreender esse processo, e
- Dar mais tempo de prova para os alunos, para que possam dissertar sobre seus pensamentos.

Os campos observados com maior índice de erros poderão ser trabalhados pela equipe da escola, que receberá os resultados e análises realizadas.

Ainda nesse sentido, será dada sequência dessas análises de forma a interpretar as respostas de cada aluno. Dessa maneira, diferentes diagnósticos poderão ser realizados pela

equipe da escola numa abordagem mais específica das habilidades em relação ao comportamento de cada indivíduo envolvido.

REFERÊNCIAS

BRASIL, Ministério da Educação. PDE: Plano de Desenvolvimento da Educação - Prova Brasil: ensino fundamental: matrizes de referência, tópicos e descritores. Brasília: MEC, SEB; Inep, 2008. 200 p. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/prova%20brasil_matriz2.pdf. Acesso em: 20 abr. 2022.

BORASI, R. and ROSE, B. J. Journal writing and mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, v. 20, n. 4, p. 347-365, 1989.

BURIASCO, R. L. C. de. Análise da Produção Escrita: a busca do conhecimento escondido. In: **XII ENDIPE - Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino**, 2004, v.3, Curitiba. Anais... Curitiba: Champagnat, 2004. V.3, p. 243-251.

BURIASCO, Regina. Luzia Corio de. Avaliação de sistemas escolares: da classificação dos alunos à perspectiva de análise de sua produção matemática. In: **VALENTE, W. (Org.) Avaliação em matemática**. São Paulo: Papirus, 2008. p.101-142.

Currículo Referência de Minas Gerais – CRMG. 2021. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/curriculos_estados/documento_curricular_mg.pdf. Acesso em: 30 Out. 2021.

ESTEBAN, MARIA TERESA. Espaço Aberto. A avaliação no processo ensino/aprendizagem: os desafios postos pelas múltiplas faces do cotidiano. Universidade Federal Fluminense, Faculdade de Educação. Revista Brasileira de Educação. 2002. doi.org/10.1590/S1413-24782002000100011. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rbedu/a/LzrRLxY6MqFdv5cs8JqRK8z/?lang=pt&format=pdf>. Acesso em: 11 Julho 2022.

FERRARI, Márcio. Avaliação - Entrevista com Cipriano Carlos Luckesi. Provas e exames, segundo o educador, são apenas instrumentos de classificação e seleção, que não contribuem para a qualidade do aprendizado nem para o acesso de todos ao sistema de ensino. Disponível em: <https://novaescola.org.br/conteudo/190/ciprianocarlos-luckesi-qualidade-aprendizado>. Publicado em NOVA ESCOLA Edição 191, 01 de Abril de 2006. Acesso em: 05 ago. 2022.

FERREIRA, Pamela Emanuelli Alves e BURIASCO, Regina Luzia Corio de. Análise da Produção Escrita em Matemática - um recurso à Avaliação como Prática de Investigação. Revista de Educação Matemática (REMat). São Paulo, 2021. v.19, Edição Especial: Práticas Avaliativas e a Sala de Aula de Matemática, p. 01-15. ISSN: 2526-9062. DOI: 10.37001/remat25269062v19id659. Sociedade Brasileira de Educação Matemática Regional São Paulo (SBEM-SP). Disponível em: <https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/659/512>. Acesso em: 03 Julho 2022.

CENTRO DE MÍDIAS – São Paulo Governo do Estado / Secretaria da Educação. Aprender Sempre, 2021. Caderno do Professor, Matemática, 7º Ano, vol. 1, p. 89.

GEPEMA - Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação. Disponível em: <http://www.uel.br/grupo-estudo/gepema/>. Acesso em: 15 ago. 2022.

GIORDANO, Leticia Vieira Oliveira e CARVALHO, Cláudia Cristina Soares de. A avaliação diagnóstica de alunos ingressantes do ensino médio: da sondagem às ações. XIII Encontro Nacional de Educação Matemática. ISSN 2178-034X. 2019.

