



UFOP
Universidade Federal
de Ouro Preto



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
ESCOLA DE MINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE MINAS



ALOCAÇÃO DE EQUIPAMENTOS DE CARREGAMENTO E TRANSPORTE NA MINERAÇÃO USIMINAS POR TÉCNICAS DE PROGRAMAÇÃO LINEAR

AUTOR: VINÍCIUS AUGUSTO BECHELAINE GONÇALVES

ORIENTADOR: PROF. DR. IVO EYER CABRAL

**OURO PRETO, MG
2017**

VINICIUS AUGUSTO BECHELAINE GONÇALVES

**ALOCAÇÃO DE EQUIPAMENTOS DE
CARREGAMENTO E TRANSPORTE NA MINERAÇÃO
USIMINAS POR TÉCNICAS DE PROGRAMAÇÃO
LINEAR**

Trabalho de conclusão de curso
apresentado como requisito parcial para
obtenção do título de Engenheiro de
Minas pela Universidade Federal de
Ouro Preto.

ORIENTADOR: PROF. DR. IVO
EYER CABRAL

OURO PRETO, MG
2017

G635a Gonçalves, Vinícius Augusto Bechelaine.
Alocação de equipamentos de carregamento e transporte na Mineração
Usiminas por técnicas de programação linear [manuscrito] / Vinícius Augusto
Bechelaine Gonçalves. - 2017.

73f.: il.: color; grafs; tabs.

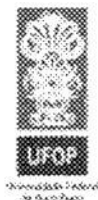
Orientador: Prof. Dr. Ivo Eyer Cabral.

Monografia (Graduação). Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de
Minas. Departamento de Engenharia de Minas.

1. Minas e mineração. 2. Programação Linear. 3. Pesquisa operacional. 4.
Carregamento e transporte. I. Cabral, Ivo Eyer. II. Universidade Federal de
Ouro Preto. III. Título.

CDU: 622.6:519.852

Catálogo: ficha@sisbin.ufop.br



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO
Universidade Federal de Ouro Preto
Escola de Minas - Departamento de Engenharia de Minas

ATA DE DEFESA DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

Aos 28 dias do mês de março de 2017, às 10:00h, no auditório do Departamento de Engenharia de Minas da Escola de Minas - DEMIN/EM, foi realizada a defesa do Trabalho de Conclusão de Curso de Engenharia de Minas requisito da disciplina MIN-491 – Trabalho de Conclusão de Curso II, intitulado “**ALOCAÇÃO DE EQUIPAMENTOS DE CARREGAMENTO E TRANSPORTE NA MINERAÇÃO USIMINAS POR TÉCNICAS DE PROGRAMAÇÃO LINEAR**”, pelo aluno **Vinicius Augusto Bechelaine Gonçalves**, sendo a comissão avaliadora formada por **Prof Dr. Ivo Eyer Cabral (Orientador)**, **Prof. Dr. Hernani Mota de Lima** e **Profª M.Sc. Flávia Gomes Pinto**.

Após arguição sobre o trabalho, a comissão avaliadora deliberou por unanimidade pela **Aprovação**.... do candidato, com a nota **4,0/5,0**, concedendo-lhe o prazo de 15 dias para incorporar no texto final da monografia as alterações determinadas/sugeridas pela banca.

O aluno fará jus aos créditos e conceito de aprovação na disciplina MIN-491 – Trabalho de Conclusão de Curso II após a entrega dos exemplares definitivos (Cd e cópia impressa) da versão final da monografia defendida, conforme modelo do CEMIN-2009, no Colegiado do Curso de Engenharia de Minas – CEMIN.

Para fins de registro, foi lavrada a presente ata que, depois de lida e aprovada é assinada pelos membros da comissão avaliadora e pelo discente.

Prof. Dr. Ivo Eyer Cabral

Presidente da Comissão Avaliadora e Professor Orientador

Ouro Preto, 28 de março de 2017.

Prof. Dr. Hernani Mota de Lima

Membro da Comissão Avaliadora

Profª. M.Sc. Flávia Gomes Pinto

Membro da Comissão Avaliadora

Vinicius Augusto Bechelaine Gonçalves

Prof. Ms.C. José Fernando Miranda

Professor responsável pela Disciplina Min 491 – Trabalho de Conclusão de Curso

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais por todo o apoio, sacrifício e amor incondicional.

Ao meu irmão Moisés pelo companheirismo.

À minha namorada Flávia pelo carinho e dedicação.

Ao Departamento de Engenharia de Minas da UFOP e todos os seus professores pelo conhecimento que me foi transmitido de forma gratuita, em especial, ao professor Ivo Eyer Cabral por ter me orientado neste trabalho e ao professor Milton Brigolini Neme por me ceder espaço em sua sala para a utilização do MineSight.

À Mineração Usiminas, ao setor de planejamento de lavra e geotecnia pela oportunidade de aprendizado e, sobretudo, ao engenheiro Alexandre V. M. Santos pelos ensinamentos.

RESUMO

Este trabalho foi desenvolvido em conjunto com o setor de planejamento de lavra da Mineração Usiminas S. A. e teve como objetivo a elaboração de um plano semanal de produção através de técnicas de programação linear aplicadas no *software* de otimização LINGO. O modelo matemático criado buscou representar as operações de carregamento e transporte na Mina Oeste em Itatiaiuçu - MG. O desafio de alocar equipamentos de carga distintos em 7 frentes de lavra, 5 de minério e 2 de estéril, foi simplificado e os resultados obtidos mostraram uma movimentação de 207.000 toneladas de material rochoso realizada por 6 escavadeiras/carregadeiras e aproximadamente 9 caminhões fora-de-estrada que percorreriam uma distância média de transporte de 1,7 km.

ABSTRACT

This study was developed along with the mining planning sector of Mineração Usiminas S. A. and aimed to the elaboration of a weekly production plan through the application of linear programming techniques into an optimization software called LINGO. The mathematical model created focused in representing the operations of loading and haulage at Mina Oeste in Itatiaiuçu - MG. The challenge of allocating different loading equipment into 7 mining fronts, 5 on ore and 2 on waste, was simplified and the results achieved showed a movement of 207,000 tons of rocky material carried on by 6 excavators and around 9 off-road trucks that would drive through an average haulage distance of 1.7 km.

SUMÁRIO

1 - INTRODUÇÃO	1
1.1 - OBJETIVO.....	1
2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	2
2.1 - A PESQUISA OPERACIONAL.....	2
2.1.1 - A PESQUISA OPERACIONAL NA MINERAÇÃO	5
2.1.2 - A PROGRAMAÇÃO LINEAR.....	9
2.2 - A MINERAÇÃO USIMINAS S. A.	12
3 - METODOLOGIA	19
3.1 - MODELO MATEMÁTICO.....	19
3.2 - BANCO DE DADOS.....	24
4 - RESULTADOS	27
5 - CONCLUSÃO	36
6 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	37
ANEXO A	41
ANEXO B	55

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Processo de modelagem.....	5
Figura 2: Porte das minas em atividade no Brasil.....	5
Figura 3: Alocação dinâmica de caminhões.....	7
Figura 4: Interação entre otimizador (LINGO) e simulador (ARENA).....	8
Figura 5: Negócios do Grupo Usiminas no Brasil.....	12
Figura 6: Localização da MUSA na região central de Minas Gerais.....	13
Figura 7: Metas de produção da MUSA para o período de 2010 - 2015: 90 milhões de toneladas em 6 anos.....	15
Figura 8: Logística da MUSA.....	16
Figura 9: Movimentação de rochas na Mineração Usiminas.....	17
Figura 10: Avanço em material friável na cava Vênus da mina Oeste.....	18
Figura 11: Diferentes classes de material ocorrem lado a lado na Mina Oeste.....	23
Figura 12: Velocidade média dos caminhões carregados.....	25
Figura 13: Velocidade média dos caminhões vazios.....	25
Figura 14: Síntese do cálculo feito pelo LINGO para a etapa 01.....	28
Figura 15: Síntese do cálculo feito pelo LINGO para a etapa 02.....	31
Figura 16: Síntese do cálculo feito pelo LINGO para a etapa 03.....	34
Figura 17: Modelo digital de terreno da Mina Oeste com as origens (frentes de lavra) em amarelo e os possíveis destinos em azul.....	57
Figura 18: Rota de 1,67 km entre a frente de minério F02 e a ITM Oeste.....	58
Figura 19: Rota de 1,06 km entre a frente de minério F03 e a ITM Oeste.....	59
Figura 20: Rota de 1,30 km entre a frente de minério F04 e a ITM Oeste.....	60
Figura 21: Rota de 2,47 km entre a frente de minério F06a e a ITM Oeste.....	61
Figura 22: Rota de 1,16 km entre a frente de Minério F09 e a ITM Oeste.....	62
Figura 23: Rota de 2,16 km entre a frente de estéril F06b e a Pilha de Estéril Oeste.....	63
Figura 24: Rota de 1,68 km entre a frente de estéril F08 e a Pilha de Estéril Alto Somisa.....	64

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Estrutura empresarial da indústria extrativa mineral brasileira por porte de empresas - 2011.....	6
Tabela 2: Forma padrão e canônica.....	10
Tabela 3: Produção anual da Mineração Usiminas.	14
Tabela 4: Produção diária - ITM Oeste, 26 de janeiro/2016.	15
Tabela 5: Frota - Mina Oeste, agosto/2016.	19
Tabela 6: Plano semanal de lavra - MUSA, junho/2016.....	24
Tabela 7: Análise granulométrica de amostras de ROM no plano semanal de lavra - Mina Oeste, junho/2016.....	26
Tabela 8: Primeira etapa de resolução do modelo.....	27
Tabela 9: Resultados completos da etapa 01. Todas as restrições foram atendidas.....	29
Tabela 10: Segunda etapa de resolução do modelo.....	30
Tabela 11: Resultados completos da etapa 02. Todas as restrições foram atendidas.....	32
Tabela 12: Terceira etapa de resolução do modelo.	33
Tabela 13: Resultados completos da etapa 03. Todas as restrições foram atendidas.....	35
Tabela 14: Dados gerais do problema proposto.	55
Tabela 15: Dados de carregamento para o problema proposto (EH: Escavadeira hidráulica; CR: Carregadeira sobre rodas).....	55
Tabela 16: Dados de transporte para o problema proposto (CFE: Caminhão fora-de-estrada).	55
Tabela 17: Especificações granulométricas para a alimentação da ITM Oeste.	56

1 - INTRODUÇÃO

A movimentação de rochas desde as frentes de lavra para usinas de beneficiamento ou pilhas de estéril é uma operação fundamental e que está presente nas mais diversas minas ao redor do mundo. Na mineração, essa é geralmente a atividade que demanda maior gasto, tanto inicial (aquisição dos equipamentos e construção de uma infraestrutura de transporte) quanto corrente (combustível/energia elétrica, mão de obra e manutenção) por parte do investidor e tem grande efeito sobre o desempenho econômico de uma mina, como salienta Quevedo (2009) *apud* Borges (2013).

Duas características específicas de um empreendimento mineiro que claramente afetam essa movimentação de material são a rigidez locacional e a exaustão das reservas, i.e., os depósitos minerais são bens não renováveis, limitados e que ocorrem na crosta terrestre de acordo com fenômenos geológicos naturais, não respeitando interesses econômicos e/ou políticos. Portanto, os corpos de minério não são cultivados ou manufaturados e podem estar localizados em regiões remotas e distantes dos principais mercados consumidores, no topo de serras ou em grandes profundidades, podem possuir pequena extensão lateral e grande variabilidade química.

Além disso, o transporte não agrega nenhum valor ao produto mineral, como acontece em etapas de beneficiamento, e deve ser realizado da maneira mais eficiente possível. Como na maior parte dos casos o carregamento e o transporte das rochas são feitos em conjunto por escavadeiras/carregadeiras e caminhões, respectivamente, é evidente a necessidade de um estudo tanto do dimensionamento da frota e equipes de manutenção quanto da melhor alocação desses equipamentos, o que pode ser feito com a utilização de *softwares* e princípios de pesquisa operacional (PO).

A pesquisa operacional visa a resolução de problemas gerenciais complexos através da utilização de modelos matemáticos, ou seja, é uma ciência do ramo administrativo que constitui no uso e aperfeiçoamento de técnicas numéricas com a finalidade de se tomar a decisão mais adequada possível diante de um problema que apresenta restrições ou escassez de recursos.

De acordo com Pinto (2002), se comparada com outros ramos da indústria, as aplicações de pesquisa operacional nas minas eram raras e tímidas até aquele momento. Entretanto, o que se observa atualmente é que o desenvolvimento e a difusão dos diversos *softwares* aplicados à mineração trouxe para o meio esse enfoque sistêmico na otimização de suas atividades.

1.1 - OBJETIVO

Este trabalho tem por objetivo estudar a alocação dos equipamentos de carregamento e transporte na Mineração Usiminas, em Itatiaiuçu-MG, e propor um modelo para a otimização desse processo.

2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A seguir, é apresentada a fundamentação teórica na qual esse trabalho se apoia, que pode ser dividida em dois assuntos principais. A primeira parte trata da Pesquisa Operacional (seção 2.1) e a segunda da Mineração Usiminas S. A. (seção 2.2).

2.1 - A PESQUISA OPERACIONAL

De acordo com Ackoff *et al.* (2016) de certo modo, desde os primórdios da humanidade, todo esforço para empregar ciência ou racionalidade à execução de sistemas e atividades pode ser visto como um predecessor da pesquisa operacional.

No mesmo sentido, Loesch e Hein (1999) discorrem sobre as origens desse empenho do homem em buscar alternativas satisfatórias para a realização de suas tarefas:

“A otimização faz parte da índole humana. Desde seu surgimento, o *homo sapiens* vem se dedicando a minimizar esforços e maximizar os retornos de alguma atividade por ele desenvolvida, que no princípio de sua existência limitava-se à própria sobrevivência.” (LOESCH; HEIN, 1999, p. 9)

Ackoff e Sasieni (1977, p. 2) fazem uma reflexão sobre a natureza da pesquisa operacional:

O termo PO parece ter sido empregado pela primeira vez em 1939, mas, como acontece com outras descobertas científicas, tão logo a atividade foi individualizada e batizada tornou-se possível fixar suas origens em épocas mais remotas da história da ciência e da sociedade. As ciências naturais, que constituem as disciplinas científicas mais antigas, só foram individualizadas e receberam nomes específicos há cerca de um século, mas, logo que identificadas, os estudiosos percorreram a história em sentido inverso e aplicaram os nomes novos a trabalhos muito mais antigos. Newton, por exemplo, era conhecido em seu tempo como “filósofo natural” e não “físico” como hoje.

Para Hillier e Lieberman (2010), as raízes da pesquisa operacional remontam ao século 16 e aos primórdios da Revolução Industrial, quando pequenas cooperativas de artesãos passaram a se estruturar em corporações cada vez maiores e mais complexas. No entanto, de fato, as primeiras utilizações do termo são atribuídas às forças armadas durante a Segunda Guerra Mundial. Devido ao esforço de guerra, havia a necessidade urgente de alocar recursos escassos nas várias operações militares e atividades decorrentes de maneira eficiente. Assim, os comandos militares americanos e britânicos convocaram um grande número de cientistas para aplicar uma abordagem técnica e racional a esses e outros problemas de ordem estratégica e tática.

Arenales *et al.* (2007) relaciona o surgimento do termo à invenção do radar na Inglaterra em 1934. Quatro anos mais tarde, o superintendente Albert Percival Rowe coordenava grupos para examinar a eficiência de operações de interceptação por radar na Estação de Pesquisa Manor

Bawdsey, em Suffolk. Essas foram, então, as primeiras equipes de PO propriamente denominadas, que dariam origem em 1941 à Seção de Pesquisa Operacional do Comando da Força Aérea de Combate.

Novamente, segundo Hillier e Lieberman (2010), com o fim da guerra e a vitória dos aliados surgiu o interesse de aplicar a PO além do ramo militar. Com o grande crescimento industrial em curso após 1945, os problemas causados pela crescente complexidade e especialização vieram à tona novamente. Ficou evidente para muitos investidores e especialistas que essas dificuldades eram semelhantes às vivenciadas no período da guerra, mas em um contexto diferente. No começo dos anos 50, esses indivíduos introduziram a pesquisa operacional a uma grande variedade de empresas privadas e instituições governamentais. A partir de então, esses conceitos foram consolidados, desenvolveram-se e espalharam-se pelo mundo.

Essa difusão foi muito facilitada pelo advento dos computadores modernos, que incorporam *softwares* que conseguem realizar cálculos e solucionar problemas matemáticos extremamente complexos e inviáveis ao trato puramente humano.

Atualmente, existem várias organizações que promovem o tema. Dentre elas, merecem um maior destaque a INFORMS – *Institute for Operations Research and Management Sciences* – localizada na Universidade de Maryland, nos EUA e a EURO – *Association of European Operational Research Societies* – com sede em Leeds, no Reino Unido.

No Brasil existe a SOBRAPO – Sociedade Brasileira de Pesquisa Operacional – que foi fundada no Rio de Janeiro (RJ) em 1969, um ano após a realização do primeiro simpósio nacional sobre o assunto, no Instituto Tecnológico da Aeronáutica, em São José dos Campos.

Pesquisa operacional é uma tradução direta da expressão inglesa *operational research* e é definida por Winston (2003) como uma abordagem científica para tomada de decisões, que procura determinar como melhor projetar e operar um sistema, usualmente sob condições que requerem a alocação de recursos escassos.

De acordo com Andrade (2004), PO constitui um campo de análise de decisão caracterizado pelo uso de técnicas e métodos científicos para se determinar a melhor utilização de recursos limitados e para a programação otimizada das operações de uma empresa.

“A pesquisa operacional é uma metodologia administrativa cujo arcabouço teórico agrega quatro ciências fundamentais para o processo de preparação, análise e tomada de decisão: a economia, a matemática, a estatística e a informática.” (ANDRADE, 2004, prefácio à 3ª edição).

Portanto, a pesquisa operacional pode ser definida como uma aplicação interdisciplinar de modelos matemáticos e algoritmos a atividades, processos ou sistemas – sobretudo, complexos – a fim de facilitar a tomada de decisões acerca dos mesmos e, conseqüentemente, proporcionar melhorias de performance e rendimento.

Pinto (2002) divide um estudo de pesquisa operacional em cinco etapas principais, a saber:

I - Formulação do problema;

É fundamental que o problema em questão seja clara e corretamente definido segundo seus objetivos, cursos de ações, restrições e efeitos.

II - Construção de um modelo representativo do sistema;

A etapa II é a tradução em linguagem matemática da etapa I.

Wagner (1975) afirma que a construção do modelo é o cerne da pesquisa operacional e que um modelo preciso resolvido de forma aproximada pode ser mais valioso que um modelo errôneo resolvido de maneira exata.

Andrade (2004) ressalta que mesmo um sistema real e complexo tem seu comportamento governado por um número reduzido de variáveis principais, as quais um modelo representativo deve, obrigatoriamente, contemplar. As demais devem ser desprezadas.

III - Solução do modelo;

A solução para um modelo é produzida através do uso de técnicas e ferramentas adequadas. Dentre as várias soluções viáveis que um problema pode apresentar, existe apenas uma que é denominada ótima e resulta na melhor performance para a atividade ou processo. Nem sempre é possível implementá-la. Nesse contexto, cabe ao gestor responsável a tarefa de decidir qual das soluções viáveis é a mais satisfatória e garante o melhor rendimento.

IV - Verificação e validação do modelo;

Antes de testar a solução escolhida, se faz necessário revisar o modelo, apurar se é realmente representativo e, então, ratificá-lo.

De acordo com Arenales *et al* (2007), às vezes uma simples análise da solução do modelo é suficiente para evidenciar suas inconsistências, outras vezes, as falhas são identificadas somente após a sua operação prática.

V - Implementação dos resultados obtidos.

A última fase do estudo é empírica e é quando se pratica a solução gerada.

Arenales *et al.* (2007) conclui:

“A solução do modelo apoia o processo de tomada de decisões, mas em geral diversos outros fatores pouco tangíveis, não quantificáveis, também devem ser levados em consideração para a decisão final.” (ARENALLES *et al.* 2007, p. 4)

A figura 1 mostra que a modelagem é um processo cíclico e de melhoria contínua.

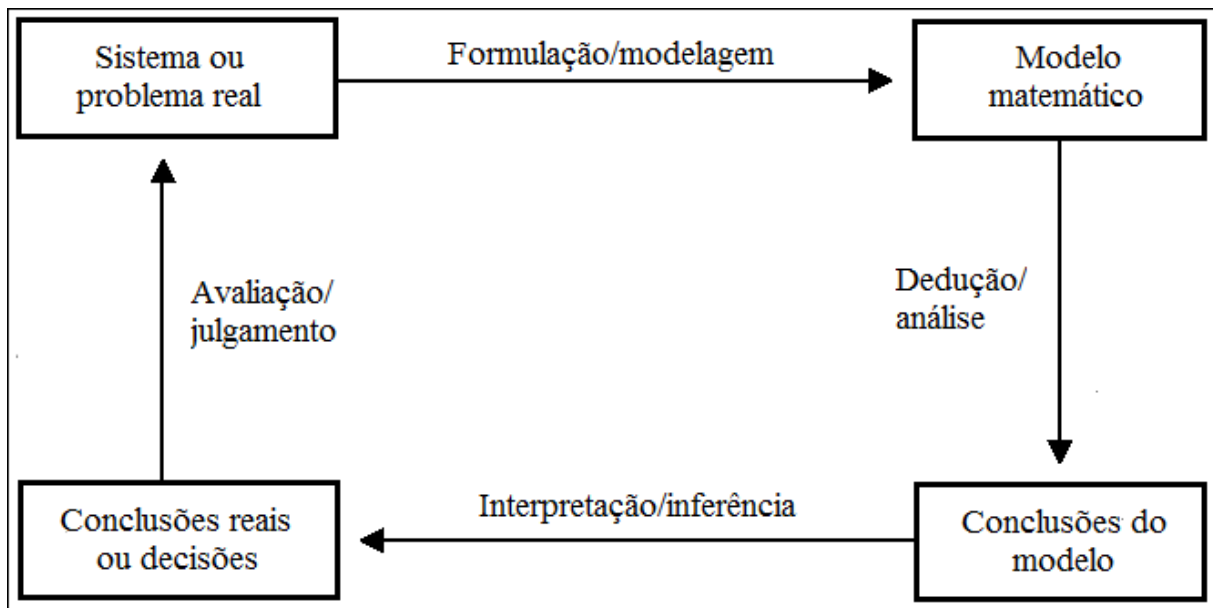


Figura 1: Processo de modelagem.
 FONTE: Arenales *et al* (2007).

