



UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO  
ESCOLA DE MINAS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE MINAS



ANÁLISE DAS PRINCIPAIS TÉCNICAS DE AMOSTRAGEM MANUAL PARA  
AMOSTRAS BINÁRIAS DIFERENTES EM GRANULOMETRIA E DENSIDADE

OURO PRETO

2017

ISABELA DOS SANTOS STOPA

ANÁLISE DAS PRINCIPAIS TÉCNICAS DE AMOSTRAGEM MANUAL PARA  
AMOSTRAS BINÁRIAS DIFERENTES EM GRANULOMETRIA E DENSIDADE

Monografia apresentada ao curso de Engenharia de Minas do Departamento de Engenharia de Minas da Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto, como requisito parcial para a obtenção do título de bacharel em Engenharia de Minas.

Área de concentração: Tratamento de minérios

Orientadora: Ma. Francielle Câmara Nogueira.

OURO PRETO  
2017

S883a

Stopa, Isabela.

Análise das principais técnicas de amostragem manual para amostras binárias diferentes em granulometria e densidade [manuscrito] / Isabela Stopa. - 2017.

68f.: il.: color; tabs.

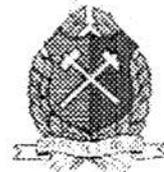
Orientadora: Profa. MSc. Francielle Nogueira.

Monografia (Graduação). Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de Minas. Departamento de Engenharia de Minas.

1. Beneficiamento de minério - Cominuição. 2. Mineração - Resíduos - Granulometria. I. Nogueira, Francielle. II. Universidade Federal de Ouro Preto. III. Título.

CDU: 622.73

Catálogo: [ficha@sisbin.ufop.br](mailto:ficha@sisbin.ufop.br)



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO  
Universidade Federal de Ouro Preto  
Escola de Minas - Departamento de Engenharia de Minas

## ATA DE DEFESA DE MONOGRAFIA DE FINAL DE CURSO

Aos 09 dias do mês de maio de 2017, às 10:00 horas, no auditório do Departamento de Engenharia de Minas da Escola de Minas - DEMIN/EM, foi realizada a defesa da monografia de final de curso de Engenharia de Minas requisito da disciplina MIN-491 – Trabalho de Conclusão de Curso II, pela aluna **Isabela dos Santos Stopa**, intitulado: “**ANÁLISE DAS PRINCIPAIS TÉCNICAS DE AMOSTRAGEM MANUAL PARA AMOSTRAS BINÁRIAS DIFERENTES EM GRANULOMETRIA E DENSIDADE.**”, sendo a comissão avaliadora formada por **Prof<sup>a</sup>. M.Sc. Francielle Câmara Nogueira** (orientadora), **Prof. M.Sc. Felipe de Orquiza Milhomem** e **M.Sc. José Pedro da Silva**.

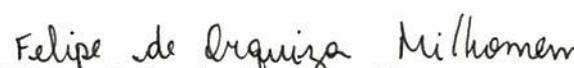
Após arguição sobre o trabalho, a comissão avaliadora deliberou por unanimidade pela **APROVAÇÃO**.... da candidata, com a nota **9,5** concedendo-lhe o prazo de 15 dias para incorporar no texto final da monografia as alterações determinadas/sugeridas pela banca.

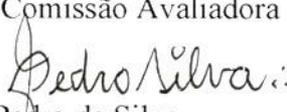
A aluna fará jus aos créditos e conceito de aprovação na disciplina MIN-491 – Trabalho de Conclusão de Curso II após a entrega dos exemplares definitivos (Cd e cópia impressa) da versão final da monografia defendida, conforme modelo do CEMIN-2009, no Colegiado do Curso de Engenharia de Minas – CEMIN.

Para fins de registro, foi lavrada a presente ata que, depois de lida e aprovada é assinada pelos membros da comissão avaliadora e pela discente.

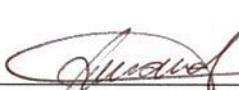
Ouro Preto, 09 de maio de 2017.

  
Prof<sup>a</sup> M. Sc. Francielle Câmara Nogueira  
Presidente da Comissão Avaliadora e Professora Orientadora

  
Prof. M.Sc. Felipe de Orquiza Milhomem  
Membro da Comissão Avaliadora

  
M.Sc. José Pedro da Silva  
Membro da Comissão Avaliadora

Isabela dos Santos Stopa

  
Prof. M.Sc. José Fernando Miranda  
Professor responsável pela Disciplina Min 491 – Trabalho de Conclusão de Curso

*Dedico este trabalho de conclusão de curso aos meus pais, Elízio e Elaine, por não medirem esforços para minha educação e crescimento.*

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço aos meus pais, Elízio e Elaine, por todo amor e dedicação.

Ao meu irmão, Elizinho, pelo companheirismo.

Ao Luis, pela cumplicidade.

À minha orientadora Ma. Francielle, pelos ensinamentos, amizade e paciência.

Ao Professor Dr. Carlos Alberto pela orientação e amizade.

Ao Engenheiro José Pedro por todos os ensinamentos.

Ao colega de curso Mateus por toda a ajuda em realizar os testes e pelo empenho e dedicação.

À todos que de alguma forma contribuíram para realização deste trabalho, o meu muito obrigada!

## RESUMO

A amostragem tem grande importância no setor mineral. A exigência de um maior conhecimento prévio das características físico-químicas do mineral em estudo e a não importância dada à amostragem dão sentido a esse trabalho. Utilizando seis misturas binárias sintéticas que variavam entre si em granulometria e densidade, esse trabalho investigou, avaliou e caracterizou as principais técnicas de amostragem (pilha cônica, pilha alongada, quarteador Jones, pazada alternada, pazada fracionada e divisão por incrementos), visando qualificá-las através da comparação de resultados que permitiram análise mássica (desvio padrão e coeficiente de variação, análise de teor e análise de heterogeneidade além de calcular a massa mínima garantindo que a massa inicial utilizada nas amostras primárias eram compatíveis com as mesmas, garantindo representatividade. De uma forma generalizada os materiais classificados como fino-fino obtiveram os melhores resultados comparados com os resultados esperados, para todos os métodos de ensaio. As técnicas pilha cônica, pazada alternada e pazada fracionada funcionaram melhor para materiais mais homogêneos, sem muita diferença de granulometria e densidade entre os constituintes da amostra inicial. Os testes de pilha cônica e quarteador Jones se mostraram como os testes mais democráticos, sofrendo pouco efeito pela segregação dos materiais e pela diferença de densidade. Já a técnica divisão de incrementos só se mostrou eficiente para o material fino e homogêneo.

**Palavras-chave:** Amostragem. Coeficiente de variação. Heterogeneidade. Massa mínima.

## **ABSTRACT**

Sampling has great importance in the mineral field. The requirement of prior knowledge of the physicochemical characteristics of minerals and a non-value given to sampling provide meaning to this work. Using 6 synthetic binary mixtures that vary in granulometry and specific gravity. This work investigated, evaluated and characterized the main sampling techniques (conical pile, elongated pile, Jones riffle, alternating shoveling and fractional shoveling). Aiming to qualify them through the comparison of results that allowed mass analysis (Standard deviation and coefficient of variation, contents analysis and the heterogeneity analysis beyond the quantification of a minimum mass, ensure that an initial mass used in the primary samples were compatible with itself, ensuring this way the representativeness. In general, the material classified as fine-fine obtained the best results compared to the expected results for all the test methods. The conical pile, alternating shoveling and fractional shoveling techniques worked best for more homogeneous materials, without much difference in particle size and density among the initial sample contents. The conical pile and the Jones riffle tests proved to be the most democratic tests, with little effect on material segregation and density differences. Yet, the technique of division of increments seemed to be only efficient for the fine and homogeneous material.

**Keywords:** Sampling. Coefficient of variation. Heterogeneity. Minimum mass.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Conceito de tripé de sustentação.....	12
Figura 2 - Diagrama de blocos para um exemplo genérico do processo de amostragem em tratamento de minérios .....	16
Figura 3 - Escolha aleatória de 10 pixels em uma malha de 17x13 pixels.....	21
Figura 4 - Escolha aleatória de 10 pixels em 3 estratos diferentes em uma malha de 17 x 13 pixels.....	21
Figura 5 - Escolha de pixels em uma malha de 17x13 pixels com passo de 5 na horizontal e 6 na vertical. ....	22
Figura 6 - Quarteamento por pilha cônica .....	24
Figura 7 - Divisão por pilha longitudinal. ....	25
Figura 8 - Método de fracionamento por pá.....	26
Figura 9 - Quarteador correto contendo o mesmo número de calhas pares e ímpares resultando em amostras A e B equivalentes.....	27
Figura 10 - Pilha dividida em quadrados de lado $2W$ e a representação do incremento retirado de cada um deles para composição da amostra .....	28
Figura 11- Pá de amostragem utilizada nos testes .....	42
Figura 12 - Etapas de homogeneização .....	44
Figura 13 - Quarteador Jones com 8 aberturas .....	46
Figura 14 -Quarteador Jones com 16 aberturas .....	46
Figura 15 - Etapas de divisão no Quarteador Jones.....	47
Figura 16 - Divisão do material por pazada alternada.....	48
Figura 17 - Método de pazada alternada .....	50

Figura 18 - Etapas do ensaio por divisão de incrementos .....	51
Figura 19 - Pilha alongada.....	52
Figura 20 - Representação do quarteamento pelo método de pilha longitudinal .....	53
Figura 21 - Amostra Quartzo amarelo(4 # ou 4,76 mm)- Hematita (6 # ou 3,36 mm) .....	54
Figura 22 - Amostra Quartzo branco (20 # ou 0,84 mm) – Quartzo azul (4 # ou 4,76 mm)....	54
Figura 23 - Amostra Quartzo branco (20 # ou 0,84 mm) – Quartzo vermelho (16 # ou 1,19 mm).....	55
Figura 24 - Foto utilizada para análise de teor software Irfanview® .....	55
Figura 25 -Segregação significativa ocasionado pela diferença granulométrica dos testes TIPO 4 e 5 .....	60

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1- Método de Richards para estimativa da massa mínima. ....	17
Tabela 2 - Descrição das amostras quanto a granulometria, densidade e proporção dos constituintes.....	41
Tabela 3 - Relação entre as dimensões da pá (espessura (E), altura (h), largura (w), comprimentos (l1, l2 e l3)) e granulometria da amostra (Tamanho máximo).....	42
Tabela 4 - Sequência de testes de Pilha cônica .....	43
Tabela 5 - Sequência de ensaios realizados com Quarteador Jones .....	45
Tabela 6 - Sequência de ensaios de pazada fracionada .....	49
Tabela 7 - Sequência de ensaios de pilha alongada.....	51
Tabela 8 - Massa mínima.....	57
Tabela 9 - Resultados obtidos através do método pilha cônica.....	59
Tabela 10 - Resultados obtidos através do método quarteador Jones .....	62
Tabela 11 - Resultados obtidos através do método de pazada alternada.....	64
Tabela 12 - Resultados obtidos através do método pazada fracionada com p=4 .....	64
Tabela 13 - Resultados obtidos através do método pazada fracionada com p=6 .....	65
Tabela 14 - Resultados obtidos através do método por pilha alongada.....	67
Tabela 15 - Resultados obtidos através do método de divisão por incrementos .....	68

## SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	12
2. OBJETIVOS.....	14
2.1. Objetivo geral.....	14
2.2. Objetivos específicos.....	14
3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	15
3.1. Amostragem.....	15
3.2. Tamanho da amostra primária.....	16
3.2.1 Teoria de Pierre Gy.....	18
3.2.2 Fator de composição mineralógica (Q).....	19
3.2.3 Fator de liberação do mineral (l).....	19
3.2.4 Fator de forma das partículas (f).....	20
3.2.5 Fator de distribuição dos tamanhos das partículas (h).....	20
3.3. Tipos de Amostragem.....	20
3.4. Teoria da amostragem.....	22
3.5. Técnicas de amostragens manuais.....	22
3.5.1. Pilha cônica.....	23
3.5.2. Pilha longitudinal ou alongada.....	24
3.5.3. Pazada alternada e pazada fracionada.....	25
3.5.4. Quarteador Jones.....	26
3.5.5. Divisão por incrementos.....	27

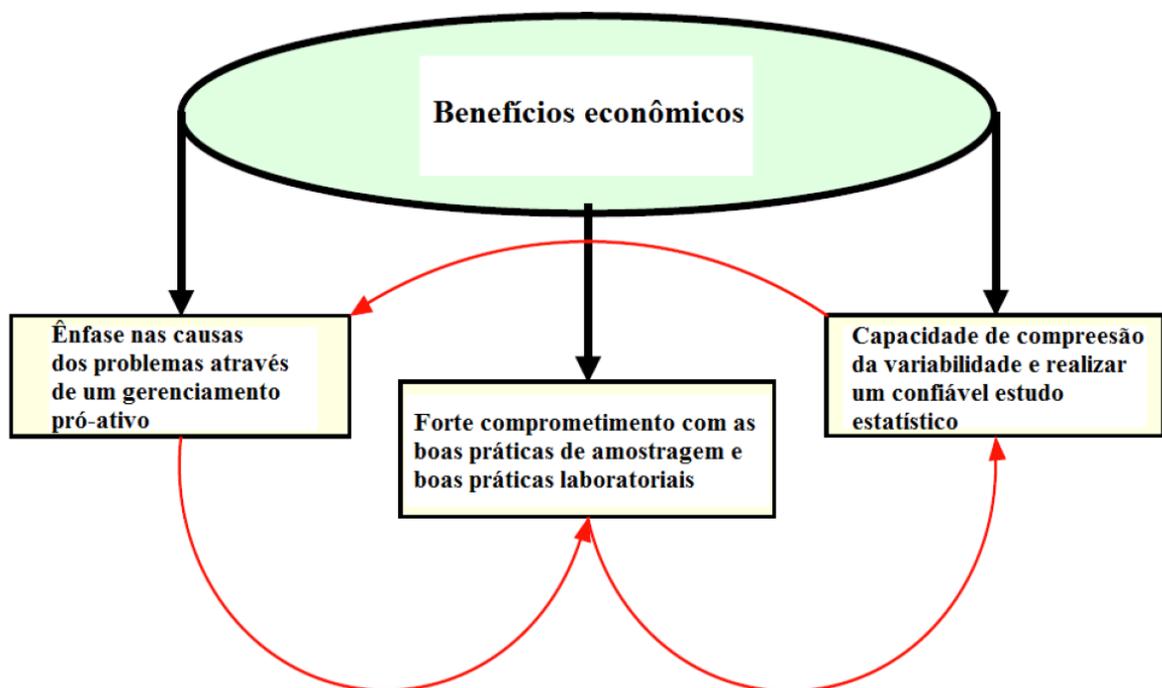
3.6.	Erros de amostragem .....	28
3.6.1.	Erro fundamental (FE) .....	29
3.6.2.	Erro de segregação de agrupamento (GE) .....	29
3.6.3.	Erro de seleção contínua ou erro de integração (IE).....	29
3.6.4.	Erro de materialização (ME).....	30
3.6.5.	Erro de amostragem (SE).....	31
3.6.6.	Erro total de amostragem (TE) .....	31
3.6.7.	Erro analítico (AE) e Erro Global (OE).....	31
3.7.	Heterogeneidade .....	32
3.7.1.	Heterogeneidade constitucional .....	32
3.7.2.	Heterogeneidade distributiva .....	34
3.7.3.	Correlação entre heterogeneidade constitucional e distributiva .....	35
3.8.	Segregação.....	36
3.9.	Noções de estatística.....	36
3.10.	Medidas de dispersão ou variabilidade .....	37
4.	METODOLOGIA.....	40
4.1	Pilha Cônica.....	43
4.2	Quarteador Jones .....	44
4.3	Pazada alternada .....	47
4.4	Pazada fracionada .....	48
4.5	Divisão por incrementos.....	50

4.6 Pilha alongada .....	51
4.7 Análise das amostras geradas .....	53
5. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS .....	57
5.1. Cálculo da densidade .....	57
5.2. Cálculo da massa mínima .....	57
5.3. Cálculo da heterogeneidade constitucional .....	58
5.4. Análise mássica e de teor.....	58
5.4.1. Pilha cônica.....	59
5.5. Quarteador Jones .....	62
5.6. Pazada alternada e pazada fracionada .....	64
5.7. Pilha alongada .....	67
5.8. Divisão por incrementos .....	68
6. CONCLUSÕES .....	70
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	71

## 1. INTRODUÇÃO

De acordo com Bortoleto (2015), em qualquer processo produtivo existe uma necessidade de um banco de dados fiel e para isso é necessário uma estratégia que segue o formato de tripé auto-sustentável, como mostra a Figura 1. E, para que não haja nenhum colapso é necessário que todas as bases se mantenham.