GUIGNARD, N. *Si l'erreur m'était contée: essai critique des évaluations et étude de quelques rapports entre apprentissage, recherche et évaluation*. Genève: Service de la Recherche Pédagogique, 1988.

LIMA, Daniel de Oliveira e NASSER, Lilian LUCKESI, Cipriano Carlos. Avaliação no Ensino Remoto de Matemática: analisando categorias de respostas. **Revista Baiana de Educação Matemática**, v. 01, p. 01-19, e202018, jan./dez., 2020. e-ISSN 2675-5246.

MARTÍNEZ, Á. L. *Orígenes y Diseño de la Acción Diagnóstica en Educación (perspectiva histórica desde los servicios de orientación educativa en España)*. Tendencias Pedagógicas, Vol.12, p. 52. 2007.

MATOS, Simone Vieira de. Reflexões sobre avaliação somativa e formativa no processo de ensino-aprendizagem. Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento. Ano. 06, Ed. 10, Vol. 02, pp. 99-106. Outubro 2021. ISSN: 2448-0959. Disponível em: <https://www.nucleodoconhecimento.com.br/educacao/reflexoes>. Acesso em: 20 julho 2022.

MENINO, António Manuel Mota Pereira. **Avaliação diagnóstica em Matemática. Um instrumento online sobre as concepções de alunos de 5.º ano sobre o sinal de igual**. Dissertação de Mestrado em Matemática apresentada à Universidade de Aveiro. Departamento de Matemática. Universidade de Aveiro, 2020.

MONTEIRO, Eliziê Frans de Castro. **Práticas Avaliativas em Matemática na Educação de Jovens e Adultos: um estudo de caso de uma escola da Rede Municipal de Belo Horizonte**. Dissertação de Mestrado, Ouro Preto – MG, 2010.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). *Assessment Standards for School Mathematics*. Reston, Va.: NCTM, 1995, p. 3.

PAVANELLO, Regina Maria e NOGUEIRA, Clélia Ignatius. **Avaliação em Matemática: algumas considerações. Estudos em avaliação educacional**, v.17, n. 33, jan./abr. 2006.

PERRENOUD, P. *Avaliação: da excelência à regulação das aprendizagens entre duas lógicas*. Porto Alegre: Artmed, 1999.

RABELO, Edmar Henrique. *Avaliação: novos tempos, novas práticas*. 8ª ed. – Petrópolis: Vozes, 2009.

RIBEIRO, Dione Baptista e JUNIOR, Marco Aurélio Kistemann. Um olhar para a avaliação matemática: passado, presente na pandemia e futuro pós-pandêmico. <https://doi.org/10.33532/revemop.e202218>. Registro: eISSN 2596-0245. Revemop, Ouro Preto, Brasil, v. 4, e202218, p. 1-26, 2022.

SANTOS, E. R. dos. **Estudo da Produção Escrita de Estudantes do Ensino Médio em Questões Discursivas Não Rotineiras de Matemática**. 2008. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2008.

SANTOS, Victor. Especial Aprendizagem Avaliação diagnóstica ganha ainda mais importância no planejamento do segundo semestre. Prolongamento do ensino remoto intensificou a necessidade dessa prática. Educadores contam suas experiências e falam da relevância desses dados para o avanço da aprendizagem na retomada presencial. Disponível em: <https://novaescola.org.br/conteudo/20540/especial-foco-na-aprendizagemavaliacao-diagnostica>. Publicado em NOVA ESCOLA, 2021. Acesso em: 03 nov. 2021.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO. Sistema de Bibliotecas e Informação. **Guia para normalização de trabalhos acadêmicos**. Ouro Preto, 2019. Disponível em: <https://www.repositorio.ufop.br/>. Acesso em: 10 ago. 2022.

VERGANI, T. Um horizonte de possíveis: sobre uma educação matemática viva e globalizante. Lisboa: Universidade Aberta, 1993.