2.1.1 - A PESQUISA OPERACIONAL NA MINERAÇÃO

Os empreendimentos mineiros se mostraram resistentes à utilização de pesquisa operacional nas suas atividades, sobretudo no Brasil, onde pequenas empresas de propriedade familiar são maioria, como mostram a figura 2 e a tabela 1.



Figura 2: Porte das minas em atividade no Brasil.
 FONTE: IBRAM (2015).

Tabela 1: Estrutura empresarial da indústria extrativa mineral brasileira por porte de empresas - 2011.

Porte das Mineradoras pelo Número de Funcionários	Número de Empresas [%]	Pessoal Ocupado [%]	Remunerações [%]
Microempresas (Até 19 funcionários)	86,9	18,3	4,7
Pequenas Empresas (De 20 a 99 funcionários)	11,0	24,5	13,3
Médias Empresas (De 100 a 499 funcionários)	1,6	17,3	18,5
Grandes Empresas (Acima de 499 funcionários)	0,5	39,8	63,5
Total	100,0	100,0	100,0

FONTE: IBRAM; SINFERBASE (2015).

A partir dos anos 2000, a escalada de preços das commodities minerais causou a entrada ou a intensificação da atuação de grandes *players* nacionais e internacionais na mineração, provocando um aumento de competitividade e um inchaço nos negócios do ramo. Obrigatoriamente, foi dado um maior enfoque sistêmico e estratégico às suas atividades. Assim, trabalhos relacionando PO ao planejamento operacional das minas começaram a surgir e alguns deles são descritos a seguir, em ordem cronológica.

Ramos Neto (2004) criou um conjunto de módulos para a utilização no programa de simulação ARENA. Além da alocação dos equipamentos, os módulos representam também as atividades de lavra como carregamento, deslocamento, descarga e manutenção.

Costa (2005) desenvolveu e testou um modelo de programação linear para a alocação estática de caminhões. Os resultados se mostraram satisfatórios para um caso fictício.

Moraes (2005) propôs um modelo de programação linear para melhoria da blendagem dos produtos de minério de ferro estocados nos pátios da mina Cauê, da Vale S. A., em Itabira. O objetivo era fazer com que as misturas finais de minérios atendessem às especificações de quantidade e qualidade exigidas pelos clientes da mineradora. Segundo a autora, o estudo desenvolvido foi válido e o sistema bem sucedido.

Alves (2007) também usou a programação linear para resolver problemas de planejamento de lavra e mistura de minérios. De acordo com ele, os resultados computacionais mostraram que o sistema desenvolvido foi capaz de gerar soluções ótimas rapidamente, facilitando a tomada de decisão por parte do usuário.

Araújo (2008) elaborou um modelo para planejamento de lavra com alocação dinâmica de caminhões, isto é, um mesmo caminhão pode ser alocado em mais de uma frente, não se restringindo apenas ao deslocamento permanente entre dois pontos fixos, como ocorre no modelo estático – ver figura 3. Para testar e validar o método foram utilizados 8 cenários reais de uma mineradora de ferro localizada no Quadrilátero Ferrífero.

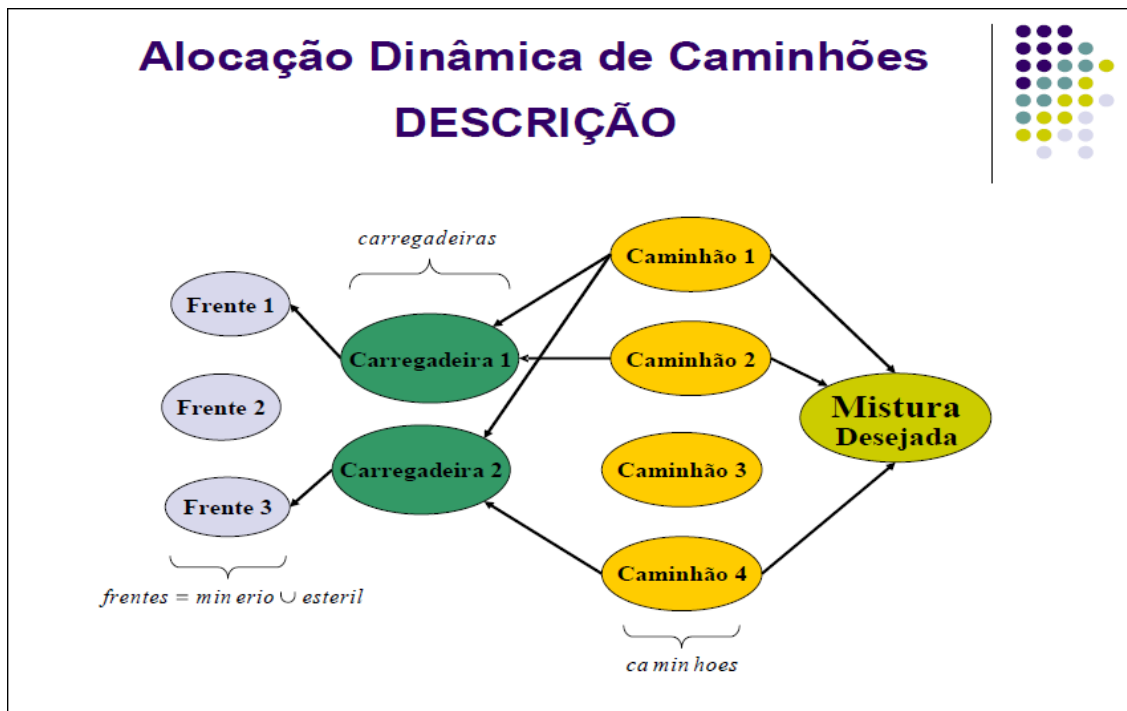


Figura 3: Alocação dinâmica de caminhões.
 FONTE: Araújo (2008).

Quevedo (2009) desenvolveu um modelo de simulação para as atividades de carregamento e transporte de uma mina a céu aberto ainda em fase de implantação.

Alexandre (2010), em seu estudo, procurou otimizar e simular o despacho de veículos em uma mina a céu aberto. Os algoritmos aplicados por ele foram o NSGA-II (*Non-Sorting Genetic Algorithm II*) e SPEA-2 (*Strenght Pareto Evolutionary Algorithm 2*) e ambos se mostraram exatos.

Pantuzza Jr. (2011) também focou seu trabalho no planejamento operacional de lavra a céu aberto, considerando a alocação dinâmica de caminhões por programação linear.

Souza Jr. (2012) utilizou um estudo de caso de seleção de caminhões rodoviários para o transporte de bauxita em uma mineradora do estado de Minas Gerais, valendo-se da metodologia de auxílio multicritério à decisão. Assim, foi criada um procedimento que pode ser adaptado para atender novos processos de aquisição ou substituição dos equipamentos em diversas mineradoras.

Martins (2013) apresentou um modelo de simulação e um de programação linear inteira mista para alocar os equipamentos de carregamento da mina de Brucutu, sob concessão da Vale S. A. Foram abordadas as frotas de perfuratrizes, caminhões, carregadeiras e escavadeiras, além das frentes de lavra, depósitos de minério, pilhas de esteril e britadores. O modelo de simulação interage com o modelo matemático e executa o resultado deste último, conforme ilustra a figura 4, a seguir.

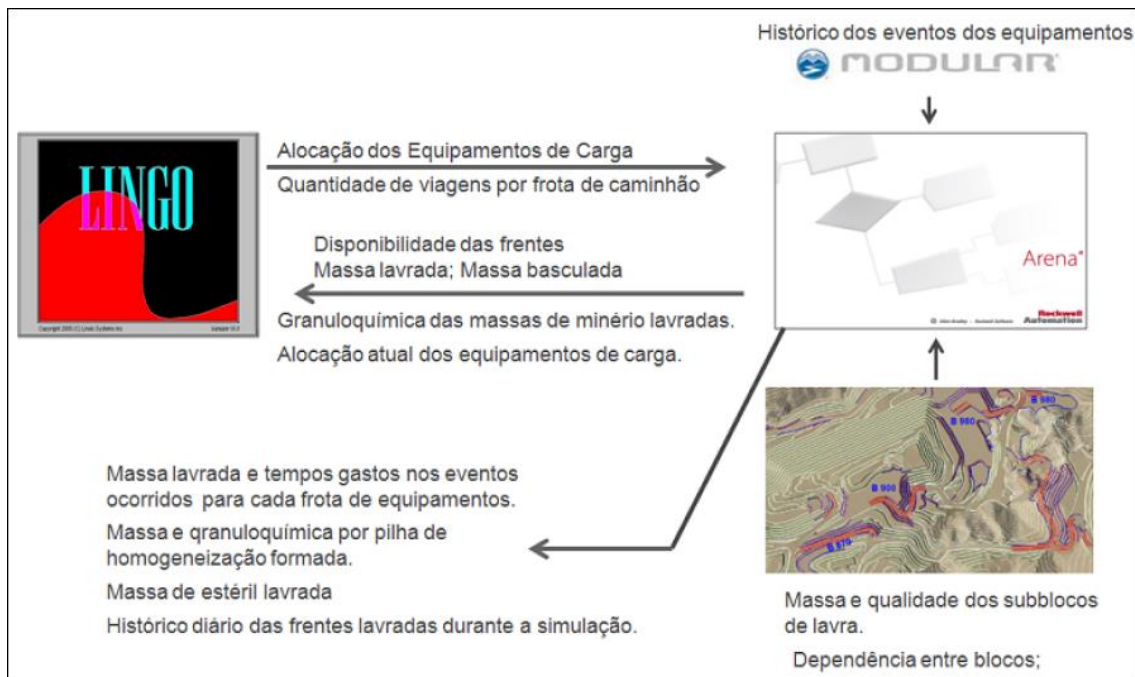


Figura 4: Interação entre otimizador (LINGO) e simulador (ARENA).
FONTE: Martins (2013).

Pereira (2016) utilizou o programa ARENA para simular as operações de mina na Mineração Usiminas S. A. Com o auxílio do programa Minitab, foi dado um tratamento estatístico a alguns dados coletados através do Smartmine – *software* de monitoramento instantâneo das atividades de lavra – como produtividade dos caminhões, cargas e velocidades médias das viagens. Assim, foi possível validar os modelos criados e ter uma visão mais ampla dos processos.

Os projetos científicos expostos acima se concentram na área de planejamento de lavra, que tem por objetivo principal o máximo aproveitamento econômico das reservas minerais e é encarado pelas empresas do ramo como ferramenta de sustentabilidade na elaboração e desenvolvimento do seu plano de mineração a longo, médio e curto prazo. É, também, o setor intermediário entre as operações de lavra e o beneficiamento mineral, e deve garantir que ambos desenvolvam suas funções de maneira eficiente e harmônica.

Portanto, o planejamento de lavra é uma área criativa e estratégica, que demanda significativos níveis de experiência prática e conhecimento científico para a elaboração das diretrizes de atuação e funcionamento das mineradoras. É nele que a pesquisa operacional pode ser amplamente aplicada para melhorar a performance das atividades minerárias.

A pesquisa operacional engloba vários tópicos como teoria das filas, simulação, teoria dos jogos, programação dinâmica, PERT/CPM, etc. Este trabalho se atém apenas à utilização de técnicas de programação linear, que serão abordadas a seguir.

2.1.2 - A PROGRAMAÇÃO LINEAR

Segundo Bazaraa, Jarvis e Sherali (2010), a primeira concepção de um problema de programação linear (PPL) é creditada a George B. Dantzig por volta de 1947, enquanto trabalhava no desenvolvimento de uma ferramenta de planejamento mecanizado para despachos, treinamentos e logística na força aérea americana. Apesar de o matemático e economista soviético L. V. Kantorovich ter formulado e resolvido um problema desse tipo para planejamento e organização em 1939, seu trabalho permaneceu desconhecido até 1959.

Shamblin e Stevens Jr. (1989) conceituam a programação linear:

“A programação linear é um meio matemático de designar um montante fixo de recursos que satisfaça certa demanda de tal modo que alguma função-objetivo seja otimizada e ainda se satisfaça a outras condições definidas.” (SHAMBLIN; STEVENS JR, 1989, p. 263)

De acordo com Kulej (2011), um modelo de programação matemática, seja ele linear, não linear, inteiro ou misto, é definido por um sistema de equações e expressões relacionadas que descrevem a essência de um problema. Seus principais elementos são:

- **Variáveis de Decisão:** São as decisões quantitativas que devem ser tomadas, aqueles valores que se deseja determinar.
- **Função Objetivo:** É uma medida apropriada de performance que é expressa como uma função matemática das variáveis de decisão e que se deseja otimizar, i.e., maximizar (lucro, produção) ou minimizar (custos, tempo).
- **Restrições:** São as condicionantes ou limitações que todo problema possui. Também são expressas em função das variáveis de decisão.
- **Parâmetros do Modelo:** São as constantes ou coeficientes presentes na função objetivo e nas restrições.

Como o próprio nome sugere, em um problema de programação linear tanto a função objetivo como as restrições são descritas por relações lineares.

Uma função $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ de x_1, x_2, \dots, x_n é uma função linear se, e somente se, para um conjunto de constantes c_1, c_2, \dots, c_n , $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$. Por exemplo, $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1 + 0,5x_2 - x_3$ é uma função linear de x_1, x_2 e x_3 , mas $f(x_1, x_2) = x_1^2x_2$ não é uma função linear de x_1 e x_2 .

Para qualquer função linear $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ e qualquer valor b , as desigualdades $f(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b$ e $f(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq b$ são desigualdades lineares. Portanto,

$2x_1 + 0,5x_2 - x_3 \leq 4$ é uma desigualdade linear, porém $x_1^2x_2 - x_3 \geq 9$ não é uma desigualdade linear.

Assim, um modelo matemático genérico para um problema de programação linear pode ser dado por:

$$[Max. ou \min.] z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \rightarrow \text{função objetivo}$$

$$\left. \begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n [\leq, \geq, =] b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n [\leq, \geq, =] b_2 \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n [\leq, \geq, =] b_m \end{array} \right\} \text{Restrições}$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0 \rightarrow \text{Restrição de não negatividade}$$

Na tabela 2, Bazaraa, Jarvis e Sherali (2010) propõem uma forma padrão e outra canônica para a representação de um problema de programação linear.

Tabela 2: Forma padrão e canônica.

	PROBLEMA DE MINIMIZAÇÃO	PROBLEMA DE MAXIMIZAÇÃO
FORMA PADRÃO	$\text{Minimizar } \sum_{j=1}^n c_j x_j$ $\text{Sujeito a } \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i, i = 1, \dots, m$ $x_j \geq 0, j = 1, \dots, n$	$\text{Maximizar } \sum_{j=1}^n c_j x_j$ $\text{Sujeito a } \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i, i = 1, \dots, m$ $x_j \geq 0, j = 1, \dots, n$
FORMA CANÔNICA	$\text{Minimizar } \sum_{j=1}^n c_j x_j$ $\text{Sujeito a } \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i, i = 1, \dots, m$ $x_j \geq 0, j = 1, \dots, n$	$\text{Maximizar } \sum_{j=1}^n c_j x_j$ $\text{Sujeito a } \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i, i = 1, \dots, m$ $x_j \geq 0, j = 1, \dots, n$

FONTE: Bazaraa, Jarvis e Sherali (2010).

Ainda segundo eles, uma notação matricial, como se segue, pode ser mais conveniente.

$$f(x) = c^T x$$

$$Ax = b$$

$$x \geq 0$$

Em que:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix};$$

$$c^T = [c_1 \quad c_2 \quad \dots \quad c_n];$$

$$x^T = [x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_n];$$

$$b^T = [b_1 \quad b_2 \quad \dots \quad b_n].$$

Para que um problema de otimização constitua uma programação linear, algumas considerações que estão implícitas na formulação acima se fazem necessárias. São as chamadas hipóteses de linearidade, que serão brevemente discutidas a seguir.

- **Proporcionalidade:** A contribuição de cada variável de decisão ao valor da função objetivo z é proporcional ao seu valor x_j e é representada pelo termo $c_j x_j$. Similarmente, a contribuição de cada variável de decisão à cada restrição é proporcional ao seu valor x_j e é representada pelo termo $a_{ij} x_j$.
- **Aditividade:** A função objetivo e as restrições de um problema de programação linear são as somas das contribuições individuais associadas a cada uma das variáveis de decisão.
- **Divisibilidade:** As variáveis de decisão são contínuas e podem assumir qualquer valor que satisfaça às restrições do problema de programação linear.
- **Certeza:** O valor atribuído a cada parâmetro de um problema de programação linear é presumidamente constante, ou seja, utiliza-se modelos determinísticos e não estocásticos. Normalmente são empregadas as médias de variáveis aleatórias que seguem uma distribuição de probabilidades qualquer.

Segundo Prado (2007), a programação linear tem no computador – inventado na década de cinquenta – o seu principal aliado. Wagner (1975) afirma que há uma dependência no uso dos computadores devido à complexidade dos modelos matemáticos, o volume de dados a serem manipulados e o número de iterações a serem realizadas. São vários *softwares* destinados primordialmente e exclusivamente a esse fim e inúmeros outros que possuem ferramentas de otimização como uma extensão de suas funções principais ou uma aplicação secundária.

O LINGO, *software* utilizado nesse trabalho, é um dos mais famosos programas projetados para modelar e resolver problemas de otimização. Grande parte do seu sucesso é devido à sua

linguagem simples e objetiva, sua compatibilidade com programas de armazenamento de dados e sua rapidez na realização de cálculos e iterações.

2.2 - A MINERAÇÃO USIMINAS S. A.

A Mineração Usiminas S. A. – MUSA – é uma unidade de extração e beneficiamento de minério de ferro localizada em Itabaiçu - MG. A empresa é referida como o início da cadeia de valor do grupo Usiminas (Usinas Siderúrgicas de Minas Gerais S.A.) que foi fundado pelo Governo JK em 1956 e tem sede em Belo Horizonte. Notadamente um dos maiores conglomerados industriais do país, com ações comercializadas nas bolsas de valores de São Paulo, Madrid e Nova Iorque, compreende subsidiárias nos setores de mineração, logística, siderurgia, transformação do aço e produção de bens de capital que estão distribuídas por seis estados do Brasil – ES, MG, PE, RJ, RS e SP – conforme ilustrado na figura 5. A companhia possui ainda escritórios na Europa e Caribe.



Figura 5: Negócios do Grupo Usiminas no Brasil.
FONTE: USIMINAS (2014).

A Mineração Usiminas é fruto da aquisição, em 2008, da Mineração J. Mendes Ltda., da Somisa (Siderúrgica Oeste de Minas Gerais Ltda.), da Global Mineração Ltda. e da Ouro Negro Mineração S.A. por cerca de US\$ 1,4 bilhão, além do posterior arrendamento de direitos

minerários e compra de ativos pertencentes à MBL (Materiais Básicos Ltda.) na região. Também foram firmados acordos de cooperação com a Ferrous Resources do Brasil com a finalidade de liberar reservas minerais existentes e que, por questões de limites dos terrenos, não poderiam ser extraídas individualmente. Essas reservas - Minas Oeste, Central e Leste e jazidas Camargos e Pau de Vinho - foram então avaliadas em 550 milhões de toneladas de minério de ferro e um recurso potencialmente lavrável de aproximadamente 2,6 bilhões de toneladas. A MUSA integra o grupo de controle, detendo 20% do capital votante, da MRS Logística e possui ainda um terreno portuário de 850 mil m² em Itaguaí, na Baía de Sepetiba - RJ onde está prevista a construção do chamado Superporto Sudeste. Ao transferir todos esses ativos, a Usiminas criou sua subsidiária de mineração com um valor de mercado inicial de US\$ 6,4 bilhões e prometeu investimentos da ordem de R\$ 4 bilhões até 2015.

A figura 6, abaixo, mostra a localização dos decretos e minas da MUSA bem como as malhas de transporte ferroviário e rodoviário da região que se interligam através de três terminais de carga principais.