Figura 1 - Conceito de tripé de sustentação.



Fonte: Bortoleto (2015).

Dentro do contexto mineral, para todos os processos, tanto operacional quanto exploratório, é necessário o conhecimento prévio do comportamento e características físico-químicas do material lidado. Esse estudo investigativo pode ser realizado através da amostragem considerada, na maioria dos casos, a base mais fraca do tripé devido a falta de incentivo às boas práticas e amostragem (BORTOLETO, 2015).

A amostragem é o processo de tomar amostras através de seleção e inferência onde, a partir de uma pequena parte, pode-se tirar conclusões sobre o todo, com finalidade de generalizar o material inicial a partir de uma pequena porção, sem precisar analisar cada uma das partes

desse material. E, para que esta seja considerada adequada, ela deve ser representativa em relação suas características primárias, como por exemplo, densidade, teor, umidade, distribuição granulométrica e constituintes minerais.(SALVATORI ET AL., 2007).

Como um bom programa de controle de qualidade está baseado na execução correta da operação de amostragem, ou seja, um procedimento que seja tanto acurado quanto preciso, existem várias técnicas de amostragens manuais que se adaptam de acordo com a disponibilidade de material e características do minério como, por exemplo, os ensaios de pilha alongada, pilha cônica, Jones, divisão por incrementos, pazada alternada e pazada fracionada (MAGRI E OTIZ, 2000).

Segundo Mwasinga (2000), a reprodutibilidade ou a precisão de um teste pode ser medida a partir de parâmetros estatísticos como dispersão, desvio padrão, e coeficiente de variação dos resultados obtidos para um mesmo lote, somados à análise da heterogeneidade constitucional das amostras e do cálculo da massa mínima representativa pela fórmula de Gy.

Segundo Rocha, P. e Uliana A. (2015), em um trabalho de amostragem, ainda que se tenha tomado todas e quaisquer providencias possíveis para minimizar os erros sistemáticos de operação, sempre vai existir heterogeneidade entre as amostras geradas. Essa heterogeneidade é de fácil observação nas características dos fragmentos que compõe as amostras, como cor, forma e tamanho.

Este estudo analisou os diferentes métodos de amostragem manuais e seus resultados, bem como a heterogeneidade constitucional e a massa mínima representativa para diferentes situações utilizando seis misturas binárias que variam entre si em granulometria e densidade.

Dessa forma, a relevância deste estudo se dá pela crescente busca de amostragens mais eficientes uma vez que esse processo influencia diretamente todas as etapas subseqüentes visando o aprimoramento e principalmente a adequação desses métodos para materiais semelhantes, propiciando um melhor aproveitamento e qualidade dos produtos finais.

## **2. OBJETIVOS**

### **2.1. Objetivo geral**

O objetivo geral desse trabalho foi analisar e avaliar as principais técnicas de amostragem manual por meio do comportamento de seis amostras sintéticas binárias, que variavam entre si em densidade e granulometria, submetidas a esses métodos, comparando parâmetros como massa mínima, heterogeneidade constitucional, coeficiente de variação entre as amostras geradas e teor.

### **2.2. Objetivos específicos**

- i. Analisar o resultado da homogeneização e quarteamento, de ensaios de pilha cônica, variando o número de ciclos de homogeneização.
- ii. Analisar o resultado da homogeneização e quarteamento, de ensaios de pilha alongada, variando o comprimento das pilhas.
- iii. Analisar o resultado da homogeneização e quarteamento, de testes realizados em quarteadores do tipo Jones, variando o número de calhas do equipamento.
- iv. Analisar o resultado da homogeneização e quarteamento, de testes realizados utilizando a técnica divisão de incrementos.
- v. Analisar o resultado da homogeneização e quarteamento, de ensaios de pazada fracionada e pazada alternada, variando o número de pilhas formadas.

### **3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

Esse capítulo apresenta uma revisão da literatura relacionada aos temas relevantes ao entendimento dessa pesquisa. Estão apresentados conceitos e trabalhos já realizados sobre o tema.

#### **3.1. Amostragem**

A amostragem pode ser definida como uma seqüência de operações para retirada de uma amostra, ou parte significativa de um todo sem que haja qualquer alteração em suas propriedades (GY, 1998).

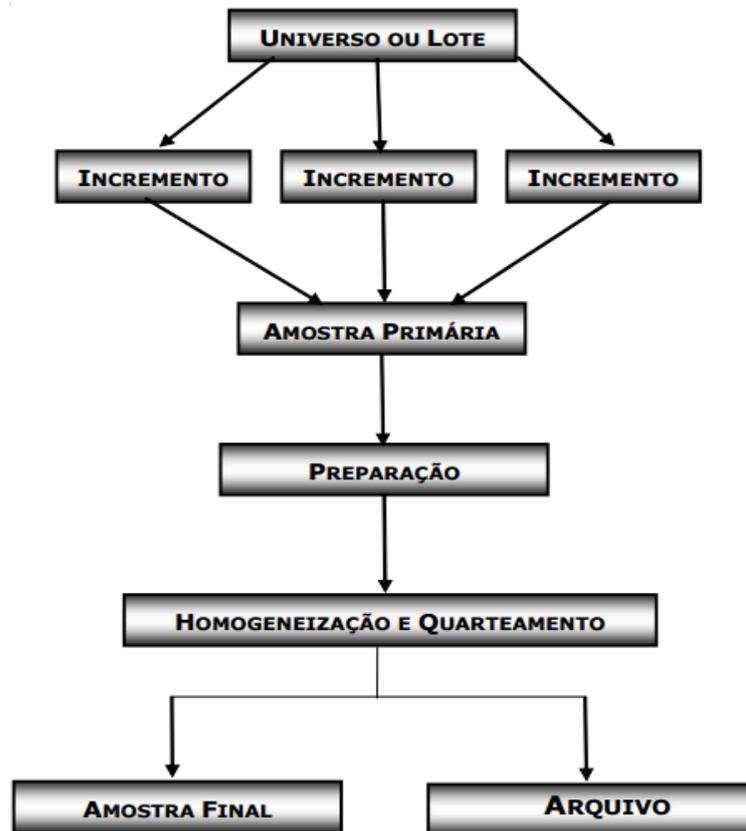
Na indústria mineral, a amostragem é um processo muito importante presente na avaliação de depósitos minerais (mina e jazidas), no controle de processo em laboratórios, instalações de beneficiamento e na comercialização de produtos. Além disso, uma grande responsabilidade é depositada nessa etapa que representa o primeiro passo para o conhecimento das características de um produto ou das condições de uma determinada operação.

Portanto, uma amostragem malconduzida pode resultar em prejuízos e em dados distorcidos de conseqüências técnicas imprevisíveis. Dessa forma, Sampaio et al. (2007), destaca a importância de um planejamento da etapa de amostragem que contemple:

- Identificação do lote ou fluxo a ser amostrado;
- Elaboração do plano de amostragem: conciliação dos custos com a precisão requerida, fundamentando-se na determinação de qualidade.
- Obtenção da amostra: determinação do método (amostragem aleatória, sistemática ou estratificada) de retirada dos incrementos para a obtenção da amostra.
- Preparação da amostra: conjunto de técnicas e operações necessárias para a realização da amostragem como, por exemplo, secagem, a redução de tamanho, a homogeneização e quarteamento.
- Determinação de um parâmetro de qualidade: parâmetros os quais irão determinar a qualidade, como por exemplo, a umidade e a distribuição granulométrica.

A Figura 2 representa um diagrama de blocos genérico de um processo de amostragem no setor mineral.

Figura 2 - Diagrama de blocos para um exemplo genérico do processo de amostragem em tratamento de minérios



Fonte: Salvatori et al. (2007).

O tamanho mínimo da amostra ideal é aquele em que cada constituinte possa estar incluído em um dado número de partículas, representando suas propriedades físico-químicas. Quanto maior o número de partículas particularmente significativas, maior tamanho mínimo da amostra para a avaliação de seus componentes (SAMPAIO ET AL., 2007).

### 3.2. Tamanho da amostra primária

A massa mínima representativa do lote a ser amostrado é função do tipo de material, granulometria, teor do elemento de interesse e precisão desejada. É determinada estabelecendo-se a dimensão do incremento e o número de incrementos a serem retirados,

sendo que cada incremento deve ser suficientemente grande para que uma porção representativa de grossos e finos seja retirada em uma única operação.

Para o caso de amostras com poucas informações, caso frequente, em trabalhos de campo e de laboratório, onde não se dispõem ou até mesmo não se justifica a busca das informações para aplicação da teoria de Pierre Gy, sugere-se a utilização do Método de Richards para o cálculo da massa mínima representativa.

Tabela 1- Método de Richards para estimativa da massa mínima.

Diâmetro de maior partícula	Caracterização do minério					
	Muito pobre ou muito uniforme	Pobre ou uniforme	Médios	Rico ou Spotty	Muito rico ou exclusivamente Spotty	Ouro
8"	9600	32000	-	-	-	-
5"	3800	12500	-	-	-	-
4"	2400	8000	40000	-	-	-
2"	600	2000	10000	26000	-	5000
1 1/2"	350	1150	5000	14000	-	2500
1"	150	500	2500	6500	-	1000
3/4"	85	300	1400	3600	-	500
1/2"	35	125	600	1600	-	200
1/4"	10	30	150	400	14000	100
6 M	2,5	8,5	43	110	3800	38
10 M	0,5	2	11	30	900	-
14 M	0,4	1	5	14	500	13
20 M	0,2	0,5	3	7	250	5
28 M	0,08	0,3	1,5	3,5	120	2
35 M	0,04	0,2	0,7	1,7	60	0,5
48 M	0,02	0,1	0,3	0,9	30	-
65 M	0,01	0,03	1,2	0,4	15	-
100 M	0,005	0,02	1,1	0,2	7,5	-
150 M	0,003	0,01	0,05	0,1	4	-
200 M	0,002	0,005	0,02	0,05	-	-

Fonte: Goes et al.(2004).

Já no caso de amostras que possuem informações detalhadas, a determinação da massa mínima baseia-se em ensaios preliminares e exploratórios que permitem analisar a

variabilidade do material. Esse método pode não ser adequado quando nenhuma das informações pode ser deduzida para as etapas de preparação da amostra primária ou quando a variabilidade não segue uma distribuição de Gauss ( GOES ET AL., 2004).

Dentre todas as opções de pré-determinar a massa mínima de amostra para uma dada granulometria e um dado erro destaca-se o método de Pierre Gy uma vez que aproximações empíricas facilitam seu uso.

### 3.2.1 Teoria de Pierre Gy

De acordo com Goes, (2004) a teoria de Pierre Gy considera que o material a ser amostrado esteja corretamente homogeneizado, que não existam erros inerentes às ferramentas de amostragem ou equipamento de cominuição utilizados para amostrar e, também supõe igual probabilidade de seleção para todas as partículas presentes e é dada pela Equação (1).

$$s_a = \sqrt{d^3 * Q * \left(\frac{1}{w} - \frac{1}{W}\right) * l * f * g} \quad (1)$$

Onde:

$s_a$  = estimativa do erro total de amostragem expresso como desvio-padrão;

$d$  = diâmetro máximo das partículas no material;

$Q$  = fator de composição mineralógica;

$w$  = massa mínima da amostra;

$W$  = massa do material a amostrar;

$l$  = fator de liberação do mineral;

$f$  = fator de forma das partículas;

$g$  = fator de distribuição de tamanho das partículas.

É comum a reunião dos fatores  $l$ ,  $f$  e  $h$ , que são adimensionais e multiplicá-los por  $Q$  obtendo um único fator ( $C$ ), de valor constante para uma dada granulometria, demonstrado pela Equação (2).

$$C = Q * l * f * g \quad (2)$$

Dessa maneira é possível reescrever Equação (1), simplificando-a como mostra a Equação (3):

$$s_a = \sqrt{d^3 * \left(\frac{1}{w} - \frac{1}{W}\right) * C} \quad (3)$$

E ainda, para grandes lotes à serem amostrados, ou seja quando W é muito grande, considera-se o  $\left(\frac{1}{w} - \frac{1}{W}\right)$  muito próximo de zero e, para essas situações a massa mínima pode ser calculada pela Equação (4):

$$s_a = \sqrt{\frac{d^3 * C}{w}} \quad (4)$$

### 3.2.2 Fator de composição mineralógica (Q)

Define-se como fator de composição mineralógica como o produto da média ponderada dos pesos específicos das partículas e os teores do mineral de interesse (x) e ganga (1-x) e calcula-se a partir das Equações (5) e (6):

$$Q = (100 - x)\rho \quad (5)$$

$$\rho = \rho_a + \rho_b \quad (6)$$

Onde:

$\rho$  = média ponderada dos pesos específicos de todas as partículas;

x = teor do mineral de interesse na amostra;

$\rho_a$  = peso específico do mineral de interesse;

$\rho_b$  = peso específico da ganga;

### 3.2.3 Fator de liberação do mineral (I)

O fator de liberação assume valores entre 0 e 1, e está associado ao  $d_{95}$  da amostra e  $d_l$ , que representa a malha de liberação.