ANEXO I

Figura 1 - Imagem de Material utilizado como suporte para análise e escolha das habilidades para composição das provas (Currículo Referência de Minas Gerais, 2021).

Currículo Referência de Minas Gerais		
6º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
Números	Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números racionais	(EF06MA43MG) Operar com números racionais em forma decimal: adicionar, multiplicar, subtrair, dividir e calcular potências. (EF06MA11A) Resolver problemas com números racionais positivos na representação decimal, envolvendo as quatro operações fundamentais e a potenciação, por meio de estratégias diversas, utilizando estimativas e arredondamentos para verificar a razoabilidade de respostas, com e sem uso de calculadora.

Figura 2 - Imagem do processo inicial de separação/escolha das habilidades do Caderno 2 a serem trabalhadas nas questões das provas, sendo que a cor vermelha indica uma provável escolha dessa habilidade, dada pela sua importância.

6º Ano		
Caderno 2(2021) ESTUDE EM CASA		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidade(S)
Números.	Sistema de numeração decimal.	(EF06MA01A) Comparar, ordenar, ler e escrever números naturais, fazendo uso da reta numérica. (EF06MA02A) Reconhecer o sistema de numeração decimal, como o que prevaleceu no mundo ocidental, e destacar semelhanças e diferenças com outros sistemas, de modo a sistematizar suas principais características (base, valor posicional e função do zero), utilizando,

Fonte: Trecho do PET com marcações da pesquisadora (2021).

ANEXO II

Figura 1 - Imagem do processo inicial de elaboração das questões de sexto ano.

Habilidade: (EF05MA07) Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.

1) Uma pessoa foi à feira com R\$100,00, pagou R\$ 12,00 em um quilo de feijão, comprou duas dúzias de bananas, sendo que a dúzia da banana custava R\$9,00. Na volta para casa, ela entrou em um mercado e pegou 1 kg de açúcar mascavo, gastando R\$12,00. Quando chegou em casa ela contou o dinheiro dos trocos recebidos. Qual foi o total dos trocos recebidos?

Figura 2 - Imagem de uma questão de sexto ano excluída da prova do sexto ano.

Habilidade:

2) Imagine que um colega seu comprou uma pizza e dividiu em 5 pedaços do mesmo tamanho, e você comeu dois pedaços. Represente isso do jeito que você quiser, explicando o que fez.

3) De um total de cinco bolas idênticas (de mesmo tamanho), duas são brancas. Como você pode representar isso? Explique o que fez.

4) Imagine que um colega seu comprou barras de chocolate divididas em 5 pedaços do mesmo tamanho, imagine as seguintes situações

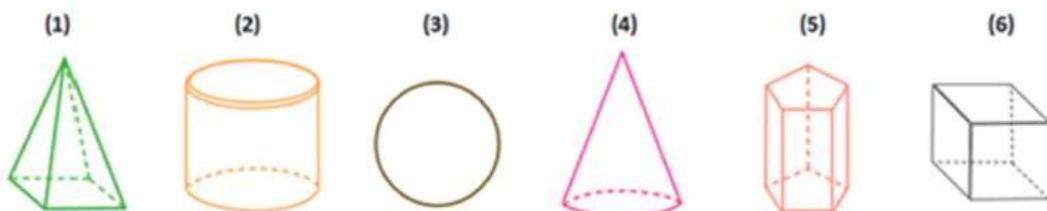
- a) Você comeu dois pedaços de uma barra
- b) Duas barras foram divididas igualmente entre cinco pessoas.

Como você poderia representar essas situações? Explique o que fez.

Figura 3 - Imagem de uma questão de sexto ano excluída da avaliação diagnóstica do sexto ano.

Habilidade: (EF06MA20) Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação à lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles.