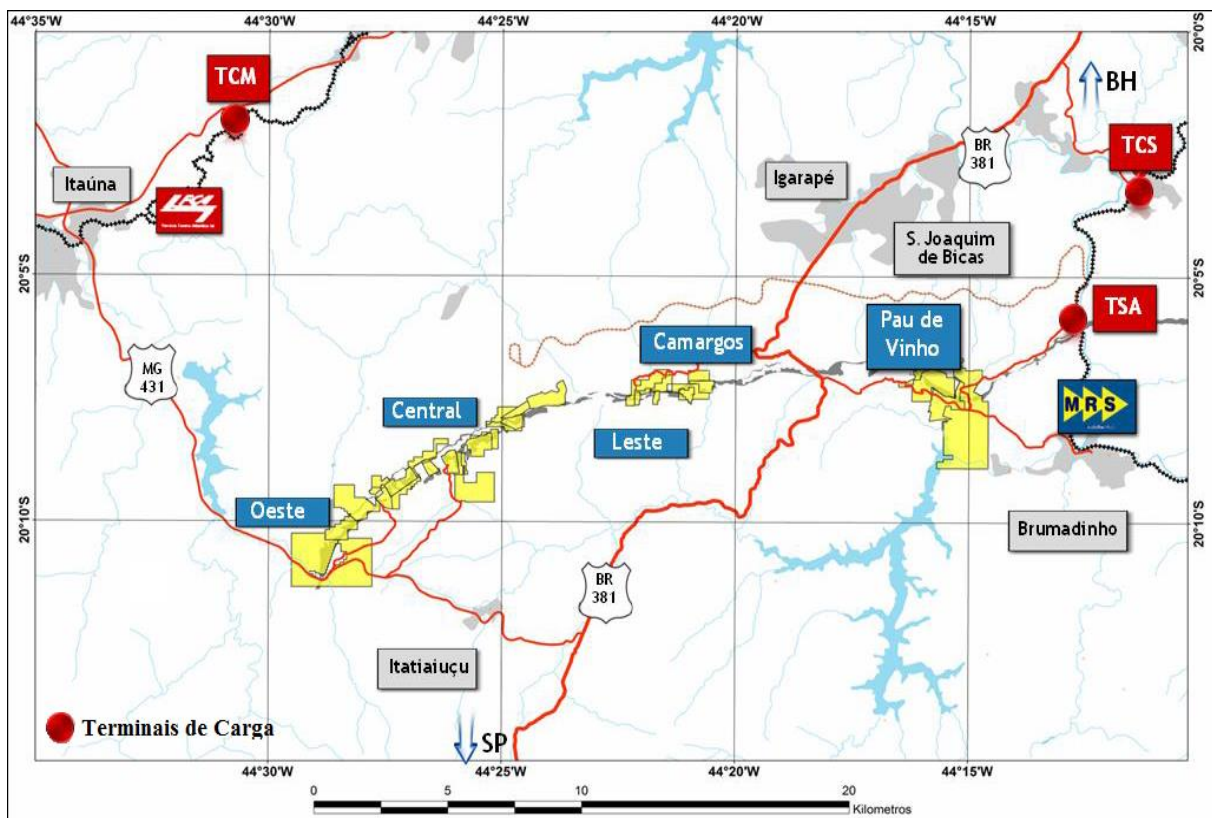


Figura 6: Localização da MUSA na região central de Minas Gerais.
 FONTE: Pereira (2016).

“Por uma decisão estratégica, a Usiminas optou em adquirir reservas de minério de ferro. Antes disso, ela sempre comprava o insumo de terceiros. Com a escalada de preços na década passada, começando em 2004 e 2005, várias siderúrgicas optaram em adquirir reservas de minério de ferro para se proteger das flutuações do preço”, como explicou o diretor executivo da Mineração Usiminas, Wilfred Theodoor Bruijn, à revista Minérios & Minerais, em 2013.

Segundo o Sumário Mineral 2014, do DNPM, em 2013 a mineradora foi citada como a quarta maior produtora de minério de ferro do país - Vale S. A. (1°); Samarco S. A. (2°); CSN (3°) - sendo responsável por 1,7% da produção nacional de 386,3 Mt.

Em 2010, 30% da mineradora foram repassados à japonesa Sumitomo Corporation por US\$ 1,9 bilhão para a formação de uma *Joint Venture*. Ainda nesse ano foi firmado um contrato com a MMX para a lavra da jazida de Pau de Vinho cujos direitos minerários pertencem à Usiminas. O ativo, vizinho às minas Tico Tico e Ipê, ambas de propriedade da mineradora de Eike Batista, foi arrendado por 30 anos e em troca a PortX, através da subsidiária LLX, embarcaria minério de ferro da MUSA de acordo com as seguintes quantidades anuais: 2012 - 3 milhões de toneladas; 2013 - 4 milhões de toneladas; 2014 - 8 milhões de toneladas; 2015 - 12 milhões de toneladas; 2016 - 12 milhões de toneladas. O compromisso entre as partes foi sujeito à cláusula de *take-or-pay* de 80% sobre os volumes anuais acertados. Com a falência do grupo EBX o porto ainda não saiu do papel e, de certa forma, emperrou a expansão da Mineração Usiminas que cobra em juízo uma multa pelo descumprimento do tratado.

Durante o ano de 2016, a MUSA, assim como grande parte das mineradoras de ferro, sofreu com os baixos preços da commodity devido à retração no volume de compras por parte dos chineses. O valor do minério (62% Fe) no porto de Qingdao, que atingiu US\$ 190/ton em 2011, abriu o ano em torno dos US\$ 40/ton com os estoques do produto no país asiático somando mais de 110 milhões de toneladas. Essa decadência é ainda mais cruel com as mineradoras da região de Serra Azul que lavram um material geologicamente muito heterogêneo, de mais baixo teor e enfrentam problemas de logística mais acentuados que em outras áreas do Quadrilátero Ferrífero.

Esses acontecimentos resultaram em uma queda na produção da companhia nos últimos anos, como mostra a tabela 3.

Tabela 3: Produção anual da Mineração Usiminas.

Produção Anual - MUSA (Milhões de toneladas)								
2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017*
5,48	6,84	6,33	6,65	6,52	6,07	3,87	2,2	2,2

*Projeção.

FONTE: Mineração Usiminas.

O cenário atual de baixos preços não era previsto pela empresa que projetava um volume de produção muito superior. O primeiro pacote de expansões idealizado pela Usiminas recebeu o nome de projeto friáveis e tinha por objetivo aumentar a capacidade produtiva da MUSA para 12 milhões de toneladas anuais já em 2013, a partir de um investimento de R\$ 600 milhões. Com a implantação do segundo – Projeto Compactos – a expectativa era de suprir completamente a demanda de minério de ferro da unidade siderúrgica própria (12 - 14 Mtpa), sua cliente preferencial, e exportar o excedente. A figura 7 apresenta os planos de produção da Mineração Usiminas.

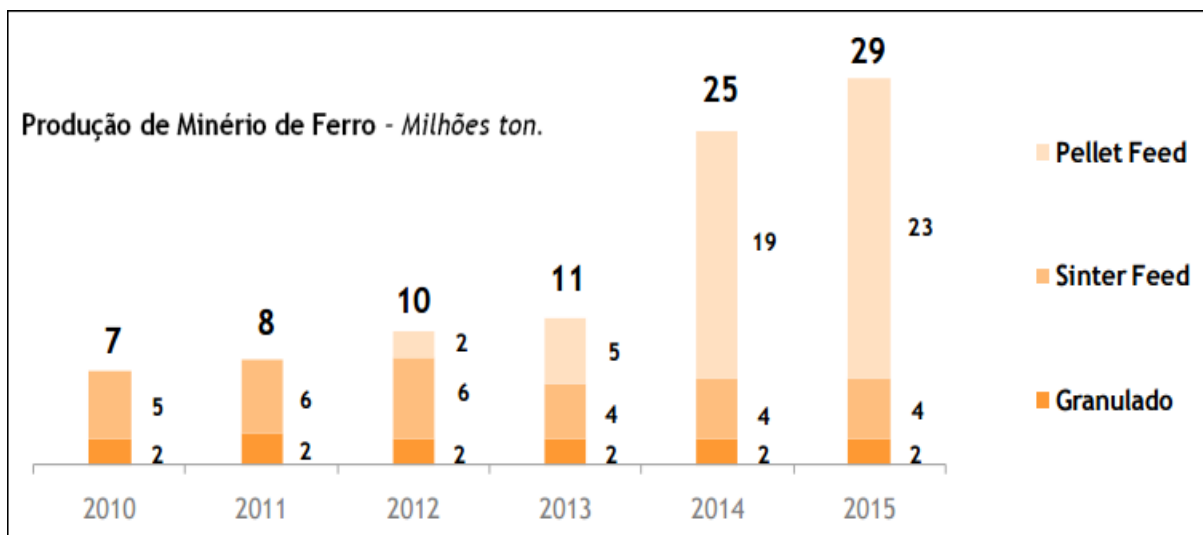


Figura 7: Metas de produção da MUSA para o período de 2010 - 2015: 90 milhões de toneladas em 6 anos.
 FONTE: USIMINAS.

Com o desaquecimento do mercado os planos iniciais foram adiados e os cortes de pessoal foram profundos. A mineração que chegou a contar com um efetivo de 1.515 funcionários próprios em 2011 teve seu quadro reduzido aos atuais 480 colaboradores diretos e quatro das cinco usinas de tratamento de minério da empresa estão paralisadas. Apenas a ITM Oeste continua em funcionamento produzindo granulados, *sinter feed* e *pellet feed* conforme mostra a tabela 4.

Tabela 4: Produção diária - ITM Oeste, 26 de janeiro/2016.

CONTROLE DE QUALIDADE X PRODUÇÃO DIÁRIA (26/01/2016)							
Produto	Produção [t]	Fe [%]	SiO ₂ [%]	P [%]	Mn [%]	Al ₂ O ₃ [%]	PPC [%]
Granulado Grosso	1.409,50	59,14	4,25	0,118	0,090	2,17	8,82
Granulado Fino	1.655,32	60,16	4,31	0,114	0,104	1,71	7,90
<i>Sinter Feed</i>	3.502,35	62,27	4,77	0,077	0,149	1,13	4,61
<i>Pellet Feed</i>	2.100,09	66,42	2,06	0,050	0,081	0,49	2,30

FONTE: Mineração Usiminas.

O beneficiamento é realizado em etapas. Na primeira ocorrem as britagens primária e secundária, o peneiramento, a lavagem e a classificação granulométrica do material alimentado. Neste estágio o produto gerado é o granulado.

A segunda etapa do processo é a concentração, de onde irão se originar o *sinter feed* e o *pellet feed*, através da utilização de equipamentos como jigues, espirais e separadores magnéticos.

Os produtos finais, resultantes desse tratamento, são disponibilizados para a equipe de controle de pátio, da gerência de qualidade. Esse setor realiza as atividades de formação dos lotes e

estocagem para que em seguida o pessoal de logística desenvolva as operações de escoamento rodoviário e, posteriormente, ferroviário (figura 8). O rejeito é bombeado e disposto em barragens de rejeito e captação de água mantidas pela empresa.

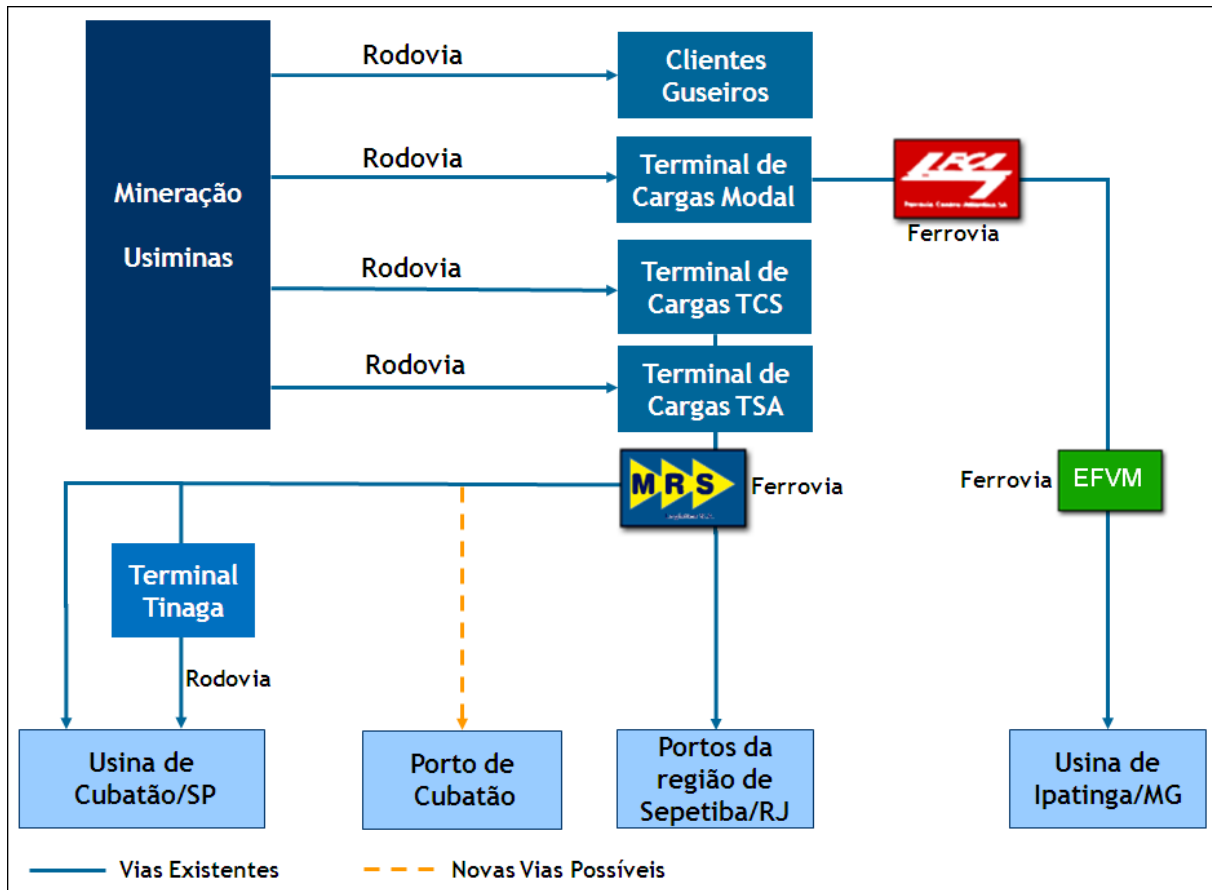


Figura 8: Logística da MUSA.
 FONTE: Pereira (2016).

A verificação dos produtos é feita através de amostragens tomadas durante o processo de beneficiamento e enviadas para o laboratório da própria mineradora para análises físicas e químicas. Também existe o acompanhamento nos pátios de estocagem e nos terminais de carga ferroviários.

Logicamente, as atividades de lavra também foram minimizadas e estão restritas, desde meados de 2015, à mina Oeste e a extração ocorre apenas durante o dia. Trabalhos de prospecção, pesquisa mineral e atualização a longo prazo do modelo geológico estão inativos.

A frota de transporte operante na mina encontra-se limitada a quatorze caminhões fora de estrada Randon Perlini RDP 490 e seis equipamentos de carregamento (duas escavadeiras Liebherr R9250, três escavadeiras Liebherr R9100 e uma carregadeira sobre rodas Caterpillar 992K) que em conjunto devem movimentar cerca de 10,5 milhões de toneladas de rocha em 2016. Com boa parte do maquinário paralisado, apesar de disponível, esse volume é significativamente inferior ao de anos anteriores, como pode-se observar no gráfico seguinte, da figura 9.

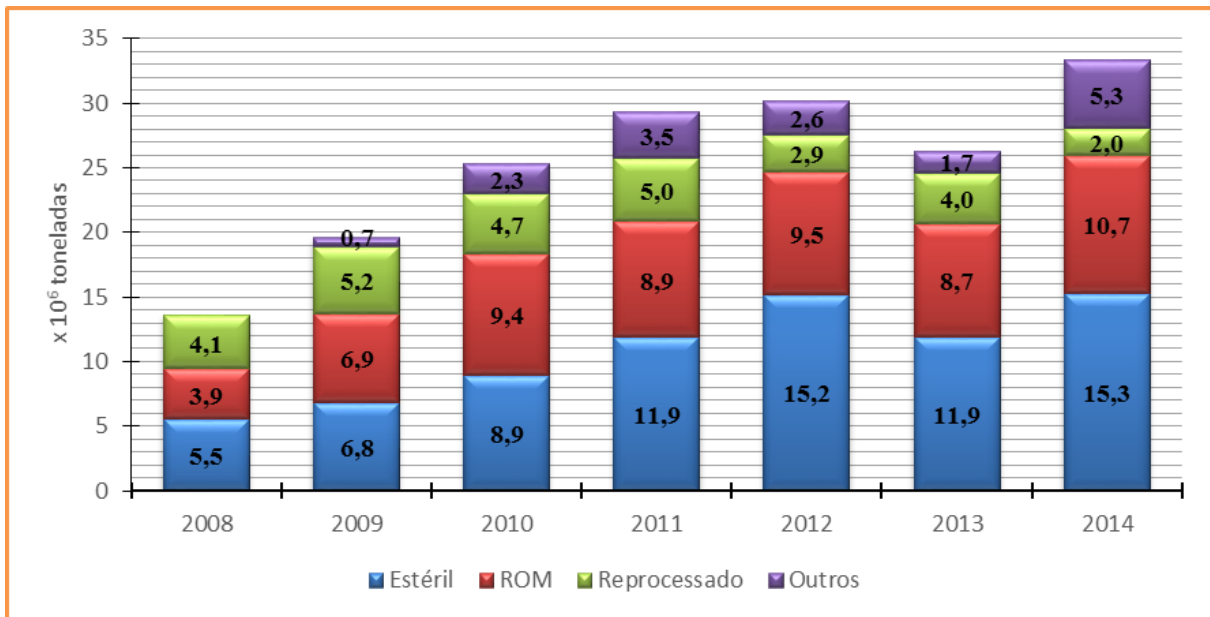


Figura 9: Movimentação de rochas na Mineração Usiminas.
 FONTE: Pereira (2016).

Definições:

- **Estéril:** é um material proveniente das frentes de lavra que, por razões físicas e/ou químicas, não pode ser aproveitado economicamente e não deve ser beneficiado, pois a partir dele não é possível obter um produto que atende às especificações de mercado ou que sequer pode compor uma eventual mistura. Portanto, é retirado para viabilizar a extração de minério e deve ser estocado em pilhas, fora dos limites da lavra.
- **ROM (*run of mine*):** minério proveniente das frentes de lavra que deve ser beneficiado nas ITMs para a geração de produtos finais com valor agregado e qualidade adequada;
- **Reprocessado:** material com potencial econômico e que foi processado por outras mineradoras que operavam na região e posteriormente estocado devido a sua granulometria fina. É dosado na alimentação das usinas para a produção de *pellet feed*;
- **Outros:** qualquer tipo de material transportado e utilizado em serviços auxiliares, como manutenção de estradas de mina e construção de leiras de proteção lateral de vias e praças de trabalho.

Nas passagens de rochas compactas o desmonte é feito por explosivos granulados do tipo ANFO em furos com 8” de diâmetro e, em geral, 10 metros de profundidade. No entanto, boa parte dos avanços na Mina Oeste acontecem em material friável que pode ser diretamente escavado pelos equipamentos de carga, como mostrado na figura 10, a seguir.



Figura 10: Avanço em material friável na cava Vênus da mina Oeste.
FONTE: Acervo pessoal.

Atualmente, a Mineração Usiminas é o centro de uma disputa judicial entre seus dois controladores sobre a redução do caixa da mineradora, que fechou o ano passado em 1,3 bilhão de reais. A Usiminas precisa cumprir um acordo com credores que envolve a retirada de 700 milhões de reais do capital social da MUSA, operação que foi rejeitada pela Sumitomo. A siderúrgica brasileira busca anular legalmente o veto do sócio japonês até junho de 2017 para que o refinanciamento de sua dívida seja aprovado.

3 - METODOLOGIA

A metodologia adotada para a execução deste trabalho é simples e está relatada nas duas seções seguintes. Em Modelo Matemático (3.1) é mostrado como o modelo de programação linear foi desenvolvido a partir das especificidades de produção da empresa. Em Banco de Dados (3.2) expõe-se a maneira como os dados utilizados foram reunidos.

3.1 - MODELO MATEMÁTICO

Como foi dito anteriormente, devido à queda nos preços do minério de ferro e à crise siderúrgica nacional que afeta seu principal comprador, a Mineração Usiminas buscou reduzir significativamente sua produção. Assim, a frota ativa de carregamento e transporte encontra-se limitada aos equipamentos listados a seguir na tabela 5:

Tabela 5: Frota - Mina Oeste, agosto/2016.

CARREGAMENTO			
Modelo	Nº Máximo de Equipamentos Disponíveis	Capacidade de Carga [m ³]	Produtividade Máxima* [t/h]
EH R9100	3	7,0	2.354,0
CR CAT992	1	12,3	3.557,0
EH R9250	2	15,0	4.292,0

TRANSPORTE		
Modelo	Nº Máximo de Equipamentos Disponíveis	Capacidade de Carga Nominal (Payload) [t]
CFE RDP 490	14	95,0

*Utilização e disponibilidade física iguais a 100%.

Como existe um único tipo de caminhão operando na lavra atualmente, o modelo matemático desenvolvido refere-se apenas à destinação dos diferentes equipamentos de carregamento e à determinação do ritmo de extração em cada frente lavra, i.e., não há a necessidade de se alocar os caminhões.

A seguir apresenta-se um modelo matemático genérico, baseado em Pinto (2002), para esse tipo de problema.

Seja:

\underline{M} = Conjunto das frentes de minério;

\underline{E} = Conjunto das frentes de estéril;

\underline{P}_i = Ritmo de lavra da frente i [t/h];

$\underline{x}_{ji} = \begin{cases} 0, & \text{se o equipamento de carga } j \text{ não trabalha na frente } i. \\ 1, & \text{se o equipamento de carga } j \text{ trabalha na frente } i. \end{cases}$

\underline{t}_{vi} = Teor da variável v na frente i [%];

\underline{Linf}_v = Teor mínimo admissível para a variável v [%];

\underline{Lsup}_v = Teor máximo admissível para a variável v [%];

\underline{Pmin}_j = Produção mínima admissível para o equipamento de carga j [t/h];

\underline{Pmax}_j = Produção máxima admissível para o equipamento de carga j [t/h];

\underline{R} = Relação estéril minério mínima requerida;

\underline{P}_{req} = Produção mínima requerida [t/h];

\underline{Cap} = Capacidade dos caminhões [t];

\underline{TCarga} = Tempo médio de carregamento dos caminhões [min];

\underline{TC}_i = Tempo médio de ciclo para a frente i [min];

\underline{Nmax}_i = Número máximo de caminhões, obtido pela divisão do tempo de ciclo total pelo tempo de carga, para cada frente i ;

\underline{Ncam}_i = Número de caminhões na frente i .