Esses fatores se relacionam a partir da Equação (7):

$$l = \left( \frac{d_l}{d_{95}} \right) * 0,5 \quad (7)$$

### 3.2.4 Fator de forma das partículas (f)

O fator forma pode ser considerado de acordo com Goes (2004), igual a 0,5 para a maioria absoluta das amostras, mas existe algumas exceções como para minério de ouro em que é igual a 0,2.

### 3.2.5 Fator de distribuição dos tamanhos das partículas (h)

O fator de distribuição das partículas geralmente é igual à 0,25, com exceção para materiais extremamente bitolados em que esse fator passa a ser 0,5.

## 3.3. Tipos de Amostragem

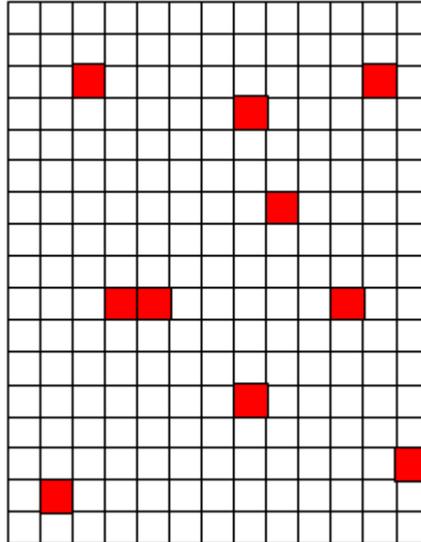
De acordo com Bortoleto (2009), é possível classificar tipos de amostragem através da possibilidade de ocorrência:

- Amostragem não-probabilística: quando certos elementos constituintes do lote tem probabilidade zero de serem selecionados para a amostra.
- Amostragem probabilística: quando todos os elementos constituintes do lote tem probabilidade diferente de zero de serem selecionados para a amostra.
- Amostragem equiprovável: quando todas as combinações de n fragmentos têm a mesma probabilidade de ser coletado;

Uma outra classificação se dá pelo critério adotado para retirada das amostras, como por exemplo:

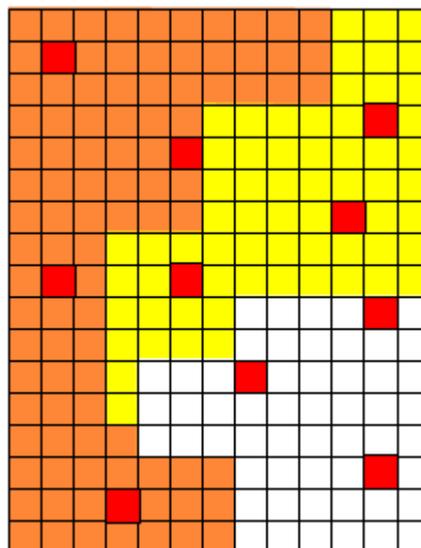
- Amostragem aleatória: quando há pouca informação sobre o material a ser amostrado e, ainda, quando os incrementos são retirados de forma fortuita, mas garantindo que todas as partes do material tenham a mesma probabilidade de serem amostradas. A Figura 3 é um exemplo desse tipo de amostragem.

Figura 3 - Escolha aleatória de 10 pixels em uma malha de 17x13 pixels



- Amostragem estratificada: quando o material é dividido em grupos distintos segundo características próprias e a amostragem é realizada dentro de cada estrato. A Figura 4 é um exemplo prático dessa amostragem.

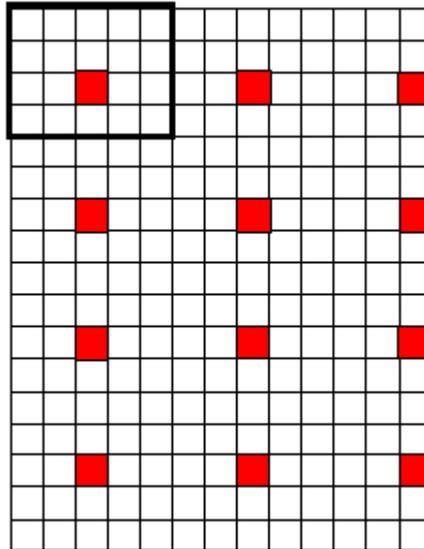
Figura 4 - Escolha aleatória de 10 pixels em 3 estratos diferentes em uma malha de 17 x 13 pixels



- Amostragem Sistemática: quando os elementos de uma população já se encontram ordenados segundo algum critério, por meio da escolha de um primeiro elemento,

seleciona-se um passo que definirá qual será o próximo elemento escolhido. A Figura 5 exemplifica essa subdivisão.

Figura 5 - Escolha de pixels em uma malha de 17x13 pixels com passo de 5 na horizontal e 6 na vertical.



### 3.4. Teoria da amostragem

De acordo com Chierigati (2007), é quase impossível que uma amostra apresente 100% das características do material de onde foi retirada, isso porque existem erros de amostragens e heterogeneidade de lotes.

O objetivo da amostragem é tentar controlar essas deficiências adequando a cada situação uma solução que possibilite eliminar os erros ou, ao menos, minimizá-los. A teoria da amostragem visa um estudo detalhado da relação entre uma população e suas amostras, avaliando características da população a partir da amostra (OLIVEIRA, 2016).

### 3.5. Técnicas de amostragens manuais

As técnicas manuais podem ser realizadas com material estático ou em movimento, e apesar de estar associadas a muitos erros, devido aos baixos custos, estão fortemente presentes na indústria mineral (SAMPAIO ET.AL., 2007).

De acordo com Chierigati (2007), os processos de amostragem por divisão se destacam ao se tratar de técnicas manuais e justificam-se quando os lotes de partículas possuem pequena quantidade de massa, pequena ou suficiente para que seja viável o manuseio manual de todo o conteúdo, mas que seja representativa.

Esses métodos visam a divisão do lote **L** em duas ou mais frações gêmeas, considerando que todas elas tenham sido tomadas sob as mesmas condições iniciais. Ainda segundo Chierigati (2007), existem ainda alguns passos elementares de amostragem por divisões:

1. Delimitação da fração: delimitação dos domínios de ocupação das frações estabelecidos pelos equipamentos de amostragem.
2. Separação das frações: a fração deve coincidir com a série de fragmentos cujo centro de gravidade está dentro dos limites das frações geométricas.
3. Reunião das frações: sistematização do agrupamento das frações, fornecendo um conjunto de amostras potenciais.
4. Seleção da amostra: a seleção amostral é um estágio mais probabilístico e aleatório.

As amostras podem ser obtidas à partir de técnicas automáticas ou manuais, e apesar das automáticas serem mais precisas, as manuais ainda são as mais utilizadas no ramo de tratamento de minérios. Dentre diversas opções de técnicas de amostragens manuais, cita-se:

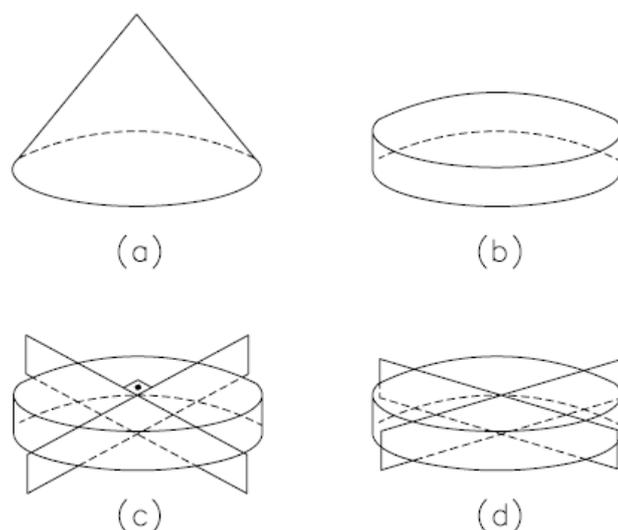
### **3.5.1. Pilha cônica**

De acordo com Chierigati (2007), o quarteamento por pilhas cônicas é um dos, se não o mais antigo método de amostragem probabilística. O método de pilha cônica é geralmente utilizado para pequenas frações de amostras, minérios heterogêneos, e granulometria grossa.

Consiste em homogeneizar o material e formar uma pilha cônica central, garantindo uma segregação simétrica em relação ao vértice do cone formado. A pilha é dividida em quatro partes e as partes diagonalmente opostas são unidas formando duas amostras. O processo pode ser repetido quantas vezes forem necessários.

A Figura 6 ilustra o quarteamento realizado por esse método.

Figura 6 - Quarteamento por pilha cônica



Legenda: (a) formação da pilha; (b) nivelamento da pilha; (c) quarteamento correto; (d) quarteamento incorreto

Fonte: Pitard (1993)

O método vem caindo cada vez mais em desuso, uma vez que é um método lento, por gerar apenas duas amostras por divisão. A pazada fracionada, por ser mais reproduzível vem sendo uma alternativa de substituição (CHIEREGATI, 2007).

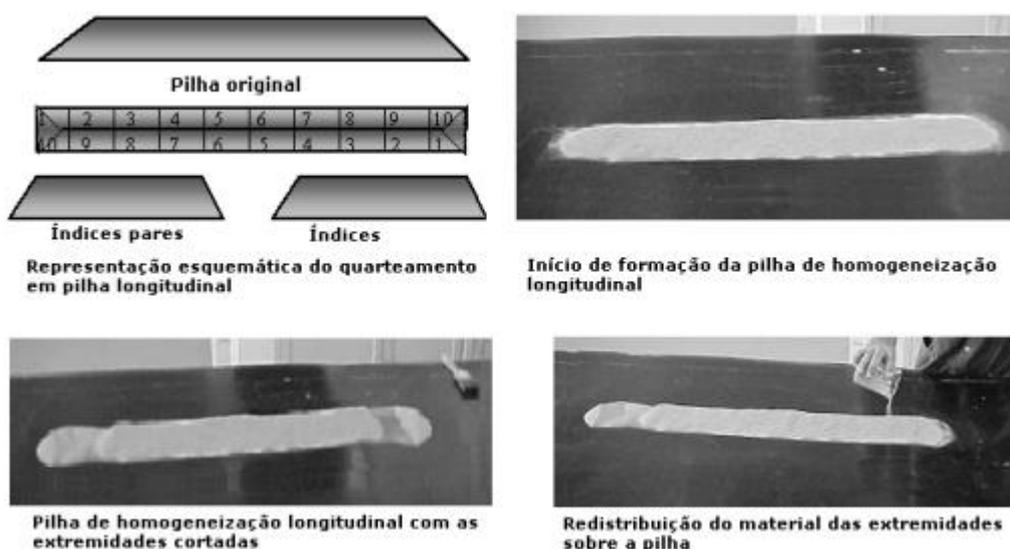
### 3.5.2. Pilha longitudinal ou alongada

O método de divisão por pilha alongada consiste em formar pilhas longitudinais distribuindo o material ao longo de uma linha reta utilizando, por exemplo, baldes, correias transportadoras, carro com trilhos entre outros, mas todos seguindo um mesmo princípio: movimento completo de vai e vem (CHAVES, 2012).

Divide-se, então, a pilha em segmentos, utilizando a largura da pá como referência. A união das seções alternadas formam duas novas pilhas gêmeas. Se necessário, a operação pode ser repetida com uma das pilhas formadas.

A Figura 7 ilustra a divisão dos segmentos e a formação das pilhas pela união dos segmentos pares e dos segmentos ímpares.

Figura 7 - Divisão por pilha longitudinal.



Fonte: Sampaio et al. (2007).

O material deve ser suficiente para todo o comprimento escolhido para a pilha e, atendendo essa quantidade mínima, não há nenhuma outra restrição quanto ao material utilizado, porém segundo Goes (2004), é um método mais indicado para materiais mais grossos e densos.

### 3.5.3. Pazada alternada e pazada fracionada

Segundo Chierigati (2007), os métodos de fracionamento por pá são os mais simples e baratos, consistindo em extrair pazadas sucessivas de um lote, formando **N** pilhas gêmea. Cada pilha deve conter 10, 30 ou 50 incrementos, dependendo de quão efetivo se quer reduzir o erro de segregação.

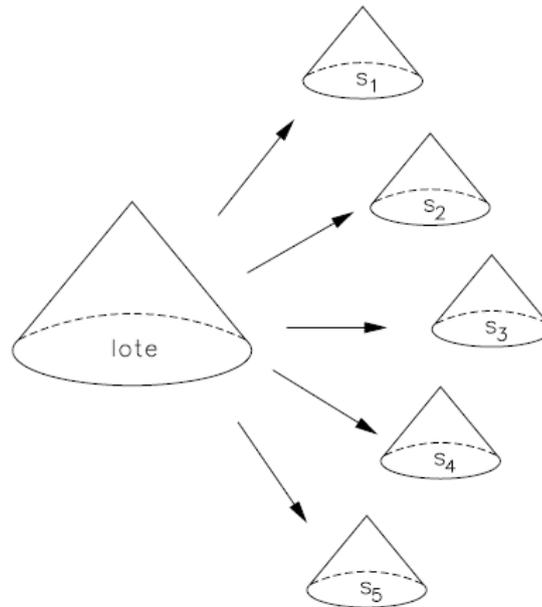
Ainda de acordo com Chierigati (2007), existem algumas condições que delimitam o método, sendo elas:

1. As pazadas devem ter o sempre o mesmo tamanho;
2. As pilhas gêmeas formadas devem ser constituídas pelo mesmo número de pazadas predefinidas.

3. As pazadas devem ser alternadas entre a pilha 1 e a pilha  $N$ , e então novamente da 1 à  $N$ , e assim por diante, retirando sucessivamente de uma pilha cônica central.

A Figura 8 ilustra a técnica de fracionamento por pá formando 5 amostras gêmeas ( $N = 5$ ).

Figura 8 - Método de fracionamento por pá



Fonte: Pitard(1993).

Define-se, ainda, como pazada alternada o método que gera duas amostras e pazada fracionada quatro ou mais amostras.

Para evitar os erros provenientes de segregação do material determinou-se que para esse trabalho 30 pazadas para cada pilha formada foram suficientes.