8) Pedro tinha várias caixas num depósito e queria separar a que tem formato de prisma e as que tem formato de pirâmide. Ajude-o nessa tarefa, dizendo quais (ou qual) são prismas, e quais (ou qual) são pirâmides.

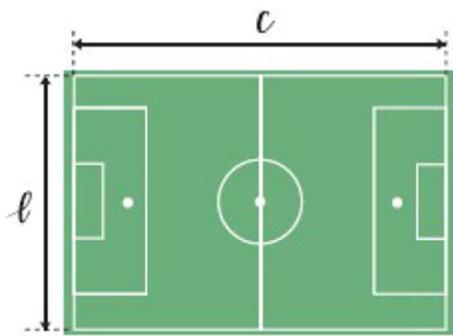


R: prismas: 5 e 6 pirâmides: 1

ANEXO III

Figura 1 - Imagem de uma questão de sétimo ano modificada para a avaliação diagnóstica do sétimo ano (Centro de Mídias, 2021).

Um campo de futebol tem seu **comprimento** expresso por c e sua **largura** expressa por ℓ , conforme a figura:



Comprimento	Largura	Área
6 m	2 m	$(6 \cdot 2) = 12\text{ m}^2$
9 m	4 m	$(9 \cdot 4) = 36\text{ m}^2$
12 m	6 m	$(12 \cdot 6) = 72\text{ m}^2$

Pense em outros números para c e ℓ , números quaisquer, inteiros positivos e calcule a área. O que você percebe? Relate brevemente a seguir.

Dependendo dos valores pensados para comprimento e largura, há uma mudança do valor da área. Esse valor área depende daqueles dados para as variáveis.

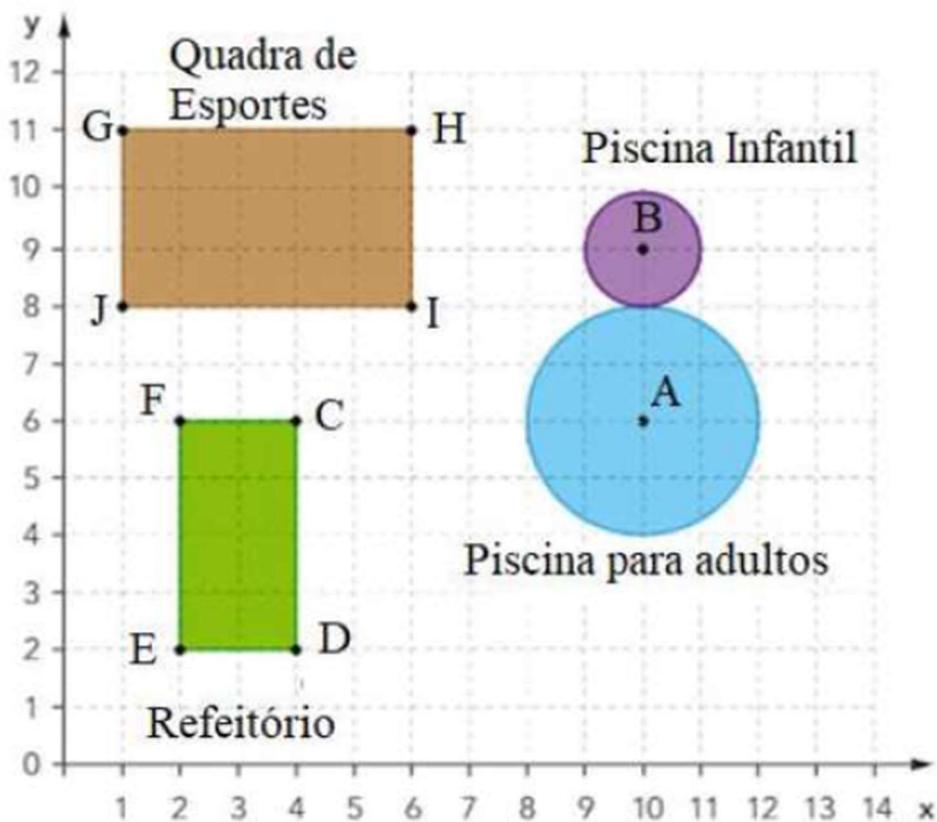
~~Pense em outros números para c e ℓ , números quaisquer, inteiros positivos e calcule a área. O que você percebe? Relate brevemente a seguir.~~