- Função Objetivo:

$$\text{Maximizar a produção de minério} = \text{Max} \sum_{i \in M} P_i$$

- Restrições de Qualidade:

$$Linf_v \leq \frac{\sum_{i \in M} (P_i \cdot t_{vi})}{\sum_{i \in M} P_i} \leq Lsup_v \quad \forall v$$

Definição do teor da substância química v na mistura final de minérios, que é dado pela média dos teores de v nas frentes de lavra i ponderada pelas produções P em cada avanço. O teor deve estar compreendido entre um limite inferior $Linf_v$ e um superior $Lsup_v$ determinados pela área de tratamento de minérios da empresa.

$$\sum_{i \in M} [P_i \cdot (t_{vi} - Linf_v)] \geq 0 \quad \forall v \quad (1)$$

Restrição quanto ao limite mínimo $Linf$ para o teor da substância química v na mistura de minérios para alimentação da planta de beneficiamento.

$$\sum_{i \in M} [P_i \cdot (t_{vi} - Lsup_v)] \leq 0 \quad \forall v \quad (2)$$

Restrição quanto ao limite máximo $Lsup$ para o teor da substância química v na mistura de minérios para alimentação da planta de beneficiamento.

- Restrições de Alocação:

$$\sum_j x_{ji} \leq 1 \quad \forall i \in M, i \in E \quad (3)$$

Restrição sobre a alocação de apenas um equipamento de carregamento j por frente de lavra i .

$$\sum_{\substack{i \in M \\ i \in E}} x_{ji} \leq 1 \quad \forall j \quad (4)$$

O equipamento de carregamento j é fixo a somente uma frente de lavra i .

- Restrições de Produção:

$$\sum_j (Pmin_j \cdot x_{ji}) \leq P_i \leq \sum_j (Pmax_j \cdot x_{ji}) \quad \forall i \in M, i \in E$$

O ritmo de lavra P em qualquer frente de lavra i é limitado a valores máximos e mínimos.

$$\sum_j (P_{min_j} \cdot x_{ji}) - P_i \leq 0 \quad \forall i \in M, i \in E \quad (5)$$

A produção P de um equipamento de carregamento j em qualquer frente de lavra i deve ser maior que uma produção mínima P_{min_j} que justifique sua alocação x_{ji} .

$$\sum_j (P_{max_j} \cdot x_{ji}) - P_i \geq 0 \quad \forall i \in M, i \in E \quad (6)$$

A produção P de um equipamento de carregamento j em qualquer frente de lavra i deve ser menor que sua capacidade produtiva máxima P_{max_j} .

$$\sum_{i \in M} P_i \geq P_{req} \quad (7)$$

Definição de uma produção mínima de minério a ser cumprida.

$$\frac{\sum_{i \in E} P_i}{\sum_{i \in M} P_i} \geq R \quad (8)$$

Exigência quanto à extração de uma quantidade mínima de estéril proporcional à produção de minério.

$$P_i \geq 0 \quad \forall i \in M, i \in E \quad (9)$$

Restrição de não negatividade para as produções P nas frentes de lavra i .

- Restrição do Número de Caminhões por Frente:

$$N_{cam_i} = \frac{P_i}{Cap \cdot \left(\frac{60}{TC_i} \right)} = \frac{P_i \cdot TC_i}{Cap \cdot 60} \quad \forall i \in M, i \in E$$

Definição do número de caminhões N_{cam} em cada frente i .

$$P_i \leq Cap \cdot \frac{60}{TCarga} \quad \forall i \in M, i \in E$$

A produtividade P em uma frente i é limitada pelo produto entre o número máximo de caminhões que podem ser carregados em um certo intervalo de tempo e a capacidade de carga dos mesmos.

$$Nmax_i = \frac{TC_i}{TCarga} \geq Ncam_i \quad \forall i \in M, i \in E \quad (10)$$

O número de caminhões $Ncam$ alocados em cada frente i deve ser menor que o número máximo de caminhões $Nmax$ permitidos para que não haja filas para carregamento na frente i .

O modelo aplicado neste trabalho é semelhante ao anterior, no entanto, realizou-se um plano de produção semanal cujo o objetivo principal é minimizar custos, o que se traduz em reduzir ao máximo a utilização dos equipamentos de lavra e, complementarmente, diminuir a distância média de transporte (DMT). Com isso, poupa-se gastos com combustível, pessoal e manutenção. Assim, a função objetivo teve que ser alterada.

As restrições são essencialmente as mesmas, ou seja, atender a uma produção requerida de ROM dentro das especificações determinadas pelo setor de beneficiamento e lavrar uma quantidade suficiente de estéril. Adicionou-se, contudo, a possibilidade do operador do sistema delimitar previamente outras variáveis do problema, como a produção em cada frente de lavra e as horas programadas para o transporte e carregamento, por exemplo, tornando o modelo mais abrangente.

Vale ressaltar que a restrição (4) é, na verdade, uma adequação para simplificar o modelo que também foi adotada no caso analisado. Na realidade da Mina Oeste, os equipamentos de carga não são obrigatoriamente fixados durante uma semana inteira de operação em apenas uma frente e tampouco extrai-se dela necessariamente uma única espécie de material – minério ou estéril – como pode-se observar na figura 11 e na tabela 6, retirada de um relatório de produção semanal da Mineração Usiminas.

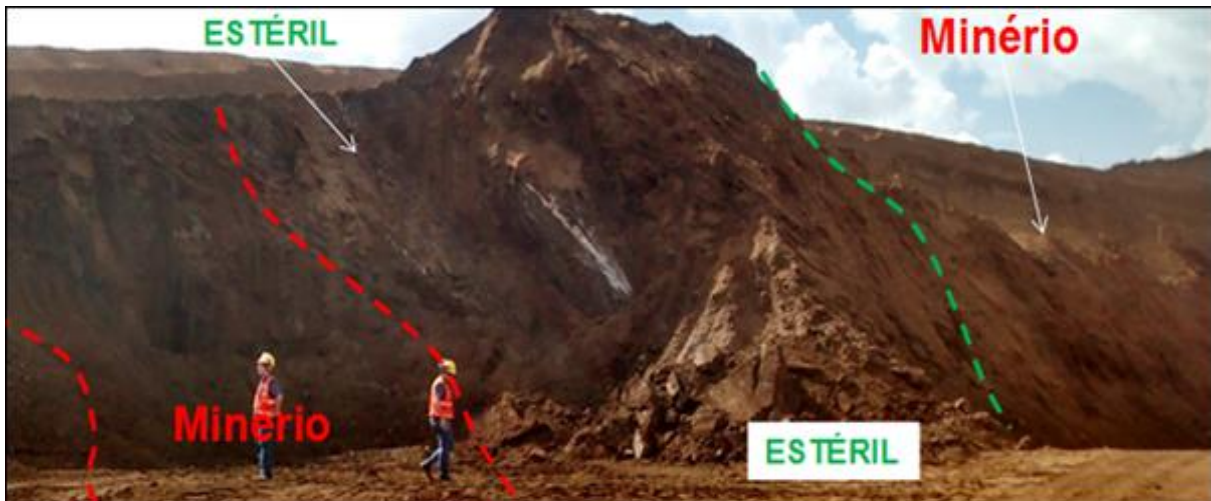


Figura 11: Diferentes classes de material ocorrem lado a lado na Mina Oeste.
 FONTE: Teixeira, 2014.

Tabela 6: Plano semanal de lavra - MUSA, junho/2016.

Máquina		Cód. do Equip.	Avanços	Massa			Índice		Produção (t/h)
				ROM	Estéril	Total	DF	UF	
R9100		24	PAC1190A / FVA1190B / OM (7,59 kt)	34.492	2.830	44.921	80%	42%	791
R9100		25	-	-	-	-	0%	-	-
R9100		27	PLA1220A / VEN1130C	15.826	18.245	34.071	80%	32%	791
CAT992		78	VEN1158B / VEN1160B / VEN1130B / FVA1180A	22.990	56.671	79.661	83%	48%	1.195
R9250		29	FVA1150A / FVA1170A / OM (3,94 kt)	39.892	11.975	55.805	80%	29%	1.442

Avanço	ROM	EST	TOTAL	Destino	DMT ROM	DMT ESTÉRIL	DMT MÉDIA	Hid / Sil
FVA1150A	10.358	9.712	20.070	ITMO / ECWOES	2,079	2,917	2,485	HID
FVA1170A	29.534	2.263	31.797	ITMO / ECWOES	2,397	2,117	2,377	HID
FVA1180A	16.556	8.340	24.896	ITMO / ECWOES / PEWOES	2,444	2,198	2,362	HID
FVA1190B	23.247	2.830	26.077	ITMO / ECWOES	2,522	2,242	2,492	SIL
VEN1160B	-	44.130	44.130	ITMO / PROJ ACESSO	0,000	1,720	1,720	SIL
VEN1158B	4.538	3.228	7.766	ITMO / PROJ ACESSO	1,036	1,628	1,282	SIL
VEN1130B	1.896	973	2.869	ITMO / ECWOES	1,705	3,003	2,145	SIL
PLA1220A	-	13.808	13.808	ITMO / PEWROD	0,000	1,265	1,265	-
VEN1130C	15.826	4.437	20.263	ITMO / ECWOES / PEWOES	1,580	2,967	1,884	SIL
PAC1190A	11.245	-	11.245	ITMO	2,478	0,000	2,478	SIL
TOTAL	113.200	89.720	202.921	-	2,228	1,923	2,093	-

FONTE: Mineração Usiminas.

Portanto, o modelo matemático baseado no algoritmo acima seguido pelo conjunto de códigos correspondente, elaborado na linguagem do programa LINGO para a solução do problema de alocação, estão na seção Anexo A.

3.2 - BANCO DE DADOS

Utilizou-se neste trabalho dados do planejamento de lavra da MUSA para sete avanços – cinco em minério (F02, F03, F04, F06a e F09) e dois em estéril (F06b e F08). As operações de mina possuem uma carga horária de 70 h/semana, que é equivalente a 42% de utilização máxima dos equipamentos cuja a disponibilidade física média é de 80%.

A velocidade média dos caminhões, cheios ou vazios, na Mina Oeste é de aproximadamente 20 km/h, como mostram as figuras 12 e 13, retiradas do estudo desenvolvido por Pereira (2016).

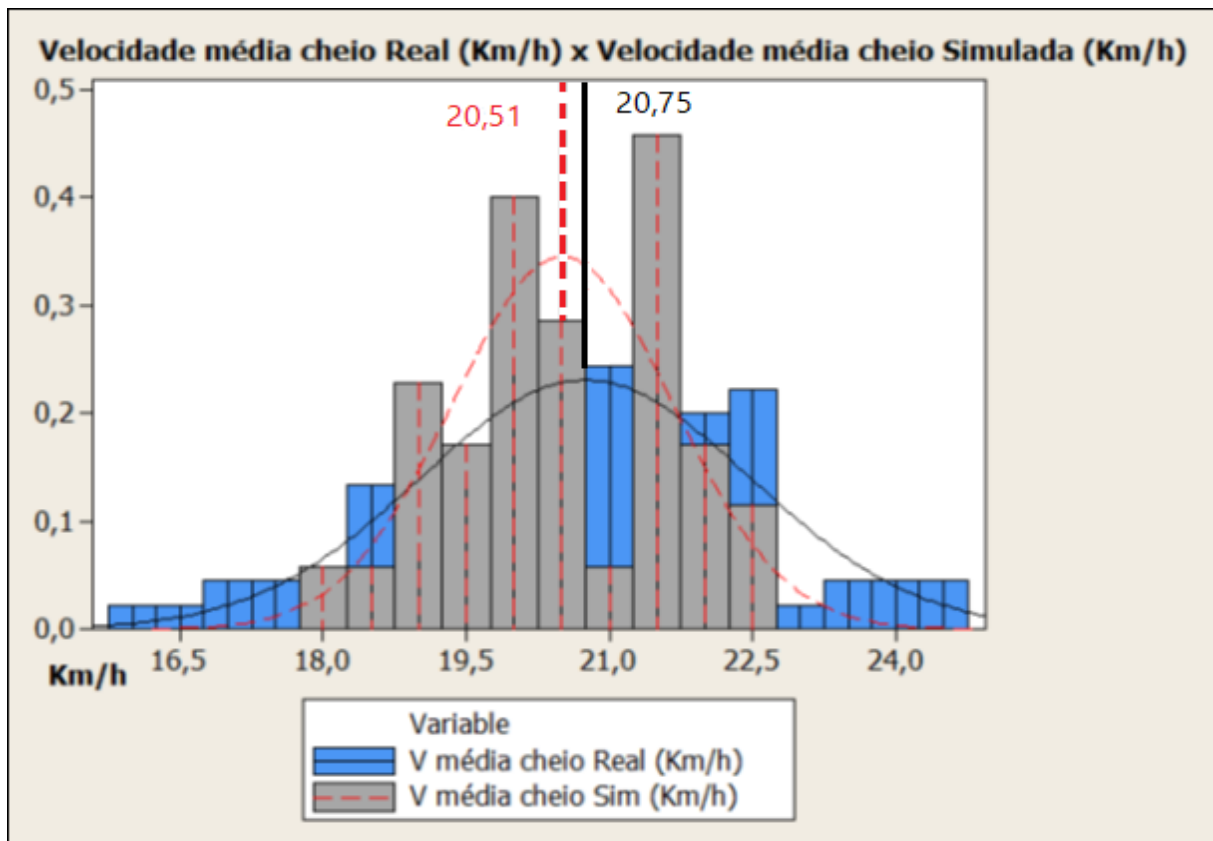


Figura 12: Velocidade média dos caminhões carregados.
 FONTE: Pereira (2016).

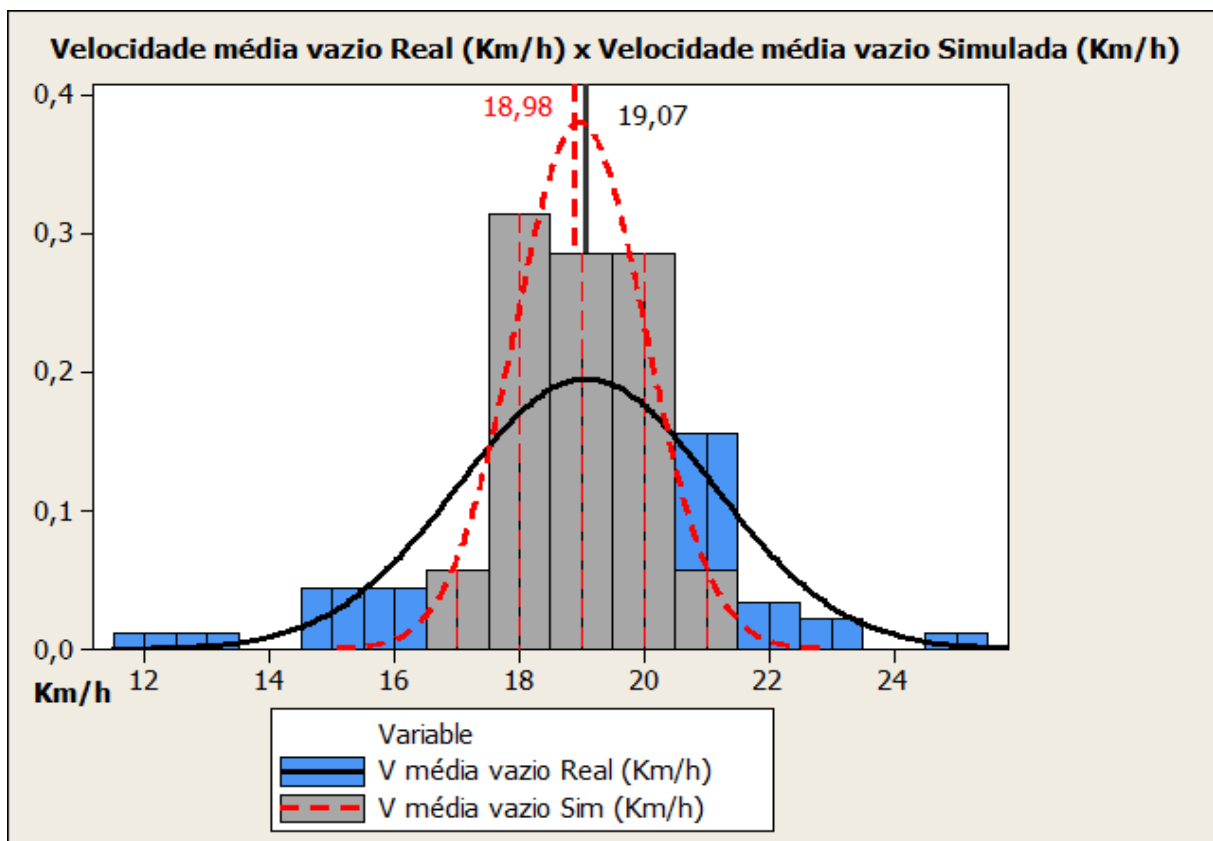


Figura 13: Velocidade média dos caminhões vazios.
 FONTE: Pereira (2016).

Uma peculiaridade do processo é que a análise química é feita para quatro faixas granulométricas distintas: W1 (6,3 - 50 mm), W2 (1,0 - 6,3 mm), W3 (0,150 - 1,0 mm) e W4 (< 0,150 mm), como mostra a tabela 7, a seguir. Como o material extraído das frentes é naturalmente friável, a amostragem permite definir também a granulometria do ROM e, conseqüentemente, prever a proporção de produtos que serão gerados. O minério mais grosso percorre o circuito de tratamento para ser transformado em granulado, enquanto o mais fino é destinado ao curso de produção de *sinter feed* ou *pellet feed*. Isso resulta em um beneficiamento mineral mais econômico para a empresa.

Tabela 7: Análise granuloquímica de amostras de ROM no plano semanal de lavra - Mina Oeste, junho/2016.

ROM (t):	113.200	% Peso	FE	P	AL	PPC	SI	MN	FE3O4
GLOBAL		100,00	55,75	0,067	2,70	6,39	10,77	0,234	5,75
W1 (-50mm+6.3mm)		27,21	57,04	0,079	3,42	8,19	6,34	0,237	3,93
W2 (-6.3mm+1.0mm)		24,24	57,40	0,067	3,09	6,84	7,62	0,282	5,64
W3 (-1.0mm+0.150mm)		25,92	57,56	0,056	1,89	4,35	11,21	0,225	8,71
W4 (-0.150mm)		22,63	50,39	0,064	2,36	6,09	18,97	0,191	4,67

Blend de Alimentação

Estado	Porcentagem
SILICOSO	40%
HIDRATADO	50%
FINOS	10%

Frentes de Lavra

Frente	Porcentagem
FVA1150A	2%
FVA1170A	14%
FVA1180A	10%
FVA1190B	9%
VEN1160B	26%
VEN1158B	15%
VEN1130B	21%
PLA1220A	4%
VEN1130C	15%
PAC1190A	15%

FONTE: Mineração Usiminas.

Portanto, o modelo matemático proposto agrega %Peso, %Fe, %P, %Al₂O₃, %PPC, %SiO₂ e %Mn para cada uma das quatro faixas granulométricas em cada frente de minério, além das distâncias de transporte, que contemplam também as frentes de estéril. Esses trajetos foram traçados no programa MineSight, da multinacional sueca Hexagon, tendo como referência dados topográficos da Mina Oeste em julho de 2016. Todas essas informações bem como a geometria da mina e as restrições quantitativas do problema sugerido são apresentadas no Anexo B.

4 - RESULTADOS

A programação semanal de lavra a partir do modelo matemático proposto foi construída em três etapas que serão descritas a seguir. Para cada uma delas definiu-se a função objetivo e as metas do operador – tabelas 8, 10 e 12 – preservando-se as restrições originais do processo e visando sempre o aprimoramento da solução encontrada anteriormente.

Durante sua operação, o LINGO permite que o operador acompanhe de maneira simultânea o estado de resolução do problema através de uma janela chamada *LINGO Solver Status* – figuras 14, 15 e 16.

Por fim, os resultados completos, obtidos em cada etapa de otimização, são exibidos nas tabelas 9, 11 e 13.

ETAPA 01:

Tabela 8: Primeira etapa de resolução do modelo.

Função Objetivo	Otimizar?	Atribuir Coeficiente (0=NÃO; 1=SIM)
Max. Prod.	NÃO	0
Min. DMT	SIM	1
Min. Hrs Carreg.	NÃO	0
Min. Hrs. Transp.	NÃO	0
Parâmetro	Limite Inferior	Limite Superior
Prod. Minério [t]	115.000	-
Prod. Estéril [t]	-	-
R.E.M.	0,80	-
DMT [m]	-	-
Hrs Prg. Carga	-	-
Hrs Prg. Transp.	-	-
Prod. F02 [t]	-	-
Prod. F03 [t]	-	-
Prod. F04 [t]	-	-
Prod. F06a [t]	-	-
Prod. F09 [t]	-	-
Prod. F06b [t]	-	-
Prod. F08 [t]	-	30.000

- Função Objetivo:

Minimizar a distância média de transporte.

- Metas do Operador:

Produção mínima de minério: 115.000 toneladas.

Relação estéril/minério mínima: 0,8.

Produção máxima na frente F08 (estéril): 30.000 toneladas.

A terceira e última restrição se faz necessária devido ao esgotamento da pilha de estéril Alto Somisa, que é o destino preferencial do material proveniente da frente F08.