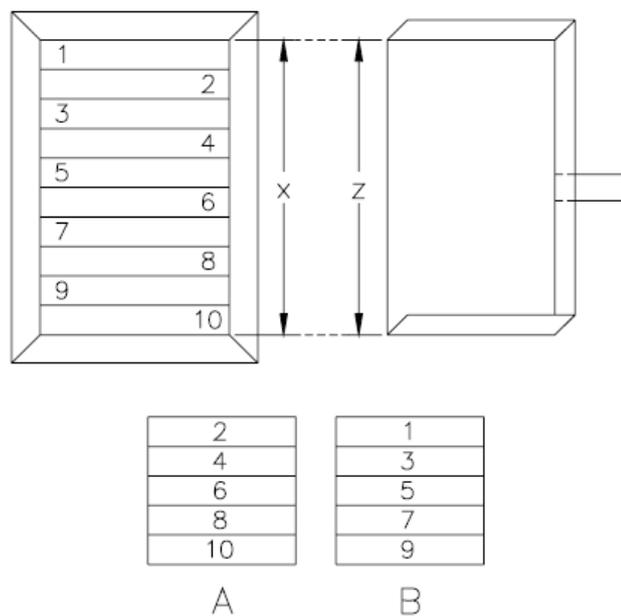
#### 3.5.4. Quarteador Jones

Os quarteadores do tipo Jones são muito utilizados, podendo ser construídos em vários tamanhos para atender diversas situações de quantidade de amostras. São projetados com uma série de calhas (rifles) inclinadas ora para um lado, ora para o outro. A largura da calha deve ser de, pelo menos, 2,5 vezes o tamanho máximo de partícula do material a ser dividido e a alimentação é feita na parte superior deixando-se cair a amostra uniformemente no meio das

calhas, com uma leve agitação do recipiente, formando sempre um ângulo reto (90°) do fluxo que cai com a intercessão das calhas.

São características do equipamento ter sempre o mesmo número de calhas, idênticas para cada lado. Além disto, a pá que alimenta o quarteador deve ter um comprimento  $z$  igual à abertura  $x$  do quarteador, ilustrado na Figura 9.

Figura 9 - Quarteador correto contendo o mesmo número de calhas pares e ímpares resultando em amostras A e B equivalentes



Fonte: Pitard (1993).

Uma das duas amostras gêmeas geradas é selecionada ao acaso evitando introdução de erros ao processo de amostragem.

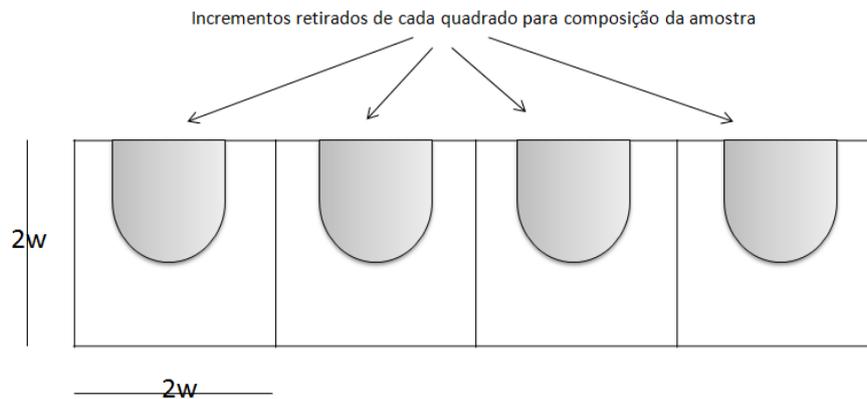
### 3.5.5. Divisão por incrementos

Aplicado principalmente para minérios de baixo teor ou muito heterogêneos (SAMPALHO ET AL, 2007).

Consiste em dispor o material em uma superfície plana e lisa, formando um retângulo de espessura constante. Deve-se dividir o retângulo em quadrados de lado igual à duas vezes o tamanho da pá ( $W$ ) e, então, retirar um incremento de cada um desses quadrados compondo a amostra-teste.

A pá deve ser padronizada e escolhida de acordo com o tamanho máximo das partículas do material a ser amostrado como mostra a Figura 10.

Figura 10 - Pilha dividida em quadrados de lado  $2W$  e a representação do incremento retirado de cada um deles para composição da amostra



### 3.6. Erros de amostragem

As técnicas de amostragem manual estão usualmente associadas a uma série de pequenos erros como perda de partículas durante a coleta, variação no tempo de coleta dos incrementos, contaminação do material (SAMPAIO, 2007).

O Erro, dito, erro de amostragem consiste na diferença entre o teor real (e desconhecido) da amostra e o teor do lote selecionado e pode ser considerado como o menor erro existente, desde que a amostra seja coletada em condições ideais. Nessas condições que, na prática nunca acontecem, pode-se dizer que cada um dos fragmentos têm a mesma probabilidade de seleção e, ainda, que cada fragmento é selecionado independentemente dos outros um a um (FRANÇOIS-BONGARÇON & GY, 2002).

Muitas vezes esse erro não possui uma média significativa e por esse motivo é caracterizado pela variância, calculada pela “fórmula de Gy” dada pela Equação (8):

$$RV = c f g l d^3 * \left( \frac{1}{M_s} - \frac{1}{M_l} \right) \quad (8)$$

Onde:

$RV$  = variância relativa do possível resultado de teor da amostra;

$M_s$  = massa da amostra;

$M_l$  = massa do lote inicial;

$d$  = tamanho nominal dos fragmentos;

$c, f, g$  e  $l$  = fatores tabelados ou obtidos experimentalmente.

### **3.6.1. Erro fundamental (FE)**

De acordo com Chierigati (2007), o erro fundamental é o único dentre todos os erros de amostragem que não pode totalmente eliminado, mesmo que se tenha todas as condições favoráveis, dessa forma o erro fundamental é irreduzível e depende da massa fundamental para representar o todo;

### **3.6.2. Erro de segregação de agrupamento (GE)**

O erro de segregação e agrupamento é resultante da heterogeneidade de distribuição localizada do material, o que quer dizer que por intermédio das forças gravitacionais os fragmentos se reorganizam, segregando-se em famílias de acordo com sua constituição (composição, forma, tamanho, densidade) e, quanto maior a diferença de constituição, maior a possibilidade de segregação (PITARD 2009).

### **3.6.3. Erro de seleção contínua ou erro de integração (IE)**

Também denominado como erro de periodicidade, resultante de eventuais variações periódicas da característica de interesse no material. (GOES ET. AL. 2004).

De acordo com Chierigati (2007), o erro de seleção contínua ou erro de integração é um erro gerado por consequência humana e por isso, geram-se conceitos de heterogeneidade:

- 1 Heterogeneidade ( $h_1$ ) constitucional aleatória de pequena escala, a qual gera o erro de variação de heterogeneidade de curto prazo ( $CE_1$ );
- 2 Heterogeneidade ( $h_2$ ) introduzida por tendências de longo prazo, definida como uma segregação de grande escala que gera o erro de variação de heterogeneidade de longo prazo ( $CE_2$ );;
- 3 Heterogeneidade ( $h_3$ ) introduzida por fenômenos cíclicos que gera o erro de variação periódica de heterogeneidade ( $CE_3$ ).

As correlações dadas pelas Equações (9), (10) e (11) são válidas:

$$CE1 = FE + GE \quad (9)$$

$$h = h_1 + h_2 + h_3 \quad (10)$$

$$CE = CE_1 + CE_2 + CE_3 \quad (11)$$

Onde:

$h$  = heterogeneidade total de um lote;

$CE$  = é o erro de seleção contínua ou erro de integração.

#### 3.6.4. Erro de materialização (ME)

Também denominado como erro de delimitação, resultante da eventual configuração incorreta da delimitação da dimensão dos incrementos (GOES ET. AL. 2004). A materialização dos fragmentos fornece os incrementos de uma amostra e em um primeiro momento necessita-se da delimitação correta desses incrementos e posteriormente a extração realizada de forma correta (CHIEREGATI, 2007).

Define-se o erro de materialização do incremento (ME) como a soma do erro de delimitação (DE) com o erro de extração (EE) dado pela Equação (12):

$$ME = DE + EE \quad (12)$$

### 3.6.5. Erro de amostragem (SE)

Considera-se a amostragem influenciada pelo processo de seleção do material associado ao erro de seleção contínua (CE) e pelo processo de junção de incrementos materializados associado, por sua vez com o erro de materialização (ME).

Dessa forma, de acordo com Chierigati (2007), o erro de amostragem (SE) pode ser definido o erro gerado pela redução do volume do lote inicial e é dado pela Equação (13):

$$SE = CE + ME \quad (13)$$

### 3.6.6. Erro total de amostragem (TE)

O erro total de amostragem é definido pela soma do erro de amostragem (SE) com o erro preparatório (PE), associado às etapas subsequentes à retirada dos incrementos (CHIEREGATI, 2007).

Dessa forma o erro total de amostragem (TE) pode ser definido como sendo o erro de preparação da amostra o que inclui, por exemplo, processos de redução, cominação e homogeneização e é dado pela Equação (14):

$$TE = SE + PE \quad (14)$$

### 3.6.7. Erro analítico (AE) e Erro Global (OE)

Segundo Bortoleto (2009), o erro analítico (AE) está associado aos fenômenos transientes que se alteram periodicamente por, principalmente, influencia humana e, portanto, por ser um erro de análise não está incluído dentro do erro total de amostragem, mas faz parte do erro global (OE).

Tanto a amostragem quando as etapas de análise são processos geradores de erro, e, portanto, OE é a soma do erro total de amostragem TE com o erro analítico AE dado pela Equação (15):

$$OE = TE + AE \quad (15)$$

### 3.6.8. Erros aleatórios e erros sistemáticos

Segundo Chierigati (2007), excluindo os erros acidentais como os de preparação classificado como erro sistemático, todos os outros erros são aleatórios.

Os erros aleatórios são inevitáveis, porém podem ser controlados e minimizados, já os erros sistemáticos podem ser evitados, por exemplo, se a distribuição de teores da amostra seguir uma distribuição normal (BORTOLETO, 2009).

## 3.7. Heterogeneidade

A heterogeneidade é um conceito relativo, e pode ser considerada como uma medida do quanto heterogêneo é um material ou mistura e pode ser classificada como heterogeneidade constitucional e heterogeneidade distributiva.

### 3.7.1. Heterogeneidade constitucional

A heterogeneidade de constituição ( $CH_L$ ) é considerada como uma propriedade intrínseca e inalterável de cada lote de material, dessa forma misturas e homogeneizações não influenciam na heterogeneidade constitucional, já processos de cominuição sim.

Os elementos que constituem o material não são idênticos entre si, assim, a homogeneização ou a segregação não modificam o material. De acordo com Chierigati (2007), por definição, o valor de heterogeneidade constitucional nulo seria quando todos os fragmentos de um lote forem idênticos em forma, tamanho, densidade.

De acordo com Koyama (2009), pode-se definir a heterogeneidade constitucional ( $CH_L$ ) de um lote L como sendo uma medida adimensional definida pela variância das heterogeneidades  $s^2(h_1)$  dos N fragmentos (F) que o compõe dada pela Equação (16):

$$CH_L = s^2(h_1) N_f \sum \frac{(a_i - a_L)^2}{a_L^2} * \frac{M_i^2}{M_L^2} \quad (16)$$

Onde:

$a_i$  = teor de um fragmento;

$a_L$  = teor do lote ao qual pertence este fragmento;

$M_i$  = massa deste fragmento;

$M_L$  = massa do lote ao qual pertence este fragmento.

Porém é uma operação inviável contar o número de fragmentos de um lote grande, dessa forma existe uma alternativa para essa situação. De acordo com Pitard (1993 apud KOYAMA, 2009), a heterogeneidade constitucional pode ser estimada (EST  $IH_L$ ) de uma forma indireta, a partir da coleta de fragmentos aleatórios de uma amostra.

A estimativa do fator constante de heterogeneidade constitucional, denominada como  $IH_L$  é dada a partir de aproximações feitas da equação do fator constante de heterogeneidade constitucional dada pela Equação (17):

$$IH_L = clfgd^3 \quad (17)$$

Onde:

c = fator mineralogia;

l = fator liberação;

f = fator forma;

g = fator granulométrico;

d = diâmetro das partículas.

Assim, apresenta-se a estimativa do fator de heterogeneidade (dimensional) pela Equação (18):

$$\text{EST } IH_L = g \sum \frac{(a_q - a_Q)^2}{a^2_Q} * \frac{M^2_q}{M_Q} \quad (18)$$

Onde:

$g$  = fator granulométrico.

$a_q$  = teor do lote;

$M_q$  = massa da amostra;

$a_Q$  = média ponderada do teor para todas as amostras de uma faixa granulométrica;

$M_Q$  = soma das massas de todas as amostras de uma faixa granulométrica.

Dessa forma, de acordo com Gy (1998), os valores encontrados para o  $IH_L$  podem ser aplicados para calcular a variância do erro fundamental ( $S^2_{FSE}$ ) para diferentes diâmetros nominais, de acordo com a Equação (19):

$$S^2_{FSE} = \left( \frac{1}{M_s} - \frac{1}{M_L} \right) * IH_L \quad (19)$$

Onde:

$M_s$  = massa da alíquota retirada da amostra;

$M_L$  = massa da amostra;

$IH_L$  = fator de heterogeneidade (utilizado o valor da estimativa de  $IH_L$ , como proposto);

Com isso, pode-se obter o desvio padrão do erro fundamental, dado pela Equação (20):

$$S_{FSE} = \sqrt{S^2_{FSE}} \quad (20)$$

### 3.7.2. Heterogeneidade distributiva

A heterogeneidade distributiva ( $DH_L$ ) é uma propriedade associada com a forma em que os fragmentos se distribuem ao longo do material. Uma vez que se analisa material de diferentes pontos do lote, não é encontrada uma composição média constante. A homogeneização é uma

solução para minimizar os efeitos geradores da heterogeneidade constitucional (GOES ET. AL. 2004).

Pode-se dizer que para cada um dos constituintes, a heterogeneidade distribucional depende da heterogeneidade constitucional  $CH_L$ , da distribuição espacial dos constituintes, e da forma do lote (CHIEREGATI, 2007).

Os diferentes grupos de fragmentos que compõe um lote L, possuem diferentes valores de  $DH_L$ , e quando misturados produzem um efeito sob a variância, dessa forma  $h_n$  significa a contribuição de cada grupo de fragmento para a heterogeneidade do lote e é dada pela Equação (21):

$$h_n = \frac{a_n - a_L}{a_L} * \frac{M_n}{M_L} = N_g * \frac{a_n - a_L}{a_L} * \frac{M_n}{M_L} \quad (21)$$

Onde:

$a_n$ = constituinte de interesse de um grupo de fragmentos;

$a_L$ = média do constituinte dentro do lote;

$M_n$ = massa de um grupo de fragmentos no lote;

$M_L$ = massa do lote;

$N_g$ = número de grupos de fragmentos.