~~Dependendo dos valores pensados para comprimento e largura, há uma mudança do valor da área. Esse valor área depende daqueles dados para as variáveis.~~

Figura 2 - Imagem de uma questão de sétimo ano modificada para a avaliação diagnóstica do sétimo ano.

Habilidade: (EF07MA20) Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem.

10) A figura a seguir ilustra, em um plano cartesiano, o esboço de um projeto para a construção de um clube



As piscinas terão formato circular, e a quadra de esportes e o refeitório terão formato retangular. Considerando que cada unidade da malha quadriculada mede 1 metro, responda:

1. Quais são as coordenadas dos centros das duas piscinas? Qual é a medida do raio de ambas as piscinas?

R:

(10, 6)

2. Qual é o perímetro da quadra de esportes? Qual é o perímetro do refeitório?

R: $GH = 5$; $HI = 3$; $IJ = 5$; $JG = 3$

$5+3+5+3 = 16$ metros

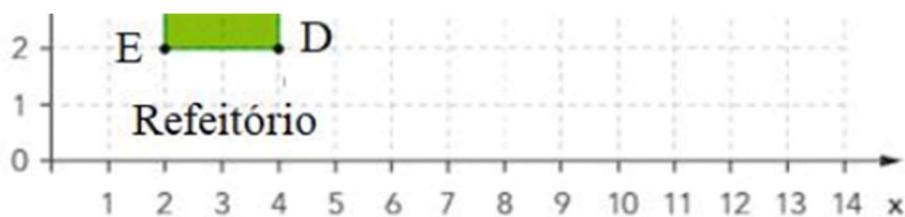
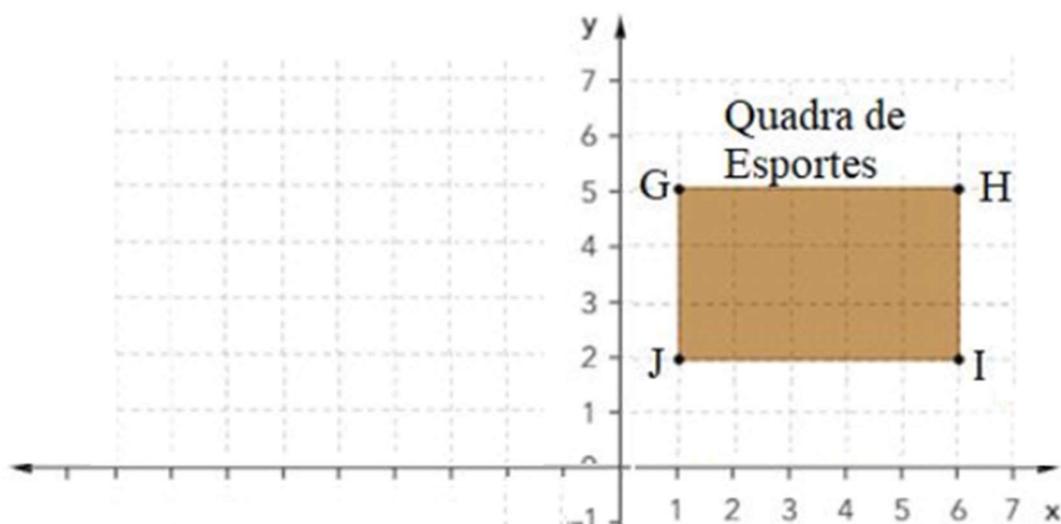
$CD = 4$; $DE = 2$; $EF = 4$; $FC = 2 \rightarrow 12$ metros

3. Qual é a distância entre os centros das duas piscinas?

R: $1+1+1 = 3$ metros

Habilidade: **EF07MA20** Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem.