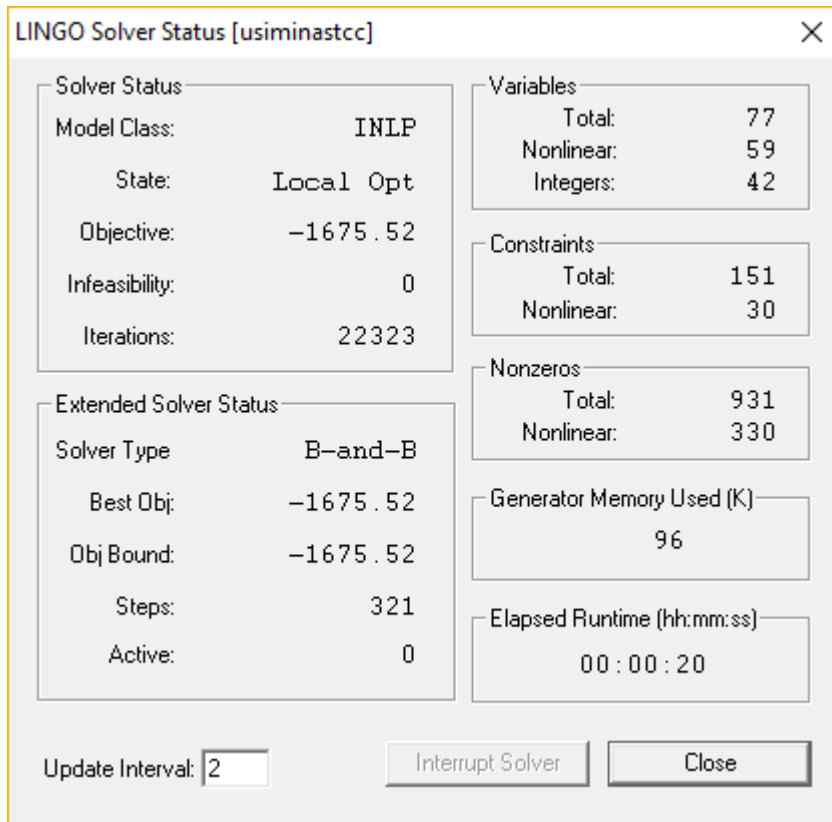


Figura 14: Síntese do cálculo feito pelo LINGO para a etapa 01.

De acordo com as metas e restrições do modelo, a figura acima indica que o programa realizou 22.323 iterações em 20 segundos para definir uma distância média de transporte mínima no valor de 1.675,52 metros.

Tabela 9: Resultados completos da etapa 01. Todas as restrições foram atendidas.

ETAPA 01 - PLANEJAMENTO DE LAVRA							
Frente		Produção [t]	Equipamento de Carregamento Alocado	Horas de Carregamento	Número de Caminhões Alocados	Tempo de Ciclo dos Caminhões [min]	Horas de Transporte
Minério / ROM	F02	28.052	EH R9250	8,17	1,07	12,14	74,66
	F03	29.596	EH R9100	15,72	0,89	9,61	62,34
	F04	-	-	-	-	-	-
	F06a	13.182	EH R9100	7,00	0,75	18,06	52,21
	F09	44.169	EH R9100	23,45	1,41	10,19	98,74
Subtotal Minério		115.000	4	54,34	4,11	-	287,94
Estéril	F06b	62.000	EH R9250	18,06	2,93	15,11	205,39
	F08	30.000	CR CAT 992	10,54	1,18	12,51	82,28
Subtotal Estéril		92.000	2	28,60	4,11	-	287,67
TOTAL		207.000	6	82,94	8,22	-	575,61
REM	0,8	DMT Minério	1.410,49	DMT Estéril	2.006,80	DMT Total	1.675,52
ETAPA 01 - ANÁLISE GRANULOQUÍMICA DO ROM							
Fração	%Peso	%Fe	%P	%Al₂O₃	%PPC	%SiO₂	%Mn
W1 (50 - 6,3 mm)	23,85%	55,00%	0,087%	3,42%	7,34%	10,41%	0,167%
W2 (6,3 - 1,0 mm)	23,42%	56,29%	0,095%	2,89%	6,55%	9,88%	0,175%
W3 (1,0 - 0,150 mm)	27,27%	56,10%	0,088%	2,64%	5,13%	11,83%	0,176%
W4 (< 0,150 mm)	25,46%	51,53%	0,100%	2,12%	5,61%	18,35%	0,204%

ETAPA 02:

Tabela 10: Segunda etapa de resolução do modelo.

Função Objetivo	Otimizar?	Atribuir Coeficiente (0=NÃO; 1=SIM)
Max. Prod.	NÃO	0
Min. DMT	NÃO	0
Min. Hrs Carreg.	SIM	1
Min. Hrs. Transp.	NÃO	0
Parâmetro	Limite Inferior	Limite Superior
Prod. Minério [t]	115.000	-
Prod. Estéril [t]	-	-
R.E.M.	0,80	-
DMT [m]	-	1.700
Hrs Prg. Carga	-	-
Hrs Prg. Transp.	-	-
Prod. F02 [t]	-	-
Prod. F03 [t]	-	-
Prod. F04 [t]	-	-
Prod. F06a [t]	-	-
Prod. F09 [t]	-	-
Prod. F06b [t]	-	-
Prod. F08 [t]	-	30.000

- Função Objetivo:

Minimizar as horas programadas para o carregamento.

- Metas do Operador:

Produção mínima de minério: 115.000 toneladas.

Relação estéril/minério mínima: 0,8.

Distância média de transporte máxima: 1.700 metros.

Produção máxima na frente F08 (estéril): 30.000 toneladas.

Na segunda fase do processo, optou-se pela imposição de um limite máximo para a distância média de transporte e, ao mesmo tempo, pela minimização das horas programadas para o carregamento. Essa nova função objetivo reduz a utilização total das carregadeiras/escavadeiras ao conferir uma maior produtividade aos equipamentos de maior porte (EH R9250), ideais para a operação em conjunto com os caminhões disponíveis (CFE RDP 490).

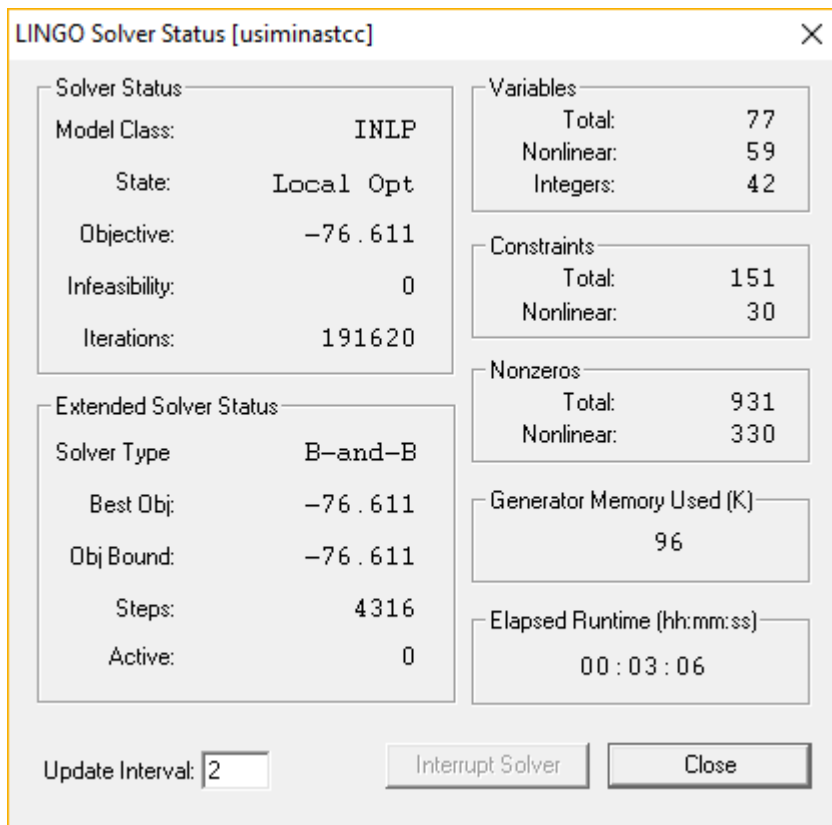


Figura 15: Síntese do cálculo feito pelo LINGO para a etapa 02.

De acordo com as metas e restrições do modelo, a figura acima indica que o programa realizou 191.620 iterações em aproximadamente 3 minutos para definir uma carga horária mínima de carregamento no valor de 76,61 horas.

Tabela 11: Resultados completos da etapa 02. Todas as restrições foram atendidas.

ETAPA 02 - PLANEJAMENTO DE LAVRA							
Frente		Produção [t]	Equipamento de Carregamento Alocado	Horas de Carregamento	Número de Caminhões Alocados	Tempo de Ciclo dos Caminhões [min]	Horas de Transporte
Minério / ROM	F02	28.052	EH R9100	14,90	1,16	13,23	81,39
	F03	29.596	CR CAT 992	10,40	0,81	8,79	57,03
	F04	-	-	-	-	-	-
	F06a	13.182	EH R9100	7,00	0,75	18,06	52,21
	F09	44.169	EH R9250	12,86	1,26	9,10	88,15
Subtotal Minério		115.000	4	45,16	3,98	-	278,77
Estéril	F06b	72.580	EH R9250	21,14	3,43	15,11	240,44
	F08	19.420	EH R9100	10,31	0,81	13,33	56,75
Subtotal Estéril		92.000	2	31,45	4,25	-	297,19
TOTAL		207.000	6	76,61	8,23	-	575,95
REM	0,8	DMT Minério	1.410,49	DMT Estéril	2.061,89	DMT Total	1.700
ETAPA 02 - ANÁLISE GRANULOQUÍMICA DO ROM							
Fração	%Peso	%Fe	%P	%Al₂O₃	%PPC	%SiO₂	%Mn
W1 (50 - 6,3 mm)	23,85%	55,00%	0,087%	3,42%	7,34%	10,41%	0,167%
W2 (6,3 - 1,0 mm)	23,42%	56,29%	0,095%	2,89%	6,55%	9,88%	0,175%
W3 (1,0 - 0,150 mm)	27,27%	56,10%	0,088%	2,64%	5,13%	11,83%	0,176%
W4 (< 0,150 mm)	25,46%	51,53%	0,100%	2,12%	5,61%	18,35%	0,204%

ETAPA 03:

Tabela 12: Terceira etapa de resolução do modelo.

Função Objetivo	Otimizar?	Atribuir Coeficiente (0=NÃO; 1=SIM)
Max. Prod.	NÃO	0
Min. DMT	NÃO	0
Min. Hrs Carreg.	SIM	1
Min. Hrs. Transp.	NÃO	0
Parâmetro	Limite Inferior	Limite Superior
Prod. Minério [t]	115.000	-
Prod. Estéril [t]	-	-
R.E.M.	0,80	-
DMT [m]	-	1.700
Hrs Prg. Carga	-	-
Hrs Prg. Transp.	-	-
Prod. F02 [t]	-	-
Prod. F03 [t]	-	-
Prod. F04 [t]	-	-
Prod. F06a [t]	-	-
Prod. F09 [t]	-	35.000
Prod. F06b [t]	-	-
Prod. F08 [t]	-	30.000

- Função Objetivo:

Minimizar as horas programadas para o carregamento.

- Metas do Operador:

Produção mínima de minério: 115.000 toneladas.

Relação estéril/minério mínima: 0,8.

Distância média de transporte máxima: 1.700 metros.

Produção máxima na frente F09: 35.000 toneladas.

Produção máxima na frente F08 (estéril): 30.000 toneladas.

O limite superior exigido para o ritmo de lavra na frente F09 foi acrescentado com a finalidade de se atender a uma recomendação para uma maior expansão da porção ocidental da cava sob os decretos FVA e próxima à pilha de estéril Oeste.

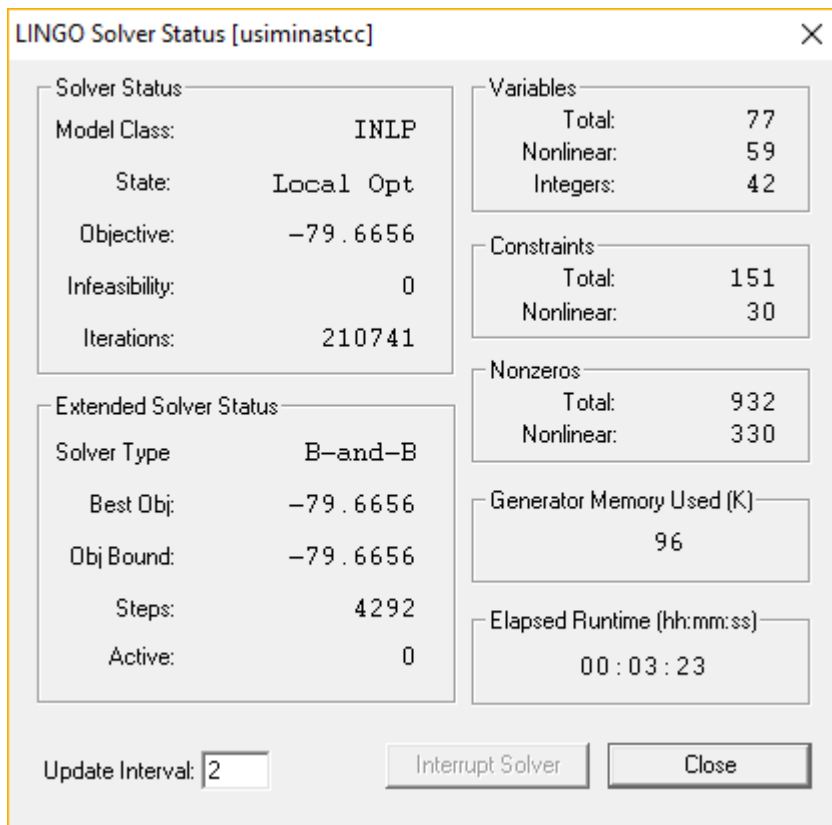


Figura 16: Síntese do cálculo feito pelo LINGO para a etapa 03.

De acordo com as metas e restrições do modelo, a figura acima indica que o programa realizou 210.741 iterações em 3 minutos e 23 segundos para definir uma carga horária mínima de carregamento no valor de 79,67 horas.

A solução final apresentada a seguir é a programação de lavra semanal definitiva.

Tabela 13: Resultados completos da etapa 03. Todas as restrições foram atendidas.

ETAPA 03 - PLANEJAMENTO DE LAVRA							
Frente		Produção [t]	Equipamento de Carregamento Alocado	Horas de Carregamento	Número de Caminhões Alocados	Tempo de Ciclo dos Caminhões [min]	Horas de Transporte
Minério / ROM	F02	37.811	EH R9250	11,01	1,44	12,14	100,63
	F03	29.007	EH R9100	15,40	0,87	9,61	61,10
	F04	-	-	-	-	-	-
	F06a	13.182	EH R9100	7,00	0,75	18,06	52,21
	F09	35.000	CR CAT992	12,30	1,03	9,37	71,95
Subtotal Minério		115.000	4	45,71	4,08	-	285,89
Estéril	F06b	62.151	EH R9250	18,10	2,94	15,11	205,89
	F08	29.849	EH R9100	15,85	1,25	13,33	87,23
Subtotal Estéril		92.000	2	33,95	4,19	-	293,12
TOTAL		207.000	6	79,67	8,27	-	579,01
REM	0,8	DMT Minério	1.453,93	DMT Estéril	2.007,59	DMT Total	1.700,00
ETAPA 03 - ANÁLISE GRANULOQUÍMICA DO ROM							
Fração	%Peso	%Fe	%P	%Al₂O₃	%PPC	%SiO₂	%Mn
W1 (50 - 6,3 mm)	24,23%	55,30%	0,086%	3,48%	7,57%	9,67%	0,189%
W2 (6,3 - 1,0 mm)	23,62%	56,52%	0,094%	2,95%	6,82%	9,19%	0,197%
W3 (1,0 - 0,150 mm)	26,89%	56,41%	0,088%	2,74%	5,58%	10,83%	0,190%
W4 (< 0,150 mm)	25,26%	51,92%	0,100%	2,27%	5,97%	17,27%	0,226%

5 - CONCLUSÃO

O estudo do planejamento de lavra de curto prazo da Mineração Usiminas foi bem sucedido. Os resultados obtidos com a utilização do programa foram satisfatórios e o objetivo de criar um modelo matemático representativo para a realização de um plano semanal de lavra da Mina Oeste foi atingido.

O modelo de programação linear final para o problema em questão foi aprimorado a partir da observação dos resultados gerados por modelos menos desenvolvidos criados anteriormente. As simplificações que ainda existem só deverão ser eliminadas através desse método de análise ou pelo acesso a dados complementares a respeito da operação diária da empresa. Aliás, para que um trabalho desse tipo propicie um suporte ainda mais robusto à tomada de decisão, se faz necessário a aplicação conjunta de um modelo de simulação que envolva um estudo estatístico das principais variáveis do problema. Talvez essa seria a principal sugestão para a melhoria deste projeto.

Por fim, o uso dos otimizadores vinculados à *softwares* de mineração é válido e deve gerar respostas ainda mais eficazes para o aperfeiçoamento dos processos de lavra. No entanto, além de demandar requisitos computacionais mínimos, a vantagem fundamental fornecida por programas como o LINGO é referente à possibilidade de se adicionar ao modelo qualquer restrição ou peculiaridade do sistema que possa ser traduzida em linguagem matemática.

6 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACKOFF, R. L. *et al.* **Operations Research**. Encyclopaedia Britannica. Disponível em: <<https://global.britannica.com/topic/operations-research>>. Acesso em: 27 de agosto de 2016.

ACKOFF, R. L.; SASIENI, M. W. **Pesquisa Operacional**. Tradução de José L. Moura Marques e Cláudio Graell Reis. Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora, 1977. 523 p. Reimpressão. Título original: *Fundamentals of Operations Research*.

AGOSTI, C. **Apostila de Pesquisa Operacional**. Xanxerê: Universidade do Oeste de Santa Catarina, 2003. 60 p. (Apostila).

ALEXANDRE, R. F. **Modelagem, Simulação da Operação e Otimização Multiobjetivo Aplicada ao Problema de Despacho de Veículos em Minas a Céu Aberto**. 2010. 91 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2010.

ALVES, J. M. C. B. **Um Sistema Para o Planejamento de Produção e Vendas de Uma Empresa Mineradora**. 2007. 58 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mineral) – Departamento de Engenharia de Minas, Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2007.

ANDRADE, E. L. **Introdução à Pesquisa Operacional: Métodos e Modelos Para Análise de Decisões**. 3ª ed. Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora, 2004. 192 p.

ARAÚJO, F. C. R. **Planejamento Operacional de Lavra com Alocação Dinâmica de Caminhões: Abordagens Exata e Heurística**. 2008. 123 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mineral) – Departamento de Engenharia de Minas, Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2008.

ARENALES, M. N. *et al.* **Pesquisa Operacional**. Rio de Janeiro: Elsevier Editora, 2007. 524 p. Reimpressão.

BAZARAA, M. S.; JARVIS, J. J.; SHERALI, H. D. **Linear Programming and Network Flows**. 4th ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2010. 748 p.

BORGES, T. C. **Análise dos Custos Operacionais de Produção no Dimensionamento de Frotas de Carregamento e Transporte em Mineração**. 2013. 103 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mineral) – Departamento de Engenharia de Minas, Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2013.

CARDOSO, A. **Fundamentos da Pesquisa Operacional**. UNIFAL – Universidade Federal de Alfenas, 2011. 102 p.

COSTA, F. P.; SOUZA, M. J. F.; PINTO, L. R. Um Modelo de Programação Matemática Para Alocação Estática de Caminhões Visando ao Atendimento de Metas de Produção e Qualidade. REM – Revista Escola de Minas, Ouro Preto, vol. 58, n. 1, p. 77-81, Mar/2005.

EHLICH, P. J. **Pesquisa Operacional**: Curso Introdutório. 7ª ed. São Paulo: Editora Atlas, 1991. 322 p.

EURO: *The Association of European Operational Research Societies*. Disponível em: <<https://www.euro-online.org/web/pages/1/home>>. Acesso em: 27 de agosto de 2016.

FOGLIATTO, F. S. **Pesquisa Operacional**. Porto Alegre: Departamento de Engenharia de Produção – UFRGS, 2001. 294 p. (Apostila).

HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. *Introduction to Operations Research*. 9th ed. New York: McGraw-Hill, 2010. 1047 p.

IBRAM – Instituto Brasileiro de Mineração. **Informações Sobre a Economia Mineral Brasileira 2015**. Brasília: IBRAM, set/2015. 25 p.

IBRAM – Instituto Brasileiro de Mineração; SINFERBASE – Sindicato Nacional da Indústria da Extração do Ferro e de Metais Básicos. **Panorama da Mineração em Minas Gerais**. Brasília: IBRAM, 2015. 280 p.

INFORMS: *The Institute for Operations Research and the Management Sciences*. Disponível em: <<https://www.informs.org/>>. Acesso em: 27 de agosto de 2016.

JESUS, C. A. G. Ferro. In: LIMA, T. M.; NEVES, C. A. R. **Sumário Mineral 2014**. Brasília: Departamento Nacional de Produção Mineral – Ministério de Minas e Energia, 2014. Vol. 34. Págs. 72 e 73.

KULEJ, M. *Operations Research*. Wroclaw: Printpap & Wroclaw University of Technology, 2011. 70 p.

LACHTERMACHER, G. **Pesquisa Operacional na Tomada de Decisões**. 2ª ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2004. 385 p.

LINS, M. P. E.; CALÔBA, G. M. **Programação Linear**. Rio de Janeiro: Interciência, 2006. 299 p.

LISBOA, E. F. A. **Pesquisa Operacional**. Rio de Janeiro: Universidade Estácio de Sá, 2002. 53 p. (Apostila).

LOESCH, C.; HEIN, N. **Pesquisa Operacional**: Fundamentos e Modelos. Blumenau: Editora da FURB, 1999. 270p.

MARINS, F. A. S. **Introdução à Pesquisa Operacional**. São Paulo: Cultura Acadêmica (UNESP), 2011. 176 p.

MARTINS, A. G. **Simulação das Operações de Lavra da Mina de Brucutu Utilizando um Modelo de Programação Linear Para Alocar os Equipamentos de Carga**. 2013. 83 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mineral) – Departamento de Engenharia de Minas, Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2013.

MORAES, E. F. **Um Modelo de Programação Matemática Para Otimizar a Composição de Lotes de Minério da Mina Cauê da CVRD**. 2005. 78 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mineral) – Departamento de Engenharia de Minas, Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2005.