E então, segundo Pitard (1993 apud KOYAMA, 2009), essa variância requerida anteriormente é devida à heterogeneidade constitucional e pode ser denominada de heterogeneidade de distribuição ( $DH_L$ ) dada pela Equação (22):

$$DH_L = S^2_{h_n} * \frac{1}{N_g} \sum_n h_n^2 * \frac{(a_n - a_L)^2}{a_L^2} * \frac{M_n^2}{M_L^2} \quad (22)$$

### 3.7.3. Correlação entre heterogeneidade constitucional e distributiva

As variáveis  $DH_L$  e  $CH_L$  são aleatórias e aditivas, isso significa que  $CH_L \geq DH_L \geq 0$ , assim, o valor máximo de  $DH_L = CH_L$  e representa um lote em que os grupos são constituídos por

apenas um fragmento. Já  $DH_L = 0$  ocorre quando não é possível homogeneizar mais o material e, cada grupo passa a ser tratado então como amostras independentes (BORTOLETO, 2009).

### 3.8. Segregação

Segregação representa uma dissociação mediante os indivíduos de mesmo grupo. Nas amostras ocorre devido às diferenças de densidade, granulometria entre os constituintes ou ainda, pela perda seletiva de frações como finos ou lamas (CHAVES, 2012).

Existe ainda o fator de segregação ( $Z$ ), que depende dos processos, equipamentos e tipo de material e está diretamente relacionado com a magnitude da heterogeneidade de distribuição de um lote.

### 3.9. Noções de estatística

Pode-se ainda, segundo Bortoleto (2009), de uma forma objetiva definir a estatística como “Conhecimento incerto + Conhecimento sobre a incerteza = Conhecimento útil” e assim proporcionar conclusões que transcendam os dados obtidos inicialmente, analisando os fatores responsáveis pela variabilidade que afeta, de maneira imprevisível, o processo.

Alguns conceitos de estatística básica, utilizados para o entendimento desse trabalho:

**População:** Define-se como lote ou população um conjunto completo de dados ou todo o material cujas características se deseja conhecer.

**Incrementos:** São as várias frações de material retiradas do lote e que constituirão a amostra total. A coleta dos incrementos deve ser realizada respeitando-se intervalos regulares de tempo ou de massa, e deve ser tomado o maior número possível, em termos práticos de incrementos para garantir a representatividade das amostras total.

**Amostra:** amostra é uma sub-coleção de elementos extraídos de uma população;

**Amostragem:** É o processo de retirar elementos amostrais de uma população de forma criteriosa e adequada. Os dados quantitativos consistem em números que representam contagens ou medidas.

### 3.10. Medidas de dispersão ou variabilidade

A dispersão ou variabilidade quantifica uma maior ou menor diversificação dos valores de uma variável em torno de um valor de tendência central (OLIVEIRA, 2016). Como exemplo de medidas de dispersão ou variabilidade temos:

#### Variância

A variância indica o quão longe os valores estão do esperado, ou seja, mede o desvio em torno da média aritmética. Calcula-se a variância utilizando a Equação (23) a partir da média do quadrado da distância de cada ponto até a média.

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x_i - \mu)^2}{N} \quad (23)$$

Onde:

$x_i$ : variáveis;

$\mu$ : média;

$\sigma^2$ : variância;

$N$ : número de variáveis.

Na prática,  $N$  é um número muito grande, sendo quase sempre impossível achar o valor exato.

Um método comum de estimar a variância da população é através da tomada de amostras, e então usa-se no divisor o número de graus de liberdade da amostra que é  $n - 1$ , conforme apresentado na Equação (24):

$$S^2 = \frac{\sum(x_i - \mu)^2}{n - 1} \quad (24)$$

Onde:

$x_i$ : variáveis;

$\mu$ : média;

$S^2$ : variância;

$n - 1$ : grau de liberdade da amostra.

De acordo com Oliveira (2016), a variância se dá em uma unidade quadrada tornando seu uso inconveniente na prática, sendo mais útil o desvio padrão.

### **Desvio Padrão**

Define-se o desvio padrão como a raiz quadrada da variância, ou seja, para populações utiliza-se a Equação (25):

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \mu)^2}{N}} \quad (25)$$

E, para amostras utiliza-se a Equação (26):

$$S = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \mu)^2}{n - 1}} \quad (26)$$

Segundo Bortoleto (2009), diferente da amplitude total, tanto a variância quanto o desvio padrão, levam em consideração a totalidade dos valores da variável em estudo, evitando assim, que valores extremos influencie o resultado.

### **Coeficiente de Variação**

O coeficiente de variação representa o desvio-padrão expresso como porcentagem da média e tem, como característica positiva, a capacidade de comparar de distribuições diferentes e é definido pela Equação (27):

$$CV = \frac{S}{\bar{X}} \quad (27)$$

Onde:

CV: coeficiente de variação;

S: desvio padrão;

$\bar{X}$ : Média entre as massas das amostras

#### 4. METODOLOGIA

Neste capítulo estão apresentados os procedimentos experimentais necessários para a avaliação das principais técnicas de amostragem manual: pilha cônica, pilha alongada, pazada fracionada, pazada alternada, quarteador Jones, divisão por incrementos. Toda a parte experimental foi realizada no Laboratório de Tratamento de Minérios do Departamento de Engenharia de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto.

O material utilizado nos ensaios foi uma amostra de hematita e amostras de quartzo colorido de amarelo, azul, branco, vermelho e roxo. As amostras de quartzo e de hematita foram peneiradas à úmido e todo material foi dividido em duas faixas granulométricas distintas, a granulometria fina (16 # ou 1,19 mm à 20 # ou 0,84 mm) e a granulometria grossa (4 # ou 4,76 mm à 6 # ou 3,36 mm).

Com objetivo de avaliar a influência da granulometria do material no processo de homogeneização e quarteramento os testes foram agrupados em três tipos distintos: “fino-fino”, “fino-grosso” e “grosso-grosso”. As amostras do tipo “fino-grosso” e “grosso-grosso”, foram constituídas de materiais com faixas granulométricas subseqüentes para facilitar a separação dos mesmos e a análise de resultados. Além da granulometria, também foi analisada a influência da diferença de densidade utilizando em alguns testes o mineral hematita.

A massa utilizada nos testes do tipo “grosso-grosso” e “fino-grosso” foi igual a 1,5kg e nos testes do tipo “fino-fino” foi 0,5 kg, ambas massas foram compatíveis com o tamanho da lona quadrada, de lado igual à 65 cm, utilizada na homogeneização, bem como com os demais equipamentos usados para quarterar.

As proporções dos constituintes foram mantidas fixas para todos os testes: 60% de quartzo cor 1 e 40% de quartzo cor 2 ou hematita. Essa proporção foi definida aleatoriamente tomando por base que na natureza as proporções de minerais são distintas.

A Tabela 2 apresenta a descrição das amostras quanto a granulometria, densidade, composição, proporção de seus constituintes (c1 e c2), bem como a notação adotada para cada tipo de amostra. Todos os ensaios foram realizados em duplicata, admitindo-se erro máximo de 5%, totalizando 132 ensaios.

Tabela 2 - Descrição das amostras quanto a granulometria, densidade e proporção dos constituintes

<b>AMOSTRA</b>	<b>GRANULOMETRIA</b>	<b>DENSIDADE (g/cm<sup>3</sup>)</b>	<b>MATERIAL</b>
TIPO 01	Grosso (4 # ou 4,76 mm) + Grosso (6 # ou 3,36 mm)	2,60 e 2,60	c1 = Quartzo amarelo(60%) c2 = Quartzo azul (40%)
TIPO 02	Grosso (4 # ou 4,76 mm) + Grosso (6 # ou 3,36 mm)	2,60 e 5,30	c1 = Quartzo amarelo (60%) c2 = Hematita (40%)
TIPO 03	Fino (20 # ou 0,84 mm) + Grosso (4 # ou 4,76 mm)	2,60 e 2,60	c1 = Quartzo branco (60%) Quartzo azul (40%)
TIPO 04	Fino (20 # ou 0,84 mm) + Grosso (4 # ou 4,76 mm)	2,60 e 5,30	c1 = Quartzo branco (60%) c2 = Hematita (40%)
TIPO 05	Fino(20 # ou 0,74 mm) + Fino(16 # ou 1,19 mm)	2,60 e 2,60	c1 = Quartzo branco (60%) Quartzo vermelho (40%)
TIPO 06	Fino(20 # ou 0,74 mm) + Fino(16 # ou 1,19 mm)	2,60 e 5,30	c1 =Quartzo roxo (60%) c2 = Hematita (40%)

Para realizar os testes de amostragem utilizou-se uma pá com dimensões adequadas à granulometria das amostras. Essa pá foi escolhida utilizando dados especificados na Tabela 3.

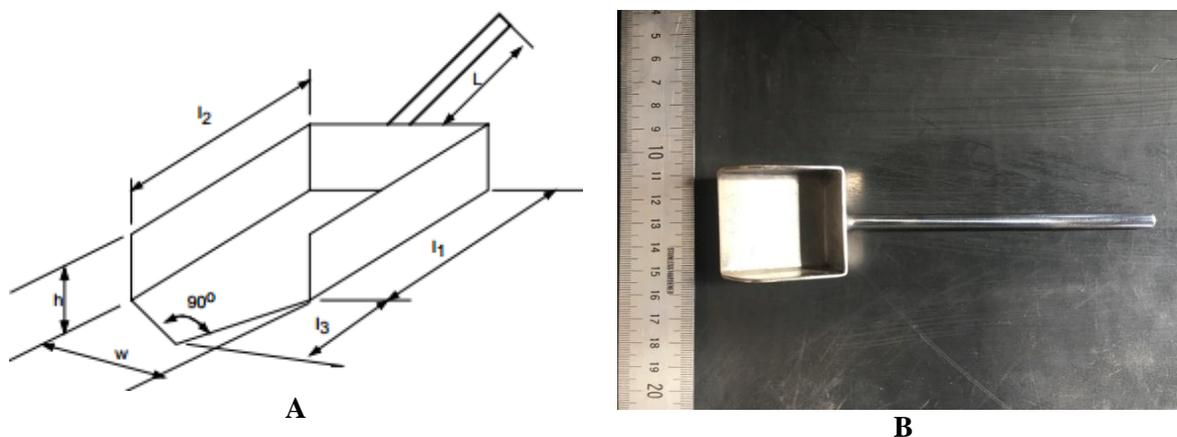
Tabela 3 - Relação entre as dimensões da pá (espessura (E), altura (h), largura (w), comprimentos (l1, l2 e l3)) e granulometria da amostra (Tamanho máximo).

Tamanho máx (mm)	Volume (ml)	Dimensões (mm)					
		w	h	l1	l2	l3	E
1	15	30	15	30	25	12	0,5
3	40	40	25	40	30	15	0,5
5	75	50	30	50	40	20	1
10	125	60	35	60	50	25	1
15	200	70	40	70	60	30	2
20	300	80	45	80	70	35	2
30	400	90	50	90	80	40	2
40	800	110	65	110	95	50	2
75	4000	200	100	200	170	80	2
100	7000	250	110	250	220	100	2
125	10000	300	120	300	250	120	2
150	16000	350	140	350	300	140	2

Fonte: Sampaio et al. (2007).

Como a granulometria das amostras utilizadas nesse trabalho foi entre 20 # (1,19 mm) e 4# (4,76 mm), a largura (w) da pá ideal deveria estar compreendida entre 30 e 50 mm. Dessa forma, escolheu-se uma pá Dialmática com largura igual à 45 mm como mostra a Figura 11.

Figura 11- Pá de amostragem utilizada nos testes



Legenda: A) Representação esquemática das medidas da pá (Sampaio et. Al. 2007); B) Pá utilizada no desenvolvimento dos testes.

#### 4.1 Pilha Cônica

Os testes de pilha cônica foram realizados para os seis tipos de amostra variando em cada um deles, o número de ciclos utilizados na homogeneização em 5, 10 e 20 repetições, conforme representado na Tabela 4.

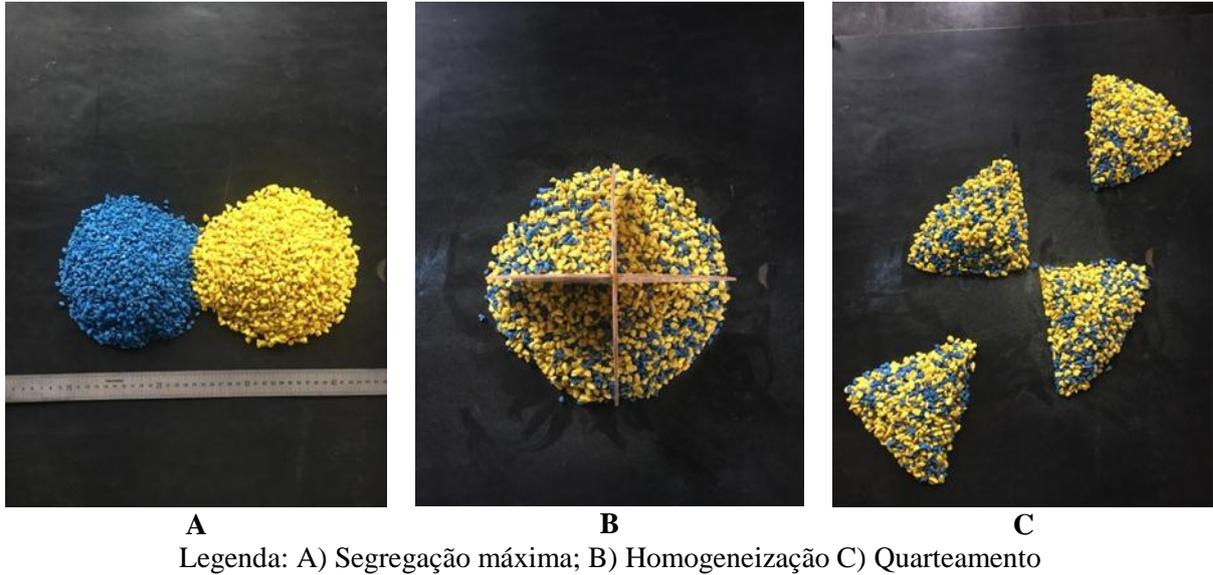
Tabela 4 - Sequência de testes de Pilha cônica

<b>TESTE</b>	<b>AMOSTRA</b>	<b>NÚMERO DE CICLOS</b>
T1		5
T2	TIPO 1	10
T3		20
T4		5
T5	TIPO 2	10
T6		20
T7		5
T8	TIPO 3	10
T9		20
T10		5
T11	TIPO 4	10
T12		20
T13		5
T14	TIPO 5	10
T15		20
T16		5
T17	TIPO 6	10
T18		20

Inicialmente, as duas partes constituintes de cada amostra foram dispostas separadamente sobre a lona, configurando uma situação de segregação máxima. Em seguida, homogeneizou-se o material levantando as quatro laterais da lona alternadamente formando um ciclo. Em cada teste, formou-se uma pilha cônica de aproximadamente 20 cm de diâmetro e esse diâmetro que foi determinado pelo tamanho do quarteador em X utilizado, que também possuía um diâmetro de 20 cm.