10) A figura a seguir ilustra, em um plano cartesiano, o esboço de um projeto para a construção de um clube. Já foi projetada uma quadra de esporte que pode ser vista no primeiro quadrante. O projetista quer que a próxima quadra seja no quarto quadrante. Dê a ele as coordenadas dos vértices dessa outra quadra.



As piscinas terão formato circular, e a quadra de esportes e o refeitório terão formato retangular. Considerando que cada unidade da malha quadriculada mede 1 metro, responda:

R: 1.a) Quais são as coordenadas dos centros das duas piscinas? Qual é a medida do raio de ambas as piscinas?

(1, -2); (6, -2)

(1, -5); (6, -5)

R:

(10, 6)

2.b) Qual é o perímetro da quadra de esportes? Qual é o perímetro do refeitório?

R: $GH = 5$; $HI = 3$; $IJ = 5$; $JG = 3$

$5 + 3 + 5 + 3 = 16$ metros

$CD = 4$; $DE = 2$; $EF = 4$; $FC = 2 \rightarrow 12$ metros

3. Qual é a distância entre os centros das duas piscinas?

R: $1 + 1 + 1 = 3$ metros

Figura 3 - Imagem de uma questão de sexto ano excluída da avaliação diagnóstica do sétimo ano.

SÉTIMO ANO

– números inteiros e racionais

- 1) Os alunos do Grêmio Estudantil, da E.E. “Matemática é Fácil”, organizaram um campeonato de futebol entre os alunos. Veja, na tabela, o total de gols que cada equipe marcou e sofreu nesse campeonato.

Equipes	Gols pró	Gols contra	Saldo de gols
6º A	15	23	
7º C	14	10	
8º C	13	17	
9º F	15	7	

Preencha a coluna denominada “Saldo de gols” e indique nas alternativas abaixo, as equipes que ficaram com o maior e o menor saldo de gols, respectivamente.

- (A) 9ºF e 6ºA
(B) 9ºF e 8ºC
(C) 7ºC e 6ºA
(D) 7ºC e 8ºC

Figura 4 - Imagem de uma questão de sétimo ano excluída da avaliação diagnóstica do sétimo ano.

Carlos tinha em casa uma urna utilizada na última eleição de presidente do bairro, e as medidas de dimensões do objeto retangular são: 1m; 1m; e 1m. Apresentando as medidas para Vitória, pediu a ela que lhe informasse a capacidade do objeto em metro cúbico e em centímetro cúbico. Responda você a esta questão.

R:

$1 \times 1 \times 1 = 1$ metro cúbico

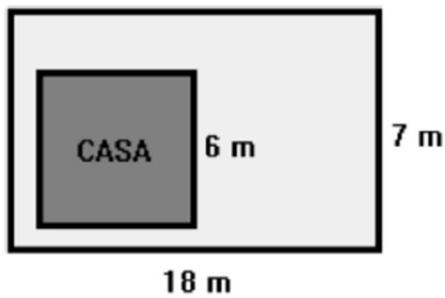
um metro = 100 centímetros, logo $\rightarrow 100 \times 100 \times 100 = 1.000.000 \text{ cm}^3$

Figura 5 - Imagem de uma questão de sétimo ano excluída da avaliação diagnóstica do sétimo ano.

(EF07MA32A) Resolver problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.

9)

A figura abaixo representa um terreno retangular que Vinícius quer comprar, e uma casa quadrada que pretende construir dentro do terreno.



A). Qual a área do terreno?

$$18 \times 7 = 126 \text{ metros quadrados}$$

B). Qual a área ocupada pela casa?

$$6 \times 6 = 36 \text{ metros quadrados}$$

C). Qual a área do quintal?

$$126 - 36 = 90 \text{ metros quadrados}$$