PANTUZA JR., G. **Métodos de Otimização Multiobjetivo e de Simulação Aplicados ao Problema de Planejamento Operacional de Lavra em Minas a Céu Aberto**. 2011. 89 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mineral) – Departamento de Engenharia de Minas, Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2013.

PEREIRA, R. M. **O Uso da Simulação na Análise de Cenários em Operações de Carregamento e Transporte na Mineração Usiminas S.A.** 2016. 66 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mineral) – Departamento de Engenharia de Minas, Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2016.

PINTO, L. R. **Curso de Pesquisa Operacional Aplicada à Mineração: Programação Matemática, Teoria das Filas e Simulação**. Ouro Preto: Departamento de Engenharia de Minas – UFOP, 2002. 61 p. (Apostila).

PINTO, L. R.; MERSCHMANN, L. H. C. Planejamento Operacional da Lavra de Mina Usando Modelos Matemáticos. REM – Revista Escola de Minas, Ouro Preto, vol. 54, n. 3, p. 211-214, Jul/2001.

PRADO, D. S. **Programação Linear**. 5ª ed. Nova Lima: INDG Tecnologia e Serviços, 2007. 238 p. (Série Pesquisa Operacional – Vol. 1).

QUEVEDO, J. M. G. **Modelo de Simulação Para o Sistema de Carregamento e Transporte em Mina a Céu Aberto**. 2009. 133 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009.

RAMALHETE, M.; GUERREIRO, J.; MAGALHÃES, A. **Programação Linear**. Lisboa: McGraw-Hill, 1985. Vol. 1. 285 p. Reimpressão.

RAMOS NETO, A. N.; PINTO, L. R. Template do Programa Arena Para Simulação das Operações de Carregamento e Transporte em Minas a Céu Aberto. REM – Revista Escola de Minas, Ouro Preto, vol. 57, n. 1, p. 65-69, Mar/2004.

Revista Minérios & Mineraleis. Planta do Projeto Friáveis Será Entregue Neste Trimestre. 2013. Disponível em:

<http://www.minerios.com.br/EdicoesInt/985/29/Planta_do_Projeto_Friaveis_sera_entregue_neste_trimestre.aspx>. Acesso em 30 de agosto de 2016.

SHAMBLIN, J. E.; STEVENS JR, G. T. **Pesquisa Operacional: Uma Abordagem Básica**. Tradução de Carlos Roberto Vieira de Araújo. São Paulo: Editora Atlas, 1989. 426 p. Reimpressão. Título original: *Operations Research: A Fundamental Approach*.

SOBRAPO: Sociedade Brasileira de Pesquisa Operacional. Disponível em: <<http://www.sobrapo.org.br/>>. Acesso em: 27 de agosto de 2016.

SOUSA JR. W. T. **Seleção de Caminhões Rodoviários Para Mineração Utilizando a Metodologia de Auxílio Multicritério à Decisão. Estudo de Caso: Mineração de Bauxita**. 2012. 146 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mineral) – Departamento de Engenharia de Minas, Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2012.

SOUZA, M. J. F. *et al.* **Manual do LINGO com Exercícios Resolvidos de Programação Matemática**. Departamento de Computação – Universidade Federal de Ouro Preto. 84 p.

TAHA, H. A. *Operations Research: An Introduction*. 8th ed. Upper Saddle River: Pearson Prentice Hall, 2007. 813 p.

TEIXEIRA, M. H. **Caracterização Geológica das Frentes de Lavra das Minas Oeste e Central da Mineração Usiminas S. A. - MUSA com Aplicação no Planejamento de Lavra Mensal**. 2014. 51p. Monografia (Especialização em Sistemas Mínero-Metalúrgicos) – Departamento de Engenharia de Minas, Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2014.

USIMINAS. **Relatório Anual**. Versões de 2009 a 2015. Disponível em: <<http://ri.usiminas.com/ptb/relatorios-anuais-e-de-sustentabilidade>>.

WAGNER, H. M. *Principles of Operations Research*. 2th ed. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1975. 1039 p.

WINSTON, W. L. *Operations Research: Applications and Algorithms*. 4th ed. Boston: Cengage Learning, 2003. 1440 p.

ANEXO A

Modelo matemático de programação linear específico para o caso estudado:

maxprod $\left\{ \begin{array}{l} = 0, \text{ se a função objetivo não é maximizar a produção de minério;} \\ = 1, \text{ se a função objetivo é maximizar a produção de minério.} \end{array} \right.$

mindist $\left\{ \begin{array}{l} = 0, \text{ se a função objetivo não é minimizar a DMT;} \\ = 1, \text{ se a função objetivo é minimizar a DMT.} \end{array} \right.$

minhpc $\left\{ \begin{array}{l} = 0, \text{ se a função objetivo não é minimizar as horas programadas p/ carregamento;} \\ = 1, \text{ se a função objetivo é minimizar as horas programadas p/ carregamento.} \end{array} \right.$

minhpt $\left\{ \begin{array}{l} = 0, \text{ se a função objetivo não é minimizar as horas programadas p/ transporte;} \\ = 1, \text{ se a função objetivo é minimizar as horas programadas p/ transporte.} \end{array} \right.$

fminerio = Número de frentes de minério;

festeril = Número de frentes de estéril;

nfrente = Número total de frentes;

DF = Disponibilidade física dos equipamentos de lavra;

UT = Utilização dos equipamentos de lavra;

nsub = Número de substâncias químicas;

capcam = Capacidade de carga dos caminhões [t];

numcam = Número de caminhões disponíveis;

vcam = Velocidade média dos caminhões [km/h];

numcar = Número de equipamentos de carregamento disponíveis;

prodmin = Produção total de minério [t/semana];

\underline{P}_i = Produção na frente i [t/semana];

\underline{tciclo}_i = Tempo de ciclo para a frente i [min];

\underline{camut}_i = Número de caminhões utilizados na frente de lavra i ;

$\underline{nmaxcam}_i$ = Número máximo de caminhões alocados na frente i ;

\underline{dist}_i = Distância de transporte para a frente i [m];

\underline{lmax}_v = Teor máximo admissível para a substância v na alimentação da usina de beneficiamento de minérios [%];

\underline{lmin}_v = Teor mínimo admissível para a substância v na alimentação da usina de beneficiamento de minérios [%];

\underline{pmax}_j = Produtividade máxima para o equipamento de carregamento j [t/semana];

\underline{pmin}_j = Produtividade mínima para o equipamento de carregamento j [t/semana];

\underline{tcarga}_j = Tempo médio gasto pelo equipamento j para o carregamento completo dos caminhões [min];

\underline{teor}_{vi} = Teor da substância v na frente i [%];

\underline{x}_{ij} $\left\{ \begin{array}{l} = 0, \text{ se o equipamento de carregamento } j \text{ não está alocado na frente } i; \\ = 1, \text{ se o equipamento de carregamento } j \text{ está alocado na frente } i. \end{array} \right.$

$\underline{iprodsup}_i$ $\left\{ \begin{array}{l} = 0, \text{ se o operador não especifica o limite superior p/ produção na frente } i; \\ = 1, \text{ se o operador especifica o limite superior p/ produção na frente } i. \end{array} \right.$

$\underline{prodsup}_i$ = Valor máximo para a produção na frente i , especificado ou não pelo operador do sistema [t/semana];

$\underline{iproding}_i$ $\left\{ \begin{array}{l} = 0, \text{ se o operador não especifica o limite inferior p/ produção na frente } i; \\ = 1, \text{ se o operador especifica o limite inferior p/ produção na frente } i. \end{array} \right.$

prodinf_i = Valor mínimo para a produção na frente *i*, especificado ou não pelo operador do sistema [t/semana]

iprodmisup $\left\{ \begin{array}{l} = 0, \text{ se o operador não especifica o limite superior p/ produção de minério;} \\ = 1, \text{ se o operador especifica o limite superior p/ produção de minério.} \end{array} \right.$

prodminsup = Valor máximo para a produção total de minério, especificado ou não pelo operador do sistema [t/semana];

iprodmiminf $\left\{ \begin{array}{l} = 0, \text{ se o operador não especifica o limite inferior p/ produção de minério;} \\ = 1, \text{ se o operador especifica o limite inferior p/ produção de minério.} \end{array} \right.$

prodmiminf = Valor mínimo para a produção total de minério, especificado ou não pelo operador do sistema [t/semana];

prodest = Produção total de estéril [t/semana];

iprodestsup $\left\{ \begin{array}{l} = 0, \text{ se o operador não especifica o limite superior p/ produção de estéril;} \\ = 1, \text{ se o operador especifica o limite superior p/ produção de estéril.} \end{array} \right.$

prodestsup = Valor máximo para a produção total de estéril, especificado ou não pelo operador do sistema [t/semana];

iprodestinf $\left\{ \begin{array}{l} = 0, \text{ se o operador não especifica o limite inferior p/ produção de estéril;} \\ = 1, \text{ se o operador especifica o limite inferior p/ produção de estéril.} \end{array} \right.$

prodestinf = Valor mínimo para a produção total de estéril, especificado ou não pelo operador do sistema [t/semana];

REM = Relação estéril/minério;

iREMsup $\left\{ \begin{array}{l} = 0, \text{ se o operador não especifica o limite superior p/ relação estéril/minério;} \\ = 1, \text{ se o operador especifica o limite superior p/ relação estéril/minério.} \end{array} \right.$

REMsup = Valor máximo para a relação estéril/minério, especificado ou não pelo operador do sistema;

$$\underline{iREMinf} \begin{cases} = 0, \text{ se o operador não especifica o limite inferior p/ relação estéril/minério;} \\ = 1, \text{ se o operador especifica o limite inferior p/ relação estéril/minério.} \end{cases}$$

\underline{REMinf} = Valor mínimo para a relação estéril/minério, especificado ou não pelo operador do sistema;

\underline{DMT} = Distância média de transporte [m];

$$\underline{iDMTsup} \begin{cases} = 0, \text{ se o operador não especifica o limite superior p/ DMT;} \\ = 1, \text{ se o operador especifica o limite superior p/ DMT.} \end{cases}$$

\underline{DMTsup} = Valor máximo para a DMT, especificado ou não pelo operador do sistema [m];

$$\underline{iDMTinf} \begin{cases} = 0, \text{ se o operador não especifica o limite inferior p/ DMT;} \\ = 1, \text{ se o operador especifica o limite inferior p/ DMT.} \end{cases}$$

\underline{DMTinf} = Valor mínimo para a DMT, especificado ou não pelo operador do sistema [m];

$\underline{cargahp}$ = Total de horas programadas para o carregamento [h/semana];

$$\underline{icargahpsup} \begin{cases} = 0, \text{ se o operador não especifica o limite superior p/ horas programadas de carregamento;} \\ = 1, \text{ se o operador especifica o limite superior p/ horas programadas de carregamento.} \end{cases}$$

$\underline{cargahpsup}$ = Valor máximo para as horas programadas de carregamento, especificado ou não pelo operador do sistema [h/semana];

$$\underline{icargahpinf} \begin{cases} = 0, \text{ se o operador não especifica o limite inferior p/ horas programadas de carregamento;} \\ = 1, \text{ se o operador especifica o limite inferior p/ horas programadas de carregamento.} \end{cases}$$

$\underline{cargahpinf}$ = Valor mínimo para as horas programadas de carregamento, especificado ou não pelo operador do sistema [h/semana];

camhp = Total de horas programadas para o transporte [h/semana]

icamhpsup $\left\{ \begin{array}{l} = 0, \text{ se o operador não especifica o limite superior p/ horas programadas de transporte;} \\ = 1, \text{ se o operador especifica o limite superior p/ horas programadas de transporte.} \end{array} \right.$

camhpsup = Valor máximo para as horas programadas de transporte especificado ou não pelo operador do sistema [h/semana];

icamhpinf $\left\{ \begin{array}{l} = 0, \text{ se o operador não especifica o limite inferior p/ horas programadas de transporte;} \\ = 1, \text{ se o operador especifica o limite inferior p/ horas programadas de transporte.} \end{array} \right.$

camhpinf = Valor mínimo para as horas programadas de transporte especificado ou não pelo operador do sistema [h/semana];

- *Função Objetivo:*

$$F.O. = \text{Max}(\text{maxprod} \cdot \text{prodmin} - \text{mindist} \cdot \text{DMT} - \text{minhpc} \cdot \text{cargahp} - \text{minhpt} \cdot \text{camhp})$$

O operador do sistema deve definir uma única finalidade principal para a programação semanal de lavra:

Maximizar a produção $\rightarrow \text{maxprod} = 1; \text{mindist} = 0; \text{minhpc} = 0; \text{minhpt} = 0.$

$$F.O. = \text{Max}(\text{prodmin})$$

Minimizar a DMT $\rightarrow \text{maxprod} = 0; \text{mindist} = 1; \text{minhpc} = 0; \text{minhpt} = 0.$

$$F.O. = \text{max}(-\text{DMT})$$

Minimizar horas programadas para carregamento $\rightarrow \text{maxprod} = 0; \text{mindist} = 0; \text{minhpc} = 1; \text{minhpt} = 0.$

$$F.O. = \text{Max}(-\text{cargahp})$$

Minimizar horas programadas para transporte $\rightarrow \text{maxprod} = 0; \text{mindist} = 0; \text{minhpc} = 0; \text{minhpt} = 1.$

$$F.O. = \text{Max}(-\text{camhp})$$

- *Definições e restrições do problema:*

$$P_i \geq P_i - iprodinf_i \cdot (P_i - prodinf_i)$$

Restrição da produção em cada frente de lavra de acordo com valores mínimos (*prodinf*), previamente determinados ou não pelo operador do sistema.

$$P_i \leq P_i - iprodsup_i \cdot (P_i - prodsup_i)$$

Restrição da produção em cada frente de lavra de acordo com valores máximos (*prodsup*), previamente determinados ou não pelo operador do sistema.

$$prodmin = \sum_{i \in fminerio} P_i$$

Definição da produção total de minério (*prodmin*) como a soma das produções em cada frente de minério.

$$prodmin \geq \sum_{i \in fminerio} (P_i) - iprodmininf \cdot \left[\sum_{i \in fminerio} (P_i) - prodmininf \right]$$

Restrição da produção total de minério a um valor mínimo (*prodmininf*), especificado ou não pelo operador do sistema.

$$prodmin \leq \sum_{i \in fminerio} (P_i) - iprodminsup \cdot \left[\sum_{i \in fminerio} (P_i) - prodminsup \right]$$

Restrição da produção de minério a um valor máximo (*prodminsup*), especificado ou não pelo operador sistema.

$$prodest = \sum_{i \in festeril} P_i$$

Definição da produção total de estéril (*prodest*) como a soma das produções em cada frente de estéril.

$$prodest \geq \sum_{i \in festeril} (P_i) - iprodestinf \cdot \left[\sum_{i \in festeril} (P_i) - prodestinf \right]$$

Restrição da produção total de estéril a um valor mínimo (*prodestinf*), especificado ou não pelo operador do sistema.

$$prodest \leq \sum_{i \in festeril} (P_i) - iprodestsup \cdot \left[\sum_{i \in festeril} (P_i) - prodestsup \right]$$

Restrição da produção total de estéril a um valor máximo (*prodestsup*), especificado ou não pelo operador do sistema.

$$REM = \frac{prodest}{prodmin}$$

Definição da relação estéril/minério (*REM*) como a razão entre a produção de estéril e a produção de minério.

$$REM \geq \frac{prodest}{prodmin} - iREMinf \cdot \left(\frac{prodest}{prodmin} - REMinf \right)$$

Restrição da relação estéril/minério a um valor mínimo (*REMinf*), especificado ou não pelo operador do sistema.

$$REM \leq \frac{prodest}{prodmin} - iREMsup \cdot \left(\frac{prodest}{prodmin} - REMsup \right)$$

Restrição da relação estéril/minério a um valor máximo (*REMsup*), especificado ou não pelo operador do sistema.

$$DMT = \frac{\sum_{i \in frente} (P_i \cdot dist_i)}{\sum_{i \in frente} P_i} = \frac{\sum_{i \in frente} (P_i \cdot dist_i)}{prodmin + prodest}$$

Definição da distância média de transporte (*DMT*) como a média das distâncias de transporte ponderada pelas produções nas respectivas frentes.

$$DMT \geq \frac{\sum_{i \in frente} (P_i \cdot dist_i)}{prodmin + prodest} - iDMTinf \cdot \left[\frac{\sum_{i \in frente} (P_i \cdot dist_i)}{prodmin + prodest} - DMTinf \right]$$

Restrição da distância média de transporte a um valor mínimo (*DMTinf*), especificado ou não pelo operador do sistema.

$$DMT \leq \frac{\sum_{i \in frente} (P_i \cdot dist_i)}{prodmin + prodest} - iDMTsup \cdot \left[\frac{\sum_{i \in frente} (P_i \cdot dist_i)}{prodmin + prodest} - DMTsup \right]$$

Restrição da distância média de transporte a um valor máximo ($DMTsup$), especificado ou não pelo operador do sistema.

$$camut_i = \frac{P_i \cdot tciclo_i}{60 \cdot 24 \cdot 7 \cdot UT \cdot DF \cdot capcam} \quad \forall i \in nfrente$$

Definição do número de caminhões ($camut$) utilizados em cada frente de lavra.

$$camhp = \sum_{i \in nfrente} (camut_i) \cdot 24 \cdot 7 \cdot UT$$

Definição do número total de horas programadas para o transporte ($camhp$) como o produto do número total de caminhões utilizados pela carga horária semanal de operação.

$$camhp \geq \sum_{i \in nfrente} (camut_i) \cdot 24 \cdot 7 \cdot UT - icamhpinf \cdot \left[\sum_{i \in nfrente} (camut_i) \cdot 24 \cdot 7 \cdot UT - camhpinf \right]$$

Restrição das horas programadas para o transporte a um valor mínimo ($camhpinf$), especificado ou não pelo operador do sistema.

$$camhp \leq \sum_{i \in nfrente} (camut_i) \cdot 24 \cdot 7 \cdot UT - icamhpsup \cdot \left[\sum_{i \in nfrente} (camut_i) \cdot 24 \cdot 7 \cdot UT - camhpsup \right]$$

Restrição das horas programadas para o transporte a um valor máximo ($camhpsup$), especificado ou não pelo operador do sistema.

$$cargahp = \sum_{j \in numcar} \frac{P_i \cdot x_{ij}}{Pmax_j} \cdot 24 \cdot 7 \cdot UT \quad \forall i \in nfrente$$

Definição do número total de horas programadas para o carregamento ($cargahp$) como a soma das horas programadas para cada equipamento de carga.

$$cargahp \geq \sum_{j \in numcar} \frac{P_i \cdot x_{ij}}{Pmax_j} \cdot 24 \cdot 7 \cdot UT - icargahpinf \cdot \left(\sum_{j \in numcar} \frac{P_i \cdot x_{ij}}{Pmax_j} \cdot 24 \cdot 7 \cdot UT - cargahpinf \right) \quad \forall i \in nfrente$$

Restrição das horas programadas para o carregamento a um valor mínimo ($cargahpinf$), especificado ou não pelo operador do sistema.

$$cargahp \leq \sum_{j \in numcar} \frac{P_i \cdot x_{ij}}{Pmax_j} \cdot 24 \cdot 7 \cdot UT - icargahpsup \cdot \left(\sum_{j \in numcar} \frac{P_i \cdot x_{ij}}{Pmax_j} \cdot 24 \cdot 7 \cdot UT - cargahpsup \right) \quad \forall i \in nfrente$$

Restrição das horas programadas para o carregamento a um valor máximo (*cargahpsup*), especificado ou não pelo operador do sistema.

$$\sum_{i \in f_{\text{minerio}}} P_i \cdot (teor_{v_i} - lmax_v) \leq 0 \quad \forall v \in nsub$$

Restrição quanto aos teores máximos (*lmax*) para cada substância *v* na mistura final de minérios.

$$\sum_{i \in f_{\text{minerio}}} P_i \cdot (teor_{v_i} - lmin_v) \geq 0 \quad \forall v \in nsub$$

Restrição quanto aos teores mínimos (*lmin*) para cada substância *v* na mistura final de minérios.

$$\sum_{j \in numcar} [pmax_j \cdot x(i; j)] - P_i \geq 0 \quad \forall i \in nfrente$$

Restrição quanto à produção máxima (*pmax*) de cada equipamento de carregamento *j* alocado.

$$\sum_{j \in numcar} [pmin_j \cdot x(i; j)] - P_i \leq 0 \quad \forall i \in nfrente$$

Restrição quanto à produção mínima (*pmin*) para a alocação de cada equipamento de carregamento *j*.

$$\sum_{j \in numcar} x(i; j) \leq 1 \quad \forall i \in nfrente$$

Restrição de alocação de um equipamento de carregamento por frente de lavra.

$$\sum_{i \in nfrente} x(i; j) \leq 1 \quad \forall j \in numcar$$

Restrição da alocação dos equipamentos de carregamento a apenas uma frente de lavra.

$$tciclo_i = \frac{2 \cdot 60 \cdot dist_i}{vcam \cdot 1000} + \sum_{j \in eqcarga} [tcarga_j \cdot x(i, j)] + tbascula \quad \forall i \in nfrente$$

Definição do tempo de ciclo (*tciclo*) para cada rota de transporte.

$$P_i \leq \frac{capcam \cdot 60 \cdot 24 \cdot 7 \cdot UT \cdot DF}{tcarga} \quad \forall i \in nfrente$$

Restrição da produção máxima nas frentes de acordo com a capacidade dos caminhões e o tempo de carga.

$$nmaxcam_i = \sum_{j \in eqcarga} \frac{tciclo_i \cdot x(i, j)}{tcarga_j} \quad \forall i \in nfrente$$

Definição do número máximo de caminhões ($nmaxcam$) em cada frente de lavra para que não exista filas.

$$camut_i - nmaxcam_i \leq 0 \quad \forall i \in nfrente$$

Restrição quanto ao número máximo de caminhões por frente de lavra para que não exista filas.

$$numcam - \sum_{i \in nfrente} (camut_i) \geq 0$$

Restrição quanto ao número de caminhões disponíveis.