A pilha cônica formada foi achatada, formando um tronco de cone e dividida com o auxílio do quarteador em 4 partes iguais. Numerou-se os incrementos gerados em 1, 2, 3 e 4 e formou-se duas amostras unindo as partes ímpares e as partes pares, como representado na Figura 12.

Figura 12 - Etapas de homogeneização



As duas amostras gêmeas geradas em cada teste foram pesadas e o teor de cada material analisado.

#### 4.2 Quarteador Jones

Os testes utilizando o quarteador Jones foram realizados para os seis tipos de amostra variando em cada um deles, o número de calhas do equipamento em 8 ou 16 aberturas e, portanto, o número de incrementos que formaram cada uma das duas amostras.

A seqüência dos testes realizados está apresentada na Tabela 5.

Tabela 5 - Seqüência de ensaios realizados com Quarteador Jones

<b>TESTE</b>	<b>AMOSTRA</b>	<b>NÚMERO DE ABERTURAS</b>
T1	TIPO 01	8
T2		16
T3	TIPO 02	8
T4		16
T5	TIPO03	8
T6		16
T7	TIPO 04	8
T8		16
T9	TIPO 05	8
T10		16
T11	TIPO06	8
T12		16

O quarteador Jones dotado de 8 calhas de 2,4 cm cada foi fabricado pelo Indústria e Comércio Eletro-Eletronica Gehaka Ltda e o segundo quarteador contendo com 16 aberturas de 1,2 cm cada foi fabricado pela empresa Marconi.

As Figuras 13 e 14 apresentam os dois quarteadores do tipo Jones utilizados nesse trabalho.

Figura 13 - Quarteador Jones com 8 aberturas



Legenda: A) Quarteador Jones 8 divisões; B) Vista de cima do quarteador Jones 8 divisões.

Figura 14 -Quarteador Jones com 16 aberturas



Legenda: A) Quarteador Jones 16 divisões; B) Vista de cima do quarteador Jones 16 divisões

Inicialmente, as duas partes constituintes de cada amostra foram dispostas separadamente sobre a lona, configurando uma situação de segregação máxima. Em seguida, homogeneizou-se o material levantando as quatro laterais da lona alternadamente formando um ciclo, e repetiu esse processo por 5 vezes. O material foi disposto, de forma longitudinal e contínua, em um dos compartimentos coletores do equipamento e cuidadosamente despejado no equipamento.

A Figura 15 representa as etapas de disposição do material em um dos compartimentos do Jones e a divisão do mesmo.

Figura 15 - Etapas de divisão no Quarteador Jones



Legenda: A) Disposição do material em um dos compartimentos do Jones B) Quarteamento C) Formação das duas amostras gêmeas.

As duas amostras gêmeas geradas em cada teste foram pesadas e o teor de cada material analisado.

### 4.3 Pazada alternada

Calculou-se a massa de enchimento da pá através da Equação (28):

$$M_n = \frac{M_l}{30p} \quad (28)$$

Onde:

$M_n$ : dimensão média da pazada;

$M_l$ : massa do lote;

$p$ : taxa de redução escolhida (número de pilhas à serem formadas).

Como o número de pilhas para esse método é  $p = 2$ , para os testes fino-grosso e grosso-grosso que possuíam  $M_l = 1500g$ , obteve-se a massa de enchimento média da pá  $M_n = 25g$ . Já para os testes fino-fino  $M_l = 500g$ , então a massa de enchimento média da pá, neste caso foi  $M_n = 8,3g$ .

Os testes de pazada alternada foram realizados para os seis tipos de amostra. De forma semelhante aos testes anteriores, as duas partes constituintes de cada amostra foram dispostas separadamente sobre a lona, configurando uma situação de segregação máxima. Em seguida, homogeneizou-se o material levantando as quatro laterais da lona alternadamente formando um ciclo, e repetiu esse processo por 5 vezes como todos os métodos anteriores. Para cada teste, formou-se uma pilha cônica no centro da lona e retirou-se, seguindo o contorno da pilha, 30 alíquotas, mantendo em cada pazada a massa média calculada.

A Figura 16 representa as etapas de divisão das amostras utilizando esse método.

Figura 16 - Divisão do material por pazada alternada



Legenda: A) Pilha cônica formada no centro da lona B) Pazadas retiradas seguindo o contorno da pilha

As duas amostras gêmeas geradas em cada teste foram pesadas e o teor de cada material analisado.

#### 4.4 Pazada fracionada

Os testes utilizando o método de pazada fracionada foram realizados para os seis tipos de amostras seguindo metodologia semelhante aos de pazada alternada, variando em cada um deles, o número amostras formadas em 4 ou 6 amostras gêmeas.

A seqüência dos testes realizados está apresentada na Tabela 6.

Tabela 6 - Seqüência de ensaios de pazada fracionada

TESTE	AMOSTRA	NÚMERO DE PILHAS (P)
T1	TIPO 01	4
T2		6
T3	TIPO 02	4
T4		6
T5	TIPO 03	4
T6		6
T7	TIPO 04	4
T8		6
T9	TIPO 05	4
T10		6
T11	TIPO 06	4
T12		6

Calculou-se novamente a massa de enchimento da pá através da Equação (28) e, como o número de pilhas para esse método foi  $p = 4$  e  $p = 6$ , para os testes do tipo “fino-grosso” e “grosso-grosso” que possuíam  $M_l = 1500g$ , obteve-se a massa de enchimento média da pá  $M_n = 12,4g$  e  $M_n = 8,3g$ , respectivamente. Já para os testes do tipo “fino-fino”  $M_l = 500g$ , a massa de enchimento média da pá foi  $M_n = 4,2g$  e  $M_n = 3,3g$ , respectivamente.

Inicialmente, as duas partes constituintes de cada amostra foram dispostas separadamente sobre a lona, configurando uma situação de segregação máxima. Em seguida, homogeneizou-se o material levantando as quatro laterais da lona alternadamente formando um ciclo, e repetiu esse processo por 5 vezes como todos os métodos anteriores. Para cada teste, formou-se uma pilha cônica no centro da lona e retirou-se, seguindo o contorno da pilha, 30 alíquotas, mantendo em cada pazada a massa média calculada formando 6 ou 4 amostras gêmeas dependendo do teste realizado.

A Figura 17 representa as etapas de divisão das amostras com formação de 4 amostras gêmeas.

Figura 17 - Método de pazada alternada



Legenda: A- Pilha cônica formada no centro da lona B- Quatro amostras gêmeas formadas

As quatro ou seis amostras gêmeas geradas em cada teste foram pesadas e o teor de cada material analisado.

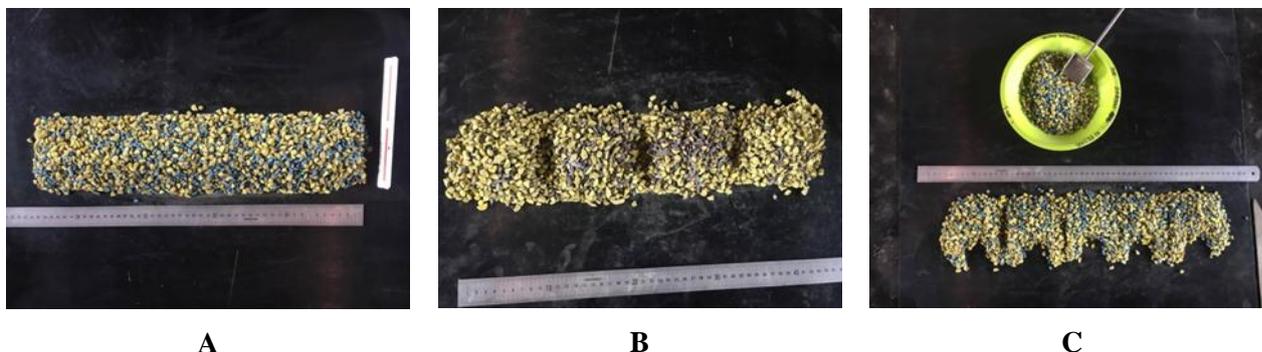
#### 4.5 Divisão por incrementos

Inicialmente, as duas partes constituintes de cada amostra foram dispostas separadamente sobre a lona, configurando uma situação de segregação máxima. Em seguida, homogeneizou-se o material levantando as quatro laterais da lona alternadamente formando um ciclo, e repetiu esse processo por 5 vezes como todos os métodos anteriores. Em seguida, o material foi disposto em uma pilha retangular de largura igual 9 cm, que representa 2 vezes a largura da pá utilizada ( $w = 4,5$  cm). A pilha retangular foi dividida em quadrados de lado igual à 9 cm. O número de quadrados formados variou de acordo com a massa inicial da amostra de cada teste, sendo que para os testes do tipo "fino-grosso" e "grosso-grosso" o comprimento da pilha retangular foi de 45 cm e para "fino-fino" de 27 cm.

Utilizando a pá de amostragem, retirou-se um incremento de cada quadrado e formando a amostra final.

A Figura 18 representa o processo de divisão de amostras por incremento.

Figura 18 - Etapas do ensaio por divisão de incrementos



Legenda: A- formação da pilha retangular; B- formação dos quadrados de lado igual a 9cm; c: retirada dos incrementos e composição da amostra final.

A amostra gerada em cada teste foi pesada e o teor de cada material analisado.

#### 4.6 Pilha alongada

Os testes de pilha alongada foram realizados para os seis tipos de amostras, variando em cada um deles, o comprimento da pilha em 30 e 60 cm e mantendo fixo o número de incrementos que formaram cada uma das amostras. A Tabela 7 mostra a seqüência dos testes realizados para esse método.

Tabela 7 - Seqüência de ensaios de pilha alongada

TESTE	AMOSTRA	COMPRIMENTO DA PILHA
T1	TIPO 01	30 cm
T2		60 cm
T3	TIPO02	30 cm
T4		60 cm
T5	TIPO03	30 cm
T6		60 cm
T7	TIPO04	30 cm
T8		60 cm
T9	TIPO05	30 cm
T10		60 cm
T11	TIPO06	30 cm
T12		60 cm

As duas partes constituintes de cada amostra foram dispostas separadamente sobre a lona, configurando uma situação de segregação máxima. Em seguida, homogeneizou-se o material levantando as quatro laterais da lona alternadamente formando um ciclo, e repetiu esse processo por 5 vezes. A pilha alongada foi formada dispondo o material ao longo do comprimento pré-estabelecido de 30 cm ou 60 cm. Todo o material foi disposto da esquerda para direita em sua primeira fração, da direita para esquerda em sua segunda fração e assim sucessivamente de forma regular (velocidade constante), homogênea e suficiente para o comprimento de toda a pilha. Depois de construída a pilha, cortou-se as extremidades e redistribuiu o material ao longo da pilha. A Figura 19 ilustra as etapas a construção da pilha alongada.

Figura 19 - Pilha alongada

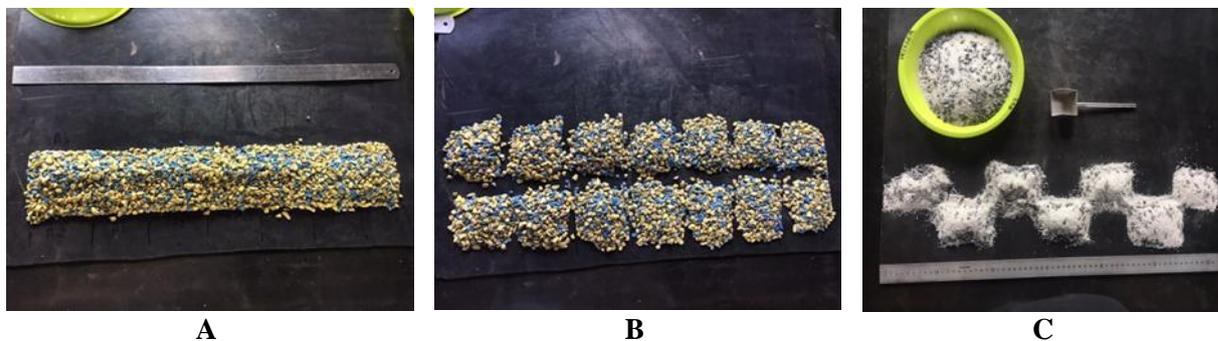


Legenda: A) Processo de formação da pilha alongada; B) pilha alongada formada por material grosso fino.

Dividiu-se a pilha em 7 segmentos de 8,6 cm e 4,3 cm para as pilhas de 60 e 30 respectivamente. E, unindo os índices ímpares com ímpares e pares com pares, formou-se as duas amostras gêmeas.

A Figura 20 mostra uma representação esquemática do quartejamento em pilha longitudinal e formação das amostras gêmeas.

Figura 20 - Representação do quartejamento pelo método de pilha longitudinal



Legenda: A) pilha alongada B) Quartejamento da pilha C) formação das duas amostras gêmeas utilizando os incrementos alternados

As duas amostras gêmeas geradas em cada teste foram pesadas e o teor de cada material analisado.

#### 4.7 Análise das amostras geradas

Com objetivo de analisar a precisão das técnicas de amostragem testadas, determinou-se a distribuição mássica das amostras geradas, o teor de cada constituinte determinando o desvio padrão pela Equação (26).

Com objetivo de quantificar o teor de cada constituinte nas amostras geradas foi necessário pesá-los separadamente, utilizando uma balança Dialmática com precisão de 0,01%. Para os testes do tipo “fino-fino” e “grosso-grosso” a massa inicial dos dois constituintes foi bitolada em faixas granulométricas subseqüentes. Dessa forma, após cada teste foi possível separá-los por peneiramento.

Nos testes do tipo “grosso-grosso” devido a irregularidade no formato dos grãos que compunham a amostra, o peneiramento não foi suficiente para a separação das partículas. Portanto, depois do peneiramento realizou-se uma catação manual dos fragmentos que ainda estavam misturados.

A Figura 21 ilustra os constituintes da amostra do Tipo 2 “Grosso- Grosso”dispostos separadamente.

Figura 21 - Amostra Quartzo amarelo(4 # ou 4,76 mm)- Hematita (6 # ou 3,36 mm)



Os constituintes dos testes do tipo “fino-grosso” possuíam granulometrias muito distintas entre si, não gerando nenhum problema na separação por peneiramento. A Figura 22 ilustra os constituintes da amostra do Tipo 3 “Fino- Grosso” dispostos separadamente.

Figura 22 - Amostra Quartzo branco (20 # ou 0,84 mm) – Quartzo azul (4 # ou 4,76 mm)



Nos testes do tipo “fino-fino”, devido a irregularidade no formato dos grãos que compunham a amostra, mesmo bitolados, o peneiramento não foi eficiente para a separação das partículas e devido ao grande número de grãos a catação manual ficou inviável.

A Figura 23 ilustra os constituintes da amostra do Tipo 5 “fino-fino” dispostos separadamente.

Figura 23 - Amostra Quartzo branco (20 # ou 0,84 mm) – Quartzo vermelho (16 # ou 1,19 mm)



Dessa forma, optou-se por determinar o teor dos constituintes através da análise de imagens utilizando o Software Irfanview®.

As amostras geradas nos testes do tipo “fino-fino” foram, então, dispostas homogeneamente em uma superfície plana. Em seguida, passou-se uma régua em cima do material para evitar superposição de partículas, conforme ilustrado na Figura 24. Para cada amostra, retirou-se 5 fotos de diferentes pontos e a partir dessas imagens foram construídos histogramas que determinaram a porcentagem de cada uma das cores presentes em cada amostra.

Figura 24 - Foto utilizada para análise de teor software Irfanview®



O teor de cada constituinte foi determinado pela média dos cinco valores gerados pelo programa.

## 5. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados os resultados experimentais dos ensaios de amostragem realizados para as seis misturas binárias distintas. Os resultados foram discutidos considerando a literatura referente à estatística, amostragem e heterogeneidade, já realizada por outros pesquisadores citados na revisão bibliográfica.

### 5.1. Cálculo da densidade

A densidade das amostras foi aferida por picnômetro e obteve-se para quartzo uma média de 2,60 g/cm<sup>3</sup> e para a hematita 5,2 g/cm<sup>3</sup>, comprovando uma diferença densitária significativa e necessária para a realização desse trabalho.

### 5.2. Cálculo da massa mínima

A massa mínima foi calculada através da Equação (1), adotando os valores:

$l = 1$  por ser um material liberado;

$f = 0,5$  que é um valor comumente usado para todos os minérios com exceção de ouro;

$g = 0,5$  por ser um material extremamente liberado.

A Tabela 8 expõe os resultados obtidos para as massas mínimas para cada um dos tipos de teste.

Tabela 8 - Massa mínima

<b>AMOSTRA</b>	<b>Massa<sub>min</sub> (g)</b>
TIPO 01	158,6
TIPO 02	240,9
TIPO 03	158,6
TIPO 04	240,9
TIPO 05	2,4
TIPO 06	3,7

Dessa forma, a massa mínima utilizada nos ensaios estão de acordo, garantindo que as amostras iniciais fossem representativas.

### **5.3. Cálculo da heterogeneidade constitucional**

Estimou-se a heterogeneidade constitucional através da Equação (18), adotando  $g = 0,55$ , por ser um material calibrado. A heterogeneidade constitucional das amostras geradas é igual a zero ou muito próxima de zero. Dessa maneira pode-se concluir que as dificuldades encontradas na homogeneização ou quarteamento das amostras não se dá por heterogeneidade constitucional.

### **5.4. Análise mássica e de teor.**

Para analisar a distribuição mássica dos testes realizados, calculou-se o desvio padrão entre as massas normalizadas ( $S(m^*)$ ) e o coeficiente de variação da massa ( $CV(m^*)$ ) das amostras geradas em cada divisão. Também foi analisado o teor de (%\*) de cada constituinte ( $c_1$  e  $c_2$ ) das amostras formadas e o coeficiente de variação de teor ( $CV(\%)$ ) desses constituintes.

### 5.4.1. Pilha cônica

A Tabela 9 expõe os resultados para o método Pilha cônica.

Tabela 9 - Resultados obtidos através do método pilha cônica

TESTE	TIPO	M*A1	m*A2	S (m*)	CV (m)	%*(C1) A1	%*(C2) A1	%*(C1) A2	%*(C2) A2	CV (%) C1	CV (%) C2
1	TIPO 1	0,98	1,02	<b>0,024</b>	0,016	1,05	0,92	0,95	1,42	0,076	0,219
2		0,96	1,04	<b>0,051</b>	0,034	1,01	0,99	0,99	1,48	0,012	0,199
3		0,97	1,03	<b>0,042</b>	0,028	1,04	0,95	0,96	1,44	0,060	0,205
4	TIPO 2	0,99	1,01	<b>0,008</b>	0,006	1,02	0,96	0,98	1,47	0,032	0,210
5		0,98	1,02	<b>0,022</b>	0,015	1,02	1,01	0,98	1,47	0,026	0,185
6		0,97	1,03	<b>0,036</b>	0,024	1,04	0,93	0,96	1,43	0,062	0,216
7	TIPO 3	0,99	1,03	0,026	0,017	0,93	1,11	1,07	1,60	<b>0,102</b>	<b>0,216</b>
8		0,99	1,01	0,013	0,009	1,11	0,83	0,89	1,33	<b>0,160</b>	<b>0,236</b>
9		0,99	1,01	0,020	0,013	1,04	0,95	0,96	1,45	<b>0,050</b>	<b>0,211</b>
10	TIPO 4	0,99	1,01	0,007	0,005	1,08	0,87	0,92	1,37	<b>0,119</b>	<b>0,226</b>
11		0,99	1,01	0,015	0,010	1,00	1,00	1,00	1,50	<b>0,002</b>	<b>0,219</b>
12		1,00	1,00	0,006	0,004	1,02	0,95	0,97	1,46	<b>0,037</b>	<b>0,215</b>
13	TIPO 5	0,99	1,01	0,007	0,005	1,02	0,97	1,01	1,51	0,006	0,219
14		1,00	1,00	<b>0,002</b>	0,001	1,00	0,99	1,01	1,51	0,006	0,212
15		1,00	1,00	<b>0,003</b>	0,002	1,00	1,01	1,01	1,51	0,005	0,200
16	TIPO 6	1,00	1,00	<b>0,003</b>	0,002	1,03	0,95	1,01	1,51	0,018	0,213
17		1,00	1,00	<b>0,002</b>	0,001	1,01	1,01	1,02	1,53	0,011	0,210
18		1,00	1,00	<b>0,005</b>	0,004	1,00	1,00	1,02	1,52	0,010	0,211

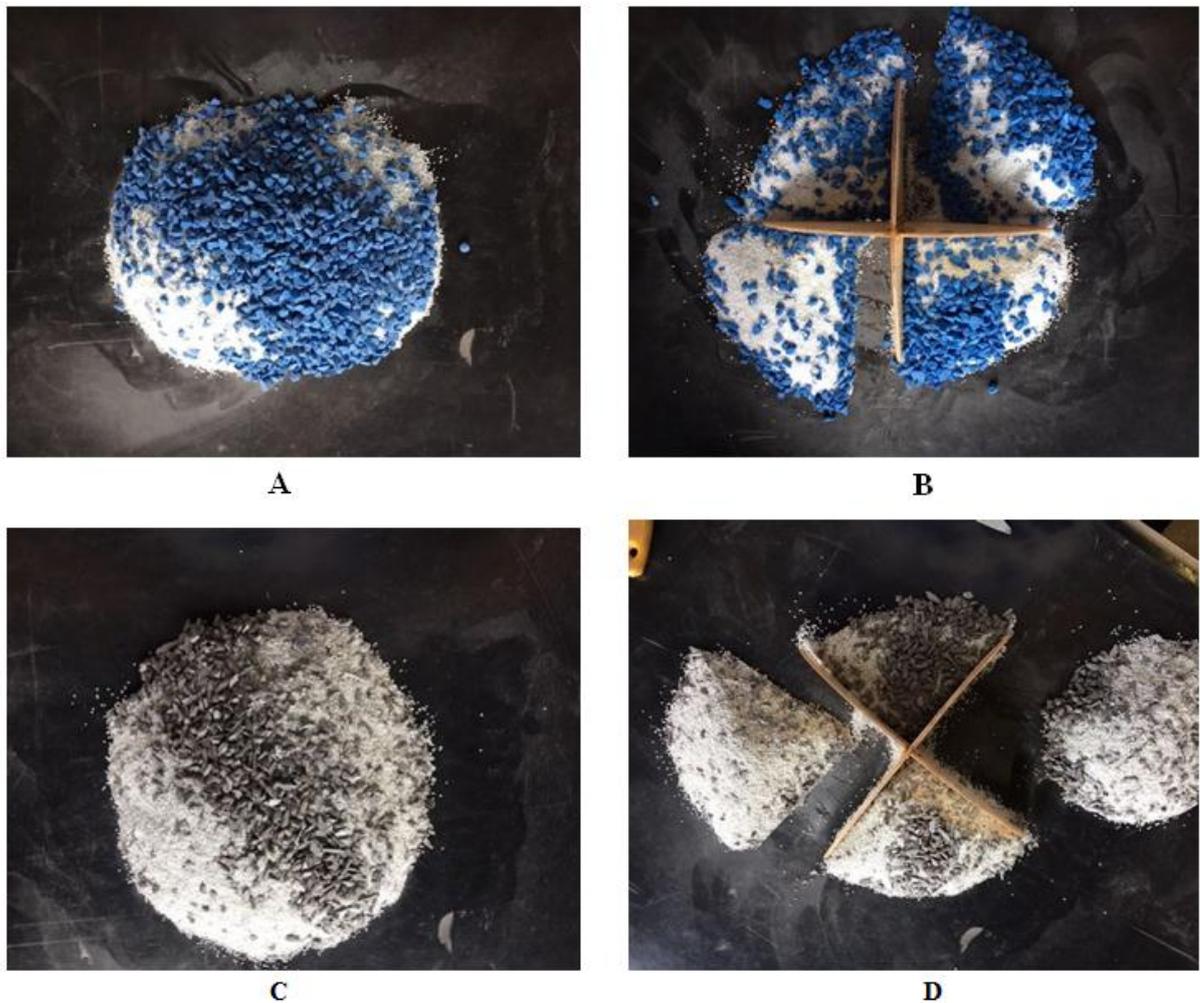
Para os testes realizados por pilha cônica, observou-se que os desvios padrão para as amostras TIPO 1 ("grosso-grosso", densidades iguais) e TIPO 2 ("grosso-grosso", densidades diferentes) eram mais altos, quando comparados com os outros tipos de amostra isso por consequência da granulometria grossa do material utilizado que qualquer "by-pass" por menor que fosse em quantidade, gerava massa e conseqüentemente uma diferença entre as amostras geradas e, pode-se dizer que de acordo com a Tabela 9 que, de uma maneira geral, quanto mais grosso o material mais difícil de quartear por pilha cônica tendo os testes TIPO 5 ("fino-fino", densidades iguais) e TIPO 6 ("fino-fino", densidades diferentes) os menores desvios padrão desse método.

Esses resultados confirmaram a teoria de Sampaio (2007), que descreve o método de pilha cônica como não sendo uma boa alternativa para minérios de granulometria grossa nem muito heterogêneos.

Em relação aos teores, observou-se segregação e não uniformidade na pilha cônica para os testes TIPO 3 ("fino-grosso", densidades iguais) e TIPO 4 ("fino-grosso", densidades diferentes), isso devido aos constituintes do material possuírem granulometrias muito diferentes, ocorrendo o fenômeno da segregação, obtendo os teores normalizados, de um modo geral, distantes do esperado para esse método.

A Figura 25 demonstra a segregação que ocorreu nesses testes.

Figura 25 -Segregação significativa ocasionado pela diferença granulométrica dos testes TIPO 4 e 5



Legenda: A) Pilha cônica com amostra TIPO3; B) Quarteamento da amostra TIPO3; C) Pilha cônica com amostra TIPO 4; D) Quarteamento da amostra TIPO 4.

Dessa forma, quanto mais próxima a granulometria dos constituintes da amostra, menos se observa o efeito da segregação e mais próximo de 1 são os teores obtidos. Essa situação ocorreu para todos os ensaios desses tipos (TIPO 1, 2, 5), tendo pouca importância, nesse sentido, o número de ciclos de homogeneização e as diferenças de densidade.

Em relação à quantidade de ciclos de homogeneização o coeficiente de variação dos teores normalizados foi o esperado de uma forma generalizada, os ensaios com 10 ciclos de homogeneização, se aproximaram mais dos teores esperados que para os obtidos por 5 ciclos. Porém, comparando os testes de 10 e 20 ciclos de homogeneização essa melhora não foi tão significativa.

## 5.5. Quarteador Jones

A Tabela 10 expõe os resultados para o método quarteador Jones.

Tabela 10 - Resultados obtidos através do método quarteador Jones

TESTE	TIPO	m*A1	m*A2	S (m*)	CV (m)	%*(C1) A1	%*(C2) A1	%*(C1) A2	%*(C2) A2	CV (%) C1	CV (%) C2
1	TIPO 1	0,993	1,007	0,010	0,007	1,017	0,973	1,005	1,507	0,008	0,218
2		0,992	1,008	0,011	0,007	1,009	0,988	0,999	1,499	0,007	0,208
3	TIPO 2	0,995	1,005	0,007	0,005	1,019	0,972	0,980	1,471	0,007	0,207
4		0,991	1,009	0,013	0,009	1,008	0,993	1,001	1,502	0,004	0,206
5	TIPO 3	0,998	1,002	0,003	0,002	0,986	1,022	1,008	1,511	0,010	0,204
6		0,994	1,006	0,009	0,006	0,994	1,037	1,005	1,508	0,008	0,186
7	TIPO 4	0,995	1,005	0,007	0,005	1,011	0,982	0,990	1,485	0,005	0,206
8		0,993	1,002	0,006	0,004	1,010	0,985	0,996	1,494	0,010	0,208
9	TIPO 5	0,998	1,002	0,003	0,002	1,001	0,998	1,011	1,517	0,008	0,209
10		0,996	1,004	0,005	0,004	1,034	0,946	1,026	1,539	0,005	0,244
11	TIPO 6	0,998	1,002	0,003	0,002	0,995	1,008	1,011	1,517	0,010	0,195
12		0,996	1,004	0,005	0,004	1,007	1,007	1,001	1,502	0,004	0,199

Os testes realizados com o quarteador do tipo Jones mostraram que, para todos os tipos de amostras, quanto maior o número de divisões do equipamento, melhor foi a distribuição mássica entre as amostras geradas, ou seja, menor desvio padrão.

E, quanto maior a granulometria do material, mais alto o desvio, uma vez que, pelo mesmo motivo citado no item anterior, qualquer “by-pass” por menor que fosse em quantidade, gerava uma distribuição não uniforme entre as massas das amostras geradas.

Mesmo que, pelo mesmo princípio do desvio padrão, quanto mais grossa a granulometria da amostra, mais distantes são os teores normalizados de 1, como mostra a Tabela 10, porém pode-se dizer que as diferenças dos teores entre os 6 tipos de teste não foram significativas, ou seja, o coeficiente de variação dos teores se mostraram bem próximos uns dos outros.

O efeito da segregação, nesse método, não gerou grandes variações, nem em distribuição mássica, nem em teor, uma vez que a disposição longitudinal do material antes de ser despejado no equipamento diminui o efeito da segregação em todas as calhas e conseqüentemente nas duas amostras geradas.