Modelo matemático correspondente em linguagem apropriada para a implementação no LINGO:

DATA:

! Seção onde são declarados e importados (= @OLE) os dados do problema;

maxprod,mindist,minhpc,minhpt=@OLE('usiminastcc.xlsx','maxprod','mindist','minhpc','minhpt');

! Importação dos binários da função objetivo: maxprod = 1 → maximizar a produção, mindist = 1 → minimizar a distância média de transporte, minhpc = 1 → minimizar horas programadas para o carregamento, minhpt = 1 → minimizar horas programadas para o transporte;

fminerio,festeril,nfrente,DF,UT=@OLE('usiminastcc.xlsx','fminerio','festeril','nfrente','DF','UT');

! Importação do número de frentes de minério (fminerio), número de frentes de estéril (festeril), número total de frentes (nfrente), disponibilidade física (DF) e utilização (UT);

nsub,capcam,numcam,vcam,tbascula,numcar=@OLE('usiminastcc.xlsx','nsub','capcam','numcam','vcam','tbascula','numcar');

! Importação do número de substâncias químicas (nsub), capacidade de carga dos caminhões (capcam), número de caminhões disponíveis (numcam), velocidade média dos caminhões (vcam), tempo médio de descarga dos caminhões, número de equipamentos de carregamento disponíveis (numcar);

iprodmisup,prodminsuf,iprodmisuf,prodminsuf=@OLE('usiminastcc.xlsx','iprodmisup','prodminsuf','iprodmisuf','prodminsuf');

! Importação das especificações/metad referentes à produção total de minério;

iprodestsup,prodestsup,iprodestinf,prodestinf=@OLE('usiminastcc.xlsx','iprodestsup','prodestsup','iprodestinf','prodestinf');

! Importação das especificações/metad referentes à produção total de estéril;

iREMSup,REMSup,iREMinf,REMinf=@OLE('usiminastcc.xlsx','iREMSup','REMSup','iREMinf','REMinf');

! Importação das especificações/metad referentes à relação estéril/minério;

iDMTsup,DMTsup,iDMTinf,DMTinf=@OLE('usiminastcc.xlsx','iDMTsup','DMTsup','iDMTinf','DMTinf');

! Importação das especificações/metad referentes à distância média de transporte;

icargahpsup,cargahpsup,icargahpinf,cargahpinf=@OLE('usiminastcc.xlsx','icargahp','cargahpsup','gtcargahp','cargahpinf');

! Importação das especificações/metad referentes à carga horária dos equipamentos de carregamento;

icamhpsup,camhpsup,icamhpinf,camhpinf=@OLE('usiminastcc.xlsx','icamhp','camhpsup','gtcamhp','camhpinf');

! Importação das especificações/metad referentes à carga horária dos equipamentos de transporte;

ENDDATA

SETS:

frente/1..nfrente/:P,tciclo,nmaxcam,camut,dist,iprodsup,prodsup,iprodmisuf,prodminsuf;

! Declaração dos conjuntos (SETS) de dados que variam de acordo com a frente de lavra: as produções (P), os tempos de ciclo (tciclo), o número máximo de caminhões em cada avanço (nmaxcam), o número de caminhões utilizados em cada avanço (camut), as distâncias de transporte (dist) e as variáveis relacionadas às metas produtivas do operador do sistema para cada frente de lavra (iprodsup,prodsup,iprodmisuf,prodminsuf);

sub/1..nsub/:lmax,lmin;

! Declaração dos conjuntos de dados que variam de acordo com a substância química: os limites máximos (lmax) e mínimos (lmin) para os teores de alimentação da usina de beneficiamento de minérios;

eqcarga/1..numcar/:pmax,pmin,tcarga;

! Declaração dos conjuntos de dados que variam de acordo com o equipamento de carga: a produtividade máxima (pmax), a produtividade mínima (pmin) e o tempo de carregamento (tcarga);

teores(frente,sub):teor;

! Declaração do conjunto de dados que varia de acordo com a frente de lavra e com a substância química: os teores (teor);

alocar(frente,eqcarga):x;

! Declaração do conjunto de dados que varia de acordo com a frente de lavra e com o equipamento de carga: a alocação (x);

ENDSETS

DATA:

iprodsup,prodsup,iprodf,prodf=@OLE('usiminastcc.xlsx','iprodsup','prodsup','iprodf','prodf');

! Importação das especificações/metapas referentes à produção em cada frente de lavra;

teor,dist=@OLE('usiminastcc.xlsx','teor','dist');

! Importação de dados que variam de acordo com a frente de lavra: teores e distâncias de transporte, respectivamente;

lmax,lmin=@OLE('usiminastcc.xlsx','lmax','lmin');

! Importação de dados que variam de acordo com a substância química: limites máximos e mínimos para os teores do ROM, respectivamente;

pmax,pmin,tcarga=@OLE('usiminastcc.xlsx','pmax','pmin','tcarga');

! Importação de dados que variam de acordo com o equipamento de carga: produtividade máxima e mínima, respectivamente;

ENDDATA

@FOR(frente(i):P(i)>=P(i)-iprodf(i)*(P(i)-prodf(i)));

! Restrição da produção em cada frente de lavra de acordo com valores mínimos (prodf) previamente determinados ou não pelo operador do sistema;

@FOR(frente(i):P(i)<=P(i)-iprodsup(i)*(P(i)-prodsup(i)));

! Restrição da produção em cada frente de lavra de acordo com valores máximos (prodsup) previamente determinados ou não pelo operador do sistema;

prodmin=@SUM(frente(j)|j#LE#fminerio:P(j));

! Definição da produção total de minério (prodmin) como a soma (@SUM) das produções de cada frente de minério;

prodmin>=@SUM(frente(j)|j#LE#fminerio:P(j))-iprodfmininf*(@SUM(frente(j)|j#LE#fminerio:P(j))-prodmininf);

! Restrição da produção total de minério a um valor mínimo (prodmininf) especificado ou não pelo operador;

prodmin<=@SUM(frente(j)|j#LE#fminerio:P(j))-iprodsupmax*(@SUM(frente(j)|j#LE#fminerio:P(j))-prodminsup);

! Restrição da produção total de minério a um valor máximo (prodminsup) especificado ou não pelo operador;

prodest=@SUM(frente(j)|j#GT#fminerio:P(j));

! Definição da produção total de estéril (prodest) como a soma das produções de cada frente de estéril;

$prodest \geq @SUM(frente(j)|j\#GT\#fminerio:P(j))-iprodestinf * (@SUM(frente(j)|j\#GT\#fminerio:P(j))-iprodestinf);$

! Restrição da produção total de estéril a um valor mínimo (iprodestinf) especificado ou não pelo operador;

$prodest \leq @SUM(frente(j)|j\#GT\#fminerio:P(j))-iprodestsup * (@SUM(frente(j)|j\#GT\#fminerio:P(j))-iprodestsup);$

! Restrição da produção total de estéril a um valor máximo (iprodestsup) especificado ou não pelo operador;

$REM = prodest / prodmin;$

! Definição da relação estéril/minério (REM) como a razão entre a produção de estéril e a produção de minério;

$REM \geq prodest / prodmin - iREMinf * (prodest / prodmin - iREMinf);$

! Restrição da relação estéril/minério a um valor mínimo (iREMinf) especificado ou não pelo operador;

$REM \leq prodest / prodmin - iREMsup * (prodest / prodmin - iREMsup);$

! Restrição da relação estéril/minério a um valor máximo (iREMsup) especificado ou não pelo operador;

$DMT = @SUM(frente(i):dist(i)*P(i)) / (prodmin + prodest);$

! Definição da distância média de transporte (DMT) como a média das distâncias de transporte ponderada pelas produções nas respectivas frentes;

$DMT \geq @SUM(frente(i):dist(i)*P(i)) / (prodmin + prodest) - iDMTinf * (@SUM(frente(i):dist(i)*P(i)) / (prodmin + prodest) - iDMTinf);$

! Restrição da distância média de transporte a um valor mínimo (iDMTinf) especificado ou não pelo operador;

$DMT \leq @SUM(frente(i):dist(i)*P(i)) / (prodmin + prodest) - iDMTsup * (@SUM(frente(i):dist(i)*P(i)) / (prodmin + prodest) - iDMTsup);$

! Restrição da distância média de transporte a um valor máximo (iDMTsup) especificado ou não pelo operador;

$@FOR(frente(i):P(i)*Tciclo(i) / (60*24*7*UT*DF*capcam) = camut(i));$

! Definição do número de caminhões utilizados por frente de lavra (camut);

$camhp = @SUM(frente(i):camut(i)) * 24 * 7 * UT;$

! Definição do número total de horas programadas para o transporte (camhp) como o produto do número total de caminhões utilizados pela carga horária semanal de operação;

$camhp \geq camut * 24 * 7 * UT - icamhpinf * (camut * 24 * 7 * UT - icamhpinf);$

! Restrição das horas programadas para o transporte a um valor mínimo (icamhpinf) especificado ou não pelo operador;

$camhp \leq camut * 24 * 7 * UT - icamhpsup * (camut * 24 * 7 * UT - icamhpsup);$

! Restrição das horas programadas para o transporte a um valor máximo (icamhpsup) especificado ou não pelo operador;

$cargahp = @SUM(frente(i): @SUM(eqcarga(j):P(i)*x(i,j)/pmax(j)*24*7*UT));$

! Definição do número total de horas programadas para o carregamento (cargahp) como a soma das horas programadas para cada equipamento de carga;

$\text{cargahp} \geq @\text{SUM}(\text{frente}(i): @\text{SUM}(\text{eqcarga}(j): P(i) * x(i,j) / \text{pmax}(j) * 24 * 7 * \text{UT})) -$
 $\text{icargahpinf} * (@\text{SUM}(\text{frente}(i): @\text{SUM}(\text{eqcarga}(j): P(i) * x(i,j) / \text{pmax}(j) * 24 * 7 * \text{UT})) - \text{cargahpinf});$
! Restrição das horas programadas para o carregamento a um valor mínimo (cargahpinf) especificado ou não pelo operador;

$\text{cargahp} \leq @\text{SUM}(\text{frente}(i): @\text{SUM}(\text{eqcarga}(j): P(i) * x(i,j) / \text{pmax}(j) * 24 * 7 * \text{UT})) -$
 $\text{icargahpsup} * (@\text{SUM}(\text{frente}(i): @\text{SUM}(\text{eqcarga}(j): P(i) * x(i,j) / \text{pmax}(j) * 24 * 7 * \text{UT})) - \text{cargahpsup});$
! Restrição das horas programadas para o carregamento a um valor máximo (cargahpsup) especificado ou não pelo operador;

$\text{MAX} = \text{maxprod} * \text{prodmin} - \text{mindist} * \text{dmt} - \text{minhpc} * \text{cargahp} - \text{minhpt} * \text{camhp};$
! Função objetivo: maximizar a produção de minério → maxprod = 1, minimizar a dmt → mindist = 1, minimizar as horas programadas para o carregamento → minhpc = 1 ou minimizar as horas programadas para o transporte → minhpt = 1;

$@\text{FOR}(\text{sub}(i): @\text{SUM}(\text{frente}(j) | j \# \text{LE} \# \text{fminerio}: (P(j) * (\text{teor}(j,i) - \text{lmax}(i)))) \leq 0);$
! Restrição de teores máximos para cada substância do ROM;

$@\text{FOR}(\text{sub}(i): @\text{SUM}(\text{frente}(j) | j \# \text{LE} \# \text{fminerio}: (P(j) * (\text{teor}(j,i) - \text{lmin}(i)))) \geq 0);$
! Restrição de teores mínimos para cada substância do ROM;

$@\text{FOR}(\text{frente}(i): @\text{SUM}(\text{eqcarga}(j): \text{pmin}(j) * x(i,j)) - P(i) \leq 0);$
! Restrição quanto à produção mínima para a alocação de cada equipamento de carregamento;

$@\text{FOR}(\text{frente}(i): @\text{SUM}(\text{eqcarga}(j): \text{pmax}(j) * x(i,j)) - P(i) \geq 0);$
! Restrição quanto à produção máxima de cada equipamento de carregamento alocado;

$@\text{FOR}(\text{frente}(i): @\text{SUM}(\text{eqcarga}(j): x(i,j)) \leq 1);$
! Restrição de alocação de um equipamento de carregamento por frente de lavra;

$@\text{FOR}(\text{eqcarga}(j): @\text{SUM}(\text{frente}(i): x(i,j)) \leq 1);$
! Restrição da alocação dos equipamentos de carregamento a apenas uma frente de lavra;

$@\text{FOR}(\text{frente}(i): \text{nmaxcam}(i) = @\text{SUM}(\text{eqcarga}(j): \text{tciclo}(i) * x(i,j) / \text{tcarga}(j)));$
! Definição do número máximo de caminhões em cada frente de lavra;

$@\text{FOR}(\text{frente}(i): \text{camut}(i) - \text{nmaxcam}(i) \leq 0);$
! Restrição do número máximo de caminhões por frente para que não exista filas;

$\text{numcam} - @\text{SUM}(\text{frente}(i): \text{camut}(i)) \geq 0;$
! Restrição quanto ao número de caminhões disponíveis;

$@\text{FOR}(\text{frente}: @\text{FOR}(\text{eqcarga}: @\text{BIN}(x)));$
! O dígito binário x define a alocação - $x(i,j) = 1$ - ou a não alocação - $x(i,j) = 0$ - do equipamento j na frente de lavra i;

DATA:

$@\text{OLE}('usiminastcc.xlsx', 'Pi', 'alocação') = P, x;$

! Exportação das variáveis de decisão produção por frente e alocação para a planilha usiminastcc.xlsx;

ENDDATA

ANEXO B

Tabela 14: Dados gerais do problema proposto.

DADOS DO PLANEJAMENTO	
Número de Frentes	7
Frentes de Minério	5
Frentes de Estéril	2
Número de Variáveis Químicas	28
Número de Equipamentos de Carregamento	6
Disponibilidade Física	80%
Carga Horária Semanal	70,0 horas
Utilização	41,7%
Velocidade Média dos Caminhões [km/h]	20,0
Tempo de Descarga [min]	0,8

Tabela 15: Dados de carregamento para o problema proposto (EH: Escavadeira hidráulica; CR: Carregadeira sobre rodas).

CARREGAMENTO				
Carregadeira / Escavadeira	Produtividade Máxima Nominal [t/h]	Produtividade Máxima - MUSA [t/semana]	Produtividade Mínima - MUSA [t/semana]	Tempo de Carga [min]
EH R9100	2.354,0	131.824,0	13.182,4	2,42
EH R9100	2.354,0	131.824,0	13.182,4	2,42
EH R9100	2.354,0	131.824,0	13.182,4	2,42
CAT 992	3.557,0	199.192,0	19.919,2	1,60
EH R9250	4.292,0	240.352,0	24.035,2	1,33
EH R9250	4.292,0	240.352,0	24.035,2	1,33

Tabela 16: Dados de transporte para o problema proposto (CFE: Caminhão fora-de-estrada).

TRANSPORTE			
Modelo	Número de Equipamentos	Número de Equipamentos Ativos	Capacidade de Carga Nominal [t]
CFE RDP 470	12	0	65,0
CFE RDP 490	14	14	95,0

Tabela 17: Especificações granulométricas para a alimentação da ITM Oeste.

ESPECIFICAÇÕES GRANULOQUÍMICAS DA MISTURA DE MINÉRIOS								
Fração Granulométrica	Limites	%Peso	%Fe	%P	%Al ₂ O ₃	%PPC	%SiO ₂	%Mn
W1 (50 - 6,3 mm)	Mínimo	22,50	55,00	0,040	1,50	6,00	6,00	0,100
	Máximo	27,50	58,00	0,100	4,00	8,00	12,00	0,300
W2 (6,3 - 1,0 mm)	Mínimo	22,50	56,00	0,040	1,50	5,00	6,00	0,100
	Máximo	27,50	60,00	0,100	4,00	8,00	10,00	0,300
W3 (1,0 - 0,15 mm)	Mínimo	22,50	56,00	0,040	1,00	4,00	8,00	0,100
	Máximo	27,50	60,00	0,100	3,00	6,00	12,00	0,300
W4 (< 0,15 mm)	Mínimo	22,50	50,00	0,040	1,00	4,00	12,00	0,100
	Máximo	27,50	55,00	0,100	3,00	6,00	20,00	0,300

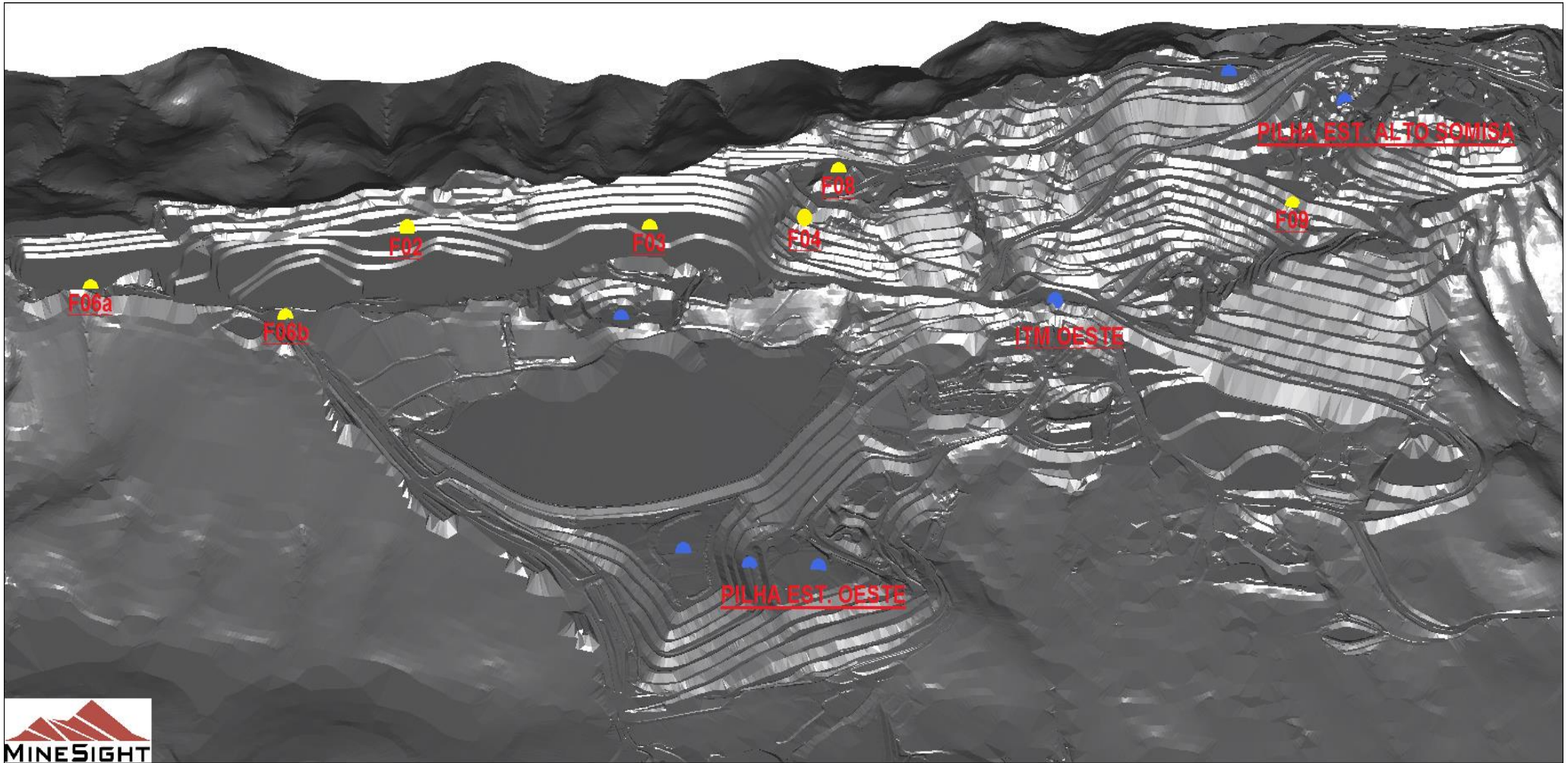


Figura 17: Modelo digital de terreno da Mina Oeste com as origens (frentes de lavra) em amarelo e os possíveis destinos em azul.