Não se observou, também, influência da diferença de densidade em relação a distribuição mássica ou ao teor, podendo dizer que o método de quarteamento Jones é um método mais eficiente que o método por pilha cônica.

Outra possibilidade para as variações encontradas nos parâmetros discutidos na Tabela 10 são os erros de calibragem do equipamento, isso ocorre por falta de manutenção.

## 5.6. Pazada alternada e pazada fracionada

A Tabela 11 expõe os resultados para o método de pazada alternada.

Tabela 11 - Resultados obtidos através do método de pazada alternada

TESTE	TIPO	Nº DE PILHAS	m*A1	m*A2	S (m*)	CV (m)	%*(C1) A1	%*(C2) A1	%*(C1) A2	%*(C2) A2	CV (%) C1	CV (%) C2
1	TIPO 1	2	0,996	0,998	0,002	0,001	0,994	1,024	1,017	1,525	0,016	0,198
2	TIPO 2	2	0,966	0,998	<b>0,022</b>	0,012	0,997	0,992	0,990	1,484	0,006	0,201
3	TIPO 3	2	0,997	1,001	0,003	<b>0,020</b>	1,008	0,999	0,993	1,490	0,010	0,199
4	TIPO 4	2	0,986	1,012	<b>0,018</b>	<b>0,015</b>	0,999	0,989	1,004	1,506	0,004	0,210
5	TIPO 5	2	0,998	1,003	0,004	0,003	0,995	1,008	1,005	1,507	0,007	0,200
6	TIPO 6	2	0,996	1,004	<b>0,006</b>	0,005	1,007	1,007	1,002	1,503	0,004	0,200

A Tabela 12 expõe os resultados do método pazada alternada para p = 4.

Tabela 12 - Resultados obtidos através do método pazada fracionada com p=4

TESTE	TIPO	m*A1	m*A2	m* A3	m* A4	S (m*)	CV (m)	%*(C1) A1	%*(C2) A1	%*(C1) A2	%*(C2) A2	%*(C1) A3	%*(C2) A3	%*(C1) A4	%*(C2) A4	CV (%) C1	CV (%) C2
1	TIPO 1	0,935	0,992	1,019	1,057	0,052	0,052	0,984	1,024	0,996	1,007	0,939	1,092	1,086	0,871	0,062	0,028
2	TIPO 2	0,965	0,977	1,025	1,033	0,034	0,034	0,952	1,072	1,047	0,929	0,964	1,054	1,042	0,937	0,050	0,023
3	TIPO 3	0,957	0,997	0,993	1,051	0,039	<b>0,039</b>	1,002	0,997	0,988	1,018	0,954	1,069	1,053	0,920	0,041	0,019
4	TIPO 4	0,942	0,994	1,018	1,048	0,045	<b>0,045</b>	0,954	1,068	1,054	0,920	0,921	1,118	1,076	0,886	0,075	0,034
5	TIPO 5	0,990	0,983	1,010	1,016	0,016	0,016	1,010	0,984	0,964	1,051	1,049	0,926	0,982	1,027	0,037	0,017
6	TIPO 6	0,979	0,992	1,013	1,016	<b>0,019</b>	0,018	0,998	1,001	0,886	1,171	0,950	1,076	1,020	0,970	0,062	0,026

A Tabela 13 expõe os resultados do método pazada alternada para  $p = 6$ .

Tabela 13 - Resultados obtidos através do método pazada fracionada com  $p=6$

TESTE	TIPO	m* A1	m* A2	m* A3	m* A4	m* A5	m* A6	S (m*)	CV (m)	%* (C1) A1	%* (C2) A1	%* (C1) A2	%* (C2) A2	%* (C1) A3	%* (C2) A3	%* (C1) A4	%* (C2) A4	%* (C1) A5	%* (C2) A5	%* (C1) A6	%* (C2) A6	CV (%) C1	CV (%) C2
1	TIPO 1	0,972	0,987	0,997	1,001	1,008	1,035	0,021	0,004	1,005	0,992	1,014	0,979	0,994	1,009	1,049	0,926	0,982	1,027	0,960	1,060	0,030	0,009
2	TIPO 2	0,943	0,972	0,998	1,010	1,024	1,053	<b>0,039</b>	0,008	1,083	0,875	1,014	0,980	1,030	0,955	0,950	1,076	1,020	0,970	0,886	1,170	0,069	0,022
3	TIPO 3	0,960	0,980	0,986	0,994	1,020	1,060	0,035	<b>0,007</b>	1,025	0,962	0,899	1,152	1,099	0,851	0,955	1,067	1,005	0,993	1,041	0,939	0,069	0,019
4	TIPO 4	0,934	0,959	0,971	1,019	1,047	1,069	<b>0,054</b>	<b>0,010</b>	0,983	1,026	0,999	1,002	1,044	0,934	0,885	1,172	0,983	1,026	1,125	0,812	0,079	0,025
5	TIPO 5	0,975	0,990	1,009	1,012	1,018	1,019	0,017	0,003	0,995	1,008	1,035	0,948	0,886	1,171	0,715	1,571	0,886	1,171	1,029	0,957	0,133	0,038
6	TIPO 6	0,970	0,988	1,005	1,010	1,013	1,038	<b>0,023</b>	0,004	1,007	1,007	0,648	1,632	1,088	0,869	0,811	1,354	1,078	0,883	1,035	0,948	0,187	0,049

Tanto na pazada alternada como na pazada fracionada, os desvios padrão das massas normalizadas dos testes que variavam a densidade (TIPO 2 e 4) foram maiores que os tipos em que os constituintes possuíam a mesma densidade uma vez que as pazadas que possuíam quantidades maiores de hematita pesavam mais.

Seguindo o mesmo princípio, por haver segregação e não uniformidade, os testes TIPO 3 e 4 que possuíam constituintes com granulometrias muito diferentes, ocorreu para esses testes os maiores coeficientes de variação da massa normalizada uma vez que as pazadas que possuíam material mais grosso que fino pesavam mais.

Analisando as Tabelas 9, 10 e 11, tanto em relação à massa quanto em relação ao teor o número de pilhas compostas não interferiu nos teores tampouco na distribuição mássica, podendo dizer que a vantagem da divisão  $p=6$  é principalmente a otimização quando se quer um número maior de amostras como sugere Sampaio (2007).

Dessa forma, em fundamentos, a pazada alternada e a pazada fracionada se assemelham com a pilha cônica e pela teoria de Sampaio (2007), o método também não é ideal para minérios de granulometria grossa nem muito heterogêneos.

## 5.7. Pilha alongada

A Tabela 14 expõe os resultados para o método por pilha alongada.

Tabela 14 - Resultados obtidos através do método por pilha alongada

TESTE	TIPO	m*A1	m*A2	S (m*)	CV (m)	%*(C1) A1	%*(C2) A1	%*(C1) A2	%*(C2) A2	CV (%) C1	CV (%) C2
1	TIPO 1	0,996	1,004	0,006	0,013	1,005	0,992	0,995	1,492	0,007	0,204
2		0,983	1,017	0,024	0,016	1,035	1,000	0,968	1,452	0,047	0,185
3	TIPO 2	0,993	1,007	0,010	<b>0,003</b>	1,010	1,003	0,990	1,485	0,014	0,195
4		0,989	1,011	0,015	<b>0,003</b>	0,997	1,005	1,003	1,505	0,004	0,201
5	TIPO 3	0,996	1,004	0,006	0,004	0,991	1,016	1,010	1,515	0,014	0,199
6		0,994	1,006	0,008	0,005	0,966	1,053	1,035	1,552	0,049	0,193
7	TIPO 4	0,991	1,009	0,013	0,008	0,999	1,002	1,002	1,503	0,002	0,202
8		0,994	1,006	0,009	0,004	1,023	0,963	0,978	1,467	0,031	0,210
9	TIPO 5	0,996	1,004	<b>0,006</b>	0,006	0,981	1,025	1,021	1,531	0,028	0,200
10		0,998	1,002	<b>0,003</b>	0,002	0,958	1,063	1,044	1,565	0,061	0,193
11	TIPO 6	0,996	1,004	<b>0,006</b>	0,004	0,937	1,083	1,064	1,596	0,089	0,193
12		0,997	1,003	<b>0,004</b>	0,001	0,954	1,057	1,047	1,570	0,066	0,197

Para os testes de pilha alongada, observou-se que quanto mais fino o material, mais fácil de formar e quarteir a pilha, por isso, os desvios padrão da distribuição mássica dos testes TIPO 5 e 6 foram menores que os demais.

Além disso é possível ainda dizer que quanto maior o comprimento da pilha menos as amostras se diferem em massa, ou seja, menor desvio menor coeficiente de variação das massas normalizadas.

Para o teor, por outro lado, não foi possível relacionar sua distribuição com o tamanho da pilha, dessa forma a diferença dos teores entre os 6 tipos de teste são consideradas sutis, de acordo com a Tabela 14.

O efeito da segregação, nesse método, não gerou grandes variações, nem em desvio padrão das massas normalizadas, nem em teor, uma vez que a disposição longitudinal do material garantiu uma compensação da segregação em todas as divisões da pilha e, conseqüentemente nas duas amostras geradas.

Não se observou, também, grande influência das diferenças de densidade em relação ao teor ou à distribuição mássica, podendo dizer que como o método de quarteamento Jones, o método por pilha alongada é um método eficiente e democrático, apesar de Sampaio (2007), afirmar que o método de pilha alongada é especialmente ideal para grandes quantidades de massa.

Nesse trabalho observou, também, que mesmos os testes TIPO 5 e 6 que possuíam massa inicial de 500g, não houve nenhum empecilho observado.

O coeficiente de variação para esse método foi menor para os testes de TIPO 2, que são os testes de amostras constituídas por materiais granulometria grossa e densidade diferente, o que comprova, também a democracia do método.

### 5.8. Divisão por incrementos

A Tabela 15 expõe os resultados para o método de divisão por incrementos.

Tabela 15 - Resultados obtidos através do método de divisão por incrementos

TESTE	TIPO	mA1	%*(C1) A1	%*(C2) A1
1	TIPO 1	220,165	1,132	0,865
2	TIPO 2	219,050	1,031	0,952
3	TIPO 3	150,790	0,808	1,292
4	TIPO 4	151,640	0,853	1,382
5	TIPO 5	126,000	1,010	0,984
6	TIPO 6	123,500	0,959	1,041

O método de divisão por incrementos gera apenas uma amostra composta por incrementos, por essa maneira, não faz sentido falar em desvio padrão ou coeficiente de variação e a análise do método se dá apenas pelo teor.

Analisando o teor para os testes do TIPO 3 e 4, percebeu-se que existiu maior proporção do constituinte 2 que do 1, o que não condiz com a composição da amostra inicial que possuía 60% de c1 e 40% de c2, isso ocorreu devido à segregação, podendo concluir que esse método não é indicado para materiais heterogêneos em granulometria.

Além disso, ao se comparar os testes TIPO 1 e 5, que possuem constituintes de mesma densidade e granulometria, observou que quanto mais fino o material mais os teores obtidos se aproximam dos teores iniciais.

## 6. CONCLUSÕES

A massa mínima para que as amostras iniciais utilizadas nos testes fossem representativas de acordo com a granulometria dos constituintes foram atendidas.

A análise da heterogeneidade constitucional indicou que as amostras eram pouco heterogêneas.

O método de pilha cônica se mostrou um método ideal para materiais em pequenas quantidades e homogêneos (em teor e granulometria) dessa forma o método funcionou melhor para os testes do TIPO 1 e 5, apesar de que o desvio padrão mássico dos testes TIPOS 1.

Da mesma forma os ensaios por pazada alternada e pazada fracionada, observou-se maior eficiência para aqueles materiais constituídos por grãos de mesmo tamanho e densidade (TIPO 1 e TIPO 6).

Concluiu-se, ainda, em relação aos métodos pazada alternada e pazada fracionada que o número de pilhas formadas não necessariamente garantiu teores mais próximos dos iniciais e que esses testes são fundamentalmente semelhantes aos ensaios por pilha com a vantagem de mais divisões em apenas um ensaio.

O efeito de segregação não influenciou os testes realizados no quarteador Jones e por pilha alongada e tampouco a heterogeneidade dos constituintes, podendo considerar esses métodos como eficientes e democráticos, mesmo para pequenas quantidades de massas.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BORTOLETO, D. A. Avaliação da heterogeneidade da bauxita de Juruti (PA) visando a otimização de protocolos de amostragem. Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo; 2009.
- CHAVES, A. P. Manuseio de sólidos granulométricos. São Paulo. Oficina textos (2012).
- CHIEREGATI, A. C. Reconciliação pró-ativa em empreendimentos mineiros. REM: Revista Escola de Minas, Ouro Preto, v.61, n.3, p297-302. (2007).
- FRANÇOIS-BONGARÇON, D. & GY, P. 2002. Critical aspects in mill and plants: a guide to understanding sampling audits. In: Journal of the South African IMM, vol. 102, n° 8, South Africa.
- GÓES, M. A. C. de; LUZ, A. B. da; POSSA, M. V. Amostragem (Comunicação técnica elaborada para a 4ª edição do livro de Tratamento de Minérios). Rio de Janeiro: CETEM, 2004.
- GY P. Sampling for Analytical Purposes. 1998. Traduzido por AG Royle, John.
- KOYAMA, I.K. Teste de Heterogeneidade como Método de Otimização de Protocolos de Amostragem. Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo; 2009.
- MWASINGA, P. P. Optimizing sampling protocols for a base metal deposit, Proceedings of Geostat 2000 (CD-ROM), KLEINGELD, W.J., KRIGE, D. (ed.) . 2000. p. 1-13.
- MAGRI, E.V., ORTIZ, J.C. Estimation of economic losses due to poor blast hole sampling in open pits, In: Proceedings of Geostat 2000 (CD-ROM), 2000. p. 1-10
- PITARD FF. Pierre Gy's Sampling Theory and Sampling Practice: Heterogeneity, Sampling Correctness, and Statistical Process Control. 2a. ed. Boca Raton, Flórida:RC Press; 1993.
- OLIVEIRA A. Blog de Estatística do Professor Alexandre. (2016) link: <http://alexandreprofessor.blogspot.com.br/>
- PITARD, F.F. Pierre Gy's theory of sampling and C.O. ingamells' poisson process approach. 2009. Thesis (Doctor od Phylosophy). Aalborg University, Campus Esberg, Denmark.
- ROCHA, P. H. UILIANA A. Teste de heterogeneidade em amostras de minério de ferro da Samarco Minerações S/A. XXVI Encontro Nacional de Tratamento de Minérios e Metalurgia Extrativa/ Poços de Caldas-MG (2015).
- SAMPAIO, J.A. FRANÇA, S.A. Tratamento de minérios: Práticas laboratoriais. Rio de Janeiro. CETEM/MCT, 2007.