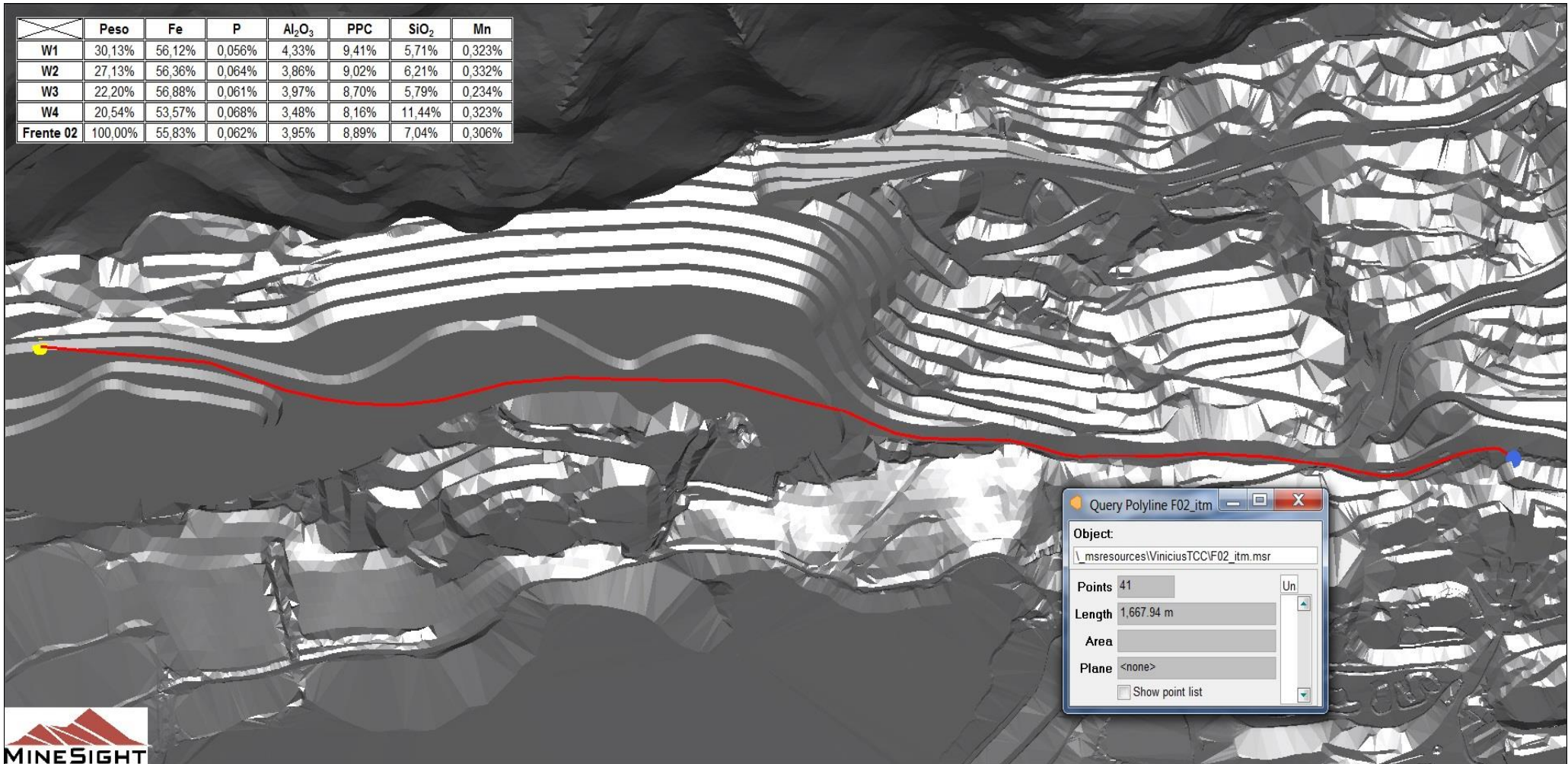


Figura 18: Rota de 1,67 km entre a frente de minério F02 e a ITM Oeste.

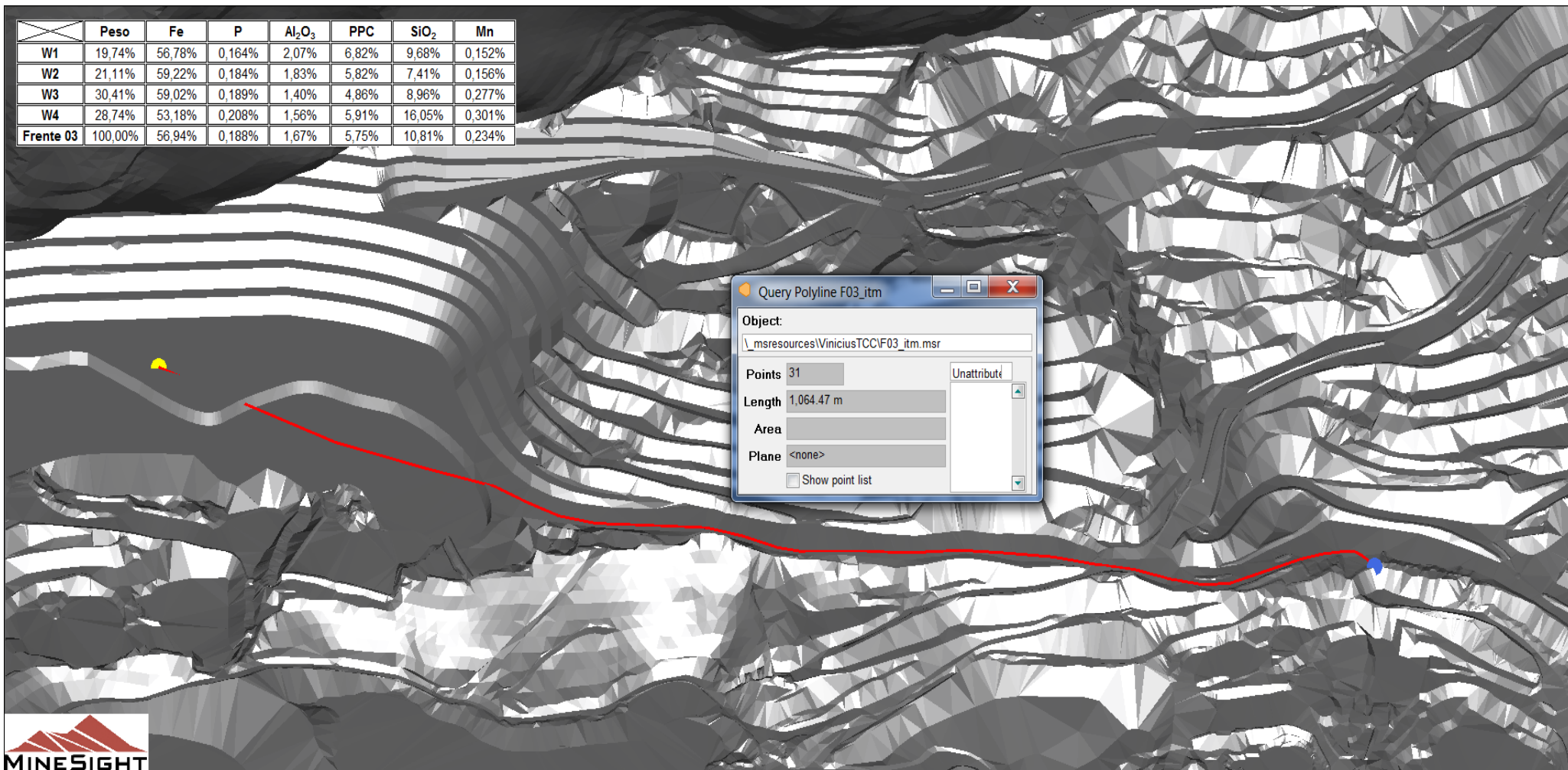


Figura 19: Rota de 1,06 km entre a frente de minério F03 e a ITM Oeste.

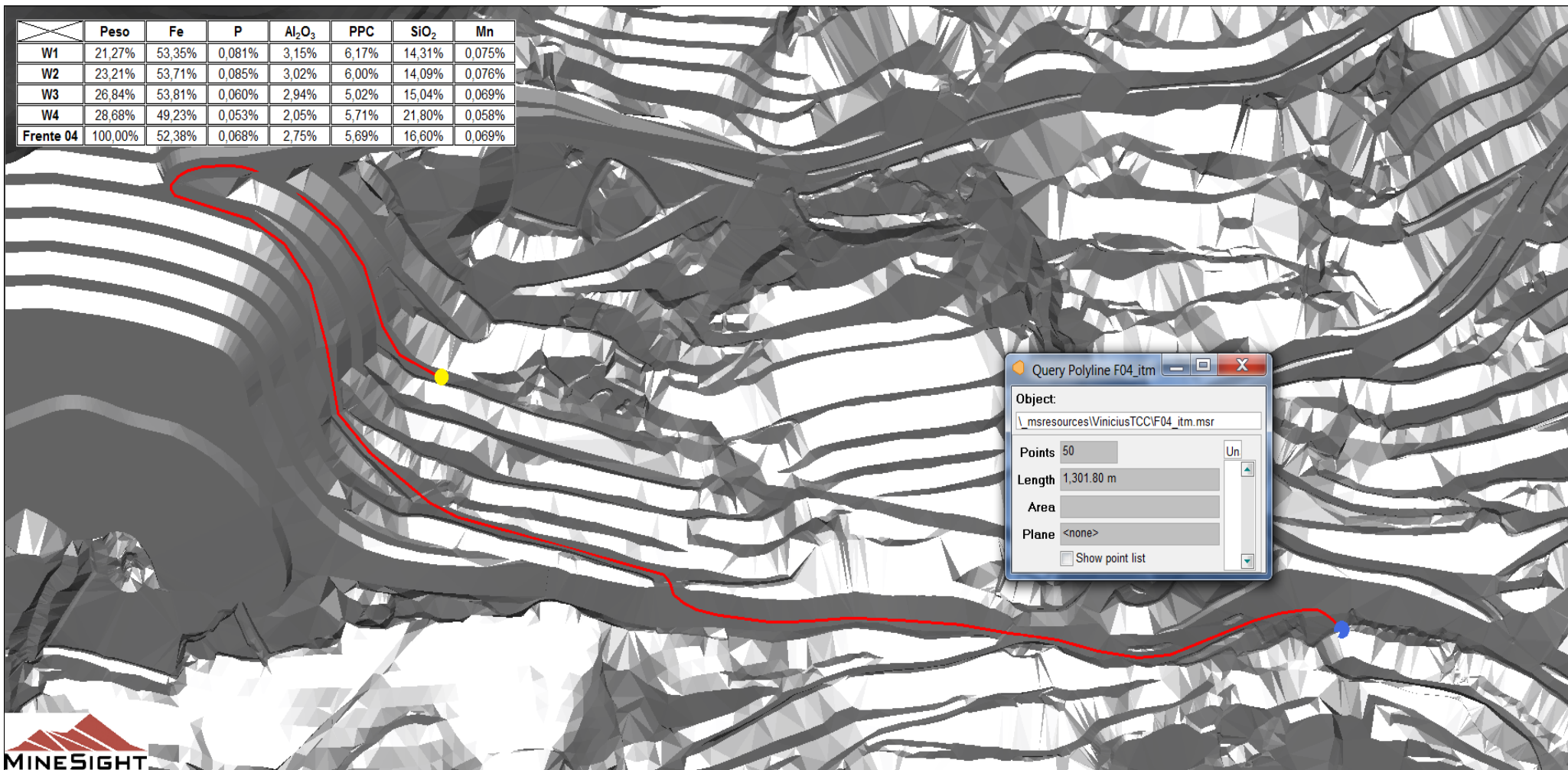


Figura 20: Rota de 1,30 km entre a frente de minério F04 e a ITM Oeste.

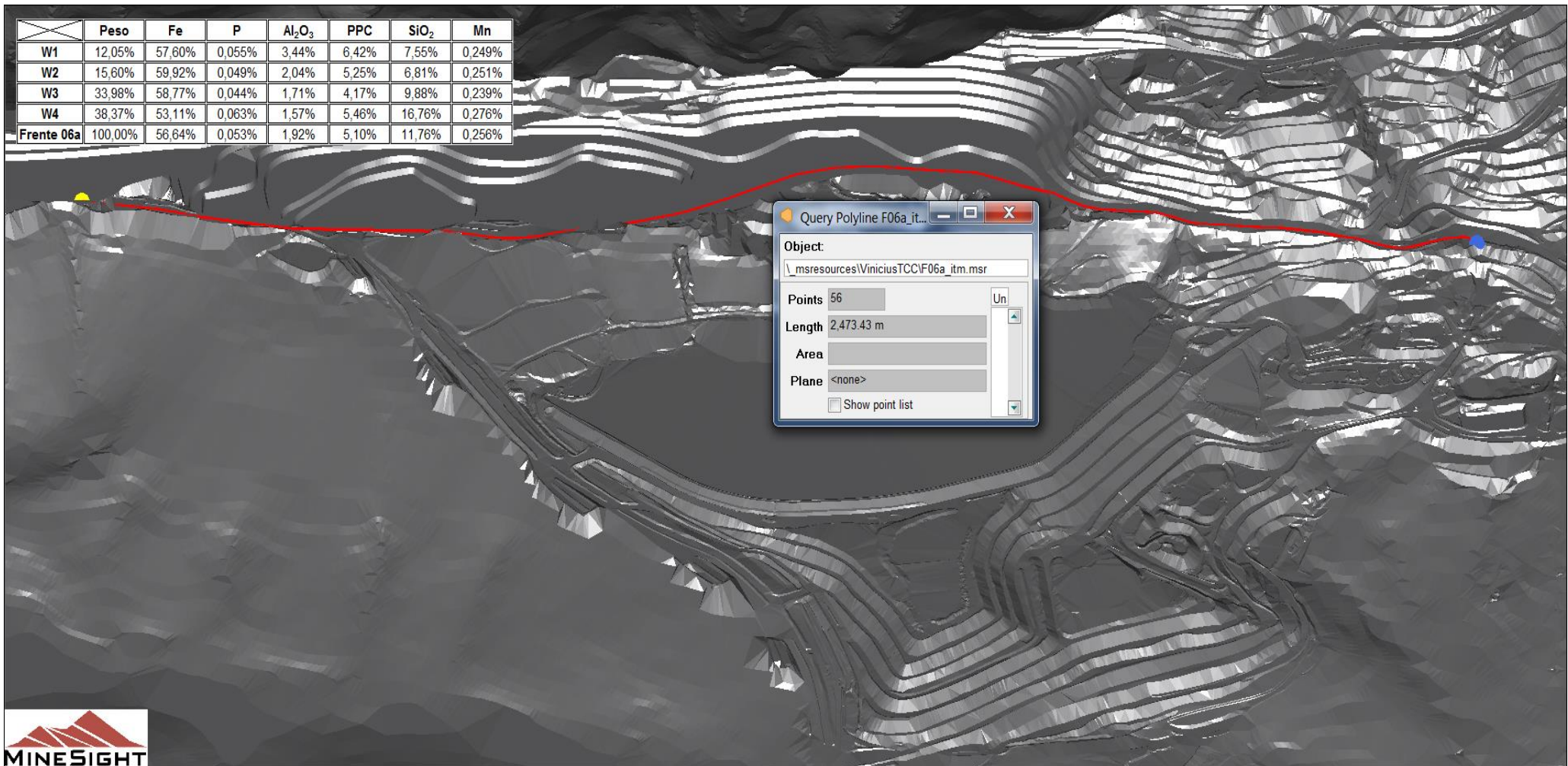


Figura 21: Rota de 2,47 km entre a frente de minério F06a e a ITM Oeste.

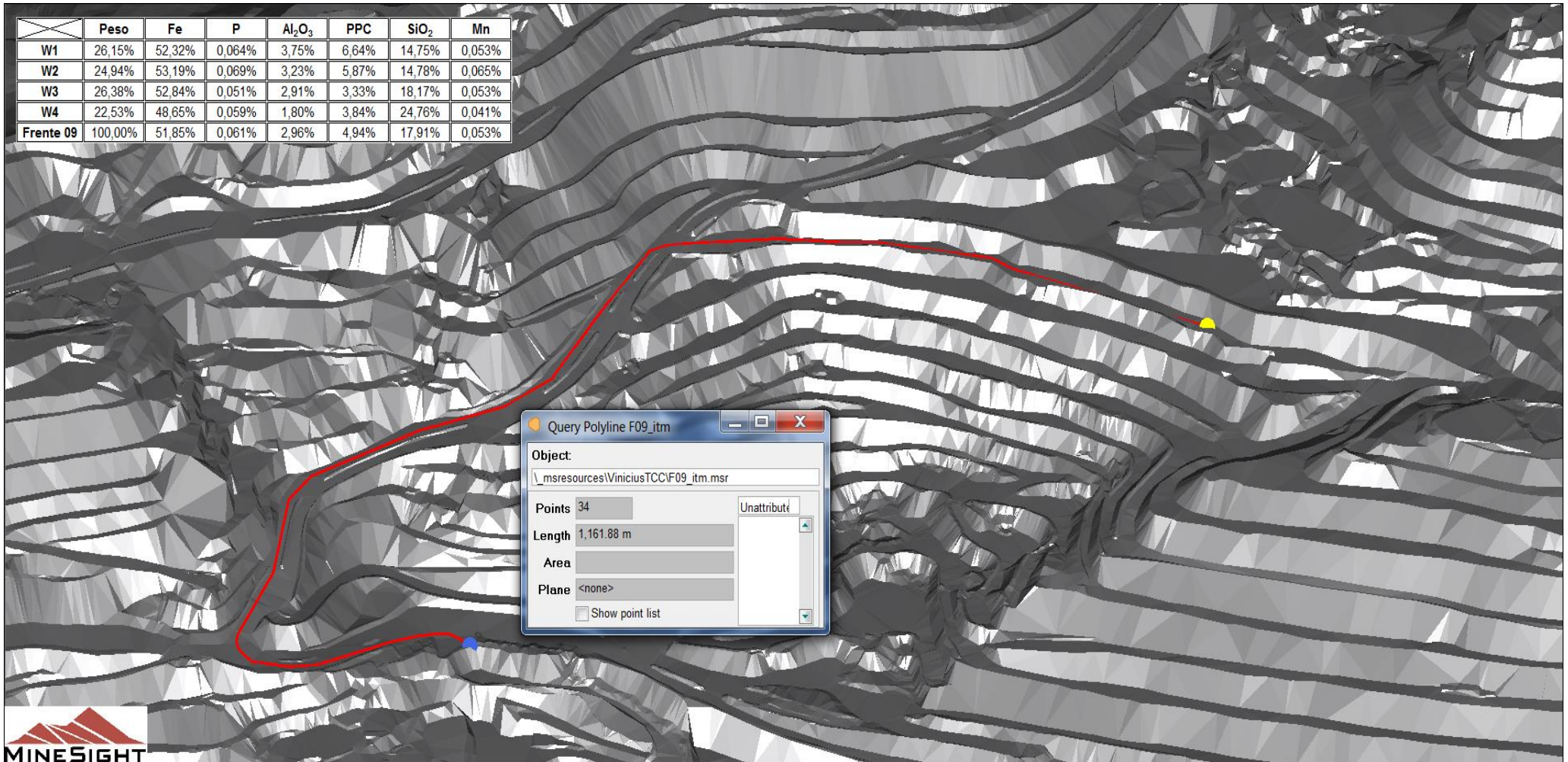


Figura 22: Rota de 1,16 km entre a frente de Minério F09 e a ITM Oeste.



Figura 23: Rota de 2,16 km entre a frente de estéril F06b e a Pilha de Estéril Oeste.

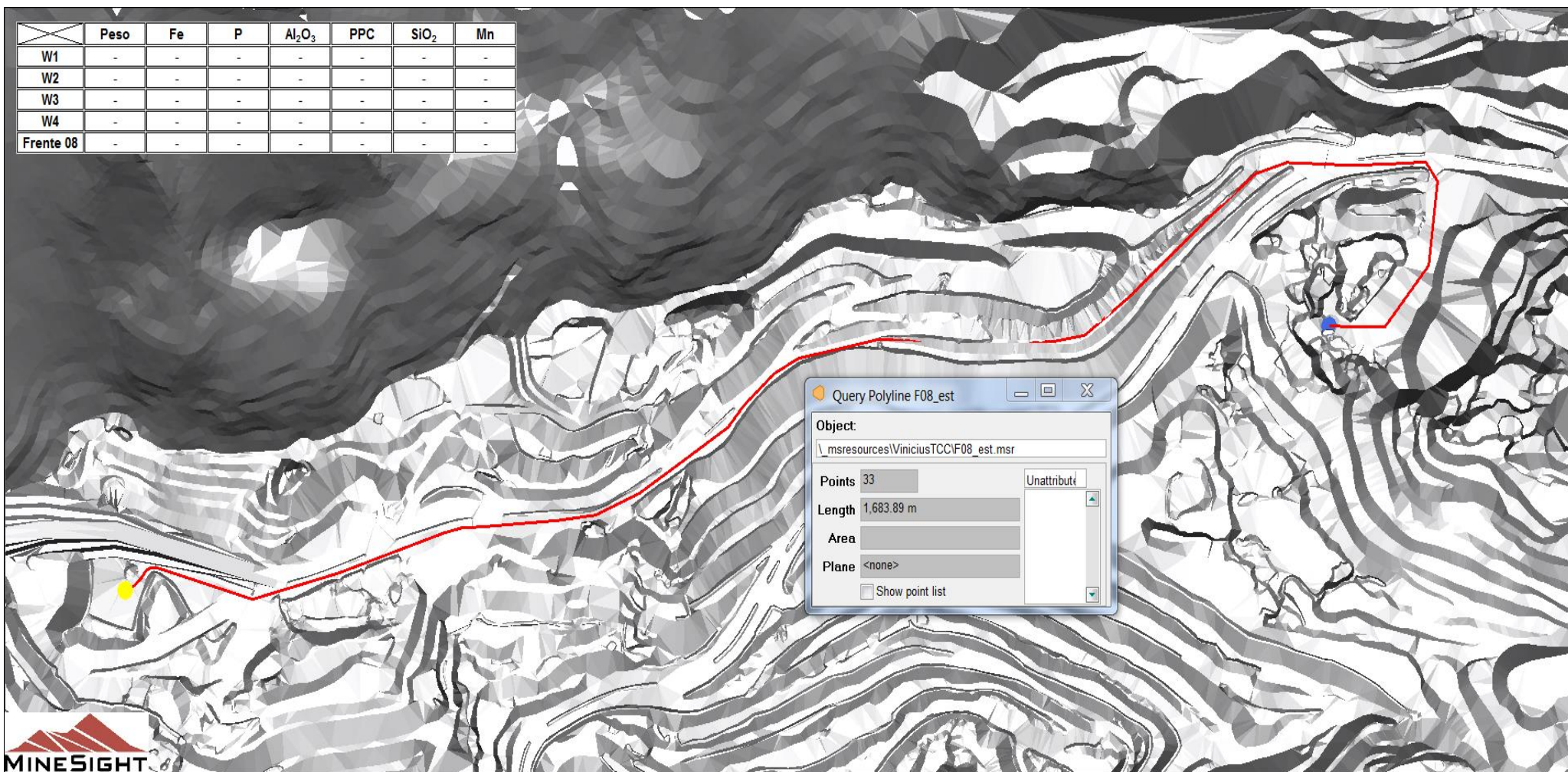


Figura 24: Rota de 1,68 km entre a frente de estéril F08 e a Pilha de Estéril Alto Somisa.